CHỦ ĐỀ XÁC SUẤT

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1) Phép thử và Không gian mẫu

* **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) và một phép thử mà

- Kết quả của nó không đoán trước được.

- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

*** Không gian mẫu** là tập hợp các kết quả có thể xẩy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là Ω.

2) Biến cố

- Một biến cố A (còn gọi là sự kiện A) liên quan tới phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của T.
  Mỗi kết quả của phép thử T làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.
- Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu bởi Ω_A. Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ A để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho A.
  Khi đó ta cũng nói biến cố A được mô tả bởi tập A.
- Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω.
- Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$.

3) Các phép toán với biến cố

Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$. Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

- Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B.
- Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B.
- Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì ta nói A và B xung khắc.

4) Xác suất của biến cố (định nghĩa cổ điển)

Giả sử phép thử *T* có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của *T* là đồng khả năng. Nếu *A* là một biến cố liên quan với phép thử *T* và Ω_A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A* thì xác suất của *A* là một số, kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức: $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Từ định nghĩa cổ điển về xác suất ta có các bước để tính xác suất của một biến cố như sau:

- Bước 1: Xác định không gian mẫu Ω rồi tính số phần tử của Ω, tức là đếm số kết quả có thể của phép thử *T*.
- Bước 2: Xác định tập con *A* mô tả biến cố *A* rồi tính số phần tử của *A*, tức là đếm số kết quả thuận loại cho *A*.

- Bước 3: Lấy kết quả của bước 2 chia cho bước 1.

Nhận xét: Việc tính số kết quả có thể (bước 1) thường dễ dàng hơn nhiều so với việc tính số kết quả thuận lợi cho *A* (bước 1). Để giải quyết tốt các bài toàn xác suất ta cần nắm chắc phần tổ hợp trước.

Chú ý:

- Từ định nghĩa, suy ra $0 \le P(A) \le 1, P(\Omega) = 1, P(\varnothing) = 0$.

- Các kí hiệu $n(\Omega); n(A)$ được hiểu tương đương với $|\Omega|; |\Omega_A|$ là số phần tử của không gian mẫu và của tập hợp thuận lợi cho biến cố *A*.

5) Các quy tắc tính xác suất

* **Quy tắc cộng** (áp dụng cho các biến cố xung khắc)

- Nếu hai biến cố *A, B* xung khắc nhau thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, ...A_n$ xung khắc nhau thì

  $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$.

* **Quy tắc nhân** (áp dụng cho các biến cố độc lập)

- Nếu *A* và *B* là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$
- Nếu có *n* biến cố $A_1, A_2, A_3, ...A_n$ là độc lập thì $P(A_1A_2A_3...A_n) = P(A_1).P(A_2)...P(A_n)$.

Chú ý:

Nếu *A* và *B* độc lập thì *A* và $\overline{B}$ độc lập, *B* và $\overline{A}$ độc lập, $\overline{B}$ và $\overline{A}$ độc lập.

Do đó nếu *A* và *B* độc lập thì ta còn có các đẳng thức: $P(A\overline{B}) = P(A).P(\overline{B})$

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A}).P(B)$$
$$P(\overline{AB}) = P(\overline{A}).P(\overline{B})$$

6) Xác suất của biến cố đối

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ của biến cố A được tính bởi $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1: Tính xác suất bằng định nghĩa cổ điển

Ví dụ 1. Người ta gieo hai con xúc xắc đồng chất, có màu khác nhau. Tìm các xác suất để được:

a) Hai con số khác nhau.

b) Tổng của hai số bằng 6.

c) Tổng của hai số lớn hơn 9.

Lời giải:

Người ta gieo hai con xúc xắc đồng chất, có màu khác nhau. Ta có: $\Omega = \{(i,j) : 1 \le i, j \le 6\}$ (trong đó, i, j là kết quả xuất hiện ở 2 con xúc xắc).

Khi đó, $|\Omega| = 6^2 = 36$.

a) Gọi *A* là biến cố "Xuất hiện 2 con số khác nhau" $\Rightarrow |\Omega_A| = 6.5 = 30$.

Do đó $\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|}=\dfrac{30}{36}=\dfrac{5}{6}$.

b) Gọi *B* là biến cố "Tổng của 2 số bằng 6"

Ta có: $6=5+1=4+2=3+3\Rightarrow B=\left\{(5,1);(4,2);(3,3);(2,4);(1,5)\right\}$.

Do đó: $\Rightarrow P\left(B\right)=\dfrac{\left|\Omega_B\right|}{\left|\Omega\right|}=\dfrac{5}{36}$

c) Gọi *C* là biến cố "tổng của 2 số lớn hơn 9" $\Rightarrow C=\left\{(6,4);(4,6);(5,5);(6,5);(5,6);(6,6)\right\}$

Do đó$\Rightarrow P\left(C\right)=\dfrac{\left|\Omega_C\right|}{\left|\Omega\right|}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$.

Ví dụ 2. Lớp 11A có 25 đoàn viên trong đó 10 nam và 15 nữ.

a) Chọn ngẫu nhiên một đoàn viên làm thư ký đại hội chi đoàn. Tìm xác suất để chọn được thư kí là một đoàn viên nữ.

b) Chọn ngẫu nhiên hai đoàn viên trong chi đoàn để tham dự trại 26/3. Tìm xác suất để hai đoàn viên được chọn có một nam và một nữ.

Lời giải:

a) Chọn ngẫu nhiên một đoàn viên làm thư ký đại hội chi đoàn $\Rightarrow\left|\Omega_1\right|=10+15=25$

Gọi A là biến cố "chọn được thư kí là một đoàn viên nữ" $\Rightarrow\left|\Omega_A\right|=C_{15}^1=15$

Do đó, $P\left(A\right)=\dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega_1\right|}=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$.

b) Chọn ngẫu nhiên hai đoàn viên trong chi đoàn $\Rightarrow\left|\Omega_2\right|=C_{10}^2+C_{10}^1.C_{15}^1+C_{15}^2=300$

Gọi B là biến cố "chọn 2 đoàn viên có 1 nam, 1 nữ" $\Rightarrow\left|\Omega_B\right|=C_{10}^1.C_{15}^1=150$

Do đó, $P\left(B\right)=\dfrac{\left|\Omega_B\right|}{\left|\Omega_2\right|}=\dfrac{150}{300}=\dfrac{1}{2}$

Ví dụ 3. Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

Lời giải:

Số cách chọn 4 học sinh trong lớp là: $C_{25}^4=12650$

Số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là: $C_{15}^1.C_{10}^3+C_{15}^2.C_{10}^2+C_{15}^3.C_{10}^1=11075$

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là: $P=\dfrac{11075}{12650}=0,8755$

Ví dụ 4. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau. Gọi A là biến cố "Số tự nhiên được chọn gồm 4 chữ số 3, 4, 5, 6". Hãy tính xác suất của biến cố A.

Lời giải:

Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau $\Rightarrow\left|\Omega\right|=9.A_9^3=9.9.8.7=4536$

Gọi A là biến cố "Số tự nhiên được chọn gồm 4 chữ số 3, 4, 5, 6" $\Rightarrow |\Omega_A| = A_4^4 = 4.3.2 = 24$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{24}{4536} = \frac{1}{189}$.

Ví dụ 5. Một tổ có 9 học sinh, trong đó có 5 nam và 4 nữ được xếp thành hàng dọc. Tính xác suất sao cho 5 bạn nam phải đứng kề nhau.

Lời giải:

Một tổ có 9 học sinh được xếp thành hàng dọc $\Rightarrow |\Omega| = 9!$

Gọi A là biến cố "5 bạn nam đứng kề nhau" $\Rightarrow |\Omega_A| = 5!.5!$

(Cố định 5 bạn nam (5 bạn nam đứng kề nhau có $5!$ cách xếp), coi 5 bạn nam là 1 người xếp cùng với 4 bạn nữ kia, ta lại có $5!$ cách xếp).

Do đó, $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{5!.5!}{9!} = \frac{5}{126}$

Ví dụ 6. Một tổ có 9 học sinh, trong đó có 5 nam và 4 nữ được xếp thành một hàng dọc. Tính xác suất sao cho không có hai bạn nam nào đứng kề nhau.

Lời giải:

Một tổ có 9 học sinh được xếp thành hàng dọc $\Rightarrow |\Omega| = 9!$

Gọi A là biến cố "không có hai bạn nam nào đứng kề nhau"

Theo thứ tự đề bài sẽ là Nam, nữ, nam, nữ, nam, nữ, nam, nữ, nam

Khi đó, $|\Omega_A| = 4!.5!$ (Cứ xếp nam riêng, nữ riêng. Sau đó sẽ chèn 2 bên lại).

Do đó, $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{4!.5!}{9!} = \frac{1}{126}$

Ví dụ 7. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lời giải:

Trong 30 số thì có: 15 số lẻ; 3 số chia hết cho 10 (là 10, 20 và 30) và 12 số chẵn còn lại nên:

- Có C_{30}^{10} cách chọn ra 10 tấm trong 30 tấm.
- Có C_{15}^{5} cách chọn ra 5 thẻ mang số lẻ trong số 15 tấm.
- Có $C_3^1.C_{12}^4$ cách chọn ra 5 thẻ số chẵn mà có 1 thẻ mang số chia hết cho 10.

Vậy nên xác suất tìm được là: $\frac{C_{15}^5.C_3^1.C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$

Ví dụ 8. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố:

a) Tổng hai mặt xuất hiện bằng 8.

b) Tích hai mặt xuất hiện là số lẻ.

c) Tích hai mặt xuất hiện là số chẵn.

Lời giải:

Mỗi khi gieo súc sắc, xác suất xuất hiện của mỗi mặt đều bằng $\frac{1}{6}$

a) Tổng 2 mặt là 8 có thể là các bộ $(4;4);(3;5);(5;3);(2;6);(6;2)$ nên xác suất là $\frac{1}{6}.\frac{1}{6}.6=\frac{5}{36}$

b) Tích hai mặt là số lẻ $\Leftrightarrow$ mỗi mặt đều là số lẻ mà xác suất khi gieo 1 súc sắc để được mặt lẻ $=\frac{1}{2}$ nên xác suất để cả 2 mặt đều lẻ $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

c) Gọi xác suất tích 2 mặt xuất hiện là số lẻ là a thì xác suất để tích hai mặt xuất hiện là số chẵn $=1-a=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

Ví dụ 9. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

a) Tổng hai mặt xuất hiện bằng 7.

b) Các mặt xuất hiện có số chấm bằng nhau.

Lời giải:

Phép thử gieo 2 con súc sắc:

Không gian mẫu: $\Omega=\left\{\begin{matrix}(1;1);(1;2);...;(1;6)\\(2;1);(2;2);...;(2;6)\\...\\(6;1);(6;2);...;(6;6)\end{matrix}\right\}\Rightarrow n(\Omega)=36.$

a) Biến cố A: tổng hai mặt xuất hiện bằng 7 nên ta dễ dàng liệt kê được: $\Omega_A=\{(1;6);(6;1);(2;5);(5;2);(3;4);(4;3)\}\Rightarrow n(\Omega_A)=6$

$\Rightarrow$xác suất xảy ra biến cố trên bằng $\frac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

b) Biến cố B: các mặt xuất hiện có số chấm bằng nhau nên ta liệt kê được: $\Omega_B=\{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}\Rightarrow n(\Omega_B)=6$

Khi đó xác suất xảy ra biến cố bằng $\frac{n(\Omega_B)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

Ví dụ 10. Một lớp có 30 học sinh, trong đó có 8 em giỏi, 15 em khá và 7 em trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em đi dự đại hội. Tính xác suất để:

a) Cả 3 em đều là học sinh giỏi.

b) Có ít nhất 1 học sinh giỏi.

c) Không có học sinh trung bình.

Lời giải:

Chọn 3 em trong số 30 em đi dự đại hội nên không gian mẫu $|\Omega|=C_{30}^3=4060$

a) Biến cố A: cả 3 em đều là học sinh giỏi $\Rightarrow|\Omega_A|=C_8^3\Rightarrow P_A=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_8^3}{C_{30}^3}=\frac{2}{145}$

b) Biến cố B: có ít nhất 1 học sinh giỏi nên $\left|\Omega_B\right| = C_8^1.C_{22}^2 + C_8^2.C_{22}^1 + C_8^3.C_{22}^0 = 2520 \Rightarrow P_B = \dfrac{2520}{4060} = \dfrac{18}{29}$

c) Biến cố C: không có học sinh trung bình nên $\left|\Omega_C\right| = C_{23}^3 = 1771 \Rightarrow P_C = \dfrac{1771}{4060} = \dfrac{253}{580}$

Ví dụ 11. Gọi *S* là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Xác định số phần tử của *S*. Chọn ngẫu nhiên một số từ *S*. Tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

Lời giải:

Ta có: $\Omega = \left\{\overline{abc}; 1 \le a,b,c \le 7\right\}$

Khi đó: $\left|\Omega\right| = A_7^3 = 7.6.5 = 210$

Gọi A là biến cố "Chọn ngẫu nhiên một số từ *S*, số được chọn là số chẵn" $\Rightarrow \left|\Omega_A\right| = 3.6.5 = 90$

Do đó, xác suất để được chọn là số chẵn là $P = \dfrac{90}{210} = \dfrac{3}{7}$

Ví dụ 12. Cho 7 số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Gọi X là tập hợp các số gồm hai chữ số khác nhau lấy từ 7 số trên. Lấy ngẫu nhiên 1 số thuộc X. Tính xác suất để:

a) Số đó là số lẻ.

b) Số đó chia hết cho 5.

c) Số đó chia hết cho 9.

Lời giải:

X là tập hợp các số có 2 chữ số khác nhau có dạng $\overline{ab}$.
Không gian mẫu: $\Omega = 6.7 = 42$.

a) $\overline{ab}$ là số lẻ nên:

- $b \in \left\{1;3;5;7\right\} \Rightarrow b$ có 4 cách chọn.
- a có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có 4.6 số lẻ nên xác suất để số đó là số lẻ là $\dfrac{24}{42} = \dfrac{4}{7}$.

b) $\overline{ab}$ là số chia hết cho 5 nên: các số đó là 15, 25, 35, 45, 65, 75 nên có 6 số chia hết cho 5 suy ra xác suất bằng $\dfrac{6}{42} = \dfrac{1}{7}$

c) $\overline{ab}$ chia hết cho 9 khi $(a+b)\vdots 9 \Leftrightarrow \overline{ab} = \left\{27;36;45;54;63;72\right\} \Rightarrow$ có 6 số thỏa mãn nên xác suất bằng $\dfrac{6}{42} = \dfrac{1}{7}$.

Ví dụ 13. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Lời giải:

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- TH1: Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$
- TH2: Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$
- TH3: Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: C_8^3

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3 = 420$

Vậy $P(A) = \dfrac{C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3}{C_{15}^3} = \dfrac{12}{13}$.

Chọn D.

Ví dụ 14. Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác suất để mỗi nhóm có 1 nữ.

A. $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{27}{84}$. **C.** $\dfrac{53}{56}$. **D.** $\dfrac{19}{28}$.

Lời giải:

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 9 em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là C_9^3

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 6 em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là C_6^3

Còn 3 em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là 1 cách.

Do vậy $|\Omega| = C_9^3.C_6^3.1 = 1680$

Bước 2: Tìm số kết quả thuận lợi cho A.

Phân 3 nữ vào 3 nhóm trên có 3! cách.

Phân 6 nam vào 3 nhóm theo cách như trên có $C_6^2C_4^2.1$ cách khác nhau.

$$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2C_4^2.1 = 540 \to P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{540}{1680} = \frac{27}{84}$$

Chọn B.

Ví dụ 15. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{14}{95}$. **B.** $\dfrac{48}{95}$. **C.** $\dfrac{47}{95}$. **D.** $\dfrac{81}{95}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^1.C_{19}^1$

Gọi A là biến cố "2 quả cầu được lấy cùng màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- TH1: Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.

  Do đó trường hợp này có $C_8^1.C_7^1$ cách.

- TH2: Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.

  Do đó trường hợp này có $C_{12}^1.C_{11}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\Rightarrow |\Omega_A| = C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1}{C_{20}^1.C_{19}^1} = \dfrac{47}{95}$

Chọn C.

Ví dụ 16. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\dfrac{8}{33}$. **B.** $\dfrac{14}{33}$. **C.** $\dfrac{29}{66}$. **D.** $\dfrac{37}{66}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$

Gọi A là biến cố “2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số”.

- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4 = 16$ cách (do số bi đỏ ít hơn nên ta lấy trước, có 4 cách lấy bi đỏ. Tiếp tục lấy bi xanh nhưng không lấy viên trùng với số của bi đỏ nên có 4 cách lấy bi xanh).
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4 = 12$ cách.
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3 = 9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 16 + 12 + 9 = 37$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{37}{66}$.

Chọn D.

Ví dụ 17. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\dfrac{226}{462}$. **B.** $\dfrac{118}{231}$. **C.** $\dfrac{115}{231}$. **D.** $\dfrac{103}{231}$.

Lời giải:

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 11 viên bi thì số cách chọn là $|\Omega| = C_{11}^6 = 462$

Bước 2: Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi A là biến cố “Chọn 6 viên bi cộng các số trên 6 viên bi đó thu được là số lẻ”.

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang số lẻ đó là $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 viên bi mang số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$.

- TH1: 1 viên bi mang số lẻ và 5 viên bi mang số chẵn.

  Số cách chọn trong trường hợp 1 là $C_6^1.C_5^5$ cách.

- TH2: 3 viên bi mang số lẻ và 3 viên bi mang số chẵn.

  Số cách chọn trong trường hợp 2 là $C_6^3.C_5^3$ cách.

- TH3: 5 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn.

  Số cách chọn trong trường hợp 3 là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n(A)=C_6^1.C_5^5+C_6^3.C_5^3+C_6^5.C_5^1=6+200+30=236$.

$$\Rightarrow |\Omega_A|=3!.C_6^2C_4^2.1=540\rightarrow P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$$

Chọn B.

Ví dụ 18. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{50}^3=19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành 3 loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp:

- TH1: 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.
- TH2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{6544}{19600}=\frac{409}{1225}$.

Chọn B.

Ví dụ 19. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải:

Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó: $\begin{cases} a,b,c\in A \\ a\neq 0 \\ a\neq b; b\neq c; c\neq a \end{cases}$

Khi đó:

- Số cách chọn chữ số *a* có 5 cách chọn vì $a\neq 0$
- Số cách chọn chữ số *b* có 5 cách chọn vì $b\neq a$

- Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4 = 100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{100}^{1} = 100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{8}{100} = \dfrac{2}{25}$.

Chọn C.

Ví dụ 20. Cho tập hợp $A = \{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{35}$. **C.** $\dfrac{17}{35}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải:

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{840}^{1} = 840$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ".

- Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số 2; 4; 6; 8 là $C_4^2 = 6$ cách.
- Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba số 3; 5; 7 là $C_3^2 = 3$ cách.
- Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có 4! cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_4^2.C_3^2.4! = 432$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{432}{840} = \dfrac{18}{35}$.

Chọn D.

Ví dụ 21. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải:

Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{60}^1 = 60$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1;2;3),(1;2;6),(2;3;4)$ và $(2;4;6)$. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6.4 = 24$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$.

Chọn C.

Ví dụ 22. Cho tập hợp $A = \{1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải:

Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{300}^1 = 300$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1;2;3;4\}, A_2 = \{2;3;5\}, A_3 = \{1;4;5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là 4!.
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là 3!.
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là 3!.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$.

Chọn B.

Ví dụ 23. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^{8}$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10'. Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

- Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^{3} cách.
- Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_{8}^{4} cách.
- Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_{2}^{1} cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^{3}.C_{8}^{4}.C_{2}^{1}$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{10}^{3}.C_{8}^{4}.C_{2}^{1}}{C_{20}^{8}} = \dfrac{560}{4199}$.

Chọn A.

Ví dụ 24. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\dfrac{8}{89}$. **B.** $\dfrac{81}{89}$. **C.** $\dfrac{36}{89}$. **D.** $\dfrac{53}{89}$.

Lời giải:

Số phần tử của tập S là $9.10 = 90$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{90}^{2} = 4005$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau". Ta mô tả không gian của biến cố X như sau:

- Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị (chọn từ các chữ số $\{0;1;2;3;...;9\}$).
- Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục (chọn từ các chữ số $\{1;2;3;...;9\}$).

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 10.C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{360}{4005} = \dfrac{8}{89}$.

Chọn A.

Ví dụ 25. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\dfrac{49}{54}$. **B.** $\dfrac{5}{54}$. **C.** $\dfrac{1}{7776}$. **D.** $\dfrac{45}{54}$.

Lời giải:

Số phần tử của tập S là $9.A_9^8$

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = 9.A_9^8$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ". Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

- Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0, có C_7^1 cách.
- Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.
- Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2;4;6;8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2.C_4^4.6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $\left|\Omega_X\right| = C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{\left|\Omega_X\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!}{9.A_9^8} = \dfrac{5}{54}$

Chọn B.

Ví dụ 26. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** $\dfrac{13}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = 4^4$.

Gọi A là biến cố "1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- Giai đoạn thứ nhất: Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3.C_4^1$ cách.
- Giai đoạn thứ hai: Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = C_4^3.C_4^1.C_3^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{C_4^3.C_4^1.C_3^1}{4^4} = \dfrac{48}{4^4} = \dfrac{3}{16}$

Chọn B.

Ví dụ 27. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\dfrac{10}{13}$. **B.** $\dfrac{3}{13}$. **C.** $\dfrac{4769}{6561}$. **D.** $\dfrac{1792}{6561}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3^8$.

Gọi A là biến cố "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- Giai đoạn thứ nhất: Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.
- Giai đoạn thứ hai: Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3.2^5$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^3.2^5}{3^8} = \dfrac{1792}{6561}$.

Chọn D.

Ví dụ 28. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\dfrac{68}{91}$. **B.** $\dfrac{23}{91}$. **C.** $\dfrac{8}{91}$. **D.** $\dfrac{83}{91}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố "Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1C_4^1$ cách.
- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_2^1C_4^1 + C_3^1C_5^1 = 23$.

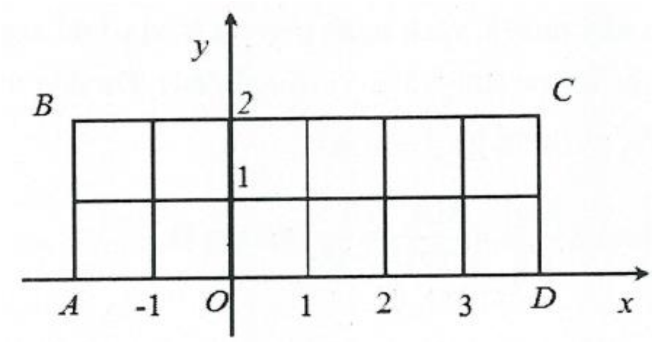
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{23}{91}$.

Chọn B.

Ví dụ 29. Trong mặt phẳng với tọa độ *Oxy* cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với *x, y* là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật *ABCD* (kể cả các điểm nằm trên cạnh). Gọi A là biến cố "x, y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\dfrac{7}{21}$. **B.** $\dfrac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{8}{21}$.

Lời giải:



Ta có: $\Omega = \{(x;y), -2 \le x \le 4, 0 \le y \le 2\}$, với $x, y \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{-2;-1;;1;2;3;4\}$ và $y \in \{0;1;2\}$

Suy ra $|\Omega| = 7.3 = 21$ (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có A: "x, y đều chia hết cho 2". Nên ta có $A = \{(x;y) : x \in \{-2;0;2;4\}; y \in \{0;2\}\}$.

Theo quy tắc nhân ta có $|\Omega_A| = 4.2 = 8 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{21}$.

Chọn D.

Ví dụ 30. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{1728}$. **D.** $\frac{5}{72}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có 6! cách.
- Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12 (gồm 5 vị trí giữa 6 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_7^3 cách để xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6!.A_7^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{6!.A_7^3}{9!} = \frac{5}{12}$.

Chọn A.

Ví dụ 31. Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{653}{660}$. **B.** $\frac{7}{660}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{14}{55}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 12!$.

Gọi A là biến cố "Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có 8! cách.
- Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán (gồm 7 vị trí giữa 8 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_9^4 cách để xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 8!.A_9^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{8!.A_9^4}{12!} = \dfrac{14}{55}$.

Chọn D.

Ví dụ 32. Gọi *M* là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *M*, tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau luôn lớn hơn chữ số đứng trước hoặc chữ số đứng sau luôn nhỏ hơn chữ số đứng trước.

Lời giải:

Tập *M* gồm $9A_9^4 = 27216$ số.

+ Xét trường hợp số có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước: Số đã cho không thể có chữ số 0, với mỗi cách chọn ra 5 chữ số khác 0 và khác nhau, ta chỉ lập được duy nhất 1 số cần tìm.

Vì vậy có $C_9^5 = 126$ số.

+ Xét trường hợp số có chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước:

Số đã cho có thể có chữ số 0, với mỗi cách chọn ra 5 chữ số khác nhau, ta cũng chỉ lập được duy nhất 1 số cần tìm. Vì vậy có $C_{10}^5 = 252$ số.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{126+252}{27216} = \dfrac{1}{72}$.

Ví dụ 33. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ.

Lời giải:

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = A_9^6 = 60480$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ". Khi đó:

+ Chọn 3 chữ số lẻ đôi một khác nhau từ các chữ số $1,3,5,7,9$ có C_5^3 cách.

+ Chọn 3 chữ số chẵn đôi một khác nhau từ các chữ số $2,4,6,8$ có C_4^3 cách.

+ Sắp xếp các chữ số trên để được số thỏa mãn biến cố A có 6! cách.

$\Rightarrow |A| = C_5^3.C_4^3.6! = 28800$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{28800}{60480} = \dfrac{10}{21}$.

Ví dụ 34. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau.

Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$.   **B.** $\frac{899}{1152}$.   **C.** $\frac{4}{7}$.   **D.** $\frac{26}{35}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 24^4$.

Gọi A là biến cố "4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.
- Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_4^2.24.23.22$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_4^2.24.23.22}{24^4} = \frac{C_4^2.23.22}{24^3} = \frac{253}{1152}$.

Chọn A.

Dạng 2: Tính xác suất thông qua biến cố đối

Ví dụ 1. Đề cương ôn tập cuối năm môn Toán lớp 12 có 40 câu hỏi. Đề thi cuối năm gồm 3 câu hỏi trong số 40 câu đó. Một học sinh chỉ ôn 20 câu trong đề cương. Giả sử các câu hỏi trong đề cương đều có khả năng được chọn làm câu hỏi thi như nhau. Hãy tính xác suất để có ít nhất 2 câu hỏi của đề thi cuối năm nằm trong số 20 câu hỏi mà học sinh nói trên đã ôn.

Lời giải:

Không gian mẫu có $|\Omega| = C_{40}^3 = 9880$ (phần tử).

Gọi A là biến cố "có ít nhất 2 câu hỏi của đề thi nằm trong số 20 câu đã ôn".

Ta thấy xảy ra một trong hai TH sau:

- TH1: Trong đề thi có đúng 2 câu hỏi trong 20 câu đã ôn.
- TH2: Trong đề thi có đúng 3 câu hỏi trong 20 câu đã ôn.

Do đó $|\Omega_A| = C_{20}^2.C_{20}^1 + C_{20}^1 = 1330$ (phần tử).

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1330}{9880} = \frac{7}{52}$.

Ví dụ 2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được chọn từ các số $0;1;2;3;4;5$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, tính xác suất để số được chọn có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc chữ số 2.

Lời giải:

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được chọn từ $0;1;2;3;4;5$ là $5.A_5^3 = 300$ (số).

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được chọn từ $0;3;4;5$ là $3.P_3 = 18$ (số).

Số các số tự nhiên được chọn có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc chữ số 2 là: $300-18=282$ (số).

Vậy xác suất cần tính là $\frac{282}{300}=\frac{47}{50}$.

Ví dụ 3. Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\frac{8005}{8008}$. **B.** $\frac{11}{14}$. **C.** $\frac{6289}{8008}$. **D.** $\frac{1719}{8008}$.

Lời giải:

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là: $|\Omega|=C_{16}^6=8008$.

Gọi A là biến cố "6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ".

Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

- TH1: Không có dây nào vàng, số cách lấy là: C_{13}^6.
- TH2: Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: $C_3^1.C_5^5$.

Suy ra $|\Omega_A|=C_{16}^6-C_{13}^6-C_3^1.C_5^5=6289$

Nên $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_{16}^6-C_{13}^6-C_3^1.C_5^5}{C_{16}^6}=\frac{6289}{8008}$.

Chọn C.

Ví dụ 4. Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\frac{212}{221}$. **B.** $\frac{9}{221}$. **C.** $\frac{59}{1326}$. **D.** $\frac{1267}{1326}$.

Lời giải:

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là $|\Omega|=C_{18}^8$ cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có C_{13}^8 cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có C_{12}^8 cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có C_{11}^8 cách.

Gọi A là biến cố "8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $|\Omega_A|=C_{18}^8-\left(C_{13}^8+C_{12}^8+C_{11}^8\right)=41811$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{41811}{C_{18}^8}=\frac{1267}{1326}$.

Chọn D.

Ví dụ 5. Chị bán hoa có 14 bông hoa hồng, trong đó có 6 bông hoa màu đỏ, 5 bông hoa màu hồng và 3 bông hoa màu vàng. Trong ngày Valentine 1 anh chàng chọn 4 bông hoa để tạo thành một bó hoa trong 14 bông hoa trên để tặng bạn gái của mình. Tính xác suất để 4 bông hoa được chọn không có quá 2 loại hoa khác màu.

Lời giải:

Số cách chọn 4 bông hoa từ 14 bông hoa là $C_{14}^4 = 1001$

Số cách chọn 4 bông hoa có đủ cả 3 màu được tính như sau:

Hoa đỏ có 2 bông, hoa hồng và hoa vàng có 1 bông. Số cách chọn là $C_6^2.C_5^1.C_3^1 = 225$

Hoa hồng có 1 bông, hoa đỏ và hoa vàng có 1 bông. Số cách chọn là $C_6^1.C_5^2.C_3^1 = 180$

Hoa vàng có 2 bông, hoa đỏ và hoa hồng có 1 bông. Số cách chọn là $C_6^1.C_5^1.C_3^2 = 90$

Vậy theo quy tắc cộng có $225 + 180 + 90 = 495$ cách chọn mà 4 bông hoa có đủ cả 3 màu.

Gọi A là biến cố: “4 bông hoa đó không có quá 2 loại hoa khác màu”.

Ta có: $|\Omega_A| = 1001 - 495 = 506$.

Do vậy $P(A) = \frac{506}{1001} = \frac{46}{91}$.

Ví dụ 6. Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{60}$. **C.** $\frac{59}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải:

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 5!$.

Gọi A là biến cố “số tìm được không bắt đầu bởi 135”.

Thì biến cố $\overline{A}$ là biến cố “số tìm được bắt đầu bởi 135”.

Buộc các số 135 lại thì ta còn 3 phần tử. Số các sô tạo thành thỏa mãn số 135 đứng đầu là $1.2.1 = 2$ cách $\Rightarrow |\Omega_A| = 120 - 2 = 118$ cách.

Nên $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{118}{120} = \frac{59}{60}$.

Chọn C.

Ví dụ 7. Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$. **B.** $\frac{1}{95}$. **C.** $\frac{6}{95}$. **D.** $\frac{89}{95}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$

Gọi *A* là biến cố “3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào”. Để tìm số phần tử của *A*, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.

- Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_4^1.C_{18}^1 = 72$.

Suy ra số phần tử của biến cố *A* là $\left|\Omega_A\right| = 1140 - 72 = 1068$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{1068}{1140} = \dfrac{89}{95}$.

Chọn D.

Ví dụ 8. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\dfrac{64}{65}$. **B.** $\dfrac{1}{65}$. **C.** $\dfrac{1}{256}$. **D.** $\dfrac{255}{256}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{30}^4 = 9880$.

Gọi *A* là biến cố “3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào”. Để tìm số phần tử của *A*, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.

- Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_4^1.C_{38}^1 = 152$.

Suy ra số phần tử của biến cố *A* là $\left|\Omega_A\right| = 9880 - 152 = 9728$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{9728}{9880} = \dfrac{64}{65}$.

Chọn A.

Ví dụ 9. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\dfrac{2808}{7315}$. **B.** $\dfrac{185}{209}$. **C.** $\dfrac{24}{209}$. **D.** $\dfrac{4507}{7315}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{22}^4 = 7315$

Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_7^1C_6^1C_5^1C_4^1 = 840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = \left|\Omega\right| - \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 6475$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{6475}{7315} = \dfrac{185}{209}$.

Chọn B.

Ví dụ 10. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\dfrac{810}{1001}$. **B.** $\dfrac{191}{1001}$. **C.** $\dfrac{4}{21}$. **D.** $\dfrac{17}{21}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{14}^6 = 3003$.

Gọi A là biến cố "6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

- TH1: Chọn 6 viên bi chỉ có một màu (chỉ chọn được màu vàng).

  Do đó, trường hợp này có $C_6^6 = 1$ cách.

- TH2: Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

  Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.

  Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.

  Do đó trường hợp này có $C_8^6 + \left(C_{11}^6 - C_6^6\right) + \left(C_9^6 - C_6^6\right) = 572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 1 + 572 = 573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = \left|\Omega\right| - \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{2430}{3003} = \dfrac{810}{1001}$.

Chọn A.

Ví dụ 11. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\dfrac{3}{7}$. **B.** $\dfrac{13}{64}$. **C.** $\dfrac{99}{323}$. **D.** $\dfrac{224}{323}$.

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi *A* là biến cố “4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi”. Để tìm số phần tử của biến cố *A*, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

- Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4.
- Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $\left(C_2^1\right)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_{10}^4.\left(C_2^1\right)^4 = 3360$.

Suy ra số phần tử của biến cố *A* là $\left|\Omega_A\right| = 4845 - 3360 = 1485$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{1485}{4845} = \dfrac{99}{323}$.

Chọn C.

Dạng 3: Tính xác suất thông qua các quy tắc cộng và nhân

Ví dụ 1. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

Lời giải:

Đặt *A* là biến cố “Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn”.

B là biến cố “Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn”.

C là biến cố “Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn”.

Ta có: $C = \left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$

Ta thấy $\left(A \cap B\right)$ và $\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ là hai biến cố xung khắc nên

$$P\left[\left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)\right] = P\left(A \cap B\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)P\left[\left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)\right] = P\left(A \cap B\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$$

Vì *A* và *B* là hai biến cố độc lập nên có $P\left(A \cap B\right) = P\left(A\right).P\left(B\right) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$.

$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$. Vậy $P\left(C\right) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Ví dụ 2. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{36}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Lời giải:

Đặt *A* là biến cố: “Chọn được hai viên bi xanh”

B là biến cố: “Chọn được hai viên bi đỏ”.

C là biến cố: “Chọn được hai viên bi vàng”.

Khi đó biến cố “Chọn được hai viên bi cùng màu” là biến cố $A \cup B \cup C$. Do *A, B, C* đôi một xung khắc với nhau nên theo quy tắc cộng ta có $P\left(A \cup B \cup C\right) = P\left(A\right) + P\left(B\right) + P\left(C\right)$

Ta có: $P\left(A\right) = \dfrac{C_4^2}{C_9^2} = \dfrac{6}{36}; P\left(B\right) = \dfrac{C_3^2}{C_9^2} = \dfrac{3}{36}; P\left(C\right) = \dfrac{C_2^2}{C_9^2} = \dfrac{1}{36}$

Vậy $P\left(A\cup B\cup C\right)=\frac{6}{36}+\frac{3}{36}+\frac{1}{36}=\frac{5}{18}$

Ví dụ 3. Túi I chứa 3 viên bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Lời giải:

Gọi A_t, A_d, A_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi B_t, B_d, B_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố A_t, A_d, A_x độc lập với B_t, B_d, B_x.

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là:

$P\left(A_tB_t\cup A_dB_d\cup A_xB_x\right)=P\left(A_tB_t\right)+P\left(A_dB_d\right)+P\left(A_xB_x\right)$

$=P\left(A_t\right)P\left(B_t\right)+P\left(A_d\right)P\left(B_d\right)+P\left(A_x\right)P\left(B_x\right)=\frac{3}{25}.\frac{10}{25}+\frac{7}{25}.\frac{6}{25}+\frac{15}{25}.\frac{9}{25}=\frac{207}{625}$

Chọn A.

Ví dụ 4. Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. 0,188. **B.** 0,024. **C.** 0,976. **D.** 0,812.

Lời giải:

Gọi A_j là biến cố "Xạ thủ thứ *j* bắn trúng". Với $j=\overline{1;3}$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A_1}\right)=1-0,6=0,4;\Rightarrow P\left(\overline{A_2}\right)=1-0,7=0,3;\Rightarrow P\left(\overline{A_3}\right)=1-0,8=0,2$

Gọi *A* là biến cố "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng" thì

$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)=0,4.0,3.0,2=0,024\Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-0,024=0,976$.

Chọn C.

Ví dụ 5. Trong dịp lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. 0,18. **B.** 0,03. **C.** 0,75. **D.** 0,81.

Lời giải:

Gọi *K* là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai", A_1 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần đầu", A_2 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2", A_3 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba".

$\Rightarrow P\left(K\right)=P\left(A_1\right)+P\left(\overline{A_1}A_2\right)+P\left(\overline{A_1A_2}A_3\right)=P\left(A_1\right)+P\left(\overline{A_1}\right)P\left(A_2\right)+P\left(\overline{A_1}\right)P\left(\overline{A_2}\right)P\left(A_3\right)$

$=0,75+0,25.0,6+0,25.0,4.0,3=0,81$

Chọn D.

Ví dụ 6. Một xạ thủ bắn từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.

- Vòng 9 điểm: 0,25.

- Vòng 8 điểm: 0,1.

- Vòng 7 điểm: 0,1.

- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm.

A. 0,15. **B.** 0,75. **C.** 0,165625. **D.** 0,8375.

Lời giải:

Ta có: $27 = 10 + 10 + 7 = 10 + 9 + 8 = 9 + 9 + 9$.

Với bộ $(10;10;7)$ có 3 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Với bộ $(10;9;8)$ có 6 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Với bộ $(9;9;9)$ có 1 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ được đúng 27 điểm là:

$P = 3.0,5^2.0,1 + 6.0,5.0,25.0,1 + 0,25^3 = 0,165625$.

Chọn C.

Ví dụ 7. Một vận động viên bắn súng, bắn ba viên đạn. Xác suất để trúng cả ba viên vòng 10 là 0,008, xác suất để 1 viên trúng vòng 8 là 0,15 và xác suất để 1 viên trúng vòng dưới 8 là 0,4. Biết rằng các lần bắn là độc lập với nhau. Tìm xác suất để vận động viên đạt ít nhất 28 điểm.

Lời giải:

Gọi *A* là biến cố "1 viên trúng vòng 10", khi đó: $\left[P(A)\right]^3 = 0.008 \Rightarrow P(A) = 0.2$.

B là biến cố "1 viên trúng vòng 9".

C là biến cố "1 viên trúng vòng 8".

D là biến cố "1 viên trúng vòng dưới 8".

Do *A, B, C, D* đôi 1 xung khắc nên $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1 \Rightarrow P(B) = 0,25$.

X là biến cố "VĐV đạt ít nhất 28 điểm".

Để đạt ít nhất 28 điểm thì cần:

- 2 viên trúng 10, 1 viên trúng 8:

  Theo quy tắc cộng và nhân xác suất ta có điều này xảy ra với xác suất: $C_3^2.(0.2)^2.(0.15)$

- 2 viên trúng 9, 1 viên trúng 10:

  Theo quy tắc cộng và nhân xác suất ta có điều này xảy ra với xác suất: $C_3^2.(0.25)^2.(0.2)$

- 2 viên trúng 10, 1 viên trúng 9:

  Theo quy tắc cộng và nhân xác suất ta có điều này xảy ra với xác suất: $C_3^2.(0.2)^2.(0.25)$

- Cả 3 viên trúng 10 với xác suất 0.008.

Theo quy tắc cộng ta có: $P(X)=C_3^2.(0.2)^2.(0.15)+C_3^2.(0.25)^2.(0.2)+C_3^2.(0.2)^2.(0.25)+0.008=0.0935$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Câu 2. Gieo một con súc sắc 2 lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Câu 3. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần, tính xác suất để biến cố có tích hai lần số chấm khi gieo súc sắc là một số chẵn.

A. 0,25. **B.** 0,5. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Câu 5. Gieo 3 con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc như nhau là?

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Câu 6. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Câu 7. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$. **B.** $\frac{95}{408}$. **C.** $\frac{5}{102}$. **D.** $\frac{25}{136}$.

Câu 8. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Có ba bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. **B.** $\frac{1}{71}$. **C.** $\frac{36}{71}$. **D.** $\frac{994}{4845}$.

Câu 10. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Câu 11. Cho hai hộp bi, mỗi hộp có 2 viên bi đỏ và 8 bi trắng. Các viên bi chỉ khác nhau về màu. Cho hai người lấy mỗi người một hộp và từ mỗi hộp của mình, mỗi người lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để hai người lấy được số bi đỏ như nhau.

A. $\frac{14}{15}$. **B.** $\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{11}{25}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Câu 12. Xác suất một xạ thủ bắn trúng hồng tâm là 0,6. Tính xác suất để sau 3 lần bắn độc lập, xạ thủ đó bắn trúng hồng tâm không quá một lần.

A. $\frac{44}{152}$. **B.** $\frac{44}{125}$. **C.** $\frac{288}{15625}$. **D.** $\frac{4}{25}$.

Câu 13. Xếp ngẫu nhiên ba người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{15}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 14. Bạn An có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị sô cô la. An lấy ngẫu nhiên ra 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng em gái. Tính xác suất *P* để 5 cái kẹo mà An tặng em gái có cả vị hoa quả và vị sô cô la.

A. $P=\frac{140}{143}$. **B.** $P=\frac{79}{156}$. **C.** $P=\frac{103}{117}$. **D.** $P=\frac{14}{117}$.

Câu 15. Một chiếc hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh và 4 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy ra 4 viên bi có đủ ba màu.

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{6}{11}$.

Câu 16. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Câu 17. Đội tuyển học sinh giỏi Toán 12 trường THPT SVIP số 3 gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi thi học sinh giỏi cấp huyện. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ.

A. $P=\frac{11}{56}$. **B.** $P=\frac{45}{56}$. **C.** $P=\frac{46}{56}$. **D.** $P=\frac{55}{56}$.

Câu 18. Thầy Hùng có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lý và 6 cuốn sách Hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy Hùng có đủ 3 môn.

A. $\frac{54}{715}$. **B.** $\frac{661}{715}$. **C.** $\frac{2072}{2145}$. **D.** $\frac{73}{2145}$.

Câu 19. Trong năm học 2018 – 2019, trường THPT chuyên Đại học Vinh có 13 lớp học sinh khối 10, 12 lớp học sinh khối 11 và 12 lớp học sinh khối 12. Nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20-11, nhà trường chọn ngẫu nhiên 2 lớp trong trường để tham gia hội diễn văn nghệ của trường Đại học Vinh. Xác suất để 2 lớp được chọn không cùng một khối là:

A. $\frac{76}{111}$. **B.** $\frac{87}{111}$. **C.** $\frac{78}{111}$. **D.** $\frac{67}{111}$.

Câu 20. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng:

A. $\frac{5}{22}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{8}{11}$.

Câu 21. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{4}{165}$. **B.** $\frac{33}{91}$. **C.** $\frac{24}{455}$. **D.** $\frac{4}{455}$.

Câu 22. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Câu 23. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. **B.** $\frac{48}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{81}{95}$.

Câu 24. Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Câu 25. Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có 2 bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả hai bạn Việt và Nam nằm chung một bảng đấu.

A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 26. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp, tính xác suất để hai viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{14}{33}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{37}{66}$.

Câu 27. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Câu 28. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 29. Cho tập hợp $A=\{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Câu 30. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Câu 31. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 32. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Câu 33. Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{568}{667}$. **C.** $\frac{33}{667}$. **D.** $\frac{634}{667}$.

Câu 34. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Câu 35. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{7776}$. **D.** $\frac{45}{54}$.

Câu 36. Gọi S là tập các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số trong S. Xác suất để số được chọn lớn hơn hoặc bằng 2018 là

A. $\frac{283}{2296}$. **B.** $\frac{1007}{1148}$. **C.** $\frac{2013}{2296}$. **D.** $\frac{2237}{2520}$.

Câu 37. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi *P* là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó *P* bằng

A. $P=\frac{1}{12}$. **B.** $P=\frac{16}{33}$. **C.** $P=\frac{10}{33}$. **D.** $P=\frac{2}{11}$.

Câu 38. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng của 6 số ghi trên các tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{100}{231}$. **C.** $\frac{118}{231}$. **D.** $\frac{115}{231}$.

Câu 39. Cho *X* là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Lấy ngẫu nhiên một số *X* thuộc *X*. Tính xác suất để *X* chia hết cho 6.

A. $\frac{8}{64}$. **B.** $\frac{9}{64}$. **C.** $\frac{11}{64}$. **D.** $\frac{10}{64}$.

Câu 40. Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các phần tử của tập *A* sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{1}{45}$. **B.** $\frac{11}{420}$. **C.** $\frac{1}{40}$. **D.** $\frac{11}{360}$.

Câu 41. Gọi *S* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc *S*. Tính xác suất để lấy được một số chia hết cho 11 và tổng bốn chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A. $P=\frac{8}{21}$. **B.** $P=\frac{2}{63}$. **C.** $P=\frac{1}{126}$. **D.** $P=\frac{1}{63}$.

Câu 42. Gọi *X* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *X*, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

A. $\frac{512}{3125}$. **B.** $\frac{198}{6125}$. **C.** $\frac{396}{6250}$. **D.** $\frac{369}{6250}$.

Câu 43. Gọi *S* là tập hợp các số tự nhiên, mỗi số không có quá 3 chữ số và tổng các chữ số bằng 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ *S*. Tính xác suất để số lấy ra có chữ số hàng trăm là 4.

A. $\frac{6}{55}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{1}{11}$. **D.** $\frac{4}{55}$.

Câu 44. Gọi *S* là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập *S*. Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{11}{27}$. **B.** $\frac{21}{32}$. **C.** $\frac{12}{27}$. **D.** $\frac{23}{32}$.

Câu 45. Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;6\}$. Gọi *B* là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập *A*. Chọn ngẫu nhiên 2 số thuộc tập *B*. Tính xác suất để trong 2 số vừa chọn có đúng một số có mặt chữ số 3.

A. $\frac{80}{359}$. **B.** $\frac{159}{360}$. **C.** $\frac{160}{359}$. **D.** $\frac{161}{360}$.

Câu 46. Cho *A* là tập tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị là chữ số 1.

A. $\frac{643}{45000}$. **B.** $\frac{1285}{90000}$. **C.** $\frac{107}{7500}$. **D.** $\frac{143}{10000}$.

Câu 47. Cho các số $0,1,2,3,4,5,6$ lập thành một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau dạng $\overline{abcdef}$. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn $a+b=c+d=e+f$.

A. $\frac{4}{85}$. **B.** $\frac{5}{158}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** $\frac{4}{135}$.

Câu 48. Gọi *S* là tập hợp gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập *S*. Xác suất để số lấy ra dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn $a_1<a_2<a_3$ và $a_3>a_4>a_5$ bằng

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{48}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Câu 49. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Gọi *S* là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số được lập thành từ các chữ số thuộc *A*. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *S*. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 6.

A. $\frac{9}{28}$. **B.** $\frac{4}{27}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 50. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích của ba số ở ba lần gieo (mỗi số là số chấm trên mặt súc sắc). Tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\frac{82}{216}$. **B.** $\frac{60}{216}$. **C.** $\frac{90}{216}$. **D.** $\frac{83}{216}$.

Câu 51. Cho tập $H=\left\{n\in\mathbb{N}^{*} \mid n\le 100\right\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử thuộc tập H. Tính xác suất để chọn được ba phần tử lập thành một cấp số cộng.

A. $\frac{1}{132}$. **B.** $\frac{2}{275}$. **C.** $\frac{1}{66}$. **D.** $\frac{4}{275}$.

Câu 52. Từ một hộp có 1000 thẻ được đánh số từ 1 đến 1000. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất để chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ đó nhỏ hơn 700.

A. $\frac{243250}{C_{1000}^{2}}$. **B.** $\frac{121801}{C_{1000}^{2}}$. **C.** $\frac{243253}{C_{1000}^{2}}$. **D.** $\frac{121975}{C_{1000}^{2}}$.

Câu 53. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ tập hợp X lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a<b<c<d<e<f$ là

A. $\frac{31}{68040}$. **B.** $\frac{1}{2430}$. **C.** $\frac{33}{60480}$. **D.** $\frac{29}{60480}$.

Câu 54. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1079}{4913}$. **B.** $\frac{23}{68}$. **C.** $\frac{1728}{4913}$. **D.** $\frac{1637}{4913}$.

Câu 55. Có 5 bạn học sinh nam và 5 bạn học sinh nữ, trong đó có một bạn nữ tên Tự và một bạn nam tên Trọng. Xếp ngẫu nhiên 10 bạn vào một dãy ghế sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi. Tính xác suất để không có hai học sinh nam nào ngồi kề nhau và bạn Tự ngồi kề với bạn Trọng.

A. $\frac{1}{252}$. **B.** $\frac{1}{63}$. **C.** $\frac{1}{192}$. **D.** $\frac{1}{126}$.

Câu 56. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có 2 người nào cạnh nhau.

A. $\frac{55}{126}$. **B.** $\frac{21}{55}$. **C.** $\frac{7}{110}$. **D.** $\frac{6}{11}$.

Câu 57. Người ta sử dụng 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật lí, 9 cuốn sách Hóa học (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Thảo và Hiền. Tính xác suất để hai bạn Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{19}{66}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 58. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, một nút được ghi một số tự nhiên từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại (không cho mở nữa).

A. $\frac{189}{1003}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{631}{3375}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 59. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2. Trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt. Trên d_2 lấy 4 điểm phân biệt. Xét tất cả các tam giác có các đỉnh là các điểm trong 10 điểm đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác. Xác suất để thu được tam giác có hai điểm thuộc d_1 là:

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 60. Trên mặt phẳng, cho hình vuông có cạnh bằng 2. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Gọi P là xác suất để điểm được chọn thuộc vào hình tròn nội tiếp hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên đường tròn nội tiếp hình vuông), giá trị gần nhất của P là

A. 0,242. **B.** 0,215. **C.** 0,785. **D.** 0,758.

Câu 61. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm, 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành ba cạnh cả một tam giác là

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho hình chữ nhật *OMNP* với $M(0;10), N(100;10), P(100;0)$. Gọi *S* là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của hình chữ nhật *OMNP*. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \le 90$.

A. $\frac{169}{200}$. **B.** $\frac{473}{500}$. **C.** $\frac{845}{1111}$. **D.** $\frac{86}{101}$.

Câu 63. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Gọi *S* là tập hợp các tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác. Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập *S*. Tính xác suất để chọn được tam giác có một góc lớn hơn 140 độ

A. 0,1478. **B.** $\frac{898}{6051}$. **C.** 0,1472. **D.** $\frac{298}{2017}$.

Câu 64. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn tâm *O*, biết đa giác có 170 đường chéo. Tính xác suất *P* của biến cố chọn được ba đỉnh sao cho ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

A. $P = \frac{3}{19}$. **B.** $P = \frac{8}{57}$. **C.** $P = \frac{1}{57}$. **D.** $P = \frac{16}{19}$.

Câu 65. Cho một đa giác đều 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

A. $\frac{22}{47}$. **B.** $\frac{33}{94}$. **C.** $\frac{11}{47}$. **D.** $\frac{33}{47}$.

Câu 66. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật là

A. $\frac{6}{323}$. **B.** $\frac{3}{323}$. **C.** $\frac{15}{323}$. **D.** $\frac{14}{323}$.

Câu 67. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ của nó là các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau vậy thì xác suất để chọn được một điểm và khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là

A. $\frac{13}{81}$. **B.** $\frac{15}{81}$. **C.** $\frac{13}{32}$. **D.** $\frac{11}{16}$.

Câu 68. Cho tứ diện đều *ABCD*. Trên mỗi cạnh của tứ diện, ta đánh dấu 3 điểm chia đều các cạnh tương ứng thành các phần bằng nhau. Gọi *S* là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh lấy từ 18 điểm đã đánh dấu. Lấy ra từ *S* một tam giác, xác suất để mặt phẳng chứa tam giác đó song song với đúng một cạnh của tứ diện đã cho bằng

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{9}{34}$.

Câu 69. Cho (H) là đa giác đều 2n đỉnh nội tiếp đường tròn tâm $(O)\left(n\in\mathbb{N}^*, n\geq 2\right)$. Gọi *S* là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác (H). Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập *S*, biết rằng xác suất được chọn một tam giác vuông trong tập *S* là $\frac{3}{29}$. Tìm *n*?

A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 12.

Câu 70. Cho đa giác đều *P* gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của *P*. Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{14}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 71. Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn (C). Lấy ngẫu nhiên hai đường chéo trong số các đường chéo của đa giác. Tính xác suất để lấy được hai đường chéo cắt nhau và giao điểm của hai đường chéo này nằm bên trong đường tròn.

A. $\frac{17}{63}$. **B.** $\frac{57}{169}$. **C.** $\frac{19}{63}$. **D.** $\frac{19}{169}$.

Câu 72. Cho đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp đường tròn (O). Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H). Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần nhất với số nào trong các số sau đây?

A. 85,40%. **B.** 13,4%. **C.** 40,35%. **D.** 80,70%.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-C	2-B	3-B	4-C	5-C	6-A	7-B	8-C	9-D	10-A
11-C	12-D	13-D	14-A	15-D	16-B	17-B	18-B	19-A	20-C
21-D	22-B	23-C	24-C	25-D	26-D	27-B	28-C	29-D	30-B
31-A	32-A	33-A	34-A	35-B	36-C	37-B	38-C	39-C	40-D
41-D	42-B	43-A	44-A	45-C	46-A	47-D	48-C	49-B	50-D
51-C	52-B	53-A	54-D	55-D	56-D	57-C	58-A	59-D	60-C
61-D	62-D	63-D	64-B	65-C	66-B	67-A	68-B	69-A	70-D
71-B	72-D								

Câu 1: Không gian mẫu là $|\Omega| = 2^4 = 16$

Gọi A là biến cố: cả bốn lần xuất hiện mặt sấp.

Khi đó $|\Omega_A| = 1 \Rightarrow P(A) = \dfrac{1}{16}$. Chọn C.

Câu 2: Không gian mẫu là $|\Omega| = 6^2 = 36$

Gọi A là biến cố: ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm.

TH1: Cả 2 lần đều xuất hiện mặt 6 chấm có 1 cách.

TH2: Chỉ 1 lần xuất hiện mặt 6 chấm có $2.1.C_5^1 = 10$ cách.

Vậy $|\Omega_A| = 11 \Rightarrow P(A) = \dfrac{11}{36}$. Chọn B.

Câu 3: Không gian mẫu là $|\Omega| = 6^2 = 36$

Gọi A là biến cố: tổng hai mặt ở hai lần bằng 8.

Các trường hợp thuận lợi cho A là $\{(6;2);(2;6);(5;3);(3;5);(4;4)\}$

Suy ra $|\Omega_A| = 5 \Rightarrow P(A) = \dfrac{5}{36}$. Chọn B.

Câu 4: Không gian mẫu là $|\Omega| = 6^2 = 36$

Gọi A là biến cố: tích hai lần số chấm khi gieo súc sắc là một số chẵn.

TH1: Cả 2 lần đều giao được số chẵn có $3.3 = 9$ cách.

TH2: Một lần được số chẵn, 1 lần gieo được số lẻ có $2.C_3^1.C_3^1 = 18$ cách.

Do đó $|\Omega_A| = 27 \Rightarrow P(A) = \dfrac{27}{36} = 0,75$. Chọn C.

Câu 5: Không gian mẫu là $|\Omega| = 6^3 = 216$

Gọi A là biến cố: số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc như nhau.

Có 6 trường hợp thuận lợi cho A.

Do đó $P\left(A\right)=\dfrac{6}{216}$. Chọn C.

Câu 6: Chọn ra 4 người có $\left|\Omega\right|=C_{13}^{4}=715$

Gọi A là biến cố: trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

TH1: 4 người được chọn có 3 nữ và 1 nam có: $C_{8}^{3}.C_{5}^{1}$

TH2: 4 người được chọn đều là nữ có C_{8}^{4}

Vậy $\left|\Omega_{A}\right|=C_{8}^{3}.C_{5}^{1}+C_{8}^{4}=350\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{350}{715}=\dfrac{70}{143}$. Chọn A.

Câu 7: Chọn 5 viên bi trong hộp có C_{18}^{5} cách chọn.

Gọi A là biến cố: 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

TH1: 1 đỏ, 1 vàng và 3 xanh có: $C_{6}^{1}.C_{7}^{1}.C_{5}^{3}$ cách.

TH2: 2 đỏ, 2 vàng và 1 xanh có: $C_{6}^{2}.C_{7}^{2}.C_{5}^{1}$ cách.

Suy ra $\left|\Omega_{A}\right|=C_{6}^{1}.C_{7}^{1}.C_{5}^{3}+C_{6}^{2}.C_{7}^{2}.C_{5}^{1}=1995\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{1995}{C_{18}^{5}}=\dfrac{95}{408}$. Chọn B.

Câu 8: Chọn 4 viên bi trong hộp có: C_{12}^{4} cách chọn.

Gọi A là biến cố: 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

TH1: Có 1 bi đỏ, 0 bi vàng và 3 bi xanh có: $C_{5}^{1}.C_{4}^{3}=20$

TH2: Có 2 bi đỏ, 0 bi vàng và 2 bi xanh có: $C_{5}^{2}.C_{4}^{2}=60$

TH3: Có 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh có: $C_{5}^{2}.C_{3}^{1}.C_{4}^{1}=120$

TH4: Có 3 bi đỏ, 0 bi vàng và 1 bi xanh có: $C_{5}^{3}.C_{4}^{1}=40$

Suy ra $\left|\Omega_{A}\right|=20+60+120+40=240\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{240}{C_{12}^{4}}=\dfrac{16}{33}$. Chọn C.

Câu 9: Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ 3 bó có C_{21}^{7} cách chọn.

Gọi A là biến cố: trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số ly.

TH1: Có 1 bông hồng, 1 bông ly và 5 bông huệ có: $C_{8}^{1}.C_{7}^{1}.C_{6}^{5}=336$ cách.

TH2: Có 2 bông hồng, 2 bông ly và 3 bông huệ có: $C_{8}^{2}.C_{7}^{2}.C_{6}^{3}=11760$ cách.

TH3: Có 3 bông hồng, 3 bông ly và 1 bông huệ có: $C_{8}^{3}.C_{7}^{3}.C_{6}^{1}=11760$ cách.

Suy ra $\left|\Omega_{A}\right|=336+11760+11760=23856\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{23856}{C_{21}^{7}}=\dfrac{994}{4845}$. Chọn D.

Câu 10: Chọn 3 học sinh bất kỳ có: C_{13}^{3} cách chọn.

Gọi A là biến cố: 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

TH1: 1 học sinh nữ khối 12, 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nam khối 11 có $C_8^1.C_3^1.C_2^1$

TH2: 1 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11 có $C_3^1.C_2^2$

TH3: 2 học sinh nữ khối 12 và 1 học sinh nam khối 11 có $C_3^2.C_2^1$

Vậy $|\Omega_A| = C_8^1.C_3^1.C_2^1 + C_3^1.C_2^2 + C_3^2.C_2^1 = 57 \Rightarrow P(A) = \frac{57}{C_{13}^3} = \frac{57}{286}$. Chọn A.

Câu 11:

TH1: Mỗi bạn chọn 1 bi đỏ và 2 bi trắng $\Rightarrow$ có $\left(C_2^1.C_8^2\right)^2$ cách.

TH2: Mỗi bạn chọn 2 bi đỏ và 1 bi trắng $\Rightarrow$ có $\left(C_2^2.C_8^1\right)^2$ cách.

TH3: Mỗi bạn chọn 3 bi đỏ và 0 bi trắng $\Rightarrow$ có $\left(C_8^3\right)^2$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{\left(C_2^1.C_8^2\right)^2 + \left(C_2^2.C_8^1\right)^2 + \left(C_8^3\right)^2}{C_{10}^3.C_{10}^3} = \frac{11}{25}$. Chọn C.

Câu 12:

TH1: Xạ thủ bắn trúng hồng tâm 1 lần $\Rightarrow P_1 = 0,6.(1-0,6)^2 = 0,096$

TH2: Xạ thủ không bắn trúng hồng tâm lần nào $\Rightarrow P_2 = (1-0,6)^3 = 0,064$

Vậy xác suất cần tính là $P = P_1 + P_2 = 0,16$. Chọn D.

Câu 13: Số cách xếp 6 người vào 6 cái ghế là $6! = 720$ cách.

Số cách xếp của đứa bé là: 4 cách (4 ghế ở giữa).

Số cách xếp của 2 người đàn ông ngồi hai bên đứa bé là $2! = 2$ cách.

Số cách xếp của 3 người đàn ông là $3! = 6$ cách.

Số cách xếp để đứa bé ngồi giữa người đàn bà là $3.2.6 = 48$ cách.

Xác suất để đứa bé ngồi giữa người đàn bà là $P = \frac{144}{720} = \frac{1}{15}$. Chọn D.

Câu 14: Ta có không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^5 = 1287$

TH1: 4 kẹo hoa quả và 1 kẹo socola có $C_7^4C_6^1 = 210$ cách.

TH2: 3 kẹo hoa quả và 2 kẹo socola có $C_7^3C_6^2 = 525$ cách.

TH3: 2 kẹo hoa quả và 3 kẹo socola có $C_7^2C_6^3 = 420$ cách.

TH4: 1 kẹo hoa quả và 4 kẹo socola có $C_7^1C_6^4 = 105$ cách.

Vậy có 1260 cách để A xếp kẹo vào hộp suy ra $P = \frac{1260}{1287} = \frac{140}{143}$. Chọn A.

Câu 15: Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp có $|\Omega| = C_{12}^4$ cách.

Gọi A là biến cố: 4 viên bi có đủ ba màu.

TH1: 4 bi có 2 bi trắng, 1 bi xanh và 1 bi vàng có $C_5^2.C_3^1.C_4^1$

TH2: 4 bi có 1 bi trắng, 2 bi xanh và 1 bi vàng có $C_5^1.C_3^2.C_4^1$

TH3: 4 bi có 1 bi trắng, 1 bi xanh và 2 bi vàng có $C_5^1.C_3^1.C_4^2$

Suy ra $\left|\Omega_A\right| = C_5^2.C_3^1.C_4^1 + C_5^1.C_3^2.C_4^1 + C_5^1.C_3^1.C_4^2 = 270$

Do đó xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{270}{C_{12}^4} = \dfrac{6}{11}$. Chọn D.

Câu 16: Sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 2 dãy ghế có $\left|\Omega\right| = 6!$ cách sắp xếp.

Gọi A là biến cố "mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ".

Chọn 3 vị trí cho các bạn nam sao cho không có 2 bạn nam ngồi đối diện có $2!.2!.2! = 8$ cách.

Sắp xếp 3 bạn nam vào 3 vị trí đó có 3! cách.

Sắp xếp các bạn nữ ngồi đối diện với các bạn nam vào 3 vị trí còn lại có: 3! cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $\left|\Omega_A\right| = 8.3!.3!$

Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{8.3!.3!}{6!} = \dfrac{2}{5}$. Chọn B.

Câu 17: Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ 8 học sinh có $\left|\Omega\right| = C_8^5$

Gọi A là biến cố "5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ".

TH1: có 4 học sinh nam và 1 học sinh nữ: $C_5^4.C_3^1$

TH2: có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ: $C_5^3.C_3^2$

Suy ra $\left|\Omega_A\right| = C_5^4.C_3^1 + C_5^3.C_3^2 = 45$ do đó xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{45}{C_8^5} = \dfrac{45}{56}$. Chọn B.

Câu 18: Chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách cho $\left|\Omega\right| = C_{15}^8$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: cuốn sách còn lại của thầy Hùng có đủ 3 môn.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: 7 cuốn sách còn lại không có đủ cả 3 môn bằng biến cố 8 cuốn lấy ra có ít nhất 1 môn bị lấy hết.

Do đó $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_4^4.C_{11}^4 + C_5^5.C_{10}^3 + C_6^6.C_9^2 = 486$

Suy ra $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{486}{C_{15}^8} = \dfrac{661}{715}$. Chọn B.

Câu 19: Chọn 2 lớp bất kỳ trong tổng 36 lớp có $\left|\Omega\right| = C_{37}^2$ cách.

Gọi A là biến cố: 2 lớp được chọn không cùng một khối.

Như vậy $\overline{A}$ là biến cố: "2 lớp được chọn cùng một khối".

Ta có: $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = C_{13}^2 + C_{12}^2 + C_{12}^2 = 210 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{210}{C_{37}^2} = \dfrac{35}{111} \Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{76}{111}$. Chọn A.

Câu 20:

TH1: 2 quả cầu chọn ra cùng màu xanh $\Rightarrow$ có C_5^2 cách.

TH2: 2 quả cầu chọn ra cùng màu đỏ $\Rightarrow$ có C_6^2 cách.

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{C_5^2+C_6^2}{C_{11}^2}=\dfrac{5}{11}$. Chọn C.

Câu 21: Lấy 3 quả cầu trong 15 quả cầu có C_{15}^3 cách $\Rightarrow n(\Omega)=C_{15}^3$.

Gọi X là biến cố *"lấy được 3 quả cầu màu xanh"*.

Số cách lấy 3 quả cầu màu xanh trong 4 quả cầu màu xanh là C_4^3

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X)=C_4^3=4$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{C_{15}^3}=\dfrac{4}{455}$. Chọn D.

Câu 22: Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi có $|\Omega|=C_{22}^4$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "Không có 2 bi nào cùng màu".

Ta có: $\left|\Omega_{\overline{A}}\right|=C_7^1.C_6^1.C_5^1.C_4^1=840$ suy ra $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{840}{C_{22}^4}=\dfrac{24}{209}$

Do đó $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{185}{209}$. Chọn B.

Câu 23: Số phần tử của không gian mẫu là $\Omega=20.19=380$.

Gọi A là biến cố: kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

TH1: 2 quả cùng màu trắng có $8.7=56$ cách.

TH2: 2 quả cầu cùng màu đen có $12.11=132$ cách.

Do đó $|\Omega_A|=56+132=188\Rightarrow P(A)=\dfrac{188}{380}=\dfrac{47}{95}$. Chọn C.

Câu 24: Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^3.C_6^3.C_3^3$

Gọi X là biến cố *"3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau"*.

Bước 1: Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có 3! cách.

Bước 2: Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng *A, B, C* này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3}=\dfrac{540}{1680}=\dfrac{9}{28}$. Chọn C.

Câu 25: Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_8^4.C_4^4$.

Gọi X là biến cố *"2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu"*.

Bước 1: Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.

Bước 2: Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng A, B cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2.C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=C_2^1.C_6^2.C_4^4$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^4.C_4^4}{C_2^1.C_6^2.C_4^4}=\dfrac{3}{7}$. Chọn D.

Câu 26: Số cách lấy 2 viên bi từ hộp là $C_{12}^2=66$ cách.

Số cách lấy ra 2 viên bi gồm 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và khác số là $4.4=16$ cách.

Số cách lấy ra 2 viên bi gồm 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng và khác số là $3.4=12$ cách.

Số cách lấy ra 2 viên bi gồm 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng và khác số là $3.3=9$ cách.

Vậy số cách lấy vừa khác màu vừa khác số là $16+12+9=37$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{37}{66}$. Chọn D.

Câu 27: Chọn 3 viên bi có C_{50}^3 cách chọn.

Gọi A là biến cố: tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2.

Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp

TH1: 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.

TH2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right|=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{6544}{C_{50}^3}=\dfrac{409}{1225}$. Chọn B.

Câu 28: Số các số có 3 chữ số được lập từ chữ số của tập A là $5.5.4=100$ số.

Như vậy chọn ngẫu nhiên 1 số từ S ta được $|\Omega|=100$.

Gọi X là biến cố: số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

Số thỏa mãn điều kiện có dạng $\overline{1a2}$ hoặc $\overline{2a4}$, mỗi dạng có 4 số thỏa mãn nên suy ra $\left|\Omega_A\right|=2.4=8$ số.

Vậy $P(A)=\dfrac{8}{100}=\dfrac{2}{25}$. Chọn C.

Câu 29: Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A là A_7^4.

Suy ra $|\Omega| = A_7^4 = 840$, gọi A là biến cố: số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số.

Chọn 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn từ tập A có $C_4^2.C_3^2$ cách, sắp xếp 4 chữ số này thành 1 số ta sẽ có $C_4^2.C_3^2.4!$ cách.

Do đó $P(A) = \frac{C_4^2.C_3^2.4!}{840} = \frac{18}{35}$. Chọn D.

Câu 30: Không gian mẫu là $|\Omega| = A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$ số.

Gọi A là biến cố: số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

Để tổng các chữ số của số đó bằng 10 từ tập hợp $A = \{1;2;3;4;5\}$ thì nhiều nhất là số có 4 chữ.

TH1: Số có 4 chữ số thì các số đó thuộc tập $\{1;2;3;4\}$ suy ra là hoán vị của các chữ số đó: 4! số.

TH2: Số có 3 chữ số lập từ $A = \{1;2;3;4;5\}$ là các bộ sau: $\{1;4;5\},\{2;3;5\}$, suy ra số cách là $3!+3!$.

Vậy tổng số cách thỏa mãn đề là: $4!+3!+3! = 36$ cách.

Vậy xác suất để bốc được số thỏa mãn đề là: $P(A) = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$ Chọn B.

Câu 31: Không gian mẫu là $|\Omega| = A_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

TH1: Có 1 chữ số 5 và 2 số thuộc tập $\{1;2;3;4;6;7;8;9\}$ có $C_8^2.2! = 56$ số.

TH2: Có 1 chữ số 0 và 2 số thuộc tập $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ có $C_9^2.2.2.1 = 144$ số.

Suy ra $|\Omega_A| = 56 + 144 = 200 \Rightarrow P(A) = \frac{200}{A_{10}^3} = \frac{5}{18}$. Chọn A.

Câu 32: Chọn ngẫu nhiên 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ có C_{20}^8 cách $\Rightarrow n(\Omega) = C_{20}^8$

Gọi X là biến cố *"có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10".* Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 1 tấm thẻ mang số 10, 3 tấm thẻ mang số lẻ và 4 tấm thẻ mang số chẵn (do 1 thẻ mang số 10 là số chẵn) $\to$ có $C_{10}^3.C_8^4$ cách chọn.

TH2: 1 tấm thẻ mang số 20, 3 tấm thẻ mang số lẻ và 4 tấm thẻ mang số chẵn (do 1 thẻ mang số 20 là số chẵn) $\to$ có $C_{10}^3.C_8^4$ cách chọn.

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X) = 2.C_{10}^3.C_8^4$

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{2.C_{10}^3.C_8^4}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}$. Chọn A.

Câu 33: Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có C_{30}^{10} cách $\Rightarrow n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi X là biến cố *"có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10"*. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 1 tấm thẻ mang số 10, 5 tấm thẻ mang số lẻ và 4 tấm thẻ mang số chẵn (do 1 thẻ mang số 10 là số chẵn và lấy 4 thẻ chẵn trong 12 thẻ chẵn vì trừ đi hai số 20, 30) $\to$ có $C_{15}^3.C_{12}^4$ cách chọn.

TH2: 1 tấm thẻ mang số 20.

TH3: 1 tấm thẻ mang số 30 (tương tự TH1).

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X)=3.C_{15}^5.C_{12}^4$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{3.C_{15}^5.C_{12}^4}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$. Chọn A.

Câu 34: Số các số có 2 chữ số là $9.10=90$ số.

Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S là C_{90}^2 cách.

Gọi A là biến cố: hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

Xét các số có 2 chữ số hàng đơn vị giống nhau.

Có 9 số có chữ số hàng đơn vị là 0, có 9 số có chữ số hàng đơn vị là 1….. có 9 số có chữ số hàng đơn vị là 9.

Do đó có $|\Omega_A|=10.C_9^2$ cách chọn 2 số có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

Vậy $P(A)=\dfrac{10.C_9^2}{C_{90}^2}=\dfrac{8}{89}$. Chọn A.

Câu 35: Số các số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau là $9.A_9^8$ số.

Xếp các số thỏa mãn đề bài:

Có C_5^4 cách chọn 4 chữ số lẻ.

Đầu tiên ta xếp vị trí cho chữ số 0, do chữ số 0 không thể đứng đầu và cuối nên có 7 cách xếp.

Tiếp theo ta có A_4^2 cách chọn và xếp hai chữ số lẻ đứng hai bên chữ số 0.

Cuối cùng ta có 6! cách xếp 6 chữ số còn lại vào 6 vị trí còn lại.

Gọi A là biến cố đã cho khi đó, $|\Omega_A|=C_5^4.7.A_4^2.6!=302400$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{302400}{9.A_9^8}=\dfrac{5}{54}$. Chọn B.

Câu 36: Xét các số $\overline{abcd}$ là số chẵn có 4 chữ số khác nhau.

TH1: $d=0\Rightarrow \overline{abc}$ có A_9^3 cách chọn.

TH2: Nếu $d=\{2;4;6;8\}$ thì $\overline{abc}$ có $8.A_8^2$ cách chọn.

Suy ra có $A_9^3+4.8.A_8^2=2296$

Chọn ra 1 số từ tập S có 4536 cách chọn.

Gọi *A* là biến cố: số được chọn lớn hơn hoặc bằng 2018.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: số được chọn nhỏ hơn 2018.

Xét số $\overline{abcd}$ thỏa mãn biến cố $\overline{A}$

TH1: Nếu $a=2 \Rightarrow b=0 \Rightarrow c=1 \Rightarrow d=\{4;6;8\}$ có 3 số.

TH2: Nếu $a=1 \Rightarrow \overline{bcd} \Rightarrow d=\{0;2;4;6;8\}$ có $5.A_8^2$ cách chọn.

Vậy $\left|\Omega_{\overline{A}}\right|=3+5.A_8^2=283 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{283}{2296} \Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{2013}{2296}$. Chọn C.

Câu 37: Số phần tử không gian mẫu là $\left|\Omega\right|=C_{11}^4$

Gọi A là biến cố: tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ.

Trong 11 số từ 1 đến 11 có 6 số chẵn và 5 số lẻ.

Để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ ta có các trường hợp sau:

TH1: Trong 4 số có 3 số chẵn và 1 số lẻ có: $C_6^3.C_5^1$ cách.

TH2: Trong 4 số có 1 số chẵn và 3 số lẻ có: $C_6^1.C_5^3$ cách.

Suy ra $C_6^1.C_5^3+C_6^3.C_5^1=160 \Rightarrow$ Xác suất cần tìm là $\dfrac{160}{C_{11}^4}=\dfrac{16}{33}$. Chọn B.

Câu 38: Số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right|=C_{11}^6$

Gọi A là biến cố: tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ.

Trong 11 số từ 1 đến 11 có 6 số chẵn và 5 số lẻ.

Để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ ta có các trường hợp sau:

TH1: Trong 6 số có 5 số chẵn và 1 số lẻ có: $C_6^5.C_5^1$ cách.

TH2: Trong 6 số có 3 số chẵn và 3 số lẻ có: $C_6^3.C_5^3$ cách.

TH3: Trong 6 số có 1 số chẵn và 5 số lẻ có: $C_6^1.C_5^5$ cách.

Suy ra $C_6^5.C_5^1+C_6^3.C_5^3+C_6^1.C_5^5=236 \Rightarrow$ Xác suất cần tìm là $\dfrac{236}{C_{11}^6}=\dfrac{118}{231}$. Chọn B.

Câu 39: Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$

Số các số có ba chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là $n\left(\Omega\right)=4^3=64$.

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 6 nên $c=\{2;4\}$

TH1: $\overline{ab2} \Rightarrow \{a;b\} \in \{(1;3),(2;2),(3;4)\} \Rightarrow$ có 5 số thỏa mãn.

TH2: $\overline{ab4} \Rightarrow \{a;b\} \in \{(1;1),(1;4),(2;3),(4;4)\} \Rightarrow$có 6 số thỏa mãn.

Do đó số phần tử của biến cố là $n\left(X\right)=11$. Vậy $P=\dfrac{11}{64}$. Chọn C.

Câu 40: Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ tập A là $6.6.5.4.3=2160$.

Do các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt và đứng cạnh nhau nên ta coi chúng là phần tử X.

Bài toán trở thành có bao nhiêu số có 3 chữ số luôn có mặt X và chia hết cho 5.

TH1: Nếu số có dạng $\overline{XI5}$ thì I có 3 cách chọn $\Rightarrow 3.3! = 18$ số.

TH2: Nếu số có dạng $\overline{IX5}$ thì I có 2 cách chọn $\Rightarrow 2.3! = 12$ số.

TH3: Nếu số có dạng $\overline{XI0}$ hoặc $\overline{IX0}$ thì I có 3 cách chọn $\Rightarrow 2.3.3! = 36$ số.

Do đó có $18+12+36=66$ số lập được thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{66}{2160} = \dfrac{11}{360}$. Chọn D.

Câu 41: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_9^4$

Giả sử số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{abcd}$

Vì $\overline{abcd}$ chia hết cho 11 nên $a+c=b+d$

Lại có $a+b+c+d \vdots 11$ mà $a,b,c,d \in \{1 \to 9\}$ nên $4 < a+b+c+d < 36$.

Do đó $a+b+c+d = \{11;22;33\}$ mà $a+b=c+d \Rightarrow a+c=b+d=11$.

Suy ra $(a;c)$ và $(b;d)$ là một trong các cặp số $(2;9),(3;8),(4;7),(5;6)$

Có C_4^2 cách chọn 2 trong 4 cặp, ứng với đó *a* có 4 cách chọn, *b* có 2 cách chọn.

Và *c, d* mỗi người có 1 cách chọn $\to n(X) = C_4^2.4.2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_4^2.4.2}{A_9^4} = \dfrac{1}{63}$. Chọn D.

Câu 42: Các số chia hết cho 9 là dãy $1000008, 10000017, 10000026, ..., 9999999$ lập thành một cấp số cộng có $u_1 = 1000008$ và công sai $d=9$ nên có tất cả 1000000 số.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 1000000$

TH1: Số cần tìm không có số 0, khi đó ta loại đi 2 chữ số *a, b* phân biệt mà $a+b \vdots 9$.

Đó là $\{1;8\},\{2;7\},\{3;6\},\{4;5\}$ nên các số thỏa mãn yêu cầu là $4.7!$ số.

TH2: Số cần tìm có chữ số 9, khi đó ta loại đi 3 chữ số *a, b, c* phân biệt mà $a+b+c \vdots 9$

Do đó các số thỏa mãn yêu cầu là $10.7! - 10.6!$ số

Vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{4.7! + 10.7! - 10.6!}{10^6} = \dfrac{198}{6125}$. Chọn B.

Câu 43: Số có 1 chữ số thỏa mãn là số 9.

Số có 2 chữ số dạng $\overline{ab}$ thỏa mãn thì $(a,b) = \{(0;9),(1;8),(2;7),(3;6),(4;5)\}$

Suy ra có $1+4.2! = 9$ số.

Số có 3 chữ số dạng $\overline{abc}$ thỏa mãn thì $a+b+c=9$ ta xét 3 trường hợp sau:

TH1: Số có 3 chữ số giống nhau có 1 số là số 333.

TH2: Số có 3 chữ số trong đó 2 số giống nhau thì $(a;b;c)\in\{(0;0;9);(1;1;7);(2;2;5);(4;4;1)\}$ nên có $1+3.3=10$ số.

TH3: Số có 3 chữ số khác nhau thì

$(a;b;c)\in\{(1;2;6);(1;3;5);(2;3;4)\}\cup\{(0;1;8);(0;2;7);(0;3;6);(0;4;5)\}$ nên trường hợp này có $3.3!+4.(2.2!)=34$ số.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=1+9+1+10+34=55$.

Gọi A là biến cố: số lấy ra có chữ số hàng trăm là 4.

Ta có thể liệt kê các trường hợp thuận lợi cho A là $\{441;414;423;432;405;450\}\Rightarrow|\Omega_A|=6$

Xác suất cần tìm là $P=\dfrac{6}{55}$. Chọn A.

Câu 44: Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=9.A_9^8$

Gọi A là biến cố "số được chọn chia hết cho 3".

Gọi số thỏa mãn biến cố A là $\overline{abc}(a\neq0)\Rightarrow(a+b+c)\vdots3$.

Mặt khác $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45\vdots3$ nên số có 9 chữ số thỏa mãn thì tập X chứa các số đó là 1 trong 4 tập sau: $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\},\{0;1;2;4;5;6;7;8;9\},\{0;1;2;3;4;5;7;8;9\},\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$

TH1: $X=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ suy ra có 9! số.

TH2: X là một trong 3 tập còn lại có $3.8.8!$ số.

Do đó $|\Omega_A|=9!+8.8!$ nên xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{9!+3.8.8!}{9.A_9^8}=\dfrac{11}{27}$.

Câu 45: Số có 4 chữ số khác nhau tạo từ tập *A* là $6.5.4.3=360$ số.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{360}^2$

Gọi X là biến cố *"trong 2 số vừa chọn có đúng một số có mặt chữ số 3"*.

Số các số có mặt chữ số 3 là $5.4.3.4=240$ số và 120 số không có mặt chữ số 3.

Do đó, số phần tử của biến cố là $n(X)=240.120=28800$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{28800}{C_{360}^2}=\dfrac{160}{359}$. Chọn C.

Câu 46: Số các số tự nhiên có 5 chữ số là $9.10^4=90000$ số.

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là $\overline{abcd1}$.

Ta có: $\overline{abcd1}=10\overline{abcd}+1=3\overline{abcd}+7\overline{abcd}+1$ chia hết cho 7 khi $3\overline{abcd}+1$ chia hết cho 7.

Đặt $3\overline{abcd}+1=7k\Leftrightarrow\overline{abcd}=2k+\dfrac{k-1}{3}$ và $k\in\mathbb{Z}$, suy ra $\overline{abcd}$ là số nguyên khi $k=3l+1$.

Khi đó ta được $\overline{abcd}=7l+2\Rightarrow 1000\le 7l+2\le 9999\Leftrightarrow \frac{998}{7}\le l\le \frac{9997}{7}\Rightarrow$ có 1286 giá trị l nên có 1286 số như vậy.

Xác suất cần tìm là $P=\frac{1286}{90000}=\frac{643}{45000}$. Chọn A.

Câu 47: Số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right|=6.A_6^5$.

Đặt S là tổng 2 chữ số, thì theo đề bài ta có $3S\le \frac{6.7}{2}=21$, dễ thấy $S\in\{5;6;7\}$.

Với $S=5$ ta có các cặp $(0;5),(1;4),(2;3)\Rightarrow$ Số các số lập được $(5.1).(4.1).(2.1)=40$ số.

Với $S=6$ ta có các cặp $(0;6),(1;5),(2;4)\Rightarrow$ tương tự, số các số lập được $(5.1).(4.1).(2.1)=40$ số.

Với $S=7$ ta có các cặp $(1;6),(2;5),(3;4)\Rightarrow$ Số các số lập được $(6.1).(4.1).(3.1)=48$ số.

Xác suất cần tìm: $P=\frac{40+40+48}{6.A_6^5}=\frac{4}{135}$. Chọn D.

Câu 48: Số các số có 5 chữ số đôi một khác nhau là $9.A_9^4$

Xét các chữ số dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn $a_1<a_2<a_3$ và $a_3>a_4>a_5$.

Coi như chữ số 0 đứng đầu có nghĩa. Có C_{10}^5 cách chọn ra 5 chữ số.

Với 5 chữ số đã chọn, có duy nhất 1 cách chọn a_3, có C_4^2 cách chọn $\overline{a_1a_2}$, còn lại có 1 cách chọn $\overline{a_4a_5}$.

Khi đó có $C_{10}^5.C_4^2$ số thỏa mãn yêu cầu.

Xét các số có dạng $\overline{0a_2a_3a_4a_5}$ với $0=a_1<a_2<a_3$ và $a_3>a_4>a_5$.

Có C_9^4 cách chọn thêm 4 chữ số (khác 0). Với mỗi cách chọn đó, có 1 cách chọn a_3, C_3^1 cách chọn a_2 và 1 cách chọn $\overline{a_4a_5}$. Khi đó có $C_9^4.C_3^1$ số có dạng $\overline{0a_2a_3a_4a_5}$ với $0=a_1<a_2<a_3$ và $a_3>a_4>a_5$.

Vậy có $C_{10}^5.C_4^2-C_9^4.C_3^1$ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn yêu cầu.

Xác suất cần tìm: $P=\frac{C_{10}^5.C_4^2-C_9^4.C_3^1}{9.A_9^4}=\frac{1}{24}$. Chọn C.

Câu 49: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$, vì $\overline{abcd}$ chia hết cho 6 nên $\begin{cases} d=\{2;4;6;8\} \\ a+b+c+d\vdots 3 \end{cases}$.

Khi đó, chọn d có 4 cách chọn, b và c đều có 9 cách chọn từ 1 đến 9.

Nếu $b+c+d\vdots 3$ thì $a=\{3;6;9\}\Rightarrow a$ có 3 cách chọn.

Nếu $b+c+d$ chia 3 dư 1 thì $a=\{2;5;8\}\Rightarrow a$ có 3 cách chọn.

Nếu $b+c+d$ chia 3 dư 2 thì $a=\{1;4;7\}\Rightarrow a$ có 3 cách chọn.

Suy ra a chỉ có 3 cách chọn suy ra có $4.9.9.3=972$ số chia hết cho 6.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\frac{972}{9^4}=\frac{4}{27}$. Chọn B.

Câu 50: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6.6=216$

Gọi X là biến cố *"tích ba số ở ba lần gieo là số không chia hết cho 6"*.

TH1: Cả ba lần gieo đều không xuất hiện mặt 3 và mặt 6 $\Rightarrow$ có $4.4.4=64$ khả năng.

TH2: Có xuất hiện mặt 3 (ít nhất 1 lần) và không xuất hiện mặt chẵn $\Rightarrow$ có $3.2^2+3.2+1=19$

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X)=64+19=83$

Vậy xác suất cần tính là $P=\frac{n(X)}{n(\Omega)}=\frac{83}{216}$. Chọn D.

Câu 51: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{100}^3$

Gọi X là biến cố *"chọn được ba phần tử lập thành một cấp số cộng"*.

Số cách chọn 3 số tạo thành cấp số cộng có công sai $d=1$ là 98 cách (vì $u_1=1\to 98$).

Số cách chọn 3 số tạo thành cấp số cộng có công sai $d=2$ là 95 cách (vì $u_1=1\to 95$).

… … …

Số cách chọn 3 số tạo thành cấp số cộng có công sai $d=49$ là 2 cách (vì $u_1=1,2$).

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X)=98+95+...+2=2450$

Vậy xác suất cần tính là $P=\frac{n(X)}{n(\Omega)}=\frac{2450}{C_{100}^3}=\frac{1}{66}$. Chọn D.

Câu 52: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{1000}^2$

Gọi X là biến cố *"chọn được hai thẻ sao cho tổng các số ghi trên hai thẻ đó nhỏ hơn 700"*.

Gọi số thứ nhất là *a*, số thứ hai là $b\Rightarrow a+b<700$.

Vì vai trò của *a, b* như nhau nên ta xét các trường hợp sau:

- $a=1\to b=2;3;...;698$ suy ra có 697 cách.
- $a=2\to b=3;4;...;698$ suy ra có 695 cách.

  ……..
- $a=698\to b=1$ suy ra có 1 cách.

Do đó, số phần tử của biến cố X là $n(X)=697+695+693+...+1=121801$

Vậy xác suất cần tính là $P=\frac{n(X)}{n(\Omega)}=\frac{121801}{C_{1000}^2}$. Chọn B.

Câu 53: Số các số có 6 chữ số đôi một khác nhau là $9.A_9^5$ số.

Gọi A là biến cố: số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a<b<c<d<e<f$.

Rõ ràng $a\neq 0$ nên $a,b,c,d,e,f\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

TH1: Nếu $f=9$ chọn 5 số còn lại có C_8^5 cách ta được 1 số thỏa mãn biến cố A.

TH2: Nếu $f=7$ chọn 5 số còn lại có C_6^5 cách ta được 1 số thỏa mãn biến cố A.

Vậy có $|\Omega_A|=C_8^5+C_6^5=62\Rightarrow P(A)=\dfrac{62}{9.A_9^5}=\dfrac{31}{68040}$. Chọn A.

Câu 54: Mỗi bạn có 17 cách viết nên số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=17^3=4913$

Gọi *X* là biến cố *"ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3"*.

Ta chia các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ thành ba loại gồm: 5 số chia hết cho 3; 6 số chia cho 3 dư 1 và 6 số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố *X*, ta xét các trường hợp:

TH1: 3 số viết lên bảng cùng một loại, có $5^3+6^3+6^3=557$ cách.

TH2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $3!.(5.6.6)=1080$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=557+1080=1637$

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{1637}{4913}$ .Chọn D.

Câu 55: Kí hiệu: Nam là $\bullet$ và Nữ là $\circ$. Ta có 2 trường hợp nam, nữ xen kẽ nhau và 4 trường hợp hai bạn nữ ngồi cạnh nhau.

TH1: Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau gồm:

Nam phía trước ●○●○●○●○●○.

Nữ phía trước ○●○●○●○●○●

TH2: Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau: ●○○●○●○●○● (3 TH nữa tương tự)

Các bước xếp như sau:

- B1: Xếp 5 bạn nam.
- B2: Xếp cặp Tự - Trọng.
- B3: Xếp các bạn nữ còn lại.

Khi đó, số kết quả xếp cho 2 trường hợp trên như sau:

- Nam, nữ xen kẽ nhau có $2.9.4!.4!$ cách.
- Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau có $4.8.4!.4!$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P=\dfrac{50.4!.4!}{10!}=\dfrac{1}{126}$. Chọn D.

Câu 56: Chọn ngẫu nhiên 3 người trong 12 người có $|\Omega|=C_{12}^3$ cách.

Gọi A là biến cố: "3 người được chọn không có 2 người nào cạnh nhau".

Gọi a_1,a_2,a_3 là vị trí chọn 3 người suy ra $1\le a_1\le a_2\le a_3\le 12$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases}a_1<a_2-1\\a_2<a_3-1\end{cases}\Rightarrow 1\le a_1<a_2-1<a_3-2\le 10$.

Suy ra có C_{10}^3 cách chọn bộ 3 vị trí $\{a_1;a_2-1;a_3-2\} \Rightarrow$ có C_{10}^3 cách chọn 3 bộ số $\{a_1;a_2;a_3\}$

Vậy xác suất cần tính là $P=\frac{C_{10}^3}{C_{12}^3}=\frac{6}{11}$. Chọn D.

Câu 57: Không gian mẫu là số cách chọn 2 phần thưởng từ 12 phần thường suy ra $|\Omega_A|=C_{12}^2=66$.

Gọi A là biến cố "Bạn Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau".

Để tìm số phần tử của A, ta làm như sau:

Gọi *x* là cặp số gồm 2 quyển Toán và Vật Lí, *y* là số cặp gồm 2 quyển Toán và Hóa và *z* là số cặp gồm 2 quyển Vật Lý và Hóa học, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=12 \\ x+y=7 \\ y+z=9 \\ z+x=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=5 \end{cases}$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_3^2+C_4^2+C_5^2$.

Do đó xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{C_3^2+C_4^2+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{19}{66}$. Chọn C.

Câu 58: Ta có không gian mẫu $|\Omega|=C_{10}^3=120$

A: "3 nút tăng dần, có tổng bằng 10".

Ta thấy: $10=0+1+9=0+2+8=0+3+7=0+4+6=1+2+7=1+3+6=1+4+5=2+3+5$

Do đó có 8 cách chọn ra 3 nút theo thứ tự tăng dần có tổng bằng 10 $\Rightarrow |\Omega_A|=8$

Xác suất để bấm đúng: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{8}{120} \Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{14}{15}$.

TH1: Lần 1 bấm đúng luôn suy ra $P_1=\frac{8}{120}$

TH2: Lần 1 bấm sai, lần hai bấm đúng $\Rightarrow P_2=\frac{14}{15}.\frac{8}{119}$

TH3: Lần 1, lần 2 đều bấm sai, lần 3 bấm đúng suy ra $P_3=\frac{14}{15}\left(1-\frac{8}{119}\right).\frac{8}{119}$

Vậy $P(B)=P_1+P_2+P_3=\frac{189}{1003}$. Chọn A.

Câu 59: Xét các tam giác được tạo thành từ 10 điểm đã cho.

TH1: Tam giác có 2 đỉnh thuộc d_1 và 1 đỉnh thuộc d_2 có: $C_6^2.C_4^1=60$

TH2: Tam giác có 1 đỉnh thuộc d_1 và 2 đỉnh thuộc d_2 có: $C_6^1.C_4^2=36$

Như vậy xác suất cần tìm là $P=\frac{60}{60+36}=\frac{5}{8}$. Chọn D.

Câu 60: Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông là $R=1$.

Xác suất *P* chính là tỷ lệ giữa diện tích hình tròn chia cho diện tích hình vuông.

Do đó $P=\dfrac{\pi.1^2}{2^2}=0,785$. Chọn C.

Câu 61: Lấy ra ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng có: C_5^3 cách.

Các bộ 3 đoạn thẳng tạo thành một tam giác là: $(3;5;7);(3;7;9);(5;7;9)$.

Gọi *X* là biến cố "chọn ra 3 đoạn thẳng lấy ra tạo thành 1 tam giác".

Ta có xác suất cần tìm của bài toán là: $P_X=\dfrac{C_3^1}{C_5^3}=\dfrac{3}{10}$. Chọn D.

Câu 62: Điểm $A(x;y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP \Rightarrow \begin{cases}0\le x\le 100\\ 0\le y\le 10\end{cases}$.

Có 101 cách chọn *x*, 11 cách chọn *y*. Do đó số phần tử của không gian mẫu là tâm hợp các điểm có tọa độ nguyên nằm trên hình chữ nhật *OMNP* là $|\Omega|=101.11$.

Gọi *X* là biến cố: "Các điểm $A(x;y)\in S$ thỏa mãn $x+y\le 90$".

Vì $x\in[0;100], y\in[0;10]$ và $x+y\le 90$ nên $\left[\begin{array}{l} y=0\Rightarrow x=\{0;1;2;...;90\}\\ ....\\ y=1\Rightarrow x=\{0;1;2;...;89\}\end{array}\right.$.

Khi đó có $91+90+...+81=\dfrac{(81+91).11}{2}=946$ cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{946}{101.11}=\dfrac{86}{101}$. Chọn D.

Câu 63: Số tam giác được tạo thành là $|\Omega|=C_{2018}^3$

Gọi *A* là biến cố: tam giác có một góc lớn hơn 140 độ.

Giả sử tam giác *ABC* có $A>140°$

Đa giác này nội tiếp trong đường tròn tâm *O* và góc ở tâm chắn 1 cạnh có số đo là $\dfrac{360°}{2018}$

Suy ra góc nội tiếp chắn 1 cạnh có số đo là $\dfrac{1}{2}.\dfrac{360°}{2018}=\dfrac{90}{2018}$

Để góc $A>140°$ thì góc A phải chắn nhiều hơn $140°:\dfrac{90°}{1009}\approx 1569$, 5 cạnh nên góc A phải chắn ít nhất 1570 cạnh.

Khi đó có 2018 cách chọn đỉnh *A* và có $C_{2018-1-1569}^2=C_{448}^2$ cách chọn 2 điểm *B, C*.

Suy ra $|\Omega_A|=2018.C_{448}^2$ suy ra xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{2018.C_{448}^2}{C_{2018}^3}=\dfrac{298}{2017}$. Chọn D.

Câu 64: Gọi *n* là số đỉnh của đa giác thì số đường chéo của đa giác là

$C_n^2-n=170\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}-n=170\Leftrightarrow n=20$.

Gọi A là biến cố: "chọn được ba đỉnh sao cho ba đỉnh được chọn tạo thành 1 tam giác vuông không cân".

Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một đa giác có $|\Omega| = C_{20}^3$ cách chọn.

Số đường chéo đi qua tâm là 10.

Cứ hai đường chéo bất kỳ đi qua tâm ta được một hình chữ nhật nên số tam giác vuông là $4C_{10}^2$

Có 5 cặp đường chéo đi qua tâm và vuông góc nên có 4.5=20 tam giác vuông cân được tạo thành.

Số tam giác vuông không cân được tạo thành là $|\Omega_A| = 4C_{10}^2 - 20 = 160$

Xác suất cần tìm là: $P = \dfrac{160}{C_{20}^3} = \dfrac{8}{57}$. Chọn B.

Câu 65: Số cách chọn ra 3 đỉnh bất kỳ là $|\Omega| = C_{48}^3$ cách.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Gọi biến cố A "Chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác để được chọn một tam giác nhọn".

Lấy điểm A thuộc đường tròn (O), kẻ đường kính $AA' \Rightarrow A'$ cũng thuộc đường tròn (O).

Khi đó AA' chia đường tròn (O) thành hai nửa, mỗi nửa có 23 đỉnh.

Chọn 2 đỉnh B, C cùng thuộc 1 nửa đường tròn có C_{23}^2 cách chọn $\Rightarrow$ có C_{23}^2 tam giác ABC là tam giác tù.

Tương tự như vậy đối với nửa còn lại nên ta có $2C_{23}^2$ tam giác tù được tạo thành.

Đa giác đều có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo $\Rightarrow$ có $24.2.C_{23}^2$ tam giác tù.

Ứng với mỗi đường kính ta có 23.2 tam giác vuông. Vậy số tam giác vuông là: $23.2.24 = 1104$ tam giác $\Rightarrow |\Omega_A| = C_{48}^3 - 48C_{23}^2 - 1104 = 4048$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{4048}{C_{48}^3} = \dfrac{11}{47}$. Chọn C.

Câu 66: Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác có $|\Omega| = C_{20}^4$ cách.

Gọi A là biến cố "tứ giác được chọn là hình chữ nhật".

Đa giác đều có 20 đỉnh thì có 10 đường chéo đi qua tâm, với mỗi cách chọn 2 đường chéo ta được 1 hình chữ nhật suy ra $|\Omega_A| = C_{10}^2$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \dfrac{3}{323}$. Chọn B.

Câu 67: Không gian mẫu $\Omega = \{(x;y), |x| \le 4, |y| \le 4, x, y \in \mathbb{Z}\}$

Có lần lượt 9 cách chọn x và 9 cách chọn y nên số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9.9 = 81$

Tập hợp các điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là hình tròn tâm O bán kính 2.

Gọi A là biến cố: chọn được một điểm và khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2.

Suy ra $A = \{(x;y), x^2 + y^2 \le 4\} \Rightarrow -2 \le x \le 2$

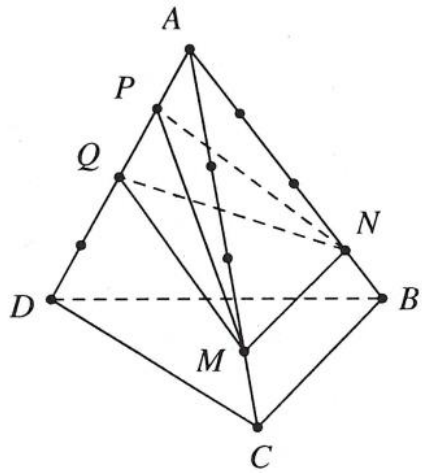
Với $x=0 \Rightarrow y=\{0;\pm1;\pm2\} \Rightarrow$ có 5 điểm.

Với $x=\pm1 \Rightarrow y=\{0;\pm1\} \Rightarrow$ có $2.3=6$ điểm.

Với $x=\pm2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow$ có 2 điểm.

Vậy $|\Omega_A|=5+6+2=13 \Rightarrow P(A)=\frac{13}{81}$. Chọn A.

Câu 68: Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 18 điểm trên là $|\Omega|=C_{18}^3-6=810$.



Gọi *MN* là một cạnh song song với *BC* như hình vẽ

Số tam giác có cạnh *MN* thỏa mãn yêu cầu là: 6 tam giác như $\Delta PMN, \Delta QMN, ...$

Số tam giác thỏa mãn yêu cầu là $4.9.6=216$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\frac{216}{810}=\frac{4}{15}$. Chọn B.

Câu 69: Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega_A|=C_{2n}^3$

Tam giác vuông được chọn là tam giác chứa một cạnh là đường kính của đường tròn tâm *O*. Đa giác đều *2n* đỉnh chứa *n* đường chéo là đường kính của đường tròn tâm *O*, mỗi đường kính tạo nên $2n-2$ tam giác vuông.

Do đó số tam giác vuông là $n(2n-2)=2n(n-1)$

Xác suất chọn được 1 tam giác vuông là

$$P=\frac{2n(n-1)}{C_{2n}^3}=\frac{2n(n-1)}{\frac{(2n)!}{(2n-3)!.3!}}=\frac{2n(n-1)}{\frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6}}=\frac{3}{2n-1}=\frac{3}{29} \Rightarrow n=15$$. Chọn A.

Câu 70: Số phần tử của không gian mẫu là C_{16}^3

Theo giả thiết, đa giác đều có 16 cạnh nên có 16 đỉnh do đó có 8 đường chéo đi qua tâm. Cứ mỗi hai đường chéo qua tâm sẽ cho 4 tam giác vuông. Vậy số cách chọn 1 tam giác vuông có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác là $4.C_8^2$

Suy ra xác suất cần tìm là $P=\frac{4.C_8^2}{C_{16}^3}=\frac{1}{5}$. Chọn D.

Câu 71: Số đường chéo trong một đa giác đều 20 đỉnh là $C_{20}^2-20=170$

Chọn ngẫu nhiên 2 đường chéo trong số 170 đường chéo có $|\Omega|=C_{170}^2$

Gọi A là biến cố: "chọn được hai đường chéo cắt nhau và giao điểm của hai đường chéo này nằm bên trong đường tròn".

Cứ 4 đỉnh trong 20 đỉnh sẽ có 2 đường chéo cắt nhau và giao điểm của hai đường chéo này nằm bên trong đường tròn do đó $|\Omega_A| = C_{20}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{20}^2}{C_{170}^2} = \frac{57}{169}$. Chọn B.

Câu 72: Trước hết hãy xét bài toán phụ sau:

Cho *n* điểm thẳng hàng $A_1, A_2, ..., A_n$ (theo thứ tự đó). Tính số cách chọn *k* điểm sao cho không có 2 điểm nào có số thứ tự liên tiếp?

Gọi x_1 là số điểm trước điểm đầu tiên được chọn, x_2 là số điểm nằm giữa điểm đầu tiên được chọn và điểm thứ hai được chọn,…. x_k là số điểm nằm giữa điểm thứ $k-1$ được chọn và điểm *k* được chọn, x_{k+1} là số điểm sau điểm thứ *k* được chọn

$x_1 + x_2 + ... + x_k + x_{k+1} = n - k\left(x_1, x_{k+1} \geq 0, x_2, x_3, ..., x_k \geq 1\right)$

hay $x_1 + y_2 + y_3 + ... + y_k + x_{k+1} = n - 2k + 1\left(x_1, y_2, y_3, ...y_k, y_{k+1} \geq 0\right)$

Số cách chọn chính là số nghiệm không âm của phương trình cuối cùng và bằng C_{n-k+1}^k.

Trở lại bài toán đang xét: Có 2 trường hợp:

TH1: Đỉnh A_1 được chọn: Khi đó đỉnh A_2 và A_{60} sẽ không được chọn. Ta xem như 57 điểm còn lại (từ A_3 đến A_{59} thẳng hàng và phải chọn thêm 3 điểm nữa. Số cách sẽ là $C_{57-3+1}^3 = C_{55}^3$

TH2: Đỉnh A_1 không được chọn: Khi đó ta xem 59 điểm còn lại thẳng hàng và phải chọn 4 điểm. Số cách là C_{56}^4.

Vậy tổng số cách chọn thỏa mãn là $C_{55}^3 + C_{56}^4 = 393525$

Xác suất cần tính là $P = \frac{393525}{C_{60}^4} \approx 80,7$. Chọn D.