

---

---

# CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

## PHÂN SỐ

---

---

### *Chuyên đề 1. MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ.*

#### PHÂN SỐ BẰNG NHAU

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a$  và  $b$  là những số nguyên,  $b \neq 0$  gọi là phân số.
2. Số nguyên  $a$  có thể viết là  $\frac{a}{1}$ .
3. Hai phân số  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{c}{d}$  gọi là bằng nhau nếu  $a.d = b.c$
4. Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân số thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}; \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}.$$

#### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Cho bốn số  $-7; 0; 5; 9$ . Hãy dùng hai trong bốn số này để viết thành phân số.

**Giải.**

Với mỗi cặp hai số khác 0:  $-7$  và  $5$ ;  $-7$  và  $9$ ;  $5$  và  $9$  ta viết được hai phân số:

$$\frac{-7}{5}; \frac{5}{-7}; \frac{-7}{9}; \frac{9}{-7}; \frac{5}{9}; \frac{9}{5}.$$

Với mỗi cặp gồm số 0 và một số khác 0, ta viết được một phân số:

$$\frac{0}{-7}; \frac{0}{5}; \frac{0}{9}.$$

Vậy tất cả viết được 9 phân số.

*Nhận xét:*

- Với mỗi cặp hai số nguyên khác 0 ta luôn viết được hai phân số, do đó trước tiên cần xác định tất cả các cặp số nguyên khác 0;

- Vì mẫu phải khác 0 nên khi ghép số 0 với một số nguyên khác 0 ta chỉ viết được một phân số với tử là 0.

---

**Ví dụ 2.** Cho phân số  $A = \frac{5}{n+3}$  với  $n \in \mathbb{Z}$ .

Phân số A bằng bao nhiêu nếu  $n = 4$ ;  $n = 2$ ;  $n = -3$ ?

**Giải.**

Với  $n = 4$  thì  $A = \frac{5}{4+3} = \frac{5}{7}$ .

Với  $n = 2$  thì  $A = \frac{5}{2+3} = \frac{5}{5} = 1$ .

Với  $n = -3$  thì  $n+3 = -3+3 = 0$  nên không tồn tại A.

*Nhận xét:*

Chú ý rằng phân số  $\frac{a}{b}$  tồn tại khi  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $b \neq 0$ .

**Ví dụ 3.** Cho phân số  $B = \frac{n+1}{n-2}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

- Tìm điều kiện của số nguyên n để B là phân số.
- Tìm các số nguyên n để phân số B có giá trị là số nguyên.

**Giải.**

a) Để B là phân số thì  $n - 2 \neq 0$  hay  $n \neq 2$ .

b) Ta có:  $B = \frac{n+1}{n-2} = \frac{(n-2)+3}{n-2} = 1 + \frac{3}{n-2}$ .

B là số nguyên nếu  $3:(n-2)$  tức là

$$n-2 \in U(3) = \{-3; -1; 1; 3\}.$$

Vậy  $n \in \{-1; 1; 3; 5\}$ .

*Nhận xét:*

Câu b) có thể giải thích như sau:

B là số nguyên khi  $(n+1):(n-2)$ . Suy ra :

$(n+1)-(n-2):(n-2)$  do đó  $3:(n-2)$ . Sau đó giải tiếp như trên.

---

**Ví dụ 4.** Tìm các số nguyên  $x, y, z$  biết rằng:  $\frac{-x}{6} = \frac{14}{-y} = \frac{z}{60} = \frac{2}{3}$ .

**Giải.**

Theo đề bài ta có:  $\frac{-x}{6} = \frac{2}{3}$  hay  $\frac{x}{-6} = \frac{2}{3}$ .

Suy ra  $x.3 = -6.2$ . Do đó  $x = \frac{-6.2}{3} = -4$ .

$\frac{14}{-y} = \frac{2}{3}$  hay  $\frac{-14}{y} = \frac{2}{3}$ . Suy ra  $y.2 = -14.3$ .

Do đó  $y = \frac{-14.3}{2} = -21$ .

Ta lại có  $\frac{z}{60} = \frac{2}{3}$  nên  $z.3 = 60.2$ . Do đó  $z = \frac{60.2}{3} = 40$ .

Vậy  $x = -4; y = -21; z = 40$ .

**Nhận xét:**

Để tìm  $x$  và  $y$  ta đổi dấu cả tử và mẫu của phân số:

$$\frac{-x}{6} = \frac{x}{-6}; \quad \frac{14}{-y} = \frac{-14}{y}$$

Sau đó, theo định nghĩa hai phân số bằng nhau từ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ta có  $a.d = b.c$ .

Suy ra:

$$a = \frac{b.c}{d}; \quad b = \frac{a.d}{c}; \quad c = \frac{a.d}{b}; \quad d = \frac{b.c}{a}$$

## C. BÀI TẬP

**3.1.** Dùng hai trong ba số  $-4; 0; 7$  để viết thành phân số.

**3.2.** Viết tập hợp  $A$  các số nguyên  $x$ , biết rằng:

$$\frac{-144}{12} \leq x \leq \frac{-40}{5}$$

**3.3.** Một lớp học có 45 học sinh, trong đó có 22 học sinh nữ. Hỏi số học sinh nữ bằng mấy phần số học sinh nam?

---

**3.4.** Tìm các số nguyên  $x, y, z, t$  biết rằng:

a)  $\frac{2}{7} = \frac{x}{56}$ ;                      b)  $\frac{y}{-5} = \frac{36}{45}$ ;                      c)  $\frac{42}{48} = \frac{-7}{z}$ ;                      d)  $\frac{-30}{t} = \frac{6}{-13}$ .

**3.5.** Trong các phân số sau, phân số nào có giá trị bằng một số nguyên?

$\frac{-304}{4}$ ;  $\frac{-416}{6}$ ;  $\frac{-3267}{9}$ ;  $\frac{-1353}{-11}$ .

**3.6.** Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất sao cho:

a)  $x < \frac{800}{-50}$ ;                      b)  $x < \frac{-533}{41}$ ;                      c)  $x < \frac{-513}{-19}$ .

**3.7.** Tìm một phân số có tử nhỏ hơn mẫu nhưng khi “quay  $180^\circ$ ” theo chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ, ta được một phân số mới vẫn bằng phân số cũ.

**3.8.** Cho năm số  $-3; 7; 0; 11; -13$ . Hãy dùng hai trong năm phân số này để viết thành phân số.

**3.9.** Cho  $M = \{-3; 7; 0\}$ . Hãy viết tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a; b \in M$ .

**3.10.** Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết  $\frac{x}{6} = \frac{7}{y}$  và  $x < y < 0$ .

**3.11.** Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất sao cho:

a)  $x < \frac{0}{18}$ ;                      b)  $x < \frac{-14}{5}$ .

**3.12.** Tìm số nguyên  $x$  nhỏ nhất sao cho:

a)  $x > \frac{-13}{14}$ ;                      b)  $x > \frac{-42}{14}$ .

**3.13.** Tìm số nguyên  $x$ , biết rằng  $\frac{x}{4} = \frac{16}{x}$  và  $x < 0$ .

**3.14.** Cho phân số  $M = \frac{n-3}{n^2+5}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

a) Chứng tỏ rằng phân số  $M$  luôn tồn tại.

b) Tìm phân số  $M$ , biết  $n = 0$ ;  $n = 2$ ;  $n = -5$ .

**3.15.** Tìm tập hợp các số nguyên  $x$  để phân số  $\frac{x-3}{x-1}$  có giá trị là số nguyên.

**3.16.** Lập các cặp phân số bằng nhau từ bốn số sau:  $-4; -8; -16; -32$ .

---

**3.17.** Cho  $a = \frac{n+8}{2n-5}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Tìm các giá trị của  $n$  để  $a$  là số nguyên tố.

**3.18.** Có tồn tại số tự nhiên  $n$  nào để hai phân số:  $\frac{7n-1}{4}$  và  $\frac{5n+3}{12}$  đồng thời là các số tự nhiên?

**3.19.** Tìm các số tự nhiên  $x$  và  $y$ , biết rằng:

$$\frac{3+x}{5+y} = \frac{3}{5} \text{ và } x+y=16.$$

**3.20.** Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$ , biết rằng:

$$\frac{x-7}{y-6} = \frac{7}{6} \text{ và } x-y=-4.$$

---

---

## Chương 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ.

### RÚT GỌN PHÂN SỐ

#### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

##### 1. Tính chất cơ bản của phân số

\* Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m} \text{ với } m \in \mathbb{Z} \text{ và } m \neq 0.$$

\* Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số cho cùng một ước chung của chúng thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n} \text{ với } n \in \text{ƯC}(a,b).$$

*Chú ý:*

- Ta có thể viết một phân số bất kỳ có mẫu âm thành phân số bằng nó và có mẫu dương bằng cách nhân tử và mẫu của phân số đó với -1.

- Mỗi phân số có vô số phân số bằng nó. Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số gọi là số hữu tỉ.

##### 2. Rút gọn phân số

Muốn rút gọn một phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số đó cho một ước chung (khác 1 và -1) của chúng.

##### 3. Phân số tối giản

Phân số tối giản là phân số mà tử và mẫu chỉ có ước chung là 1 và -1.

*Chú ý:*

- Nếu chia cả tử và mẫu của phân số cho ƯCLN của chúng, ta sẽ được một phân số tối giản.

$\frac{a}{b}$  là phân số tối giản nếu  $\text{ƯCLN}(|a|, |b|) = 1$ .

- Khi rút gọn phân số, ta thường rút gọn phân số đến tối giản.

- Nếu  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì mọi phân số bằng nó đều có dạng  $\frac{a.m}{b.m}$  với  $m \in \mathbb{Z}$  và  $m \neq 0$ .

---

---

## B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Cho ba phân số  $\frac{3}{-5}; \frac{1}{-6}; \frac{-4}{-7}$ .

a) Viết ba phân số bằng các phân số trên và có mẫu là những số dương.

b) Viết ba phân số bằng các phân số trên và có mẫu là 210.

**Giải.**

a) Theo tính chất cơ bản của phân số ta có:

$$\frac{3}{-5} = \frac{3 \cdot (-1)}{(-5) \cdot (-1)} = \frac{-3}{5};$$

$$\frac{1}{-6} = \frac{1 \cdot (-1)}{(-6) \cdot (-1)} = \frac{-1}{6};$$

$$\frac{-4}{-7} = \frac{(-4) \cdot (-1)}{(-7) \cdot (-1)} = \frac{4}{7}.$$

b) 
$$\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5} = \frac{-3 \cdot 42}{5 \cdot 42} = \frac{-126}{210};$$

$$\frac{1}{-6} = \frac{-1}{6} = \frac{-1 \cdot 35}{6 \cdot 35} = \frac{-35}{210};$$

$$\frac{-4}{-7} = \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 30}{7 \cdot 30} = \frac{120}{210}.$$

*Nhận xét:*

a) Có thể vận dụng định nghĩa phân số bằng nhau để giải.

Chẳng hạn  $\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}$  vì  $3 \cdot 5 = (-5) \cdot (-3)$ .

b) Mẫu 210 của ba phân số đã cho chính là BCNN của  $|-5|, |-6|, |-7|$ . Bài tập này chuẩn bị cho chủ đề tiếp theo về quy đồng mẫu nhiều phân số.

**Ví dụ 2.** Sử dụng tính chất cơ bản của phân số hãy giải thích vì sao các phân số sau đây bằng nhau:

a) 
$$\frac{-18}{30} = \frac{-39}{65};$$

b) 
$$\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999}.$$

**Giải.**

$$a) \frac{-18}{30} = \frac{-18:6}{30:6} = \frac{-3}{5}; \quad \frac{-39}{65} = \frac{-39:13}{65:13} = \frac{-3}{5}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-18}{30} = \frac{-39}{65}.$$

$$b) \frac{23}{99} = \frac{23.101}{99.101} = \frac{2323}{9999}.$$

*Nhận xét:*

Có thể giải thích sự bằng nhau của các cặp phân số đã cho bằng cách sử dụng định nghĩa phân số bằng nhau.

$$a) (-18).65 = 30.(-39) = (-1170) \text{ nên } \frac{-18}{30} = \frac{-39}{65}$$

$$b) 23.9999 = 23.99.101 \quad (1)$$

$$99.2323 = 99.23.101 \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có  $23.9999 = 99.2323$  suy ra  $\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999}$ .

**Ví dụ 3.** Rút gọn:

$$A = \frac{132639}{173451}; \quad B = \frac{16515}{20919}; \quad C = \frac{11.12 + 22.24 + 44.48}{33.36 + 66.72 + 132.144}$$

**Giải.**

$$A = \frac{132639}{173451} = \frac{132639:10203}{173451:10203} = \frac{13}{17}.$$

$$B = \frac{16515}{20919} = \frac{16515:1101}{20919:1101} = \frac{15}{19}.$$

$$C = \frac{11.12 + 22.24 + 44.48}{33.36 + 66.72 + 132.144} = \frac{11.12.(1.1 + 2.2 + 4.4)}{33.36.(1.1 + 2.2 + 4.4)} = \frac{1.1}{3.3} = \frac{1}{9}.$$

*Nhận xét:*

a) Ta có nhận xét về đặc điểm của các số 132639 và 173451 như sau:

$$132639 = 130000 + 2600 + 39 = 13(10000 + 200 + 3) = 13.10203.$$

$$173451 = 170000 + 3400 + 51 = 17.(10000 + 200 + 3) = 17.10203.$$

Vì thế, để rút gọn A ta chia cả tử và mẫu của nó cho 10203.



---

b) Ta có  $16515 = 15000 + 1500 + 15 = 15 \cdot (1000 + 100 + 1) = 15 \cdot 1101$ .

$20919 = 19000 + 1900 + 19 = 19 \cdot (1000 + 100 + 1) = 19 \cdot 1101$ .

Vì thế, để rút gọn B ta chia cả tử và mẫu của nó cho 1101.

c) Ta còn có thể rút gọn C như sau:

$$C = \frac{11 \cdot 12 + 22 \cdot 24 + 44 \cdot 48}{33 \cdot 36 + 66 \cdot 72 + 132 \cdot 144} = \frac{11 \cdot 12 + 22 \cdot 24 + 44 \cdot 48}{9(11 \cdot 12 + 22 \cdot 24 + 44 \cdot 48)} = \frac{1}{9}.$$

**Ví dụ 4.** Chứng tỏ rằng với mọi số nguyên  $n$ , phân số dạng  $\frac{n+2}{2n+3}$  là phân số tối giản.

**Giải.**

Gọi  $d$  là ước chung của  $n+2$  và  $2n+3$ .

Ta có  $(n+2):d$  nên  $2(n+2):d$  hay  $(2n+4):d$ .

Mặt khác  $(2n+3):d$  nên  $(2n+4) - (2n+3):d$ .

Tức là  $1:d$ . Vậy  $d = \pm 1$ .

*Nhận xét:*

Để chứng tỏ một phân số là tối giản ta cần chỉ ra rằng ước chung của tử và mẫu của nó là 1 hoặc -1.

## C. BÀI TẬP

**3.21.** Chứng tỏ rằng:

$$\frac{-13}{41} = \frac{-1313}{4141} = \frac{-131313}{414141} = \frac{-13131313}{41414141}.$$

**3.22.** Viết dạng chung của tất cả các phân số bằng  $\frac{-68}{76}$ .

**3.23.** Viết các phân số bằng các phân số  $\frac{-36}{48}$ ,  $\frac{-63}{81}$ ,  $\frac{-143}{-156}$  và có mẫu là 36.

**3.24.** Tìm tất cả các phân số bằng  $\frac{-57}{133}$  và có mẫu là số tự nhiên nhỏ hơn 30.

**3.25.** Rút gọn:

$$A = \frac{4157-19}{12471-57}; \quad B = \frac{7}{10^2 + 6 \cdot 10^2}.$$

3.26. Rút gọn:

$$A = \frac{31995 - 81}{42660 - 108}; \quad B = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 - 10101}{1212120 + 40404}.$$

3.27. Rút gọn:

$$M = \frac{201220122012}{201320132013}; \quad N = \frac{1326395265}{1836547290}.$$

3.28. Rút gọn:

$$P = \frac{3^9 \cdot 3^{20} \cdot 2^8}{3^{24} \cdot 243 \cdot 2^6}; \quad Q = \frac{2^{15} \cdot 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^4}{8 \cdot 2^{18} \cdot 81 \cdot 5}.$$

3.29. Rút gọn:

$$T = \frac{24 \cdot 315 + 3 \cdot 561 \cdot 8 + 4 \cdot 124 \cdot 6}{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 97 + 99 - 500}.$$

3.30. Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ) có giá trị bằng  $\frac{25}{35}$  biết rằng tích của BCNN( $a, b$ ) với ƯCLN( $a, b$ ) bằng 4235.

3.31. Phân số  $\frac{5n+6}{8n+7}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) có thể rút gọn cho những số nào?

3.32. Tìm tất cả các số tự nhiên  $n$  để phân số  $\frac{18n+3}{21n+7}$  có thể rút gọn được.

3.33. Cho phân số  $\frac{x}{y}$  có  $x + y = 316293$  và  $y - x = 51015$ .

a) Hãy xác định phân số đó rồi rút gọn.

b) Nếu thêm 52 vào tử của phân số trên sau khi đã tối giản thì phải thêm vào mẫu bao nhiêu để giá trị của phân số không đổi?

3.34. a) Cho phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, a < b, b \neq 0$ ). Chứng tỏ rằng phân số  $\frac{b-a}{b}$  cũng tối giản.

b) Nếu phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  tối giản ( $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ) thì phân số  $\frac{a}{a+b}$  có tối giản không?

3.35. Cho phân số  $\frac{a}{35}$  ( $a \in \mathbb{N}$ ).

a) Tìm số nguyên tố  $a$  để phân số trên có thể rút gọn được.

b) Tìm tập hợp  $M$  các số tự nhiên  $a$  biết phân số đó là phân số tối giản nhỏ hơn 1.

**3.36.** Tìm dạng tối giản của một phân số có tử là 45 và mẫu là BCNN (12; 18; 75).

**3.37.** Chứng tỏ rằng các phân số sau đây là tối giản:

a)  $\frac{12n+1}{30n+2}$ ;

b)  $\frac{21n+4}{14n+3}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

**3.38.** Cho phân số  $\frac{n+9}{n-6}$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 6$ ).

a) Tìm các giá trị của  $n$  để phân số có giá trị là số tự nhiên.

b) Tìm các giá trị của  $n$  để phân số là tối giản.

**3.39.** Tìm số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất để các phân số sau đây là tối giản:

$$\frac{7}{n+9}; \frac{8}{n+10}; \frac{9}{n+11}; \dots; \frac{31}{n+33}.$$

**3.40.** Tìm các phân số theo thứ tự bằng các phân số  $\frac{6}{10}; \frac{44}{77}; \frac{30}{55}$  sao cho mẫu của phân số thứ nhất bằng tử của phân số thứ hai, mẫu của phân số thứ hai bằng tử của phân số thứ ba.

### **Chuyên đề 3. QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ. SO SÁNH PHÂN SỐ**

#### **A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

1. Muốn quy đồng mẫu nhiều phân số với mẫu dương ta làm như sau:

*Bước 1:* Tìm một bội chung của các mẫu ( thường là BCNN) để làm mẫu chung.

*Bước 2:* Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu ( bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).

*Bước 3:* Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

2. Trong hai phân số có cùng mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

3. Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau. Phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

4. Phân số lớn hơn 0 là phân số dương. Phân số nhỏ hơn 0 là phân số âm.

5. Hai phân số có mẫu dương, cùng tử dương, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn.

#### **B. MỘT SỐ VÍ DỤ**

---

**Ví dụ 1.** Quy đồng mẫu các phân số:

$$\frac{7}{-14}; \frac{-3}{40}; \frac{-13}{-455}.$$

**Giải.**

$$\text{Ta có: } \frac{7}{-14} = \frac{-7}{14}; \quad \frac{-13}{-455} = \frac{13}{455}.$$

Phân tích các mẫu dương ra thừa số nguyên tố ta được:

$$14 = 2.7$$

$$40 = 2^3.5$$

$$455 = 5.7.13$$

$$\text{BCNN } (14; 40; 455) = 2^3.5.7.13 = 3640.$$

Thừa số phụ: 260; 91; 8.

$$\text{Vậy: } \frac{7}{-14} = \frac{-7}{14} = \frac{-7.260}{14.260} = \frac{-1820}{3640}$$

$$\frac{-3}{40} = \frac{-3.91}{40.91} = \frac{-273}{3640}$$

$$\frac{-13}{-455} = \frac{13}{455} = \frac{13.8}{455.8} = \frac{104}{3640}.$$

*Nhận xét:*

Cách giải trên đã thực hiện đúng quy tắc quy đồng mẫu của nhiều phân số.

Tuy nhiên, cách giải này chưa gọn vì mẫu chung chưa phải là nhỏ nhất mặc dù ta đã lấy BCNN của các mẫu làm mẫu chung.

Ta nhận thấy hai phân số  $\frac{7}{-14}$  và  $\frac{-13}{-455}$  chưa tối giản nên trước hết hãy rút gọn các phân số đó:

$$\frac{7}{-14} = \frac{-7}{14} = \frac{-1}{2}; \quad \frac{-13}{-455} = \frac{13}{455} = \frac{1}{35}.$$

Xét các phân số  $\frac{-1}{2}$ ;  $\frac{-3}{40}$  và  $\frac{1}{35}$  có mẫu chung là 280.

$$\frac{-1}{2} = \frac{-1.140}{2.140} = \frac{-140}{280}.$$

$$\frac{-3}{40} = \frac{-3.7}{40.7} = \frac{-21}{280}.$$

$$\frac{1}{35} = \frac{1.8}{35.8} = \frac{8}{280}.$$

$$\text{Vậy: } \frac{7}{-14} = \frac{-140}{280}; \frac{-3}{40} = \frac{-21}{280}; \frac{-13}{-455} = \frac{8}{280}.$$

**Ví dụ 2.** Tìm số nguyên  $x$ , biết rằng  $\frac{x-3}{25} = \frac{3}{5}$ .

**Giải.**

Quy đồng mẫu hai phân số đã cho ta được:  $\frac{x-3}{25} = \frac{15}{25}$ .

Suy ra  $x-3=15$ . Vậy  $x=15+3=18$ .

*Nhận xét:*

Có thể giải theo cách khác:

Từ  $\frac{x-3}{25} = \frac{3}{5}$  ta có  $(x-3).5 = 25.3$ .

Suy ra  $x-3 = \frac{25.3}{5} = 15$ .

Vậy  $x=15+3=18$ .

**Ví dụ 3.** Tìm hai phân số có mẫu số khác nhau, các phân số này lớn hơn  $\frac{1}{3}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{1}{2}$ .

**Giải.**

Chọn mẫu chung là 18, ta có:  $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}$ ;  $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$ .

Ta có  $\frac{6}{18} < \frac{7}{18} < \frac{8}{18} < \frac{9}{18}$

Rút gọn các phân số này ta được:  $\frac{1}{3} < \frac{7}{18} < \frac{4}{9} < \frac{1}{2}$ .

---

Ta tìm được hai phân số  $\frac{7}{18}$  và  $\frac{4}{9}$  có mẫu khác nhau, lớn hơn  $\frac{1}{3}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{1}{2}$ .

*Nhận xét:*

Có nhiều cặp phân số thỏa mãn yêu cầu của đề bài. Chẳng hạn, chọn mẫu chung là 120,

ta có:  $\frac{1}{3} = \frac{40}{120}$ ;  $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$ .

Trong các phân số từ  $\frac{41}{120}$  đến  $\frac{59}{120}$  ta có thể chọn các cặp như:  $\frac{41}{120}$  và  $\frac{42}{120} = \frac{21}{60}$  hoặc

$\frac{44}{120} = \frac{11}{30}$  và  $\frac{45}{120} = \frac{15}{40}$  ... đều thỏa mãn bài toán.

**Ví dụ 4.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{3}{121}$  và  $\frac{6}{241}$ ;                      b)  $\frac{16}{52}$ ;  $\frac{60}{115}$  và  $\frac{63}{175}$ ;                      c)  $\frac{31}{67}$  và  $\frac{29}{73}$ .

**Giải.**

a) Quy đồng tử số ta được:  $\frac{3}{121} = \frac{6}{242}$ .

Rõ ràng  $\frac{6}{242} < \frac{6}{241}$  tức là  $\frac{3}{121} < \frac{6}{241}$ .

b) Rút gọn các phân số đã cho:

$$\frac{16}{52} = \frac{4}{13}; \quad \frac{60}{115} = \frac{12}{23}; \quad \frac{63}{175} = \frac{9}{25}.$$

Quy đồng tử số ba phân số  $\frac{4}{13}$ ;  $\frac{12}{23}$ ;  $\frac{9}{25}$ .

$$\frac{4}{13} = \frac{36}{117}; \quad \frac{12}{23} = \frac{36}{69}; \quad \frac{9}{25} = \frac{36}{100}.$$

Ta có:  $\frac{36}{117} < \frac{36}{100} < \frac{36}{69}$  nên  $\frac{16}{52} < \frac{63}{175} < \frac{60}{115}$ .

c) Chọn phân số trung gian là  $\frac{31}{73}$  ta có:

$$\frac{31}{67} > \frac{31}{73} > \frac{29}{73} \text{ do đó } \frac{31}{67} > \frac{29}{73}.$$

*Nhận xét:*

a) Ta so sánh hai phân số này bằng cách quy đồng tử số tức là đưa chúng về những phân số có cùng tử. Khi đó phân số nào có mẫu lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn. Trong trường hợp này nếu quy đồng mẫu thì phức tạp hơn nhiều.

b) Trước hết ta cần rút gọn các phân số. Sau đó do đặc điểm dễ thấy của các tử ta đã quy đồng tử để so sánh (các tử là 4; 12; 9 để nhận ra BCNN của chúng là 36 để làm tử chung).

c) Trong câu này, ta đã chọn một phân số trung gian có tử của phân số thứ nhất và mẫu của phân số thứ hai để so sánh. Sau đó sử dụng tính chất “bắc cầu” để rút ra kết luận  $a > b, b > c$  thì  $a > c$ .

## C. BÀI TẬP

**3.41.** Quy đồng mẫu các phân số:

a)  $\frac{-7}{12}$  và  $\frac{2}{9}$ ;

b)  $\frac{-8}{15}$  và  $\frac{7}{12}$ ;

c)  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{-1}{3}$  và  $\frac{9}{10}$ ;

d)  $\frac{-6}{-75}$ ;  $\frac{-2}{5}$  và  $\frac{3}{25}$ .

**3.42.** Quy đồng mẫu các phân số:

a)  $\frac{-27}{120}$  và  $\frac{-13}{40}$ ;

b)  $\frac{14}{125}$  và  $\frac{-6}{25}$ ;

c)  $\frac{11}{30}$ ;  $\frac{-27}{60}$  và  $\frac{35}{200}$ ;

d)  $\frac{13}{60}$ ;  $\frac{-7}{18}$  và  $\frac{-32}{90}$ .

**3.43.** Quy đồng mẫu các phân số:

a)  $\frac{25}{75}$ ;  $\frac{-17}{34}$ ;  $\frac{121}{-132}$ ;

b)  $\frac{1078}{-2541}$ ;  $\frac{9764}{36615}$ ;  $\frac{-56272}{263775}$ .

**3.44.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{45}{105}$  và  $\frac{84}{147}$ ;

b)  $\frac{39}{52}$  và  $\frac{98}{112}$ ;

c)  $\frac{137}{210}$  và  $\frac{101}{98}$ .

**3.45.** So sánh các phân số sau bằng cách hợp lí nhất:

a)  $\frac{13}{19}$  và  $\frac{47}{53}$ ;

b)  $\frac{31}{40}$  và  $\frac{186}{241}$ ;

c)  $\frac{33}{131}$  và  $\frac{53}{217}$ ;

d)  $\frac{41}{91}$  và  $\frac{411}{911}$ .

**3.46.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{-9764}{36615}$  và  $\frac{-56272}{263775}$ ;

b)  $\frac{36.85.20}{25.84.34}$  và  $\frac{30.63.65.8}{117.200.49}$ ;

c)  $\frac{46872}{165564}$  và  $\frac{688882}{2422198}$ .

**3.47.** Rút gọn rồi so sánh các phân số sau:

$$A = \frac{2489 - 36}{7467 - 108};$$

$$B = \frac{2929 - 303}{8787 + 1717}.$$

**3.48.** Rút gọn rồi so sánh các phân số sau:

$$A = \frac{8056}{2012 \cdot 16 - 1982};$$

$$B = \frac{1 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 12 + 4 \cdot 8 \cdot 24 + 7 \cdot 14 \cdot 42}{1 \cdot 6 \cdot 9 + 2 \cdot 12 \cdot 18 + 4 \cdot 24 \cdot 36 + 7 \cdot 42 \cdot 63}.$$

**3.49.** So sánh hai phân số sau:

$$\text{a) } \frac{-371}{459} \text{ và } \frac{-371}{-459} \quad \text{b) } \frac{-29}{73} \text{ và } \frac{-80}{49}.$$

**3.50.** Viết các phân số bằng  $\frac{-26}{65}$  sao cho mẫu lớn hơn 2 và nhỏ hơn 21.

**3.51.** Tìm số nguyên dương  $x$ , biết:

$$\text{a) } \frac{3}{x} \geq 1; \quad \text{b) } 1 < \frac{4}{x} \leq 2; \quad \text{c) } \frac{6}{x} < \frac{x}{3} < \frac{13}{x}.$$

**3.52.** Cho  $a \in \{7; 11; 13\}$ ;  $b \in \{15; 0; 41; 32\}$ .

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân số  $\frac{a}{b}$ .

**3.53.** Tìm các giá trị của  $a \in \mathbb{N}$  để:

a) phân số dương  $\frac{2a-3}{4}$  có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) phân số dương  $\frac{5}{3a-7}$  có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

**3.54.** a) Tìm các phân số có tử là 3, lớn hơn  $\frac{1}{8}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{1}{7}$ .

b) Tìm các phân số có tử là 1000, lớn hơn  $\frac{1}{9}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{1}{8}$ . Có tất cả bao nhiêu phân số như vậy?

**3.55.** Cho phân số  $A = \frac{2012}{x-99}$ . Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để:

a)  $A$  có giá trị lớn nhất.

b)  $A$  có giá trị nhỏ nhất.



---

**3.56.** Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  biết rằng nếu thêm 6 vào tử số và thêm 21 vào mẫu của nó thì giá trị của phân số  $\frac{a}{b}$  không đổi. Có bao nhiêu phân số như vậy?

**3.57.** Tìm tất cả các phân số có mẫu là số có một chữ số và mỗi phân số này đều lớn hơn  $\frac{7}{9}$  và nhỏ hơn  $\frac{8}{9}$ .

**3.58.** Tìm  $a, b \in \mathbb{Z}$  sao cho  $\frac{9}{56} < \frac{a}{8} < \frac{b}{7} < \frac{13}{28}$ .

**3.59.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{-37}{47}$  và  $\frac{-56}{66}$ ;      b)  $\frac{-29}{38}$  và  $\frac{-13}{22}$ .

**3.60.** a) Có thể bớt đi ở tử và mẫu của phân số  $\frac{a}{b}$  những số khác 0 nào mà không làm thay đổi phân số?

b) Cho phân số  $A = \frac{1+2+3+\dots+9}{11+12+13+\dots+19}$ .

Hãy xóa một số hạng ở tử và một số hạng ở mẫu để được một phân số mới có giá trị bằng phân số cũ.

---

---

## Chuyên đề 4. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu.
2. Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu rồi cộng các tử và giữ nguyên mẫu chung.
3. Phép cộng phân số có các tính chất cơ bản: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0.  
Lưu ý: Do các tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, khi cộng nhiều phân số, ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các phân số lại theo bất cứ cách nào sao cho thuận tiện trong tính toán.
4. Hai phân số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.
5. Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ.

### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Cộng các phân số:

$$\text{a) } \frac{-17}{238} + \frac{-95}{266}; \quad \text{b) } \frac{13}{156} + \frac{4}{15}.$$

**Giải.**

$$\text{a) } \frac{-17}{238} + \frac{-95}{266} = \frac{-1}{14} + \frac{-5}{14} = \frac{-6}{14} = \frac{-3}{7}.$$

$$\text{b) } \frac{13}{156} + \frac{4}{15} = \frac{1}{12} + \frac{4}{15} = \frac{5}{60} + \frac{16}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}.$$

*Nhận xét:*

Nên rút gọn phân số trước và sau khi cộng.

**Ví dụ 2.** Chứng tỏ rằng tổng của ba phân số sau đây nhỏ hơn 2:

$$\frac{15}{26} + \frac{10}{17} + \frac{8}{21}.$$

**Giải.**

Ta có BCNN (26; 17; 21) = 9282

Các thừa số phụ là 357; 546; 442.

Do đó:

$$\frac{15}{26} + \frac{10}{17} + \frac{8}{21} = \frac{15 \cdot 357 + 10 \cdot 546 + 8 \cdot 442}{9282} = \frac{5355 + 5460 + 3536}{9282} = \frac{14351}{9282} < \frac{18564}{9282} = 2.$$

*Nhận xét:*

---

Đây là cách giải theo suy nghĩ thông thường: tính tổng của ba phân số rồi so sánh kết quả với 2. Tuy nhiên, làm theo cách này phải tính toán phức tạp. Liệu có thể không cần tính cụ thể tổng của ba phân số đó mà vẫn so sánh với 2 được không?

Với suy nghĩ đó, ta chỉ cần ước lượng giá trị từng phân số theo các quy tắc so sánh phân số đã biết.

$$\text{Ta có: } \frac{15}{26} < \frac{15}{17}; \frac{10}{17} < \frac{11}{17}; \frac{8}{21} < \frac{8}{17}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{15}{26} + \frac{10}{17} + \frac{8}{21} < \frac{15}{17} + \frac{11}{17} + \frac{8}{17} = \frac{34}{17} = 2.$$

**Ví dụ 3.** Tính:

$$A = \frac{-5}{46} + \frac{-7}{25} + \frac{35}{19} + \frac{5}{46} + \frac{-16}{19} + \frac{7}{25};$$

$$B = \frac{-2}{11} + \frac{-1}{6} + \frac{52}{264} + \frac{3}{22} + \frac{5}{24} + \frac{-7}{8}.$$

**Giải.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \left( \frac{-5}{46} + \frac{5}{46} \right) + \left( \frac{-7}{25} + \frac{7}{25} \right) + \left( \frac{35}{19} + \frac{-16}{19} \right) \\ &= 0 + 0 + \frac{19}{19} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{-2}{11} + \frac{3}{22} \right) + \left( \frac{-1}{6} + \frac{5}{24} + \frac{-7}{8} \right) + \frac{52}{264} \\ &= \frac{-4+3}{22} + \frac{-4+5-21}{24} + \frac{13}{66} = \frac{-1}{22} + \frac{-5}{6} + \frac{13}{66} \\ &= \frac{-3-55+13}{66} = \frac{-45}{66} = \frac{-15}{22}. \end{aligned}$$

*Nhận xét:*

Phát hiện đặc điểm của các phân số, khéo sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng phân số, ta sẽ có được lời giải một cách nhanh chóng.

**Ví dụ 4.**

a) Chứng tỏ rằng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  ta luôn có:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

b) *Áp dụng*: Tính nhanh tổng sau:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}.$$

**Giải.**

a) Ta có 
$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{(n+1) - n}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

b) Nhận xét :

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}. \end{aligned}$$

*Nhận xét* :

Công thức  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  ( $n \in N^*$ ) giúp ta tính nhanh được tổng các phân số viết theo quy luật vì đã làm xuất hiện các số đối nhau.

## C. BÀI TẬP

**3.61.** Tính :

a)  $\frac{2}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{7} + \frac{5}{9} + \frac{8}{14};$

b)  $\frac{2}{3} + \frac{4}{37} + \frac{5}{111} + \frac{260}{1443}.$

**3.62.** Ba người cùng làm một công việc. Nếu làm riêng, người thứ nhất phải làm mất 4 giờ, người thứ hai 3 giờ, người thứ ba 6 giờ. Nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được mấy phần công việc ?

**3.63.** Tính tổng các phân số lớn hơn  $\frac{1}{8}$ , nhỏ hơn  $\frac{1}{7}$  và có tử là 3.

**3.64.** Viết mỗi phân số sau đây thành tổng của hai phân số tối giản có mẫu khác nhau:

a)  $\frac{7}{15};$

b)  $\frac{13}{27}.$

---

**3.65.** Dùng 10 chữ số  $0,1,2,3,\dots,9$  (mỗi chữ số chỉ dùng một lần) để lập hai phân số bằng nhau có tổng bằng 1.

**3.66.** Tính một cách hợp lý:

$$S = \frac{25}{100} + \frac{14}{21} - \frac{31}{62} - \frac{-15}{40} + \frac{-27}{45} - \frac{-36}{135}.$$

**3.67.** Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

a)  $A = \frac{-9764}{36615} + \frac{36.85.20}{25.84.34} + \frac{-2}{5} + \frac{19}{133}.$

b)  $B = \frac{40404}{70707} + \frac{244.395 - 151}{244 + 395.243} + \frac{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 7.21.35}{1.5.7 + 2.10.14 + 4.20.28 + 7.35.49}.$

**3.68.** Cho  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{101}.$

Chứng tỏ rằng S không phải là số tự nhiên.

**3.69.** Tổng  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{10}$  bằng phân số  $\frac{a}{b}$ . Chứng tỏ rằng a chia hết cho 13.

**3.70.** Cho hai phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{a'}{b'}$  ( $a, b, a', b' \in N^*$ ) có tổng là một số tự nhiên n. Chứng tỏ rằng  $b = b'$ .

**3.71.** a) Viết phân số  $\frac{1}{8}$  thành tổng của hai phân số có tử bằng 1 và mẫu khác nhau.

b) Nêu tất cả các cách viết như thế.

**3.72.** Nêu tất cả các cách viết phân số  $\frac{1}{10}$  thành tổng của hai phân số có tử bằng 1 và mẫu khác nhau.

**3.73.** Tìm  $x, y \in N^*$ , biết rằng  $\frac{x}{y} - \frac{2}{y} = \frac{2}{15}.$

**3.74.** Tính :

a)  $\frac{28}{29} - \frac{27}{28};$

b)  $\frac{23}{8} - \frac{7}{2};$

c)  $\frac{11}{15} - \frac{3}{5}.$

**3.75.** Tìm  $x \in Z$ , biết :

---

---

a)  $x - \frac{3}{4} = \frac{1}{7}$ ;

b)  $\frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$ ;

c)  $\frac{15}{x} - \frac{1}{3} = \frac{28}{51}$ .

**3.76.** Tính nhanh :

$$A = \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{24.25}$$

$$B = \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{11}{8.19} + \frac{13}{19.32} + \frac{25}{32.57} + \frac{30}{57.85}.$$

**3.77.** Cho  $A = \frac{10}{17} + \frac{8}{15} + \frac{11}{16}$ . Chứng tỏ rằng  $A < 2$ .

**3.78.** Cho  $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{16} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{61} + \frac{1}{72} + \frac{1}{83} + \frac{1}{94}$ .

So sánh B với  $\frac{3}{5}$ .

**3.79.** Cho  $C = \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{200}$ . Chứng tỏ rằng  $C > \frac{9}{10}$ .

**3.80.** Chứng tỏ rằng với mọi  $a, b \in \mathbb{N}^*$  thì:

a)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  ;

b)  $(a+b) \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$ .

---

---

## Chuyên đề 5. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN SỐ

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử với nhau và nhân các mẫu với nhau.

2. Phép nhân phân số có các tính chất cơ bản: giao hoán; kết hợp; nhân với số 1; tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

**Lưu ý:** Do các tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân, khi nhân nhiều phân số, ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các phân số lại theo bất cứ cách nào sao cho việc tính toán được thuận tiện.

3. Hai số gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1

4. Muốn chia một phân số cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1:** Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{-10}{21};$$

$$\text{b) } \frac{-4}{5} : \frac{2}{7} + \frac{4}{7}.$$

**Giải:**

$$\text{a) } \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{-10}{21} = \frac{2}{5} + \frac{3 \cdot (-10)}{5 \cdot 21} = \frac{2}{5} + \frac{-2}{7} = \frac{14 - 10}{35} = \frac{4}{35}$$

$$\text{b) } \frac{-4}{5} : \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{7}{2} + \frac{4}{7} = \frac{-14}{5} + \frac{4}{7} = \frac{-98 + 20}{35} = \frac{-78}{35}.$$

*Nhận xét:*

Cần chú ý đến thứ tự thực hiện các phép tính: Làm phép nhân hoặc phép chia trước rồi mới làm phép cộng.

**Ví dụ 2:** Tính giá trị của biểu thức sau theo nhiều cách khác nhau:

$$M = \left( \frac{8}{5} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{5}{7} + \left( \frac{6}{5} + \frac{9}{5} \right) \cdot \frac{5}{7}.$$

**Giải:**

$$\text{Cách 1: } M = \frac{10}{5} \cdot \frac{5}{7} + \frac{15}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{7} + \frac{15}{7} = \frac{25}{7}.$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2: } M &= \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{7} + \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{7} \\ &= \frac{8}{7} + \frac{2}{7} + \frac{6}{7} + \frac{9}{7} = \frac{25}{7} . \end{aligned}$$

$$\text{Cách 3: } M = \left( \frac{8}{5} + \frac{2}{5} + \frac{6}{5} + \frac{9}{5} \right) \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{7} .$$

*Nhận xét:*

Ở cách 1, ta thực hiện phép cộng trong ngoặc trước rồi mới làm phép nhân.

Ở cách 2, ta áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với từng dấu ngoặc.

Ở cách 3, ta đặt  $\frac{5}{7}$  làm thừa số chung cho cả hai biểu thức trong ngoặc rồi mới làm phép cộng và phép nhân.

**Ví dụ 3:** Tìm x, biết

$$\text{a) } \frac{-2}{5} + \frac{4}{5} \cdot x = \frac{3}{5} ;$$

$$\text{b) } \frac{-3}{7} - \frac{4}{7} : x = -2$$

**Giải.**

$$\text{a) } \frac{-2}{5} + \frac{4}{5}x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{5}x = \frac{3}{5} - \frac{-2}{5}$$

$$\frac{4}{5}x = 1$$

$$x = 1 : \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\text{b) } \frac{-3}{7} - \frac{4}{7} : x = -2$$

$$\frac{4}{7} : x = \frac{-3}{7} + 2$$

$$\frac{4}{7} : x = \frac{11}{7}$$

$$x = \frac{4}{7} : \frac{11}{7}$$

$$x = \frac{4}{11}$$

*Nhận xét:*

$$\text{a) Ta có thể viết : } \frac{1}{5} \cdot (-2 + 4x) = \frac{1}{5} \cdot 3$$

$$\text{Suy ra } -2 + 4x = 3$$

$$4x = 3 + 2$$

$$x = \frac{5}{4}$$

b) Ta có thể viết:



$$\frac{-3}{7} - \frac{4}{7x} = -2$$

$$\frac{1}{7} \cdot \left( -3 - \frac{4}{x} \right) = \frac{1}{7} \cdot (-14)$$

$$\frac{4}{x} = 11$$

$$x = \frac{4}{11}$$

**Ví dụ 4.** Tính giá trị của mỗi biểu thức sau :

$$M = \frac{\frac{6}{7} - \frac{6}{9} + \frac{6}{11} - \frac{6}{13}}{\frac{8}{7} - \frac{8}{9} + \frac{8}{11} - \frac{8}{13}}; \quad N = \frac{\frac{5}{12} + 1 - \frac{7}{11}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{11}}$$

**Giải.**

$$M = \frac{3 \cdot \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{2}{13} \right)}{4 \cdot \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{2}{13} \right)} = \frac{3}{4}$$

(vì rõ ràng  $\frac{2}{7} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{2}{13} \neq 0$ ).

$$N = \frac{\left( \frac{5}{12} + 1 - \frac{7}{11} \right) \cdot 132}{\left( \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{11} \right) \cdot 132} = \frac{55 + 132 - 84}{88 - 33 + 160} = \frac{103}{115}$$

**Nhận xét:**

Với biểu thức M nếu ta viết  $M = \frac{6 \cdot \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right)}{8 \cdot \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right)}$  thì ta sẽ phải rút gọn hai lần :

$$M = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Với biểu thức N, căn cứ vào đặc điểm của đề bài, ta đã nhận số bị chia và số chia với cùng một số là BCNN của các mẫu. Khi đó giá trị của biểu thức không đổi nhưng các phép tính đều được thực hiện dễ dàng với các số nguyên.

## C. BÀI TẬP

**3.81.** Tính nhanh :

$$A = \frac{-1}{6} \cdot \frac{3}{2} \cdot (-12)$$

$$B = \frac{5}{8} \cdot (-56) \cdot \frac{5}{7} \cdot (-4).$$

**3.82.** Áp dụng các tính chất của phép nhân phân số để tính nhanh :

$$C = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} \cdot (-20) \cdot \frac{-11}{12};$$

$$D = \frac{7}{13} \cdot \frac{5}{19} + \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{13} - 3 \cdot \frac{7}{19}.$$

**3.83.** Tính nhanh:

$$M = \frac{-1}{3} \cdot \frac{141}{17} - \frac{39}{3} \cdot \frac{-1}{17};$$

$$N = \frac{-9}{16} \cdot \frac{13}{3} - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{19}{3}.$$

**3.84.** Nêu hai cách viết phân số  $\frac{14}{19}$  thành tích của năm phân số sao cho mỗi phân số đó có tử và mẫu là hai số nguyên liên tiếp.

**3.85.** Viết phân số  $\frac{6}{35}$  dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có một chữ số.

**3.86.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}};$$

$$B = \frac{\frac{7}{12} + \frac{5}{6} - 1}{5 - \frac{3}{43} + \frac{1}{3}}.$$

**3.87.** Tính:

$$C = \frac{\frac{8}{23} - \frac{8}{25} + \frac{8}{27} - \frac{8}{29}}{\frac{8}{23} - \frac{8}{25} + \frac{8}{27} - \frac{8}{29}};$$

$$D = \frac{\frac{15}{8} - \frac{15}{6} - \frac{15}{32} + \frac{15}{64}}{3 - \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{8}}.$$

**3.88.** Cho tổng của hai số bằng 2 và tích của chúng bằng 3. Hãy tìm tổng các nghịch đảo của hai số đó.

**3.89.** Chứng tỏ rằng:

$$\frac{11}{15} < \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{59} + \frac{1}{60} < \frac{3}{2}.$$

**3.90.** Chứng tỏ rằng:

$$3 < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{63} < 6.$$

---

---

**3.91.** Cho  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{9999}{10000}$ .

Hãy so sánh  $A$  với  $0,01$ .

**3.92.** Tính các tích sau:

$$A = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{9999}{10000};$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{21}\right) \left(1 - \frac{1}{28}\right) \left(1 - \frac{1}{36}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1326}\right);$$

$$C = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{99.101}\right).$$

**3.93.** Tính các tích sau:

$$A = \frac{1^2}{1.2} \cdot \frac{2^2}{2.3} \cdot \frac{3^2}{3.4} \cdot \frac{4^2}{4.5} \cdot \frac{5^2}{5.6} \cdot \frac{6^2}{6.7};$$

$$B = \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdot \frac{4.6}{5^2} \cdot \frac{5.7}{6^2} \cdot \frac{6.8}{7^2};$$

$$C = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{7}\right).$$

**3.94.** Tìm giá trị của biểu thức sau:

$$M = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{225}\right).$$

**3.95.** Viết số nghịch đảo của 2 dưới dạng tổng các nghịch đảo của ba số tự nhiên khác nhau.

**3.96.** Tính:

a)  $A = \left(\frac{810}{162} - \frac{675}{225}\right) : \left(\frac{810}{162} + \frac{675}{225}\right);$

b)  $B = \left(\frac{1648}{1751} + \frac{131313}{686868}\right) : \left(\frac{1648}{1751} - \frac{131313}{686868}\right).$

**3.97.** Tính:

a)  $C = \left(\frac{1284}{1391} + \frac{212121}{656565}\right) : \left(\frac{27}{12} \cdot 3\right);$

b)  $D = \frac{3^9 \cdot 2^{10}}{6^8} : \left(\frac{5^5 \cdot 2^4}{10^4} \cdot \frac{2^6 \cdot 3^4}{6^4}\right).$

---

**3.98.** Ba đội công nhân làm việc với năng suất khác nhau. Khối lượng công việc đội I làm trong ba ngày bằng đội II làm trong bốn ngày, và đội III làm trong năm ngày. Cả ba đội cùng làm thì trong 30 ngày xong việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao lâu mới xong?

**3.99.** Ba vòi nước cùng chảy vào một bể. Nếu vòi I và vòi II cùng chảy thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể; Vòi II và III trong  $\frac{72}{7}$  giờ chảy thì đầy bể còn vòi I và III cùng chảy thì trong 8 giờ đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu bể đầy?

**3.100.** Tìm phân số lớn nhất mà khi chia các phân số  $\frac{154}{195}$ ,  $\frac{385}{156}$  và  $\frac{231}{130}$  cho phân số ấy ta được kết quả là các số tự nhiên.

**3.101.** Tìm phân số dương nhỏ nhất mà khi chia phân số ấy cho  $\frac{35}{66}$ ,  $\frac{28}{165}$  và  $\frac{25}{231}$  ta được kết quả là các số tự nhiên.

---

---

## Chuyên đề 6. HỖN SỐ, SỐ THẬP PHÂN, PHẦN TRĂM

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phân số  $\frac{7}{5}$  có thể viết dưới dạng hỗn số là  $1\frac{2}{5}$

Phân số  $\frac{-7}{5}$  viết dưới dạng hỗn số là  $-1\frac{2}{5}$

**Lưu ý:** Khi viết một phân số âm dưới dạng hỗn số, ta chỉ cần viết số đối của nó dưới dạng hỗn số rồi đặt dấu “-“ trước kết quả nhận được.

2. Phân số thập phân là phân số mà mẫu là lũy thừa của 10.

Ví dụ:  $\frac{-7}{10}; \frac{13}{100}; \frac{-21}{1000}; \dots$

Các phân số thập phân có thể viết dưới dạng số thập phân.

Ví dụ:  $\frac{-7}{10} = -0,7; \frac{13}{100} = 0,13; \frac{-21}{1000} = -0,021; \dots$

**Lưu ý:** Số chữ số của phần thập phân (viết bên phải dấu phẩy) đúng bằng chữ số 0 ở mẫu của phân số thập phân.

3. Các phân số thập phân có mẫu là 100 còn được viết dưới dạng phần trăm với kí hiệu là %.

Ví dụ:  $\frac{13}{100} = 13\%$

### B. MỘT SỐ VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Viết các phân số sau dưới dạng phân số thập phân, số thập phân và phần trăm:

a)  $\frac{9}{25}$ ; b)  $\frac{17}{4}$ ; c)  $\frac{39}{65}$ ;

**Giải**

$$a) \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36 = 36\%;$$

$$b) \frac{17}{4} = \frac{17.25}{4.25} = \frac{425}{100} = 4,25 = 425\%;$$

$$c) \frac{39}{65} = \frac{39:13}{65:13} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6 = 60\%;$$

*Nhận xét:*

---

- Khi viết phân số thập phân dưới dạng số thập phân, cần lưu ý số chữ số của phần thập phân đúng bằng chữ số 0 ở mẫu của phân số thập phân.

- Trong thực hành, khi cần viết một phân số dưới dạng một số thập phân ta chỉ việc chia tử cho mẫu.

Ví dụ 1:  $\frac{9}{25} = 9 : 25 = 0,36$ .

Ví dụ 2: Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số hoặc hỗn số.

a) 0,5.    b) -0,125;            c) -3,75.

**Giải**

$$a) 0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$b) -0,125 = -\frac{125}{1000} = -\frac{1}{8};$$

$$c) -3,75 = -\frac{375}{100} = -3\frac{3}{4}.$$

**Nhận xét:** Để viết một số thập phân dưới dạng phân số, ta có thể viết số đó dưới dạng phân số thập phân, sau đó rút gọn nếu có thể được.

Cần nhớ một số trường hợp thường gặp.

$$0,5 = \frac{1}{2}; 0,25 = \frac{1}{4}; 0,125 = \frac{1}{8}; 0,2 = \frac{1}{5}; 0,75 = \frac{3}{4}.$$

**Ví dụ 3.** Thực hiện phép tính:

a)  $8\frac{2}{9} + 3\frac{1}{3}$ ;    b)  $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$ ;    c)  $3\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}$ ;    d)  $-4 - 2\frac{1}{3}$ ;

**Giải**

$$a) 8\frac{2}{9} + 3\frac{1}{3} = 8\frac{2}{9} + 3\frac{3}{9} = 11\frac{5}{9};$$

$$b) 3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$c. 3\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2} = 3\frac{2}{10} - 1\frac{5}{10} = 2\frac{2}{10} - 1\frac{5}{10} = 1\frac{7}{10};$$

---

---

$$d. 4 - 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{3} - 2\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

*Nhận xét:* Khi cộng hoặc trừ hai hỗn số, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi thực hiện phép cộng hoặc phép trừ phân số. Khi hai hỗn số đều dương, ta có thể cộng phần nguyên với nhau, cộng phần phân số với nhau (như đã làm ở câu a). Khi hai hỗn số đều dương, số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ, ta có thể lấy phần nguyên của số bị trừ, trừ phần nguyên của số trừ, phần phân số của số bị trừ trừ phần phân số của số trừ rồi cộng hai kết quả với nhau ( như đã làm ở câu b ). Trong trường hợp phần phân số của số bị trừ nhỏ hơn phần phân số của số trừ, ta phải rút một đơn vị ở phần nguyên của số bị trừ để thêm vào phần phân số, sau đó tiếp tục trừ như trên (như đã làm ở câu c)

Đặc biệt, một số nguyên cũng có thể viết dưới dạng hỗn số. Ví dụ ở câu d) ta đã viết  $4 = 3\frac{3}{3}$  để thực hiện phép trừ hỗn số.

**Ví dụ 4.** Thực hiện phép tính:

$$a. 3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{6}{13};$$

$$b. 5\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9};$$

$$c. 6\frac{1}{7} \cdot 3;$$

$$d. 10\frac{8}{9} : 2.$$

**Giải.**

$$a. 3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{6}{13} = \frac{13}{4} \cdot \frac{32}{13} = 8;$$

$$b. 5\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9} = \frac{16}{3} : \frac{20}{9} = \frac{16}{3} \cdot \frac{9}{20} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5};$$

$$c. 6\frac{1}{7} \cdot 3 = 18\frac{3}{7};$$

$$d. 10\frac{8}{9} : 2 = 5\frac{4}{9}.$$

*Nhận xét:* Khi nhân hoặc chia hai hỗn số, ta viết các hỗn số dưới dạng phân số rồi làm phép nhân hoặc chia phân số (câu a) và câu (b).

Ở câu c) khi nhân một hỗn số với một số nguyên, ta nhân số nguyên với phần nguyên và nhân số nguyên đó với phần phân số của hỗn số.

Thực chất của cách làm này như sau:

$$6\frac{1}{7} \cdot 3 = \left(6 + \frac{1}{7}\right) \cdot 3 = 6 \cdot 3 + \frac{1}{7} \cdot 3 = 18 + \frac{3}{7} = 18\frac{3}{7}.$$

---

Tương tự, ở câu d) khi chia một hỗn số cho một số nguyên, ta lấy phần nguyên chia cho số nguyên (nếu phép chia không có dư) và phân số chia cho số nguyên (nếu tử chia hết cho số nguyên đó).

$$\text{Thật vậy, ta có } 10\frac{8}{9} : 2 = \left(10 + \frac{8}{9}\right) : 2 = 10 : 2 + \frac{8}{9} : 2 = 5 + \frac{4}{9} = 5\frac{4}{9}.$$

### C. BÀI TẬP

**3.102.** Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a.  $\frac{19}{3}$ ;                      b.  $\frac{-25}{4}$ ;                      c.  $-\frac{37}{9}$ ;                      d.  $-\frac{134}{13}$ .

**3.103.** Viết các hỗn số sau dưới dạng phân số:

a.  $8\frac{1}{2}$ ;                      b.  $-9\frac{3}{4}$ ;                      c.  $-12\frac{2}{3}$ ;                      d.  $7\frac{5}{14}$ .

**3.104.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân và số phần trăm:

a.  $\frac{7}{20}$ ;                      b.  $\frac{13}{4}$ ;                      c.  $\frac{329}{188}$ .

**3.105.** Viết các phần trăm sau dưới dạng số thập phân:

a. 7%;                      b. 49%;                      c. 247%.

**3.106.** Tìm số nghịch đảo của các số sau:

a.  $\frac{-5}{7}$ ;                      b. 0;                      c.  $5\frac{3}{8}$ .

**3.107.** Tính:

a.  $3\frac{1}{2} - 2\frac{7}{8}$ ;                      b.  $10 - 2\frac{38}{39}$ .

**3.108.** Tính giá trị của các biểu thức sau đây theo cách hợp lí nhất:

a)  $17\frac{2}{31} - \left(\frac{15}{17} + 6\frac{2}{31}\right)$ ;                      b)  $\left(31\frac{6}{13} + 5\frac{9}{41}\right) - 36\frac{6}{13}$ ;  
c)  $27\frac{51}{59} - \left(7\frac{51}{59} - \frac{1}{3}\right)$ ;                      d)  $\left(17\frac{29}{31} - 3\frac{7}{8}\right) - \left(2\frac{28}{31} - 4\right)$ .

**3.109.** Giải bằng ba cách bài toán sau:

Tính  $5 \cdot \left(8 - \frac{13}{15}\right)$

**3.110.** Tính giá trị của các biểu thức sau:



$$A = \left(5\frac{2}{5} \cdot 7\frac{7}{12}\right) \cdot \left(13\frac{8}{9} \cdot 7\frac{5}{13}\right);$$

$$B = 74\frac{19}{35} \cdot \frac{7}{90} + 15\frac{16}{35} \cdot \frac{7}{90};$$

$$C = \left(3\frac{1}{15} - \frac{1}{11}\right) \cdot 11.$$

**3.111.** Tính:

$$A = 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{10} \cdot 1\frac{1}{11};$$

$$B = \left(-1\frac{1}{12}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{13}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{14}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{16}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{17}\right).$$

**3.112.** Tìm  $x$ , biết:

$$\text{a) } 2\frac{3}{4} \cdot x = 1; \quad \text{b) } \left(2\frac{3}{4} - 1\frac{4}{5}\right) \cdot x = 1.$$

**3.113.** Thực hiện các phép tính sau đây một cách hợp lí:

$$\text{a) } 4\frac{3}{7} : \left(\frac{2}{5} \cdot 4\frac{3}{7}\right); \quad \text{b) } \left(3\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{23} \cdot 1\frac{7}{29}\right) : \frac{5}{23};$$

$$\text{c) } 5 : \frac{3}{4} - 4\frac{4}{5} : \frac{3}{4}; \quad \text{d) } 2\frac{17}{20} - 1\frac{11}{15} + 6\frac{9}{20} : 3.$$

**3.114.** So sánh các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{16}{3} \text{ và } \frac{36}{7}; \quad \text{b) } \frac{-81}{20} \text{ và } \frac{-85}{21}.$$

**3.115.** So sánh các biểu thức sau:

$$A = \frac{100^{10} + 1}{100^{10} - 1}; \quad B = \frac{100^{10} - 1}{100^{10} - 3}$$

**3.116.** Tìm các số tự nhiên  $n$  lớn hơn  $\frac{255}{23}$  và nhỏ hơn  $\frac{438}{29}$ .

**3.117.** Tìm các số nguyên  $n$  lớn hơn  $\frac{-191}{14}$  và nhỏ hơn  $\frac{-125}{12}$ .

**3.118.** Tính nhanh:

$$P = 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 1\frac{1}{35} \cdot 1\frac{1}{48} \cdot 1\frac{1}{63} \cdot 1\frac{1}{80}.$$

**3.119.** Hãy so sánh bốn phân số:

$$A = \frac{222221}{222222}; \quad \text{b) } B = \frac{444443}{444445}; \quad \text{c) } C = \frac{666664}{666667}; \quad \text{d) } D = \frac{888885}{888889}$$

**3.120.** Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \left(17\frac{3535}{88375} - 16\frac{1001}{1365}\right) \cdot 3\frac{6}{23} + 3\frac{6}{23} : \left(5 - 1\frac{187}{253}\right).$$

$$b) \frac{0,8 : \left(\frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + \left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1,2 \cdot 0,5) : \frac{4}{5}.$$

## **Chuyên đề 7. BA BÀI TOÁN CƠ BẢN VỀ PHÂN SỐ**

### **A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

Ta thường gặp ba bài toán cơ bản sau đây về phân số:

Bài toán 1. Tìm giá trị phân số của một số cho trước.

Muốn tìm  $\frac{m}{n}$  của số  $b$  cho trước, ta tính  $b \cdot \frac{m}{n}$  ( $m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$ ).

Bài toán 2. Tìm một số biết giá trị một phân số của nó.

Muốn tìm một số biết  $\frac{m}{n}$  của nó bằng  $a$ , ta tính  $a : \frac{m}{n}$  ( $m, n \in \mathbb{N}^*$ ).

Bài toán 3. Tìm tỉ số của hai số.

Muốn tìm tỉ số của hai số  $a$  và  $b$  ( $b \neq 0$ ) ta tìm thương của hai số ấy

$$\frac{a}{b} = a : b (b \neq 0).$$

Lưu ý: Ba bài toán cơ bản về phân số cũng là ba bài toán cơ bản về phần trăm vì phần trăm chỉ là dạng đặc biệt của phân số.

- Trong thực hành, ta thường dùng tỉ số dưới dạng tỉ số phần trăm với kí hiệu %.  
Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số  $a$  và  $b$ , ta nhân  $a$  với 100 rồi chia cho  $b$  và viết kí hiệu % vào kết quả:  $\frac{a \cdot 100}{b} \%$ .
- Tỉ lệ xích =  $\frac{\text{Khoảng cách giữa hai điểm trên bản đồ}}{\text{Khoảng cách giữa hai điểm tương ứng trên thực tế}}$

(hai khoảng cách có cùng đơn vị đo)

### **B. MỘT SỐ VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.** Khối 6 của một trường có 300 học sinh trong đó có 40% là học sinh giỏi.

Trong số học sinh giỏi đó, số nữ sinh chiếm  $\frac{2}{3}$ . Tính số học sinh nữ của khối 6 đạt loại giỏi.

**Giải.**

Số học sinh giỏi của khối 6 là:  $300 \cdot 40\% = 120$  ( học sinh).

Số học sinh nữ của khối 6 đạt loại giỏi là:  $120 \cdot \frac{2}{3} = 80$  ( học sinh).

*Nhận xét:*

Có thể nhận xét rằng số nữ sinh đạt loại giỏi bằng  $\frac{2}{3}$  của 40% số học sinh khối 6 tức là bằng  $40\% \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$  số học sinh khối 6. Vậy số nữ đạt loại giỏi là:  $300 \cdot \frac{4}{15} = 80$  (học sinh).

**Ví dụ 2.** Số sách ở ngăn A bằng  $\frac{2}{3}$  số sách ở ngăn B. Nếu chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B thì số sách ở ngăn A bằng  $\frac{3}{7}$  số sách ở ngăn B. Tìm số sách ở mỗi ngăn.

**Giải.**

Tổng số sách ở hai ngăn không đổi khi ta chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B.

Lúc đầu, số sách ở ngăn A bằng  $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$  (tổng số sách), lúc sau bằng  $\frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$  (tổng số sách).

3 quyển chính là:  $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$  (tổng số sách).

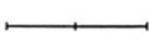
Vậy tổng số sách ở hai ngăn là:  $3 : \frac{1}{10} = 30$  (quyển).

Ngăn A có:  $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$  (quyển)

Ngăn B có:  $30 - 12 = 18$  (quyển).

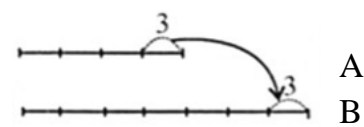
*Nhận xét:*


Khi giải bài toán này, ta đã dựa trên nhận xét quan trọng sau đây: tổng số sách ở hai ngăn không đổi khi chuyển ba quyển sách từ ngăn A sang ngăn B. Căn cứ vào đó, ta đã lập tỉ số giữa số sách của ngăn A và tổng số sách trước và sau khi chuyển. Có thể dùng sơ đồ để thấy rõ hơn:

Ngăn A 

Ngăn B 

Lúc đầu số sách ngăn A bằng  $\frac{2}{5}$  tổng số sách

Ngăn  A

Ngăn  B

Lúc sau số sách ngăn A bằng  $\frac{3}{10}$  tổng số sách

Từ đó, đưa về bài toán: tìm một số biết giá trị một phân số của nó ( tìm số sách biết  $\frac{1}{10}$  của nó là 3 quyển).

**Ví dụ 3.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số sao cho tỉ số giữa số đó với tổng các chữ số của nó là lớn nhất.

**Giải.**

Gọi số tự nhiên phải tìm là  $\overline{ab}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$ ), tỉ số giữa  $\overline{ab}$  và  $a + b$  là  $k$ .

Ta có:

$$k = \frac{\overline{ab}}{a+b} = \frac{10a+b}{a+b} \leq \frac{10a+10b}{a+b} = \frac{10(a+b)}{a+b} = 10$$

$$k = 10 \Leftrightarrow b = 10b \Leftrightarrow b = 0.$$

Vậy  $k$  lớn nhất bằng 10 khi  $b = 0, a \in \{1; 2; \dots; 9\}$ .

Các số phải tìm là  $\overline{a0}$  với  $a$  là chữ số khác 0.

*Nhận xét:*

Bài toán này có thể giải theo nhiều cách khác, chẳng hạn cách giải sau đây:

$$k = \frac{\overline{ab}}{a+b} = \frac{10a+b}{a+b}.$$

a) Nếu  $b = 0$  thì  $k = \frac{10a}{a} = 10$ .

b) Nếu  $b \neq 0$  thì  $a+b \geq a+1$  và  $10a+b < 10(a+1)$ .

c) Khi đó ta có  $k = \frac{10a+b}{a+b} < \frac{10(a+1)}{a+1} = 10$ .

Vậy  $k$  lớn nhất bằng 10 khi  $b = 0, 1 \leq a \leq 9$ .

Các số phải tìm là 10, 20, 30, ..., 80, 90.

**Ví dụ 4.** Giá hàng hạ 20%. Hỏi với cùng một số tiền có thể mua thêm bao nhiêu phần trăm hàng?

**Giải.**

Với số tiền không đổi nên giá hàng tỉ lệ nghịch với lượng hàng mua được. Ta lập bảng sau đây để giải:

Giá hàng (%)	Lượng hàng mua được (%)
100	100
1	100.100
$100 - 20 = 80$	$\frac{100.100}{80} = 125$

Vậy lượng hàng mua thêm được là:  $125 - 100 = 25$  (%).

*Nhận xét:*

Bài toán đề cập đến ba đại lượng: giá hàng, số tiền mua hàng và lượng hàng mua được. Vì số tiền mua hàng không đổi nên giá hàng và lượng hàng mua được là hai đại lượng tỷ lệ nghịch.

Như vậy để giải bài toán này, điều quan trọng là phải xác định rõ các đại lượng được đề cập trong bài và quan hệ giữa các đại lượng đó.

Lên lớp 7, với kiến thức về đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất của tỉ lệ thức, ta sẽ giải lại bài toán này một cách dễ dàng.

### C. BÀI TẬP

---

**3.121.** Hiệu của hai số là 16. Tìm hai số ấy biết rằng  $\frac{5}{32}$  số thứ nhất bằng  $\frac{3}{16}$  số thứ hai.

**3.122.** Tìm hai số biết rằng  $\frac{9}{11}$  số thứ nhất bằng  $\frac{6}{9}$  số thứ hai và tổng của chúng bằng 172.

**3.123.** Tìm hai số biết rằng tổng và tỉ số của hai số đó đều bằng  $10\frac{1}{2}$ .

**3.124.** Một số bớt đi 36 thì bằng  $\frac{3}{7}$  số đó. Hãy tìm số đó.

**3.125.** Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kì I bằng  $\frac{2}{7}$  số còn lại. Cuối năm có thêm 5 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng  $\frac{1}{2}$  số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

**3.126.** Số thỏ ở chuồng A bằng  $\frac{2}{5}$  số thỏ ở cả hai chuồng A và B. Sau khi bán 3 con ở chuồng A thì số thỏ ở chuồng A bằng  $\frac{1}{3}$  tổng số thỏ ở cả hai chuồng lúc đó. Tính số thỏ lúc đầu ở chuồng A.

**3.127.** Bạn Thu đọc một cuốn sách trong 4 ngày. Ngày thứ nhất Thu đọc được  $\frac{1}{5}$  cuốn sách và 10 trang. Ngày thứ hai, Thu đọc được  $\frac{4}{9}$  số trang còn lại và 10 trang. Ngày thứ ba, Thu đọc được  $\frac{2}{7}$  số trang còn lại và 10 trang. Ngày thứ tư, Thu đọc được  $\frac{8}{9}$  số trang còn lại và 10 trang cuối. Hỏi cuốn sách Thu đã đọc có bao nhiêu trang?

**3.128.** Một cửa hàng bán một tấm vải trong 4 ngày. Ngày thứ nhất bán  $\frac{1}{6}$  tấm vải và 5m; ngày thứ hai bán 20% số còn lại và 10m; ngày thứ ba bán 25% số còn lại và 9m; ngày thứ tư bán  $\frac{1}{3}$  số còn lại. Cuối cùng còn 13m. Tính chiều dài của tấm vải?

**3.129.** Có bốn người mua khoai. Người thứ nhất mua 12,5% số khoai và 10kg; người thứ hai mua  $\frac{10}{31}$  số còn lại và 40kg; người thứ ba mua 40% số còn lại; người thứ tư mua 75% số còn lại. Cuối cùng còn 57kg. Hỏi số kilogam khoai mỗi người đã mua?

**3.130.** Một người đi chơi ba ngày bằng xe đạp. Ngày thứ nhất đi  $\frac{1}{3}$  quãng đường trừ đi 2km; ngày thứ hai đi  $\frac{1}{2}$  quãng đường còn lại trừ đi 3km; ngày thứ ba đi  $\frac{8}{9}$  quãng đường còn lại và 6km. Tính quãng đường người ấy đã đi trong ba ngày.

**3.131.** Một cô thư kí có thể đánh máy xong một tài liệu trong 5 giờ 20 phút. Một cô khác đánh máy xong tài liệu ấy trong 4 giờ 40 phút. Nếu cùng làm, cả hai cô đánh được 90 trang. Hỏi mỗi cô đánh được bao nhiêu trang?

**3.132.** Hai máy cày cùng làm việc trong 16 giờ thì cày xong một thửa ruộng. Nếu hai máy cày cùng làm việc trong 12 giờ trên thửa ruộng ấy thì phần ruộng còn lại, máy cày thứ hai phải làm việc trong vòng 6 giờ mới xong. Hỏi nếu làm việc một mình thì mỗi máy cày phải cần một thời gian bao lâu để cày xong thửa ruộng ấy?

**3.133.** Một công việc được giao cho hai người. Người thứ nhất có thể hoàn thành công việc đó trong  $\frac{2}{5}$  giờ. Lúc đầu người thứ nhất làm sau 8 phút 40 giây người thứ hai cùng

làm, thì sau đó  $\frac{11}{90}$  giờ sẽ hoàn thành công việc. Hỏi người thứ hai làm một mình bao lâu thì xong công việc?

**3.134.** Một ô tô đi từ A lúc 8 giờ. Đến 9 giờ, một ô tô khác cũng đi từ A. Xe thứ nhất đến B lúc 2 giờ chiều. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất nửa giờ. Hỏi xe thứ hai đuổi kịp xe thứ nhất ở chỗ cách A bao nhiêu kilomet, nếu vận tốc của nó lớn hơn vận tốc xe thứ nhất 20km/h.

**3.135.** Hai xe lửa đi từ A đến B mất 2 giờ 48 phút và 4 giờ 40 phút. Tính khoảng cách AB biết rằng vận tốc xe thứ nhất hơn vận tốc xe thứ hai là 26km/h.

**3.136.** Khối lượng công việc tăng 80% nhưng năng suất lao động chỉ tăng 20%. Hỏi phải tăng số công nhân thêm bao nhiêu phần trăm để hoàn thành công việc?

**3.137.** Lượng nước trong cỏ tươi là 60%, trong cỏ khô là 15%. Hỏi một tấn cỏ tươi cho bao nhiêu cỏ khô?

**3.138.** Số hộp sữa loại một ít hơn loại hai là 12,5% nhưng lượng sữa trong mỗi hộp lại nhiều hơn 8%. Hỏi lượng sữa tổng cộng của loại nào ít hơn và ít hơn bao nhiêu phần trăm?

**3.139.** Tính tuổi hai anh em, biết 62,5% tuổi anh lớn hơn 75% tuổi em là 2 tuổi và 50% tuổi anh hơn 37,5% tuổi em là 7 tuổi.

**3.140.** Trong số học sinh tham gia lao động buổi sáng có 40% học sinh là lớp 6, 36% là học sinh lớp 7, số còn lại là học sinh lớp 8. Buổi chiều số học sinh lớp 6 giảm 75%, số học sinh lớp 7 tăng 37,5%, số học sinh lớp 8 tăng 75%. Hỏi số học sinh tham gia lao động buổi chiều thay đổi thế nào so với số học sinh lao động ở buổi sáng.

**3.141.** Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài 30m, chiều rộng 10m.

a) Tính chiều dài và chiều rộng của khu đất trên bản vẽ, tỉ lệ xích của bản vẽ là  $\frac{1}{100}$ .

b) Tính số diện tích của khu đất trên bản vẽ và diện tích khu đất trên thực tế.

**3.142.** Trên bản đồ có tỉ lệ xích 1:1000, một khu đất hình chữ nhật có diện tích là  $50cm^2$

Hỏi trên thực tế, khu đất đó có diện tích thực tế là bao nhiêu mét vuông?

---

---

## Chuyên đề nâng cao 1. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP SO SÁNH PHÂN SỐ.

Ta đã biết:

- Trong hai phân số có cùng một mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.
- Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau: phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

Đây là phương pháp chung để so sánh hai phân số bất kì. Tuy nhiên, do đặc điểm riêng của từng phân số, ta có thể có những cách khác để so sánh phân số mà không quy đồng mẫu số. Trong chuyên đề này, ta sẽ tìm hiểu các phương pháp đó.

Trước hết ta có hai lưu ý sau:

**1.** Phân số âm bao giờ cũng nhỏ hơn phân số dương.

Thật vậy, phân số âm nhỏ hơn 0 và phân số dương lớn hơn 0, suy ra phân số dương lớn hơn phân số âm.

**2.** Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn.

Điều này cũng đúng đối với phân số: trong hai phân số âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn. Giá trị tuyệt đối của một phân số âm là số đối của nó. Do đó, trong hai phân số âm, số nào có số đối nhỏ hơn thì lớn hơn.

Vì vậy, khi so sánh các phân số âm, ta chỉ cần so sánh các số đối của chúng là các phân số dương.

Sau đây, ta chỉ xét các phương pháp so sánh các phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương.

### **1) Quy đồng tử các phân số ( tức đưa về các phân số có cùng tử)**

Trong hai phân số cùng tử ( trong đó tử và mẫu đều dương), phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì lớn hơn.

Thật vậy: giả sử ta có  $a, b, c > 0$  và  $b < c$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}; \quad \frac{a}{c} = \frac{ab}{bc}$$

Do  $c > b$  nên  $ac > ab$  suy ra  $\frac{ac}{bc} > \frac{ab}{bc}$ . Vậy  $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$

**Ví dụ :** So sánh  $\frac{-48}{224}$  và  $\frac{-52}{247}$

**Giải.**

Ta so sánh hai số đối của hai phân số đã cho là  $\frac{48}{224}$  và  $\frac{52}{247}$

Rút gọn ta được  $\frac{48}{224} = \frac{3}{14}$ ;  $\frac{52}{247} = \frac{4}{19}$

$$\frac{3}{14} = \frac{12}{56}; \quad \frac{4}{19} = \frac{12}{57}$$

Vì  $\frac{12}{56} > \frac{12}{57}$  nên  $\frac{48}{224} > \frac{52}{247}$ .

Vậy  $\frac{-48}{224} < \frac{-52}{247}$

---

## 2) Sử dụng tính chất bắc cầu

Tính chất bắc cầu của thứ tự:

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ và } \frac{c}{d} > \frac{k}{q} \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{k}{q}.$$

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{43}{81}$  và  $\frac{59}{73}$ .

**Giải**

Ta chọn số trung gian là  $\frac{43}{73}$ . Ta có :

$$\frac{43}{81} < \frac{43}{73} < \frac{59}{73} \Rightarrow \frac{43}{81} < \frac{59}{73}$$

Ta cũng có thể chọn số trung gian là  $\frac{59}{81}$ . Ta có :

$$\frac{43}{81} < \frac{59}{81} < \frac{59}{73} \Rightarrow \frac{43}{81} < \frac{59}{73}$$

## 3) Xét “phân bù đến đơn vị

Đối với các phân số nhỏ hơn 1 có hiệu giữa tử và mẫu bằng nhau, ta có thể so sánh chúng bằng cách xét “phân bù” đến đơn vị của chúng.

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{31}{61}$  và  $\frac{41}{71}$

**Giải.**

*Nhận xét:*  $61 - 31 = 71 - 41 = 30$

$$\text{Ta có: } \frac{31}{61} = \frac{61-30}{61} = 1 - \frac{30}{61} \quad (1)$$

$$\frac{41}{71} = \frac{71-30}{71} = 1 - \frac{30}{71} \quad (2)$$

Vì  $\frac{30}{61} > \frac{30}{71}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $\frac{31}{61} < \frac{41}{71}$

## 4) Viết phân số dưới dạng hỗn số

Đối với các phân số có tử lớn hơn mẫu, ta có thể viết chúng dưới dạng hỗn số rồi so sánh.

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{-23}{7}$  và  $\frac{-31}{9}$ .

**Giải.**

$$\text{Ta có: } \frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}; \frac{31}{9} = 3\frac{4}{9}.$$

Vì  $\frac{2}{7} < \frac{4}{14} < \frac{4}{9}$  nên  $3\frac{2}{7} < 3\frac{4}{9}$  hay  $\frac{23}{7} < \frac{31}{9}$ .

Vậy:  $\frac{-23}{7} > \frac{-31}{9}$



### 5) « Nhân chéo »

Ta có tính chất sau:

Với mọi số  $a, b, c, d$  nguyên dương:  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$ .

Thật vậy, ta có:  $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$ ;  $\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$

Do  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd} \Leftrightarrow ad < bc$ .

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{11}{15}$  và  $\frac{12}{17}$ .

**Giải.**

Ta có:  $11 \cdot 17 = 187$

$15 \cdot 12 = 180$

Do đó  $11 \cdot 17 > 15 \cdot 12$

Suy ra  $\frac{11}{15} > \frac{12}{17}$ .

### 6) Viết phân số dưới dạng số thập phân

Ta có thể viết các phân số dưới dạng bằng cách chia tử cho mẫu rồi so sánh hai số thập phân này.

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{39}{104}$  và  $\frac{187}{500}$ .

**Giải.**

$$\frac{39}{104} = \frac{3}{8} = 0,375 \quad (1)$$

$$\frac{187}{500} = 0,374 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{39}{104} > \frac{187}{500}$ .

### 7) Đối với các phân số nhỏ hơn 1 hoặc lớn hơn 1, ta có tính chất sau:

Với  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ :

Nếu  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ .

Nếu  $\frac{a}{b} > 1$  thì  $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ .

Thật vậy, nếu  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $a < b$ , suy ra  $ac < bc$ .

Từ đó suy ra:  $ab + ac < ab + bc$

Vậy  $a(b+c) < b(a+c) \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ .

---

Chứng minh tương tự với trường hợp  $\frac{a}{b} > 1$ .

**Ví dụ:** So sánh  $\frac{-387}{386}$  và  $\frac{-592}{591}$

**Giải.**

$$\frac{387}{386} > 1 \Rightarrow \frac{387}{386} > \frac{387+205}{386+205} = \frac{592}{591}$$

$$\text{Ta có: } \frac{387}{386} > \frac{592}{591} \text{ nên } \frac{-387}{386} < \frac{-592}{591}$$

### 8) Áp dụng tính chất

Với các số nguyên dương  $a, b, c, d$  :

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

Thật vậy, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} < \frac{c}{d} &\Rightarrow ad < bc \Rightarrow ab + ad < ab + bc \\ &\Rightarrow a(b+d) < b(a+c) \\ &\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} < \frac{c}{d} &\Rightarrow ad < bc \Rightarrow ad + cd < bc + cd \\ &\Rightarrow d(a+c) < c(b+d) \\ &\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

**Ví dụ.** Tìm ba phân số khác nhau, các phân số này lớn hơn  $\frac{1}{4}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{1}{3}$ .

**Giải.**

$$\text{Từ } \frac{1}{4} < \frac{1}{3} \text{ suy ra } \frac{1}{4} < \frac{1+1}{4+3} < \frac{1}{3} \text{ hay } \frac{1}{4} < \frac{2}{7} < \frac{1}{3}.$$

$$\text{Từ } \frac{1}{4} < \frac{2}{7} \text{ suy ra } \frac{1}{4} < \frac{1+2}{4+7} < \frac{2}{7} \text{ hay } \frac{1}{4} < \frac{3}{11} < \frac{2}{7}.$$

$$\text{Từ } \frac{2}{7} < \frac{1}{3} \text{ suy ra } \frac{2}{7} < \frac{2+1}{7+3} < \frac{1}{3} \text{ hay } \frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy, ta có } \frac{1}{4} < \frac{3}{11} < \frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{1}{3}.$$

---

---

**BÀI TẬP**

**3.143.** So sánh hai phân số  $\frac{5}{8}$  và  $\frac{14}{17}$  bằng nhiều cách khác nhau.

**3.144.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{-16}{121}$  và  $\frac{-24}{143}$                       b)  $\frac{12}{35}$ ;  $\frac{112}{217}$  và  $\frac{24}{49}$ .

**3.145.** Cho các số nguyên dương a, b, c, d. Chứng tỏ rằng:

$$1 < \frac{a}{a+b+c} < \frac{b}{b+c+d} < \frac{c}{c+d+a} < \frac{d}{d+a+b} < 2.$$

**3.146.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{49}{56}$ ;  $\frac{47}{58}$  và  $\frac{49}{58}$                       b)  $\frac{n}{n+7}$  và  $\frac{n+5}{n+6}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

**3.147.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{-47}{48}$  và  $\frac{-68}{69}$                       b)  $\frac{27}{73}$  và  $\frac{271}{731}$ .

**3.148.** Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần:

$$\frac{7}{8}; \frac{66}{77}; \frac{555}{666}; \frac{4444}{5555}; \frac{33333}{44444}$$

**3.149.** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{31}{7}$  và  $\frac{35}{8}$                       b)  $A = \frac{8^{10} + 1}{8^{10} - 1}$  và  $B = \frac{8^{10} + 1}{8^{10} - 3}$ .

**3.150.** Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn:

$$\frac{588}{533}; \frac{245}{221}; \frac{768}{697}; \frac{513}{255}$$

**3.151.** So sánh:

$$A = \frac{100^9 + 4}{100^9 - 1} \quad \text{và} \quad B = \frac{100^9 + 1}{100^9 - 4}$$

**3.152.** So sánh:

$$C = \frac{100^{16} + 1}{100^{17} + 1} \quad \text{và} \quad D = \frac{100^{15} + 1}{100^{16} + 1}$$

**3.153.** So sánh các phân số sau

a)  $\frac{-497}{496}$  và  $\frac{-815}{816}$                       b)  $\frac{-2011}{2012}$  và  $\frac{-2012}{2013}$ .

**3.154.** Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần:

$$\frac{3}{7}; \frac{31}{71}; \frac{311}{711}; \frac{3112}{7112}$$

**3.155.** So sánh hai phân số sau theo hai cách:

$$\frac{n}{n+2} \quad \text{và} \quad \frac{n+3}{n+5} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

**3.156.** Cho a, b, c là các số nguyên dương. Chứng tỏ rằng:

$$1 < \frac{a}{b+c} < \frac{b}{c+a} < \frac{c}{a+b} < 2$$

**3.157.** Viết 9 phân số có tử và mẫu là các số có 1 chữ số, các phân số này lớn hơn  $\frac{1}{3}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{2}{3}$ .

**3.158.** So sánh hai biểu thức A và B, biết rằng:

$$A = \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n+2} ; B = \frac{2n+1}{2n+3} (n \in \mathbb{N}^*)$$

**3.159.** So sánh hai số A và B, biết rằng:

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{49.50} ;$$

$$B = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} .$$

**3.160.** Cho  $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ .

Biết rằng  $a+b+c = 7$  và  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$ .

So sánh S và  $1\frac{8}{11}$ .

### *Chuyên đề nâng cao 2.*

#### **MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ DÃY CÁC PHÂN SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT**

Ta thường gặp một số bài toán trong đó các phân số có tử và mẫu được viết theo quy luật. Việc phát hiện ra quy luật viết của các phân số giúp ta tìm được cách giải quyết nhanh chóng và thuận tiện.

Sau đây là một số các ví dụ.

**Ví dụ 1.** Tính nhanh tổng sau:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}} .$$

**Giải.**

*Nhận xét:* Kể từ số hạng thứ hai, mỗi phân số bằng phân số đứng ngay trước nó nhân với  $\frac{1}{2}$ .

Ta có:  $2S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^9}$  (1)

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^{10}} \quad (2)$$

Lấy (1) trừ đi (2) ta được :  $S = 1 - \frac{1}{2^{10}} = 1 - \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$ .

**Ví dụ 2.** Hãy tính tổng các phân số sau đây theo cách nhanh nhất :

$$A = \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{24.25};$$

$$B = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{99.101}.$$

$$C = \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \frac{5^2}{11.16} + \frac{5^2}{16.21} + \frac{5^2}{21.26} + \frac{5^2}{26.31};$$

$$D = \frac{3}{1.3} + \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \dots + \frac{3}{49.51};$$

$$E = \frac{1}{7} + \frac{1}{91} + \frac{1}{247} + \frac{1}{475} + \frac{1}{775} + \frac{1}{1147};$$

**Giải.**

*Nhận xét :* Các phân số trong các bài tập này có thể đưa về dạng  $\frac{a}{n(n+a)}$ . Đó là các phân số

có tử không đổi và đúng bằng hiệu hai thừa số ở mẫu. Các phân số này đều có thừa số cuối ở mẫu của phân số trước bằng thừa số đầu ở mẫu của phân số sau. Nếu ta viết mỗi số hạng thành hiệu của hai phân số thì ta có thể khử liên tiếp để thực hiện tính tổng một cách dễ dàng:

Ta có:  $\frac{a}{n(n+a)} = \frac{(n+a) - n}{n(n+a)} = \frac{n+a}{n(n+a)} - \frac{n}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a}$ .

Vậy :  $\frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a}$ .

Áp dụng công thức trên ta có thể tính các tổng đã cho như sau:

$$A = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{24} - \frac{1}{25} = \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = \frac{4}{25};$$

$$B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101} = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}.$$

$$C = 5 \left( \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \dots + \frac{5}{26.31} \right) = 5 \left( 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right)$$

$$= 5 \left( 1 - \frac{1}{31} \right) = \frac{150}{31} = 4 \frac{26}{31}.$$

$$D = \frac{3}{2} \left( \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{49.51} \right) = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{1}{51} \right) = 1 \frac{8}{17}.$$

$$E = \frac{1}{1.7} + \frac{1}{7.13} + \frac{1}{13.19} + \frac{1}{19.25} + \frac{1}{25.31} + \frac{1}{31.37}.$$

$$= \frac{1}{6} \left( \frac{6}{1.7} + \frac{6}{7.13} + \frac{6}{13.19} \right) = \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \dots + \frac{1}{31} - \frac{1}{37} \right)$$

$$= \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{1}{37} \right) = \frac{6}{37}.$$

**Ví dụ 3.** Tính các tổng sau:

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{190}.$$

$$B = \frac{12}{84} + \frac{12}{210} + \frac{12}{390} + \dots + \frac{12}{2100}.$$

**Giải.**

$$A = \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \dots + \frac{2}{380} \text{ (nhân cả tử với mẫu của mỗi phân số với 2).}$$

$$\frac{2}{5.6} + \frac{2}{6.7} + \frac{2}{7.8} + \dots + \frac{2}{19.20} = 2 \left( \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{19.20} \right)$$

$$= 2 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \right) = 2 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{20} \right) = 2 \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{10}.$$

$$B = \frac{4}{28} + \frac{4}{70} + \frac{4}{130} + \dots + \frac{4}{700} \text{ (chia cả tử và mẫu của mỗi phân số cho 3)}$$

$$= \frac{4}{4.7} + \frac{4}{7.10} + \frac{4}{10.13} + \dots + \frac{4}{25.28} = \frac{4}{3} \left( \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13} + \dots + \frac{3}{25.28} \right)$$

$$= \frac{4}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{2}{7}.$$

**Ví dụ 4.** Tìm x biết:

$$\frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \dots + \frac{1}{(2x-2).2x} = \frac{11}{48} \text{ (} x \in N, x \geq 2 \text{)}$$

**Giải.**

$$\frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{(2x-2).2x} = \frac{11}{48}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(x-1).x} \right) = \frac{11}{48}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{11}{48}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left( 1 - \frac{1}{x} \right) = \frac{11}{48}$$

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{11}{48} : \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{x} = 1 - \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$x = 12.$$

**Ví dụ 5.** Chứng tỏ rằng với mọi  $x \in N^*$ , ta có :

$$\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{2(3n+2)}$$

**Giải.**

Xét về trái, ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} \\ &= \frac{1}{3} \left[ \frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \dots + \frac{3}{(3n-1)(3n+2)} \right] \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3n}{2 \cdot (3n+2)} = \frac{n}{2(3n+2)}. \end{aligned}$$

Vế trái đúng bằng vế phải. Đẳng thức đã được chứng minh là đúng.

**Ví dụ 6.** Chứng tỏ rằng:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{10^2 + 11^2} < \frac{9}{20}.$$

**Giải.** Xét về trái :  $T = \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{221}$

Ta có:  $T < \frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{220}$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{110} \right) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{10.11} \right)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{11} \right) < \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \Rightarrow T < \frac{9}{20}.$$

**Ví dụ 7.**

a) Với  $n \in \mathbb{N}^*$  hãy chứng tỏ rằng:

$$\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right].$$

b) Cho  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{23.24.25}$ .

Hãy so sánh S và  $\frac{1}{4}$

**Giải.**

$$a) \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n+2) - n}{n.(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{n+2}{n(n+1)(n+2)} - \frac{n}{n(n+1)(n+2)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right].$$

b) Theo kết quả câu a) ta có:

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{23.24} - \frac{1}{24.25} \right)$$



$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{23.24} - \frac{1}{24.25} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{24.25} \right) < \frac{1}{4}$$

**Ví dụ 8.** Cho  $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{4999}{5000}$

Hãy so sánh A và 0,02

**Giải.**

$$\text{Đặt: } A' = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \cdot \dots \cdot \frac{4999}{5000}$$

Rõ ràng  $A < A'$

$$\text{Suy ra } A^2 < AA' = \frac{2}{50000} = \frac{1}{2500} = \left( \frac{1}{50} \right)^2$$

$$\text{nên } A < \frac{1}{50} = 0,02$$

**Ví dụ 9.** Tính :

$$M = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \dots \cdot \frac{9999}{10000}$$

**Giải.**

$$M = \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{99.101}{100^2} = \frac{1.2.3 \dots 99}{2.3.4 \dots 100} \cdot \frac{3.4.5 \dots 101}{2.3.4 \dots 100} = \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2} = \frac{101}{200}$$

**Ví dụ 10.** Chứng tỏ rằng:

$$\frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50} = \frac{99}{50} - \frac{97}{49} + \dots + \frac{7}{4} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 1.$$

**Giải.**

Xét về phải:

$$P = \frac{99}{50} - \frac{97}{49} + \dots + \frac{7}{4} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 1 = 2 \left( \frac{99}{100} - \frac{97}{98} + \dots + \frac{7}{8} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 2 \left[ \left( 1 - \frac{1}{100} \right) - \left( 1 - \frac{1}{98} \right) + \dots + \left( 1 - \frac{1}{8} \right) - \left( 1 - \frac{1}{6} \right) + \left( 1 - \frac{1}{4} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{100}\right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \\
&= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50}\right) \\
&= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{25} + \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{50}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25}\right) \\
&= \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}.
\end{aligned}$$

Đẳng thức được chứng tỏ là đúng.

## BÀI TẬP

**3.161.** Tính tổng :

$$S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2011.2012}.$$

**3.162.** Tính tổng :

$$T = \frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \dots + \frac{3}{299.302}.$$

**3.163.** Tính tổng :

$$A = \frac{2}{1.7} + \frac{2}{7.13} + \frac{2}{13.19} + \dots + \frac{2}{601.607}.$$

**3.164.** Tính tổng S biết rằng :

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

**3.165.** Cho

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2012}}.$$

Chứng tỏ rằng  $A < 1$ .

**3.166.** Tính :

$$A = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+100}\right).$$

**3.167.** Chứng tỏ rằng với mọi  $n \in \mathbb{N}$ , ta luôn có :

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}.$$

**3.168.** Chứng tỏ rằng :

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}.$$

**3.169.** Chứng tỏ rằng :

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1 (n \in N, n \geq 2).$$

**3.170.** Chứng tỏ rằng :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \frac{1}{100} + \frac{1}{144} + \frac{1}{196} < \frac{1}{2}.$$

**3.171.** Tìm số tự nhiên x, biết rằng :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2011}{2013}.$$

**3.172.** Tính :

$$M = \left( \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{37.38.39} \right) \cdot 1482 + 185.8.$$

**3.173.** Tính :

$$N = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{3000}}{\frac{2999}{1} + \frac{2998}{2} + \frac{2997}{3} + \dots + \frac{1}{2999}}.$$

**3.174.** tìm tổng tất cả các phân số tối giản có mẫu bằng 31, mỗi phân số này điều lớn hơn 25 và nhỏ hơn 70.

**3.175.** Tính nhanh :

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024}.$$

**3.176.** Cho :  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}.$

Hãy chứng tỏ là A không phải là số tự nhiên.

**3.177.** Cho đẳng thức :

$$\frac{49}{1} + \frac{48}{2} + \frac{74}{3} + \dots + \frac{2}{48} + \frac{1}{19} = 50A.$$

Hãy chứng tỏ rằng A không phải là số tự nhiên.

**3.178.** Tính tích :

$$P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right).$$

**3.179.** Kí hiệu  $n! = 1.2.3 \dots n$

Hãy chứng tỏ rằng:

$$a) \frac{3}{5.2!} + \frac{3}{5.3!} + \frac{3}{5.4!} + \dots + \frac{3}{5.100!} < 0,6.$$

$$b) \frac{3}{4!} + \frac{3}{5!} + \frac{3}{6!} + \dots + \frac{3}{100!} < \frac{1}{3!}.$$

**3.180.** Tính :

$$A = \frac{\left(1 + \frac{2012}{1}\right) \left(1 + \frac{2012}{2}\right) \left(1 + \frac{2012}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{2012}{1000}\right)}{\left(1 + \frac{1000}{1}\right) \left(1 + \frac{1000}{2}\right) \left(1 + \frac{1000}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1000}{2012}\right)}.$$

**3.181.** Cho :

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2013.2014}.$$

$$B = \frac{1}{1008.2004} + \frac{1}{1009.2013} + \frac{1}{1010.2012} + \dots + \frac{1}{2014.1008}.$$

Hãy chứng tỏ rằng  $\frac{A}{B}$  là một số nguyên

---

---

**HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ**  
**CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6**  
**PHÂN SỐ**

---

---

**Chuyên đề 1. MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ**  
**PHÂN SỐ BẰNG NHAU**

3.1. Có 4 phân số:  $\frac{-4}{7}; \frac{7}{-4}; \frac{0}{-4}; \frac{0}{7}$ .

3.2.  $x \in Z$  và  $-12 \leq x \leq -8$ . Do đó  $x \in A = \{-12; -11; -10; -9; -8\}$ .

3.3. Số nữ bằng  $\frac{22}{23}$  số nam.

3.4. a)  $x = \frac{2.56}{7} = 16;$

b)  $y = \frac{-5.36}{45} = -4;$

c)  $z = \frac{48.(-7)}{42} = -8;$

d)  $t = \frac{(-30).(-13)}{6} = 65.$

3.5.  $\frac{-304}{4} = -76$  ;  $\frac{-3267}{9} = -363$  ;  $\frac{-1353}{-11} = 123.$

$\frac{-416}{6}$  có giá trị không là số nguyên.

3.6. a)  $x < -16$  nên  $x$  lớn nhất là  $-17$ .

b)  $x < -13$  nên  $x$  lớn nhất là  $-14$ .

c)  $x < 27$  nên  $x$  lớn nhất là  $26$ .

3.7. Phân số  $\frac{6}{9}$ .

3.8. Có tất cả 16 phân số:

$$\frac{-3}{7}; \frac{7}{-3}; \frac{-3}{11}; \frac{11}{-3}; \frac{-3}{-13}; \frac{-13}{-3}; \frac{7}{11}; \frac{11}{7}; \frac{7}{-13}; \frac{-13}{7}; \frac{11}{-13}; \frac{-13}{11}; \frac{0}{-3}; \frac{0}{7}; \frac{0}{11}; \frac{0}{-13}.$$

3.9. Lấy  $-3$  làm mẫu, ta viết được ba phân số là:  $\frac{-3}{-3}; \frac{7}{-3}; \frac{0}{-3}$ .

---

Lấy 7 làm mẫu, ta viết được ba phân số là:  $\frac{-3}{7}; \frac{7}{7}; \frac{0}{7}$ .

Số 0 không thể lấy làm mẫu của phân số.

Vậy ta viết được tất cả 6 phân số.

**3.10.** Vì  $\frac{x}{6} = \frac{y}{7}$  nên  $xy = 42$ .

Ta lại có:  $x < y < 0$  nên ta lập được bảng sau:

$x$	-42	-21	-14	-7
$y$	-1	-2	-3	-6

**3.11.** a)  $x = -1$ ;                      b)  $x = -3$ .

**3.12.** a)  $x = 0$ ;                        b)  $x = -2$ .

**3.13.**  $x = -8$ .

**3.14.** a) Với mọi  $n \in \mathbb{Z}$  thì  $n^2 + 5 > 0$  nên phân số  $M$  luôn tồn tại;

b)  $n = 0$  thì  $M = \frac{-3}{5}$ ;

$n = 2$  thì  $M = \frac{-1}{9}$ ;

$n = -5$  thì  $M = \frac{-8}{30}$ .

**3.15.**  $\frac{x-3}{x-1} = \frac{(x-1)-2}{x-1} = 1 - \frac{2}{x-1}$ .

$\frac{x-3}{x-1}$  có giá trị là số nguyên khi  $x-1 \in U(2) = \{-2; -1; 1; 2\}$ .

Vậy  $x \in \{-1; 0; 2; 3\}$ .

**3.16.** Ta có:  $(-4) \cdot (-32) = (-8) \cdot (-16)$ .

Từ đó ta lập được 4 cặp phân số bằng nhau:

$\frac{-4}{-8} = \frac{-16}{-32}$ ;  $\frac{-4}{-16} = \frac{-8}{-32}$ ;  $\frac{-32}{-8} = \frac{-16}{-4}$ ;  $\frac{-32}{-16} = \frac{-8}{-4}$ .

**3.17.** Để  $a$  là số nguyên tố ta phải có  $(n+8):(2n-5)$  và  $n \geq 3$ .

Suy ra  $2(n+8) - (2n-5) : (2n-5)$  hay  $21 : (2n-5)$ .

Do đó:  $2n-5 \in U(21) = \{1; 3; 7; 21\}$  (vì  $2n-5 > 0$ )

Ta có bảng sau:

$2n-5$	1	3	7	21
$n$	3	4	6	13
A	11	4	2	1

Trong các giá trị trên của  $a$  chỉ có 11 và 2 là số nguyên tố. Vậy giá trị của  $n$  phải tìm để  $a$  là số nguyên tố là  $n = 3, n = 6$ .

**3.18.** Giả sử  $\frac{7n-1}{4}$  và  $\frac{5n+3}{12}$  đồng thời là các số tự nhiên.

Khi đó ta có  $(7n-1):4$  và  $(5n+3):12$  hay  $(5n+3):4$ .

Suy ra  $(7n-1) + (5n+3):4$  tức là  $(12n+2):4$ .

Điều này vô lí vì  $12n:4$  và  $2 \not\vdots 4$ .

Vậy không tồn tại số tự nhiên  $n$  nào thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

**3.19.** Ta có  $5.(3+x) = 3.(5+y)$  suy ra  $5x = 3y$ . (1)

Mặt khác từ  $x+y=16$  ta có  $5x+5y=80$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $8y=80 \Rightarrow y=10$ . Từ đó  $x=6$ .

**3.20.** Ta có  $6.(x-7) = 7.(y-6)$  suy ra  $6x = 7y$  hay

$$6x - 6y = y \Rightarrow 6(x - y) = y \Rightarrow 6.(-4) = y \Rightarrow y = -24.$$

Từ đó suy ra  $x = \frac{7y}{6} = \frac{7.(-24)}{6} = -28$ .

---

---

**Chuyên đề 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ**

**RÚT GỌN PHÂN SỐ**

3.21. 
$$\frac{-13}{41} = \frac{-13 \cdot 101}{41 \cdot 101} = \frac{-1313}{4141} \quad (1)$$

$$\frac{-13}{41} = \frac{-13 \cdot 10101}{41 \cdot 10101} = \frac{-131313}{414141} \quad (2)$$

$$\frac{-13}{41} = \frac{-13 \cdot 1010101}{41 \cdot 1010101} = \frac{-13131313}{41414141}. \quad (3)$$

Từ (1);(2);(3) ta có: 
$$\frac{-13}{41} = \frac{-1313}{4141} = \frac{-131313}{414141} = \frac{-13131313}{41414141}.$$

3.22. Ta có: 
$$\frac{-68}{76} = \frac{-68 : 4}{76 : 4} = \frac{-17}{19}.$$

Vậy dạng chung của phân số bằng  $\frac{-68}{76}$  là  $\frac{-17 \cdot m}{19 \cdot m}$  ( $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$ ).

3.23. Trước hết hãy rút gọn các phân số đã cho.

Đáp số:  $\frac{-27}{36}; \frac{-28}{36}; \frac{33}{36}.$

3.24. Ta có: 
$$\frac{-57}{133} = \frac{-57 : 19}{133 : 19} = \frac{-3}{7}.$$

Các phân số phải tìm là:  $\frac{-3}{7}; \frac{-6}{14}; \frac{-9}{21}; \frac{-12}{28}.$

3.25. 
$$A = \frac{4157 - 19}{12471 - 57} = \frac{4157 - 19}{3(4157 - 19)} = \frac{1}{3}.$$

$$B = \frac{7}{10^2 + 6 \cdot 10^2} = \frac{7}{10^2(1 + 6)} = \frac{1}{100}.$$

3.26. 
$$A = \frac{31995 - 81}{42660 - 108} = \frac{81 \cdot (395 - 1)}{108(395 - 1)} = \frac{3}{4}.$$

$$B = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 - 10101}{1212120 + 40404} = \frac{5 \cdot 11 \cdot 10101 - 10101}{10101 \cdot 120 + 10101 \cdot 4}$$

$$= \frac{10101 \cdot (5 \cdot 11 - 1)}{10101 \cdot (120 + 4)} = \frac{54}{124} = \frac{27}{62}.$$



$$3.27. \quad M = \frac{201220122012 : 100010001}{201320132013 : 100010001} = \frac{1012}{2013}$$

$$N = \frac{1326395265 : 102030405}{1836547290 : 102030405} = \frac{13}{18}.$$

$$3.28. \quad P = \frac{3^9 \cdot 3^{20} \cdot 2^8}{3^{24} \cdot 243 \cdot 2^6} = \frac{3^9 \cdot 3^{20} \cdot 2^8}{3^{24} \cdot 3^5 \cdot 2^6} = \frac{3^{29} \cdot 2^8}{3^{29} \cdot 2^6} = 2^2 = 4.$$

$$Q = \frac{2^{15} \cdot 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^4}{8 \cdot 2^{18} \cdot 81 \cdot 5} = \frac{2^{21} \cdot 5^3 \cdot 3^4}{2^3 \cdot 2^{18} \cdot 3^4 \cdot 5} = \frac{2^{21} \cdot 5^3 \cdot 3^4}{2^{21} \cdot 3^4 \cdot 5} = 5^2 = 25.$$

$$3.29. \quad T = \frac{24 \cdot (315 + 561 + 124)}{\frac{(1+99) \cdot 50}{2} - 500} = \frac{24 \cdot 1000}{2500 - 500} = 12.$$

$$3.30. \quad \frac{25}{35} = \frac{25 : 5}{35 : 5} = \frac{5}{7}.$$

Phân số  $\frac{5}{7}$  tối giản nên từ  $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$  ta suy ra  $a = 5 \cdot m$  và  $b = 7 \cdot m$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ).

Vì tích của BCNN( $a, b$ ) với ƯCLN( $a, b$ ) chính bằng  $a \cdot b$  nên ta có:

$$(5 \cdot m) \cdot (7 \cdot m) = 4235.$$

Từ đó:  $m^2 = \frac{4235}{35} = 121$ . Suy ra  $m = 11$ .

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 11} = \frac{55}{77}.$$

3.31. Giả sử phân số  $\frac{5n+6}{8n+7}$  rút gọn được cho  $k$  ( $k \in \mathbb{N}, k > 1$ ) tức là  $5n+6$  và  $8n+7$  cùng chia hết cho  $k$ .

Do đó:  $8(5n+6) - 5(8n+7)$  cùng chia hết cho  $k$  hay  $13 : k$

Vì  $k > 1$  nên  $k = 13$ .

3.32. Giả sử  $18n+3$  và  $21n+7$  cùng rút gọn được cho số nguyên tố  $p$ .

Suy ra  $6(21n+7) - 7(18n+3) : p$  hay  $21 : p$ .

Vậy  $p \in \{3; 7\}$ . Nhưng  $21n+7 \not\vdots 3$  nên suy ra  $18n+3 : 7$ .

Do đó  $18n+3 - 21 : 7$  hay  $18(n-1) : 7$ . Từ đó  $n-1 : 7$ .

---

Vậy  $n = 7k + 1 (k \in N)$  thì phân số  $\frac{18n+3}{21n+7}$  có thể rút gọn được.

3.33. a)  $\frac{132639}{183654} = \frac{13 \cdot (10000 + 200 + 3)}{18(10000 + 200 + 3)} = \frac{13}{18}$ .

b) Thêm 72 vào mẫu.

3.34. a) Giả sử phân số  $\frac{b-a}{b}$  chưa tối giản. Như vậy  $b-a$  và  $b$  có ước chung là  $d > 1$ .

Ta có  $b-a = dq_1$  (1) và  $b = dq_2$  (2), trong đó  $q_1, q_2 \in N$  và  $q_2 > q_1$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $a = d(q_2 - q_1)$  nghĩa là  $a$  cũng có ước là  $d$ .

Như vậy  $a$  và  $b$  có ước chung là  $d > 1$  trái với giả thiết  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản.

Vậy nếu  $\frac{a}{b}$  tối giản thì  $\frac{b-a}{b}$  cũng tối giản.

b) Làm tương tự câu a) phân số  $\frac{a}{a+b}$  cũng tối giản.

3.35. a)  $35 - 5 \cdot 7$ . vậy  $a = 5$  hoặc  $a = 7$ .

b)  $\frac{a}{35} < 1$  nên  $a$  là số tự nhiên nhỏ hơn 35 trừ các giá trị là bội khác 0 của 5 hoặc của

7. Do đó:

$$M = \{0; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 11; 12; 13; 16; 17; 18; 19; 22; 23; 24; 26; 27; 29; 31; 32; 33; 34\}.$$

3.36. BCNN(12; 18; 75) = 900.

Phân số đó là  $\frac{45}{900}$  mà tối giản là  $\frac{1}{20}$ .

3.37. Ta chứng tỏ rằng tử và mẫu của các phân số này chỉ có ước chung là 1.

a) Gọi  $d$  là ước chung của  $12n+1$  và  $30n+2$ .

Ta có:  $5(12n+1) - 2(30n+2) = 1 : d$

Vậy  $d = 1$  nên phân số  $\frac{12n+1}{30n+2}$  tối giản.

b) Làm tương tự câu a).

3.38. a) Phân số  $\frac{n+9}{n-6}$  có giá trị là số tự nhiên khi  $(n+9):(n-6)$ .

---

Ta có  $(n+9)-(n-6):(n-6)$  hay  $15:(n-6)$ .

Ta có bảng sau:

$n-6$	1	3	5	15
$n$	7	9	11	21

Vậy khi  $n \in \{7;9;11;21\}$  thì phân số  $\frac{n+9}{n-6}$  có giá trị là số tự nhiên.

b)  $n-6 \nmid 3$  và  $n-6 \nmid 5$ .

Vậy  $n \neq 3k$  và  $n \neq 5k+1$ .

**3.39.** Các phân số đã cho đều có dạng  $\frac{a}{a+(n+2)}$ .

Vì các phân số này đều tối giản nên  $n+2$  và  $a$  phải nguyên tố cùng nhau.

Như vậy  $n+2$  phải nguyên tố cùng nhau với các số  $7,8,9,\dots,31$  và  $n+2$  là số nhỏ nhất. Vậy  $n+2$  phải là số nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn 31, tức là  $n+2=37$ , do đó số  $n$  cần phải tìm là 35.

**3.40.** Rút gọn các phân số đã cho:

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}; \quad \frac{44}{77} = \frac{4}{7}; \quad \frac{30}{35} = \frac{6}{11}.$$

Vì các phân số  $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{11}$  tối giản nên các phân số phải tìm có dạng  $\frac{3m}{5m}, \frac{4n}{7n},$

$$\frac{6p}{11p} \quad (m, n, p \in N^*).$$

Theo đề bài ta có  $5m = 4n, 7n = 6p$ .

Suy ra  $4n:5, 7n:6$  và do  $\text{ƯCLN}(4;5)=1, \text{ƯCLN}(7;6)=1$  nên  $n:5$  và  $n:6$ .

Vậy  $n=30$ . Đặt  $n=30k (k \in N^*)$ , ta có:

$$m = \frac{4n}{5} = \frac{4 \cdot 30k}{5} = 24k; \quad p = \frac{7n}{6} = \frac{7 \cdot 30k}{6} = 35k;$$

Vậy các phân số phải tìm là:

$$\frac{3m}{5m} = \frac{3 \cdot 24k}{5 \cdot 24k} = \frac{72k}{120k}; \quad \frac{4n}{7n} = \frac{4 \cdot 30k}{7 \cdot 30k} = \frac{120k}{210k}; \quad \frac{6p}{11p} = \frac{6 \cdot 35k}{11 \cdot 35k} = \frac{210k}{385k}.$$

---

---

**Chuyên đề 3. QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ.**

**SO SÁNH PHÂN SỐ**

3.41. a)  $\frac{-21}{36}$  và  $\frac{8}{36}$ ;                      b)  $\frac{-32}{60}$  và  $\frac{35}{60}$ ;

c)  $\frac{18}{30}$ ;  $\frac{-10}{30}$  và  $\frac{27}{30}$ ;                      d)  $\frac{6}{75}$ ;  $\frac{-30}{75}$ ;  $\frac{9}{75}$ .

3.42. a)  $\frac{-9}{40}$  và  $\frac{-13}{40}$ ;                      b)  $\frac{14}{125}$  và  $\frac{-30}{125}$ ;

c)  $\frac{44}{120}$ ;  $\frac{-54}{120}$  và  $\frac{21}{120}$ ;                      d)  $\frac{39}{180}$ ;  $\frac{-70}{180}$  và  $\frac{-64}{180}$ .

3.43. Chú ý rút gọn các phân số trước khi quy đồng.

a)  $\frac{4}{12}$ ;  $\frac{-6}{12}$ ;  $\frac{-11}{12}$ ;

b)  $\frac{1078}{-2541} = \frac{14}{-33}$ ;       $\frac{9764}{36615} = \frac{4}{15}$ ;       $\frac{-56272}{263775} = \frac{-16}{75}$ .

Đáp số:  $\frac{-350}{825}$ ;  $\frac{220}{825}$ ;  $\frac{-176}{825}$ .

3.44. a)  $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$ ;  $\frac{84}{105} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{45}{105} < \frac{84}{105}$ .

b)  $\frac{39}{52} = \frac{3}{4}$ ;  $\frac{98}{112} = \frac{7}{8}$ ;  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} < \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{39}{52} < \frac{98}{112}$ .

c)  $\frac{132}{210} < 1$ ;  $\frac{101}{98} > 1 \Rightarrow \frac{132}{210} < \frac{101}{98}$ .

3.45. a)  $\frac{13}{19} = \frac{19-6}{19} = 1 - \frac{6}{19}$ ;  $\frac{47}{53} = \frac{53-6}{53} = 1 - \frac{6}{53}$ .

Vì  $\frac{6}{19} > \frac{6}{53}$  suy ra  $\frac{13}{19} < \frac{47}{53}$ .

b)  $\frac{31}{40} = \frac{186}{240} > \frac{186}{241}$ .

c)  $\frac{33}{131} > \frac{33}{132} = \frac{1}{4}$                       (1)

$\frac{53}{217} < \frac{53}{212} = \frac{1}{4}$                       (2)

---

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{33}{131} > \frac{53}{217}$ .

$$d) \frac{41}{91} = \frac{410}{910} = \frac{910-500}{910} = 1 - \frac{500}{910} \quad (1)$$

$$\frac{411}{911} = \frac{911-500}{911} = 1 - \frac{500}{911} \quad (2)$$

Vì  $\frac{500}{910} > \frac{500}{911}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $\frac{41}{91} < \frac{411}{911}$ .

**3.46.** a)  $\frac{-9764}{36615} = \frac{-4}{15}$ ;  $\frac{-56272}{263775} = \frac{-16}{75}$ ;  $\frac{-4}{15} = \frac{-20}{75} < \frac{-16}{75}$ .

Vậy  $\frac{-9764}{36615} < \frac{-56272}{263775}$ .

b) Hai phân số bằng nhau và cùng bằng  $\frac{6}{7}$ .

$$c) \frac{46872}{165564} = \frac{62}{219}$$
;  $\frac{688882}{2422198} = \frac{62}{218}$ .

Vì  $\frac{62}{219} < \frac{62}{218}$  nên  $\frac{46872}{165564} < \frac{688882}{2422198}$ .

**3.47.**  $A = \frac{2489-36}{3 \cdot (2489-36)} = \frac{1}{3}$ ;  $B = \frac{101 \cdot (29-3)}{101 \cdot (87+17)} = \frac{26}{104} = \frac{1}{4}$ .

Vì  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$  nên  $A > B$ .

**3.48.**  $A = \frac{8056}{2012 \cdot 16 - 1982} = \frac{4 \cdot 2014}{2012 \cdot 15 + 2012 - 1982} = \frac{4 \cdot 2014}{2012 \cdot 15 + 30}$   
 $= \frac{4 \cdot 2014}{15 \cdot (2012 + 2)} = \frac{4}{15}$ . (1)

$$B = \frac{2 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \cdot 12 + 7 \cdot 14 \cdot 21)}{9 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \cdot 12 + 7 \cdot 14 \cdot 21)} = \frac{2}{9}. \quad (2)$$

Ta có:  $\frac{2}{9} = \frac{4}{18} < \frac{4}{15}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $A > B$ .

**3.49.** a)  $\frac{-371}{459} < 0 < \frac{-371}{-459} \Rightarrow \frac{-371}{459} < \frac{-371}{-459}$ .

$$b) \frac{-29}{73} > \frac{-73}{73} = -1. \quad (1)$$

$$\frac{-80}{49} < \frac{-49}{49} = -1. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{-29}{73} > \frac{-80}{49}$ .

**3.50.** Ta có  $\frac{a}{b} = \frac{-26}{65} = \frac{-2}{5}$  nên  $a = -2k, b = 5k (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0)$ .

Do  $2 < b < 21$  nên  $2 < 5k < 21$  suy ra  $k \in \{1; 2; 3; 4\}$ .

Các phân số phải viết là:  $\frac{-2}{5}; \frac{-4}{10}; \frac{-6}{15}; \frac{-8}{20}$ .

**3.51.** a)  $\frac{3}{x} \geq 1 \Rightarrow \frac{3}{x} \geq \frac{x}{x} \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$ .

b)  $1 < \frac{4}{x} \leq 2 \Rightarrow \frac{x}{x} < \frac{4}{x} \leq \frac{2x}{x} \Rightarrow x < 4 \leq 2x \Rightarrow 2 \leq x < 4 \Rightarrow x \in \{2; 3\}$ .

c)  $\frac{6}{x} < \frac{x}{3} < \frac{13}{x} \Rightarrow \frac{18}{3x} < \frac{x^2}{3x} < \frac{39}{3x} \Rightarrow 18 < x^2 < 39 \Rightarrow x^2 \in \{25; 36\}$   
 $\Rightarrow x \in \{5; 6\}$  (vì  $x > 0$ ).

**3.52.** Giá trị lớn nhất của  $\frac{a}{b} = \frac{13}{15} (b \neq 0)$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $\frac{a}{b} = \frac{7}{41}$ .

**3.53.** a) Phân số dương  $\frac{2a-3}{4}$  có mẫu số là không đổi nên giá trị của nó nhỏ nhất khi và chỉ khi tử của nó nhỏ nhất.

Vì  $a \in \mathbb{N}$  và  $2a-3 \in \mathbb{N}$  nên tử  $2a-3$  có giá trị nhỏ nhất là 1 khi  $a = 2$ .

Vậy phân số dương  $\frac{2a-3}{4}$  có giá trị nhỏ nhất là  $\frac{1}{4}$  khi  $a = 2$ .

b) Phân số dương  $\frac{5}{3a-7}$  có tử là một số không đổi nên giá trị của nó lớn nhất khi và chỉ khi mẫu có giá trị nhỏ nhất.

Vì  $a \in \mathbb{N}$  và  $3a-7 \in \mathbb{N}^*$  nên mẫu  $3a-7$  có giá trị nhỏ nhất là 2 khi  $a = 3$ .

---

Vậy phân số dương  $\frac{5}{3a-7}$  có giá trị lớn nhất là  $\frac{5}{2}$  khi  $a = 3$ .

**3.54.** a) Phân số phải tìm có dạng:  $\frac{3}{x}$  ( $x \in N^*$ ).

Ta có  $\frac{1}{8} < \frac{3}{x} < \frac{1}{7}$ . Suy ra  $8 > \frac{x}{3} > 7$  hay  $24 > x > 21$ .

Vậy  $x \in \{22; 23\}$ . Các phân số phải tìm là  $\frac{3}{22}; \frac{3}{23}$ .

b) Làm tương tự câu a).

Có tất cả 999 phân số.

**3.55.** a) Điều kiện  $x \neq 99$ .

Nếu  $x < 99$  thì  $x - 99 < 0$ , do đó  $A < 0$ .

Nếu  $x > 99$  thì  $x - 99 > 0$ . Vì  $x \in Z$  nên  $x - 99 \geq 1$ .

Do đó  $A = \frac{2012}{x-99} \leq 2012$ .

$A = 2012$  khi  $x - 99 = 1$  hay  $x = 100$ .

Vậy với  $x = 100$  thì  $A$  có giá trị lớn nhất là 2012.

b) Điều kiện  $x \neq 99$ .

Nếu  $x > 99$  thì  $x - 99 > 0$ , do đó  $A > 0$ .

Nếu  $x < 99$  thì  $99 - x > 0$ .

Vì  $a \in Z$  nên  $99 - x \geq 1$ .

Do đó  $\frac{2012}{99-x} \leq 2012$  nên  $\frac{2012}{x-99} \geq -2012$  hay  $A \geq -2012$ .

$A = -2012$  khi  $99 - x = 1$  hay  $x = 98$ .

Vậy với  $x = 98$  thì  $A$  có giá trị nhỏ nhất là -2012.

**3.56.** Các phân số thỏa mãn đề bài có dạng  $\frac{2m}{7m}$  ( $m \in Z, m \neq 0$ ).

**3.57.** Gọi phân số phải tìm là  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in N, a < b$  và  $1 < b \leq 9$ ).

Ta có  $\frac{7}{9} < \frac{a}{b} < \frac{8}{9}$  hay  $7b < 9a < 8b$ . Từ đó tìm được các giá trị thích hợp của  $a$  và  $b$ .

---

---

Có tất cả bốn phân số  $\frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}; \frac{7}{8}$ .

3.58. Từ  $\frac{9}{56} < \frac{a}{8} < \frac{b}{7} < \frac{12}{28}$  suy ra  $\frac{9}{56} < \frac{7a}{56} < \frac{8b}{56} < \frac{26}{56}$ .

Từ đó ta tìm được  $a = 2, b = 2; a = 2, b = 3; a = 3, b = 3$ .

3.59. a) Ta có:  $\frac{37}{47} = \frac{47-10}{47} = 1 - \frac{10}{47}$  (1)

$$\frac{56}{66} = \frac{66-10}{66} = 1 - \frac{10}{66} \quad (2)$$

Vì  $\frac{10}{47} > \frac{10}{66}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $\frac{37}{47} < \frac{56}{66}$ .

Do đó  $\frac{-37}{47} > \frac{-56}{66}$ .

b) Làm tương tự câu a) ta có:  $\frac{-29}{38} < \frac{-13}{22}$ .

3.60. a) Giả sử bớt đi các số  $x$  và  $y$  lần lượt ở tử và mẫu của phân số  $\frac{a}{b}$  mà không thay đổi

phân số:  $\frac{a-x}{b-y} = \frac{a}{b}$ .

Ta có:  $b(a-x) = a(b-y)$ , hay

$$ab - bx = ab - ay.$$

Suy ra  $bx = ay$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}.$$

Vậy muốn phân số không thay đổi ta chỉ được trừ đi ở tử và mẫu các số  $x$  và  $y$  sao

cho  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ .

b)  $A = \frac{1+2+3+\dots+9}{11+12+13+\dots+19} = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}$ .

Theo câu a) ta chỉ được xóa đi ở tử và mẫu các số  $x, y$  sao cho  $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ .

Đó là các số 5 ở tử và 15 ở mẫu, số 4 ở tử và số 12 ở mẫu, số 6 ở tử và số 18 ở mẫu.



---

---

**Chuyên đề 4. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ**

**3.61.** a)  $\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{9}\right) = 1 + \frac{6}{9} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ .

b)  $\frac{2}{3} + \frac{4}{37} + \frac{5}{111} + \frac{20}{111} = \frac{74}{111} + \frac{12}{111} + \frac{5}{111} + \frac{20}{111} = \frac{111}{111} = 1$ .

**3.62.**  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$  (công việc)

**3.63.** a) Có thể viết như sau:

$$\frac{7}{15} = \frac{1+6}{15} = \frac{1}{15} + \frac{6}{15} = \frac{1}{15} + \frac{2}{5};$$

$$\frac{7}{15} = \frac{2+5}{15} = \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{2}{15} + \frac{1}{3};$$

$$\frac{7}{15} = \frac{3+4}{15} = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{1}{5} + \frac{4}{15}.$$

b)  $\frac{13}{27} = \frac{1+12}{27} = \frac{1}{27} + \frac{12}{27} = \frac{1}{27} + \frac{4}{9};$

$$\frac{13}{27} = \frac{3+10}{27} = \frac{3}{27} + \frac{10}{27} = \frac{1}{9} + \frac{10}{27};$$

$$\frac{13}{27} = \frac{4+9}{27} = \frac{4}{27} + \frac{9}{27} = \frac{4}{27} + \frac{1}{3};$$

$$\frac{13}{27} = \frac{6+7}{27} = \frac{6}{27} + \frac{7}{27} = \frac{2}{9} + \frac{7}{27}.$$

**3.65.** Có nhiều cách lập. Sau đây là một số cách:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{3845}{7690} &= \frac{1}{2} + \frac{4845}{9670} = \frac{35}{70} + \frac{148}{296} = \frac{31}{62} + \frac{485}{970} = \frac{13}{26} + \frac{485}{970} \\ &= \frac{15}{30} + \frac{486}{972} = \frac{38}{76} + \frac{145}{290} = \frac{45}{90} + \frac{138}{276} = \frac{48}{96} + \frac{135}{270} = 1. \end{aligned}$$

**3.66.** Ta rút gọn các phân số:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - \frac{-3}{8} + \frac{-3}{5} - \frac{-4}{15} \\ &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{4}{15}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24}. \end{aligned}$$

**3.67.** a) Sau khi rút gọn các số hạng, ta được:

$$A = \frac{-4}{15} + \frac{6}{7} + \frac{-2}{5} + \frac{1}{7} = \left( \frac{-4}{15} + \frac{-2}{5} \right) + \left( \frac{6}{7} + \frac{1}{7} \right) = \frac{-2}{3} + 1 = \frac{1}{3}.$$

b) Ta có:

$$\frac{40404}{70707} = \frac{4.10101}{7.10101} = \frac{4}{7};$$

$$\begin{aligned} \frac{244.395 - 151}{244 + 395.243} &= \frac{(243+1).395 - 151}{244 + 395.243} = \frac{243.395 + (395 - 151)}{244 + 395.243} \\ &= \frac{243.395 + 244}{243.395 + 244} = 1. \end{aligned}$$

$$\frac{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 7.21.35}{1.5.7 + 2.10.14 + 4.20.28 + 7.35.49} = \frac{1.3.5.(1.1.1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 7.7.7)}{1.5.7.(1.1.1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 7.7.7)} = \frac{3}{7}.$$

$$\text{Vậy } B = \frac{4}{7} + 1 + \frac{3}{7} = \left( \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \right) + 1 = 1 + 1 = 2.$$

**3.68.** Trong tổng  $S$  có duy nhất một phân số có mẫu chứa thừa số 3 với số mũ cao nhất là 4. Đó là phân số  $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4}$ .

Khi quy đồng, mẫu chung là một số chia hết cho 3, các thừa số phụ đều chia hết cho 3 trừ thừa số phụ của phân số  $\frac{1}{81}$ . Do đó, tổng các tử mới không chia hết cho 3. Do đó  $S$  không phải là số tự nhiên.

**3.69.**  $\frac{a}{b} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$

$$= \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{10} \right) + \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{8} \right) + \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right)$$

$$= \frac{13}{30} + \frac{13}{36} + \frac{13}{40} + \frac{13}{42} = \frac{13.(84 + 70 + 63 + 60)}{2520} = \frac{13.277}{2520}.$$

Phân số  $\frac{13.277}{2520}$  tối giản nên  $a = 13.277m$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ).

Vậy  $a$  chia hết cho 13.

**3.70.** Ta có  $\frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} = n$  trong đó  $a$  và  $b$  nguyên tố cùng nhau;  $a'$  và  $b'$  nguyên tố cùng nhau,  $a \in \mathbb{N}$ .

$$\text{Suy ra: } \frac{ab' + a'b}{bb'} = n \Leftrightarrow ab' + a'b = nbb'. \quad (1)$$

Từ (1) ta có  $(ab' + a'b) : b$  mà  $a'b : b$  nên  $ab' : b$  nhưng  $a$  và  $b$  nguyên tố cùng nhau,

$$\text{Suy ra } b' : b. \quad (2)$$

$$\text{Tương tự, ta cũng có } b : b'. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra  $b = b'$ .

**3.71.** a) Ta có:  $\frac{1}{8} = \frac{3}{24} = \frac{1+2}{24} = \frac{1}{24} + \frac{2}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12}$ .

b) Gọi hai phân số phải tìm là  $\frac{1}{x}$  và  $\frac{1}{y}$  ( $x, y \in \mathbb{N}^*, x \neq y$ ).

$$\text{Ta có: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}. \quad (1)$$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử  $x < y$ .

$$\text{Từ (1) suy ra } \frac{1}{x} < \frac{1}{8} \text{ hay } x > 8. \quad (2).$$

$$\text{Lại do } x < y \text{ nên } \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \text{ suy ra } \frac{1}{x} + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ hay } \frac{2}{x} > \frac{1}{8}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{x} > \frac{1}{16} \text{ hay } x < 16. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có  $8 < x < 16$

Thay các giá trị của  $x$  lần lượt bằng 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 vào (1) ta tìm được ba trường hợp cho  $y$  là số tự nhiên:

$$x = 9, y = 72$$

$$x = 10, y = 40$$

$$x = 12, y = 24$$

Vậy có tất cả ba cách viết:

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{72};$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40};$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24}.$$

**3.72.** Làm tương tự bài 3.71, ta có tất cả bốn cách viết:

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{11} + \frac{1}{110}; \quad \frac{1}{10} = \frac{1}{12} + \frac{1}{60}; \quad \frac{1}{10} = \frac{1}{14} + \frac{1}{35}; \quad \frac{1}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30}.$$

3.73. Từ  $\frac{x}{5} - \frac{2}{y} = \frac{2}{15}$  ta có  $\frac{2}{y} = \frac{x}{5} - \frac{2}{15} = \frac{3x-2}{15}$ .

Suy ra  $y(3x-2) = 30$ . Vì  $x \in \mathbb{N}^*$  nên  $3x-2 \in \mathbb{N}^*$ . Do đó  $3x-2$  là ước của 30, hơn nữa  $3x-2$  lại chia cho 3 dư 1. Như vậy chỉ có thể có  $3x-2 = 1$  hoặc  $3x-2 = 10$ .

Từ đó tìm được  $x = 1, y = 30; x = 4, y = 3$ .

3.74. a)  $\frac{1}{812}$ ;                      b)  $\frac{-5}{8}$ ;                      c)  $\frac{2}{15}$ .

3.75. a)  $\frac{25}{28}$ ;                      b) 1                      c) 17.

3.76.  $A = \frac{6-5}{5.6} + \frac{7-6}{6.7} + \frac{8-7}{7.8} + \dots + \frac{25-24}{24.25}$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{24} - \frac{1}{25} = \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = \frac{4}{25}.$$

$$B = \frac{5-3}{3.5} + \frac{8-5}{5.8} + \frac{19-8}{8.19} + \frac{32-19}{19.32} + \frac{57-32}{32.57} + \frac{87-57}{57.87}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{57} + \frac{1}{57} - \frac{1}{87}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{87} = \frac{28}{87}.$$

3.77.  $A = A = \frac{10}{17} + \frac{8}{15} + \frac{11}{16} < \frac{10}{15} + \frac{9}{15} + \frac{11}{15} = \frac{30}{15} = 2$ .

3.78.  $B = B = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21}\right) + \left(\frac{1}{61} + \frac{1}{72} + \frac{1}{83} + \frac{1}{94}\right)$

$$< \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{15} + \frac{4}{60} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Vậy  $B < \frac{3}{5}$ .

3.79.  $C = \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{20} > \underbrace{\frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \dots + \frac{1}{200}}_{181}$

$$= \frac{181}{200} > \frac{180}{200} = \frac{9}{10} .$$

$$\text{Vậy } C > \frac{9}{10} .$$

**3.80. a)** Nếu  $a = b$  thì  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{a}{a} = 1 + 1 = 2 .$

- Nếu  $a > b$  thì có thể đặt  $a = b + m (m \in N^*) .$

Ta có :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} &= \frac{b+m}{b} + \frac{b}{b+m} = \frac{b}{b} + \frac{m}{b} + \frac{b}{b+m} \\ &= 1 + \frac{m}{b} + \frac{b}{b+m} > 1 + \frac{m}{b+m} + \frac{b}{b+m} = 1 + \frac{m+b}{b+m} = 2 . \end{aligned}$$

- Nếu  $a < b$  thì xét tương tự như trên ta cũng có  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2 .$

Vậy  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  với mọi  $a, b \in N^* .$

b) Ta có  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = a\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + b\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

$$= \frac{a}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{b} = 2 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 2 = 4 \text{ (theo câu a).}$$

### CHUYÊN ĐỀ 5: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN SỐ

**3.81.**  $A = \left(\frac{-1}{6} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot (-12) = \frac{-3}{12} \cdot (-12) = 3 .$

$$B = \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{7}\right) \cdot (-56) \cdot (-4) = \frac{25}{56} \cdot (-56) \cdot (-4) = (-25) \cdot (-4) = 100 .$$

**3.82.**  $C = \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4}\right) \cdot \left[\frac{3}{5} \cdot (-20)\right] \cdot \frac{-11}{12} = 1 \cdot (-12) \cdot \frac{-11}{12} = 11 .$

$$D = \frac{7}{13} \cdot \left(\frac{5}{19} + \frac{8}{19} - \frac{39}{19}\right) = \frac{7}{13} \cdot \frac{-26}{19} = \frac{-14}{19} .$$

$$3.83. M = \frac{-1}{17} \cdot \frac{141}{3} - \frac{39}{3} \cdot \frac{-1}{17} = \frac{-1}{17} \cdot \left( \frac{141}{3} - \frac{39}{3} \right) = \frac{-1}{17} (47 - 13) = \frac{-1}{17} \cdot 34 = -2 .$$

$$N = \frac{-9}{16} \cdot \frac{13}{3} + \frac{-9}{16} \cdot \frac{19}{3} = \frac{-9}{16} \cdot \left( \frac{13}{3} + \frac{19}{3} \right) = \frac{-9}{16} \cdot \frac{32}{3} = -6 .$$

$$3.84. \frac{14}{19} = \frac{14}{15} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{17} \cdot \frac{17}{18} \cdot \frac{18}{19} ; \quad \frac{14}{19} = \frac{-14}{-15} \cdot \frac{-15}{-16} \cdot \frac{-16}{-17} \cdot \frac{-17}{-18} \cdot \frac{-18}{-19} .$$

$$3.85. \frac{6}{35} = \frac{1.6}{5.7} = \frac{2.3}{5.7} . \text{ Ta có các cách viết sau:}$$

$$\frac{6}{35} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{5} : \frac{7}{6} ; \quad \frac{6}{35} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{7} : \frac{5}{1} ;$$

$$\frac{6}{35} = \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{7} : \frac{5}{6} ; \quad \frac{6}{35} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{6}{5} : \frac{7}{1} ;$$

$$\frac{6}{35} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{5} : \frac{7}{3} ; \quad \frac{6}{35} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{7} : \frac{5}{2} ;$$

$$\frac{6}{35} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{7} : \frac{5}{3} ; \quad \frac{6}{35} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{5} : \frac{7}{2} ;$$

$$3.86. A = \frac{2 \cdot \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)}{3 \cdot \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)} = \frac{2}{3} .$$

$$B = \frac{\left( \frac{7}{12} + \frac{5}{6} - 1 \right) \cdot 12}{\left( 5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right) \cdot 12} = \frac{7 + 10 - 12}{60 - 9 + 4} = \frac{5}{55} = \frac{1}{11} .$$

$$3.87. C = \frac{\left( \frac{4}{23} - \frac{4}{25} + \frac{4}{27} - \frac{4}{29} \right)}{3 \cdot \left( \frac{4}{23} - \frac{4}{25} + \frac{4}{27} - \frac{4}{29} \right)} = \frac{2}{3} .$$

$$D = \frac{5 \cdot \left( \frac{3}{8} - \frac{3}{16} - \frac{3}{32} + \frac{3}{64} \right)}{8 \cdot \left( \frac{3}{8} - \frac{3}{16} - \frac{3}{32} + \frac{3}{64} \right)} = \frac{5}{8} .$$

$$3.88. \text{ Gọi hai số là } x \text{ và } y. \text{ Ta có } x + y = 2 \text{ và } xy = 3 .$$

$$\text{Do đó : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{2}{3} .$$

$$3.89. \text{ Ta có } \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{30} > \frac{1}{30} \cdot 10 = \frac{1}{3} .$$

$$\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{60} > \frac{1}{60} \cdot 30 > \frac{1}{30} \cdot 24 = \frac{2}{5} .$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{60} > \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15} . \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{40} < \frac{1}{20} \cdot 20 = 1 .$$

$$\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{60} < \frac{1}{40} \cdot 20 = \frac{1}{2} .$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{60} < 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra điều phải chứng minh.

$$3.90. \text{ Đặt } S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{63} .$$

Một mặt, ta có thể viết:

$$\begin{aligned} S &= \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{16}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{32}\right) + \left(\frac{1}{33} + \frac{1}{34} + \dots + \frac{1}{63} + \frac{1}{64}\right) - \frac{1}{64} \\ &> \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 4 + \frac{1}{16} \cdot 8 + \frac{1}{32} \cdot 16 + \frac{1}{64} \cdot 32 - \frac{1}{64} \\ &= \frac{7}{2} - \frac{1}{64} = \frac{223}{64} > \frac{192}{64} = 3 . \quad (1) . \end{aligned}$$

Mặt khác, ta lại có:

$$\begin{aligned} S &= 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{15}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{31}\right) + \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{63}\right) \end{aligned}$$

$$< 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{16} \cdot 16 + \frac{1}{32} \cdot 32 = 6. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta kết luận  $3 < S < 6$ .

**3.91.** Đặt  $A' = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{9998}{9999} \cdot \frac{10000}{10000}$ .

Rõ ràng  $A < A'$ . Suy ra  $A^2 < AA' = \frac{1}{100}$  nên  $A < 0,01$ .

**3.92.**  $A = \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdots \frac{99.101}{100.100} = \frac{1.2.3 \cdots 99}{2.3.4 \cdots 100} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 101}{2.3.4 \cdots 100} = \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2} = \frac{101}{200}$ .

$$B = \left(1 - \frac{2}{6.7}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{7.8}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{8.9}\right) \cdots \left(1 - \frac{2}{51.52}\right)$$

$$= \frac{5.8}{6.7} \cdot \frac{6.9}{7.8} \cdot \frac{7.10}{8.9} \cdots \frac{50.53}{51.52} = \frac{5.6.7 \cdots 50}{6.7.8 \cdots 51} \cdot \frac{8.9.10 \cdots 53}{7.8.9 \cdots 52} = \frac{5}{51} \cdot \frac{53}{7} = \frac{265}{367}$$

$$C = \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^3}{2.4} \cdot \frac{4^3}{3.5} \cdots \frac{100^3}{99.101} = \frac{2.3.4 \cdots 100}{1.2.3 \cdots 99} \cdot \frac{2.3.4 \cdots 100}{3.4.5 \cdots 101} = \frac{100}{1} \cdot \frac{2}{101} = \frac{200}{101}$$

**3.93.**  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$

$$B = \frac{1.2.3.4.5.6}{2.3.4.5.6.7} \cdot \frac{3.4.5.6.7.8}{2.3.4.5.6.7} = \frac{1}{7} \cdot \frac{8}{2} = \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} = 4$$

**3.94.**  $M = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{224}{225} = \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdots \frac{14.16}{15.15} = \frac{1.2.3 \cdots 14}{2.3.4 \cdots 15} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 16}{2.3.4 \cdots 15} = \frac{1}{15} \cdot \frac{16}{2} = \frac{8}{15}$ .

**3.95.** Có thể viết như sau:

$$\frac{1}{2} = \frac{8}{12} = \frac{3+2+1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{21}{42} = \frac{14+6+1}{42} = \frac{14}{42} + \frac{6}{42} + \frac{1}{42} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$$

**3.96. a)**  $(5-3):(5+3) = \frac{1}{4}$ .



$$b) \left( \frac{16}{17} + \frac{13}{68} \right) : \left( \frac{16}{17} - \frac{13}{68} \right) = \frac{77}{51} .$$

$$3.97. a) \left( \frac{12}{13} + \frac{21}{65} \right) : \frac{81}{13} = \frac{81}{65} \cdot \frac{13}{81} = \frac{1}{5} .$$

$$b) \frac{3^9 \cdot 2^{10}}{2^8 \cdot 3^8} : \left( \frac{5^5 \cdot 2^4}{5^4 \cdot 2^4} \cdot \frac{2^6 \cdot 3^4}{2^4 \cdot 3^4} \right) = \frac{3 \cdot 2^2}{5 \cdot 2^2} = \frac{3}{5} .$$

**3.98.** Nếu làm riêng thì số ngày đội I, đội II, đội III phải làm để xong công việc theo thứ tự là 70,5 ; 94 và 117,5 ngày.

**3.99.** Thời gian mỗi vòi I, II, III chảy một mình đầy bể theo thứ tự là 12 giờ, 18 giờ và 24 giờ.

**3.100.** Gọi phân số tối giản phải tìm là  $\frac{a}{b}$  ta có:

$$\frac{154}{195} : \frac{a}{b} \in N, \quad \frac{385}{156} : \frac{a}{b} \in N, \quad \frac{231}{130} : \frac{a}{b} \in N .$$

Suy ra  $154 : a, b : 195$

$$385 : a, b : 156$$

$$231 : a, b : 130$$

Như vậy, a là ước chung của 154; 385; 231.

b là bội chung của 195; 156; 130.

Để  $\frac{a}{b}$  là phân số lớn nhất thì a phải lớn nhất và b nhỏ nhất.

$$\text{Do đó : } a = UCLN(154, 385, 231) = 77$$

$$b = BCNN(195, 156, 130) = 780 .$$

Vậy phân số phải tìm là  $\frac{77}{780}$  .

**3.101.** Phân số phải tìm là  $\frac{700}{33}$  .

---

---

**CHUYÊN ĐỀ 6****HỖN SỐ. SỐ THẬP PHÂN. PHẦN TRĂM.**

**3.102.** a)  $6\frac{1}{3}$  ;                      b)  $-6\frac{1}{4}$  ;                      c)  $-4\frac{1}{9}$  ;                      d)  $-10\frac{4}{13}$  .

**3.103.** a)  $\frac{17}{2}$  ;                      b)  $-\frac{39}{4}$  ;                      c)  $-\frac{38}{3}$  ;                      d)  $\frac{103}{14}$  .

**3.104.** a)  $0,35 = 35\%$  ;                      b)  $3,25 = 325\%$  ;                      c)  $\frac{329}{188} = \frac{7}{4} = 1,75 = 175\%$  .

**3.105.** a)  $0,07$  ;                      b)  $0,49$  ;                      c)  $2,47$  .

**3.106.** a)  $-\frac{7}{5}$  ;                      b) Số 0 không có số nghịch đảo;                      c)  $\frac{8}{43}$  .

**3.107.** a)  $\frac{5}{8}$  ;                      b)  $7\frac{1}{39}$  ;

**3.108.** a)  $\left(17\frac{2}{31} - 6\frac{2}{31}\right) - \frac{15}{17} = 11 - \frac{15}{17} = 10\frac{17}{17} - \frac{15}{17} = 10\frac{2}{17}$

b)  $(31 + 5 - 36) + \left(\frac{6}{13} + \frac{9}{41} - \frac{6}{13}\right) = \frac{9}{41}$

c)  $\left(27\frac{51}{59} - 7\frac{51}{59}\right) + \frac{1}{3} = 20 + \frac{1}{3} = 20\frac{1}{3}$  .

d)  $\left(17\frac{29}{31} - 2\frac{28}{31}\right) + \left(4 - 3\frac{7}{8}\right) = 15\frac{1}{31} + \frac{1}{8} = 15\frac{39}{248}$  .

**3.109.** *Cách 1:*  $5 \cdot \left(8 - \frac{13}{15}\right) = 5 \cdot \left(\frac{120}{15} - \frac{13}{15}\right) = 5 \cdot \frac{107}{15} = \frac{107}{3} = 35\frac{2}{3}$  .

*Cách 2:*  $5 \cdot \left(8 - \frac{13}{15}\right) = 5 \cdot \left(7\frac{15}{15} - \frac{13}{15}\right) = 5 \cdot 7\frac{2}{15} = \frac{107}{3} = 35\frac{2}{3}$

*Cách 3:*  $5 \cdot \left(8 - \frac{13}{15}\right) = 40 - \frac{13}{3} = 40 - 4\frac{1}{3} = 39\frac{3}{3} - 4\frac{1}{3} = 35\frac{2}{3}$  .

**3.110.**  $A = 4200$  ;                       $B = 7$  ;                       $C = 32\frac{11}{15}$  .

**3.111.**  $A = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{12}{11} = \frac{12}{3} = 4$  .

$$B = \frac{-13}{12} \cdot \frac{-14}{13} \cdot \frac{-15}{14} \cdot \frac{-16}{15} \cdot \frac{-17}{16} \cdot \frac{-18}{17} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

3.112. a)  $x = \frac{4}{11}$ ;  $x = 1\frac{1}{19}$ .

3.113. a)  $2\frac{1}{2}$ ; b) 12; c)  $\frac{4}{15}$ ; d)  $3\frac{4}{15}$ .

3.114. a)  $\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ ;  $\frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$ ;  $\frac{1}{3} > \frac{1}{7} \Rightarrow 5\frac{1}{3} > 5\frac{1}{7}$  hay  $\frac{16}{3} > \frac{36}{7}$ .

b)  $\frac{81}{20} = 4\frac{1}{20}$ ;  $\frac{85}{21} = 4\frac{1}{21}$ ;  $\frac{1}{20} > \frac{1}{21} \Rightarrow 4\frac{1}{20} > 4\frac{1}{21} \Rightarrow \frac{81}{20} > \frac{85}{21}$ .

Do đó  $\frac{-81}{20} < \frac{-85}{21}$ .

3.115.  $A = \frac{100^{10} + 1}{100^{10} - 1} = 1\frac{2}{100^{10} - 1}$  (1)

$B = \frac{100^{10} - 1}{100^{10} - 3} = 1\frac{2}{100^{10} - 3}$  (2)

Vì  $\frac{2}{100^{10} - 1} < \frac{2}{100^{10} - 3}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $A < B$ .

3.116.  $\frac{255}{23} < n < \frac{438}{29}$  nên  $11\frac{2}{23} < n < 15\frac{3}{29}$ .

Suy ra  $n \in \{12; 13; 14; 15\}$ .

3.117.  $\frac{-119}{14} < n < \frac{-125}{12}$  nên  $-13\frac{9}{14} < n < -10\frac{5}{12}$ .

Suy ra  $n \in \{-13; -12; -11\}$ .

3.118.  $P = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{49}{48} \cdot \frac{64}{63} \cdot \frac{81}{80} = \frac{2^2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3^2}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4^2}{3 \cdot 5} \cdot \frac{5^2}{4 \cdot 6} \cdot \frac{6^2}{5 \cdot 7} \cdot \frac{7^2}{6 \cdot 8} \cdot \frac{8^2}{7 \cdot 9} \cdot \frac{9^2}{8 \cdot 10}$   
 $= \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 8} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 9}{3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 10} = \frac{9}{1} \cdot \frac{2}{10} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ .

3.119. Ta có:

$$A = \frac{222222 - 1}{222222} = 1 - \frac{1}{222222} \Rightarrow 1 - A = \frac{1}{222222} \Rightarrow \frac{1}{1 - A} = 222222.$$

$$B = \frac{444445-2}{444445} = 1 - \frac{2}{44445} \Rightarrow 1-B = \frac{2}{44445} \Rightarrow \frac{1}{1-B} = 222222\frac{1}{2}$$

$$C = \frac{666667-3}{666667} = 1 - \frac{3}{666667} \Rightarrow 1-C = \frac{3}{666667} \Rightarrow \frac{1}{1-C} = 222222\frac{1}{3}$$

$$D = \frac{888889-4}{888889} = 1 - \frac{4}{888889} \Rightarrow 1-D = \frac{4}{888889} \Rightarrow \frac{1}{1-D} = 222222\frac{1}{4}$$

Suy ra  $\frac{1}{1-A} < \frac{1}{1-D} < \frac{1}{1-C} < \frac{1}{1-B} \Rightarrow A < D < C < B$  (Do đó  $A, B, C, D < 1$ ).

(Theo Bùi Tá Long “*Những bài toán hay dung cho các lớp THCS*”, Tập 1, NXB Giáo Dục VN-2009)

**3.120.** a) Chú ý rút gọn:

$$\frac{3535}{88375} = \frac{1}{25} \cdot \frac{1001}{1365} = \frac{11}{15} \cdot \frac{187}{253} = \frac{17}{23}$$

Đáp số: 2.

b) Chú ý rằng:  $\frac{4}{5} = 0,8$  ;  $\frac{2}{25} = 0,08$  ;  $\frac{1}{25} = 0,04$  .

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{0,8 : (0,8 \cdot 1,25)}{0,64 - 0,04} + \frac{(1,08 - 0,08) : \frac{4}{7}}{\left(\frac{59}{9} - \frac{13}{4}\right) \cdot \frac{36}{17}} + 0,6 : 0,8 \\ &= \frac{0,8 : (0,8 \cdot 1,25)}{0,6} + \frac{1 : \frac{4}{7}}{\left(\frac{59}{9} - \frac{13}{4}\right) \cdot \frac{36}{17}} + 0,6 : 0,8 \\ &= \frac{0,8}{0,6} + \frac{\frac{7}{4}}{\frac{236-117}{17}} + \frac{0,6}{0,8} = \frac{4}{3} + \frac{\frac{7}{4}}{\frac{119}{17}} + \frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{1}{3} . \end{aligned}$$

---

---

## Chuyên đề 7. BA BÀI TOÁN CƠ BẢN VỀ PHÂN SỐ

**3.121.** 96 và 80.

**3.122.** 88 và 84.

**3.123.**  $9\frac{27}{46}$  và  $\frac{21}{23}$ .

**3.124.**  $\frac{4}{7}$  số đó bằng 36. Vậy số đó bằng  $36 : \frac{4}{7} = 63$ .

**3.125.** Số học sinh giỏi học kì I bằng :  $\frac{2}{2+7} = \frac{2}{9}$  ( số học sinh cả lớp).

Số học sinh giỏi cuối năm bằng:  $\frac{1}{1+2} = \frac{2}{9}$  ( số học sinh cả lớp).

Vậy 5 học sinh chính là  $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$  ( số học sinh cả lớp).

Vậy số học sinh lớp 6A là  $5 : \frac{1}{9} = 45$  (học sinh).

**3.126.** Lúc đầu, số thỏ ở chuồng A bằng  $\frac{2}{3}$  số thỏ ở chuồng B.

Sau khi bán 3 con , số thỏ ở chuồng A bằng  $\frac{1}{2}$  số thỏ ở chuồng B.

Vậy 3 con chính là:  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$  số thỏ ở chuồng B.

Do đó, số thỏ ở chuồng B là :  $3 : \frac{1}{6} = 18$  ( con).

Số thỏ lúc đầu ở chuồng A là  $18 \cdot \frac{2}{3} = 12$  ( con).

**3.127.** 10 trang là  $\left(1 - \frac{8}{9}\right) = \frac{1}{9}$  số trang đọc trong ngày thứ tư.

Vậy số trang sách còn lại sau ngày thứ ba là :  $10 : \frac{1}{9} = 90$  ( trang).

$(90+10)$  trang là  $\left(1 - \frac{2}{7}\right) = \frac{5}{7}$  số trang còn lại sau ngày thứ hai.

---

Vậy số trang còn lại sau ngày thứ hai là :  $100 : \frac{5}{7} = 140$  (trang).

$(140 + 10)$  trang là  $\left(1 - \frac{4}{9}\right) = \frac{5}{9}$  số trang còn lại sau ngày thứ nhất.

Vậy số trang còn lại sau ngày thứ nhất là:  $150 : \frac{5}{9} = 270$  ( trang).

$(270 + 10)$  trang là  $\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5}$  số trang của cuốn sách.

Vậy số trang cả cuốn sách Thu đã đọc là:  $280 : \frac{4}{5} = 350$  ( trang).

**3.128.** Số mét vải còn lại sau ngày thứ ba là:  $13 : \frac{2}{3} = \frac{39}{2}$  (m)

Số mét vải còn lại sau ngày thứ hai là :  $\left(\frac{39}{2} + 9\right) : \frac{3}{4} = 38$  (m).

Số mét vải còn lại sau ngày thứ nhất là:  $(38 + 10) : \frac{4}{5} = 60$  (m).

Chiều dài của tấm vải là :  $(60 + 5) : \frac{5}{6} = 78$  (m).

**3.129.**  $100kg$  ;  $240kg$  ;  $152kg$  ;  $171kg$  .

**3.130.**  $150km$  .

**3.131.**  $5$  giờ  $20$  phút =  $\frac{16}{3}$  giờ;                       $4$  giờ  $40$  phút =  $\frac{14}{3}$  giờ.

Trong một giờ cô thứ nhất đánh được  $\frac{3}{16}$  tài liệu, cô thứ hai đánh được  $\frac{3}{14}$  tài liệu.

Năng suất của cô thứ nhất so với cô thứ hai là:  $\frac{3}{16} : \frac{3}{14} = 7 : 8$  .

Vì cùng làm trong một thời gian như nhau nên số trang đánh được tỉ lệ thuận với năng suất của mỗi người.

Do đó, số trang cô thứ nhất đánh được là :  $\frac{90}{7 + 8} \cdot 7 = 42$  (trang).

---

Số trang cô thứ hai đánh được là:  $\frac{90}{7+8} \cdot 8 = 48$  (trang).

**3.132.** Trong một giờ hai máy cày được  $\frac{1}{16}$  thửa ruộng.

Và trong 12 giờ cùng làm việc hai máy cày được:  $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$  thửa ruộng.

Máy thứ hai cày  $\frac{1}{4}$  thửa ruộng còn lại trong 6 giờ.

Nên để cày cả thửa ruộng, một mình máy thứ hai phải mất:  $6 : \frac{1}{4} = 24$  (giờ).

Tong 1 giờ, máy thứ nhất cày được:  $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$  (thửa ruộng).

Vậy thời gian máy thứ nhất một mình cày xong thửa ruộng là:

$$1 : \frac{1}{48} = 48 \text{ (giờ)}.$$

**3.133.**  $\frac{2}{5}$  giờ = 24 phút; 8 phút 40 giây =  $8\frac{2}{3}$  phút;  $\frac{11}{90}$  giờ =  $7\frac{1}{3}$  phút.

Thời gian người thứ nhất làm công việc đó là  $8\frac{2}{3} + 7\frac{1}{3} = 16$  (phút).

Như vậy người thứ nhất đã làm được :  $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$  (công việc).

Do đó, người thứ hai làm  $\frac{1}{3}$  công việc trong  $7\frac{1}{3}$  phút.

Vậy để làm cả công việc, một mình người thứ hai cần :  $7\frac{1}{3} \cdot 3 = 22$  (phút).

**3.134.** Thời gian xe I đi từ A đến B là:  $14 - 8 = 6$  (giờ).

Thời gian xe II đi từ A đến B là  $(14 - 0,5) - 9 = 4,5 = \frac{9}{2}$  (giờ).

Suy ra 1 giờ mỗi xe theo thứ tự đi được là  $\frac{1}{6}AB$  và  $\frac{2}{9}AB$ .

Phân số chỉ 20km của quãng đường AB là  $\frac{2}{9} - \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$  (AB).

---

Vậy quãng đường AB dài  $20 : \frac{1}{18} = 360$  (km).

Vận tốc xe I là:  $360 \cdot \frac{1}{6} = 60$  (km/h)

Có thể coi hai xe cùng bắt đầu đi chúng cách nhau 60km (vì xe I đi trước 1 giờ).

Do đó, chúng gặp nhau ( kể từ khi xe II đi) sau:  $60 : 20 = 3$  (giờ).

Nơi gặp nhau cách A là  $60 + 60 \cdot 3 = 240$  (km).

**3.135.** 2 giờ 48 phút =  $\frac{14}{5}$  giờ; 4 giờ 40 phút =  $\frac{14}{3}$  (giờ)

1 giờ xe thứ nhất đi được là :  $1 : \frac{14}{5} = \frac{5}{14}$  (quãng đường AB).

1 giờ xe thứ hai đi được là:  $1 : \frac{14}{3} = \frac{3}{14}$  (quãng đường AB).

Suy ra  $\frac{5}{14} - \frac{3}{14} = \frac{2}{17} = \frac{1}{7}$  (quãng đường AB) chính là 26km.

Vậy khoảng cách AB là  $26 : \frac{1}{7} = 182$  (km).

**3.136.** So với trước, khối lượng công việc bằng  $100\% + 80\% = 180\% = 1,8$  .

So với trước, năng suất lao động bằng:  $100\% + 20\% = 120\% = 1,2$  .

So với trước số công nhân tăng:  $1,8 : 1,2 = 1,5 = 150\%$  .

Như vậy số công nhân phải tăng:  $150\% - 100\% = 50\%$  .

**3.137.** Lượng nước trong 1 tấn cỏ tươi là  $600kg$

Nên khối lượng cỏ khô hoàn toàn là  $400kg$

Nhưng lượng cỏ khô hoàn toàn chỉ chiếm 85% khối lượng cỏ khô.

Nên 1 tấn cỏ tươi sẽ cho  $400 : \frac{85}{100} = 470 \frac{10}{17}$  (kg cỏ khô).

**3.138.** Giả sử có a hộp sữa loại hai, mỗi hộp chứa một lượng sữa là b lít.

Như vậy lượng sữa loại hai tổng cộng là ab (lít).

Số hộp sữa loại một sẽ là  $0,875a$  và mỗi hoxpj chứa  $1,08b$  lít.



---

Lượng sữa loại 1 tổng cộng là  $0,945ab$  (lít).

Tỉ số lượng sữa loại một so với loại hai là  $0,945ab : ab = 0,945 = 94,5\%$  .

Như vậy lượng sữa loại một ít hơn lượng sữa loại hai là  $5,5\%$  .

**3.139.**  $(50\%.5)$  tuổi anh hơn  $(37,5\%.2)$  tuổi em là  $(7.2)$  năm.

Tức là  $100\%$  tuổi anh hơn  $75\%$  tuổi em là 14 năm.

Suy ra  $(100\% - 62,5\%)$  tuổi anh bằng  $14 - 2$  năm.

Tức là  $37,5\%$  tuổi anh bằng 12 năm.

Từ đó tìm được: anh 32 tuổi; em 24 tuổi.

**3.140.** Số học sinh lớp 8 lao động buổi sáng chiếm  $100\% - (40\% + 36\%) = 24\%$

Số học sinh lớp 8 lao động buổi chiều chiếm:  $24\% + 24\% \cdot \frac{3}{4} = 42\%$  .

Số học sinh lớp 6 lao động buổi chiều chiếm:  $40\% - 40\% \cdot \frac{3}{4} = 10\%$  .

Số học sinh lớp 7 lao động buổi chiều chiếm:  $36\% + 36\% \cdot \frac{3}{8} = 49,5\%$  .

So với buổi sáng, số học sinh lao động buổi chiều bằng:

$$42\% + 49,5\% + 10\% = 101,5\% .$$

**3.141.** a)  $30cm$  và  $10cm$  ;                      b)  $\frac{300}{3000000} = \frac{1}{10000}$  .

**3.142.** Trên thực tế, chiều dài khu đất tăng lên 1000 lần, chiều rộng tăng lên 1000 lần.

Nên diện tích tăng lên:  $1000.1000 = 1000000$  (lần) .

Vậy diện tích khu đất trên thực tế là:

$$50cm^2 \cdot 1000000 = 50000000cm^2 = 5000m^2 .$$

---

---

**Chuyên đề nâng cao 1. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP SO SÁNH PHÂN SỐ**

**3.143. Cách 1:** ( Quy đồng mẫu):

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 17}{8 \cdot 17} = \frac{85}{136}; \quad \frac{14}{17} = \frac{14 \cdot 8}{17 \cdot 8} = \frac{112}{136}.$$

Vì  $\frac{85}{136} < \frac{112}{136}$  nên  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$ .

**Cách 2:** ( quy đồng tử):

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 14}{8 \cdot 14} = \frac{70}{112}; \quad \frac{14}{17} = \frac{14 \cdot 5}{17 \cdot 5} = \frac{70}{85}$$

Vì  $\frac{70}{112} < \frac{70}{85}$  nên  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$ .

**Cách 3:** ( Sử dụng tính chất bắc cầu):

Để thấy  $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$  ( vì  $\frac{5}{8} = \frac{10}{16} < \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$  ). (1)

Ta lại có:  $\frac{2}{3} = \frac{14}{21} < \frac{14}{17}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$ .

**Cách 4:** (Xét phân bù đến đơn vị)

$$\frac{5}{8} = \frac{8-3}{8} = 1 - \frac{3}{8} \tag{1}$$

$$\frac{14}{17} = \frac{17-3}{17} = 1 - \frac{3}{17} \tag{2}$$

Vì  $\frac{3}{8} > \frac{3}{17}$  nên từ (1) và (2) suy ra  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$ .

**Cách 5:** (Nhân chéo):

Ta có :  $5 \cdot 17 = 85$  ;  $8 \cdot 14 = 112$  ;  $85 < 112$

Vì  $5 \cdot 17 < 8 \cdot 14$  nên  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$ .

**Cách 6.** (Viết phân số dưới dạng số thập phân)

---

---

Ta có:  $\frac{5}{6} = 0,625; \frac{14}{17} \approx 0,824$

Vì  $0,625 < 0,824$  nên  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$

Cách 7 ( áp dụng tính chất của phân số nhỏ hơn 1)

Vì  $\frac{5}{8} < 1$  nên  $\frac{5}{8} < \frac{5+9}{8+9}$  hay  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$

Cách 8.(áp dụng tính chất: nếu  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  )

Ta có  $\frac{5}{8} < \frac{9}{9}$  nên suy ra  $\frac{5}{8} < \frac{5+9}{8+9} < \frac{9}{9}$

Vậy  $\frac{5}{8} < \frac{14}{17}$

**3.144.** a)  $\frac{-16}{121} > \frac{-24}{133};$       b)  $\frac{12}{35} < \frac{24}{49} < \frac{112}{217}$

**3.145.** Theo quy tắc so sánh các phân số có cùng tử dương, ta có :

$$\frac{a}{a+b+c+d} < \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{a+c} \quad (1)$$

$$\frac{b}{a+b+c+d} < \frac{b}{d+b+c} < \frac{b}{d+b} \quad (2)$$

$$\frac{c}{a+b+c+d} < \frac{c}{a+d+c} < \frac{c}{a+c} \quad (3)$$

$$\frac{d}{a+b+c+d} < \frac{d}{a+b+d} < \frac{d}{d+b} \quad (4)$$

Cộng (1), (2), (3), (4) theo từng vế ta được:

$$1 = \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} < \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{d+b+c} + \frac{c}{a+d+c} + \frac{d}{a+b+d} < \frac{a+c}{a+c} + \frac{b+d}{b+d} = 2$$

**3.146.** a)  $\frac{49}{56} > \frac{49}{58} > \frac{47}{58};$  b)  $\frac{n}{n+7} < \frac{n+5}{n+7} < \frac{n+5}{n+6}$

**3.147.** a)  $\frac{47}{48} = \frac{48-1}{48} = 1 - \frac{1}{48};$       b)  $\frac{68}{69} = \frac{69-1}{69} = 1 - \frac{1}{69}$

$$\text{Vì } \frac{1}{48} > \frac{1}{69} \text{ nên } \frac{47}{48} < \frac{67}{69}$$

$$\text{Vậy } \frac{-47}{48} > \frac{-68}{69}$$

$$\text{b) } \frac{27}{73} = \frac{270}{730} = \frac{730-460}{730} = 1 - \frac{460}{730}; \frac{271}{731} = 1 - \frac{460}{731}$$

$$\text{Vì } \frac{460}{730} > \frac{460}{731} \text{ nên } \frac{27}{73} < \frac{271}{731}$$

**3.148.** rút gọn rồi so sánh phần bù đến đơn vị của các phân số đó, ta có:

$$\frac{7}{8} > \frac{66}{77} > \frac{555}{666} > \frac{4444}{5555} > \frac{33333}{44444}$$

$$\text{3.149. a) } \frac{31}{7} = 4\frac{3}{7}; \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}; \frac{3}{8} > \frac{3}{7} \text{ nên } 4\frac{3}{7} > 4\frac{3}{8}. \text{ Vậy } \frac{31}{7} > \frac{35}{8}$$

$$\text{b) Cách 1. } A = 1\frac{2}{8^{10}-1}; B = 1\frac{2}{8^{10}-3}$$

$$\text{Vì } 1\frac{2}{8^{10}-1} < 1\frac{2}{8^{10}-3} \text{ nên } A < B$$

$$\text{Cách 2. } B > 1 \text{ nên } B = \frac{8^{10}-1}{8^{10}-3} > \frac{8^{10}-1+2}{8^{10}-3+2} = \frac{8^{10}+1}{8^{10}-1} = A$$

Vậy  $A < B$

**3.150.** Viết các phân số dưới dạng hỗn số rồi so sánh:

$$\frac{768}{697} < \frac{588}{533} < \frac{245}{221} < \frac{513}{255}$$

**3.151.** Viết A và B dưới dạng hỗn số rồi so sánh: ta có  $A < B$

$$\text{3.152. } C = \frac{100^{16}+1}{100^{17}+1} < 1 \text{ nên ta có:}$$

$$C = \frac{100^{16}+1}{100^{17}+1} < \frac{(100^{16}+1)+99}{(100^{17}+1)+99}$$

$$= \frac{100^{16}+100}{100^{17}+100}$$

$$= \frac{100.(100^{15} + 1)}{100.(100^{16} + 1)}$$

$$= \frac{100^{15} + 1}{100^{16} + 1} = D$$

Vậy  $C < D$

$$3.153. \text{ a) } \frac{497}{496} > 1 \text{ nên } \frac{497}{496} > \frac{497 + 319}{496 + 319} = \frac{816}{815}$$

$$\text{Vi } \frac{497}{496} > \frac{816}{815} \text{ nên } \frac{-497}{496} < \frac{-816}{815}$$

$$\text{b) } \frac{2011}{2012} < 1 \text{ nên } \frac{2011}{2012} < \frac{2011 + 1}{2012 + 1} = \frac{2012}{2013}$$

$$\text{Vi } \frac{2011}{2012} < \frac{2012}{2013} \text{ nên } \frac{-2011}{2012} > \frac{-2012}{2013}$$

$$3.154. \frac{3}{7} = \frac{30}{70} < \frac{30 + 1}{70 + 1} = \frac{31}{71} \Rightarrow \frac{3}{7} < \frac{31}{71} \quad (1)$$

$$\frac{31}{71} = \frac{310}{710} < \frac{310 + 1}{710 + 1} = \frac{311}{711} \Rightarrow \frac{31}{71} < \frac{311}{711} \quad (2)$$

$$\frac{311}{711} = \frac{3110}{7110} < \frac{3110 + 2}{7110 + 2} = \frac{3112}{7112} \Rightarrow \frac{311}{711} < \frac{3112}{7112} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra:  $\frac{3112}{7112} > \frac{311}{711} > \frac{31}{71} > \frac{3}{7}$

$$3.155. \text{ Cách 1. } \frac{n}{n+2} = \frac{(n+2) - 2}{n+2} = 1 - \frac{2}{n+2} \quad (1)$$

$$\frac{n+3}{n+5} = \frac{(n+5) - 2}{n+5} = 1 - \frac{2}{n+5} \quad (2)$$

$$\text{Vi } \frac{2}{n+2} > \frac{2}{n+5} \text{ nên từ (1) và (2) suy ra: } \frac{n}{n+2} < \frac{n+3}{n+5}$$

$$\text{Cách 2. } \frac{n}{n+1} < 1 \text{ nên } \frac{n}{n+1} < \frac{n+3}{(n+2) - 3} = \frac{n+3}{n+5}$$

3.156. Ta có:

$$\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+c} < \frac{a+a}{a+b+c} \quad (1)$$

$$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{a+c} < \frac{b+b}{a+b+c} \quad (2)$$

$$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{b+a} < \frac{c+c}{a+b+c} \quad (3)$$

Cộng (1), (2), (3) theo từng vế ta được:

$$1 = \frac{a+b+c}{a+b+c} < \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} < \frac{2(a+b+c)}{a+b+c} = 2$$

**3.157.** Áp dụng tính chất : nếu  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  ta tìm được:

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{4}{9} < \frac{1}{2} < \frac{5}{9} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

**3.158.** Cách 1 ta có:

$$\frac{n}{n+1} > \frac{n}{2n+3} \quad (1)$$

$$\frac{n+1}{n+2} > \frac{n+1}{2n+3} \quad (2)$$

Cộng theo từng vế (1) và (2) ta được:

$$A = \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n+2} > \frac{2n+1}{2n+3} = B$$

Vậy  $A > B$

Cách 2.  $A = \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n+2} > \frac{n}{n+2} + \frac{n+1}{n+2} = \frac{2n+1}{n+2} > \frac{2n+1}{2n+3} = B$

Vậy  $A > B$

**3.159.**  $A = \frac{2-1}{1.2} + \frac{3-2}{2.3} + \frac{4-3}{3.4} + \dots + \frac{50-49}{49.50}$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50}$$

$$= 1 - \frac{1}{50} < 1 \quad (1)$$

$$B = \frac{1}{10} + \left( \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) > \frac{1}{10} + \frac{1}{100} \cdot 90 = 1 \quad (2)$$

---

Từ (1) và (2) ta có  $A < 1$ ,  $B > 1$  nên  $A < B$

$$\begin{aligned} 3.160. S &= \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \\ &= \frac{(a+b+c)-(b+c)}{b+c} + \frac{(a+b+c)-(a+c)}{a+c} + \frac{(a+b+c)-(b+a)}{b+a} \\ &= \frac{7-(b+c)}{b+c} + \frac{7-(c+a)}{c+a} + \frac{7-(a+b)}{a+b} \\ &= 7 \cdot \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) - 3 \\ &= 7 \cdot \frac{7}{10} - 3 \\ &= \frac{49}{10} - 3 = \frac{19}{10} \\ S &= \frac{19}{10} > \frac{19}{11} = 1\frac{8}{11} \end{aligned}$$

MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ DÃY CÁC PHÂN SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT

3.161.  $S = \frac{2011}{2012}$

3.162.  $T = \frac{75}{151}$

3.163.  $A = \frac{202}{607}$

3.164.  $S = 2S - A = 2$

3.165.  $A = 2A - A = 1 - \frac{1}{2^{2011}} < 1$

3.166.  $A = (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{6}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{5050})$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{5049}{5050} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \dots \cdot \frac{10098}{10100} = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \dots \cdot \frac{99.102}{100.101}$$

$$= \frac{1.2 \cdot \dots \cdot 98.99}{2.3 \cdot \dots \cdot 99.100} \cdot \frac{4.5 \cdot \dots \cdot 102}{3.4 \cdot \dots \cdot 101} = \frac{1}{100} \cdot \frac{102}{3}$$

Vậy  $A = \frac{102}{300} = \frac{17}{50}$

3.167. Vế trái có thể viết như sau:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{(2n+1).(2n+3)} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{2n+3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{2n+3} \right)$$

$$= \frac{n+1}{2n+3}$$

3.168. Ta có:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200}$$



$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}\right) \\
&= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200} - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100}\right) \\
&= \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}
\end{aligned}$$

**3.169.**  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n}$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$$

**3.170.**  $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \frac{1}{100} + \frac{1}{144} + \frac{1}{196}$

$$= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{12^2} + \frac{1}{13^2}$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2}\right) < \frac{1}{4}(1+1) = \frac{1}{2}$$

(Theo bài 3.169.)

**3.171.** Viết về trái dưới dạng:

$$\frac{2}{2.3} + \frac{2}{4.3} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{x.(x+1)}$$

Đáp số:  $x = 2012$

**3.172.** Đặt:  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{37.38.39}$

Áp dụng công thức:  $\frac{1}{n.(n+1).(n+2)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n.(n+1)} - \frac{1}{(n+1).(n+2)} \right]$

Ta tính được  $S = \frac{185}{741}$

Từ đó tìm được đáp số:  $M = 1850$

**3.173.** Viết biểu thức dưới dạng:

$$\left(\frac{2998}{2} + 1\right) + \left(\frac{2997}{3} + 1\right) + \left(\frac{1}{2999} + 1\right) + \frac{3000}{3000}$$

$$= 3000 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2999} + \frac{1}{3000} \right)$$

Từ đó ta có đáp số  $N = \frac{1}{3000}$

**3.174.** Tổng phải tìm chính là:

$$\begin{aligned} & 25 \frac{1}{31} + 25 \frac{2}{31} + \dots + 25 \frac{30}{31} + 25 \frac{1}{31} + \dots + 69 \frac{30}{31} \\ &= (25 + 26 + \dots + 69) \cdot 30 + \left( \frac{1}{31} + \frac{2}{31} + \dots + \frac{30}{31} \right) \cdot 45 = 64125 \end{aligned}$$

**3.175.** Viết  $S = 2S - S$  ta tìm được  $S = 1 \frac{1023}{1024}$

**3.176.** Ta có:  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}$  (1)

Gọi T là tất cả các số lẻ nhỏ hơn 50 :

$T = 1.3.5.6\dots.49$  Nhân hai vế của (1) với  $2^4 T$  ta được:

$$A \cdot 2^4 T = \frac{2^4 T}{2} + \frac{2^4 T}{3} + \frac{2^4 T}{4} + \dots + \frac{2^4 T}{49} + \frac{2^4 T}{50} \quad (2)$$

Để thấy tất cả các số hạng ở vế phải của (2) trừ số hạng  $\frac{2^4 T}{5}$  đều là số tự nhiên.

Suy ra vế phải có tổng không phải là số tự nhiên

Do đó, A không phải số tự nhiên.

**3.177.** viết vế trái của đẳng thức dưới dạng:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{48}{2} + 1 \right) + \left( \frac{47}{3} + 1 \right) + \dots + \left( \frac{2}{48} + 1 \right) + \left( \frac{1}{49} + 1 \right) + \frac{50}{50} \\ &= 50 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{48} + \frac{1}{49} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}$$

Theo bài 3.176 thì A không phải là số tự nhiên.

**3.178.** Chú ý:  $9 = 1.9$ ;  $20 = 2.10$ ;  $33 = 3.11$ ; ....;  $2900 = 50.58$

Từ đó ta tìm được  $P = \frac{204}{29} = 7\frac{1}{29}$

**3.179** a) Về trái được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \cdot \left( \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{100!} \right) &< \frac{3}{5} \cdot \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} \right) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \left( 1 - \frac{1}{100} \right) < \frac{3}{5} = 0,6. \end{aligned}$$

b) Thay tử của các phân số ở về trái lần lượt bằng  $4-1; 5-1; 6-1; \dots; 100-1$  để so sánh.

**3.180.** Ta có

$$A = \frac{\frac{2013}{1} \cdot \frac{2014}{2} \cdot \frac{2015}{3} \cdot \dots \cdot \frac{3012}{1000}}{\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2012}{2012}} = \frac{2013 \cdot 2014 \cdot 2015 \cdot \dots \cdot 3012}{1000!} \cdot \frac{2012!}{1001 \cdot 1002 \cdot 1003 \cdot \dots \cdot 3012} = \frac{3012!}{3012!} = 1$$

**3.181.**  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2013.2014}$

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}$$

$$A = \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014} \right) - 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2014} \right)$$

$$A = \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014} \right) - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1007} \right)$$

$$A = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \dots + \frac{1}{2014}$$

$$B = \frac{1}{3022} \cdot \left( \frac{3022}{1008 \cdot 2014} + \frac{3022}{1009 \cdot 2013} + \dots + \frac{3022}{2014 \cdot 1008} \right)$$

$$B = \frac{2}{3022} \cdot \left( \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \dots + \frac{1}{2014} \right).$$

Vậy  $\frac{A}{B} = \frac{3022}{2} = 1511$  là số nguyên.