

CHUYÊN ĐỀ SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

ĐẠI SỐ 7

§1. TẬP HỢP Q CÁC SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$
- Ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trực số. Trên trực số, điểm biểu diễn số hữu tỉ được gọi là điểm x
- Với hai số hữu tỉ bất kỳ x, y ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
 - Nếu $x < y$ thì trên trực số, điểm x ở bên trái điểm y ;
 - Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương;
 - Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm;
 - Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. SỬ DỤNG CÁC KÍ HIỆU $\in, \notin, \subset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$.

Phương pháp giải.

Cần nắm vững ý nghĩa của từng ký hiệu:

- Kí hiệu \in đọc là “phần tử của” hoặc “thuộc”.
- Kí hiệu \notin đọc là “không phải là phần tử của” hoặc “không thuộc”.
- Kí hiệu \subset đọc là “là tập hợp con của”.
- Kí hiệu \mathbb{N} chỉ tập hợp các số tự nhiên.
- Kí hiệu \mathbb{Z} chỉ tập hợp các số nguyên.
- Kí hiệu \mathbb{Q} chỉ tập hợp các số hữu tỉ.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr.7 SGK)

Điền ký hiệu (\in, \notin, \subset) thích hợp vào ô trống:

-3 \mathbb{N} ;

-3 \mathbb{Z} ;

-3 \mathbb{Q}

$-\frac{2}{3}$ \mathbb{Z} ;

$-\frac{2}{3}$ \mathbb{Q} ;

\mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{Q}

Giải

$$-3 \notin \mathbb{N};$$

$$-3 \in \mathbb{Z};$$

$$-3 \in \mathbb{Q}$$

$$-\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z};$$

$$-\frac{2}{3} \in \mathbb{Q};$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Dạng 2. BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Số hữu tỉ thường được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản.
- Khi biểu diễn số hữu tỉ trên trục số, ta thường viết số đó dưới dạng phân số tối giản có mẫu dương. Khi đó mẫu cửa phân số cho biết đoạn thẳng đơn vị cần được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 2 tr.7 SGK)

a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$:

$$\frac{-12}{15}, \frac{-15}{20}, \frac{24}{-32}, \frac{-20}{28}, \frac{-27}{36}?$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số.

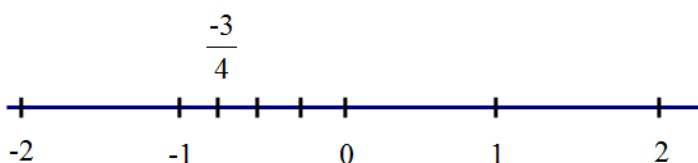
Giải

a) Ta có $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được:

$$\frac{-12}{15} = \frac{-4}{5}; \frac{-15}{20} = \frac{-3}{4}; \frac{24}{-32} = \frac{-3}{4}; \frac{-20}{28} = \frac{-5}{7}; \frac{-27}{36} = \frac{-3}{4}.$$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ là: $\frac{-15}{20}$; $\frac{24}{-32}$ và $\frac{-27}{36}$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số: Ta viết $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$ và biểu diễn trên trục số như sau:



Dạng 3. SO SÁNH CÁC SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số có cùng một mẫu dương;
- So sánh các tử, phân số nào tử nhỏ hơn thì phân số đó nhỏ hơn.
- Có thể sử dụng tính chất sau để so sánh: Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Ví dụ 3. (Bài 3 tr.8 SGK)

So sánh các số hữu tỉ:

a) $x = \frac{2}{-7}$ và $y = \frac{-3}{11}$;

b) $x = \frac{-213}{300}$ và $y = \frac{18}{-25}$;

c) $x = -0,75$ và $y = \frac{-3}{4}$;

Giải

a) $x = \frac{2}{-7} = \frac{-2}{7} = \frac{-22}{77}$; $y = \frac{-3}{11} = \frac{-21}{77}$.

$-22 < -21$ và $77 > 0$ nên $\frac{-22}{77} < \frac{-21}{77}$ hay $\frac{2}{-7} < \frac{-3}{11}$ ($x < y$).

b) $x = \frac{-213}{300}$; $y = \frac{18}{-25} = \frac{-18}{25} = \frac{-216}{300}$.

Ta có: $\frac{-213}{300} > \frac{-216}{300}$ hay $\frac{-213}{300} > \frac{18}{-25}$ ($x > y$).

Ví dụ 4. (Bài 4 tr.8 SGK)

So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

Giải

Nhờ tính chất cơ bản của phân số, ta luôn có thể viết một phân số có mẫu âm thành một phân số bằng nó và có mẫu dương. Vì vậy, ta chỉ cần nhận xét số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$).

Nếu cùng dấu thì ta có $a > 0$. Do đó $\frac{a}{b} > \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} > 0$.

Nếu a, b khác dấu thì ta có $a < 0$. Do đó $\frac{a}{b} < \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} < 0$.

Nhận xét: Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) là số dương nếu a, b cùng dấu, là số âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a \neq 0$.

Ví dụ 5. (Bài 5 tr.8 SGK)

Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$) và $x < y$.

Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn: Sử dụng tính chất: Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ thì $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Giải

Theo đề bài $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$). Vì $x < y$ nên $a < b$.

Ta có $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$, $z = \frac{a+b}{2m}$

$$a < b \text{ nên } a + a < a + b \text{ hay } 2a < a + b \quad (1)$$

$$a < b \text{ nên } a + b < b + b \text{ hay } a + b < 2b \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $2a < a + b < 2b$. Suy ra: $\frac{2a}{2m} < \frac{a+b}{2m} < \frac{2b}{2m}$ hay $x < z < y$.

Nhận xét: Bài toán này cho thấy hai số hữu tỉ khác nhau bất kỳ bao giờ cũng có ít nhất một số hữu tỉ nữa. Do đó có vô số số hữu tỉ.

C. LUYỆN TẬP

1.1 Dạng 1. Điền ký hiệu (\notin , \in , \subset) thích hợp vào ô trống:

$$-5 \quad \boxed{} \quad \mathbb{N};$$

$$-5 \quad \boxed{} \quad \mathbb{Z};$$

$$-5 \quad \boxed{} \quad \mathbb{Q}$$

$$-\frac{6}{7} \quad \boxed{} \quad \mathbb{Z};$$

$$-\frac{6}{7} \quad \boxed{} \quad \mathbb{Q};$$

$$\mathbb{N} \quad \boxed{} \quad \mathbb{Q}$$

1.2 Dạng 2. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$:

$$\frac{6}{-15}; \frac{4}{-12}; \frac{-14}{35}; \frac{4}{-10}; \frac{17}{-40}.$$

1.3 Dạng 3. So sánh số hữu tỉ:

a) $x = \frac{1}{-2}$ và $y = \frac{-1}{3}$;

b) $x = \frac{-2}{3}$ và $y = 0$;

c) $x = -0,125$ và $y = \frac{1}{8}$.

1.4 Dạng 1. Điền các ký hiệu \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} vào ô trống cho hợp nghĩa (điền tất cả các khả năng có thể):

$$-3 \in \boxed{} ; \quad 10 \in \boxed{} ; \quad \frac{2}{9} \in \boxed{} ; \quad \frac{-3}{7} \in \boxed{} ;$$

1.5 Dạng 3. Các số hữu tỉ sau đây có bằng nhau không:

a) $x = \frac{-1}{7}$ và $y = \frac{-5}{25}$; b) $x = \frac{5}{19}$ và $y = \frac{1}{4}$?

1.6 Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ($b > 0, d > 0$). Chứng minh rằng $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ nếu $ab < bc$ và ngược lại.

1.7. Cho a, b, c là những số nguyên, $b > 0$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và c .

1.8 Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($b > 0, d > 0$) thì: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

1.9 Viết ba số hữu tỉ xen giữa các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{-1}{3}$ và $\frac{-1}{4}$; b) $\frac{-1}{100}$ và $\frac{1}{100}$.

1.10 Cho $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$.

1.11 So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{11}{5}$; b) $\frac{-11}{6}$ và $\frac{-8}{9}$;
 c) $\frac{297}{16}$ và $\frac{306}{25}$; d) $\frac{-265}{317}$ và $\frac{-83}{111}$.

1.12 So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2002}{2003}$ và $\frac{14}{13}$; b) $\frac{-27}{463}$ và $\frac{-1}{-3}$; c) $\frac{-33}{37}$ và $\frac{-34}{35}$.

1.13 Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần:

a) $\frac{-12}{17}, \frac{-3}{17}, \frac{-16}{17}, \frac{-1}{17}, \frac{-11}{17}, \frac{-14}{17}, \frac{-9}{17}$;
 b) $\frac{-5}{9}, \frac{-5}{7}, \frac{-5}{2}, \frac{-5}{4}, \frac{-5}{8}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{11}$;
 c) $\frac{-9}{8}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-18}{19}, \frac{-27}{28}$.

1.14 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2}$. Với giá trị nào của a thì:

- a) x là số dương;
- b) x là số âm;
- c) x không là số dương và cũng không là số âm.

1.15 Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-1}{-3}$. Với giá trị nào của a thì:

- a) y là số dương;
- b) y là số âm;

c) y không là số dương và cũng không là số âm.

1.16 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-5}{a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

1.17 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

§2. CỘNG TRỪ SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ.

- Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ x, y bằng cách viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.
- Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất của phép cộng phân số: Giao hoán, kết hợp, cộng với số 0. Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối.

2. Quy tắc “chuyển vé”.

Khi chuyển một số hạng từ vé này sang vé kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}$: $x + y = z \Rightarrow x = z - y$.

3. Chú ý.

Trong \mathbb{Q} , ta cũng có những tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng đại số trong \mathbb{Z} .

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CỘNG TRỪ HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết hai số hữu tỉ dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương (bằng cách quy đồng mẫu của chúng);
- Cộng, trừ hai tử số, mẫu chung giữ nguyên;
- Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Ví dụ 1. (Bài 6 tr.10 SGK)

Tính:

$$a) \frac{-1}{21} + \frac{-1}{28}; \quad b) \frac{-8}{18} - \frac{15}{27}; \quad c) \frac{-5}{12} + 0,75; \quad d) 3,5 - \left(\frac{2}{7} \right);$$

Hướng dẫn

$$a) \frac{-1}{21} + \frac{-1}{28} = \frac{-4}{84} + \frac{-3}{84} = \frac{-4 + (-3)}{84} = \frac{-7}{84} = \frac{-1}{12}$$

b) Nên rút gọn các phân số trước khi trừ:

$$\frac{-8}{18} - \frac{15}{27} = \frac{-4}{9} - \frac{5}{9} = \frac{(-4) - 5}{9} = \frac{-9}{9} = -1$$

c) Đáp số: $\frac{1}{3}$

d) Đáp số: $\frac{53}{14} = 3\frac{11}{14}$

Dạng 2. VIẾT MỘT SỐ HỮU TỈ DƯỚI DẠNG TỔNG HOẶC HIỆU CỦA HAI SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

Một trong các phương pháp giải có thể là:

- Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương.
- Viết tử của phân số thành tổng hoặc hiệu của hai số nguyên.
- “Tách” ra hai phân số có tử là các số nguyên vừa tìm được.
- Rút gọn phân số (nếu có thể).

Ví dụ 2. (Bài 7 tr.10 SGK)

Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây:

a) $\frac{-5}{16}$ là tổng của hai số hữu tỉ âm. Ví dụ: $\frac{-5}{16} = \frac{-1}{8} + \frac{-3}{16}$

b) $\frac{-5}{16}$ là hiệu của hai số hữu tỉ dương. Ví dụ: $\frac{-5}{16} = 1 - \frac{21}{16}$

Với mỗi câu, em hãy lấy thêm ví dụ.

Giải.

a) Ta có thể viết: $\frac{-5}{16} = \frac{(-1) + (-4)}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{-4}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{1}{4}$

$$\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-1) + (-9)}{32} = \frac{-1}{32} + \frac{-9}{32}$$

$$\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-3) + (-7)}{32} = \frac{-3}{32} + \frac{-7}{32}; \dots$$

b) $\frac{-5}{16} = \frac{6 - 11}{16} = \frac{6}{16} - \frac{11}{16} = \frac{3}{8} - \frac{11}{16}$

$$\frac{-5}{16} = \frac{7-12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{3}{4}$$

Dạng 3. TÍNH TỔNG HOẶC HIỆU CỦA NHIỀU SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Áp dụng quy tắc “dấu ngoặc” đối với các số hữu tỉ:

Với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$: $-(x+y) = -x - y$

- Nếu có các dấu ngoặc tròn, ngoặc vuông, ngoặc nhọn thì làm theo thứ tự trước hết tính trong ngoặc tròn rồi đến ngoặc vuông, cuối cùng là ngoặc ngọn.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng một cách thích hợp.

Ví dụ 3. (Bài 8 tr.10 SGK)

Tính:

a) $\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2} \right) + \left(-\frac{3}{5} \right)$

c) $\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{7} \right) - \frac{7}{10}$

b) $\left(-\frac{4}{3} \right) + \left(-\frac{2}{5} \right) + \left(-\frac{3}{2} \right)$

d) $\frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8} \right) \right]$

Giải.

a) $\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2} \right) + \left(-\frac{3}{5} \right) = \frac{3}{7} + \frac{-5}{2} + \frac{-3}{5} = \frac{30}{70} + \frac{-175}{70} + \frac{-42}{70} = \frac{-187}{70} = -2\frac{47}{70}$

b) Đáp số: $\frac{-97}{30} = -3\frac{7}{30}$

c) Đáp số: $\frac{27}{70}$

d)
$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8} \right) \right] &= \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8} \right) \right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \frac{7}{8} \right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{-14}{8} - \frac{7}{8} \right] \\ &= \frac{2}{3} - \frac{-21}{8} = \frac{16}{24} - \frac{-63}{24} = \frac{79}{24} = 3\frac{7}{24} \end{aligned}$$

Dạng 4. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT TRONG MỘT TỔNG HOẶC MỘT HIỆU

Phương pháp giải

Áp dụng quy tắc “chuyển về”

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Ví dụ 4. (Bài 9 tr.10 SGK)

Tìm x, biết:

$$a) \ x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

$$c) \ -x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$$

$$b) \ x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7}$$

$$d) \ \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$$

Giải

$$c) \ -x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$$

$$d) \ \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = x$$

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{18}{21} - \frac{14}{21} = x$$

$$\frac{12}{21} - \frac{7}{21} = x$$

$$\text{Vậy } x = \frac{5}{12}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{39}{35} = 1\frac{4}{35}$$

$$a) \text{ Đáp số: } x = \frac{5}{12}$$

$$b) \text{ Đáp số: } x = \frac{39}{35} = 1\frac{4}{35}$$

Dạng 5. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CÓ NHIỀU DẤU NGOẶC

Phương pháp giải.

- Có thể tính giá trị của biểu thức trong ngoặc rồi tính tổng hoặc hiệu của các kết quả.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp bằng cách áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp.

Ví dụ 5. (Bài 10 tr.10 SGK)

Cho biểu thức: $A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

Hãy tính giá trị của A theo hai cách:

Cách 1: Trước hết tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc.

Cách 2: Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp.

Giải.

Cách 1: $A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

$$= \frac{36 - 4 + 3}{6} - \frac{30 + 10 - 9}{6} - \frac{18 - 14 + 15}{6}$$

$$\frac{35}{6} - \frac{31}{6} - \frac{19}{6} = \frac{-15}{6} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

Cách 2: $A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

$$= 6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 5 - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 3 + \frac{7}{3} - \frac{5}{2}$$

$$= (6 - 5 - 3) - \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{7}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right)$$

$$= -2 - 0 - \frac{1}{2} = -\left(2 + \frac{1}{2}\right) = -2\frac{1}{2}$$

Ví dụ 6. Tính nhanh giá trị của biểu thức sau:

$$B = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18}$$

Giải.

$$\begin{aligned} B &= \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18} \\ &= \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{7}{18}\right)\right] + \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{35} + \frac{2}{7}\right) + \frac{1}{131} \\ &= \frac{-9 - 2 - 7}{18} + \frac{21 + 4 + 10}{35} + \frac{1}{131} \\ &= -1 + 1 + \frac{1}{131} = \frac{1}{131} \end{aligned}$$

Dạng 6. TÌM PHẦN NGUYÊN, PHẦN LẺ CỦA SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải

Cần nắm vững các định nghĩa sau:

1. Phần nguyên của một số hữu tỉ x , kí hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x .

$$\text{Ví dụ: } \left[\frac{5}{2}\right] = 2 ; \left[-\frac{3}{2}\right] = -2 ; [0,2] = 0$$

Như vậy, $[x]$ là số nguyên sao cho: $[x] \leq x < [x] + 1$

2. Phần lẻ của một số hữu tỉ x , kí hiệu $\{x\}$ là hiệu của $x - [x]$

$$\{x\} = x - [x]$$

Vì ta có: $[x] \leq x < [x] + 1$ nên suy ra $0 \leq x - [x] < 1$, tức là với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $0 \leq \{x\} < 1$

Rõ ràng $\{x\} = 0$ khi và chỉ $x = [x]$ tức là khi và chỉ khi $x \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 7. Tìm: $\left[\frac{1}{2}\right]; \left[3\frac{1}{3}\right]; [-5]; [-1,2].$

Giải.

$$\left[\frac{1}{2} \right] = 0; \quad \left[3 \frac{1}{3} \right] = 3; \quad [-5] = -5; \quad [-1, 2] = -2$$

Ví dụ 8. Tìm $[x]$, biết:

$$\text{a) } 2 < x < \frac{5}{2} \quad \text{b) } -\frac{10}{3} < x < -3 \quad \text{c) } -1 < x < 0$$

Giải

$$\text{a) Ta có: } 2 < x < \frac{5}{2} < 3 \text{ nên } [x] = 2$$

$$\text{b) } -\frac{10}{3} < x < -3 \text{ suy ra } -4 < x < -3. \text{ Do đó } [x] = -4$$

$$\text{c) } -1 < x < 0 \text{ nên } [x] = -1$$

Ví dụ 9. Cho n là số tự nhiên, chứng minh rằng: $\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = n$

Giải.

Xét hai trường hợp: n là số chẵn, n là số lẻ.

a) $n = 2k$ ($n \in \mathbb{N}$): Ta có:

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = \left[\frac{2k}{2} \right] + \left[\frac{2k+1}{2} \right] = [k] + \left[k + \frac{1}{2} \right] = k + k = 2k = n$$

b) $n = 2k + 1$ ($n \in \mathbb{N}$): Ta có:

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = \left[\frac{2k+1}{2} \right] + \left[\frac{2k+2}{2} \right] = \left[k + \frac{1}{2} \right] + [k + 1] = k + k + 1 = 2k + 1 = n$$

Ví dụ 10. Tìm $\{x\}$, biết:

$$\text{a) } x = -\frac{3}{2} \quad \text{b) } x = -3\frac{2}{7}$$

Giải.

$$\text{a) } x = -\frac{3}{2} \Rightarrow [x] = -2. \text{ Do đó } \{x\} = x - [x] = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{b)} \quad x = -3\frac{2}{7} \Rightarrow [x] = -4. \text{ Do đó } \{x\} = x - [x] = -3\frac{2}{7} + 4 = \frac{5}{7}$$

C. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Tính:

$$\text{a)} \quad \frac{3}{5} + \frac{-1}{3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{-2}{13} + \frac{-11}{26}$$

$$\text{c)} \quad -2 + \frac{-5}{8}$$

2.2 Dạng 1. Tính:

$$\text{a)} \quad \frac{13}{30} - \frac{1}{5}$$

$$\text{b)} \quad \frac{2}{21} - \frac{-1}{28}$$

$$\text{c)} \quad -3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$$

2.3 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.

2.4 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng hiệu của hai số hữu tỉ dương.

2.5 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng tổng của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

2.6 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng hiệu của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

2.7 Dạng 3. Tính:

$$\text{a)} \quad \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{10} \right)$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\text{c)} \quad \frac{1}{2} - \frac{-1}{3} + \frac{1}{23} + \frac{1}{6}$$

2.8 Dạng 3. Tính:

$$\text{a)} \quad A = \frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{3} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{b)} \quad B = \frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4} \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) \right]$$

2.9 Dạng 4. Tìm x, biết:

$$\text{a)} \quad x - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$$

$$\text{b)} \quad \frac{-2}{15} - x = \frac{-3}{10}$$

2.10 Dạng 4. Tìm x, biết:

$$\text{a) } x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{3} \right)$$

$$\text{b) } \frac{3}{7} - x = \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right)$$

2.11 Dạng 5. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(3 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right) - \left(5 + \frac{1}{3} - \frac{6}{5} \right) - \left(6 - \frac{7}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

2.12 Dạng 5. Tính nhanh:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{64} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}$$

2.13 Dạng 5. Tính nhanh:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} + \frac{13}{15} + \frac{11}{13} - \frac{9}{11} + \frac{7}{9} - \frac{5}{7} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3}$$

2.14 Dạng 5. Tính nhanh:

$$P = \frac{1}{99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \frac{1}{97.96} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

2.15 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết:

$$\text{a) } x = \frac{-3}{7} \qquad \qquad \text{b) } x = \frac{-9}{5}$$

2.16 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết:

$$\text{a) } x - \frac{1}{4} < -2 < x \qquad \qquad \text{b) } x < -3 < x + 0,5$$

2.17 Dạng 6. Tìm phần lẻ của số hữu tỉ x, biết:

$$\text{a) } x = -\frac{5}{4} \qquad \qquad \text{b) } x = -2\frac{4}{9}$$

2.18 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 4 < x < \frac{21}{5} & \text{b) } -\frac{9}{2} < x < -4 \\ & \\ \text{c) } 0 < x < 1 & \text{d) } -\frac{1}{9} < x < 0 \end{array}$$

2.19 Dạng 6. Cho $n \in \mathbb{Z}$ và $x \in \mathbb{Q}$. Chứng minh rằng: $[n+x] = n+[x]$

2.20 Dạng 6. Chứng minh rằng nếu $x \geq y$ thì $[x] \geq [y]$. Điều ngược lại có đúng không? Tại sao?

2.21 Dạng 6. Chứng minh rằng với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta luôn có: $[x] + [y] \leq [x + y]$

§3. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Nhân, chia hai số hữu tỉ.

- Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.
- Phép nhân số hữu tỉ có các tính chất của phép nhân phân số: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng. Mỗi số hữu tỉ khác 0 đều có một số nghịch đảo.

2. Tỉ số.

Thương của phép chia số hữu tỉ x cho số hữu tỉ y ($y \neq 0$) gọi là tỉ số của hai số x và y , kí hiệu là $\frac{x}{y}$ hay $x:y$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHÂN, CHIA HAI SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

- Viết hai số hữu tỉ dưới dạng phân số.
- Áp dụng quy tắc nhân, chia phân số;
- Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Ví dụ 1. (Tr.11 SGK)

Tính: a) $3.5 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right)$; b) $\frac{-5}{23} : (-2)$.

Giải.

a) $3.5 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{-7}{5} = \frac{-49}{10} = -4,9$.

b) $\frac{-5}{23} : (-2) = \frac{-5}{23} : \frac{-2}{1} = \frac{-5}{23} \cdot \frac{1}{-2} = \frac{5}{46}$.

Ví dụ 2. (Bài 11 tr.12 SGK)

Tính :

a) $\frac{-2}{7} \cdot \frac{21}{8};$

b) $0,24 \cdot \frac{-15}{4};$

c) $(-2) \cdot \left(-\frac{7}{12}\right);$

d) $\left(\frac{-3}{25}\right) : 6.$

Đáp số.

a) $\frac{-3}{4};$

b) $\frac{-9}{10};$

c) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6};$

d) $\frac{-1}{50}.$

Ví dụ 3. (Bài 14 tr.12 SGK)

Điền các số hữu tỉ thích hợp vào ô trống:

$\frac{-1}{32}$	\times	4	=	
:		\times		:
-8	:	$\frac{-1}{2}$	=	
=		=		=
	\times		=	

Giải.

$\frac{-1}{32}$	\times	4	=	$\frac{-1}{8}$
:		\times		:
-8		$\frac{-1}{2}$		16
=		=		=

$\frac{-1}{256}$	\times	-2	=	$\frac{-1}{128}$
------------------	----------	----	---	------------------

Dạng 2. VIẾT MỘT SỐ HỮU TỈ DƯỚI DẠNG TÍCH HOẶC THƯƠNG CỦA HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số;
- Viết tử và mẫu của phân số dưới dạng tích của hai số nguyên;
- “Tách” ra hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên tìm được; Lập tích hoặc thương của các phân số đó

Ví dụ 4. (Bài 12 tr.12 SGK)

Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây:

a) $\frac{-5}{16}$ là tích của hai số hữu tỉ. Ví dụ: $\frac{-5}{16} = \frac{-5}{2} \cdot \frac{1}{8}$;

b) $\frac{-5}{16}$ là thương của hai số hữu tỉ. Ví dụ: $\frac{-5}{16} = \frac{-5}{2} : 8$.

Với mỗi căn, em hãy tìm thêm một ví dụ.

Giải

$$a) \frac{-5}{16} = \frac{(-1).5}{4.4} = \frac{-1}{4} \cdot \frac{5}{4}; \quad b) \frac{-5}{16} = \frac{-1}{4} : \frac{4}{5}.$$

Ví dụ 5. Tìm nhiều cách khác nhau để viết số hữu tỉ $\frac{-7}{30}$ dưới dạng tích của hai số hữu tỉ.

Giải.

Ta có: $\frac{-7}{30} = -7 \cdot \frac{1}{30} = 7 \cdot \frac{-1}{30}$.

Nhận xét: $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{2 \cdot 15} = \frac{(-1) \cdot 7}{2 \cdot 15}$. Do đó ta có thể viết:

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-7}{15} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{7}{15} = \frac{1}{15} \cdot \frac{-7}{2} = \frac{-1}{15} \cdot \frac{7}{2}.$$

Ta lại có: $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{6 \cdot 5} = \frac{(-1) \cdot 7}{6 \cdot 5}$. Do đó ta có thể viết:

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{6} \cdot \frac{-7}{5} = \frac{-1}{6} \cdot \frac{7}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{-7}{6} = \frac{-1}{5} \cdot \frac{7}{6}.$$

Ta cũng có: $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{3 \cdot 10} = \frac{(-1) \cdot 7}{3 \cdot 10}$. Do đó ta có:

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{-7}{10} = \frac{-1}{3} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{-7}{3} = \frac{-1}{10} \cdot \frac{7}{3}.$$

Dạng 3: THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH VỚI NHIỀU SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Nắm vững quy tắc thực hiện các phép tính, chú ý đến dấu của kết quả ;
- Đảm bảo thứ tự thực hiện các phép tính ;
- Chú ý vận dụng tính chất các phép tính trong các trường hợp có thể.

Ví dụ 6. (Bài 13 tr.12 SGK)

Tính:

a) $\frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6} \right);$ b) $(-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8} \right);$

c) $\left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5};$ d) $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6} \right) - \frac{45}{18} \right].$

Giải.

c) $\left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} \cdot \frac{3}{5} = \frac{11 \cdot 16 \cdot 3}{12 \cdot 33 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{4}{15};$

d) $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6} \right) - \frac{45}{18} \right] = \frac{7}{23} \left[\frac{-8}{6} - \frac{15}{6} \right] = \frac{7}{23} \cdot \frac{-23}{6} = \frac{-7}{6} = -1\frac{1}{6}.$

a) Đáp số : $\frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2};$

b) Đáp số : $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$.

Ví dụ 7. (Bài 16 tr.13 SGK)

Tính :

a) $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5};$

b) $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right).$

Giải.

a) $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5} = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5} = \left(\frac{-3}{3} + \frac{7}{7}\right) : \frac{4}{5} = 0 : \frac{4}{5} = 0;$

(Áp dụng tính chất $a : c + b : c = (a + b) : c$)

b) $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{9} : \frac{2-5}{22} + \frac{5}{9} : \frac{1-10}{15}$

$$= \frac{5}{9} \cdot \frac{22}{-3} + \frac{5}{9} \cdot \frac{-15}{9} = \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{-22}{3} + \frac{-5}{3}\right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{-27}{3} = \frac{5 \cdot (-27)}{9 \cdot 3} = -5.$$

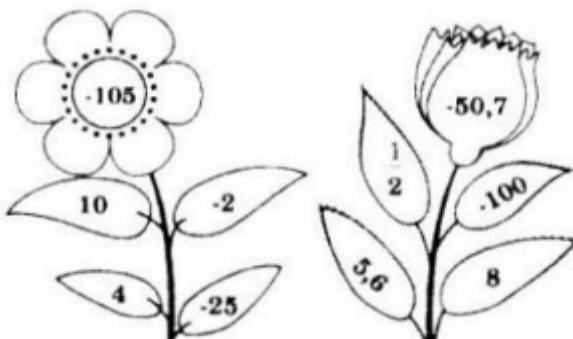
Dạng 4. LẬP BIỂU THỨC TỪ CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Khi giải loại toán này, cần quan sát để phát hiện ra đặc điểm và quan hệ của các số đã cho, từ đó lập được biểu thức thích hợp. Sau khi có biểu thức, cần kiểm tra lại theo yêu cầu đề bài.

Ví dụ 8. (Bài 15 tr.13 SGK)

Đố : Em hãy tìm cách “nối” các số ở những chiếc lá bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và dấu ngoặc để được một biểu thức có giá trị đúng bằng số ở bông hoa ở hình vẽ bên.



Giải.

Với bông hoa bên trái ta có thể lập được hai biểu thức :

$$4 \cdot (-25) + 10 : (-2) = -100 + (-5) = -105.$$

$$4 \cdot 10 \cdot (-2) + (-25) = -80 + (-25) = -105.$$

Với bông hoa bên phải ta có thể lập được biểu thức:

$$\frac{1}{2} \cdot (-100) - 5 \cdot 6 : 8 = -50 \cdot 6 : 8 = -50 - 0,7 = -50,7.$$

C. LUYỆN TẬP

3.1 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{-9}{34} \cdot \frac{17}{4}$; b) $\frac{-20}{41} \cdot \frac{-4}{5}$; c) $-15 \cdot \frac{2}{3}$.

3.2 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{-8}{15} \cdot 1\frac{1}{4}$; b) $1\frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4}$; c) $1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{24}$.

3.3 Dạng 1. Tính:

a) $\frac{-5}{2} : \frac{3}{4}$; b) $4\frac{1}{5} : \left(-2\frac{4}{5}\right)$; c) $1\frac{4}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right)$.

3.4 Dạng 1. Tính:

a) $\frac{17}{15} : \frac{4}{3}$; b) $\frac{-12}{21} : \frac{34}{43}$;
c) $\frac{9}{7} : (-3)$; d) $11 : \frac{14}{37}$.

3.5 Dạng 1. Tính:

a) $\frac{25,79}{6} - \frac{1,79}{6}$; b) $6\frac{9}{11} : (-3)$.

3.6 Dạng 2. Viết số hữu tỉ $\frac{-5}{42}$ thành tích của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

3.7 Dạng 2. Viết số hữu tỉ $\frac{13}{66}$ thành thương của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

3.8 Dạng 3. Tính :

$$\text{a)} \frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right); \quad \text{b)} \left(\frac{-1}{3} + \frac{5}{6} \right) \cdot 11 - 7.$$

3.9 Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức $A = 12(x - y)$ theo cách tốt nhất trong các trường hợp sau:

$$\text{a)} x = 6,99, y = -1,01; \quad \text{b)} x = 3\frac{1}{4}, y = 2\frac{2}{3}.$$

3.10 Dạng 3. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{13}{4} - \frac{13}{5} + \frac{13}{7} + \frac{13}{11}}$.

3.11 Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức (chú ý áp dụng tính chất các phép tính) :

$$A = \left(\frac{-5}{11} \right) \cdot \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{11}{-5} \right) \cdot (-30); \quad B = \left(-\frac{1}{6} \right) \left(-\frac{15}{19} \right) \cdot \frac{38}{45};$$

$$C = \left(\frac{-5}{9} \right) \cdot \frac{3}{11} + \left(-\frac{13}{18} \right) \cdot \frac{3}{11}; \quad D = \left(2\frac{2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32} \right) : \left(-\frac{3}{17} \right).$$

3.12 Cho $P = \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{5}{9} \cdot x \cdot \left(-\frac{7}{13} \right) \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)$ ($x \in \mathbb{Q}$). Hãy xác định dấu của x khi $P > 0, P = 0, P < 0$.

3.13 Dạng 4. Dùng dấu của các phép tính và các số hữu tỉ $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{-5}{7}, \frac{6}{7}$ để lập một biểu thức

có giá trị là $-2\frac{19}{28}$.

3.14 Viết các thương sau thành tích :

$$\text{a)} \frac{1}{5} : \left(-\frac{2}{3} \right); \quad \text{b)} (-3) : \frac{1}{4}; \quad \text{c)} -12 : 13.$$

3.15 Viết các thương sau thành tích :

a) $\frac{-4}{5} \cdot \frac{3}{7}$; b) $(-3) \cdot \frac{4}{9}$; c) $\frac{3}{7} \cdot (-2)$; d) $-11 \cdot 13$.

3.16 Tìm x , biết:

a) $-\frac{2}{3}x = \frac{4}{15}$; b) $\frac{21}{13}x = -\frac{7}{26}$; c) $-\frac{7}{19}x = -\frac{13}{24}$.

3.17 Tìm x , biết:

a) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{7} = \frac{3}{10}$; b) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$; c) $-\frac{21}{13}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$.

3.18 Tìm x , biết: $x \cdot x = x$.

3.19 Cho số hữu tỉ $x \neq 0$. Khi nào thì $\frac{1}{x}$ là một số nguyên ?

3.20 Cho $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$ ($y \neq 0$) là hai số hữu tỉ. Khi nào thì thương $\frac{x}{y}$ là một số nguyên?

§4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN.

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ.

Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ x , kí hiệu $|x|$ là khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 trên trực số.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

2. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân.

- Để cộng, trừ, nhân, chia số thập phân, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số thập phân rồi làm theo qui tắc các phép tính đã biết về phân số.
Trong thực hành ta thường cộng, trừ nhân hai số thập phân theo các quy tắc về

giá trị

tuyệt đối và về dấu tương tự đối với số nguyên.

- Khi chia số thập phân x cho số thập phân y ($y \neq 0$), ta thường áp dụng qui tắc:
Thương của hai số thập phân x, y là thương của $|x|$ và $|y|$ với dấu “+” đằng trước nếu x, y cùng dấu và dấu “-” đằng trước nếu x, y khác dấu.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÁC BÀI TẬP VỀ DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

- Cần nắm vững định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ:

$$|x| = x \text{ nếu } x \geq 0;$$

$$|x| = -x \text{ nếu } x < 0.$$

- Các tính chất hay sử dụng của giá trị tuyệt đối:

Với mọi $x \in \mathbb{Q}$: $|x| \geq 0$; $|x| = |-x|$; $|x| \geq x$.

Ví dụ 1. ([?2] tr.14 SGK). Tìm $|x|$, biết:

- a) $x = -\frac{1}{7}$; b) $x = \frac{1}{7}$; c) $x = -3\frac{1}{5}$; d) $x = 0$.

Giải.

- a) $\left| -\frac{1}{7} \right| = \frac{1}{7}$; b) $\left| \frac{1}{7} \right| = \frac{1}{7}$; c) $\left| -3\frac{1}{5} \right| = 3\frac{1}{5}$; d) $|0| = 0$.

Ví dụ 2. (Bài 17 tr.15 SGK)

1) Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A. $|-2,5| = 2,5$; B. $|-2,5| = -2,5$; C. $|-2,5| = -(-2,5)$.

2) Tìm x , biết:

a) $|x| = \frac{1}{5}$; b) $|x| = 0,37$;

c) $|x| = 0$; d) $|x| = 1\frac{2}{3}$.

Trả lời.

1) Các khẳng định đúng là : a) và c).

- 2) a) $x = \pm \frac{1}{5}$; b) $x = \pm 0,37$;
c) $x = 0$; d) $x = \pm 1\frac{2}{3}$.

Ví dụ 3. (Bài 25 tr.16 SGK)

Tìm x , biết :

a) $|x - 1,7| = 2,3$; b) $|x + \frac{3}{4}| - \frac{1}{3} = 0$.

Giải.

a) Bài này có thể giải theo hai cách:

Cách 1: (Căn cứ vào định nghĩa của giá trị tuyệt đối)

- Nếu $x - 1,7 \geq 0$ tức là $x \geq 1,7$ thì $|x - 1,7| = x - 1,7$.

Trong trường hợp này ta có : $x - 1,7 = 2,3$

$$\begin{aligned} x &= 2,3 + 1,7 \\ x &= 4 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \geq 1,7). \end{aligned}$$

- Nếu $x - 1,7 < 0$ tức là $x < 1,7$ thì $|x - 1,7| = -(x - 1,7) = 1,7 - x$.

Trong trường hợp này ta có : $1,7 - x = 2,3$

$$\begin{aligned} x &= 1,7 - 2,3 \\ x &= -0,6 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x < 1,7). \end{aligned}$$

Vậy $x = 4; x = -0,6$.

Cách 2. (Căn cứ vào tính chất $|x| = |-x|$).

$|x - 1,7| = 2,3$ suy ra: $x - 1,7 = 2,3$ (1) hoặc $-(x - 1,7) = 2,3$ tức là $x - 1,7 = -2,3$ (2)

Từ (1) ta có : $x = 2,3 + 1,7 = 4$.

Từ (2) ta có : $x = 1,7 - 2,3 = -0,6$.

Vậy $x = 4$; $x = -0,6$.

b) Hướng dẫn. Viết $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{1}{3} = 0$ thành $\left|x + \frac{3}{4}\right| = \frac{1}{3}$ rồi giải bằng một trong hai cách như câu a).

$$\text{Đáp số: } x = \frac{-5}{12}, x = \frac{-13}{12}.$$

Ví dụ 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

$$A = \left|x - \frac{1}{2}\right|; \quad B = \left|x + \frac{3}{4}\right| + 2.$$

Giải.

- Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $|x| \geq 0$. Vì vậy: $A = \left|x - \frac{1}{2}\right| \geq 0$. Biểu thức A có giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x - \frac{1}{2} = 0$ tức là $x = \frac{1}{2}$.
- Ta có $\left|x + \frac{3}{4}\right| \geq 0$ nên $\left|x + \frac{3}{4}\right| + 2 \geq 2$. Vậy $B = \left|x + \frac{3}{4}\right| + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x + \frac{3}{4} = 0$ tức là $x = -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 5. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

$$C = -\left|x + \frac{2}{5}\right|; \quad D = \frac{5}{7} - |3x - 2|.$$

Giải.

- Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $|x| \geq 0$ nên $-|x| \leq 0$. Do đó: $C = -\left|x + \frac{2}{5}\right| \leq 0$. Biểu thức C có giá trị lớn nhất bằng 0 khi $x + \frac{2}{5} = 0$ tức là $x = -\frac{2}{5}$.
- Ta có $-|3x - 2| \leq 0$ nên $\frac{5}{7} - |3x - 2| \leq \frac{5}{7}$. Vậy biểu thức D có giá trị lớn nhất là $\frac{5}{7}$ khi $3x - 2 = 0$ tức là $x = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 6. Chứng minh rằng với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta luôn có: $|x + y| \leq |x| + |y|$. Dấu “=” xảy ra khi nào ?

Giải.

Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $x \leq |x|$ (dấu bằng xảy ra khi $x \geq 0$).

a) Nếu $x + y \geq 0$ thì $|x + y| = x + y$.

Vì $x \leq |x|$, $y \leq |y|$ với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ nên $|x + y| = x + y \leq |x| + |y|$.

b) Nếu $x + y < 0$ thì $|x + y| = -(x + y) = -x - y$.

Vì $-x \leq |x|$, $-y \leq |y|$ với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ nên $|x + y| = -x - y \leq |x| + |y|$.

Vậy với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta đều có: $|x + y| \leq |x| + |y|$. Dấu “=” xảy ra khi x, y cùng dấu hoặc khi ít nhất một số bằng 0.

Dạng 2. BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ BẰNG CÁC PHÂN SỐ KHÁC NHAU.

Phương pháp giải.

Sử dụng tính chất cơ bản của phân số:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} \text{ với } m \in \mathbb{Z} \text{ và } m \neq 0;$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \text{ với } n \in UC(a; b).$$

Ví dụ 7. (Bài 21 tr.15 SGK)

a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn cùng một số hữu tỉ:

$$\frac{-14}{35}; \frac{-27}{63}; \frac{-26}{65}; \frac{-36}{84}; \frac{34}{-85}.$$

b) Viết ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-3}{7}$.

Hướng dẫn.

a) Rút gọn các phân số đã cho.

Trả lời: Các phân số $\frac{-27}{63}$ và $\frac{-36}{84}$ biểu diễn cùng một số hữu tỉ; các phân số $\frac{-14}{35}$; $\frac{-26}{65}$; $\frac{34}{-85}$ biểu diễn cùng một số hữu tỉ.

b) Chú ý rằng $\frac{-3}{7}$ là phân số tối giản nên chỉ cần nhân cả tử và mẫu của nó cùng một số nguyên khác 0 .

Dạng 3. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA CÁC SỐ THẬP PHÂN

Phương pháp giải.

- Áp dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân.
 - Chú ý vận dụng các tính chất : giao hoán, kết hợp, phân phối, ... trong các trường hợp có thể để việc tính toán được nhanh chóng và chính xác.

Ví dụ 8. (Bài 18 tr.15SGK). Tính :

$$\text{a)} -5.7 - 0,469 ;$$

c) $(-5, 17) \cdot (-3, 1)$;

b) $-2,05 + 1,73$;

d) $(-9, 18) : 4, 25$.

Đáp số.

a) -5,639;

b) -0.32;

c) 16,027;

d) -2,16 .

Ví dụ 9. (Bài 19 tr.15 SGK)

Với bài tập : Tính tổng $S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$, hai bạn Hùng và Liên đã làm như sau :

Bài làm của Hùng

$$\begin{aligned}
 S &= (-2,3) + (+41,5) \\
 &\quad + (-0,7) + (-1,5). \\
 &= [(-2.3) + (-0,7) \\
 &\quad + (-1,5)] + 41,5 \\
 &= (-4,5) + 41,5 \\
 &= 37
 \end{aligned}$$

Bài làm của Liên

$$\begin{aligned}
 S &= (-2, 3) + (+41, 5) \\
 &\quad + (-0, 7) + (-1, 5). \\
 &= [(-2.3) + (-0, 7)] \\
 &\quad + [(-1, 5) + 41, 5] \\
 &= (-3) + 40 \\
 &= 37
 \end{aligned}$$

- a) Hãy giải thích cách làm của mỗi bạn.
 - b) Theo em nên làm cách nào ?

Giải.

- a) Bạn Hùng cộng các số âm với nhau được $-4,5$ rồi cộng tiếp với $41,5$ để được kết quả là 37 .

Bạn Liên đã nhóm từng cặp số hạng có tổng là số nguyên được -3 và 40 rồi cộng hai số này được 37 .

-
- b) Hai cách làm của hai bạn đều áp dụng các tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính được hợp lí nhưng cách của bạn Liên có thể tính nhầm nhanh hơn. Do đó nên làm theo cách của bạn Liên.

Ví dụ 10. (Bài 20 tr.15 SGK)

Tính nhanh :

- a) $6,3 + (-3,7) + 2,4 + (-0,3);$
- b) $(-4,9) + 5,5 + 4,9 + (-5,5);$
- c) $2,9 + 3,7 + (-4,2) + (-2,9) + 4,2;$
- d) $(-6,5).2,8 + 2,8.(-3,5).$

Hướng dẫn.

- a) $(6,3 + 2,4) + [(-3,7) + (-0,3)];$
- b) $[(-4,9) + 4,9] + [5,5 + (-5,5)];$
- c) $[2,9 + (-2,9)] + [(-4,2) + 4,2] + 3,7;$
- d) $2,8.[(-6,5).(-3,5)].$

Ví dụ 11. (Bài 24 tr.16 SGK)

Áp dụng tính chất các phép tính để tính nhanh :

- a) $(-2,5.0,38.0,4) - [0,125.3,15.(-8)];$
- b) $[(-20,83).0,2 + (-9,17).0,2] : [2,47.0,5 - (-3,53).0,5].$

Hướng dẫn.

- a) $[(-2,5).0,4.0,38] - [(-8.0,125).3,15].$ Đáp số : 2,77 .
- b) $[(-20,83 - 9,17).0,2] : [(2,47 + 3,53).0,5].$ Đáp số: -2 .

Dạng 4. SO SÁNH CÁC SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

Khi so sánh hai số hữu tỉ cần chú ý :

- Số hữu tỉ dương lớn hơn số .
- Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số 0.
- Trong hai số hữu tỉ âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì số đó lớn hơn.
- Có thể sử dụng tính chất “bắc cầu” để so sánh.

Ví dụ 12. (Bài 22 tr.16 SGK)

Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự lớn dần : $0,3; \frac{-5}{6}; -1\frac{2}{3}; \frac{4}{13}; 0; -0,875$.

Trả lời.

$$-1\frac{2}{3} < -0,875 < \frac{-5}{6} < 0 < 0,3 < \frac{4}{13}.$$

Ví dụ 13. (Bài 23 tr.16 SGK)

Dựa vào tính chất “ Nếu $x < y$ và $y < z$ thì $x < z$ ”, hãy so sánh :

- a) $\frac{4}{5}$ và $1,1$;
- b) -500 và $0,001$;
- c) $\frac{13}{38}$ và $\frac{-12}{-37}$.

Giải.

- a) Ta có $\frac{4}{5} < 1$ và $1 < 1,1$ nên $\frac{4}{5} < 1,1$.
- b) $-500 < 0$ và $0 < 0,001$ nên $-500 < 0,001$.
- c) suy ra $\frac{-12}{-37} < \frac{1}{3}$ (1)
$$\frac{1}{3} = \frac{13}{39} < \frac{13}{38}$$
 suy ra $\frac{1}{3} < \frac{13}{38}$ (2)
Từ (1) và (2) ta có : $\frac{-12}{-37} < \frac{13}{38}$.

Dạng 5. SỬ DỤNG MÁY TÌNH BỎ TÚI ĐỂ LÀM CÁC PHÉP TÍNH CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN. $\frac{-12}{-37} = \frac{12}{37} < \frac{12}{36}$

Phương pháp giải.

Năm vũng cách sử dụng các nút :

$[\pm]$, $[\square]$, $[\times]$, $[+/-]$, $[M +]$, $[M -]$, $[MR]$

Ví dụ 14. (Bài 26 tr.16 SGK)

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

- a) $(-3,1597) + (-2,39);$
- b) $(-0,793) - (-2,1068);$
- c) $(-0,5).(-3,2) + (-10,2).0,2;$
- d) $1,2.(-2,6) + (-1,4) : 0,7.$

Đáp số.

- a) $-5,5497;$
- b) $1,3138;$
- c) $-0,42;$
- d) $-5,12.$

C. LUYỆN TẬP

4.1 Dạng 1. Tìm $|x|$, biết :

a) $x = -\frac{4}{7};$ b) $x = \frac{-3}{-11};$ c) $x = -0,749;$ d) $x = -5\frac{1}{7}.$

4.2 Dạng 1. Tìm x , biết :

a) $|x| = 0;$ b) $|x| = 1,375;$ c) $|x| = \frac{1}{5};$ d) $|x| = 3\frac{1}{4}.$

4.3 Dạng 1. Tìm x , biết :

a) $|x - 1,5| = 2;$ b) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{1}{2} = 0.$

4.4 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = 5 + \left|\frac{1}{3} - x\right|.$

4.5 Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $B = 2 - \left| x + \frac{2}{3} \right|$.

4.6 Dạng 1. Tìm x , biết : $|4x| - |-13,5| = |-7,5|$.

4.7 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $C = 2 \cdot \left| x - \frac{2}{3} \right| - 1$.

4.8 Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $D = 3 - \frac{5}{2} \cdot \left| \frac{2}{5} - x \right|$.

4.10 Dạng 1. Tìm x , biết :

a) $|x - 2| = x$; b) $|x + 2| = x$.

4.11 Dạng 1. Tìm x , biết : $|x - 3,5| + |y - 1,3| = 0$. $|x| + x = \frac{1}{3}$;

4.12 Dạng 1. Tìm x , biết : $|x - 3,4| + |2,6 - x| = 0$.

4.13 Dạng 1. Tính giá trị của các biểu thức sau với : $|a| = 1,5$; $b = -0,5$.

$$M = a + b; \quad N = 2a - 3b; \quad P = a : 3 - 3 : b.$$

4.14 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau :

$$A = |x - 500| + |x - 300|.$$

4.15 Dạng 2. Trong các phân số sau, các phân số nào biểu diễn cùng một số hữu tỉ:

$$\frac{-8}{14}, \frac{6}{27}, \frac{12}{-21}, \frac{-36}{63}, \frac{-12}{54}, \frac{-16}{27}.$$

4.16 Dạng 2. Viết ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $-0,75$.

4.17 Dạng 3. Tính nhanh các tổng sau đây:

- $(+5,3) + (-0,7) + (-5,3)$;
- $(+5,3) + (-1,0) + (+3,1) + (+4,7)$;
- $(-4,1) + (-13,7) + (+31) + (5,9) + (-6,3)$.

4.18 Dạng 3. Tính :

- $(+9) + (-3,6) - (+4,1) - (-1,3)$;

b) $(+5,2) - (+6,7) - (-2,3) + (-4,1);$

c) $(-2,7) - (-4,3) + (-8,5) - (-0,6).$

4.19 Dạng 3. Tìm x , biết :

a) $x + (+2,4) = (+3,1);$

b) $x + (-3,5) = (+1,7);$

c) $(-4,7) + x = (-1,8);$

d) $(-4,6) + x = (-3,5).$

4.20 Dạng 3. Bảng vuông với các số sau đây có đặc điểm gì ?

-2,3	+5,7	-1,3
+1,7	+0,7	-0,3
+2,7	-4,3	+3,7

4.21 Dạng 3. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	2	1,5			6
y	-3		-6,3	6,3	9
z		-2	13	0	
$x + y + z$	4,5	-3,7	-12,5	2	-2

4.22 Dạng 3. Tính:

a) $(-2,5).(-4);$

b) $(-2,5).(-7).(-4);$

c) $(-0,5).0,5.(-2).2;$

d) $25.(-5).(-0,4).(-0,2);$

e) $(-0,5).5.(-50).0,02.(-0,2).2;$

4.23 Dạng 3. Tính các tích sau biết rằng $a.b = 2,3$:

a) $a.(-b);$

b) $(-a).(-b);$

c) $a.(-2b);$

d) $(-3a).(2b).$

4.24 Dạng 3. Có thể kiểm tra rằng: $227,2 - 193,7 = 33,5$. Sử dụng kết quả này để tính:

4.25 Dạng 4. Cho $a = 2,5$; $b = -6,7$; $c = 3,1$; $d = -0,3$, hãy tính và so sánh các hiệu sau:

a) $a - b$ và $b - a;$

b) $b - d$ và $d - b;$

c) $b - d$ và $-b - (d);$

d) $b - c$ và $c - b;$

e) $a - b$ và $-b - (-a);$

f) $c - a$ và $c - (-a)$

§5, §6. LŨY THÙA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Lũy thừa với số mũ tự nhiên

Lũy thừa bậc N của một số hữu tỉ x , kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là một số tự nhiên lớn hơn 1): $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$)

Quy ước: $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$).

Khi viết số hữu tỉ x dưới dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$), ta có: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

2. Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số

- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ (Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ).
- $x^m : x^n = x^{m-n}$ ($x \neq 0$, $m \geq n$) (Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ đi số mũ của lũy thừa chia).

3. Lũy thừa của lũy thừa

- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ (Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ).

4. Lũy thừa của một tích

- $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ (Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa).

5. Lũy thừa của một thương

- $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($y \neq 0$) (Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa).

B. CÁC DẠNG BÀI TOÁN

Dạng 1. SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỦA LŨY THÙA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

Phương pháp giải.

Cần nắm vững định nghĩa: $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$).

Quy ước: $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$).

Ví dụ 1. (Bài 27 tr. 9 SGK)

Tính: $\left(\frac{-1}{3}\right)^4$; $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$; $(-0,2)^2$; $(-5,3)^0$.

Đáp số.

$$\left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$$

$$(-0.2)^2 = 0,04$$

$$\left(-2\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{9}{4}\right)^3 = -\frac{729}{64} = -11\frac{25}{64}$$

$$(-5,3)^0 = 1$$

Ví dụ 2. (Bài 28 tr. 9 SGK)

Tính: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2; \left(-\frac{1}{2}\right)^3; \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \left(-\frac{1}{2}\right)^5$.

Hãy rút ra nhận xét về dấu của lũy thừa với số mũ chẵn và lũy thừa với số mũ lẻ của một số hữu tỉ âm.

Trả lời.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}; \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}; \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}; \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Lũy thừa với số mũ chẵn của một số âm là một số dương, lũy thừa với số mũ lẻ của một số âm là một số âm.

Ví dụ 3. (Bài 29 tr. 9 SGK)

Viết số $\frac{16}{81}$ dưới dạng một lũy thừa, ví dụ $\frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$. Hãy tìm các cách viết khác.

Trả lời.

$$\text{Các cách viết khác: } \frac{16}{81} = \left(\frac{16}{81}\right)^1 = \left(-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4.$$

Ví dụ 4. (Bài 32 tr. 19 SGK)

Đố: Hãy chọn hai chữ số sao cho có thể viết hai chữ số đó thành một lũy thừa để được kết quả là số nguyên dương nhỏ nhất. (Chọn được càng nhiều càng tốt)

Trả lời.

Số nguyên dương nhỏ nhất là 1. Ta có:

$$1^1 = 1^2 = 1^3 = 1^4 = \dots = 1^9 = 1$$

$$1^0 = 2^0 = 3^0 = 4^0 = \dots = 9^0 = 1$$

Ví dụ 5. (Bài 33 tr. 20 SGK)

Dùng máy tính bỏ túi để tính:

$$(3,5)^2; (-0,12)^3; (1,5)^4; (-0,1)^5; (1,2)^6.$$

Đáp số.

$$(3,5)^2 = 12,25;$$

$$(-0,12)^3 = 0,001728;$$

$$(1,5)^4 = 5,0625;$$

$$(-0,1)^5 = -0,00001;$$

$$(1,2)^6 = 2,985984.$$

Dạng 2. TÍNH TÍCH VÀ THƯƠNG CỦA HAI LŨY THÙA CÙNG CƠ SỐ

Phương pháp giải.

Áp dụng các công thức tính tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số.

- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$;
- $x^m : x^n = x^{m-n}$ ($x \neq 0, m \geq n$).

Ví dụ 6. (Bài 30 tr. 19 SGK)

Tìm x , biết:

$$a) \quad x : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2};$$

$$b) \quad \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{4}\right)^7.$$

Hướng dẫn.

$$a) \quad x = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3;$$

$$x = \frac{1}{16};$$

$$b) \quad x = \left(\frac{3}{4}\right)^7 : \left(\frac{3}{4}\right)^5.$$

$$x = \frac{9}{16}.$$

Dạng 3. TÍNH LŨY THỪA CỦA MỘT LŨY THỪA

Phương pháp giải.

Áp dụng các công thức tính lũy thừa của một lũy thừa: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

Chú ý:

- Trong nhiều trường hợp ta phải sử dụng công thức này theo chiều từ phải sang trái:
$$x^{m \cdot n} = (x^m)^n = (x^n)^m.$$
- Cần tránh sai lầm do lẫn lộn hai công thức: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ và $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

Ví dụ 7. (Bài 31 tr. 19 SGK)

Viết các số $(0,25)^8$ và $(0,125)^4$ dưới dạng các lũy thừa của cơ số 0,5.

Giải.

$$\text{Ta có: } (0,25)^8 = [(0,5)^2]^8 = (0,5)^{16};$$

$$(0,125)^4 = [(0,5)^3]^4 = (0,5)^{12}.$$

Ví dụ 8. (Bài 38 tr. 22 SGK)

- Viết các số 2^{27} và 3^{18} dưới dạng các lũy thừa có số mũ là 9.
- Trong hai số 2^{27} và 3^{18} , số nào lớn hơn?

Giải.

- Nhận xét: $27 = 3 \cdot 9$; $18 = 2 \cdot 9$. Ta có:

$$2^{27} = 2^{3 \cdot 9} = (2^3)^9 = 8^9.$$

$$3^{18} = 3^{2 \cdot 9} = (3^2)^9 = 9^9.$$

- Vì $9^9 > 8^9$ nên $3^{18} > 2^{27}$.

Ví dụ 9. (Bài 34 tr. 22 SGK)

Trong vở bài tập của Dũng có bài làm sau:

- a) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^6$; b) $(0,75)^3 : 0,75 = (0,75)^2$;
- c) $(0,2)^{10} : (0,2)^5 = (0,2)^2$; d) $\left[\left(-\frac{1}{7} \right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{7} \right)^6$;
- e) $\frac{50^3}{125} = \frac{50^3}{5^3} = \left(\frac{50}{5} \right)^3 = 10^3 = 1000$; f) $\frac{8^{10}}{4^8} = \left(\frac{8}{4} \right)^{10-8} = 2^2$.

Hãy kiểm tra lại các đáp số và sửa lại chỗ sai (nếu có).

Hướng dẫn.

Các câu a, c, d, f: sai.

Các câu b, e: đúng.

Sửa lại chỗ sai:

- a) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^{2+3} = (-5)^5$
- c) $(0,2)^{10} : (0,2)^5 = (0,2)^{10-5} = (0,2)^5$
- d) $\left[\left(-\frac{1}{7} \right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{7} \right)^{24} = \left(-\frac{1}{7} \right)^8$
- f) $\frac{8^{10}}{4^8} = \frac{(2^3)^{10}}{(2^2)^8} = \frac{2^{30}}{2^{16}} = 2^{14}$

Ví dụ 10. (Bài 39 tr. 23 SGK)

Cho $x \in \mathbb{Q}$ và $x \neq 0$. Viết x^{10} dưới dạng:

- a) Tích của hai lũy thừa trong đó có một số thừa số là x^7 .
- b) Lũy thừa của x^2 .
- c) Thường của hai lũy thừa trong đó số bị chia là x^{12}

Đáp số.

- a) $x^{10} = x^7 \cdot x^3$; b) $x^{10} = (x^2)^5$; c) $x^{10} = x^{12} : x^2$.

Dạng 4. TÍNH LŨY THỪA CỦA MỘT TÍCH, LŨY THỪA CỦA MỘT THƯƠNG

Phương pháp giải.

Áp dụng các công thức

- $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ (Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa).
- $\left(\frac{x}{y} \right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($y \neq 0$) (Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa).

Các công thức trên còn được sử dụng theo chiều từ trái sang phải:

- $x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ (Quy tắc nhân hai lũy thừa cùng số mũ)

- $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$ ($y \neq 0$) (Quy tắc chia hai lũy thừa cùng cơ số)

Ví dụ 11. (?5 tr. 22 SGK)

Tính:

a) $(0,125)^3 \cdot 8^3$

b) $(-39)^4 : 13^4$

Giải.

a) Nhận xét: $0,125 \cdot 8 = 1$, ta có cách giải 1:

$$(0,125)^3 \cdot 8^3 = (0,125 \cdot 8)^3 = 1^3 = 1$$

Nhận xét: $0,125 = \frac{1}{8}$, ta có cách giải 2:

$$(0,125)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 8^3 = \frac{1^3}{8^3} \cdot 8^3 = 1$$

b) Nhận xét: $-39 = -3 \cdot 13$, ta có

Cách 1: $(-39)^4 : 13^4 = (-3 \cdot 13)^4 : 13^4 = (-3)^4 \cdot 13^4 : 13^4 = (-3)^4 = 81$

Cách 2: $(-39)^4 : 13^4 = \left(\frac{-39}{13}\right)^4 = (-3)^4 = 81$.

Ví dụ 12. (Bài 36 tr. 22 SGK)

Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữa tỉ

a) $10^8 \cdot 2^8$

b) $10^8 : 2^8$

c) $25^4 \cdot 2^8$

d) $15^8 \cdot 9^4$

e) $27^2 : 25^3$

Giải.

a) $10^8 \cdot 2^8 = (10 \cdot 2)^8 = 20^8$

b) $10^8 : 2^8 = (10 : 2)^8 = 5^8$

c) $25^4 \cdot 2^8 = (5^2)^4 \cdot 2^8 = 5^8 \cdot 2^8 = (5 \cdot 2)^8 = 10^8$

Hoặc: $25^4 \cdot 2^8 = 25^4 \cdot (2^2)^8 = 25^4 \cdot 4^4 = (25 \cdot 4)^4 = 100^4$

d) $15^8 \cdot 9^4 = 15^8 \cdot (3^2)^4 = 15^8 \cdot 3^8 = (15 \cdot 3)^8 = 45^8$

Hoặc $15^8 \cdot 9^4 = (15^2)^4 \cdot 9^4 = 225^4 \cdot 9^4 = (225 \cdot 9)^4 = 2025^4$

e) $27^2 : 25^3 = (3^3)^2 : (5^2)^3 = 3^6 : 5^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^6$

Ví dụ 13. (Bài 43 tr. 23 SGK)

Đó: Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$, đó em tính nhanh được tổng:

$$S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2.$$

Giải.

$$\begin{aligned}S &= 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2 \\&= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + \dots + (2.10)^2 \\&= 2^2 \cdot 1^2 + 2^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 3^2 + \dots + 2^2 \cdot 10^2 \\&= 2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2) \\&= 4.385 \\&= 1540\end{aligned}$$

Dạng 5. TÍM SỐ MŨ CỦA MỘT LŨY THỪA

Phương pháp giải.

Khi giải bài toán này, ta có thể sử dụng tính chất được thừa nhận sau đây

Với $a \neq 0, a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$

Ví dụ 14. (Bài 35 tr. 22 SGK)

Ta thừa nhận tính chất sau đây:

Với $a \neq 0, a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

Dựa vào tính chất này, hãy tìm các số tự nhiên m, n biết:

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^m = \frac{1}{32}$$

$$\text{b) } \frac{343}{125} = \left(\frac{7}{5}\right)^n$$

Hướng dẫn.

$$\text{a) Viết } \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5.$$

$$\text{b) Viết } \frac{343}{125} = \frac{7^3}{5^3} = \left(\frac{7}{5}\right)^3$$

Đáp số: a) $m = 5$; b) $n = 3$.

Ví dụ 15. (Bài 42 tr. 23 SGK)

Tìm số tự nhiên n, biết:

$$\text{a) } \frac{16}{2^n} = 2$$

$$\text{b) } \frac{(-3)^n}{81} = -27$$

$$\text{c) } 8^n : 2^n = 4$$

Hướng dẫn.

$$\text{a) Cách 1: } \frac{16}{2^n} = 2 \Rightarrow \frac{2^4}{2^n} = 2 \Rightarrow 2^{4-n} = 2 \Rightarrow 4-n=1 \Rightarrow n=3.$$

$$\text{Cách 2: } \frac{16}{2^n} = 2 \Rightarrow 2^n \cdot 2 = 16 \Rightarrow 2^{n+1} = 2^4 \Rightarrow n+1=4 \Rightarrow n=3$$

$$\text{b) Cách 1: } \frac{(-3)^n}{81} = -27 \Rightarrow \frac{(-3)^n}{(-3)^4} = (-3)^3 \Rightarrow (-3)^{n-4} = (-3)^3$$

$$\Rightarrow n-4=3 \Rightarrow n=7.$$

$$\text{Cách 2: } \frac{(-3)^n}{81} = -27 \Rightarrow (-3)^n = 81 \cdot (-27) = (-3)^4 \cdot (-3)^3 = (-3)^7$$

$$\Rightarrow n=7.$$

$$\text{c) } 8^n : 2^n = 4 \Rightarrow (8:2)^n = 4 \Rightarrow 4^n = 4^1 \Rightarrow n=1$$

Dạng 6. TÍM CƠ SỐ CỦA MỘT LŨY THÙA

Phương pháp giải.

- Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ nguyên dương:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1)$$

- Sử dụng tính chất:

Nếu $a^n = b^n$ thì $a = b$ nếu n lẻ, $a = \pm b$ nếu n chẵn ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

Ví dụ 16. Tìm x , biết:

a) $x^3 = 343$

b) $(x - 2,5)^4 = (x - 2,5)^2$

Giải.

a) Ta có: $343 = 7^3$. Do đó $x^3 = 7^3$ nên $x = 7$.

b) Nếu $x = 2,5$ ta có $0^4 = 0^2$ (đúng).

Nếu $x \neq 2,5$, chia hai vế cho $(x - 2,5)^2 \neq 0$, ta được: $(x - 2,5)^2 = 1$

Suy ra: $x - 2,5 = 1$ hoặc $x - 2,5 = -1$.

Nếu $x - 2,5 = 1$ thì $x = 3,5$; nếu $x - 2,5 = -1$ thì $x = 1,5$.

Vậy: $x \in \{1,5; 2,5; 3,5\}$.

Ví dụ 17. Tìm x , biết: $\frac{x^8}{243} = 27$

Giải.

Ta có: $243 = 3^5$, $27 = 3^3$, do đó: $\frac{x^8}{3^5} = 3^3 \Rightarrow x^8 = 3^5 \cdot 3^3 = 3^8$.

Vậy: $x \in \{3; -3\}$.

Dạng 7. TÍM GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Phương pháp giải.

- Cần thực hiện đúng thứ tự của các phép tính: lũy thừa, nhân, chia, cộng, trừ. Nếu có dấu ngoặc cần làm theo thứ tự: ngoặc tròn, ngoặc vuông, ngoặc nhọn.
- Áp dụng các quy tắc của các phép tính và các tính chất của các phép tính đó.

Ví dụ 18. (Bài 37 tr.22 SGK)

a) $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}}$

b) $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6}$

c) $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2}$

d) $\frac{6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3}{-13}$

Giải.

$$\text{a)} \frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}} = \frac{4^5}{(2^2)^5} = \frac{4^5}{4^5} = 1$$

$$\text{Hoặc } \frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}} = \frac{(2^2)^2 \cdot (2^2)^3}{2^{10}} = \frac{2^4 \cdot 2^6}{2^{10}} = \frac{2^{10}}{2^{10}} = 1$$

$$\text{b)} \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,2 \cdot 3)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,2)^5 \cdot 3^5}{(0,2)^6} = \frac{243}{0,2} = 1215$$

$$\text{Hoặc } \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,6)^5}{\left(\frac{0,6}{3}\right)^6} = \frac{(0,6)^5}{\frac{3^6}{(0,6)^6}} = \frac{(0,6)^5 \cdot 3^6}{(0,6)^6} = \frac{3^6}{0,6} = \frac{729}{0,6} = 1215$$

$$\text{Hoặc } \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,6)^5}{(0,2)^5 \cdot 0,2} = \left(\frac{(0,6)^5}{(0,2)^5}\right) \cdot \frac{1}{0,2} = 3^5 \cdot \frac{1}{0,2} = 243 : 0,2 = 1215$$

$$\text{Hoặc } \frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \frac{3^5}{5^5} \cdot 5^6 = 3^5 \cdot 5 = 243 \cdot 5 = 1215$$

$$\text{c)} \frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2} = \frac{2^7 \cdot (3^2)^3}{(2 \cdot 3)^5 \cdot (2^3)^2} = \frac{2^7 \cdot 3^6}{2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^6} = \frac{2^7 \cdot 3^6}{2^7 \cdot 3^5 \cdot 2^4} = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \frac{6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3}{-13} &= \frac{(2 \cdot 3)^3 + 3 \cdot (2 \cdot 3)^2 + 3^3}{-13} = \frac{2^3 \cdot 3^3 + 2^2 \cdot 3^3 + 3^3}{-13} \\ &= \frac{3^3 \cdot (2^3 + 2^2 + 1)}{-13} = -3^3 = -27 \end{aligned}$$

Ví dụ 19. (Bài 40 tr.23 SGK)

$$\text{a)} \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{b)} \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2$$

$$\text{c)} \frac{5^4 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5}$$

$$\text{d)} \left(\frac{-10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{-6}{5}\right)^4$$

Giải.

$$\text{a)} \frac{169}{196}$$

$$\text{b)} \frac{1}{144}$$

$$\text{c)} \frac{1}{100}$$

$$\text{d)} \frac{-2560}{3} = -853\frac{1}{3}$$

Ví dụ 20. (Bài 41 tr.23 SGK)

Tính:

$$\text{a)} \left(1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right)^2$$

$$\text{b)} 2 : \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^3$$

Giải.

$$\text{a)} \frac{17}{4800}$$

$$\text{b)} -432$$

C. LUYỆN TẬP

5.1 Dạng 1. Tính: $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-1\frac{3}{4}\right)^2$; $(-0,1)^4$.

5.2 Dạng 1. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a) $16 = 2^{\square}$; b) $-\frac{27}{343} = \left(-\frac{3}{7}\right)^{\square}$; c) $0,0001 = (0,1)^{\square}$.

5.3 Dạng 1. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a) $243 = \square^5$; b) $-\frac{64}{125} = \square^3$; c) $0,25 = \square^2$.

5.4 Dạng 1. Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

a) $2.16.8$; b) $25.5.125$; c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}$.

5.5 Dạng 1. Viết số hữu tỉ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{bc}{d}, b = \frac{ad}{c}, c = \frac{ad}{b}, d = \frac{bc}{a}$. dưới dạng một lũy thừa. Nêu tất cả các cách viết.

5.6 Dạng 2. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square}$;
b) $(-0,32)^8 = (-0,32) \cdot \square^7$;
c) $\square^9 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^{\square}$.

5.7 Dạng 2. Tìm x , biết:

a) $x : \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = -\frac{3}{5}$; b) $\left(\frac{4}{7}\right)^4 \cdot x = \left(\frac{4}{7}\right)^6$.

5.8 Dạng 2. Tính:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; b) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$; c) $a^5 \cdot a^7$.

5.9 Dạng 2. Tìm x , biết:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x = \left(\frac{1}{2}\right)^5; \quad \text{b) } \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot x = \frac{1}{81}.$$

5.10 Dạng 2. Tính:

$$\text{a) } \frac{\left(-\frac{5}{7}\right)^n}{\left(-\frac{5}{7}\right)^{n-1}} \quad (n \geq 1); \quad \text{b) } \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{2n}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^n} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

5.11 Dạng 3. Tính:

$$\text{a) } \left[(-0,1)^3\right]^2; \quad \text{b) } \left[\left(-\frac{1}{27}\right)^0\right]^3.$$

5.12 Dạng 3. Tính: $\frac{8^{14}}{4^{12}}$.

5.13 Dạng 3. So sánh: 2^{24} và 3^{16} .

5.14 Dạng 3. Tính: $(2^2)^{(2^2)}$.

5.15 Dạng 3. Tím số nguyên N lớn nhất sao cho $n^{200} < 5^{300}$.

5.16 Tính: $(-1)^{5^2} + 1^{2^5}$.

6.17 Dạng 4. Tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{7}\right)^7 \cdot 7^7; \quad \text{b) } (0,125)^3 \cdot 512; \quad \text{c) } (0,25)^4 \cdot 1024.$$

6.18 Dạng 4. Tính:

$$\text{a) } \frac{90^3}{15^3}; \quad \text{b) } \frac{790^4}{70^4} \quad \text{c) } \frac{3^2}{(0,375)^2}.$$

6.19 Dạng 4. Tính nhanh:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2^6 \cdot 5^6; & \text{b) } 4^3 \cdot 5^3 & \text{c) } 6^3 \cdot 5^3 \\ \text{d) } 8^2 \cdot 5^2; & \text{e) } 125^3 \cdot 8^3; & \text{f) } 5^2 \cdot 6^2 \cdot 3^2. \end{array}$$

6.20 Dạng 4. Cho số $a = 2^{12} \cdot 5^8$. Tím số các chữ số của số a.

6.21 Dạng 4. Cho số $b = 3^{1001} \cdot 7^{1002} \cdot 13^{1003}$. Tìm chữ số hàng đơn vị của số b.

6.22 Dạng 4. Số các chữ số của số $c = 4^{16} \cdot 2^{25}$ là:

A. 31

B. 30

C. 29

D. 28

E. 27

Hãy chọn câu trả lời đúng.

6.23 Dạng 4. Tính: $\frac{15^{30}}{45^{15}}$.

6.24 Dạng 4. Tích $4^4 \cdot 9^4 \cdot 4^9 \cdot 9^9$ bằng:

A. 13^{13}

B. 13^{36}

C. 36^{13}

D. 1296^{26}

Hãy chọn câu trả lời đúng.

6.25 Dạng 5. Tìm N, biết:

a) $\frac{-32}{(-2)^n} = 4$

b) $\frac{8}{2^n} = 2$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8}$

6.26 Dạng 6. Tìm x , biết: $\frac{\frac{x}{2}}{\frac{2}{x}} = \frac{4}{\frac{4}{2}}$.

6.27 Dạng 6. Tìm quan hệ giữa x và y , biết:

a) $x^4 = y^4$

b) $x^5 = y^5$

6.28 Dạng 6. Tìm x , biết

a) $(x+5)^3 = -64$

b) $(2x-3)^2 = 9$

6.29 Dạng 7. Tìm giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}}$$

$$B = \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6}$$

$$C = \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3}$$

6.30 Dạng 7. Rút gọn rồi so sánh giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{6958}{7952}$$

$$B = \frac{7056}{9072}$$

$$C = \frac{-3}{5} \cdot \frac{0,2}{1,35} \cdot \frac{-0,007}{1,4} \cdot \frac{250}{3} \cdot \frac{27}{10}$$

6.31 Dạng 7. Tính: $M = \frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}$.

§7. TỈ LỆ THÚC

A. TÍM TẮT LÍ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Ta còn viết: $a:b = c:d$

a và d là các ngoại ti; b và c là các trung ti.

2. Tính chất.

Tính chất 1. Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

Tính chất 2. Nếu $ad = bc$ và a, b, c, d khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TOÁN

Dạng 1. THAY TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ HỮU TỈ BẰNG TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ NGUYÊN

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.
- Thực hiện phép chia phân số

Ví dụ 1. (Bài 44 tr. 26 SGK)

Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên.

a) $1,2 : 3,24$

b) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{7} : 0,42$

Hướng dẫn.

a) $1,2 : 3,24 = \frac{12}{10} : \frac{324}{100} = \frac{12}{10} \cdot \frac{100}{324} = \frac{10}{27}.$

b) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = 44 : 15.$

c) $\frac{2}{7} : 0,42 = 100 : 147.$

Dạng 2. LẬP TỈ LỆ THÚC TỪ CÁC TỈ SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Xét xem hai tỉ số đã cho có bằng nhau không?

- Nếu hai tỉ số bằng nhau thì chúng lập thành một tỉ lệ thức.

Ví dụ 2. (?1 tr. 24 SGK)

Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không?

a) $\frac{2}{5}:4$ và $\frac{4}{5}:8$

b) $-3\frac{1}{2}:7$ và $-2\frac{2}{5}:7\frac{1}{5}$

Hướng dẫn.

a) $\frac{2}{5}:4 = 0,4 \cdot 4 = 1:10$; $\frac{4}{5}:8 = 0,8 \cdot 8 = 1:10$

Hai tỉ số này bằng nhau nên ta có tỉ lệ thức: $\frac{2}{5}:4 = \frac{4}{5}:8$.

Cách khác: ta có nhận xét $\frac{2}{5} \cdot 8 = 4\frac{4}{5} \left(= \frac{16}{5}\right)$ nên theo tính chất 2, ta có tỉ lệ thức:

$$\frac{2}{5}:4 = \frac{4}{5}:8.$$

b) $-3\frac{1}{2}:7 = -3,5:7 = -1:2$; $-2\frac{2}{5}:7\frac{1}{5} = -2,4:7,2 = -1:3$.

Hai tỉ số này không bằng nhau nên chúng không lập thành tỉ lệ thức.

Cách khác $-3\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{5} \neq 7 \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right)$ nên hai tỉ số này không lập thành tỉ lệ thức.

Ví dụ 3. (Bài 45 tr. 26 SGK)

Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau đây rồi lập các tỉ lệ thức:

$28:14$

$2\frac{1}{2}:2$

$8:4$

$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}$

$3:10$

$2,1:7$

$3:0,3$

Hướng dẫn.

Có hai tỉ lệ thức: $28:14 = 8:4$ và x

Ví dụ 4. (Bài 49 tr. 26 SGK)

Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không?

a) $3,5:5,25$ và $14:21$

b) $39\frac{3}{10}:52\frac{2}{5}$ và $2,1:3,5$

c) $6,51:15,19$ và $3:7$

d) $-7:4\frac{2}{3}$ và $0,9:(-0,5)$

Trả lời.

Có hai tỉ lệ thức:

a) $3,5:5,25 = 14:21$

c) $6,51:15,19 = 3:7$

Dạng 3. LẬP TỈ LỆ THỨC TỪ ĐẲNG THỨC CHO TRƯỚC, TỪ MỘT TỈ LỆ THỨC CHO TRƯỚC, TỪ CÁC SỐ CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải.

- **Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước:** Áp dụng tính chất 2.

Nếu $ad = bc$ và a, b, c, d khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

- **Lập tất cả các tỉ lệ thức từ một tỉ lệ thức cho trước:**

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có thể lập được ba tỉ lệ thức nữa bằng cách.

- Giữ nguyên ngoại tỉ, đổi chỗ các trung tỉ: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
- Giữ nguyên trung tỉ, đổi chỗ các ngoại tỉ: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
- Đổi chỗ các ngoại tỉ với nhau, các trung tỉ với nhau: $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.

- **Lập tỉ lệ thức từ các số cho trước:** Từ các số đã cho, trước hết phải lập được đẳng thức dạng $ad = bc$. Sau khi có đẳng thức này, áp dụng tính chất 2 để lập các tỉ lệ thức.

Ví dụ 5. (Bài 47 tr. 26 SGK)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau:

a) $6.63 = 9.42$

b) $0,24.1,61 = 0,84.0,46$

Giải.

a) $\frac{6}{9} = \frac{42}{63}, \quad \frac{6}{42} = \frac{9}{63}, \quad \frac{63}{9} = \frac{42}{6}, \quad \frac{63}{42} = \frac{9}{6}$

b) $\frac{0,24}{0,84} = \frac{0,46}{1,61}, \quad \frac{0,24}{0,46} = \frac{0,84}{1,61}, \quad \frac{1,61}{0,84} = \frac{0,46}{0,24}, \quad \frac{1,61}{0,46} = \frac{0,84}{0,24}$

Ví dụ 6. (Bài 48 tr. 26)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ tỉ lệ thức sau: $\frac{-1,5}{5,1} = \frac{-35}{11,9}$.

Giải.

$$\frac{-15}{-35} = \frac{5,1}{11,9}, \quad \frac{11,9}{5,1} = \frac{-35}{-15}, \quad \frac{11,9}{-35} = \frac{5,1}{-15}.$$

Ví dụ 7. (Bài 51 tr. 28 SGK)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau:

1,5; 2; 3,6; 4,8.

Giải.

Ta có: $1,5 \cdot 4,8 = 2 \cdot 3,6 (= 7,2)$, do đó có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{1,5}{2} = \frac{3,6}{4,8}, \quad \frac{1,5}{3,6} = \frac{2}{4,8}, \quad \frac{4,8}{2} = \frac{3,6}{1,5}, \quad \frac{4,8}{3,6} = \frac{2}{1,5}.$$

Ví dụ 8. (Bài 52 tr.28 SGK)

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với a, b, c, d khác 0 ta có thể suy ra:

A. $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$

B. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$

C. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

D. $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Trả lời.

Câu trả lời đúng là câu C.

Dạng 4. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT CỦA MỘT TỈ LỆ THỨC.

Phương pháp giải.

Trong một tỉ lệ thức, ta có thể tìm một số hạng chưa biết khi biết ba số hạng kia.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{bc}{d}, \quad b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}, \quad d = \frac{bc}{a}.$$

Ví dụ 9. (Bài 46 tr.26 SGK)

Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{27} = \frac{-2}{3,6}$

b) $-0,52 : x = -9,36 : 16,38$

c) $\frac{4\frac{1}{4}}{2\frac{7}{8}} = \frac{x}{1,61}$

Giải.

a) $x = -15$

b) $x = 0,91$.

c) Ta biến đổi: $\frac{4\frac{1}{4}}{2\frac{7}{8}} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{23}{8}} = \frac{17}{4} \cdot \frac{8}{23} = \frac{34}{23}.$

$$\text{Ta có tỉ lệ thức: } \frac{34}{23} = \frac{x}{1,61} \Rightarrow x = \frac{34 \cdot 1,61}{23} = 2,38.$$

Ví dụ 10. (Bài 50 tr. 27 SGK)

Tên một tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn.

Điền số thích hợp vào ô vuông dưới đây để có tỉ lệ thức. Sau đó, viết các chữ số tương ứng với các số tìm được vào các ô ở hàng dưới cùng của bài em sẽ biết được tên của tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn (1228 – 1300), vị anh hùng của dân tộc ta đồng thời là danh nhân quân sự của thế giới.

N. $\boxed{\quad} : 6 = 7 : 3$

Y. $\frac{4}{5} : 1\frac{2}{5} = 2\frac{2}{5} : \boxed{\quad}$

H. $20 : \boxed{\quad} = (-12) : 15$

Q. $\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \boxed{\quad} : 3\frac{1}{3}$

C. $6 : 27 = \boxed{\quad} : 72$

B. $\frac{1}{2} : \boxed{\quad} = \frac{3}{4} : 5\frac{1}{4}$

I. $(-15) : 35 = 27 : \boxed{\quad}$

U. $\boxed{\quad} : 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{5} : 2$

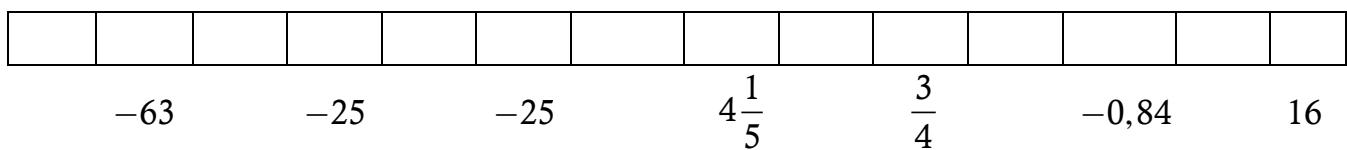
U. $\frac{-4,4}{9,9} = \frac{\boxed{\quad}}{1,89}$

L. $\frac{\boxed{\quad}}{2,7} = \frac{0,7}{6,3}$

É. $\frac{-0,65}{0,91} = \frac{-6,55}{\boxed{\quad}}$

T. $\frac{2,4}{\boxed{\quad}} = \frac{5,4}{13,5}$

$3\frac{1}{2}$ 14 6 $-0,84$ 9,17 0,3 $1\frac{1}{3}$



Đáp số.

N. 14

H. -25

C. 16

I. -63

U. $-0,84$

É. 9,17

Y. $4\frac{1}{5}$

Q. $1\frac{1}{3}$

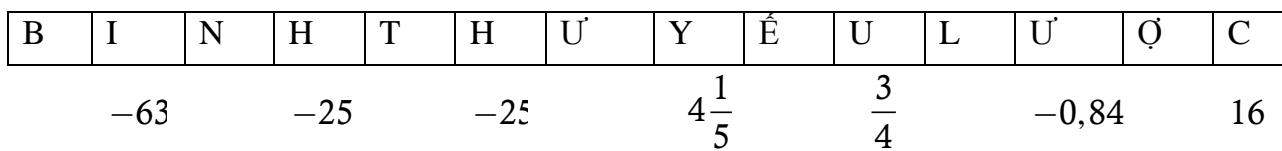
B. $3\frac{1}{2}$

U. $\frac{3}{4}$

L. 0,3

T. 6

$3\frac{1}{2}$ 14 6 $-0,84$ 9,17 0,3 $1\frac{1}{3}$



Dạng khác. (Bài 58 tr. 28 SGK)

Đố: Tỉ số $\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}}$ có thể rút gọn như sau: $\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}} = \frac{6}{5}$. (“Rút gọn” bằng cách xóa bỏ phần phân số ở

hai hỗn số, giữ lại phần nguyên là được kết quả). Ta được kết quả đúng. (Hãy kiểm tra!) Đố em viết được một tỉ số khác cũng có thể “rút gọn” như vậy!

Giải.

$$\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}} = \frac{\frac{6.5+1}{5}}{\frac{5.6+1}{6}} = \frac{31}{5} : \frac{31}{6} = \frac{6}{5}.$$

Một tỉ số khác có thể “rút gọn”, chẳng hạn: $\frac{8\frac{1}{7}}{7\frac{1}{8}} = \frac{8}{7}$.

Tổng quát: $\frac{a\frac{1}{b}}{b\frac{1}{a}} = \frac{\frac{ab+1}{b}}{\frac{ab+1}{a}} = \frac{a}{b}$ ($a \neq 0, b \neq 0$).

C. LUYỆN TẬP

7.1 Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & 1,2 : 3,36 & \text{b)} & 3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14} & \text{c)} & \frac{3}{8} : 0,54 \end{array}$$

7.2 Dạng 2. Các tỉ số sau đây có lập thành tỉ lệ không?

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{3}{5} : 6 \text{ và } \frac{4}{5} : 8 & \text{b)} & 2\frac{1}{3} : 7 \text{ và } 3\frac{1}{4} : 13 \end{array}$$

7.3 Dạng 3. Có thể lập được tỉ lệ thức từ các số sau không?

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 3; \quad 6; \quad -12; \quad -24. & \text{b)} & 6; \quad 9; \quad 1,2; \quad 1,8. \end{array}$$

7.4 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 12.20 = 15.16 & \text{b)} & 2,4.3,2 = 8.0,96 \end{array}$$

7.5 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ tỉ lệ thức sau: $\frac{-5}{15} = \frac{-1,2}{3,6}$

7.6 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các số sau: 3; 9; 27; 81.

7.7 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ 4 trong 5 số sau:

$$1; \quad 5; \quad 25; \quad 125; \quad 625.$$

7.8 Dạng 4. Tìm x trong tỉ lệ thức:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2,5 : 7,5 = x : \frac{3}{5}; & \text{b)} & 2\frac{2}{3} : x = 1\frac{7}{9} : 0,2. \end{array}$$

7.9 Dạng 4 . Tìm x trong tỉ lệ thức:

a) $3\frac{4}{5} : 40\frac{8}{15} = 0,25 : x$

b) $\frac{5}{6} : x = 20 : 3$

c) $x : 2,5 = 0,003 : 0,75$

d) $\frac{2}{3} : 0,4 = x : \frac{4}{5}$.

7.10 Các số hữu tỉ a và b phải thỏa mãn điều kiện gì để có tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c} (c \neq 0).$$

7.11 Cho a,b,c,d,e là các số hữu tỉ khác 0. Các số hữu tỉ d và e phải thỏa mãn điều kiện gì

để từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ có thể suy ra tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+e}$?

7.12 Tìm tỉ số $\frac{x}{y}$, biết rằng $\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3}$.

7.13 Chứng minh rằng nếu $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ ($c+d \neq 0$) thì $a=c$ hoặc $a+b+c+d=0$.

7.14 Biết rằng $\frac{t}{x} = \frac{4}{3}, \frac{y}{z} = \frac{3}{2}, \frac{z}{x} = \frac{1}{6}$, hãy tìm tỉ số $\frac{t}{y}$.

7.15 Tìm số hữu tỉ x , biết rằng $\frac{x}{y^2} = 2$ và $\frac{x}{y} = 16$ ($y \neq 0$)

7.16 Tìm tỉ số $\frac{a+b}{b+c}$, biết rằng $\frac{b}{a} = 2$ và $\frac{c}{b} = 3$.

7.17 Tính tỉ số $\frac{x+y}{x-y}$, biết rằng $\frac{x}{y} = a$, $x \neq y$ và $y \neq 0$.

7.18 Cho $3x = 2y$, hãy tính tỉ số $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx}$.

7.19 Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng ta có tỉ lệ thức: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

§8. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq d, b \neq -d)$$

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ta suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+c}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

2. Khi nói các số x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c tức là ta có: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

Ta cũng viết $x:y:z = a:b:c$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÌM HAI SỐ BIẾT TỔNG (HOẶC HIỆU) VÀ TỈ SỐ CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

- Để tìm hai số x và y biết tổng $x+y=s$ hoặc hiệu $x-y=d$ và tỉ số $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$ ta làm như sau:

a) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b} = \frac{s}{a+b} \Rightarrow x = \frac{s}{a+b} \cdot a; y = \frac{s}{a+b} \cdot b$$

b) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x-y}{a-b} = \frac{d}{a-b} \Rightarrow x = \frac{d}{a-b} \cdot a; y = \frac{d}{a-b} \cdot b.$$

Ví dụ 1. (Bài 54 tr.30 SGK)

Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x+y=16$.

Giải.

Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{16}{8} = 2$. Vậy $x = 2 \cdot 3 = 6$; $y = 2 \cdot 5 = 10$.

Đáp số $x = 6$; $y = 10$.

Ví dụ 2. (Bài 55 tr. 30 SGK)

Tìm hai số x và y , biết: $x : 2 = y : (-5)$ và $x - y = -7$.

Đáp số.

$$x = -2, y = 5.$$

Ví dụ 3. (Bài 56 tr. 30 SGK)

Tìm diện tích của một hình chữ nhật biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{5}$ và chu vi rằng $28 m$.

Hướng dẫn.

Gọi chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật lần lượt là x và y thì ta có: $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ và $2(x + y) = 28$. Đáp số: Diện tích hình chữ nhật là $40 m^2$.

Ví dụ 4. (Bài 58 tr. 30 SGK)

Hai lớp 7A và 7B đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là 0,8 và lớp 7B trồng nhiều hơn lớp 7A là 20 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng.

Hướng dẫn.

Gọi số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B theo thứ tự là x và y thì ta có: $\frac{x}{y} = 0,8 = \frac{4}{5}$ và $y - x = 20$. Đáp số: Lớp 7A trồng được 80 cây, lớp 7B trồng được 100 cây.

Ví dụ 5. (Bài 64 tr. 31 SGK)

Số học sinh khối bốn 6,7,8,9 tỉ lệ với các số 9; 8; 7; 6. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính học sinh mỗi khối.

Hướng dẫn.

Gọi số học sinh khối 6,7,8,9 theo thứ tự x, y, z, t thì ta có:

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{8} = \frac{z}{7} = \frac{t}{6} \text{ và } y - t = 70.$$

Đáp số. Số học sinh các khối 6,7,8,9 theo thứ tự là 315; 280; 245 và 210.

Dạng 2. CHIA MỘT SỐ THÀNH CÁC PHẦN TỈ LỆ VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải.

Giả sử phải chia số S thành ba phần x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c . Ta làm như sau:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{S}{a+b+c}$$

$$\text{Do đó } x = \frac{S}{a+b+c} \cdot a; y = \frac{S}{a+b+c} \cdot b; z = \frac{S}{a+b+c} \cdot c$$

Ví dụ 6. (Bài 57 tr. 30 SGK)

Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số $2 ; 4 ; 5$. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng ba bạn có tất cả 44 viên bi.

Hướng dẫn.

Ta phải chia số 44 thành ba phần tỉ lệ với $2 ; 4$ và 5 .

Đáp số. Số viên bi của Minh, Hùng, Dũng theo thứ tự là $8 ; 16 ; 20$.

Ví dụ 7. Ba người thỏa thuận góp vốn để lập cơ sở sản xuất theo tỉ lệ $3 ; 5 ; 7$. Hỏi mỗi người góp bao nhiêu, biết rằng số vốn cần huy động là 120 triệu đồng.

Hướng dẫn.

Chia số 120 000 000 thành ba phần tỉ lệ với $3 ; 5 ; 7$.

Đáp án. 24 triệu đồng; 40 triệu đồng và 56 triệu đồng.

Ví dụ 8. (Bài 61 tr. 31 SGK)

Tìm ba số x, y, z , biết rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}, \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $x + y - z = 10$.

Hướng dẫn.

$\text{BCNN}(3;4) = 12$ nên ta biến đổi như sau:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{2.4} = \frac{y}{3.4} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \quad (1)$$

$$\frac{y}{4} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{4.3} = \frac{z}{5.3} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{15} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) và từ giả thiết $x + y - z = 10$ ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{x+y-z}{8+12-15} = \frac{10}{5} = 2.$$

Đáp số. $x = 16; y = 24; z = 30$.

Dạng 3. TÌM HAI SỐ BIẾT TÍCH VÀ TỈ SỐ CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Giả sử phải tìm hai số x, y biết $x.y = P$ và $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$.

- Đặt $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = k$, ta có $x = k.a$, $y = k.b$. Do đó:

$$x.y = (k.a).(k.b) = k^2.ab = P \Rightarrow k^2 = \frac{P}{ab}.$$

- Từ đó tìm được k rồi suy ra x và y .

Ví dụ 9. (Bài 62 tr.31 SGK)

Tìm hai số x và y , biết rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 10$.

Giải.

Đặt $k = \frac{x}{2} = \frac{y}{5}$, ta có $x = 2k, y = 5k$.

Vì $xy = 10$ nên $2k.5k = 10 \Rightarrow 10k^2 = 10 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$.

- Với $k = 1$ thì $x = 2.1 = 2$; $y = 5.1 = 5$.
- Với $k = -1$ thì $x = 2.(-1) = -2$; $y = 5.(-1) = -5$.

Đáp số. $x = 2, y = 5$; $x = -2, y = -5$.

Ví dụ 10. Một miếng đất hình chữ nhật diện tích $76,95 m^2$ có chiều rộng bằng $\frac{5}{19}$ chiều dài.

Tính chiều rộng và chiều dài của miếng đất đó.

Hướng dẫn.

Gọi chiều rộng là x , chiều dài là y thì ta có: $x.y = 76,95$ và $\frac{x}{y} = \frac{5}{19}$

Đáp số. Chiều rộng: $4,5 m$; chiều dài $17,1 m$.

Dạng 4. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC TỪ MỘT TỈ LỆ THỨC CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải.

Áp dụng các tính chất của tỉ lệ thức và của dãy tỉ số bằng nhau.

Ví dụ 11. (Bài 63 tr.31 SGK)

Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a-b \neq 0, c-d \neq 0$) ta có thể suy ra tỉ lệ thức

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Giải.

Đặt $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Vì $a - b \neq 0, c - d \neq 0$ nên $a \neq b, c \neq d$ do đó $k \neq 1$. Ta có $a = bk, c = dk$.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (1)$$

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Ví dụ 12. Cho a, b, c, d là các số hữu tỉ dương và $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$

b) $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$.

Giải.

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$ (1)

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta được: $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$.

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ (3)

Ta có $\frac{a}{b} = \frac{2c}{2d} = \frac{a+2c}{b+2d}$ (4)

So sánh (3) và (4) ta được: $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a+2c}{b+2d}$

Suy ra $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$

Dạng 5. THAY TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ HỮU TỈ BẰNG TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ NGUYÊN.

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.
- Thực hiện phép chia phân số.

Ví dụ 13. (Bài 59 tr. 31 SGK)

Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

a) $2,04 : (-3,12)$

b) $\left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,25$

c) $4 : 5\frac{3}{4}$

d) $10\frac{3}{7} : 5\frac{3}{14}$

Đáp số.

a) $17 : (-26)$

b) $-6 : 5$

c) $16 : 23$

d) $2 : 1$

Dạng 6. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT TRONG MỘT TỈ LỆ THÚC.

Phương pháp giải.

Trong một tỉ lệ thức, ta có thể tìm một số hạng chưa biết khi biết ba số hạng kia

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{bc}{d}, \quad b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}, \quad d = \frac{bc}{a}.$$

Ví dụ 14. (Bài 60 tr. 31 SGK)

Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) : \frac{2}{3} = 1\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$

b) $4,5 : 0,3 = 2,25 : (0,1 \cdot x)$

c) $8 : \left(\frac{1}{4} \cdot x\right) = 2 : 0,02$

d) $3 : 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4} : (6 \cdot x)$

Giải.

a) $x = 8\frac{3}{4}$

b) $x = 15$

c) $x = 0,32$

d) $x = \frac{3}{32}$

C. LUYỆN TẬP

8.1 Dạng 1. Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{y} = \frac{9}{11}$ và $x + y = 60$.

8.2 Dạng 1. Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{y} = \frac{1,2}{2,5}$ và $y - x = 26$.

8.3 Dạng 1. Cho $7x = 4y$ và $y - x = 24$. Tính x và y .

8.4 Dạng 1. Tìm diện tích của một hình chữ nhật có tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{3}$ và chu vi bằng 40 m .

8.5 Dạng 1. Tỉ số sản phẩm làm được của hai công nhân là $0,8$. Hỏi mỗi người làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người này làm nhiều hơn người kia 50 sản phẩm.

8.6 Dạng 2. Chia số 12 thành 4 phần tỉ lệ với các số $3, 5, 7, 9$.

8.7 Dạng 2. Các cạnh của một tam giác có số đo tỉ lệ với các số $3, 5, 7$. Tính mỗi cạnh của tam giác đó, biết chu vi của nó là $40,5\text{ cm}$.

8.8 Dạng 2. Tìm x, y, z , biết rằng $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}, \frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ và $x + y - z = 69$.

8.9 Dạng 2. Tìm các số x, y, z, t , biết rằng:

$$x:y:z:t = 15:7:3:1 \text{ và } x - y + z - t = 10.$$

8.10 Dạng 2. Tìm các số x, y, z, t , biết rằng:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6} \text{ và } 5z - 3x - 4y = 50.$$

8.11 Dạng 2. Tìm các số a, b, c sao cho:

$$2a = 3b, \quad 5b = 7c \text{ và } 3a + 5c - 7b = 30$$

8.12 Dạng 2. Tìm x, y, z , biết rằng:

$$x:y:z = 3:8:5 \text{ và } 3x + y - 2z = 14.$$

8.13 Dạng 2. Tìm một số có ba chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với ba số $1; 2; 3$.

8.14 Dạng 2. Ba máy bơm cùng bơm nước vào một bể bơi có dung tích 235 m^3 . Biết rằng thời gian để bơm được 1 m^3 nước của ba máy lần lượt là 3 phút, 4 phút và 5 phút. Hỏi mỗi máy bơm được bao nhiêu mét khối nước thì đầy bể?

8.15 Dạng 2. Ba lớp 7 có tất cả 153 học sinh. Số học sinh lớp $7B$ bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp $7A$,

số học sinh lớp $7C$ bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp $7B$. Tính số học sinh của mỗi lớp.

8.16 Dạng 2. Tỉ số của hai số bằng $4:5$. Nếu thêm $1,2$ vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng $11:15$. Tìm hai số đó.

8.17 Dạng 3. Tìm x và y , biết $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ và $x.y = 40$.

8.18 Dạng 3. Diện tích một tam giác bằng 27 cm^2 . Biết rằng tỉ số giữa một cạnh và đường cao tương ứng của tam giác bằng $1,5$. Tính độ dài cạnh và đường cao nói trên.

8.19 Dạng 4. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($b, c, d \neq 0; c + d \neq 0$). Chứng minh rằng: $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$.

8.20 Dạng 4. Chứng minh rằng nếu $a+c=2b$ và $2bd=c(b+d)$ ($b \neq 0, d \neq 0$) thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

8.21 Cho x, y, z là ba số dương đặc biệt. hãy tìm tỉ số $\frac{x}{y}$, biết rằng: $\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$

8.22 Cho a, b, c là các số hữu tỉ khác 0 sao cho: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$

Tìm giá trị bằng số của biểu thức: $M = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

8.23 Cho biểu thức $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{z+y}$. Tìm giá trị của P biết rằng:

$$\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}.$$

§9. SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN. SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN.

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.
- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHẬN BIẾT MỘT PHÂN SỐ VIẾT ĐƯỢC DƯỚI DẠNG SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN HOẶC VÔ HẠN TUẦN HOÀN.

Phương pháp giải.

- Viết phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu dương.
- Phân tích mẫu dương đó ra thừa số nguyên tố.
- Nhận xét: nếu mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn; nếu mẫu này có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ 1. Trong hai phân số sau, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

$$\frac{55}{-300} \text{ và } \frac{63}{-360}.$$

Giải.

- Xét phân số $\frac{55}{-300}$, ta có: $\frac{55}{-300} = \frac{-11}{60}$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Mẫu này có ước nguyên tố 3 khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-11}{60}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Ta có:
$$\frac{55}{-300} = \frac{-11}{60} = -0,18(3).$$
- xét phân số $\frac{63}{-360}$, ta có: $\frac{63}{-360} = \frac{-7}{40}$; $40 = 2^3 \cdot 5$. Mẫu này không có ước nguyên tố 3 khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-7}{40}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Ta có:
$$\frac{63}{-360} = \frac{-7}{40} = -0,175.$$

Ví dụ 2. (tr.33 SGK)

Trong các phân số sau đây phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Viết dạng thập phân của các phân số đó.

$$\frac{1}{4}; \frac{-5}{6}; \frac{13}{50}; \frac{-17}{125}; \frac{11}{45}; \frac{7}{14}.$$

Trả lời.

$$\frac{1}{4} = 0,25;$$

$$\frac{13}{50} = 0,26;$$

$$\frac{-17}{125} = -0,136;$$

$$\frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$\frac{-5}{6} = -0,8(3);$$

$$\frac{11}{45} = 0,2(4).$$

Ví dụ 3. (*Bài 65 tr.34 SGK*)

Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn rồi viết chúng dưới dạng đó : $\frac{3}{8}; \frac{-7}{5}; \frac{13}{20}; \frac{-13}{125}$.

Giải

Các phân số đã cho viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì các mẫu của chúng không có ước nguyên tố khác 2 và 5 :

$$8 = 2^3; 5; 20 = 2^2 \cdot 5; 125 = 5^3.$$

$$\text{Ta có: } \frac{3}{8} = 0,375; \frac{-7}{5} = -1,4; \frac{13}{20} = 0,65; \frac{-13}{125} = -0,104.$$

Ví dụ 4. (*Bài 66 tr.34 SGK*)

Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn rồi viết chúng dưới dạng đó : $\frac{1}{6}; \frac{-5}{11}; \frac{4}{9}; \frac{-7}{18}$.

Giải.

Các phân số đã cho viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì chúng tối giản và các mẫu của chúng có ước nguyên tố khác 2 và 5 :

$$6 = 2 \cdot 3; 11; 9 = 3^2; 18 = 2 \cdot 3^2.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{6} = 0,1(6); \frac{-5}{11} = -0,(45); \frac{4}{9} = 0,(4); \frac{-7}{18} = -0,3(8)$$

Ví dụ 5. (*Bài 67 tr.34 SGK*)

Cho $A = \frac{3}{2.\boxed{\square}}$

Hãy điền vào ô vuông một số nguyên tố có một chữ số để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Có thể điền mấy số như vậy ?

Trả lời.

Có thể điền được ba số: $A = \frac{3}{2.\boxed{2}}; A = \frac{3}{2.\boxed{3}} = \frac{1}{2}; A = \frac{3}{2.\boxed{5}}.$

Ví dụ 6. (*Bài 68 tr.34 SGK*)

- a) Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích.

$$\frac{5}{8}; \frac{-3}{20}; \frac{4}{11}; \frac{15}{22}; \frac{-7}{12}; \frac{14}{35}.$$

- b) Viết các phân số trên dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn (viết gọn với chu kỳ trong dấu ngoặc).

Đáp số.

$$\frac{5}{8} = 0,625; \frac{-3}{20} = -0,15; \frac{4}{11} = 0,(36); \frac{15}{22} = 0,6(81); \\ \frac{-7}{12} = -0,58(3); \frac{14}{35} = 0,4.$$

Dạng 2. VIẾT MỘT TỈ SỐ HOẶC MỘT PHÂN SỐ DƯỚI DẠNG SỐ THẬP PHÂN.

Phương pháp giải.

Để viết một tỉ số hoặc một phân số $\frac{a}{b}$ dưới dạng số thập phân ta làm phép chia $a:b$.

Ví dụ 7. (*Bài 68 tr.34 SGK*)

dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kỳ trong thương (viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn) của các phép chia sau :

- a) $8,5:3;$ b) $18,7:6;$ c) $58:11;$ d) $14,2:3,33.$

Đáp số.

- a) $8,5:3 = 2,8333... = 2,8(3).$
 b) $18,7:6 = 3,11666... = 3,11(6).$
 c) $58:11 = 5,272727... = 5,(27).$
 d) $14,2:3,33 = 4,264264264... = 4,(264).$

Ví dụ 8. (Bài 71 tr.34 SGK)

Viết các phân số $\frac{1}{99}, \frac{1}{999}$ dưới dạng số thập phân.

Đáp số.

$$\frac{1}{99} = 0,(01);$$

$$\frac{1}{999} = 0,(001).$$

Dạng 3. VIẾT SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ TỐI GIẢN

Phương pháp giải.

- Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng một phân số có tử là số nguyên tạo bởi phần nguyên và phần thập phân của số đó, mẫu là một lũy thừa của 10 với số mũ bằng số chữ số ở phần thập phân của số đã cho;
- Rút gọn phân số nói trên.

Ví dụ 9. (Bài 70 tr.35 SGK)

Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản:

- a) 0,32 b) -0,124 c) 1,28 d) -3,12.

Giải.

$$a) 0,32 = \frac{32}{10^2} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25};$$

$$b) 1,28 = \frac{128}{100} = \frac{32}{25};$$

$$c) -0,124 = \frac{-124}{10^3} = \frac{-124}{1000} = \frac{31}{250};$$

$$d) -3,12 = \frac{-312}{100} = -\frac{78}{25}.$$

Dạng 4. VIẾT SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ TỐI GIẢN

Phương pháp giải.

Để giải dạng toán này cần có kiến thức bổ sung sau đây:

Số thập phân vô hạn tuần hoàn gọi là đơn nếu chu kì bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ $0,(31)$; gọi là tạp nếu chu kì không bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ $0,3(13)$.

Phần thập phân đứng trước chu kỳ gọi là phần bất thường.

Người ta đã chứng minh được các quy tắc sau:

- a) Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn dưới dạng phân số, ta lấy chu kỳ làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 9, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kỳ.

Ví dụ: $0,(31) = \frac{31}{99}$; $1,(3) = 1\frac{3}{9} = 1\frac{1}{3}$.

- b) Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp dưới dạng phân số, ta lấy số gồm phần bất thường và chu kỳ trừ đi phần bất thường làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 0 bằng số chữ số của phần bất thường.

Ví dụ: $0,12(53) = \frac{1253 - 12}{9900} = \frac{1241}{9900}$;

$$2,3(41) = 2 + 0,3(41) = 2 + \frac{341 - 3}{990} = 2 + \frac{338}{990} = 2\frac{169}{495}.$$

Ví dụ 10. (Bài 72 tr.35 SGK)

Đố: Các số sau đây có bằng nhau không ? $0,(31)$; $0,3(13)$

Giải.

Áp dụng hai quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn (đơn và tạp) dưới dạng phân số, ta có:

$$0,(31) = \frac{31}{99}.$$

$$0,3(13) = \frac{313 - 3}{990} = \frac{310}{990} = \frac{31}{99}.$$

Vậy: $0,(31) = 0,3(13)$.

Cách khác:

$$0,(31) = 0,(01).31 = \frac{1}{99}.31 = \frac{31}{99}.$$

$$0,3(13) = 0,3 + 0,0(13) = 0,3 + \frac{1}{10}.0,(01).13 = 0,3 + \frac{13}{990} = \frac{31}{99}$$

Vậy: $0,(31) = 0,3(13)$.

Để viết $0,(31)$ dưới dạng phân số còn có thể làm như sau:

Đặt $a = 0,(31) = 0,313131\dots - 0,313131\dots$

Suy ra: $100a - a = 31,313131\dots - 0,313131\dots$

$$99a = 31$$

$$a = \frac{31}{99}$$

Để viết $0,3(13)$ dưới dạng phân số có thể làm như sau:

Đặt $b = 0,3(13)$ thì $1000b = 313,131313\dots$; $10b = 3,131313\dots$

Suy ra: $990b = 310 \Rightarrow b = \frac{310}{990} = \frac{31}{99}$.

C. LUYỆN TẬP

9.1 Dạng 1. Trong hai phân số $\frac{21}{-750}$ và $\frac{28}{-735}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích.

9.2 Dạng 2. Viết các phân số sau đây dưới dạng số thập phân : $\frac{8}{25}; \frac{17}{40}; \frac{4}{11}; \frac{5}{12}$.

9.3 Dạng 2. Viết các phân số sau đây dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn :

$$\frac{7}{3}; \frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{13}{45}.$$

9.4 Dạng 2. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn :

a) $-\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $2\frac{24}{33}$ d) $-1\frac{19}{132}$.

9.5 Dạng 3. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản :

a) $-0,15$ b) $0,28$ c) $1,18$ d) $-0,425$.

9.6 Dạng 4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản :

a) $0,2(3)$ b) $1,4(51)$ c) $-2,37(1)$ d) $-3,24(41)$
e) $0,413(1561)$ f) $-0,41(356)$.

9.7 Dạng 4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản :

a) $0,(31)$ b) $-2,(412)$ c) $0,412(5)$ d) $3,1(45)$
e) $-3,2(345)$ f) $0,5(342)$

9.8 Khi số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,363636\dots$ được viết dưới dạng một phân số tối giản thì tổng của tử và mẫu là :

- A. 15 B. 45 C. 114 D. 135 E. 150

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9.9 Khi số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,4818181\dots$ được viết dưới dạng một phân số tối giản thì mẫu lớn hơn tử là :

- A. 13 B. 14 C. 29 D. 57 E. 126

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9.10 Tính : $0,(3) + 3\frac{1}{3} + 0,4(2)$.

9.11 Tính : $\frac{4}{9} + 1,2(31) - 0,(13)$.

9.12 Tính :

a) $2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2} \right);$

b) $[0,(5).0,(2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25} \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3} \right) : \frac{4}{3}.$

9.13 Tính :

a) $0,4(3) + 0,6(2) \cdot 2\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,5(8)} \cdot \frac{50}{53};$

b) $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2,(4) \cdot 2\frac{5}{11} \right] : \left(-\frac{42}{5} \right).$

9.14 Tìm x, biết : $0,(37).x = 1$.

9.15 Tìm x biết : $0,(26).x = 1,2(31)$.

9.16 Tìm số hữu tỉ a sao cho $x < a < y$, biết rằng :

- a) $x = 213,6784\dots; y = 214,5769\dots$
b) $x = -25,4832\dots; y = -24,9736\dots$

§10. LÀM TRÒN SỐ

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

Quy ước làm tròn số

- Trường hợp 1.** Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.
- Trường hợp 2.** Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. LÀM TRÒN CÁC SỐ THEO MỘT YÊU CẦU CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Áp dụng quy ước làm tròn số trong hai trường hợp.
- Chú ý hiểu đúng các cụm từ “ làm tròn số đến chữ số thập phân thứ... ”,
“ làm tròn số đến hàng... ”.

Ví dụ 1. ($\boxed{?2}$ tr.36 SGK)

- a) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ ba ;
- b) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ hai ;
- c) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ nhất.

Đáp số.

- a) 79,383
- b) 79,38
- c) 79,4

Ví dụ 2. (Bài 73 tr.36 SGK)

Làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ hai :

7,923; 17,418; 79,1364; 50,401; 0,155; 60,996.

Đáp số.

$$\begin{array}{lll} 7,923 \approx 7,92 & 17,418 \approx 17,42 & 79,1364 \approx 79,14 \\ 50,401 \approx 50,40 & 0,155 \approx 0,16 & 60,996 \approx 61,00. \end{array}$$

Ví dụ 3. (Bài 76 tr.37 SGK)

Kết quả cuộc tổng điều tra dân số nước ta tính đến 0 giờ ngày 1/4/1999 cho biết : Dân số nước ta là 76324753 người trong đó có 3695 cụ từ 100 tuổi trở lên.

Đáp số.

- Làm tròn số 76324753 : 76 324 750 (tròn chục)

76 324 800 (tròn trăm)

76 325 000 (tròn nghìn)

- Làm tròn số 3695 : 3700 (tròn chục)
3700 (tròn trăm)
4000 (tròn nghìn).

Dạng 2. GIẢI BÀI TOÁN RỒI LÀM TRÒN KẾT QUẢ.

Phương pháp giải.

Căn cứ vào đề bài, giải bài toán rồi làm tròn kết quả theo yêu cầu của đề bài.

Ví dụ 4. (Bài 74 tr.36 SGK)

Hết học kì I, điểm toán của bạn Cường như sau :

Hệ số 1: 7; 8; 6; 10.

Hệ số 2: 7; 6; 5; 9.

Hệ số 3: 8.

Em hãy tính điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường
(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Giải.

Điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường là :

$$\frac{7+8+6+10+2.(7+6+5+9)+3.8}{15} = \frac{109}{15} = 7,2(6).$$

$7,2(6) \approx 7,3$ (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Đáp số : 7,3.

Ví dụ 5. (Bài 78 tr.38 SGK)

Khi nói đến tivi loại 21 in – sơ ta hiểu rằng đường chéo màn hình của ti vi loại này dài 21 in – sơ (in – sơ (inch) kí hiệu “in” là đơn vị đo chiều dài theo hệ thống Anh, Mĩ ($1\text{ in} \approx 2,54\text{ cm}$). Vì vậy đường chéo của màn hình loại này dài bao nhiêu xentimét ?

Đáp số.

$21\text{ in} \approx 53,34\text{ cm}$.

Ví dụ 6. (Bài 79 tr.38 SGK)

Tính chu vi và diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 10,234 m và chiều rộng là 4,7 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp số.

$$\text{Chu vi} \approx 30 \text{ m}$$

$$\text{Diện tích} \approx 48 \text{ m}^2$$

Ví dụ 7. (*Bài 80 tr.38 SGK*)

Pao (pound) kí hiệu “/b” còn gọi là cân Anh , là đơn vị đeo khối lượng của Anh, $1/b \approx 0,45$ kg. Hỏi 1 kg gần bằng bao nhiêu pao (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) ?

Đáp số.

$$1 \text{ kg} \approx 2,22 /b.$$

Ví dụ 8. (*Bài 81 tr.38 SGK*)

Tính giá trị (làm tròn đến hàng đơn vị) của các biểu thức sau bằng hai cách:

Cách 1 : Làm tròn các số trước rồi mới thực hiện phép tính :

Cách 2 : Thực hiện phép tính rồi làm tròn kết quả :

a) $14,61 - 7,15 + 3,2$

b) $7,56 \cdot 5,173$

Đáp số.

- a) Hai cách đều cho kết quả : ≈ 11 .
- b) Cách 1 : ≈ 40 ; cách 2 : ≈ 39 .
- c) Hai cách đều cho ra kết quả : ≈ 5 .
- d) Cách 1 : ≈ 3 ; cách 2 : ≈ 2 .

Dạng 3. ÁP DỤNG QUY ƯỚC LÀM TRÒN SỐ ĐỂ ƯỚC LƯỢNG KẾT QUẢ CÁC PHÉP TÍNH

Phương pháp giải.

Để ước lượng kết quả các phép tính, ta thường áp dụng quy ước làm tròn số để làm tròn chữ số ở hàng cao nhất của mỗi số tham gia vào phép tính.

Ví dụ : Số 7329 được làm tròn số đến chữ số ở hàng cao nhất là ≈ 7000 .

Ví dụ 9. (*Bài 77 tr.37 SGK*)

Hãy ước lượng kết quả các phép tính sau :

a) $495 \cdot 52$;

b) $82,36 \cdot 5,1$;

c) $6730 : 48$.

Giải.

a) $495.52 \approx 500.50 = 25000$.

Tích phải tìm có 5 chữ số và xấp xỉ 25000.

b) $82,36.5,1 \approx 80.5 = 400$.

Tích phải tìm khoảng trên 400.

c) $6730 : 48 \approx 7000 : 50 = 140$.

Thương phải tìm xấp xỉ 140.

C. LUYỆN TẬP

10.1 Dạng 1. Làm tròn chục các số sau đây : 138 ; 62 ; 67.

10.2 Dạng 1. Làm tròn các số sau đây đến hàng trăm : 7842 ; 89367 ; 917527.

10.3 Dạng 1. Biết số $\pi \approx 3,141592653589793238462643$. Hãy làm tròn số π đến chữ số thập phân :

a) Thứ hai

b) Thứ tư

c) Thứ sáu

d) Thứ hai mươi hai

10.4 Dạng 1. Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân :

a) Thứ ba

b) Thứ hai

c) Thứ nhất .

10.5 Dạng 1. Làm tròn các số sau đây đến chữ số thập phân thứ hai :

a) 7,923

b) 7,9238

c) 17,418

d) 79,1364

e) 50,401

f) 60,996

g) 0,158

h) 0,196

10.6 Dạng 1. Có 17 493 người ở sân vận động. Hãy làm tròn số này đến hàng nghìn.

10.7 Dạng 1. Một số sau khi làm tròn đến hàng nghìn cho kết quả là 83 000. Số đó có thể lớn nhất là bao nhiêu, nhỏ nhất là bao nhiêu ?

10.8 Dạng 1. Làm tròn số 7,5638 đến :

a) Hàng đơn vị

b) Chữ số thập phân thứ nhất

c) Hàng phần trăm

d) Hàng phần nghìn.

10.9 Dạng 2. 1 in $\approx 2,54$ cm. Hỏi 1cm gần bằng bao nhiêu in - sơ ?

(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

10.10 Dạng 2. 1m $\approx 3,28$ ft (“phút”). Hỏi 1ft gần bằng bao nhiêu mét ?

(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

10.11 Dạng 2. Viết các hỗn số sau đây dưới dạng số thập phân gần đúng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) :

$$a) -2\frac{1}{3}$$

$$b) 6\frac{2}{7}$$

$$c) -4\frac{3}{11}.$$

10.12 Dạng 2. Thực hiện phép tính rồi làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai :

$$a) 4,5672 + 2,34 + 4,265 + 0,167$$

$$b) (2,634 + 8,2) - (7,002 + 0,17)$$

$$c) 78,2 \cdot 4,006$$

$$d) 5,607 : 0,17.$$

10.13 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

$$a) \frac{5,6}{1,7} + \frac{14,92}{1,85}$$

$$b) \frac{0,125 \cdot 3,92}{0,0836 + 0,76}.$$

10.14 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

$$a) 12,7 \cdot 5,8$$

$$b) 0,55 \cdot 210$$

$$c) 17,8 \cdot 5,1 \cdot 0,336$$

$$d) 15,6 : 2,165$$

$$e) (4,62 + 21,7) \cdot 4,21$$

$$f) 7,8 \cdot 5,2 + 21,7 \cdot 0,8.$$

10.15 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau:

$$a) (0,93 + 1,72)(8,5 - 1,7)$$

$$b) \frac{43,7 + 18,2}{7,8 + 2,9}$$

$$c) \frac{101,6 - 51,7}{21,3 - 14,8}$$

$$d) \frac{0,68 \cdot 51}{0,25 \cdot 78}$$

$$e) \frac{11,6 - 3,92}{12,7 + 6,58}.$$

10.16 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

$$a) (3,1)^3 \cdot (1,8)^3$$

$$b) \frac{(15,7)^2}{11,3 \cdot 3,1}$$

$$c) \frac{16,7}{2,15} + \frac{41,6}{4,7}$$

$$d) \frac{0,65}{0,01} - \frac{0,75 \cdot 3,6}{0,478}.$$

§11. SỐ VÔ TỈ. KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số vô tỉ :

Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

- Tập hợp các số vô tỉ được ký hiệu là I

2. Khái niệm về căn bậc hai.

Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.

- Số dương a có đúng hai căn bậc hai là \sqrt{a} và $-\sqrt{a}$.

Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0 : $\sqrt{0} = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. LIÊN HỆ GIỮA LŨY THỪA BẬC HAI VÀ CĂN BẬC HAI

Phương pháp giải.

Nếu $x^2 = a$ ($x \geq 0, a \geq 0$) thì $\sqrt{a} = x$ và ngược lại.

(Lũy thừa bậc hai và căn bậc hai của một số không âm là hai phép toán ngược nhau).

Ví dụ 1. (Bài 82 tr.41 SGK)

Theo mẫu : vì $2^2 = 4$ nên $\sqrt{4} = 2$, hãy hoàn thành bài tập sau:

a) Vì $5^2 = \dots$ nên $\sqrt{\dots} = 5$

b) Vì $7^2 = 49$ nên $\dots = 7$

c) Vì $1^2 = 1$ nên $\sqrt{1} = \dots$

d) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$

Giải.

a) Vì $5^2 = 25$ nên $\sqrt{25} = 5$

b) Vì $7^2 = 49$ nên $\sqrt{49} = 7$

c) Vì $1^2 = 1$ nên $\sqrt{1} = 1$

d) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ nên $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$.

Dạng 2. TÌM CĂN BẬC HAI CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Sử dụng định nghĩa của căn bậc hai.
- Lưu ý : Số dương có hai căn bậc hai là hai số đối nhau; số âm không có căn bậc hai.
- Khi viết \sqrt{a} ta phải có $a \geq 0$ và $\sqrt{a} \geq 0$.

- Có thể sử dụng máy tính bỏ túi (nút dấu căn bậc hai).

Ví dụ 2. (?1 Tr.41 SGK)

Tìm các căn bậc hai của 16.

Giải.

Các căn bậc hai của 16 là 4 và -4 , vì ta có : $4^2 = 16$ và $(-4)^2 = 16$.

Ví dụ 3. (?2 Tr.41 SGK)

Viết các căn bậc hai của 3; 10; 25.

Giải.

- Các căn bậc hai của 3 là $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$;
- Các căn bậc hai của 10 là $\sqrt{10}$ và $-\sqrt{10}$;
- Các căn bậc hai của 25 là $\sqrt{25} = 5$ và $-\sqrt{25} = -5$;

Ví dụ 4. (*Bài 83 tr.41 SGK*)

$$\text{Ta có : } \sqrt{25} = 5 ; \quad -\sqrt{25} = -5 ; \quad \sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5.$$

Theo mẫu trên hãy tính :

- $\sqrt{36}$
- $-\sqrt{16}$
- $\sqrt{\frac{9}{25}}$
- $\sqrt{3^2}$
- $\sqrt{(-3)^2}$.

Giải.

- $\sqrt{36} = 6$
- $-\sqrt{16} = -4$
- $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$
- $\sqrt{3^2} = 3$
- $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

Dạng 3. TÌM MỘT SỐ BIẾT CĂN BẬC HAI CỦA NÓ

Phương pháp giải.

- Nếu $\sqrt{x} = a$ ($\sqrt{a} \geq 0$) thì $x = a^2$.

Ví dụ 5. (*Bài 84 tr.41 SGK*)

Nếu $\sqrt{x} = 2$ thì x^2 bằng :

A. 2

B. 4

C. 8

D. 16.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Giải.

D là câu trả lời đúng.

Giải thích : $\sqrt{x} = 2$ nên $x = 2^2 = 4$, do đó $x^2 = 4^2 = 16$.

Ví dụ 6. (*Bài 85 tr.42 SGK*)

Điền số thích hợp vào ô trống :

x	4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$	
\sqrt{x}		4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$

Giải.

x	4	16	0,25	0,0625	$(-3)^2$	$(-3)^4$	10^4	10^8	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{16}$
\sqrt{x}	2	4	0,5	0,25	3	$(-3)^2$	10^2	10^4	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$

Dạng 4. SỬ DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI ĐỂ TÍNH CĂN BẬC HAI CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Nắm vững cách sử dụng nút dấu căn bậc hai của máy tính bỏ túi.

Ví dụ 7. (*Bài 86 tr.42 SGK*)

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

$$\sqrt{3783025}; \quad \sqrt{1125.45}; \quad \sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}}; \quad \sqrt{\frac{6,4}{1,2}}.$$

Giải.

Tính	Nút ấn	Kết quả
------	--------	---------

$\sqrt{3783025}$	$3 7 8 3 0 2 5 \sqrt{ }$	1945
$\sqrt{1125.45}$	$1 1 2 5 \times 4 5 = \sqrt{ }$	225
$\sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}}$	$. 3 + 1 . 2 = \div . 7 = \sqrt{ }$	1.46 (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
$\sqrt{\frac{6,4}{1,2}}$	$6 .4 \sqrt{ } \div 1 .2 =$	2,11 (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

C. LUYỆN TẬP.

11.1 Dạng 1. Theo mẫu : Vì $2^2 = 4$ nên $\sqrt{4} = 2$, hãy hoàn thành bài tập sau :

- | | |
|--|---|
| a) Vì $3^2 = \dots$ nên $\sqrt{\dots} = 3$ | b) Vì $4^{\dots} = 16$ nên $\dots = 4$ |
| c) Vì $10^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ | d) Vì $\dots = 0$ nên $\sqrt{0} = \dots$ |
| e) Vì $1,1^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ | f) Vì $(0,5)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ |
| g) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ | h) Vì $(-2)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ |
| i) Vì $(-5)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ | |

11.2 Dạng 1. Điền số thích hợp vào bảng sau :

Cạnh hình vuông A			2	2,5				$\sqrt{21}$	5,7
Diện tích hình vuông A	2,25	3			12,25	16	19		

11.3 Dạng 2. Tính :

a) $\sqrt{6400}$ b) $-\sqrt{\frac{36}{25}}$ c) $\sqrt{0,16}$

11.4 Dạng 2. Tính và so sánh :

a) $\sqrt{9,4}$ và $\sqrt{9}.\sqrt{4}$ b) $\sqrt{16.25}$ và $\sqrt{16}.\sqrt{25}$

c) $\sqrt{2,25 \cdot 2,56}$ và $\sqrt{2,25} \cdot \sqrt{2,56}$

d) $\sqrt{2,89.6,25}$ và $\sqrt{2,89}.\sqrt{6,25}$

Từ đó có thể dự đoán một công thức như thế nào ?

11.5 Tính và so sánh :

a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ và $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$

b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ và $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$

c) $\sqrt{\frac{169}{64}}$ và $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{64}}$

d) $\sqrt{\frac{2,25}{2,56}}$ và $\frac{\sqrt{2,25}}{\sqrt{2,56}}$

Từ đó có thể dự đoán một công thức như thế nào?

11.6 Dạng 2. Phải chăng $5 = 7$ hoặc $5 = 1$?

Một trong năm đẳng thức ở mỗi dòng sau đây là sai. Hãy tìm đẳng thức đó:

$$5 = \sqrt{25} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$$

(1) (2) (3) (4) (5)

$$5 = \sqrt{25} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{169} - \sqrt{144} = 13 - 12 = 1$$

(1) (2) (3) (4) (5)

11.7 Dạng 2. Điện số thích hợp vào bảng sau

x					
x^2	$25 \cdot 10^2$	$\frac{1}{64}$	$\frac{8,1}{4,9}$	$\frac{242}{18}$	1

11.8 Dạng 3. Điện số thích hợp vào ô vuông

$$a) \sqrt{16} = 7$$

b) $\sqrt{169} = \boxed{}$

$$c) \sqrt{14^2} = 14$$

$$d) -\sqrt{\square} = -11$$

$$\text{e)} \quad \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \square$$

$$f) \left(\sqrt{\frac{3}{4}} \right)^2 = \square$$

$$g) \left(\sqrt{\square} \right)^2 = 81$$

b) $\sqrt{\square} = 0$

11.9 Đang 3. Tìm sai lầm trong lời giải sau và sửa lại chỗ sai:

$$\text{a) } \sqrt{81} = 9; \quad \sqrt{0,49} = 0,7; \quad \sqrt{0,9} = 0,3.$$

$$\text{b) } (\sqrt{5})^2 = 5; \quad \sqrt{-(13)^2} = -13; \quad \sqrt{1024} = 2^5.$$

$$c) \sqrt{0,01} = 0,1; \quad \sqrt{121} = 11^2; \quad \sqrt{100} = 10.$$

11.10 Tìm sai lầm trong lời giải sau:

$$a) \sqrt{1681} = \sqrt{1600} + \sqrt{81}$$

$$b) \sqrt{(-36)(-81)} = 6.9$$

$$c) (-\sqrt{3})^2 = 3$$

$$d) \sqrt{169 - 144} = \sqrt{169} - \sqrt{144}$$

$$e) (-\sqrt{9})^2 = 3$$

$$f) -\sqrt{(-7)^2} = -7$$

11.11 Tính bình phương của mỗi số sau đây:

$$a) \sqrt{5}$$

$$b) -\sqrt{3}$$

$$c) -\sqrt{11}$$

$$d) \sqrt{3^2}$$

$$e) \sqrt{(-7)^2}$$

11.12 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết

$$a) x^2 = 4$$

$$b) x^2 = 5$$

$$c) x^2 = 0$$

$$d) x^2 = 1$$

11.13 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết

$$a) x^2 - 9 = 0$$

$$b) x^2 + 1 = 0$$

$$c) x^2 = 2$$

$$d) x^2 - 3 = 0$$

11.14 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết

$$a) x^2 + 1 = 82$$

$$b) x^2 + \frac{7}{4} = \frac{23}{4}$$

$$c) 2x^2 = 6$$

$$d) 7x^2 = 91$$

11.15 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết

$$a) (x-1)^2 = 9$$

$$b) (2x+3)^2 = 25$$

11.16 Tìm

a) Một số lớn hơn bình thường của nó

b) Một số nhỏ hơn căn bậc của nó

c) Tất cả các số bằng bình phương của chúng

11.17 Dạng 4. Ước lượng kết quả các phép tính sau rồi tính lại bằng máy tính bỏ túi

$$A = \frac{\sqrt{9,87.16,25}}{4,52.1,77}$$

$$B = \frac{4,1.\sqrt{48,12}}{26,23}$$

11.18 Dạng 4. Cũng câu hỏi như bài 11.17

$$A = (3,52)^2 \cdot \sqrt{17,9} \quad B = \sqrt{41,7 \cdot 5,6} \quad C = \sqrt{4,26} \cdot \sqrt{105,6}$$

11.19 Dạng 4. Tính bằng máy tính bỏ túi rồi làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai

$$A = \frac{\sqrt{215} - 31,72}{0,6137} \quad B = \frac{\sqrt{15,32} - \sqrt{5,612}}{4,73}$$

$$C = \frac{\sqrt{0,65} - \sqrt{0,864}}{\sqrt{0,0046}} \quad D = \frac{\sqrt{171}}{4,2} - \frac{\sqrt{17,9}}{0,053}$$

11.20 Tìm số tự nhiên N thỏa mãn đồng thời 4 điều kiện

- a) N là bình phương của một số tự nhiên
 - b) N là một số có bốn chữ số
 - c) Chữ số hàng nghìn và chữ số hàng đơn vị của số N như nhau
 - d) Tích bốn chữ số của N bằng 10
-

§12. SỐ THỰC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số thực

- Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực

Tập hợp các số thực được ký hiệu là \mathbb{R}

- Nếu a là số thực thì a biểu diễn dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn. Khi đó, ta có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng thập phân
- Với a, b là hai số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

2. Trục số thực

- Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số
- Mỗi điểm trên trục số biểu diễn một số thực

3. Các phép toán

Trong tập hợp số thực \mathbb{R} , ta cũng định nghĩa các phép toán cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa và khai căn. Các phép toán trong tập hợp số thực cũng có các tính chất như các phép toán trong tập hợp các số hữu tỉ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP VỀ ĐỊNH NGHĨA CÁC TẬP HỢP SỐ

Phương pháp giải.

- Nắm vững các ký hiệu tập hợp số
 - \mathbb{N} : tập hợp các số tự nhiên
 - \mathbb{Z} : tập hợp các số nguyên
 - \mathbb{Q} : tập hợp các số hữu tỉ
 - \mathbb{R} : tập hợp các số thực
- Nắm vững quan hệ giữa các tập hợp số nói trên
 - $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}; \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

Ví dụ 1. (Bài 87 tr.44 SGK)

Điền dấu \in, \notin, \subset thích hợp vào ô trống

$$3 \subset \mathbb{Q} \quad 3 \subset \mathbb{R} \quad 3 \subset I \quad -2,53 \subset \mathbb{Q}$$

$$0,2(35) \subset I \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \quad I \subset \mathbb{R}$$

Giải.

$$3 \in \mathbb{Q}; \quad 3 \in \mathbb{R}; \quad 3 \notin I; \quad -2,53 \in \mathbb{Q}; \quad 0,2(35) \notin I; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}; \quad I \subset \mathbb{R}$$

Ví dụ 2. (Bài 88 tr.44 SGK)

Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau:

- Nếu a là số thực thì a là số ... hoặc số ...
- Nếu b là số vô tỉ thì b viết dưới dạng ...

Giải.

- Nếu a là số thực thì a là số hữu tỉ hoặc số vô tỉ.
- Nếu b là số vô tỉ thì b viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn

Ví dụ 3. (Bài 89 tr.45 SGK)

Trong các câu sau đây, câu nào đúng câu nào sai:

- Nếu a là số nguyên thì a cũng là số thực
- Chỉ có số 0 không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm
- Nếu a là số tự nhiên thì a không phải là số vô tỉ

Trả lời

- Các câu a), c) đúng.
- Câu b) sai vì ngoài số 0 ra, số vô tỉ cũng không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm

Ví dụ 4. (Bài 94 tr.45 SGK)

Hãy tìm các tập hợp

$$\text{a)} \quad \mathbb{Q} \cap I \quad \text{b)} \quad \mathbb{R} \cap I$$

Giải.

$$\text{a)} \quad \mathbb{Q} \cap I = \emptyset \quad \text{b)} \quad \mathbb{R} \cap I = I$$

Dạng 2. SO SÁNH CÁC SỐ THỰC

Phương pháp giải

Cần nắm vững:

- Với hai số thực x, y bất kỳ, ta luôn có $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$.
- Các số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương, các số thực nhỏ hơn 0 gọi là các số thực âm. Số 0 không là số thực dương cũng không là số thực âm
- Việc so sánh các số thực dương làm tương tự như so sánh các số hữu tỉ
- Với a, b là hai số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

Ví dụ 5. (Bài 91 tr.45 SGK)

Điền chữ số thích hợp vào ô vuông:

a) $-3,02 < -3,\square 1$

b) $-7,5\square 8 > -7,513$

c) $-0,4\square 854 < -0,49826$

d) $-1,\square 0765 < -1,892$

Hướng dẫn

a) Ta phải có $3,02 > 3, \square 1$ suy ra $3,02 > 3,\square 1$

Vậy $-3,02 < -3,\square 1$

b) $-7,5\square 8 > -7,513$

c) $-1,\square 0765 < -1,892$

Ví dụ 6. (Bài 92 tr.45 SGK)

Sắp xếp các số thực: $-3,2; 1; -\frac{1}{2}; 7,4; 0; -1,5$

a) Theo thứ tự nhỏ đến lớn

b) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn các giá trị tuyệt đối của chúng

Giải.

a) $-3,2 < -1,5 < -\frac{1}{2} < 0 < 1 < 7,4$

$$b) 0 < \frac{1}{2} < 1 < 1,5 < 3,2 < 7,4, \text{ do đó: } |0| < \left| -\frac{1}{2} \right| < |1| < |-1,5| < |-3,2| < |7,4|$$

Ví dụ 7. 1. Chứng minh rằng với a,b là hai số thực dương, ta có:

a) Nếu $a > b$ thì $a^2 > b^2$ b) Nếu $a^2 > b^2$ thì $a > b$

2. Chứng minh rằng với a, b là hai số thực dương, ta có:

a) Nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ b) Nếu $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ thì $a > b$

3. Áp dụng: So sánh (không dùng máy tính)

a) 5 và $\sqrt{29}$ b) $3\sqrt{2}$ và $2\sqrt{3}$

Giải

1. a) a, b là hai số thực dương nên $a+b > 0$. Nếu $a > b$ thì $a-b > 0$

Xét tích $(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

Vì $a+b > 0, a-b > 0$ nên $(a+b)(a-b) > 0$ hay $a^2 - b^2 > 0$. Suy ra $a^2 > b^2$

b) Nếu $a^2 > b^2$ thì $a^2 - b^2 > 0$ hay $(a+b)(a-b) > 0$

$a+b > 0$ (*vi a > 0, b > 0*) suy ra $a-b > 0$ hay $a > b$

2. a, b là hai số thực dương nên $a = (\sqrt{a})^2, b = (\sqrt{b})^2$. Theo câu 1, ta có:

a) Nếu $a > b$ thì $(\sqrt{a})^2 > (\sqrt{b})^2$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

b) Nếu $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ thì $(\sqrt{a})^2 > (\sqrt{b})^2$ hay $a > b$

3. a) Theo kết quả ở câu 1, ta có: $29 > 25$ hay $(\sqrt{29})^2 > 5^2$ nên $\sqrt{29} > 5$

b) Xét $(3\sqrt{2})^2$ và $(2\sqrt{3})^2$. Ta có:

$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 9 \cdot (\sqrt{2})^2 = 18$$

$$(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 4 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

Vì $18 > 12$ hay $(3\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{3})^2$ nên suy ra $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$

Dạng 3. TÌM SỐ CHƯA BIẾT TRONG MỘT ĐẲNG THỨC

Phương pháp giải

- Sử dụng tính chất của các phép toán;
- Sử dụng quan hệ giữa các số hạng trong một tổng, một hiệu; quan hệ giữa các thừa số trong một tích, quan hệ giữa số bị chia, số chia và thương trong một phép chia
- Sử dụng quy tắc dấu ngoặc, chuyển vế.

Ví dụ 8. (Bài 93 tr.45 SGK)

Tìm x, biết

a) $3,2 \cdot x + (-1,2) \cdot x + 2,7 = -4,9$

b) $(-5,6) \cdot x + 2,9 \cdot x - 3,86 = -9,8$

Giải.

a) $3,2 \cdot x + (-1,2) \cdot x + 2,7 = -4,9$

$$[3,2 + (-1,2)] \cdot x + 2,7 = -4,9$$

$$2 \cdot x + 2,7 = -4,9$$

$$2 \cdot x = -4,9 - 2,7$$

$$2 \cdot x = -7,6$$

$$x = \frac{-7,6}{2}$$

$$x = 3,8$$

b) Làm tương tự như câu a). Đáp số $x = 2,2$

Ví dụ 9 Tìm x biết $\left(1\frac{3}{7} - x\right) \cdot 3\frac{1}{3} = -2\frac{31}{42}$

Giải

$$\left(1\frac{3}{7} - x\right) \cdot 3\frac{1}{3} = -2\frac{31}{42}$$

$$1\frac{3}{7} \cdot x = -2\frac{31}{42} : 3\frac{1}{3}$$

$$1\frac{3}{7} - x = \frac{-23}{28}$$

$$1\frac{3}{7} + \frac{23}{28} = x$$

$$x = 2\frac{1}{4}$$

Dạng 4. TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Phương pháp giải.

- Thực hiện phối hợp các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa, chú ý thực hiện đúng theo thứ tự đã quy định.
- Rút gọn các phân số khi có thể.
- Chú ý vận dụng tính chất các phép toán để tính toán được thuận tiện.

Ví dụ 10. (Bài 90 tr.45 SGK)

Thực hiện các phép tính:

$$\text{a)} \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right)$$

$$\text{b)} \frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5}$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) &= (0,36 - 36) : (3,8 + 0,2) \\ &= -35,64 : 4 \\ &= -8,91 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5} &= \frac{5}{18} - 1,456 : 0,28 + 4,5 \cdot 0,8 \\ &= \frac{5}{18} - 5,2 + 3,6 \\ &= \frac{5}{18} - 1,6 \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{18} - \frac{8}{5}$$

$$= \frac{-119}{90}$$

$$= -1\frac{29}{90}$$

Ví dụ 11 (Bài 95 tr.45 SGK)

Tính giá trị của các biểu thức

$$A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63} \right)$$

$$B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25} \right)$$

Giải

$$A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63} \right) = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - \frac{17}{9} \cdot \frac{5}{4} + 1\frac{16}{63} \right)$$

$$= -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 2\frac{13}{26} + 1\frac{16}{63} \right) = -5,13 : \left[(5-2+1) + \left(\frac{5}{28} - \frac{13}{26} + \frac{16}{63} \right) \right]$$

$$= -5,13 : \left(4 + \frac{1}{14} \right) = -5,13 : \frac{57}{14} = \frac{-5,13 \cdot 14}{57} = -1,26$$

Vậy $A = -1,26$

$$B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25} \right) = \left(\frac{10}{3} \cdot \frac{19}{10} + \frac{39}{2} : \frac{13}{3} \right) \left(\frac{62}{75} - \frac{12}{75} \right)$$

$$= \left(\frac{19}{3} + \frac{39 \cdot 3}{2 \cdot 13} \right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{38}{9} + \frac{39}{13} = 4\frac{2}{9} + 3 = 7\frac{2}{9}$$

Vậy $B = 7\frac{2}{9}$

C. LUYỆN TẬP

12.1 Dạng 1. Điền các dấu (\in, \notin, \subset) thích hợp vào ô vuông

$$-2 \boxed{\mathbb{N}}; \quad -2 \boxed{\mathbb{Z}}; \quad -2 \boxed{\mathbb{Q}}; \quad -2 \boxed{\mathbb{R}}; \quad -2 \boxed{I}$$

$$\sqrt{2} \boxed{\quad} I; \quad \sqrt{2} \boxed{\quad} \mathbb{Q}; \quad \sqrt{2} \boxed{\quad} \mathbb{R}; \quad \mathbb{Z} \boxed{\quad} \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \boxed{\quad} \mathbb{R}$$

12.2 Dạng 1. Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau

- a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là ...
- b) Nếu a là số hữu tỉ thì a viết được dưới dạng số thập phân ... hoặc ...

12.3 Dạng 1. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai

- a) Nếu a là số vô tỉ thì a cũng là số thực
- b) Nếu a là số hữu tỉ thì a không phải là số vô tỉ
- c) Nếu a là căn bậc hai của một số tự nhiên thì a là số vô tỉ

12.4 Dạng 1. Tìm các tập hợp

a) $\mathbb{Z} \cap I$ b) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R}$

12.5 Dạng 2. So sánh các số thực sau

a) 0,135 và 0,(135) b) $\frac{2}{7}$ và 0,(3)

c) 2,1(467) và $\frac{43}{20}$ d) $[0,(3)]^2$ và $(0,3)^2$

e) $[0,(21)]^2$ và $(0,21)^2$ f) $\frac{16}{121}$ và $[0,3(59)]^2$

12.6 Dạng 2. So sánh các số thực

a) 0,545545545... và $\frac{6}{11}$ b) $-2\frac{2}{9}$ và -2,212212221...

c) $7\frac{8}{13}$ và 7,567567567... d) 1,2121212... và $1\frac{7}{33}$

12.7 Dạng 2. So sánh các số thực

a) 3,737373... và 3,767676... b) -0,1845 và -0,184184...

c) 6,821821821... và 6,8218 d) 7,315315... và 7,325316

12.8 Dạng 2. Sắp xếp các số thực sau theo thứ tự tăng dần

$$0,466; \frac{7}{15}; 0,4636363...; 0,463736; 0,4656365...$$

12.9 Dạng 2. Trong hai số sau, số nào lớn hơn?

- a) 13 và $\sqrt{170}$ b) $\sqrt{6}$ và 3
c) 15 và $\sqrt{226}$ d) $\sqrt{12}$ và $\sqrt{17}$

12.10 Dạng 2. So sánh $5\sqrt{6}$ và $6\sqrt{5}$

12.11 Dạng 2. Không dùng máy tính, hãy so sánh

- a) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$ và 7 b) $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 1$ và $\sqrt{45}$

12.12 Dạng 3. Tìm x , biết $\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}\right) : \left(x + 3\frac{1}{7}\right) + 7\frac{1}{2} = 1\frac{69}{86}$

12.13 Dạng 3. Tìm x , biết $[(7 + 0,004x) : 0,9] : 24,7 - 12,3 = 77,7$

12.14 Dạng 3. Tìm x , biết $\left[6\frac{3}{7} - \frac{0,75x - 2}{0,35}\right] \cdot 2,8 + 1,75 : 0,05 = 235$

12.15 Dạng 4. Thực hiện phép tính

$$2\frac{2}{3} : \left\{ \left[(3,72 - 0,02) \cdot \frac{10}{37} \right] : \frac{5}{6} + 2,8 \right\} - \frac{7}{15}$$

12.16 Dạng 4. Tính giá trị biểu thức

$$A = \left(13,25 - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6} \right) \cdot 230,04 + 46,75$$

12.17 Chứng minh $\sqrt{7}$ là số vô tỉ

12.18 Hãy viết một số hữu tỉ và một số vô tỉ lớn hơn $\sqrt{2}$ nhưng nhỏ hơn $\sqrt{3}$

12.19 Hãy cho một ví dụ để bác bỏ mệnh đề sau: “Tổng, tích, thương của hai số vô tỉ cũng là số vô tỉ”

12.20 Có người nói: “Tổng của hai số vô tỉ dương là một số vô tỉ”. Điều đó có đúng không?

12.21 Chứng minh rằng

- a) Tổng của một số hữu tỉ và một số vô tỉ là một số vô tỉ
b) Tích của một số hữu tỉ khác 0 với một số vô tỉ là một số vô tỉ
c) Thương của một số hữu tỉ với một số vô tỉ là một số vô tỉ

12.22 Chứng tỏ rằng tập hợp I các số vô tỉ có vô số phần tử

12.23 Cho số $a = 0,12345678910111213\dots$ trong đó, sau dấu phẩy là các số tự nhiên được viết liên tiếp kể từ 1. Chứng minh rằng a là một số vô tỉ.

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

96. Thực hiện phép tính (bằng cách hợp lý nếu có thể)

a) $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21}$

b) $\frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3}$

c) $9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3}$

d) $15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} \left(-\frac{5}{7}\right)$

Giải

a) $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21} = \left(1\frac{4}{23} - \frac{4}{23}\right) + \left(\frac{5}{21} + \frac{16}{21}\right) + 0,5$

b) $\frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3} = \frac{3}{7} \left(19\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{7} \cdot (-14) = -6$

c) $9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3} = 9 \cdot \left(\frac{-1}{27}\right) + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$

d) $15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} \left(-\frac{5}{7}\right) = \left(15\frac{1}{4} - 25\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right) = (-10) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = 14$

97. Tính nhanh:

a) $(-6,37 \cdot 0,4) \cdot 2,5$

b) $(-0,125) \cdot (-5,3) \cdot 8$

c) $(-2,5) \cdot (-4) \cdot (-7,9)$

d) $(-0,375) \cdot 4\frac{1}{3} \cdot (-2)^3$

Giải

a) $(-6,37 \cdot 0,4) \cdot 2,5 = -6,37 \cdot (0,4 \cdot 2,5) = -6,37 \cdot 1 = -6,37$

b) $(-0,125) \cdot (-5,3) \cdot 8 = (-0,125 \cdot 8) \cdot (-5,3) = (-1) \cdot (-5,3) = 5,3$

c) $(-2,5) \cdot (-4) \cdot (-7,9) = [(-2,5) \cdot (-4)] \cdot (-7,9) = 10 \cdot (-7,9) = -79$

$$d) (-0,375) \cdot 4 \frac{1}{3} \cdot (-2)^3 = [(-0,375) \cdot (-8)] \cdot \frac{13}{3} = 3 \cdot \frac{13}{3} = 13$$

98. Tìm y, biết

$$a) -\frac{3}{5}y = \frac{21}{10}$$

$$b) y : \frac{3}{8} = 1 \frac{31}{33}$$

$$c) 1 \frac{2}{5}y + \frac{3}{7} = -\frac{4}{5}$$

$$d) -\frac{11}{12}y + 0,25 = \frac{5}{6}$$

Đáp số

$$a) y = -\frac{7}{2} = -3 \frac{1}{2}$$

$$b) y = -\frac{8}{11}$$

$$c) y = -\frac{43}{49}$$

$$d) y = -\frac{7}{11}$$

99. Tính giá trị của các biểu thức sau

$$P = \left(-0,5 - \frac{3}{5} \right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6} \right) : (-2)$$

$$Q = \left(\frac{2}{25} - 1,008 \right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3 \frac{1}{4} - 6 \frac{5}{9} \right) \cdot 2 \frac{2}{17} \right]$$

Giải

$$\begin{aligned} P &= \left(-0,5 - \frac{3}{5} \right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6} \right) : (-2) \\ &= \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right) : (-3) + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = -\frac{11}{10} : (-3) + \frac{1}{4} = \frac{11}{30} + \frac{1}{4} = \frac{37}{60} \end{aligned}$$

$$Q = \left(\frac{2}{25} - 1,008 \right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3 \frac{1}{4} - 6 \frac{5}{9} \right) \cdot 2 \frac{2}{17} \right] = \left(\frac{2}{25} - \frac{126}{125} \right) : \frac{4}{7} : \left[\left(\frac{13}{4} - \frac{59}{9} \right) \cdot \frac{36}{17} \right]$$

$$= \frac{-116}{125} \cdot \frac{7}{4} : \left(-\frac{119}{36} \cdot \frac{36}{17} \right) = \frac{-29.7}{125} : (-7) = \frac{29}{125}$$

100. Mẹ bạn Minh gửi tiết kiệm 2 triệu đồng theo thẻ “có kỳ hạn 6 tháng”. Hết thời hạn 6 tháng, mẹ bạn Minh được lĩnh cả vốn lẫn lãi là 2062400đ. Tính lãi suất hàng tháng của thẻ này.

Giải

Tiền lãi một tháng là $(2062400 - 2000000) : 6 = 10400$ (đ)

$$\text{Lãi suất hàng tháng là } \frac{10400.100\%}{2000000} = 0,52\%$$

Đáp số 0,52%

101. Tìm x, biết

a) $|x| = 2,5$

b) $|x| = -1,2$

c) $|x| + 0,573 = 2$

d) $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 4 = -1$

Đáp số.

a) $x = \pm 2,5$

b) Không tồn tại giá trị nào của x

c) $x = \pm 1,427$

d) $x = 2\frac{2}{3}; x = -3\frac{1}{3}$

102. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0; a \neq \pm b; c \neq \pm d$) hãy suy ra các tỉ lệ thức sau

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

b) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

c) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$

d) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$

e) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

f) $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$

Hướng dẫn

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$. Từ $\frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Các câu còn lại tương tự

103. Theo hợp đồng, hai tổ sản xuất chia lãi với nhau theo tỉ lệ 3 : 5. Hỏi mỗi tổ được chia bao nhiêu nếu tổng số lãi là 12800000 đồng.

Đáp số

4800000 đ và 8000000đ

-
- 104.** Một cửa hàng có ba tấm vải dài tổng cộng 108m. Sau khi bán đi $\frac{1}{2}$ tấm thứ nhất, $\frac{2}{3}$ tấm thứ hai và $\frac{3}{4}$ tấm thứ ba thì số mét vải còn lại ở ba tấm bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải lúc đầu?

Đáp số

24m, 36m và 48m

- 105.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25}$

b) $0,5\sqrt{100} - \sqrt{\frac{1}{4}}$

Giải

a) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25} = 0,1 - 0,5 = -0,4$

b) $0,5\sqrt{100} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5 \cdot 10 - 0,5 = 4,5$

B. BÀI TẬP BỔ SUNG

- 1.** So sánh các số thực

a) $\frac{131}{273}$ và $\frac{179}{235}$

b) 2 và $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

c) 3^{21} và 2^{31}

- 2.** So sánh các số thực

a) $0,22(23)$ và 0,2223

b) $\frac{1}{7}$ và 0,1428(57)

c) $-2\frac{2}{3}$ và -2,67

d) $-\frac{7}{6}$ và -1,16667

- 3.** So sánh các số thực

a) 99^{20} và 9999^{10}

b) 9^{20} và 27^{13}

c) $\frac{2^{23} + 1}{2^{25} + 1}$ và $\frac{2^{25} + 1}{2^{27} + 1}$

d) $2^{10} + 3^{10} + 4^{10}$ và $3 \cdot 24^{10}$

- 4.** Tìm số tự nhiên n, biết rằng

a) $32 < 2^n < 128$

b) $2 \cdot 16 \geq 2^n \geq 4$

c) $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$

5. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho

a) $3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^n = 3^7$ b) $2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5$

6. Tìm x, biết rằng

a) $x^2 > 0$ b) $x^2 \leq 0$

7. Tìm x, biết rằng

a) $|x| = -|x+1|$ b) $|x| = -x^2$ c) $|x-2| = -(2-x)^2$

d) $\frac{|x|}{x} = 1$ e) $|x-2| = |2-x|$

8. Tìm x, biết rằng:

a) $|x| > 0$ b) $|x| < 0$

9. Tìm x, biết rằng

a) $\sqrt{x^2} = x$ b) $\sqrt{x^2} = -x$ c) $x\sqrt{x-2} = 0$ d) $(x^2 - 4)\sqrt{x} = 0$

10. Tính giá trị của biểu thức sau

$$A = \left(\frac{1}{4} - \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{9}} \right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{\frac{7}{15}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{6}} \right) \quad B = (0,8 \cdot 7 + 0,64) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25 \right) + 31,64$$

11. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số

a) 0,2(3) b) 1,4(51) c) -2,37(1)
d) -3,24(41) e) 0,413(1561) f) -0,41(356)

12. Tính:

a) $2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2}\right)$

b) $[0,(5) \cdot 0,(2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25} \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3} \right) : \frac{4}{3}$

13. Tính:

a) $0,4(3) + 0,6(2).2\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,5(8)} : \frac{50}{53}$

b) $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2, (4) \cdot 2\frac{5}{11} \right] : \left(-\frac{42}{5} \right)$

14. Chứng minh đẳng thức:

a) $12^8 \cdot 9^{12} = 18^{16}$

b) $14,2 \cdot 11 + 14,2 \cdot 41 + 5,8 \cdot 11 + 5,8 \cdot 41 = 1040$

c) $775^{20} = 45^{10} \cdot 5^{10}$

d) $31,82 + 125,48 + 31,43 - 125,67 = 1500$

15. Chứng tỏ rằng

a) $\sqrt{21} - \sqrt{5} > \sqrt{20} - \sqrt{6}$

b) $\sqrt{2} + \sqrt{8} < \sqrt{3} + 3$

c) $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}$

d) $\sqrt{5} + \sqrt{10} > 5,3$

16. Tính

a)
$$\frac{4,5 : \left[47,375 - \left(26\frac{1}{3} - 18,0,75 \right) \cdot 2,4 : 0,88 \right]}{17,81 : 1,37 - 23\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}}$$

b)
$$\left\{ \frac{4\frac{1}{3} + 5,4 + 0,2(6)}{\frac{13}{15} + 0,0(3) + 0,1} : \left[\left(4 - 0,8(3) - 2\frac{7}{8} \right) : \left(8\frac{7}{24} - 7,91(6) \right) \right] \right\} : \left(\frac{3}{14} + \frac{9}{42} \right)$$

c)
$$\left[\frac{(4,6 + 5:6,25) \cdot 14}{4,0,125 + 2,3} : \frac{7}{6} \right] : \frac{27,9\frac{3}{5}}{12,4 + 4\frac{2}{5}} + \left(4\frac{5}{8} - \frac{13}{6} : 8\frac{2}{3} \right) : \left(3,25 - 2\frac{1}{4} \right).$$

17. Cho $A = (9,0,08 + 0,7,0,08) \left(9,12,5 - 0,7,12\frac{1}{2} \right) + 9,48;$

$$B = \frac{(1,09 - 0,29) \cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20} \right) \cdot \frac{8}{9}}.$$

Hỏi số nào lớn hơn và gấp bao nhiêu lần số nhỏ?

18. Tìm x, y, z biết:

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ và $x - y + z = -21$;

b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $x^2 - 2y^2 + z^2 = 44$.

- 19.** Cho $\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ ($a, b, c \neq 0, b \neq c$). Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{c-b}$.
- 20.** Cho bốn số dương a, b, c, d . Biết rằng: $b = \frac{a+c}{2}$ và $c = \frac{2bd}{b+d}$. Chứng minh rằng bốn số này lập thành một tỉ lệ thức.

----- CHÚC CÁC EM HỌC TỐT -----
THCS.TOANMATH.com