

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**

Dạng 1: Tính toán đơn giản
Dạng 2: Lũy thừa phối hợp các phép tính
Dạng 3: Tính tổng các số tự nhiên được lập từ một chữ số
Dạng 4: Tính tổng dãy phân số có quy luật
Dạng 5: Tính tổng tự nhiên dạng tích
Dạng 6: Tính tích
Dạng 7: Tính tổng cùng số mũ
Dạng 8: Tính tổng cùng cơ số
Dạng 9: Tính tỉ số của hai tổng
Dạng 10: Tính giá trị biểu thức

**DẠNG 1: TÍNH TOÁN ĐƠN GIẢN**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Thế - Bắc Giang 2022 - 2023)**

Kết quả phép tính  $A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{2023}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{2023}}$  là:

- A.**  $\frac{2}{3}$ .      **B.**  $\frac{4}{5}$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{2023}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{2023}} = \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{2023}\right)}{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{2023}\right)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Tân Yên - Bắc Giang 2022 - 2023)**

Kết quả phép tính  $A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{1943}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{1943}}$  là:

- A.**  $\frac{2}{3}$ .      **B.**  $\frac{4}{5}$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$$A = 2023^0 - \left| \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right| + \sqrt{\frac{16}{25}} = 1 - \frac{1}{10} + \frac{4}{5} = \frac{10}{10} - \frac{1}{10} + \frac{8}{10} = \frac{17}{10}.$$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2022 - 2023) Đề 375**

Giá trị biểu thức  $A = \left( 0,4 + \frac{3}{5} \right) \cdot \sqrt{\frac{25}{64}} - \frac{3}{4} \cdot (-2023)^0 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{5} - 3 \right).$

A.  $\frac{-49}{40}.$

B.  $\frac{49}{40}.$

C.  $\frac{-40}{49}.$

D.  $\frac{40}{49}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} & \left( 0,4 + \frac{3}{5} \right) \cdot \sqrt{\frac{25}{64}} - \frac{3}{4} \cdot (-2023)^0 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{5} - 3 \right) \\ &= \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{5} - \frac{15}{5} \right) \\ &= 1 \cdot \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{-11}{5} \right) \\ &= \frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \left( \frac{-11}{10} \right) = -\frac{49}{40} \end{aligned}$$

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Ứng Hoà năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right).$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{10}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{2}{22} - \frac{5}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} : \left( \frac{-9}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{-3}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{-5}{3} \right) + \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{-22}{3} \right) \\ &= \frac{-20}{27} + \frac{-88}{27} = \frac{-108}{27} = -4 \end{aligned}$$

**Câu 2. (HSG 7 Tp Bắc Ninh năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):  $\frac{3}{5} : \left( \frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left( \frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15} \right);$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} : \left( \frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left( \frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15} \right) \\ &= \frac{3}{5} : \frac{-7}{30} + \frac{3}{5} : \frac{-7}{5} \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{5} \left( \frac{-30}{7} + \frac{-5}{7} \right) = -3$$

**Câu 3. (HSG 7 Bình Xuyên năm 2022-2023)**

Tính hợp lí  $\left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} \\ &= \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} \\ &= \left[ \left( \frac{-4}{7} + \frac{-3}{7} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} \\ &= 0 : \frac{2}{3} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 4. (HSG 7 Liên Đường năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{3}{4} : \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4}$

**Lời giải**

$$\frac{3}{4} : \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left( \frac{6}{9} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

**Câu 5. (HSG 7 Diễm Châu năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $\left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{5}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11} \right) : \frac{5}{11}$ ;

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{5}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11} \right) : \frac{5}{11} = \left( \frac{3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11} \right) : \frac{5}{11} \\ &= \left( \frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-3}{11} \right) : \frac{5}{11} = \left( -1 + \frac{1}{11} \right) : \frac{5}{11} \\ &= \frac{-10}{11} \cdot \frac{11}{5} = -2 \end{aligned}$$

**Câu 6. (HSG 7 Anh Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{11}{24} - \frac{5}{41} + \frac{13}{24} + 0,5 - \frac{36}{41}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{11}{24} - \frac{5}{41} + \frac{13}{24} + 0,5 - \frac{36}{41} \\ A &= \left( \frac{11}{24} + \frac{13}{24} \right) + \left( -\frac{5}{41} - \frac{36}{41} \right) + 0,5 \\ A &= \frac{24}{24} + \left( -\frac{41}{41} \right) + 0,5 \end{aligned}$$

$$A = 1 + (-1) + 0,5 = 0,5$$

**Câu 7. (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7} \\ &= \left(\frac{15}{34} + \frac{19}{34}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right) + \frac{3}{7} \\ &= 1 + (-1) + \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

**Câu 8. (HSG 7 Lập Thạch Vĩnh Phúc năm 2022-2023)**

Tính giá trị của biểu thức

a)  $16\frac{3}{5}\left(-\frac{1}{3}\right) + 13\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{9}}$

b)  $\frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} - \frac{-11}{25}$

**Lời giải**

a)  $16\frac{3}{5}\left(-\frac{1}{3}\right) + 13\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{93}{5} \cdot \frac{-1}{3} + \frac{68}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{-83 + 68}{15} = \frac{-15}{15} = -1$

b)  $\frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} - \frac{-11}{25} = \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{14}{25} + \frac{11}{25}\right) + \frac{2}{7} = -1 + 1 + \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$

**Câu 9. (HSG 7 Tân Kỳ . Huyện Tân Kỳ Năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{-2}{7} \cdot 3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{7}$

b)  $-3 \cdot \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{25}{36}}$

**Lời giải**

a)  $\frac{-2}{7} \cdot 3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \cdot \frac{29}{8} - \frac{21}{8} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \cdot \left(\frac{29}{8} - \frac{21}{8}\right) = \frac{-2}{7} \cdot 1 = \frac{-2}{7}$

b)  $-3 \cdot \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{25}{36}} = -3 \cdot \left|\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right| + \frac{5}{6} = -3 \cdot \left|-\frac{1}{4}\right| + \frac{5}{6} = -3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Tương Dương 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:

a)  $-7.5 + 15.9$

b)  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

**Lời giải**

a)  $-7.5 + 15.9 = -35 + 135 = 100.$

$$b) \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left( \frac{8}{11} + \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot 1 + \frac{12}{19} = \frac{19}{19} = 1.$$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2022 - 2023)**

Tính bình phương của  $A = \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} \right) : \frac{4}{5} + \left( \frac{-1}{3} + \frac{4}{7} \right) \cdot 1,25$ .

**Lời giải**

Ta có  $A = \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} \right) : \frac{4}{5} + \left( \frac{-1}{3} + \frac{4}{7} \right) \cdot 1,25$

$$A = \frac{-5}{21} \cdot \frac{5}{4} + \frac{5}{21} \cdot \frac{5}{4}$$

$$A = \frac{5}{4} \cdot \left( \frac{-5}{21} + \frac{5}{21} \right)$$

$$A = \frac{5}{4} \cdot 0 = 0$$

Vậy  $A^2 = 0$ .

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hà Trung 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức sau:  $A = \left( \frac{-5}{9} + \frac{3}{8} \right) : \frac{8}{9} + \left( \frac{-7}{9} + \frac{5}{8} \right) : \frac{8}{9}$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{-5}{9} + \frac{3}{8} \right) : \frac{8}{9} + \left( \frac{-7}{9} + \frac{5}{8} \right) : \frac{8}{9}$$

$$A = \left( \frac{-5}{9} + \frac{3}{8} + \frac{-7}{9} + \frac{5}{8} \right) : \frac{8}{9}$$

$$A = \left( \frac{-5}{9} + \frac{-7}{9} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{9}{8}$$

$$A = \left( \frac{-12}{9} + 1 \right) \cdot \frac{9}{8} = \frac{-3}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{-3}{8}$$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Lang Chánh + Thị xã Bỉm Sơn 2022 - 2023)**

Tính bằng cách hợp lí:  $A = \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

$$= \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$= \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$= \left( \frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$= (-1+1) \cdot \frac{11}{7}$$

$$= 0 \cdot \frac{11}{7} = 0$$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Quế Võ 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $1\frac{4}{23} - \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 2014 - \frac{16}{21}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} 1\frac{4}{23} - \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 2014 - \frac{16}{21} &= \left(\frac{27}{23} - \frac{4}{23}\right) - \left(\frac{5}{21} + \frac{16}{21}\right) + 2014 \\ &= \frac{23}{23} - \frac{21}{21} + 2014 = 1 - 1 + 2014 = 2014 \end{aligned}$$

**Câu 15. (HSG 7 TP Chí Linh 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $(0,6 - 75\%) : \left(\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4}\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} (0,6 - 75\%) : \left(\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4}\right) \\ &= \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{7}{4}\right) = \left(\frac{12}{20} - \frac{15}{20}\right) : \left(\frac{4}{20} - \frac{35}{20}\right) = \frac{-3}{20} : \frac{-31}{20} = \frac{3}{31} \end{aligned}$$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Nghĩa Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $B = \frac{11}{8} \cdot \left[ \left( \frac{-5}{11} : \frac{13}{8} - \frac{5}{11} : \frac{13}{5} \right) + \frac{-6}{33} \right] + \frac{-3}{4}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{11}{8} \cdot \left[ \left( \frac{-5}{11} : \frac{13}{8} - \frac{5}{11} : \frac{13}{5} \right) + \frac{-6}{33} \right] + \frac{-3}{4} \\ &= \frac{11}{8} \cdot \left[ \left( \frac{-5}{11} \cdot \frac{8}{13} - \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{13} \right) + \frac{-6}{33} \right] + \frac{-3}{4} \\ &= \frac{11}{8} \cdot \left[ \frac{-5}{11} \cdot \left( \frac{8}{13} + \frac{5}{13} \right) + \frac{-2}{11} \right] + \frac{-3}{4} \\ &= \frac{11}{8} \cdot \left[ \frac{-5}{11} \cdot 1 + \frac{-2}{11} \right] + \frac{-3}{4} \\ &= \frac{11}{8} \cdot \frac{-7}{11} + \frac{-3}{4} = \frac{-7}{8} + \frac{-3}{4} = \frac{-13}{8} \end{aligned}$$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Mường Lát 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} \\ A &= \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$A = \left[ \left( \frac{-4}{7} + \frac{-3}{7} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = (-1+1) : \frac{2}{3} = 0$$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Tiền Hải 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left( \frac{-5}{9} + \frac{9}{15} \right) : \left( \frac{-3}{2} \right) + \left( \frac{-4}{9} + \frac{8}{20} \right) : \left( \frac{-3}{2} \right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{-5}{9} + \frac{9}{15} \right) : \left( \frac{-3}{2} \right) + \left( \frac{-4}{9} + \frac{8}{20} \right) : \left( \frac{-3}{2} \right) \\ &= \left( \frac{-5}{9} + \frac{3}{5} \right) \cdot \left( \frac{-2}{3} \right) + \left( \frac{-4}{9} + \frac{2}{5} \right) \cdot \left( \frac{-2}{3} \right) \\ &= \left( \frac{-2}{3} \right) \cdot \left( \frac{-5}{9} + \frac{3}{5} + \frac{-4}{9} + \frac{2}{5} \right) \\ &= \left( \frac{-2}{3} \right) \cdot \left[ \left( \frac{-5}{9} + \frac{-4}{9} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] \\ &= \left( \frac{-2}{3} \right) \cdot [(-1)+1] = \left( \frac{-2}{3} \right) \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Gia Viễn, tỉnh Ninh Bình 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = \frac{7}{23} \cdot \frac{5}{17} + \frac{7}{23} \cdot \frac{12}{17} + \frac{-30}{23}$

**Lời giải**

$$A = \frac{7}{23} \cdot \frac{5}{17} + \frac{7}{23} \cdot \frac{12}{17} + \frac{-30}{23} = \frac{7}{23} \cdot \left( \frac{5}{17} + \frac{12}{17} \right) + \frac{-30}{23} = \frac{7}{23} \cdot 1 + \frac{-30}{23} = \frac{-23}{23} = -1$$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} \right) : \frac{4}{5} + \left( \frac{-1}{3} + \frac{11}{7} \right) : \frac{4}{5}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} \right) : \frac{4}{5} + \left( \frac{-1}{3} + \frac{11}{7} \right) : \frac{4}{5} \\ &= \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{5}{4} + \left( \frac{-1}{3} + \frac{11}{7} \right) \cdot \frac{5}{4} \\ &= \left( \frac{-2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{3} + \frac{11}{7} \right) \cdot \frac{5}{4} = (-1+2) \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Nghi Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức:  $A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} \\ &= \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} = \left[ \left( \frac{-4}{7} + \frac{-3}{7} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] \cdot \frac{3}{2} = (-1+1) \cdot \frac{3}{2} = 0 \end{aligned}$$



Vậy :  $A = 0$

**Câu 22. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 \\ &= \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2} \\ &= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34} \end{aligned}$$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Văn Lâm 2022 - 2023)**

Thực hiện các phép tính sau:

a)  $42 \cdot 53 + 47 \cdot 156 - 47 \cdot 114.$

b)  $\frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}.$

**Lời giải**

a)  $42 \cdot 53 + 47 \cdot 156 - 47 \cdot 114.$   
 $= 42 \cdot 53 + 47 \cdot (156 - 114)$   
 $= 42 \cdot 53 + 47 \cdot 42$   
 $= 42 \cdot (53 + 47) = 42 \cdot 100 = 4200.$

b)  $\frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}.$   
 $= \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{15}$   
 $= \frac{7}{13} \cdot \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}\right)$   
 $= \frac{7}{13} \cdot \left(1 - \frac{5}{12}\right) = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{156}.$

**Câu 24. (HSG 7 huyện Mỹ Đức – Hà Nội 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính sau:  $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} \\ A &= \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right)\right] : \frac{7}{11} \\ A &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} = (-1+1) \cdot \frac{11}{7} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Hiệp Hòa 2022 – 2023 lần 2)**

Thực hiện phép tính sau:  $\left[ 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left[ 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) \\ &= \left[ 6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right) \\ &= \left[ \frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3} \cdot \frac{-3}{4} = -2 \end{aligned}$$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Quan Sơn 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức bằng cách hợp lý:  $M = \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{4} : \frac{-7}{101}\right) \cdot \left(\frac{55}{17} - \frac{4}{17} \cdot \frac{2}{7}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{13} : \frac{5}{13}\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} M &= \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{4} : \frac{-7}{101}\right) \cdot \left(\frac{55}{17} - \frac{4}{17} \cdot \frac{2}{7}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{13} : \frac{5}{13}\right) \\ M &= \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{4} : \frac{7}{101}\right) \cdot \left(\frac{55}{17} - \frac{4}{17} \cdot \frac{2}{7}\right) \cdot (1 - 1) \\ M &= \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{4} : \frac{7}{101}\right) \cdot \left(\frac{55}{17} - \frac{4}{17} \cdot \frac{2}{7}\right) \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2022 - 2023)**

Tính bằng cách hợp lý:  $A = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{11}{7}\right) : \frac{4}{5}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{11}{7}\right) : \frac{4}{5} \\ A &= \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{4} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{11}{7}\right) \cdot \frac{5}{4} \\ A &= \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{3} + \frac{11}{7}\right) \cdot \frac{5}{4} = (-1 + 2) \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

**Câu 28. (HSG 7 trường Tri Thức – Đồng Nai 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính một cách hợp lý:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) : \frac{-2}{3} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) : \frac{-2}{3} \\ \text{b)} & \frac{2001}{-2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{2023}{2024} + \frac{-21}{2022} + \frac{1}{2024} \end{aligned}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a)} & \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) : \frac{-2}{3} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) : \frac{-2}{3} \\ &= \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) \cdot \frac{-3}{2} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) \cdot \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{-3}{2} \cdot \left[ \left( \frac{-5}{8} + \frac{-3}{8} \right) + \left( \frac{6}{17} + \frac{11}{17} \right) \right]$$

$$= \frac{-3}{2} \cdot (-1+1) = 0$$

b)  $\frac{2001}{-2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{2023}{2024} + \frac{-21}{2022} + \frac{1}{2024}$

$$= \left( \frac{-2001}{2022} + \frac{-21}{2022} \right) + \left( \frac{2023}{2024} + \frac{1}{2024} \right) + \frac{2022}{2023}$$

$$= -1 + 1 + \frac{2022}{2023} = \frac{2022}{2023}$$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Nông Công 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left( 2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left( -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5.$$

$$B = \left[ 6 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left( -\frac{1}{3} - 1 \right).$$

**Lời giải**

$$A = \left( 2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left( -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left( \frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left( \frac{-25}{6} + \frac{22}{7} \right) + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{43} + \frac{15}{2} = \frac{155}{86}.$$

Vậy  $A = \frac{155}{86}$

$$B = \left[ 6 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left( -\frac{1}{3} - 1 \right) = \left[ 6 \cdot \frac{1}{9} - (-1) + 1 \right] : \frac{-4}{3} = \frac{8}{3} : \frac{-4}{3} = -2.$$

Vậy  $B = -2$

**Câu 30. (HSG 7 TX Kỳ Anh – Hà Tĩnh 2022 - 2023)**

Kết quả của phép tính  $0,75 \cdot \frac{12}{17} - \frac{3}{4} \cdot \left( -\frac{5}{17} \right) + 2022 \frac{1}{4}$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

$$0,75 \cdot \frac{12}{17} - \frac{3}{4} \cdot \left( -\frac{5}{17} \right) + 2022 \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \left( \frac{12}{17} + \frac{5}{17} \right) + 2022 \frac{1}{4} = 2023$$

**Câu 31. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $N = \frac{-1,2 : \left( 1\frac{3}{5} \cdot 1,25 \right) + \left( 1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left( 5\frac{5}{9} - \frac{9}{4} \right) \cdot \frac{36}{17}}{0,6 \cdot 0,5} : \frac{2}{5}$

**Lời giải**

$$N = \frac{-1,2 : \left( 1\frac{3}{5} \cdot 1,25 \right) + \left( 1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left( 5\frac{5}{9} - \frac{9}{4} \right) \cdot \frac{36}{17}}{0,6 \cdot 0,5} : \frac{2}{5}$$

$$N = \frac{-6}{5} : \left( \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{4} \right) + \frac{\left( \frac{27}{25} - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{\left( \frac{50}{9} - \frac{9}{4} \right) \cdot \frac{36}{17}} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} : \frac{2}{5}$$

$$N = \frac{-6}{5} : 2 + \frac{1 : \frac{4}{7}}{\frac{119}{36} \cdot \frac{36}{17}} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{-3}{5} + \frac{7}{4} + \frac{3}{4} = -1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0.$$

Vậy  $N = 0$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Yên Bình – Yên Bái 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

$$= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4 \cdot \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)} + \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)}{4 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

Vậy  $B = 1$ .

**Câu 33. (HSG 7 thị trấn Cành Nàng – huyện Bá Thước – Thanh Hóa 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $B = 42.53 + 47.156 - 47.114$

b)  $C = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$

**Lời giải**

a)  $B = 42.53 + 47.156 - 47.114$

$$B = 42.53 + 47.(156 - 114) = 42.53 + 47.42$$

$$B = 42.(53 + 47) = 42.100 = 4200$$

Vậy  $B = 4200$

b)  $C = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$

$$C = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{15}$$

$$C = \frac{7}{13} \cdot \left( \frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15} \right)$$

$$C = \frac{7}{13} \cdot \left( 1 - \frac{5}{12} \right)$$

$$C = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{156}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{49}{156}$$

**Câu 34. (HSG 7 huyện Tiên Du – Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-5} + \frac{1}{-5} \cdot \frac{1}{6}.$$

$$\text{b) } B = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5 \cdot 0, (3) \cdot \sqrt{9} + \left| -\frac{2^2}{3} \right| : \left( -1\frac{1}{3} \right).$$

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có: } A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-5} + \frac{1}{-5} \cdot \frac{1}{6}.$$

$$A = \frac{-1}{2 \cdot 3} + \frac{-1}{3 \cdot 4} + \frac{-1}{4 \cdot 5} + \frac{-1}{5 \cdot 6}$$

$$A = -\left( \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} \right)$$

$$A = -\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right)$$

$$A = -\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } A = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{b) } B = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5 \cdot 0, (3) \cdot \sqrt{9} + \left| -\frac{2^2}{3} \right| : \left( -1\frac{1}{3} \right).$$

$$B = 3 \cdot 5 - 0,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{4}{3} : \frac{-4}{3}$$

$$B = 15 - 0,5 + \frac{4}{3} \cdot \frac{-3}{4}$$

$$B = 15 - 0,5 + (-1)$$

$$B = 13,5.$$

$$\text{Vậy } B = 13,5$$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Nga Sơn – Thanh Hóa 2022 - 2023)**

$$\text{Thực hiện phép tính: } A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} - \frac{4}{35} + \frac{1}{41}$$

$$A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{7} - \frac{4}{35}\right) + \frac{1}{41}$$

$$A = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{14}{35} + \frac{25}{35} - \frac{4}{35}\right) + \frac{1}{41}$$

$$A = 1 + 1 + \frac{1}{41} = 2 + \frac{1}{41} = 2\frac{1}{41}$$

Vậy  $A = 2\frac{1}{41}$ .

**Câu 36. (HSG 7 huyện Sông Lô – Vĩnh Phúc 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386}\right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34}\right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016}\right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016}\right]$$

**Lời giải**

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386}\right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34}\right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016}\right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016}\right]$$

$$A = \left[\frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34}\right] : \left[\left(\frac{7}{25} + \frac{11}{50}\right) + \frac{1007}{2016}\right]$$

$$A = 1 : \left[\frac{1}{2} + \frac{1007}{2016}\right]$$

$$A = 1 : \left(\frac{2015}{2016}\right)$$

$$A = \frac{2016}{2015}$$

Vậy  $A = \frac{2016}{2015}$

**Câu 37. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính: 
$$\frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{2003}{5} + \frac{2004}{5} - \frac{2005}{5}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{2002}{3} + \frac{2003}{3} - \frac{2004}{3}}$$

**Lời giải**

Ta có: 
$$\frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{2003}{5} + \frac{2004}{5} - \frac{2005}{5}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{2002}{3} + \frac{2003}{3} - \frac{2004}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{5 \cdot \left(\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}\right)} - \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004}\right)}{3 \cdot \left(\frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004}\right)}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{7}{15}$$

**Câu 38. (HSG 7 trường Lí Nam Đế, huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $M = \left( \frac{1,5+1-0,75}{2,5+\frac{5}{3}-1,25} + \frac{0,375-0,3+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}}{-0,625+0,5-\frac{5}{11}-\frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 115$

**Lời giải**

$$M = \left( \frac{1,5+1-0,75}{2,5+\frac{5}{3}-1,25} + \frac{0,375-0,3+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}}{-0,625+0,5-\frac{5}{11}-\frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 115$$

$$M = \left( \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} + \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{\frac{-5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{378}{401} + 115$$

$$M = \left[ \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} + \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-5 \cdot \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} \right] : \frac{378}{401} + 115$$

$$M = \left( \frac{3}{5} + \frac{3}{-5} \right) : \frac{378}{401} + 115 = 0 : \frac{378}{401} + 115 = 115$$

Vậy  $M = 115$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Hưng Hà, trường Thông Nhất 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{9}{9} - \frac{7}{7} - \frac{11}{11}} + \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{25}{25} - \frac{125}{125} - \frac{625}{625}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{9}{9} - \frac{7}{7} - \frac{11}{11}} + \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{25}{25} - \frac{125}{125} - \frac{625}{625}}$$

$$A = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4 \cdot \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)} + \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)}{4 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)}$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

Vậy  $A = 1$

**Câu 40. (HSG 7 huyện Hưng Hà, trường Thái Phương 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $N = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

**Lời giải**

$$N = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

$$N = \frac{1.5.3.2 + 2.10.6.2 + 4.20.12.2 + 9.45.27.2}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

$$N = \frac{2.(1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45)}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

$$N = 2$$

Vậy  $N = 2$

**Câu 41. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023; huyện Minh An 2016 - 2017)**

$$\text{Tính giá trị của } M = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

**Lời giải**

$$M = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$M = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$$

$$M = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}$$

$$M = \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0$$

Vậy  $M = 0$

**Câu 42. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Minh Khai 2022 - 2023)**

$$\text{Thực hiện phép tính: } A = \left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right].$$

**Lời giải**

$$\left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] = \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} = 1$$

$$\left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] = \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5$$

$$A = 1 : 5 = \frac{1}{5}$$

**Câu 43. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)**

$$\text{Thực hiện phép tính: } \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[ -2^3 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} + \left(-2\frac{2}{3}\right)^0 \right]$$

**Lời giải**



$$\begin{aligned} & \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[ -2^3 \cdot \sqrt[3]{1\frac{9}{16}} + \left(-2\frac{2}{3}\right)^0 \right] \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[ -2^3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{16}} + 1 \right] \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[ -8 \cdot \frac{5}{4} + 1 \right] = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot [-10 + 1] \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (-9) = \frac{3}{4} + \frac{-9}{4} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

**Câu 44.** (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023; huyện Thuận Thành 2021 - 2022; huyện Yên Lập; huyện Lộc Hà 2018 - 2019)

Thực hiện phép tính:  $M = \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} M &= \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left( \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left( \frac{2 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{7 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 45.** HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

Tính  $A = \left[ \left( \frac{2}{2022} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{2023} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 0, (22)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left[ \left( \frac{2}{2022} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{2023} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 0, (22) \\ &= \left[ \left( \frac{4}{4044} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{14}{4046} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 22 \cdot 0, (01) \\ &= \left[ \frac{1}{4044} \cdot \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \frac{25}{4046} \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 22 \cdot \frac{1}{99} \\ &= \left[ \frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] + \frac{2}{9} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{9} = \frac{9}{45} + \frac{10}{45} = \frac{19}{45}$$

**Câu 46. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Kim Trung 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ &= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} - \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} \\ &= \frac{-3}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{6}{5} \end{aligned}$$

**Câu 47. HSG 7 huyện Thái Thụy, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)**

Tính bằng cách hợp lý:  $A = 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22}\right)^0$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22}\right)^0 \\ &= \frac{70}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + 1 \\ &= \left(\frac{70}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{13}{5} - \frac{3}{5}\right) + 1 \\ &= 23 - 2 + 1 = 22 \end{aligned}$$

**Câu 48. (HSG 7 huyện Ý Yên, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{4}{9} : \left(\frac{-3}{5} + \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{9} : \frac{-3}{5}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{9} : \left(\frac{-3}{5} + \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{9} : \frac{-3}{5} \\ &= \frac{4}{9} : \frac{-1}{10} + \frac{4}{9} : \frac{3}{5} = \frac{4}{9} \cdot \frac{-10}{1} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3} \\ &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-10}{1} + \frac{5}{3}\right) = \frac{4}{9} \cdot \frac{-25}{3} = \frac{-100}{27} \end{aligned}$$

**Câu 49. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023; huyện Kinh Môn 2018 - 2019)**

Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\frac{3}{7} : \left(\frac{-4}{5} + \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} : \frac{-3}{10} - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{-10}{3} - \frac{3}{7} \cdot \frac{-5}{4} = \frac{-10}{7} + \frac{15}{28} = \frac{-25}{28}$ .

**Câu 51. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022) .**

Tính giá trị của các biểu thức sau:  $A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$

**Lời giải**

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$$

**Câu 52. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$

**Lời giải**

$$A = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15} = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{15} = \frac{7}{13} \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}\right) = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{156}$$

**Câu 53. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

**Lời giải**

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : -\frac{85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot -\frac{42}{85} + \frac{15}{2} = -\frac{29}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

**Câu 54. (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh Hà Nội, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $A = 0,25 : \left[ \left( 3\frac{4}{5} + 0,1 \right) : 0,75 - 4\frac{1}{5} \cdot 1,25 \right] + 2022$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= 0,25 : \left[ \left( 3\frac{4}{5} + 0,1 \right) : 0,75 - 4\frac{1}{5} \cdot 1,25 \right] + 2022 = \frac{1}{4} : \left[ \left( \frac{19}{5} + \frac{1}{10} \right) : \frac{3}{4} - \frac{21}{5} \cdot \frac{5}{4} \right] + 2022 \\ &= \frac{1}{4} : \left[ \frac{39}{10} \cdot \frac{4}{3} - \frac{21}{4} \right] + 2022 = \frac{1}{4} \cdot \frac{20}{-1} + 2022 = -5 + 2022 = 2017 \end{aligned}$$

**Câu 55. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{3}{7} : \left( \frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5}$

**Lời giải**

$$B = \frac{3}{7} : \left( \frac{-4}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{7} : \frac{-3}{10} - \frac{3}{7} : \frac{-4}{5} = \frac{-10}{7} + \frac{15}{28} = \frac{-25}{28}$$

**Câu 56. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{2}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{14}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{7} + \frac{3}{11}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{2}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{14}} = \frac{3 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{11} \right)}{5 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{11} \right)} + \frac{2 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{14} \right)}{5 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{14} \right)} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

**Câu 57. (HSG 7 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau  $A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$ .

**Lời giải**

$$A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7} = \left( \frac{15}{34} + \frac{19}{34} \right) + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} + \frac{3}{7} = 1 + (-1) + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

**Câu 58. (HSG 7 huyện Tân Kỳ, tỉnh Nghệ An, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính: a)  $29\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$  b)  $2 \left| \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{9}{16}}$  c)  $1\frac{7}{8} - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right)$

**Lời giải**

a)  $29\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \left( 29\frac{1}{4} - 13\frac{1}{4} \right) = \frac{5}{8} \cdot 16 = 10$

b)  $2 \left| \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{9}{16}} = 2 \left| \frac{-1}{8} \right| + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

c)  $1\frac{7}{8} - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) = \frac{15}{8} - \frac{5}{24} = \frac{5}{3}$

**Câu 59. (HSG 7 huyện Cửa Lò, tỉnh Nghệ An, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{-7}{25} \cdot \frac{11}{13} + \frac{-7}{25} \cdot \frac{2}{13} - \frac{18}{25}$   
 b)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41}\right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41}\right)$

**Lời giải**

a)  $\frac{-7}{25} \cdot \frac{11}{13} + \frac{-7}{25} \cdot \frac{2}{13} - \frac{18}{25} = \frac{-7}{25} \cdot \left(\frac{11}{13} + \frac{2}{13}\right) - \frac{18}{25} = \frac{-7}{25} \cdot 1 - \frac{18}{25} = -1.$   
 b)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41}\right) - \left(\frac{79}{67} - \frac{28}{41}\right)$   
 $= \frac{1}{3} + \frac{12}{67} + \frac{13}{41} - \frac{79}{67} + \frac{28}{41} = \left(\frac{12}{67} - \frac{79}{67}\right) + \left(\frac{13}{41} + \frac{28}{41}\right) + \frac{1}{3} = -1 + 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$

**Câu 60. (HSG 7 huyện Vũ Thư, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $A = \sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2021}{2022}\right)^0$

**Lời giải**

$A = \sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2021}{2022}\right)^0 = \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1 = \sqrt{49} - \frac{3}{5} - 1 = 7 - 1 - \frac{3}{5} = 5\frac{2}{5}.$

**Câu 61. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left(\frac{-5}{11} + \frac{7}{22} - \frac{-4}{33} - \frac{5}{44}\right) : \left(38\frac{1}{22} - 39\frac{7}{22}\right)$

**Lời giải**

$A = \left(\frac{-5}{11} + \frac{7}{22} - \frac{-4}{33} - \frac{5}{44}\right) : \left(38\frac{1}{22} - 39\frac{7}{22}\right) = \frac{-17}{132} : \left(-1\frac{3}{11}\right) = \frac{17}{168}$

**Câu 62. (HSG 7 huyện Quảng Trạch, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5.$

**Lời giải**

$B = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2}$   
 $= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = -\frac{49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$

**Câu 63. (HSG 7 huyện Bình Long 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 4\frac{3}{47} \cdot \left(-5\frac{4}{23}\right).$

**Lời giải**

$5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} + 4\frac{3}{47} \cdot \left(-5\frac{4}{23}\right) = 5\frac{4}{23} \cdot 27\frac{3}{47} - 4\frac{3}{47} \cdot 5\frac{4}{23}$   
 $= 5\frac{4}{23} \cdot \left(27\frac{3}{47} - 4\frac{3}{47}\right) = 5\frac{4}{23} \cdot 23 = \frac{119}{23} \cdot 23 = 119.$

**Câu 64. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2000}{-2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{-21}{2021} + \frac{1}{2022}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2000}{-2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2023} + \frac{-21}{2021} + \frac{1}{2022} = \left( \frac{-2000}{2021} + \frac{-21}{2021} \right) + \left( \frac{1}{2022} + \frac{2021}{2022} \right) + \frac{2022}{2023}$$

$$A = -1 + 1 + \frac{2022}{2023} = \frac{2022}{2023}$$

**Câu 65. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $C = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}}$

**Lời giải**

$$C = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} = \frac{\frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)}{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

**Câu 66. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\left( \frac{3}{10} - \frac{4}{15} - \frac{7}{20} \right) \cdot \frac{5}{19}}{\left( \frac{1}{14} + \frac{1}{7} - \frac{-3}{35} \right) \cdot \frac{-4}{3}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\left( \frac{3}{10} - \frac{4}{15} - \frac{7}{20} \right) \cdot \frac{5}{19}}{\left( \frac{1}{14} + \frac{1}{7} - \frac{-3}{35} \right) \cdot \frac{-4}{3}} = \frac{\left( \frac{18}{60} - \frac{16}{60} - \frac{21}{60} \right) \cdot \frac{5}{19}}{\left( \frac{5}{70} + \frac{10}{70} + \frac{6}{70} \right) \cdot \frac{-4}{3}} = \frac{\frac{-19}{60} \cdot \frac{5}{19}}{\frac{21}{70} \cdot \frac{-4}{3}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{24}$$

**Câu 67. (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh Hà Nội, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{\frac{-4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8}}{\frac{5}{5} - \frac{19}{19} + \frac{23}{23}} + 1$

**Lời giải**

$$B = \frac{\frac{-4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8}}{\frac{5}{5} - \frac{19}{19} + \frac{23}{23}} + 1 = \frac{-4 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{19} + \frac{1}{23} \right)}{8 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{19} + \frac{1}{23} \right)} + 1 = \frac{-4}{8} + 1 = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

**Câu 68. (HSG 7 huyện Ứng Hòa, tỉnh Hà Nội, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + \frac{3}{6} - \frac{3}{10}}$$

$$= \frac{\frac{11}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{2}{4} + \frac{2}{6} - \frac{2}{10}}{3 \cdot \left( \frac{11}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right)} = \frac{1}{3} + \frac{2 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)}{3 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$$

**Câu 69. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{2}{2021} + \frac{2}{2022} + \frac{2}{2023}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - 2 \left( \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)}{3 \left( \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right) - 5 \left( \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right)} = \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{1}{15}$$

**Câu 70. (HSG 7 huyện Thanh Ba, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $M = 2022 : \left[ \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - 1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right]$

**Lời giải**

$$M = 2022 : \left[ \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - 1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right]$$

$$= 2022 : \left[ \frac{2 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{7 \cdot \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right] = 2022 : \left( \frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2} \right) = -2022$$

**Câu 71. (HSG 7 huyện Vũ Thư, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} - \frac{3}{5} - 0,9 + \frac{3}{13}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} - 0,2 - \frac{3}{10} + \frac{1}{13}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} - \frac{\frac{3}{5} - 0,9 + \frac{3}{13}}{0,2 - \frac{3}{10} + \frac{1}{13}} = \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} - \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{5} - 0,3 + \frac{1}{13}\right)}{\frac{1}{5} - 0,3 + \frac{1}{13}}$$

$$= \frac{5}{13} - 3 = \frac{-34}{13}.$$

**Câu 72. (HSG 7 huyện Vũ Thư 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left(\frac{-4}{17} + \frac{3}{19}\right) \cdot \frac{21}{22} + \left(\frac{-13}{17} + \frac{16}{19}\right) : \frac{22}{21}$ .

**Lời giải**

$$A = \left(\frac{-4}{17} + \frac{3}{19}\right) \cdot \frac{21}{22} + \left(\frac{-13}{17} + \frac{16}{19}\right) : \frac{22}{21}$$

$$= \left(\frac{-4}{17} + \frac{3}{19}\right) \cdot \frac{21}{22} + \left(\frac{-13}{17} + \frac{16}{19}\right) \cdot \frac{21}{22}$$

$$= \frac{21}{22} \cdot \left(\frac{-4}{17} + \frac{3}{19} + \frac{-13}{17} + \frac{16}{19}\right) = \frac{21}{22} \cdot (-1+1) = 0$$

**Câu 73. (HSG 7 huyện Lý Nhân, tỉnh Hà Nam 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\frac{4}{5} : \left(0,8 \cdot \frac{5}{4}\right) + \left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}}$  và  $B = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{5}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4}\right)}{\left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{6}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{4}{5} : \left(0,8 \cdot \frac{5}{4}\right) + \left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{1 \cdot 7}{119 \cdot 36}}{\frac{4}{5} + \frac{7}{36} - \frac{2}{9}} = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} = \frac{19}{12}$$

$$B = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{5}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4}\right)}{\left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{27}{64} + \frac{125}{64} + \frac{5}{2}}{\frac{25}{64} + \frac{4}{9} - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{39}{8}}{\frac{1}{576}} = 2808$$

**Câu 74. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{0,1 + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{202,1 + \frac{2021}{13} - \frac{2021}{19}} : \frac{2022}{2021}$

**Lời giải**

$$B = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{\frac{2021}{10} + \frac{2021}{13} - \frac{2021}{19}} : \frac{2022}{2021} = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}}{2021 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19}\right)} : \frac{2022}{2021} = \frac{1}{2021} \cdot \frac{2021}{2022} = \frac{1}{2022}$$

**Câu 75. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2021 - 2022)**



Tính giá trị biểu thức sau:  $A = \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) : \frac{-2}{3} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) : \frac{-2}{3}$

**Lời giải**

$$A = \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) : \frac{-2}{3} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) : \frac{-2}{3}$$

$$A = \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17}\right) \cdot \frac{-3}{2} + \left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) \cdot \frac{-3}{2}$$

$$A = \left(\frac{-5}{8} + \frac{6}{17} + \frac{-3}{8} + \frac{11}{17}\right) \cdot \frac{-3}{2}$$

$$A = \left[\left(\frac{-5}{8} + \frac{-3}{8}\right) + \left(\frac{6}{17} + \frac{11}{17}\right)\right] \cdot \frac{-3}{2}$$

$$A = (-1+1) \cdot \frac{-3}{2} = 0$$

**Câu 76. (HSG 7 thị xã Kinh Môn 2021 - 2022)**

Tính  $M = \left(\frac{0,2 - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6} - 0,125 + \frac{1}{10}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2021}{2022}$

**Lời giải**

$$M = \left(\frac{0,2 - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6} - 0,125 + \frac{1}{10}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2021}{2022}$$

$$= \left(\frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}}{\frac{5}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{6}{6} - \frac{8}{8} + \frac{10}{10}}\right) : \frac{2021}{2022} = \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{7}\right) : \frac{2021}{2022} = 0$$

**Câu 77. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{7}{17} \cdot \frac{1001}{2022} + \frac{1021}{2022} \cdot \frac{7}{17}$

**Lời giải**

$$\frac{7}{17} \cdot \frac{1001}{2022} + \frac{1021}{2022} \cdot \frac{7}{17} = \frac{7}{17} \left(\frac{1001}{2022} + \frac{1021}{2022}\right) = \frac{7}{17} \cdot \frac{2022}{2022} = \frac{7}{17}$$

**Câu 78. (HSG 7 huyện Tiên Hải 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}}$

**Lời giải**

$$A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} + \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{4}{3} + \frac{1}{5} = \frac{23}{15}$$

Vậy  $A = \frac{23}{15}$

**Câu 79. (HSG 7 20 - 20)**

Tính hợp lý các biểu thức sau:

a)  $27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$

b)  $2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$

**Lời giải**

a)  $27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \cdot \left(27\frac{1}{4} - 13\frac{1}{4}\right) = 14 \cdot \frac{5}{8} = \frac{35}{4}$

b)  $2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}} = 2\left|\frac{1}{4}\right| + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$

**Câu 80. (HSG 7 huyện Sơn Tây 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4}$

**Lời giải**

$$\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = 4$$

**Câu 81. (HSG 7 huyện Sơn Trà 2018 - 2019)**

Tính hợp lý

a)  $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23}$

b)  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

c)  $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17)$

d)  $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35}$

**Lời giải**

a)  $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} = \left(\frac{-7}{25} + \frac{-18}{25}\right) + \left(\frac{4}{23} + \frac{19}{23}\right) + \frac{5}{7} = -1 + 1 + \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$

b)  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \left(\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11}\right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11}\right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} + \frac{12}{19} = 1$

c)  $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-25) \cdot 4 \cdot 125 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-100) \cdot (-1000) \cdot (-17) = -1700000$

d)  $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \cdot \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19}\right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

**Câu 82. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

**Lời giải**

$$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = (-1 + 1) : \frac{7}{11} = 0$$

**Câu 83. (HSG 7 trường Quang Trung 2018 - 2019; tỉnh Lào Cai 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$$

**Lời giải**

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)} + \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)}{3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$$

**Câu 84. (HSG 7 thành phố Thủ Đức 2022 – 2023) Đề 384**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}.$$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{-4}{35}\right) + \frac{1}{41}$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{41} = \frac{83}{41}$$

**Câu 85. (HSG 7 huyện Hiệp Đức 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

**Lời giải**

Ta có: 
$$\left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} = 1$$

$$\left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\Rightarrow A = 1 : 5 = \frac{1}{5}$$

**Câu 86. (HSG 7 huyện Tam Nông 2018 - 2019)**

Tính bằng cách hợp lý 
$$A = \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}}$$

**Lời giải**

$$A = \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{\frac{11}{4} - \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13}\right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13}\right)} = \frac{3}{11}$$

**Câu 87. (HSG 7 huyện Tân Tạo 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} \\ &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{200} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} = \frac{3 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{\frac{-53}{200} - 5 \left( -\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{3 \cdot \left( \frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320} \right)}{\frac{-53}{200} - 5 \left( \frac{-66 + 60 + 55}{660} \right)} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{200} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{-1749 - 1225} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740} \end{aligned}$$

**Câu 88. (HSG 7 huyện Phú Ninh 2018 - 2019; huyện Nam Sách 2017 - 2018; huyện Tân Lạc; huyện Ngọc Lặc 2015 - 2016)**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} \\ &= \frac{5 \cdot \left( 31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \cdot \left( 31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} \\ &= \frac{5 \cdot \left( 31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \cdot \left( 31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13} \end{aligned}$$

**Câu 89. (HSG 7 huyện Thiệu Hoá 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức sau: 
$$A = \frac{(-2)^2}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{(-3)^2} : \left( \frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(-2)^2}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{(-3)^2} : \left( \frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) \\
 &= \frac{4}{9} : \left( \frac{1}{15} - \frac{10}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left( \frac{2}{22} - \frac{5}{22} \right) \\
 &= \frac{4}{9} : \frac{-3}{5} + \frac{4}{9} : \frac{-3}{22} = \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{-5}{3} + \frac{-22}{3} \right) = \frac{4}{9} \cdot (-9) = -4
 \end{aligned}$$

**Câu 90. (HSG 7 huyện Nam Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 – 2023)**

Tính  $A = \left[ \left( \frac{9}{51} + \frac{7}{102} \right) \cdot \frac{102}{5} + 2023 \right] : \left[ \left( \frac{1}{71} - \frac{3}{142} \right) \cdot \frac{71}{13} + \frac{27}{26} \right]$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \left[ \left( \frac{9}{51} + \frac{7}{102} \right) \cdot \frac{102}{5} + 2023 \right] : \left[ \left( \frac{1}{71} - \frac{3}{142} \right) \cdot \frac{71}{13} + \frac{27}{26} \right] \\
 A &= \left[ \left( \frac{18}{102} + \frac{7}{102} \right) \cdot \frac{102}{5} + 2023 \right] : \left[ \left( \frac{2}{142} - \frac{3}{142} \right) \cdot \frac{71}{13} + \frac{27}{26} \right] \\
 A &= \left[ \frac{25}{102} \cdot \frac{102}{5} + 2023 \right] : \left[ \left( \frac{-1}{142} \right) \cdot \frac{71}{13} + \frac{27}{26} \right] \\
 A &= [5 + 2023] : \left[ \frac{-1}{26} + \frac{27}{26} \right] = 2028 : 1 = 2028
 \end{aligned}$$

Vậy  $A = 2028$

**Câu 91. (HSG 7 huyện Thanh Chương 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $M = \frac{-1,2 : \left( 1\frac{3}{5} \cdot 1,25 \right) + \left( 1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left( 5\frac{5}{9} - \frac{9}{4} \right) \cdot \frac{36}{17}}{+0,6 \cdot 0,5 : \frac{2}{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{-1,2 : \left( 1\frac{3}{5} \cdot 1,25 \right) + \left( 1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left( 5\frac{5}{9} - \frac{9}{4} \right) \cdot \frac{36}{17}}{+0,6 \cdot 0,5 : \frac{2}{5}} \\
 &= \frac{-1,2 : 2 + \frac{7}{4}}{0,64 - \frac{1}{25}} + 0,75 = -1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0
 \end{aligned}$$

**Câu 92. (HSG 7 huyện Kim Thành 2018 - 2019)**

Tính:  $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

**Câu 93. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2018 - 2019)**

Tính  $B = 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right)$

**Lời giải**

$$B = 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) = \left(15\frac{1}{4} - 25\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right) = -10 \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = 14$$

**Câu 94. (HSG 7 huyện Bến Lức năm học 2018-2019)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$

**Lời giải**

$$\left[ \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] = \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{2}{34} + \frac{33}{34} = 1$$

$$\left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] = \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\Rightarrow A = 1 : 5 = \frac{1}{5}$$

**Câu 95. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

Tính:  $A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left( \frac{8}{15} - 1\frac{19}{60} \right) : 1\frac{23}{24}$

**Lời giải**

Biến đổi  $A = \frac{7}{5} - \frac{47}{60} : \frac{47}{24} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1$

**Câu 96. (HSG 7 huyện Chương Mỹ ; huyện Hương Sơn năm học 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$$

$$= \frac{3 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-\frac{53}{100} - 5 \left( -\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3 \cdot \left( \frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320} \right)}{\frac{-53}{100} - 5 \left( \frac{-66 + 60 + 55}{660} \right)} + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}
 \end{aligned}$$

**Câu 97. (HSG 7 Vinh, Trường THCS Nguyệt Ân 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \left( \frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left( \frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{10 \cdot \sqrt{1,44}}{3} + \frac{24 \cdot \sqrt{0,25}}{7} \right) : \left( \frac{12}{7} + \frac{\sqrt{144}}{9} \right)$$

$$A = \left( \frac{10 \cdot 1,2}{3} + \frac{24 \cdot 0,5}{7} \right) : \left( \frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$$

$$A = \left( \frac{12}{3} + \frac{12}{7} \right) : \left( \frac{12}{7} + \frac{12}{9} \right)$$

$$A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{7} \right) : \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \right)$$

$$A = \frac{10}{21} : \frac{16}{63} = \frac{15}{8}$$

Vậy  $A = \frac{15}{8}$

**Câu 98. (HSG 7 Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính sau:  $A = \frac{6}{7} : \left( \frac{3}{26} - \frac{3}{13} \right) + \frac{6}{7} : \left( \frac{1}{10} - \frac{8}{5} \right)$

**Lời giải**

$$A = \frac{6}{7} : \left( \frac{3}{26} - \frac{3}{13} \right) + \frac{6}{7} : \left( \frac{1}{10} - \frac{8}{5} \right)$$

$$A = \frac{6}{7} : \frac{-3}{26} + \frac{6}{7} : \frac{-3}{2}$$

$$A = \frac{6}{7} \cdot \frac{-26}{3} + \frac{6}{7} \cdot \frac{-2}{3}$$

$$A = \frac{6}{7} \left( \frac{-26}{3} + \frac{-2}{3} \right) = \frac{6}{7} \cdot \frac{-28}{3} = -8$$

**Câu 99. (HSG 7)**

Tính:  $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 &7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7 \\
 &= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7) \\
 &= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10 \\
 &= 10 \cdot (10,5 + 15) = 10 \cdot 25,5 = 255
 \end{aligned}$$

**Câu 100. (HSG 7 Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính sau:  $C = \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 C &= \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2023}{2024} + 2023 \\
 &= \left( \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{4} + \frac{7}{10}} \right) \cdot \frac{2024}{2023} + 2023 \\
 &= \left( \frac{2 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{7 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - 7 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) \cdot \frac{2024}{2023} + 2023 \\
 &= \left( \frac{2}{7} - \frac{1}{7} \right) \cdot \frac{2024}{2023} + 2023 = \frac{1}{7} \cdot \frac{2024}{2023} + 2023 = \frac{2024}{14161} + 2023 = 2023 \frac{2024}{14161}
 \end{aligned}$$

**Câu 101. (HSG 7 huyện Mộ Cày 2017 - 2018)**

Tính  $A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left[ \left( \frac{-4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

**Câu 102. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2017 - 2018)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} \\
 A &= \frac{11}{7} \cdot \left[ \left( \frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left( \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot \left[ \left( \frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left( \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \cdot [(-1) + 1] = 0
 \end{aligned}$$

**Câu 103. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức  $M = \left( 2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left( -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5$



**Lời giải**

$$M = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(\frac{-25}{6} + \frac{22}{7}\right) + \frac{15}{2}$$

$$M = \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{42}{-43} + \frac{15}{2} = 1\frac{69}{86}$$

**Câu 104. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)**

Tính giá trị biểu thức  $\frac{7}{13} \cdot \frac{5}{9} - \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{2}{13}\right) - \frac{5}{9} \cdot \frac{18}{13}$

**Lời giải**

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{5}{9} - \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{2}{13}\right) - \frac{5}{9} \cdot \frac{18}{13}$$

$$= \frac{5}{9} \left[ \frac{7}{13} - \left(-\frac{2}{13}\right) - \frac{18}{13} \right] = \frac{5}{9} \cdot \frac{-9}{13} = \frac{-5}{13}$$

**Câu 105. (HSG 7 huyện Đông Sơn, trường THCS Nguyễn Chí 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

**Lời giải**

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

**Câu 106. (HSG 7 huyện Tam Dự 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:

$$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$$

**Lời giải**

$$A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right)\right] = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7}\right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right)\right] = \frac{11}{7} \cdot [(-1) + 1] = 0$$

**Câu 107. (HSG 7 Thanh Miện 2022 - 2023) Đề 377**

Thực hiện phép tính:

a)  $\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382}\right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34}\right] : \left[\left(\frac{7}{1011} + \frac{11}{2022}\right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2}\right]$

b)  $\sqrt{11^2 - 72} - 1\frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2023}{2024}\right)^0$

**Lời giải**

a)  $\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382}\right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34}\right] : \left[\left(\frac{7}{1011} + \frac{11}{2022}\right) \cdot \frac{1011}{25} + \frac{9}{2}\right]$

$$= \left( \frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} \right) : \left( \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{2}{17} + \frac{15}{17} \right) : \left( \frac{14}{50} + \frac{11}{50} + \frac{225}{50} \right) = 1 : 5 = \frac{1}{5}$$

b)  $\sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left( \frac{2023}{2024} \right)^0$

$$= \sqrt{49} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1$$

$$= 7 - \frac{3}{5} - 1 = 6 - \frac{3}{5} = \frac{27}{5}$$

**Câu 108. (HSG 7 huyện Phù Cát 2017 - 2018)**

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của biểu thức:  $S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$

**Lời giải**

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \right)}{11 \cdot \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{11}$$

**Câu 109. (HSG 7 cấp huyện 2017 - 2018)**

Tính  $A = 1 \frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left( \frac{8}{15} - 1 \frac{19}{60} \right) : 1 \frac{23}{24}$

**Lời giải**

$$A = \frac{7}{5} - \frac{47}{60} : \frac{47}{24} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1$$

**Câu 110. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2016 - 2017)**

Tính hợp lý:

a)  $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23}$

b)  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

c)  $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17)$

d)  $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35}$

**Lời giải**

a)  $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} = \left( \frac{-7}{25} + \frac{-18}{25} \right) + \left( \frac{4}{23} + \frac{19}{23} \right) + \frac{5}{7} = -1 + 1 + \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$

b)  $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \left( \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left( \frac{8}{11} + \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} + \frac{12}{19} = 1$

c)  $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-25) \cdot 4 \cdot 125 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-100) \cdot (-1000) \cdot (-17) = -1700000$

$$d) \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \cdot \left( \frac{10}{19} + \frac{9}{19} \right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}.$$

**Câu 111. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)**

Thực hiện phép tính  $A = \left( 3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left( 3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right)$

**Lời giải**

$$A = \left( 3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left( 3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

**Câu 112. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Tính:  $A = \left( 2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left( -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( 2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left( -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} \right) + 7,5 \\ &= \left( \frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left( \frac{-25}{6} + \frac{22}{7} \right) + \frac{15}{2} \\ &= \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2} = \frac{-245}{43} + \frac{15}{2} = \frac{155}{86} \end{aligned}$$

**Câu 113. (HSG 7 huyện Thanh Hà 2016 - 2017)**

Tính  $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} &7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7 \\ &= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7) \\ &= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10 = 105 + 150 = 255 \end{aligned}$$

**Câu 114. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2016 - 2017)**

Tính giá trị của biểu thức  $A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

**Câu 115. (HSG 7 Tây Hồ 2022 - 2023) Đề 374**

Tính hợp lí:  $A = \left( \frac{-5}{8} + \frac{7}{4} \right) : \frac{-2022}{2023} + \left( \frac{-3}{8} + \frac{6}{24} \right) : \frac{-2022}{2023}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{-5}{8} + \frac{7}{4} \right) : \frac{-2022}{2023} + \left( \frac{-3}{8} + \frac{6}{24} \right) : \frac{-2022}{2023} \\ &= \left( \frac{-5}{8} + \frac{7}{4} \right) \cdot \frac{-2023}{2022} + \left( \frac{-3}{8} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{-2023}{2022} \\ &= \left( \frac{-5}{8} + \frac{-3}{8} + \frac{7}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{-2023}{2022} \end{aligned}$$

$$= \frac{-2023}{2022} \cdot (-1+2) = \frac{-2023}{2022}$$

**Câu 116. (HSG 7 Thanh Thủy 2022 - 2023) Đề 375**

$$\text{Tính: } A = \frac{2022}{2023} : \left( \frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 0,2} \right)$$

**Lời giải**

$$A = \frac{2022}{2023} : \left( \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} \cdot \frac{-\frac{7}{6} + \frac{7}{8} - \frac{7}{10}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right)$$

$$A = \frac{2022}{2023} : \left( \frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} \cdot \frac{-7\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} \right)$$

$$A = \frac{2022}{2023} : \left( \frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2} \right) \text{ (vì } \frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \neq 0 \text{ và } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \neq 0)$$

$$A = \frac{2022}{2023} : (-1) = -\frac{2022}{2023}$$

$$\text{Vậy } A = -\frac{2022}{2023}$$

**Câu 117. (HSG 7 Trục Ninh 2022 - 2023) Đề 376**

$$\text{Tính giá trị của biểu thức sau: } B = (\sqrt{6,25} - 5\sqrt{0,49}) \cdot \left( 21\sqrt{\frac{64}{441}} - 13\sqrt{\frac{81}{169}} \right).$$

**Lời giải**

$$B = (\sqrt{6,25} - 5\sqrt{0,49}) \cdot \left( 21\sqrt{\frac{64}{441}} - 13\sqrt{\frac{81}{169}} \right)$$

$$= (2,5 - 5 \cdot 0,7) \left( 21 \cdot \frac{8}{21} - 13 \cdot \frac{9}{13} \right)$$

$$= (2,5 - 3,5) \cdot (8 - 9) = -1 \cdot (-1) = 1$$

$$\text{Vậy } B = 1.$$

**Câu 118. (HSG 7 huyện Việt Yên 2016 - 2017)**

$$\text{Tính } A = -3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

**Lời giải**

$$A = -3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = -3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = -3 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = -3 + \frac{1}{\frac{7}{4}} = -3 + \frac{4}{7} = -\frac{17}{7}$$

**Câu 119. (HSG 7 huyện 2015 - 2016)**

Tính  $\left[ 18\frac{1}{6} - \left( 0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left( 19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left[ 18\frac{1}{6} - \left( 0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left( 19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right) \\ &= \left[ \frac{109}{6} - \left( \frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100} \right) \right] : \left( 19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right) \\ &= \left[ \frac{109}{6} - \left( \frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left( 19 - \frac{38}{3} \right) \\ &= \left[ \frac{109}{6} - \left( \frac{2}{250} + \frac{323}{250} \right) \right] : \frac{19}{3} \\ &= \left( \frac{109}{6} - \frac{13}{10} \right) \cdot \frac{3}{19} = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95} \end{aligned}$$

**Câu 120. (HSG 7 tỉnh Bắc Giang 2012 - 2013)**

Rút gọn:  $A = \left( \frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left( \frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right)$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left( \frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right) = \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

**Câu 121. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2015 - 2016)**

Tính  $A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left( \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left[ \left( \frac{-4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

**Câu 122. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

Thực hiện phép tính:

a)  $A = -\frac{14}{25} \cdot 34,8 - \frac{14}{25} \cdot 65,2$

b)  $B = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left( -\frac{3}{2} \right) - (-7)$

**Lời giải**

a)  $A = -\frac{14}{25} \cdot 34,8 - \frac{14}{25} \cdot 65,2 = -\frac{14}{25} \cdot (34,8 + 65,2) = -\frac{14}{25} \cdot 100 = -56$

b)  $B = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left( -\frac{3}{2} \right) - (-7) = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left( -\frac{2}{3} \right) + 7 = \frac{5}{4} - \frac{1}{2} + 7 = \frac{31}{4}$

**Câu 123. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2014 - 2015)**

Tính giá trị biểu thức: 
$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$$

**Lời giải**

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4}\right)} = \frac{3}{11}$$

**Câu 124. (HSG 7 huyện Phú Thiện 2015 - 2016)**

Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4}$

b)  $\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$

**Lời giải**

a)  $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = 4$

b)  $\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$

**Câu 125. (HSG 7 huyện Krông Ana 2022 - 2023) Đề 361**

Thực hiện phép tính:  $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

**Lời giải**

$$\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3} : \left(-\frac{4}{3}\right) = -2$$

**Câu 126. (HSG 7 huyện Ngọc Lạc, trường Nguyệt Ân 2022 - 2023) Đề 362**

Tính giá trị biểu thức.

a)  $A = (0,8 \cdot 7 + 0,8^2) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + 31,64$

b)  $B = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (0,8 \cdot 7 + 0,8^2) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + 31,64 \\ &= 0,8 \cdot 1,25 \cdot \left(7 + \frac{4}{5}\right) \left(7 + \frac{4}{5}\right) + 31,64 \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{39}{5} \cdot \frac{31}{5} + \frac{791}{25} \\ &= \frac{1}{25} \cdot (1209 + 791) = \frac{2000}{25} = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} \\ &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} \\ &= \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right)\right] \\ &= \frac{11}{7} [(-1) + 1] = \frac{11}{7} \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

**Câu 127. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai 2022 - 2023) Đề 363**

Thực hiện các phép tính:  $\left[18\frac{1}{6} - \left(0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38\right)\right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4}\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} &\left[18\frac{1}{6} - \left(0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38\right)\right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4}\right) \\ &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100}\right)\right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4}\right) \\ &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50}\right)\right] : \left(19 - \frac{38}{3}\right) \\ &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{250} + \frac{323}{250}\right)\right] : \frac{19}{3} \\ &= \left(\frac{109}{6} - \frac{13}{10}\right) \cdot \frac{3}{19} = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95} \end{aligned}$$

**Câu 128. (HSG 7 tỉnh Ninh Bình 2022 - 2023) Đề 364**

Thực hiện phép tính:  $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} &\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 \\ &= \left[6 \cdot \frac{1}{9} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \end{aligned}$$

$$= \left[ \frac{2}{3} + 1 + 1 \right] : \frac{16}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{2}$$

**Câu 129. (HSG 7 huyện Sóc Sơn 2022 - 2023) Đề 366**

Thực hiện các phép tính:

a)  $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left|-\frac{1}{2}\right|$

b)  $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{\sqrt{81}} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{\sqrt{81}} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$

**Lời giải**

a)  $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left|-\frac{1}{2}\right| = 3^2 - \left(\frac{9}{4} : \frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 3^3 + \frac{1}{2} = -\frac{35}{2}$

b)  $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{\sqrt{81}} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{\sqrt{81}} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}}\right) : \frac{2022}{2023}$

$$= \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}\right] : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{2022}{2023} = 0$$

**Câu 130. (HSG 7 huyện Nho Quan 2022 - 2023) Đề 368**

Thực hiện các phép tính

a)  $\sqrt{1 + \frac{5}{4}} + \sqrt{1 - \frac{7}{16}}$

b)  $\left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{1 + \frac{5}{4}} + \sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

b)  $\left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2}$

$$= \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

**Câu 131. (HSG 7 Bảo Thắng 2022 - 2023) Đề 371**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

**Lời giải**

$$A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$$



$$A = \left( \frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left( \frac{-25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2}$$

$$A = \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2}$$

$$A = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$



**CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS**

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 2: LŨY THỪA PHỐI HỢP CÁC PHÉP TÍNH**

**A. Trắc nghiệm.**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)**

Kết quả phép tính  $\frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$  là:

- A.  $\frac{12}{5}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{2}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} &= \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 3}{(2^3)^4 \cdot 3^{12} - (2 \cdot 3)^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)**

Biểu thức  $\frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$  có giá trị là:

- A. -2                      B. -1                      C. 0                      D. 1

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} &= \frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + 4 \right)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{13} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \left( \frac{19}{26} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1 \end{aligned}$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, năm 2021 - 2022)**

Kết quả phép tính  $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$  là:

- A.  $\frac{12}{5}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{2}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} A &= \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Nông, 2021 - 2022)**

Giá trị biểu thức  $P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2022^{0^{2023}} + |-0,4|$  là

**A.** 2.

**B.** 4.

**C.** 2022.

**D.** 2023.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2022^{0^{2023}} + |-0,4| = \frac{3}{5} + 1 + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} + 1 = 2$$

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 THCS Thị trấn Cà Nàng năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

**Câu 2. (HSG 7 TP Bắc Ninh năm 2022-2023)**

Tính  $\sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25}\right)^0 + \left|\frac{9}{10}\right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2}\right) : \frac{8^2}{4^4}$ ;

**Lời giải**

$$\sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25}\right)^0 + \left|\frac{9}{10}\right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2}\right) : \frac{8^2}{4^4} = \frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6}$$

**Câu 3. (HSG 7 Hoàng Hoá năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

**Câu 4. (HSG 7 Quận Hà Đông năm 2022-2023)**

Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$ ;

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3-1)} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 5. (HSG 7 H Bình Xuyên năm 2022-2023)**

Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^4} \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{-5}{12}\right)^3} - \frac{71}{5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^4} \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{-5}{12}\right)^3} - \frac{71}{5} = \frac{2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^2}{2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3} - \frac{71}{5} = \frac{72}{5} - \frac{71}{5} = \frac{1}{5}$$

**Câu 6. (HSG 7 Triệu Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện các phép tính:  $A = 1000 - \left\{(-5)^3 \cdot (-2)^3 - 11[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121)]\right\}.$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= 1000 - \left\{(-125) \cdot (-8) - 11[49 - 40 + 8 \cdot (121 - 121)]\right\} \\ &= 1000 - [1000 - 11 \cdot (9 + 8 \cdot 0)] = 1000 - (1000 - 11 \cdot 9) = 99 \end{aligned}$$

**Câu 7. (HSG 7 Liên Đường năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 9^3 - 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 9^3 - 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (1-3)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3-1)} = -1$$

**Câu 8. (HSG 7 Diễn Châu năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} &\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left(6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right) : \left(-\frac{4}{3}\right) \\ &= \left(6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right) : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -2 \end{aligned}$$

**Câu 9. (HSG 7 Hậu Lộc năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = 99^{99} - \left\{1, (3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90})\right]\right\}.$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\} \\
 A &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\} \\
 &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\} \\
 &= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - 5 \cdot 2^3 + (-7)^2 - \frac{1}{3} + 99^{99} \right\} \\
 &= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10
 \end{aligned}$$

Vậy  $A = -10$

**Câu 10. (HSG 7 Thái Hoa Nghệ An năm 2022-2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{2^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6(2 + 3^3)}{2^7(5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

**Câu 11. (HSG 7 Lục Ngạn năm 2022-2023)**

Tính  $B = 2 \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[ (5^2 + 2^3) : \frac{11}{2} - 6 \right] + 2023^0$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= 2 \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[ (5^2 + 2^3) : \frac{11}{2} - 6 \right] + 2023^0 = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[ (25 + 8) \cdot \frac{2}{11} - 6 \right] + 1 \\
 &= \frac{63}{6} \cdot \left[ 33 \cdot \frac{2}{11} - 6 \right] + 1 = \frac{63}{6} \cdot 0 + 1 = 1.
 \end{aligned}$$

**Câu 12. (HSG 7 Anh Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{2.5} \cdot 3^{2.4} - 2 \cdot (2.3)^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (2.3)^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 20} \\
 &= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**Câu 13. (HSG 7 Đô Lương năm 2022-2023)**

Tính  $A = \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot 2023 + \left(\frac{-4}{9}\right) \cdot 2022 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $A = \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot 2023 + \left(\frac{-4}{9}\right) \cdot 2022 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$= \frac{4}{9} \cdot 2023 - \frac{4}{9} \cdot 2022 + \frac{9}{4} = \frac{4}{9}(2023 - 2022) + \frac{9}{4} = \frac{4}{9} + \frac{9}{4} = \frac{16}{36} + \frac{81}{36} = \frac{97}{36}.$$

Vậy  $A = \frac{97}{36}.$

**Câu 14. (HSG 7 Nghi Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot (3^3)^3 \cdot 5 - 3 \cdot 5 \cdot (-2^2)^9 \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{10} - (2^2 \cdot 3)^{10}}$$

$$= \frac{2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5 + 2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5}{2^{19} \cdot 3^9 - 2^{20} \cdot 3^{10}} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5(2+1)}{2^{19} \cdot 3^9(1-2 \cdot 3)} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 3}{2^{19} \cdot 3^9 \cdot (-5)} = \frac{-3}{2}$$

**Câu 15. (HSG 7 Vĩnh Yên năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{7}{2}$$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Hiệp Hòa 2022-2023 lần 2)**

Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4(3-1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$$

**Câu 17. (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

**Lời giải**

$$B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (2 \cdot 3)^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

**Câu 18. (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)**

Tính giá trị của các biểu thức:

a)  $A = \sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{20222}{2023}\right)^0$

b)  $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

**Lời giải**

a)  $A = \sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2022}{2023}\right)^0$   
 $= \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1 = \sqrt{49} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 = 7 - \frac{3}{5} - 1 = 6 - \frac{3}{5} = \frac{27}{5}$

b)  $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{4}{5}$

**Câu 19. (HSG 7 Tân Kỳ năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{4^5 \cdot 9^4 + 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 6^8 \cdot 20}$

**Lời giải**

$$\frac{4^5 \cdot 9^4 + 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 + 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 3}{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1+3)}{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-5)} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot 4}{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (-4)} = -1$$

**Câu 20. (HSG 7 Ninh Bình năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính sau:  $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\frac{2^7}{5^7} \cdot 5^7 + \frac{3^6}{2^6} : \frac{3^3}{2^{12}}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9}$$

$$= \frac{2^7 + \frac{3^6}{2^6} \cdot \frac{2^{12}}{3^3}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^7 + 3^3 \cdot 2^6}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{2 + 27}{2 \cdot (25 + 4)} = \frac{29}{2 \cdot 29} = \frac{1}{2}$$

**Câu 21. (HSG 7 Quảng Ninh năm 2022-2023)**

Thực hiện các phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 9^3 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 9^3 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^2} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^2 (7+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 7 \cdot 6}{15} = \frac{1}{6} + 14 = 14 \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

**Câu 22. (HSG 7 huyện Tương Dương 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $\frac{2 \cdot 8^4 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \frac{2 \cdot 8^4 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} &= \frac{2 \cdot (2^3)^4 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} \\
 &= \frac{2 \cdot 2^{12} + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 5 \cdot 3^8} = \frac{2^{11} \cdot (2^2 + 3^9)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 5 \cdot 3)} = \frac{2 \cdot (2^2 + 3^9)}{3^7 \cdot (2^4 + 15)} = \frac{2 \cdot (4 + 19683)}{2187 \cdot (16 + 15)} = \frac{39374}{67797}
 \end{aligned}$$

**Câu 23. (HSG 7 TP Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{(-4)^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{(-4)^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{(-4)^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 6}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

**Câu 24. (HSG 7 huyện Thanh Trì 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{1}{55^2} \cdot 5^4 \cdot (-11)^2 \cdot 55^5 \cdot \left(\frac{1}{5^2}\right)^2 : (5^3 \cdot 11^6)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{55^2} \cdot 5^4 \cdot (-11)^2 \cdot 55^5 \cdot \left(\frac{1}{5^2}\right)^2 : (5^3 \cdot 11^6) \\
 &= \frac{1}{5^2 \cdot 11^2} \cdot 5^4 \cdot 11^2 \cdot 5^5 \cdot 11^5 \cdot \frac{1}{5^4} \cdot \frac{1}{5^3 \cdot 11^6} = \frac{1}{5^2 \cdot 11^2} \cdot 5^9 \cdot 11^7 \cdot \frac{1}{5^7 \cdot 11^6} = \frac{5^9 \cdot 11^7}{5^9 \cdot 11^8} = \frac{1}{11}
 \end{aligned}$$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Ninh Giang 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - (2 \cdot 3)^{11}} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$



**Câu 26. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt{1,21} + \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt{1,21} + \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} \\ &= \sqrt{\frac{49}{25}} - \sqrt{1,1^2} + \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{(2^3)^4 \cdot 3^{12} - (2 \cdot 3)^{11}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2} - 1,1 + \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{7}{5} - \frac{11}{10} + \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{3}{10} + \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{5} = \frac{11}{10} \end{aligned}$$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Lang Chánh 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$

**Lời giải**

$$C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})} = \frac{2^{13} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})} = \frac{2^{13} \cdot 5^7}{2^{10} \cdot 5^7} = 2^3 = 8$$

**Câu 28. (HSG 7 TP Bắc Giang 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $M = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$ .

**Lời giải**

$$M = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 3^{12} \cdot 5^6}{3^{15} \cdot 5^6 + 3^{12} \cdot 5^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^6 \cdot (5+1)}{3^{12} \cdot 5^6 \cdot (3^3 + 1)} = \frac{3^{12} \cdot 5^6 \cdot 6}{3^{12} \cdot 5^6 \cdot 28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Quê Võ 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $\left[ \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2013} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2014}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2013} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2014} = \left[ \frac{4}{11} \cdot 1 + \frac{7}{11} \right]^{2013} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{16^2} \right)^{2014} \\ &= \left( \frac{11}{11} \right)^{2013} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{1}{2^2} \right)^{2014} = 1^{2013} - 1^{2014} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 30. (HSG 7 TP Chí Linh 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{8^5 \cdot 25^7}{125^5 \cdot 4^7}$

Lời giải

$$\frac{8^5 \cdot 25^7}{125^5 \cdot 4^7} = \frac{(2^3)^5 \cdot (5^2)^7}{(5^3)^5 \cdot (2^2)^7} = \frac{2^{15} \cdot 5^{14}}{5^{15} \cdot 2^{14}} = \frac{2}{5}$$

**Câu 31. (HSG 7 huyện Nghĩa Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $A = 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 25 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right] : \left(\frac{3}{2}\right)^2$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 25 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right] : \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= 4 \cdot \frac{25}{16} + 25 \cdot \left[\frac{9}{16} : \frac{125}{64}\right] : \frac{9}{4} = \frac{25}{4} + 25 \cdot \left[\frac{9}{16} \cdot \frac{64}{125}\right] \cdot \frac{4}{9} \\ &= \frac{25}{4} + 25 \cdot \frac{9 \cdot 4}{125 \cdot 9} = \frac{25}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{25}{4} + \frac{16}{5} = \frac{189}{20} \end{aligned}$$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Nghi Xuân 2022 - 2023)**

Tính  $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Lời giải

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{13} \cdot 3^{11}}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (-5)} = \frac{-4}{5}$$

**Câu 33. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2022 - 2023)**

Tính giá trị của các biểu thức:  $A = \left(\frac{2}{3} - 0,75\right) : \sqrt{\frac{1}{16}} + \left[\frac{-2}{15} : \left(\frac{-2}{5}\right)^2\right] \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} + 6 \cdot \sqrt{\frac{25}{144}}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{2}{3} - 0,75\right) : \sqrt{\frac{1}{16}} + \left[\frac{-2}{15} : \left(\frac{-2}{5}\right)^2\right] \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} + 6 \cdot \sqrt{\frac{25}{144}}$$

$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} + \left[\frac{-2}{15} \cdot \frac{25}{4}\right] \cdot \frac{8}{5} + 6 \cdot \frac{5}{12}$$

$$A = \frac{-1}{12} \cdot 4 + \frac{-4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{-1}{3} + \frac{-4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$

**Câu 34. (HSG 7 huyện Mường Lát 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:

a)  $B = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$

b)  $C = \left| \frac{7}{9} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{9}{3} - \frac{18}{5} - \frac{27}{7}} \right| - \left| \frac{8}{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \right|$

Lời giải

$$a) B = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

$$B = \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot 5\right)^7 + \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9}$$

$$B = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{2^7 + (2^2 \cdot 3)^3}{2^7 \cdot (25 + 4)} = \frac{2^7 + 2^6 \cdot 3^3}{2^7 \cdot 29} = \frac{2^6 (2 + 3^3)}{2^7 \cdot 29} = \frac{2^6 \cdot 29}{2^7 \cdot 29} = \frac{1}{2}$$

$$b) C = \left| \frac{7}{9} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{7}} \right| - \left| \frac{8}{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \right|$$

$$C = \left| \frac{7}{9} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{7}} \right| - \left| \frac{8}{9} - \frac{2}{9} \right| = \left| \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \right| - \left| \frac{6}{9} \right| = \left| \frac{6}{9} \right| - \left| \frac{6}{9} \right| = 0$$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Tiên Hải 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$

Lời giải

$$B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{(2 \cdot 3)^8 \cdot 2^4 - (2^2)^5 \cdot (2 \cdot 3^2)^4}{(3^3)^3 \cdot (2^3)^4 - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^4 - 2^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^8 - 2^{14} \cdot 3^8}{3^9 \cdot 2^{12} - 3^9 \cdot 2^{13}} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 (1 - 2^2)}{3^9 \cdot 2^{12} (1 - 2)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot (-3)}{3^9 \cdot 2^{12} \cdot (-1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 3}{3^9 \cdot 2^{12} \cdot 1} = \frac{2^{12} \cdot 3^9}{3^9 \cdot 2^{12}} = 1$$

**Câu 36. (HSG 7 huyện Điện Bàn 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức sau  $A = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5 \cdot 0, (3)\sqrt{9} + \left| \frac{-2^2}{3} \right| : \left( -1\frac{1}{3} \right)$ .

Lời giải

$$A = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5 \cdot 0, (3)\sqrt{9} + \left| \frac{-2^2}{3} \right| : \left( -1\frac{1}{3} \right)$$

$$A = 3 \cdot 5 - 0,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{4}{3} : \left( -\frac{4}{3} \right) = 15 - 0,5 - 1 = 13,5$$

**Câu 37. (HSG 7 TP Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 38. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $C = \sqrt{25} + (2^2 \cdot 3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 2023^0 + \left|-\frac{1}{4}\right|$

**Lời giải**

$$C = \sqrt{25} + (2^2 \cdot 3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 2023^0 + \left|-\frac{1}{4}\right|$$

$$C = 5 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot \left(-\frac{1}{2^2}\right) + 1 + \frac{1}{4} = 5 - 36 + 1 + \frac{1}{4} = -\frac{119}{4}$$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Quỳnh Phụ 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính sau:  $\left[9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 6 \cdot \frac{1}{3}\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

**Lời giải**

$$\left[9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 6 \cdot \frac{1}{3}\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$$

$$= \left[9 \cdot \left(-\frac{1}{27}\right) - 6 \cdot \frac{1}{9} + \frac{19}{3}\right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right)$$

$$= \left[-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{19}{3}\right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -4$$

**Câu 40. (HSG 7 Thị xã Hoàng Mai 2022 - 2023)**

Tính:  $(-8)^2 : \left\{25 - 18 : \left[(5^2 + 2^3) : 11 - 2023^0\right]\right\}$ .

**Lời giải**

$$(-8)^2 : \left\{25 - 18 : \left[(5^2 + 2^3) : 11 - 2023^0\right]\right\}$$

$$= 64 : \{25 - 18 : [33 : 11 - 1]\}$$

$$= 64 : \{25 - 18 : 2\} = 64 : 16 = 4.$$

**Câu 41. (HSG 7 TX Hương Trà; huyện Mỹ Đức; huyện Sóc Sơn; huyện Hưng Hà; huyện Bình Long 2022 - 2023)**

Tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2}$$

**Câu 42. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4}$$

$$= \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 43. (HSG 7 huyện Cẩm Khê 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{32}{9}$$

**Câu 44. (HSG 7 trường Tri Thức – Đồng Nai 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính một cách hợp lí:  $\frac{2^{23} \cdot 9^{13} - 4^{10} \cdot 3^{27}}{5 \cdot 2^{20} \cdot 27^8}$

**Lời giải**

$$\frac{2^{23} \cdot 9^{13} - 4^{10} \cdot 3^{27}}{5 \cdot 2^{20} \cdot 27^8} = \frac{2^{23} \cdot 3^{26} - 2^{20} \cdot 3^{27}}{5 \cdot 2^{20} \cdot 3^{24}} = \frac{2^{20} \cdot 3^{26} (2^3 - 3)}{5 \cdot 2^{20} \cdot 3^{24}} = \frac{2^{20} \cdot 3^{26} \cdot 5}{5 \cdot 2^{20} \cdot 3^{24}} = 3^2 = 9$$

**Câu 45. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $M = \left[ \frac{4}{11} \cdot \left( \frac{1}{25} \right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} \cdot \frac{8^2}{4^2} \right)^{2023}$

**Lời giải**

$$M = \left[ \frac{4}{11} \cdot \left( \frac{1}{25} \right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} \cdot \frac{8^2}{4^2} \right)^{2023} = \left( \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right)^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^6}{2^4} \right)^{2023} = 1 - 1 = 0$$

**Câu 46. (HSG 7 huyện Yên Bình – Yên Bái 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức:  $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

**Lời giải**

Ta có:  $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

**Câu 47. (HSG 7 thị trấn Cành Nàng – huyện Bá Thước – Thanh Hóa 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $A = 3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^0$

**Lời giải**

$$A = 3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^0 = 3 \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{3} + 4 \cdot 1 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$$

**Câu 48. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)**

Rút gọn:  $A = \left(2 \left| \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}}\right) \cdot \left(0 \cdot (3) - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)^{2022}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left(2 \left| \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right| + \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}}\right) \cdot \left(0 \cdot (3) - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)^{2022} \\ &= \left(2 \left| -\frac{1}{4} \right| + \frac{2}{3} + \frac{2^3 \cdot (5+6)}{2^2 \cdot (15-4)}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)^{2022} \\ &= \left(2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + 2\right) \cdot (0)^{2022} = 0 \end{aligned}$$

Vậy  $A = 0$ .

**Câu 49. (HSG 7 trường THCS Lê Quý Đôn – Hà Đông 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5 + 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^9}{2^{19} \cdot 3^9 - 2^{20} \cdot 3^{10}}$$

$$A = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5(2+1)}{2^{19} \cdot 3^9 (1-2 \cdot 3)} = \frac{2^{18} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{19} \cdot 3^9 \cdot (-5)} = \frac{-3}{2}$$

Vậy  $A = \frac{-3}{2}$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Tiên Du – Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $C = \frac{(-2)^5 \cdot 6^4 + 9^2 \cdot 8^4}{(-12)^4}$

**Lời giải**

$$C = \frac{(-2)^5 \cdot 6^4 + 9^2 \cdot 8^4}{(-12)^4} = \frac{-2^5 \cdot (2 \cdot 3)^4 + (3^2)^2 \cdot (2^3)^4}{(-2^2 \cdot 3)^4}$$

$$= \frac{-2^5 \cdot 2^4 \cdot 3^4 + 3^4 \cdot 2^{12}}{2^8 \cdot 3^4} = \frac{-2^9 \cdot 3^4 + 3^4 \cdot 2^{12}}{2^8 \cdot 3^4} = \frac{2^9 \cdot 3^4 (-1 + 2^3)}{2^8 \cdot 3^4} = \frac{2^9 \cdot 3^4 \cdot 7}{2^8 \cdot 3^4} = 14$$

Vậy  $C = 14$ .

**Câu 51. (HSG 7 huyện Sông Lô – Vĩnh Phúc 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} + \frac{\frac{2}{7} - 0,4 - \frac{2}{9}}{2 - \frac{14}{5} - \frac{14}{9}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} + \frac{\frac{2}{7} - 0,4 - \frac{2}{9}}{2 - \frac{14}{5} - \frac{14}{9}} = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 3^{12} \cdot 5^6}{3^{15} \cdot 5^6 + 3^{12} \cdot 5^6} + \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} - \frac{1}{9}\right)}{14 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} - \frac{1}{9}\right)}$$

$$= \frac{3^{12} \cdot 5^6 (5+1)}{3^{12} \cdot 5^6 (3^3 + 1)} + \frac{2}{14} = \frac{6}{28} + \frac{2}{14} = \frac{3}{14} + \frac{2}{14} = \frac{5}{14}$$

**Câu 52. (HSG 7 trường Kỳ Đồng – huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng một phân số:

$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{\frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}}{0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}} + 1,2(3)$$

**Lời giải**

$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{\frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}}{0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}} + 1,2(3)$$

$$= \frac{(7^2)^5 \cdot (2^3)^{10}}{(2 \cdot 7)^7 \cdot 7^2 \cdot (2^2)^{13}} - \frac{7 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5}\right)}{8 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5}\right)} + \frac{12 \cdot (3)}{10}$$

$$= \frac{7^{10} \cdot 2^{30}}{2^7 \cdot 7^7 \cdot 7^2 \cdot 2^{26}} - \frac{7}{8} + \frac{12 + 0, (3)}{10}$$

$$= \frac{7}{2^3} - \frac{7}{8} + \frac{12 + 3 \cdot \frac{1}{9}}{10} = \frac{7}{8} - \frac{7}{8} + \frac{12 + \frac{1}{3}}{10} = 0 + \frac{37}{30} = \frac{37}{30}$$

**Câu 53. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{6^{11} - 3^{12} \cdot 8^4}{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}$

**Lời giải**

$$A = \frac{6^{11} - 3^{12} \cdot 8^4}{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120} = \frac{(2 \cdot 3)^{11} - 3^{12} \cdot (2^3)^4}{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + (2 \cdot 3)^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$= \frac{2^{11} \cdot 3^{11} - 3^{12} \cdot 2^{12}}{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (1 - 3 \cdot 2)}{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 + 5)} = \frac{3 \cdot (-5)}{2 \cdot 6} = \frac{-5}{4}$$

Vậy  $A = \frac{-5}{4}$ .

**Câu 54. (HSG 7 đề minh họa huyện Hưng Hà, trường Lê Quý Đôn 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $E = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^4 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$E = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^4 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$E = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^8 \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$E = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^8 \cdot 7^3 \cdot (5^2 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)}$$

$$E = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^8 \cdot 7^3 \cdot (25 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{18}{5 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{2}{5} = -\frac{7}{30}$$

Vậy  $E = -\frac{7}{30}$

**Câu 55. (HSG 7 trường Thái Hưng; trường Bắc Sơn, huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Tính:  $A = \left[ \frac{4}{11} \cdot 2018^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2023}$

**Lời giải**

$$A = \left[ \frac{4}{11} \cdot 2018^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2023}$$

$$= \left( \frac{4}{11} \cdot 1 + \frac{7}{11} \right)^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6} \right)^{2023}$$

$$= \left( \frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right)^{2022} - \left( \frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \right)^{2023} = \left( \frac{11}{11} \right)^{2022} - 1^{2023} = 1 - 1 = 0$$

Vậy  $A = 0$ .

**Câu 56. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{9 \cdot 6^9 \cdot 120 - 4^6 \cdot 9^6}{8^4 \cdot 3^{13} - 6^{12}}$

**Lời giải**



$$A = \frac{9 \cdot 6^9 \cdot 120 - 4^6 \cdot 9^6}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{12}} = \frac{3^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5 - 2^{12} \cdot 3^{12}}{2^{12} \cdot 3^{13} - 2^{12} \cdot 3^{12}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12} \cdot 5 - 2^{12} \cdot 3^{12}}{2^{12} \cdot 3^{12} (3-1)} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12} (5-1)}{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 2} = 2$$

**Câu 57. (Đề khảo sát HSG 7 lần 3 năm 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức sau:  $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

**Câu 58. (Đề thi thử HSG 7 huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{4^{12} \cdot 9^{10} - 8^8 \cdot 27^6}{2^{24} \cdot 81^5 + 6^6 \cdot 4^9 \cdot 9^7}$

**Lời giải**

$$A = \frac{4^{12} \cdot 9^{10} - 8^8 \cdot 27^6}{2^{24} \cdot 81^5 + 6^6 \cdot 4^9 \cdot 9^7} = \frac{2^{24} \cdot 3^{20} - 2^{24} \cdot 3^{18}}{2^{24} \cdot 3^{20} + 2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^{18} \cdot 3^{14}} = \frac{2^{24} \cdot 3^{18} (3^2 - 1)}{2^{24} \cdot 3^{20} (1+1)} = \frac{2^{24} \cdot 3^{18} (3^2 - 1)}{2^{24} \cdot 3^{20} (1+1)} = \frac{8}{3^2 \cdot 2} = \frac{4}{9}$$

**Câu 59. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Bùi Hữu Diên 2022 - 2023)**

Tính  $A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

**Lời giải**

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{27}}{5 \cdot 2^9 \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7 \cdot 2)} = 2$$

**Câu 60. (HSG 7 huyện Hưng Hà, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)**

Tính:  $A = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} - 0,2(3)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} - 0,2(3) \\ &= \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^{14} \cdot 3^{29} - 5 \cdot 2^5 \cdot 7^5 \cdot 2^{12}}{2 \cdot 3^3 \cdot 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 3^{14} - 2^2 \cdot 3 \cdot 2^{15} \cdot 7^5} - \frac{1}{10} \cdot 2, (3) \\ &= \frac{2^{15} \cdot 3^{30} \cdot 5 - 5 \cdot 2^{17} \cdot 7^5}{2^{15} \cdot 3^{31} - 2^{17} \cdot 3 \cdot 7^5} - \frac{1}{10} [2 + 0, (3)] \\ &= \frac{2^{15} \cdot 5 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)}{2^{15} \cdot 3 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)} - \frac{1}{10} [2 + 3 \cdot 0, (1)] \\ &= \frac{5}{3} - \frac{1}{10} \left[ 2 + 3 \cdot \frac{1}{9} \right] = \frac{5}{3} - \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5}{3} - \frac{7}{30} = \frac{43}{30} \end{aligned}$$

**Câu 61. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lê Tư Thành 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

**Câu 62. (HSG 7 huyện Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (6+1)} = \frac{2^{13} \cdot 3^{11}}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot 7} = \frac{2^2}{7} = \frac{4}{7}$$

**Câu 63. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + 0, (3)$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + 0, (3) = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} + \frac{3}{9}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

**Câu 64. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:

a)  $\sqrt{1 + \frac{9}{16}} : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{1 - \frac{80}{81}} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2$

b)  $\frac{25^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 49^2}{125^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{1 + \frac{9}{16}} : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{1 - \frac{80}{81}} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2$

$$= \sqrt{\frac{16+9}{16}} : \left(\frac{3}{12} - \frac{4}{12}\right)^2 + \sqrt{\frac{81-80}{81}} : \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right)^2$$

$$= \sqrt{\frac{25}{16}} : \left(-\frac{1}{12}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{81}} : \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{4} : \frac{1}{144} + \frac{1}{9} : \frac{1}{36} = \frac{5}{4} \cdot 144 + \frac{1}{9} \cdot 36 = 180 + 4 = 184$$

b)  $\frac{25^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 49^2}{125^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{(5^2)^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot (7^2)^2}{(5^3)^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot (2 \cdot 7)^3}$

$$= \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} = \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)} = \frac{5 \cdot (-6)}{1+8} = \frac{-30}{9} = -\frac{10}{3}$$

**Câu 65. (HSG 7 huyện Ý Yên, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{4^4 \cdot 9^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-6)^8 \cdot 20} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 6^{16} \cdot 4^3}{2 \cdot 9^8 \cdot 8^7 - 7 \cdot 27^5 \cdot 2^{22}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{4^4 \cdot 9^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-6)^8 \cdot 20} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 6^{16} \cdot 4^3}{2 \cdot 9^8 \cdot 8^7 - 7 \cdot 27^5 \cdot 2^{22}} \\ &= \frac{(2^2)^4 \cdot (3^2)^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-2 \cdot 3)^8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + (2 \cdot 3)^{16} \cdot (2^2)^3}{2 \cdot (3^2)^8 \cdot (2^3)^7 - 7 \cdot (3^3)^5 \cdot 2^{22}} \\ &= \frac{2^8 \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 2^{16} \cdot 3^{16} \cdot 2^6}{2 \cdot 3^{16} \cdot 2^{21} - 7 \cdot 3^{15} \cdot 2^{22}} \\ &= \frac{2^8 \cdot 3^8 (1 - 2^2 \cdot 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} (1 + 3)}{3^{15} \cdot 2^{22} (3 - 7)} \\ &= \frac{-11}{2^2 \cdot 6} - \frac{4}{-4} = \frac{-11}{24} + 1 = \frac{13}{24} \end{aligned}$$

**Câu 66. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 - 6^9 \cdot 240}{-8^4 \cdot 3^{13} + 2 \cdot 6^{11}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{4^6 \cdot 9^5 - 6^9 \cdot 240}{-8^4 \cdot 3^{13} + 2 \cdot 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} - 2^{13} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{13} + 2^{12} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 - 2 \cdot 5)}{2^{12} \cdot 3^{11} (-3^2 + 1)} = \frac{-9}{3 \cdot (-8)} = \frac{3}{8}$$

**Câu 67. (HSG 7 huyện Tam Dương 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

**Câu 68. (HSG 7 huyện Trực Ninh, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{7 \cdot 14^{10} \cdot 2 + 1024 \cdot 21 \cdot 7^{10}}{-10 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 98 + 28^5 \cdot 7^6}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{7 \cdot 14^{10} \cdot 2 + 1024 \cdot 21 \cdot 7^{10}}{-10 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 98 + 28^5 \cdot 7^6} \\ &= \frac{7 \cdot (2 \cdot 7)^{10} \cdot 2 + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^{10}}{-5 \cdot 2 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 2 \cdot 7^2 + (2^2 \cdot 7)^5 \cdot 7^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{7 \cdot 2^{10} \cdot 7^{10} \cdot 2 + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7^{11}}{-5 \cdot 2^{10} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 7^5 \cdot 7^6} \\
 &= \frac{2^{11} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7^{11}}{-5 \cdot 2^{10} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 7^{11}} \\
 &= \frac{2^{10} \cdot 7^{11} (2+3)}{2^{10} \cdot 7^{11} (-5+1)} = \frac{-5}{4}
 \end{aligned}$$

**Câu 69. (HSG 7 huyện Lục Ngạn, tỉnh Bắc Giang, 2022 - 2023)**

Tính  $A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}$   
 $0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5} = \frac{7^{10} \cdot 2^{30}}{2^7 \cdot 7^7 \cdot 7^2 \cdot 2^{26}} - \frac{7 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5}\right)}{8 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5}\right)} = \frac{7^{10} \cdot 2^{30}}{7^9 \cdot 2^{33}} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{7}{8} = 0$$

**Câu 70. (SG 7 huyện Lục Nam, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $A = \left( \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100$

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100.$$

$$A = \left( \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} + \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{\frac{-5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{378}{401} + 100$$

$$A = \left( \frac{3}{5} + \frac{3}{-5} \right) : \frac{378}{401} + 100 = 0 : \frac{378}{401} + 100 = 100$$

**Câu 71. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)} \\
 &= \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{-10}{3} = \frac{-19}{6}
 \end{aligned}$$

**Câu 72. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.(2^3)^4.(3^3)^2 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.5.2^3.3^8} \\ &= \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5} = \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2.31}{3.31} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 73. (HSG 7 huyện Hà Trung, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} \\ &= \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{20}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{20}}{5.2^{28}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} \\ &= \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = \frac{2^{29}.3^{18}}{2^{28}.3^{18}} = 2 \end{aligned}$$

**Câu 74. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{3^6.45^4 - 3^{13}.5^4}{27^4.25^3 + 45^6}$

**Lời giải**

$$B = \frac{3^6.45^4 - 3^{13}.5^4}{27^4.25^3 + 45^6} = \frac{3^{14}.5^4 - 3^{13}.5^4}{3^{12}.5^6 + 5^6.3^{12}} = \frac{3^{13}.5^4(3-1)}{3^{12}.5^6(1+1)} = \frac{3}{5^2} = \frac{3}{25}$$

**Câu 75. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{10^4.81 - 16.15^2}{4^4.675}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{10^4.81 - 16.15^2}{4^4.675} \\ &= \frac{2^4.5^4.3^4 - 2^4.3^2.5^2}{2^8.3^3.5^2} = \frac{2^4.3^2.5^2(5^2.3^2 - 1)}{2^8.3^3.5^2} \\ &= \frac{225 - 1}{2^4.3} = \frac{224}{2^4.3} = \frac{2^5.7}{2^4.3} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

**Câu 76. (HSG 7 huyện Ứng Hòa; huyện Bá Thước 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} \\
 &= \frac{2 \cdot 2^{12} \cdot 3^6 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 3^8} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 5 \cdot 3^8} \\
 &= \frac{2^{11} \cdot 3^6 (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 (2^4 + 5 \cdot 3)} = \frac{2 \cdot 31}{3 \cdot 31} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**Câu 77. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{6^4 \cdot 9}{4^2 \cdot 6^3 + 8^2 \cdot 9}$

**Lời giải**

$$B = \frac{6^4 \cdot 9}{4^2 \cdot 6^3 + 8^2 \cdot 9} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 3^3 + 2^6 \cdot 3^2} = \frac{2^4 \cdot 3^6}{2^6 \cdot 3^2 (2 \cdot 3 + 1)} = \frac{3^4}{2^2 \cdot 7} = \frac{81}{28}$$

**Câu 78. (HSG 7 huyện Tân Kỳ, tỉnh Nghệ An, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{2^3 \cdot 10 + 2^5 \cdot 4}{2^3 \cdot 15 - 2^4}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2^3 \cdot 10 + 2^5 \cdot 4}{2^3 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3 \cdot (10 + 2^2 \cdot 4)}{2^3 \cdot (15 - 2)} = \frac{26}{13} = 2$$

Vậy  $B = 2$

**Câu 79. (HSG 7 huyện Nam Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tính  $B = (7,5)^{2022} \cdot \frac{1}{78^{2023}} \cdot (-0,4)^{2022} \cdot (-26)^{2023}$

**Lời giải**

$$B = (7,5)^{2022} \cdot \frac{1}{78^{2023}} \cdot (-0,4)^{2022} \cdot (-26)^{2023}$$

$$B = \left[ (7,5)^{2022} \cdot (-0,4)^{2022} \right] \cdot \left[ \frac{1}{78^{2023}} \cdot (-26)^{2023} \right]$$

$$B = (-3)^{2022} \cdot \left( \frac{-1}{3} \right)^{2023} = (-3)^{2022} \cdot \frac{1}{(-3)^{2023}} = \frac{-1}{3}$$

**Câu 80. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$

**Lời giải**

$$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$$

$$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\}$$

$$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[ 5.8 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\} = 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10$$

**Câu 81. (HSG 7 huyện Mường La, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\frac{2^7}{5^7} \cdot 5^7 + \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2^4}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} \\ &= \frac{5^7 + \frac{3^6}{2^6} \cdot \frac{2^{12}}{3^6}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^7 + 2^6 \cdot 3^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Câu 82. (HSG 7 huyện Thuận Thành, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 - 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 - 5^9 \cdot 14^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{(2^2)^6 \cdot (3)^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - (5^2)^5 \cdot (7^2)^2}{(5^3)^3 \cdot 7^3 - 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 - 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 - 2^3)} \\ &= \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5(-6)}{-7} = \frac{1}{6} - \frac{30}{7} = \frac{-173}{42} \end{aligned}$$

**Câu 83. (HSG 7 huyện Chư Sê, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

**Lời giải**

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{29} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{1}{8}$$

**Câu 84. (HSG 7 huyện Thiệu Hoá 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $B = \frac{2^{10} \cdot 52 + 2^{12} \cdot 65}{2^{11} \cdot 52} + \frac{(-3)^{10} \cdot 11 + 3^9 \cdot 15}{3^8 \cdot 2^3 \cdot 6}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{2^{10} \cdot 52 + 2^{12} \cdot 65}{2^{11} \cdot 52} + \frac{(-3)^{10} \cdot 11 + 3^9 \cdot 15}{3^8 \cdot 2^3 \cdot 6} \\ &= \frac{2^{10} \cdot 2^2 \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{11} \cdot 2 \cdot 26} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^9 \cdot 3 \cdot 5}{3^8 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{12} \cdot 26} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} \\ &= \frac{2^{12} \cdot (13 + 65)}{2^{12} \cdot 26} + \frac{3^{10} \cdot (11 + 5)}{3^9 \cdot 16} = \frac{78}{26} + \frac{3^{10}}{3^9} = 3 + 3 = 6 \end{aligned}$$

**Câu 85. (HSG 7 huyện Đức Thọ, Hà Tĩnh, 2021 - 2022)**

Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{2^{2023} - 4 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3^{2023}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{2023} - 4 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3^{2023}} = \frac{2^{2023} - 2^2 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot 2^{2021} - 3 \cdot 3^{2022}} = \frac{2^2 \cdot 2^{2021} - 2^2 \cdot 3^{2022}}{3 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})} = \frac{4 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})}{3 \cdot (2^{2021} - 3^{2022})} = \frac{4}{3}$$

**Câu 86. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $C = \left[ \frac{2020}{2021} \cdot \left( \frac{1}{2022} \right)^0 + \frac{1}{4042} \cdot 2 \right]^{2021} + \left( \frac{1}{2^{100}} : \frac{8^{100}}{4^{200}} \right)^{2022}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} C &= \left[ \frac{2020}{2021} \cdot \left( \frac{1}{2022} \right)^0 + \frac{1}{4042} \cdot 2 \right]^{2021} + \left( \frac{1}{2^{100}} : \frac{8^{100}}{4^{200}} \right)^{2022} \\ &= \left[ \frac{2020}{2021} \cdot 1 + \frac{1}{2021} \right]^{2021} + \left( \frac{1}{2^{100}} : \frac{2^{300}}{2^{400}} \right)^{2022} = (1)^{2021} + (1)^{2022} = 2 \end{aligned}$$

**Câu 87. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2021 - 2022)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

**Câu 88. (HSG 7 huyện Tiên Hải 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$

**Lời giải**

$$B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 3^{12} \cdot 5^6}{3^{15} \cdot 5^6 + 3^{12} \cdot 5^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^6 \cdot (5 + 1)}{3^{12} \cdot 5^6 \cdot (3^3 + 1)} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$



**Câu 89. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)**

Tính giá trị biểu thức:  $M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$

**Lời giải**

$$M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}} = \frac{2016^{10} \cdot (1 + 2016)}{2016^{10} \cdot (1 - 2016)} = \frac{-2017}{2015}$$

**Câu 90. (HSG 7 20 - 20)**

Tính hợp lý các biểu thức sau:  $\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$

**Lời giải**

$$\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3 \cdot 5 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^2 \cdot 4} = \frac{2^3 \cdot (5 + 6)}{2^2 \cdot (15 - 4)} = \frac{2 \cdot 11}{11} = 2$$

**Câu 91. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2018^0 + |-0,4|$

**Lời giải**

$$P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2018^0 + |-0,4| = \frac{3}{5} + 1 + \frac{2}{5} = 2$$

**Câu 92. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)**

Tính giá trị biểu thức:  $P = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

**Lời giải**

$$P = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 8)} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$$

**Câu 93. (HSG 7 huyện Sơn Tây 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$

b)  $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

**Lời giải**

a)  $\frac{45}{19} - \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$

$$b) \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

**Câu 94. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 - 2019)**

Tính:  $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} = \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}$$

**Câu 95. (HSG 7 huyện Lục Nam 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$

**Lời giải**

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} = \frac{\frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^2}{2^4} \cdot (-1)}{\frac{2^2}{5^2} \cdot \left(-\frac{5^3}{3^3 \cdot 2^6}\right)} = \frac{-\frac{1}{2 \cdot 3}}{-\frac{5}{3^3 \cdot 2^4}} = \frac{3^2 \cdot 2^3}{5} = \frac{72}{5}$$

**Câu 96. (HSG 7 2021 - 2022)**

Tính  $B = \left[(0,1)^2\right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right]^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5\right]$

**Lời giải**

$$B = \left[(0,1)^2\right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right]^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5\right] = 1 + 49 \cdot \frac{1}{49} \cdot (2^6 : 2^5) = 1 + 2 = 3$$

**Câu 97. (HSG 7 Vinh, trường Nguyệt Ân 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau  $N = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

**Lời giải**

$$N = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

Vậy  $N = \frac{-1}{3}$

**Câu 98. (HSG 7 thành phố Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{3^{100} + 3^{101} + 3^{102}}{3^{102} + 3^{103} + 3^{104}} + \frac{\sqrt{64}}{6}$

**Lời giải**

$$B = \frac{3^{100} + 3^{101} + 3^{102}}{3^{102} + 3^{103} + 3^{104}} + \frac{\sqrt{64}}{6} = \frac{3^{100}(1+3+3^2)}{3^{102}(1+3+3^2)} + \frac{8}{6} = \frac{1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{13}{9}$$

**Câu 99. (HSG 7 huyện Như Xuân 2018 - 2019; huyện Thạch Thành 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

**Câu 100. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2018 - 2019)**

Tính  $A = 1000 - \left\{ 10^3 - 11 \cdot [(-7)^2 - 5 \cdot 2^3 + 8 \cdot (11^2 - 121)] \right\}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= 1000 - \left\{ 1000 - 11 \cdot [49 - 40 + 8 \cdot (121 - 121)] \right\} \\ &= 1000 - [1000 - 11 \cdot (9 + 8 \cdot 0)] = 1000 - (1000 - 11 \cdot 9) = 99 \end{aligned}$$

**Câu 101. (HSG 7 Tây Hồ 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{7 \cdot (2 \cdot 3^2)^5 \cdot 4 - (2^3 \cdot 3^2)^2 \cdot 3^6}{5 \cdot 2^6 \cdot 3^{10} + (2^3 \cdot 3^5)^2}$

**Lời giải**

$$B = \frac{7 \cdot (2 \cdot 3^2)^5 \cdot 4 - (2^3 \cdot 3^2)^2 \cdot 3^6}{5 \cdot 2^6 \cdot 3^{10} + (2^3 \cdot 3^5)^2} = \frac{7 \cdot 2^5 \cdot 3^{10} \cdot 2^2 - 2^6 \cdot 3^4 \cdot 3^6}{5 \cdot 2^6 \cdot 3^{10} + 2^6 \cdot 3^{10}} = \frac{2^6 \cdot 3^{10} \cdot (7 \cdot 2 - 1)}{2^6 \cdot 3^{10} \cdot (5 + 1)} = \frac{13}{6}$$

**Câu 102. (HSG 7 Trực Ninh 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau  $A = \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^7 \cdot 7^7 + \left(\frac{21}{4}\right)^3 : \left(\frac{7}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^7 \cdot 7^7 + \left(\frac{21}{4}\right)^3 : \left(\frac{7}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\left(\frac{2}{7} \cdot 7\right)^7 + \left(\frac{21}{4} \cdot \frac{16}{7}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} \\ &= \frac{2^7 + (3 \cdot 2^2)^3}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{2^7 + 3^3 \cdot 2^6}{2^7 \cdot (25 + 4)} = \frac{2^6(2 + 27)}{2^7 \cdot 29} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{1}{2}$ .

**Câu 103. (HSG 7)**

Tính  $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} = \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}$$

**Câu 104. (HSG 7)**

Tính  $P = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$

**Lời giải**

$$P = \frac{2^{19} \cdot (3^3)^3 + 3 \cdot 5 \cdot (2^2)^9 \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{10} + (3 \cdot 2^2)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} + 3^{10} \cdot 2^{20}} = \frac{2^{18} \cdot 3^2 \cdot (2+5)}{3^9 \cdot 2^{19} \cdot (1+3 \cdot 2)} = \frac{1}{2}$$

**Câu 105. (HSG 7 huyện Vị Thanh; huyện Bồ Trạch 2017 - 2018)**

Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3-1)} = \frac{1}{3}$$

**Câu 106. (HSG 7 trường thực hành Sài Gòn 2017 - 2018)**

Tính giá trị biểu thức  $M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$

**Lời giải**

$$M = \frac{2016^{10} \cdot (1 + 2016)}{2016^{10} \cdot (1 - 2016)} = \frac{-2017}{2015}$$

**Câu 107. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)**

Tính:  $C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

**Lời giải**

$$C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (1-2 \cdot 3)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot (-5)} = \frac{-4}{5}$$

**Câu 108. (HSG 7 Đức Thọ 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $\frac{27^{10} + 9^{10}}{27^5 + 3 \cdot 9^{12}}$

**Lời giải**

$$\frac{27^{10} + 9^{10}}{27^5 + 3 \cdot 9^{12}} = \frac{(3^3)^{10} + (3^2)^{10}}{(3^3)^5 + 3 \cdot (3^2)^{12}} = \frac{3^{30} + 3^{20}}{3^{15} + 3^{25}} = \frac{3^{20} \cdot (3^{10} + 1)}{3^{15} \cdot (3^{10} + 1)} = 3^5 = 243.$$

**Câu 109. (HSG 7 Bảo Thắng 2022 - 2023)**

Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4}$$

$$= \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 5 \cdot 3^8} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2 \cdot 31}{3 \cdot 31} = \frac{2}{3}$$

**Câu 110. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot 5\right)^7 + \left(\frac{9}{4} : \frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

**Câu 111. (HSG 7 huyện Đông Sơn, trường THCS Nguyễn Chí 2017 - 2018)**

Rút gọn biểu thức  $B = \frac{2 \cdot 8^4 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 112. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)**

Tính:  $A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$

**Lời giải**

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{-3}{2}$$

**Câu 113. (HSG 7 huyện Anh Sơn, trường THCS Tào Sơn 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{9}{16} - \frac{13}{6} = \frac{8}{9} - \frac{13}{6} = \frac{-23}{18}$$

**Câu 114. (HSG 7 Sơn Động 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{4^{20} \cdot 25^{20}}{10^{40}} - \frac{9}{11} \cdot \frac{17}{23} + \frac{9}{11} \cdot \frac{-6}{23}$

**Lời giải**

$$A = \frac{4^{20} \cdot 25^{20}}{10^{40}} - \frac{9}{11} \cdot \frac{17}{23} + \frac{9}{11} \cdot \frac{-6}{23} = \frac{2^{40} \cdot 5^{40}}{2^{40} \cdot 5^{40}} - \frac{9}{11} \left(\frac{17}{23} + \frac{6}{23}\right) = 1 - \frac{9}{11} \cdot 1 = \frac{2}{11}$$

**Câu 115. (HSG 7 trường Hồng Thái, Sơn Dương 2017 - 2018)**

Tính:  $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} = \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}$$

**Câu 116. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 13^3}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} E &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 13^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^4 \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 13^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^4 \cdot 7^3 \cdot (5^6 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^4 \cdot 7^3 \cdot (5^6 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\ &= \frac{1}{6} - \frac{5^6 - 7}{5^5 \cdot 9} = \frac{-2429}{6250} \end{aligned}$$

**Câu 117. (HSG 7 cấp huyện 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính:

a)  $A = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$

b)  $B = \left[\frac{4}{11} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2\right]^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4}\right)^{2009}$

**Lời giải**

a)  $A = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = -\frac{35}{2}$

b)  $B = \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right)^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6}\right) = 1 - 1 = 0$

**Câu 118. (HSG 7 huyện Tam Dương 2017 - 2018)**

Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675}$

**Lời giải**

$$A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4 \cdot 675} = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 3^4 - 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2}$$

$$= \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot (5^2 \cdot 3^2 - 1)}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} = \frac{225 - 1}{2^4 \cdot 3} = \frac{224}{2^4 \cdot 3} = \frac{14}{3}$$

**Câu 119. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)**

Tính:  $2^4 + 8 \left[ (-2)^2 : \frac{1}{2} \right]^0 - 2^{-2} \cdot 4 + (-2)^2$

**Lời giải**

$$2^4 + 8 \left[ (-2)^2 : \frac{1}{2} \right]^0 - 2^{-2} \cdot 4 + (-2)^2 = 16 + 8 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 4 + 4 = 27$$

**Câu 120. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)**

Tính  $\left[ 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2$

**Lời giải**

$$\left[ 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 = \left( 6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1 \right) : \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} + 2\right) : \frac{16}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{2}$$

**Câu 121. (HSG 7 trường Lê Quý Đôn, Tứ Kỳ; huyện Việt Yên 2016 - 2017)**

Tính:  $B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2011}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$

**Lời giải**

$$B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2011}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot (-1)}{2^2 \cdot \frac{-5^3}{(3 \cdot 2^2)^3}} = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{5}{3^3 \cdot 2^4}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3^3 \cdot 2^4}{5} = \frac{72}{5}$$

**Câu 122. (HSG 7 huyện Nho Quan 2022 - 2023; Nga Sơn 2016 - 2017)**

Thực hiện phép tính  $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

**Câu 123. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 124. (HSG 7 huyện Thanh Hà 2016 - 2017)**

Tính  $(6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & (6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4) \\ &= (3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}) : (2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8) \\ &= [2^{19} \cdot 3^{19} \cdot (1 + 2 \cdot 3)] : [2^{18} \cdot 3^9 \cdot (2 + 5)] \\ &= (2 \cdot 7) : 7 = 2 \end{aligned}$$

**Câu 125. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016 - 2017)**

Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

**Lời giải**

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 - 1)} = \frac{1}{3}$$

**Câu 126. (HSG 7 trường Hồng Đà, Tam Nông 2015 - 2016)**

Tính giá trị biểu thức:  $\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$

**Lời giải**

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{2^{12} \cdot 78}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16} = 3 + 3 = 6$$



**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**

**DẠNG 3: TÍNH TỔNG CÁC SỐ TỰ NHIÊN ĐƯỢC LẬP TỪ MỘT CHỮ SỐ**

**A. Trắc nghiệm**

**B. Tự luận**

**Câu 1. (Bổ sung)**

Tính tổng tự nhiên:  $A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{10}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } A &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{10} - 1) \\ &= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{10}) - 10 = \underbrace{111\dots1}_{10} \cdot 10 - 10 = \underbrace{111\dots1}_{9} \cdot 100. \end{aligned}$$

**Câu 2. (Bổ sung)**

Tính tổng tự nhiên:  $C = 5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\dots5}_{10}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } C = 5 \left( 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{10} \right) \quad (10 \text{ số } 1)$$

$$9C = 5 \left( 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{10} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{10} - 1) \\ &= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{10}) - 10 = \underbrace{111\dots1}_{9} \cdot 10 - 10 = \underbrace{111\dots1}_{8} \cdot 100 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C = \frac{5 \cdot \underbrace{111\dots1}_{8} \cdot 100}{9} = \frac{\underbrace{555\dots5}_{8} \cdot 500}{9}$$

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 4: TÍNH TỔNG DÃY PHÂN SỐ CÓ QUY LUẬT**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1.** (HSG 7 huyện Thanh Sơn, Phú Thọ 2021 - 2022)

Giá trị của biểu thức  $\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31}$  là:

- A.  $\frac{26}{150}$ .                      B.  $\frac{150}{26}$ .                      C.  $\frac{31}{150}$ .                      D.  $\frac{150}{31}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31} \\ &= \frac{5.5}{1.6} + \frac{5.5}{6.11} + \dots + \frac{5.5}{26.31} \\ &= 5 \cdot \left( \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \dots + \frac{5}{26.31} \right) \\ &= 5 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right) \\ &= 5 \cdot \left( 1 - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \frac{30}{31} = \frac{150}{31} \end{aligned}$$

**Câu 2.** (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho  $A = \frac{-1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$ . Giá trị biểu thức  $B = 4|A| + \frac{1}{3^{100}}$  là

- A. 0.                                      B. 1.                                      C. -1.                                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}} \\ \Rightarrow 3A &= -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}} \\ \Rightarrow 3A + A &= \left( -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}} \right) + \left( -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}} \right) \\ \Rightarrow 4A &= \frac{1}{3^{100}} - 1 \Rightarrow A = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) \\ \text{Do } 3^{100} > 1 &\Rightarrow \frac{1}{3^{100}} < 1 \Rightarrow \frac{1}{3^{100}} - 1 < 0 \Rightarrow A = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) < 0 \Rightarrow |A| = -A \\ \Rightarrow B &= 4|A| + \frac{1}{3^{100}} = -4A + \frac{1}{3^{100}} \\ &= -4 \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) + \frac{1}{3^{100}} = -\left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) + \frac{1}{3^{100}} = -\frac{1}{3^{100}} + 1 + \frac{1}{3^{100}} = 1 \end{aligned}$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)**

Giá trị của  $Q = \frac{2}{1.3} + \frac{1}{2.3} + \frac{2}{6.5} + \frac{5}{10.15} + \frac{2}{7.15} + \frac{7}{21.28} + \frac{8}{28.36} + \frac{1}{4.45} + \frac{10}{45.55}$  là

- A. 1.                      B.  $\frac{99}{100}$ .                      C.  $\frac{53}{55}$ .                      D.  $\frac{54}{55}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$Q = \frac{2}{1.3} + \frac{1}{2.3} + \frac{2}{6.5} + \frac{5}{10.15} + \frac{2}{7.15} + \frac{7}{21.28} + \frac{8}{28.36} + \frac{1}{4.45} + \frac{10}{45.55}$$

$$Q = \frac{2}{1.3} + \frac{3}{6.3} + \frac{4}{6.10} + \frac{5}{10.15} + \frac{6}{21.15} + \frac{7}{21.28} + \frac{8}{28.36} + \frac{9}{36.45} + \frac{10}{45.55}$$

$$Q = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{28} + \frac{1}{28} - \frac{1}{36} + \frac{1}{36} - \frac{1}{45} + \frac{1}{45} - \frac{1}{55}$$

$$Q = 1 - \frac{1}{55} = \frac{54}{55}.$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2022 - 2023) Đề 375**

Cho biểu thức  $N = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$ . Khẳng định đúng là

- A.  $N < \frac{3}{16}$ .                      B.  $N > \frac{3}{16}$ .                      C.  $\frac{3}{16} < N < \frac{3}{4}$ .                      D.  $N > \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$N = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$$

$$3N = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$$

$$3N + N = \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}\right).$$

$$4N = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$$

$$\frac{4N}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}} - \frac{1}{3^{100}} - \frac{100}{3^{101}}$$

$$4N + \frac{4N}{3} = 1 - \frac{100}{3^{100}} - \frac{1}{3^{100}} - \frac{100}{3^{101}}$$

$$\frac{16N}{3} = 1 + \left(\frac{100}{3^{100}} + \frac{1}{3^{100}} + \frac{100}{3^{101}}\right).$$

Vì  $\frac{100}{3^{100}} + \frac{1}{3^{100}} + \frac{100}{3^{101}} > 0$  nên  $\frac{16N}{3} < 1$ .

Vậy  $N < \frac{3}{16}$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện Lạng Giang 2022 - 2023)**

Kết quả của phép tính  $A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$  là:

A. 75

B. 86

C. 76

D. 126

Lời giải

**Chọn C**

$$A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2+1) \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{(3+1) \cdot 3}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{(16+1) \cdot 16}{2}$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{17 \cdot 16}{2}$$

$$A = 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{17}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot [2 + 3 + 4 + \dots + 17]$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{(17+2) \cdot 16}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{19 \cdot 16}{2} = 19 \cdot 4 = 76$$

## B. Tự luận

**Câu 1.** (HSG 7 TP Bắc Ninh năm 2022-2023)

Tính:  $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}$

Lời giải

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}$$

$$= 4 \cdot \left( \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{5}{8 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} \right)$$

$$= 4 \cdot \left( \frac{4-3}{3 \cdot 4} + \frac{7-4}{4 \cdot 7} + \frac{8-7}{7 \cdot 8} + \frac{13-8}{8 \cdot 13} + \frac{16-13}{13 \cdot 16} + \frac{21-16}{16 \cdot 21} \right)$$

$$= 4 \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} \right)$$

$$= 4 \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = 4 \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{7}$$

**Câu 2.** (HSG 7 Thái Hoa Nghệ An năm 2022-2023)

Tính giá trị của biểu thức:  $B = \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.7} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{50.103} \right) : \frac{102}{103}$

Lời giải

$$B = \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.7} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{50.103} \right) : \frac{102}{103}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{100.103} \right) : \frac{102}{103}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \right) : \frac{102}{103}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{102}{103} \cdot \frac{103}{102} = \frac{2}{3}$$

**Câu 3. (HSG 7 Đô Lương năm 2022-2023)**

Chúng minh.  $99 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & 99 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( 1 - \frac{1}{3} \right) + \left( 1 - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( 1 - \frac{1}{100} \right) \\ &= \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{3}{3} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( \frac{100}{100} - \frac{1}{100} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } 99 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}.$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Đô Lương; trường Lí Nam Đế, huyện Hưng Hà 2022 - 2023; tỉnh Bắc Giang 2012 - 2013)**

Cho:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$  và  $P = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2022}$ .

Tính  $(S - P)^{2022}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - 2 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022} \right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1011} \right) \\ &= \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2022} = P \\ \Rightarrow S - P &= 0 \Rightarrow (S - P)^{2022} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 5. (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $D = \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} D &= \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147} \\ &= \frac{-1}{7.13} + \frac{-1}{13.19} + \frac{-1}{19.25} + \frac{-1}{25.31} + \frac{-1}{31.37} \\ &= \frac{-1}{6} \left( \frac{6}{7.13} + \frac{6}{13.19} + \frac{6}{19.25} + \frac{6}{25.31} + \frac{6}{31.37} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{-1}{6} \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{37} \right)$$

$$= \frac{-1}{6} \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{37} \right) = \frac{-1}{6} \cdot \frac{30}{259} = \frac{-5}{259}$$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình 2022 - 2023)**

Rút gọn:  $A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

$$A = \frac{1}{100} - \left( \frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left( 1 - \frac{1}{100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - 1 + \frac{1}{100} = \frac{2}{100} - 1 = \frac{1}{50} - 1 = -\frac{49}{50}$$

**Câu 7. (HSG 7 Thi thử huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:

a)  $S = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{2023.2026}$

b)  $P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}}$

**Lời giải**

a)  $S = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{2023.2026}$

$$\Rightarrow S \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{2023.2026}$$

$$= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2026}$$

$$= 1 - \frac{1}{2026} = \frac{2025}{2026}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2025}{2026} : \frac{3}{2} = \frac{675}{1013}$$

b)  $P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2022-1}{1} + \frac{2022-2}{2} + \frac{2022-3}{3} + \dots + \frac{2022-2020}{2020} + \frac{2022-2021}{2021}} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2022}{1} + \frac{2022}{2} + \frac{2022}{3} + \dots + \frac{2022}{2020} + \frac{2022}{2021} - \left( \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{2020}{2020} + \frac{2021}{2021} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 \cdot \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right) - 2021} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 + 2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right) - 2021} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{1 + 2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} \right)} = \frac{1}{2022}
 \end{aligned}$$

**Câu 8. (HSG 7 Thành phố Bắc Giang 2022 - 2023)**

Chứng minh rằng  $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{4047}{2023^2 \cdot 2024^2} < 1$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 &\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{4047}{2023^2 \cdot 2024^2} \\
 &= \frac{2^2 - 1^2}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{3^2 - 2^2}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{4^2 - 3^2}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{2024^2 - 2023^2}{2023^2 \cdot 2024^2} \\
 &= \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2} - \frac{1}{2024^2} = 1 - \frac{1}{2024^2}
 \end{aligned}$$

Ta thấy  $1 - \frac{1}{2024^2} < 1$

Do vậy  $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{4047}{2023^2 \cdot 2024^2} < 1$

**Câu 9. (HSG 7 TX Bim Sơn 2022 - 2023; huyện Trục Ninh 2018 - 2019; huyện Tam Dự 2017 - 2018)**

Thực hiện phép tính  $\frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1} \\ &= \frac{1}{99.97} - \left( \frac{1}{97.95} + \frac{1}{95.93} + \dots + \frac{1}{5.3} + \frac{1}{3.1} \right) \\ &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{95} - \frac{1}{97} + \frac{1}{93} - \frac{1}{95} + \dots + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + 1 - \frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{97} \right) \\ &= \frac{1}{99.97} - \frac{1}{2} \cdot \frac{96}{97} = \frac{1}{99.97} - \frac{48}{97} = \frac{-4751}{9603} \end{aligned}$$

**Câu 10. (HSG 7 Thành phố Chí Linh 2022 - 2023)**

Chứng minh  $S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{4}{4^4} + \dots + \frac{2023}{4^{2023}} < \frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{4}{4^4} + \dots + \frac{2023}{4^{2023}}$$

$$\text{Nên ta có } 4S = 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2023}{4^{2022}}$$

$$4S - S = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2022}} - \frac{2023}{4^{2023}}$$

$$3S < 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2022}}$$

$$\text{Đặt } A = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2022}}$$

$$4A = 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^{2021}}$$

$$4A - A = 4 - \frac{1}{4^{2022}}$$

$$\Rightarrow 3A < 4 \Rightarrow A < \frac{4}{3}$$

$$\text{Suy ra } S < \frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{4}{4^4} + \dots + \frac{2023}{4^{2023}} < \frac{1}{2}$$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2022 - 2023)**

Cho tổng  $S = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{12^2} + \dots + \frac{1}{2024^2} + \frac{1}{2025^2}$ . So sánh  $S$  với 1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \quad (k \in \mathbb{N}, k > 1)$$

Thay  $k = 10; 11; 12; \dots; 2025$  ta được



$$\frac{1}{10^2} < \frac{1}{9 \cdot 10}; \frac{1}{11^2} < \frac{1}{10 \cdot 11}; \frac{1}{12^2} < \frac{1}{11 \cdot 12} \dots; \frac{1}{2024^2} < \frac{1}{2023 \cdot 2024}$$

$$\text{Suy ra } S < \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}$$

$$\Rightarrow S < \frac{1}{9} - \frac{1}{2025} < 1$$

Vậy  $S < 1$ .

**Câu 12. (HSG 7 huyện Mường Lát 2022 - 2023)**

Cho  $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$ . Chứng minh:  $A < \frac{3}{16}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$$

$$3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$$

$$3A + A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$$

$$4A = \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \right) - \frac{100}{3^{100}} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}}$$

$$3B = 3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}}$$

$$3B + B = 3 - \frac{1}{3^{99}}$$

$$4B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 4A < \frac{3}{4} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{4}$$

$$\text{Do đó } A < \frac{3}{16}$$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Tiền Hải 2022 - 2023)**

Cho  $M = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{53.55}$ . Tính  $M$  và so sánh  $M$  với  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$M = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{53.55}$$

$$= 3 \cdot \left( \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \frac{1}{9.11} + \dots + \frac{1}{53.55} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} + \dots + \frac{2}{53.55} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{5-3}{3 \cdot 5} + \frac{7-5}{5 \cdot 7} + \frac{9-7}{7 \cdot 9} + \frac{11-9}{9 \cdot 11} + \dots + \frac{55-53}{53 \cdot 55} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{53} - \frac{1}{55} \right) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{55} \right) = \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{55-3}{165} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{52}{165} = \frac{26}{55}
 \end{aligned}$$

Ta có  $M = \frac{26}{55} < \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

**Câu 14. (HSG 7 Trường THCS Đồng Xuân – Phúc Yên 2022 - 2023)**

Cho  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$ . Chứng minh rằng  $\frac{7}{12} < A < \frac{5}{6}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\
 &= \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) - \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{9} \right) - \dots - \left( \frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) - \frac{1}{100} \\
 &= \frac{5}{6} - \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) - \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{9} \right) - \dots - \left( \frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) - \frac{1}{100} < \frac{5}{6} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900} \\
 A &= \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \right) + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900} = \frac{7}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900} > \frac{7}{12} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta suy ra điều phải chứng minh.

**Câu 15. (HSG 7 huyện Điện Bàn 2022 - 2023)**

Cho biểu thức:  $P = \frac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \frac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \frac{7}{(3 \cdot 4)^2} + \dots + \frac{19}{(9 \cdot 10)^2}$ . Hãy so sánh  $P$  với 1.

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } P &= \frac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \frac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \frac{7}{(3 \cdot 4)^2} + \dots + \frac{19}{(9 \cdot 10)^2} \\
 &= \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 16} + \dots + \frac{19}{81 \cdot 100} \\
 &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

$$P = 1 - \frac{1}{100} < 1$$

Vậy  $P < 1$ .

**Câu 16. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $B = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \dots + \frac{1}{98.100}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \dots + \frac{1}{98.100} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{100} = \frac{49}{200}
 \end{aligned}$$

**Câu 17. (HSG 7 Thị xã Hoàng Mai 2022 - 2023)**

Tính:  $\frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023} \\
 &= \frac{1}{(1+3).3} + \frac{1}{(1+4).4} + \frac{1}{(1+5).5} + \dots + \frac{1}{(1+2023).2023} \\
 &= \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \frac{2}{5.6} + \dots + \frac{2}{2023.2024} \\
 &= 2 \left( \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2023.2024} \right) \\
 &= 2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2024} \right) = \frac{2021}{3036}.
 \end{aligned}$$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Hưng Hà (đề minh họa) 2022 - 2023)**

Tính  $A = \frac{2.2023}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2.2023}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023}} \\
 \text{Ta có: } &1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2023} \\
 &= 1 + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{4.3} + \frac{1}{5.4} + \dots + \frac{1}{2024.2023} \\
 &= 1 + \frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{2023.2024} \\
 &= 1 + 2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} \right) \right] \\
 &= 1 + 2 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2024} \right) = 1 + 1 - \frac{1}{1012} = 2 - \frac{1}{1012} = \frac{2023}{1012}
 \end{aligned}$$

$$\text{Nên } A = \frac{2 \cdot 2023}{\frac{2023}{1012}} = 2024$$

$$\text{Vậy } A = 2024$$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Quan Sơn 2022 - 2023)**

$$\text{Tính bằng cách hợp lý: } S = \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + \left(-\frac{1}{7}\right)^1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2023}$$

**Lời giải**

$$S = \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + \left(-\frac{1}{7}\right)^1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2023}$$

$$S = 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \dots - \frac{1}{7^{2023}} ;$$

$$7S = 7 - 1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} - \dots - \frac{1}{7^{2022}}$$

$$8S = 7 - \frac{1}{7^{2023}} \Rightarrow S = \frac{7^{2024} - 1}{8 \cdot 7^{2023}}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{7^{2024} - 1}{8 \cdot 7^{2023}}$$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Quan Sơn 2022 - 2023)**

$$\text{Cho } C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \text{ và}$$

$$D = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}$$

$$\text{Tính } I = (C - D)^{2021} + 2022.$$

**Lời giải**

$$\text{Có } C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1011}\right)$$

$$= \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} = D$$

$$\text{Suy ra } C = D.$$

$$\text{Vậy } I = (C - D)^{2021} + 2022 = 2022$$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Nông Cống 2022 - 2023)**

$$\text{Tính: } C = \left(\frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{44 \cdot 49}\right) \cdot \frac{1 - 3 - 5 - 7 - \dots - 49}{90}.$$

**Lời giải**

$$C = \left( \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{90}$$

$$C = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(3+5+7+\dots+49)}{90}$$

$$C = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(52 \cdot 24 : 2)}{90} = \frac{9}{4.49} \cdot \frac{-623}{90} = -\frac{9}{4.49} \cdot \frac{7.89}{90} = \frac{-89}{280}.$$

Vậy  $C = \frac{-89}{280}$ .

**Câu 22. (HSG 7 tỉnh Thái Bình 2022 - 2023)**

Tính:  $A = \left( \frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$ .

**Lời giải**

$$A = \left( \frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$$

$$A = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(3+5+7+\dots+49)}{623}$$

$$A = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(52 \cdot 24 : 2)}{623} = \frac{9}{4.49} \cdot \frac{-623}{623} = -\frac{9}{4.49} = -\frac{9}{196}.$$

Vậy  $A = -\frac{9}{196}$ .

**Câu 23. (HSG 7 trường THCS Lê Quý Đôn – Hà Đông 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{1}{2.15} + \frac{1}{15.3} + \frac{1}{3.21} + \dots + \frac{6}{87.90}$

**Lời giải**

$$B = \frac{6}{12.15} + \frac{6}{15.18} + \frac{6}{18.21} + \dots + \frac{6}{87.90} = 2 \left( \frac{3}{12.15} + \frac{3}{15.18} + \dots + \frac{3}{87.90} \right)$$

$$B = 2 \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{87} - \frac{1}{90} \right) = 2 \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{90} \right) = \frac{39}{270}$$

Vậy  $B = \frac{39}{270}$ .

**Câu 24. (HSG 7 trường Phạm Đôn Lễ - huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Tính

$$A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2022}(1+2+3+\dots+2022)$$

**Lời giải**

$$A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2022}(1+2+3+\dots+2022)$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2) \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+3) \cdot 3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{(1+4) \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{2022} \cdot \frac{(1+2022) \cdot 2022}{2}$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{2022} \cdot \frac{2023 \cdot 2022}{2}$$

$$A = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2023}{2}$$

$$A = \frac{2+3+4+5+\dots+2023}{2}$$

$$A = \frac{(2+2023) \cdot 2022}{4} = 1023637,5$$

Vậy  $A = 1023637,5$

**Câu 25. (HSG 7 trường Trần Thái Tông, Hưng Hà 2022 - 2023; huyện Hà Trung 2021 - 2022)**

Tính:  $A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

**Lời giải**

$$A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2+1) \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{(3+1) \cdot 3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{(4+1) \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{(20+1) \cdot 20}{2}$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$$

$$A = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{21}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (2+3+4+5+\dots+21)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(21+2) \cdot 20}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{20 \cdot 23}{2} = 115$$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính :  $B = \frac{10}{7 \cdot 12} + \frac{10}{12 \cdot 17} + \frac{10}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{10}{2012 \cdot 2017} + \frac{10}{2017 \cdot 2022}$

**Lời giải**

$$B = \frac{10}{7 \cdot 12} + \frac{10}{12 \cdot 17} + \frac{10}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{10}{2012 \cdot 2017} + \frac{10}{2017 \cdot 2022}$$

$$= 2 \cdot \left( \frac{5}{7 \cdot 12} + \frac{5}{12 \cdot 17} + \frac{5}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{5}{2012 \cdot 2017} + \frac{5}{2017 \cdot 2022} \right)$$

$$= 2 \cdot \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2017} + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2022} \right)$$

$$= 2 \cdot \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{2022} \right) = 2 \cdot \frac{2022-7}{2022 \cdot 7} = \frac{2015}{7077}$$

Vậy  $B = \frac{2015}{7077}$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính :  $\frac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \frac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \frac{7}{(3 \cdot 4)^2} + \dots + \frac{19}{(9 \cdot 10)^2}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{19}{(9.10)^2} \\ &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \dots + \frac{19}{81.100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

**Câu 28. (HSG 7 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$C = 2023 - \frac{1}{2}(1+2) - \frac{1}{3}(1+2+3) - \frac{1}{4}(1+2+3+4) - \dots - \frac{1}{2022}(1+2+3+\dots+2022)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} C &= 2023 - \frac{1}{2}(1+2) - \frac{1}{3}(1+2+3) - \frac{1}{4}(1+2+3+4) - \dots - \frac{1}{2022}(1+2+3+\dots+2022) \\ &= 2023 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2) \cdot 2}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+3) \cdot 3}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{(1+4) \cdot 4}{2} - \dots - \frac{1}{2022} \cdot \frac{(1+2022) \cdot 2022}{2} \\ &= 2023 - \frac{3}{2} - \frac{4}{3} - \frac{5}{2} - \dots - \frac{2023}{2} \\ &= 2023 - \frac{3+4+5+\dots+2023}{2} = 2023 - \frac{(3+2023) \cdot 2021}{4} = \frac{-4086454}{4} \end{aligned}$$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Duyên Hải 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức

$$B = 1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4) + \dots + (1+2+3+\dots+16)$$

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính tổng các số hạng của dãy số cách đều

$$1+2+3+\dots+n = \frac{(1+n)n}{2} \text{ ta có:}$$

$$1+2 = \frac{(1+2)2}{2}; 1+2+3 = \frac{(1+3)3}{2}; 1+2+3+4 = \frac{(1+4)4}{2}; \dots;$$

$$1+2+3+\dots+16 = \frac{(1+16)16}{2}$$

$$\text{Khi đó: } B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2) \cdot 2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+3) \cdot 3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{(1+4) \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{(1+16) \cdot 16}{2}$$

$$B = \frac{2+3+4+5+\dots+17}{2}$$

$$\frac{(2+17) \cdot 16}{2}$$

$$B = \frac{2}{2} \quad (\text{Áp dụng công thức tính tổng các số hạng của dãy số cách đều})$$

$$B = 152$$

$$\text{Vậy } B = 152$$

**Câu 30. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $M = 2 - \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \frac{9}{10} + \frac{11}{15} - \frac{13}{21} + \frac{15}{28} - \frac{17}{36} + \frac{19}{45}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} M &= 2 - \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \frac{9}{10} + \frac{11}{15} - \frac{13}{21} + \frac{15}{28} - \frac{17}{36} + \frac{19}{45} \\ &= 2 \left( 1 - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72} + \frac{19}{90} \right) \\ &= 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) = 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right) = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

**Câu 31. (HSG 7 tỉnh Ninh Bình; trường Vũ Thị Thục, Hưng Hà 2022 - 2023)**

Cho biểu thức  $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$ . Tính giá trị biểu thức

$$B = 4|A| + \frac{1}{3^{100}}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}} \\ 3A &= -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}} \\ 3A + A &= \left( -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}} \right) + \left( -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}} \right) \\ 4A &= \frac{1}{3^{100}} - 1 \Rightarrow A = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) \\ \text{Do } 3^{100} > 1 &\Rightarrow \frac{1}{3^{100}} < 1 \Rightarrow \frac{1}{3^{100}} - 1 < 0 \Rightarrow A = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) < 0 \end{aligned}$$

Khi đó:  $|A| = -A$

$$\begin{aligned} \Rightarrow B &= 4|A| + \frac{1}{3^{100}} = -4A + \frac{1}{3^{100}} \\ &= -4 \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) + \frac{1}{3^{100}} = - \left( \frac{1}{3^{100}} - 1 \right) + \frac{1}{3^{100}} = -\frac{1}{3^{100}} + 1 + \frac{1}{3^{100}} = 1 \end{aligned}$$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Nho Quan 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \frac{5^2}{11.16} + \dots + \frac{5^2}{56.61} + \frac{5^2}{61.66}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \frac{5^2}{11.16} + \dots + \frac{5^2}{56.61} + \frac{5^2}{61.66} \\ &= 5 \left( \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \dots + \frac{5}{56.61} + \frac{5}{61.66} \right) \\ &= 5 \left( 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{56} - \frac{1}{61} + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} \right) \end{aligned}$$



$$= 5 \left( 1 - \frac{1}{66} \right) = 5 \cdot \frac{65}{66} = \frac{325}{66}$$

Vậy  $A = \frac{325}{66}$ .

**Câu 33. (HSG 7 huyện Thanh Miện, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{1}{12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022}$ .

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022}$$

$$= \frac{7}{7.12} + \frac{7}{12.17} + \frac{7}{17.22} + \frac{7}{22.27} + \dots + \frac{7}{2017.2022}$$

$$A = \frac{7}{5} \left( \frac{5}{7.12} + \frac{5}{12.17} + \frac{5}{17.22} + \frac{5}{22.27} + \dots + \frac{5}{2017.2022} \right)$$

$$A = \frac{7}{5} \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2022} \right)$$

$$A = \frac{7}{5} \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{7}{5} \cdot \frac{2015}{7.2022} = \frac{403}{2022}$$

**Câu 34. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $P = \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{4.5.6} + \dots + \frac{1}{2019.2020.2021} + \frac{1}{2020.2021.2022}$

**Lời giải**

$$P = \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{4.5.6} + \dots + \frac{1}{2019.2020.2021} + \frac{1}{2020.2021.2022}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{2020.2021} - \frac{1}{2021.2022} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2.3} - \frac{1}{2021.2022} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{337.2021 - 1}{2021.2022} = \frac{340538}{2021.2022} = \frac{170269}{2021.1011} = \frac{170269}{2042220}$$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Cao Lộc, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2019.2021} + \frac{1}{2021.2023}$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2019.2021} + \frac{1}{2021.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2019.2021} + \frac{2}{2021.2023} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{1011}{2023}$$

**Câu 36. (HSG 7 Thành phố Vũng Tàu, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \frac{5}{208} + \dots + \frac{5}{9700}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \frac{5}{208} + \dots + \frac{5}{9700} \\ &= \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10 \cdot 13} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{13 \cdot 16} + \dots + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{97 \cdot 100} \\ &= \frac{5}{3} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = \frac{5}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{100} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{100} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

**Câu 37. (HSG 7 huyện Cửa Lò, tỉnh Nghệ An, 2020 - 2021)**

Thực hiện phép tính:

$$A = \left( -\frac{1}{2} \right) + \left( -\frac{1}{6} \right) + \left( -\frac{1}{12} \right) + \left( -\frac{1}{20} \right) + \left( -\frac{1}{30} \right) + \left( -\frac{1}{42} \right) + \left( -\frac{1}{56} \right) + \left( -\frac{1}{72} \right) + \left( -\frac{1}{90} \right).$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( -\frac{1}{2} \right) + \left( -\frac{1}{6} \right) + \left( -\frac{1}{12} \right) + \left( -\frac{1}{20} \right) + \left( -\frac{1}{30} \right) + \left( -\frac{1}{42} \right) + \left( -\frac{1}{56} \right) + \left( -\frac{1}{72} \right) + \left( -\frac{1}{90} \right). \\ &= - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} \right) \\ &= - \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) \\ &= - \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ &= - \left( 1 - \frac{1}{10} \right) = -\frac{9}{10}. \end{aligned}$$

**Câu 38. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $M = \frac{1}{2.6} + \frac{1}{3.8} + \frac{1}{4.10} + \dots + \frac{1}{498.998} + \frac{1}{499.1000}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2.6} + \frac{1}{3.8} + \frac{1}{4.10} + \dots + \frac{1}{498.998} + \frac{1}{499.1000} \\ &= \frac{2}{4.6} + \frac{2}{6.8} + \frac{2}{8.10} + \dots + \frac{2}{996.998} + \frac{2}{998.1000} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{996} - \frac{1}{998} + \frac{1}{998} - \frac{1}{1000} = \frac{1}{4} - \frac{1}{1000} = \frac{249}{1000} \end{aligned}$$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Mường La, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{95}{44.49} - \frac{19.54}{49.54}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{93}{44.49} - \frac{103}{49.54} \\ &= \frac{4+9}{4.9} - \frac{9+14}{9.14} + \frac{14+19}{14.19} - \frac{19+24}{19.24} + \dots + \frac{44+49}{44.49} - \frac{49+54}{49.54} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{19} - \frac{1}{19} - \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{44} + \frac{1}{49} - \frac{1}{49} - \frac{1}{54} = \frac{1}{4} - \frac{1}{54} = \frac{25}{108}$$

**Câu 40. (HSG 7 huyện Quảng Trạch, tỉnh Quảng Bình, 2021 - 2022)**

Chứng minh rằng với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$  ta có:  $A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{12}$ .

**Lời giải**

Với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$  ta có:  $A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3}$

$$\Rightarrow 2A = \frac{2}{3^3} + \frac{2}{4^3} + \frac{2}{5^3} + \dots + \frac{2}{n^3}$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{3^3} < \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}$$

$$\frac{2}{4^3} < \frac{2}{3.4.5} = \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5}$$

$$\frac{2}{5^3} < \frac{2}{4.5.6} = \frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6}$$

.....

$$\frac{2}{n^3} < \frac{2}{(n-1).n(n+1)} = \frac{1}{(n-1).n} - \frac{1}{n.(n+1)}$$

$$\Rightarrow 2A = \frac{2}{3^3} + \frac{2}{4^3} + \frac{2}{5^3} + \dots + \frac{2}{n^3} < \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \frac{1}{4.5} - \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} - \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow 2A < \frac{1}{2.3} - \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow A < \frac{1}{12} - \frac{1}{2n(n+1)} < \frac{1}{12}$$

Vậy  $A = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{12}$  (với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ ).

**Câu 41. (HSG 7 huyện Đức Thọ, tỉnh Hà Tĩnh, 2021 - 2022)**

Tính giá trị của biểu thức  $Q = \frac{3}{1.2} - \frac{5}{2.3} + \frac{7}{3.4} - \dots + \frac{2019}{1009.1010} - \frac{2021}{1010.1011}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } Q = \frac{3}{1.2} - \frac{5}{2.3} + \frac{7}{3.4} - \dots + \frac{2019}{1009.1010} - \frac{2021}{1010.1011}$$

$$= \frac{1+2}{1.2} - \frac{2+3}{2.3} + \frac{3+4}{3.4} - \dots + \frac{1009+1010}{1009.1010} - \frac{1010+1011}{1010.1011}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \dots + \left(\frac{1}{1009} + \frac{1}{1010}\right) - \left(\frac{1}{1010} + \frac{1}{1011}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} - \frac{1}{1010} - \frac{1}{1011}$$

$$= 1 - \frac{1}{1011} = \frac{1010}{1011}$$

**Câu 42. (HSG 7 huyện 2016 - 2017)**

Thực hiện phép tính:  $\left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(12.50+25)}{89} = -\frac{5.9.7.89}{5.4.7.7.89} = -\frac{9}{28} \end{aligned}$$

**Câu 43. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)**

Tính  $E = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{100}(1+1+2+\dots+100)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} E &= 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{100}(1+1+2+\dots+100) \\ &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{100} \cdot \frac{100.101}{2} \\ &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{101}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{101}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+101) - \frac{1}{2} = 2575 \end{aligned}$$

Vậy  $E = 2575$

**Câu 44. (HSG 7 Lê Hồng Phong 2018 - 2019)**

Tính nhanh :  $N = \frac{1}{1000} - \frac{1}{1000.999} - \frac{1}{999.998} - \frac{1}{998.997} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{1000} - \left(\frac{1}{1000.999} + \frac{1}{999.998} + \frac{1}{998.997} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1}\right) \\ &= \frac{1}{1000} - \left(\frac{1}{999} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{998} - \frac{1}{999} + \frac{1}{997} - \frac{1}{998} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{1000} - \left(1 - \frac{1}{1000}\right) = \frac{499}{500} \end{aligned}$$

**Câu 45. (HSG 7 huyện Bát Xát 2022 - 2023)**

Thực hiện các phép tính:  $D = \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} D &= \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31} \\ D &= 5 \left(\frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \dots + \frac{5}{26.31}\right) \end{aligned}$$

$$= 5 \left( 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right)$$

$$= 5 \left( 1 - \frac{1}{31} \right) = 5 \left( \frac{31}{31} - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \frac{30}{31} = \frac{150}{31}$$

Vậy  $D = \frac{150}{31}$ .

**Câu 46. (HSG 7 huyện Kim Thành 2022 - 2023)**

Tính nhanh giá trị của biểu thức sau  $A = \frac{1}{11.14} + \frac{1}{14.17} + \frac{1}{17.20} + \dots + \frac{1}{38.41}$ .

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{11.14} + \frac{1}{14.17} + \frac{1}{17.20} + \dots + \frac{1}{38.41}$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{3}{11.14} + \frac{3}{14.17} + \frac{3}{17.20} + \dots + \frac{3}{38.41} \right)$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{14-11}{11.14} + \frac{17-14}{14.17} + \frac{20-17}{17.20} + \dots + \frac{41-38}{38.41} \right)$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{14}{11.14} - \frac{11}{11.14} + \frac{17}{14.17} - \frac{14}{14.17} + \frac{20}{17.20} - \frac{17}{17.20} + \dots + \frac{41}{38.41} - \frac{38}{38.41} \right)$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{38} - \frac{1}{41} \right)$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{41} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{30}{451} = \frac{10}{451}$$

Vậy  $A = \frac{10}{451}$ .

**Câu 47. (HSG 7 trường Quang Trung 2018 - 2019)**

Thực hiện phép tính:  $B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{99}{1} + \frac{98}{2} + \frac{97}{3} + \dots + \frac{1}{99}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{99}{1} + \frac{98}{2} + \frac{97}{3} + \dots + \frac{1}{99}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{100-1}{1} + \frac{100-2}{2} + \frac{100-3}{3} + \dots + \frac{100-99}{99}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\left( \frac{100}{1} + \frac{100}{2} + \frac{100}{3} + \dots + \frac{100}{99} \right) - \left( \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{99}{99} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{100 + 100 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} \right) - 99} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{1 + 100 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{100 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right)} = \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

**Câu 48. (HSG 7 huyện Tam Nông 2018 - 2019)**

Tính:  $B = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{2011.2013}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{2011.2013} \\
 &= \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} \\
 &= 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013}
 \end{aligned}$$

**Câu 49. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2018 - 2019)**

Cho  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$  và

$P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$ . Tính  $(S - P)^{2016}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } P &= \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \\
 &= \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} \right) \\
 &= \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2014} \right) \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} = S
 \end{aligned}$$

Do đó  $(S - P)^{2016} = 0$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Sơn Dương 2016 - 2017)**

Tính  $B = \frac{1}{19} + \frac{9}{19.29} + \frac{9}{29.39} + \frac{9}{39.49} + \dots + \frac{9}{1999.2009}$

**Lời giải**

$$B = \frac{1}{19} + \frac{9}{19.29} + \frac{9}{29.39} + \frac{9}{39.49} + \dots + \frac{9}{1999.2009}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{9}{9.19} + \frac{9}{19.29} + \frac{9}{29.39} + \frac{9}{39.49} + \dots + \frac{9}{1999.2009} \\
 &= \frac{9}{10} \left( \frac{10}{9.19} + \frac{10}{19.29} + \frac{10}{29.39} + \frac{10}{39.49} + \dots + \frac{10}{1999.2009} \right) \\
 &= \frac{9}{10} \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{29} + \frac{1}{29} - \frac{1}{39} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2009} \right) \\
 &= \frac{9}{10} \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{2009} \right) = \frac{200}{2009}
 \end{aligned}$$

**Câu 51.** (HSG 7 huyện Quê Sơn năm học 2018 - 2019; huyện Kim Sơn 2017 - 2018; trường Đức Thắng, Hiệp Hòa 2016 - 2017)

Tính:  $P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$

**Lời giải**

$$P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$$

$$P = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{16.17}{2}$$

$$P = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{17}{2}$$

$$P = \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+17-1) = 76.$$

**Câu 52.** (HSG 7 huyện Thanh Oai, trường THCS Hồng Dương năm học 2017 - 2018)

Tính:  $B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$

**Lời giải**

$$B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$$

$$B = \frac{1}{(-3)} + \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{50}} + \frac{1}{(-3)^{51}}$$

$$-\frac{1}{3}B = \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{51}} + \frac{1}{(-3)^{52}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}B = \frac{1}{-3} - \frac{1}{(-3)^{52}} = \frac{-3^{51}-1}{3^{52}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{-3^{51}-1}{4.3^{51}}$$

**Câu 53.** (HSG 7 huyện Đức Thọ năm học 2017 - 2018)

Thực hiện phép tính:  $\left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50} \right) \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217}$

**Lời giải**

$$\left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50} \right) \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{7} \cdot \left( 1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{43} - \frac{1}{50} \right) \cdot \frac{5 - (1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 49)}{217} \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \left( 1 - \frac{1}{50} \right) \cdot \frac{5 - (12 \cdot 50 + 25)}{217} \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{5 - 625}{7 \cdot 31} \\
 &= -\frac{7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 31}{7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 31} \\
 &= -\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

**Câu 54. (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt 2017 - 2018; trường Giao Tân 2016 - 2017)**

Rút gọn  $A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 1.1) A &= \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1} \\
 A &= \frac{1}{100} - \left( \frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \\
 A &= \frac{1}{100} - \left( 1 - \frac{1}{100} \right) = \frac{-49}{50}
 \end{aligned}$$

**Câu 55. (HSG 7 trường thực hành Sài Gòn 2017 - 2018)**

Tính nhanh :  $N = \frac{1}{1000} - \frac{1}{1000.999} - \frac{1}{999.998} - \frac{1}{998.997} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{1}{1000} - \left( \frac{1}{1000.999} + \frac{1}{999.998} + \frac{1}{998.997} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right) \\
 &= \frac{1}{1000} - \left( \frac{1}{999} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{998} - \frac{1}{999} + \frac{1}{997} - \frac{1}{998} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{1000} - \left( 1 - \frac{1}{1000} \right) = \frac{499}{500}
 \end{aligned}$$

**Câu 56. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)**

Tính:  $P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$

**Lời giải**

$$P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$$



$$\begin{aligned}
 &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{2012} \cdot \frac{2012.2013}{2} \\
 &= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2013}{2} = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+2013) \\
 &= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+2013-1) = \frac{1}{2}\left(\frac{2012 \cdot 2013}{2} - 1\right) = \frac{2025077}{2}
 \end{aligned}$$

**Câu 57. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

**Câu 58. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2015 - 2016)**

Thực hiện phép tính:  $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50}\right) \cdot \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50}\right) \cdot \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217} \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{43} - \frac{1}{50}\right) \cdot \frac{5 - (1+3+5+7+\dots+49)}{217} \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right) \cdot \frac{5 - (12.50 + 25)}{217} \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{5 - 625}{7.31} = \frac{7.7.2.2.5.31}{7.2.5.5.7.31} = -\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

**Câu 59. (HSG 7 trường Nghĩa Điền, Tư Nghĩa 2017 - 2018)**

Tính tổng:  $A = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2011.2013}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2011.2013} \\
 &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} = 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013}
 \end{aligned}$$

**Câu 60. (HSG 7 Thi thử Hiệp Hòa 2022 - 2023 lần 2)**

Cho  $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$ . Chứng minh rằng:  $A < \frac{25}{36}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2} \\
 \Rightarrow A &< \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{999.1000} \\
 \Rightarrow A &< \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{999} - \frac{1}{1000}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$$

$$\Rightarrow A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36} \text{ (đpcm)}$$

$$\text{Vậy } A < \frac{25}{36}.$$



**CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS**

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 5: TÍNH TỔNG TỰ NHIÊN DẠNG TÍCH**

**A. Trắc nghiệm**

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Trì 2022 - 2023)**

So sánh hai biểu thức  $A$  và  $B$  biết  $A = 2.1 + 2.3 + 2.5 + \dots + 2.97 + 2.99$  và  $B = 2.2 + 2.4 + 2.6 + \dots + 2.98 + 100$

**Lời giải**

Ta có:  $A = 2.1 + 2.3 + 2.5 + \dots + 2.97 + 2.99$

$$B = 2.2 + 2.4 + 2.6 + \dots + 2.98 + 100$$

$$\Rightarrow B - A = \underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{49 \text{ số}} + 100 - 2.99$$

$$B - A = 2 \cdot 49 + 2 \cdot 50 - 2 \cdot 99$$

$$B - A = 2 \cdot (49 + 50 - 99) = 0$$

$$\Rightarrow B - A = 0 \Rightarrow A = B$$

Vậy  $A = B$ .

**Câu 2. (HSG 7 huyện Nghi Xuân 2022 - 2023)**

Tính kết quả của biểu thức  $B = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 17 + \dots + 93 \cdot 97 + 97 \cdot 101$

**Lời giải**

$$B = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 17 + \dots + 93 \cdot 97 + 97 \cdot 101$$

$$12A = 1 \cdot 5 \cdot 12 + 5 \cdot 9 \cdot 12 + 9 \cdot 13 \cdot 12 + 13 \cdot 17 \cdot 12 + \dots + 93 \cdot 97 \cdot 12 + 97 \cdot 101 \cdot 12$$

$$12A = 1.5 \cdot (9 + 3) + 5.9 \cdot (13 - 1) + 9.13 \cdot (17 - 5) + 13.17 \cdot (21 - 9)$$

$$+ \dots + 93.97 \cdot (101 - 89) + 97.101 \cdot (105 - 93)$$

$$12A = 1.5.9 + 1.5.3 - 1.5.9 + 5.9.13 - 5.9.13 + 9.13.17 - 9.13.17 + \dots - 89.93.97 + 93.97.101 - 93.97.101 + 97.101.105$$

$$12A = 97.101.105 + 15$$

$$\Rightarrow A = \frac{97.101.105 + 15}{12} = 85725.$$

Vậy  $A = 85725$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)**

Cho  $f(x) = x^2 + x$ . Tính tổng  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(47) + f(48)$

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = x^2 + x \Rightarrow f(x) = x(x+1)$

$$M = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(47) + f(48)$$

$$M = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 47.48 + 48.49$$

$$3M = 1.2(3-0) + 2.3(4-1) + 3.4(5-2) + \dots + 47.48(49-46) + 48.49(50-47)$$

$$3M = 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + \dots + 47.48.49 - 46.47.48 + 48.49.50 - 47.48.49$$

$$3M = 48.49.50$$

$$\Rightarrow M = \frac{48.49.50}{3} = 39200$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Châu Đức năm học 2018-2019; huyện Tiền Hải 2016 - 2017)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$

**Lời giải**

$$B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$$

$$\Rightarrow 4B = 1.2.3.4 + 2.3.4.(5-1) + 3.4.5.(6-2) + \dots + 17.18.19.(20-16)$$

$$4B = 1.2.3.4 + 2.3.4.5 - 1.2.3.4 + 3.4.5.6 - 2.3.4.5 + \dots + 17.18.19.20 - 16.17.18.19$$

$$4B = 17.18.19.20$$

$$\Rightarrow B = 17.18.19.5 = 29070$$

Vậy  $B = 29070$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)**

Tính giá trị biểu thức:  $B = \frac{1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10}{3.4 + 6.8 + 9.12 + 12.16 + 15.20}$

**Lời giải**

$$B = \frac{1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10}{3.4 + 6.8 + 9.12 + 12.16 + 15.20}$$

Ta có:  $3.4 + 6.8 + 9.12 + 12.16 + 15.20$

$$= 6.1.2 + 6.2.4 + 6.3.6 + 6.4.8 + 6.5.10$$

$$= 6.(1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10)$$

$$\Rightarrow B = \frac{1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10}{6.(1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10)} = \frac{1}{6}$$

**CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS**

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 6: TÍNH TÍCH**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1.** (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, năm 2021 - 2022)

Rút gọn biểu thức:  $A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right)$  ta được

- A.**  $A = \frac{3}{2}$ .      **B.**  $A = \frac{2021}{2022}$ .      **C.**  $A = \frac{2023}{2}$ .      **D.**  $A = \frac{2}{2021}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \dots \frac{2023}{2022} = \frac{2023}{2}.$$

Vậy chọn đáp án C.

**Câu 2.** (HSG 7 Đề khảo sát lần 3, 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức:  $B = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+\dots+2021}\right)$

- A.**  $\frac{671}{2021}$ .      **B.**  $\frac{2023}{6063}$ .      **C.**  $\frac{2019}{6063}$ .      **D.**  $\frac{2020}{6063}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$B = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+\dots+2021}\right)$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2) \cdot 2}{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+3) \cdot 3}{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+4) \cdot 4}{2}}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2021) \cdot 2021}{2}}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \dots \frac{2022 \cdot 2021 - 2}{2021 \cdot 2022} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \dots \frac{2021 \cdot 2022 - 2}{2021 \cdot 2022}$$

$$= \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} \cdot \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} \dots \frac{2020 \cdot 2023}{2021 \cdot 2022} = \frac{2023}{6063}$$

**Câu 3.** (HSG 7 Đề khảo sát lần 3, 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức:  $\left(\frac{3}{4} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \dots \left(\frac{3^{2018}}{2021} - 81\right)$

- A.** 0.      **B.** 1.      **C.** 2021.      **D.**  $3^{2021}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\left(\frac{3}{4} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \dots \left(\frac{3^{2018}}{2021} - 81\right)$$

Ta thấy: trong dãy số trên có  $\frac{3^6}{9} - 81 = 0$ .

$$\text{Do đó } \left(\frac{3}{4} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{3^{2018}}{2021} - 81\right) = 0.$$

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 TP Thanh Hoá năm 2022-2023)**

$$\text{Cho } A = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right) \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2019} - 1\right) \left(\frac{1}{2020} - 1\right) \left(\frac{1}{2021} - 1\right)$$

$$B = \left(-1\frac{1}{2}\right) \left(-1\frac{1}{3}\right) \left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-1\frac{1}{2019}\right) \left(-1\frac{1}{2020}\right)$$

Tính giá trị biểu thức  $M = A \cdot B$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right) \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2019} - 1\right) \left(\frac{1}{2020} - 1\right) \left(\frac{1}{2021} - 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-\frac{2018}{2019}\right) \left(-\frac{2019}{2020}\right) \left(-\frac{2020}{2021}\right) \quad (2020 \text{ thừa số}) \\ &= \frac{1}{2021} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(-1\frac{1}{2}\right) \left(-1\frac{1}{3}\right) \left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-1\frac{1}{2019}\right) \left(-1\frac{1}{2020}\right) \\ &= \left(-\frac{3}{2}\right) \left(-\frac{4}{3}\right) \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-\frac{2020}{2019}\right) \left(-\frac{2021}{2020}\right) \quad (2019 \text{ thừa số}) \\ &= \frac{-2021}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } M = A \cdot B = \frac{1}{2021} \cdot \frac{-2021}{2} = \frac{-1}{2}$$

**Câu 2. (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)**

$$\text{Tính giá trị biểu thức: } B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{1}{2023} \end{aligned}$$

**Câu 3. (HSG 7 Hậu Lộc năm 2022-2023)**

$$\text{Tính tích } P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{7}{2900}\right).$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{7}{2900}\right) \\ &= \frac{2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 51 \cdot 57}{1 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 50 \cdot 58} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 51}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50} \cdot \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 57}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 58} = \frac{51 \cdot 8}{58} = \frac{204}{29} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{204}{29}.$$

**Câu 4. (HSG 7 Lập Thạch-Thanh Hoá năm 2022-2023)**

$$\text{Tính bằng cách hợp lí: } B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right) \\ &= \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{5}{6}\right) \left(\frac{9}{10}\right) \left(\frac{14}{15}\right) \dots \left(\frac{209}{210}\right) = \left(\frac{4}{6}\right) \left(\frac{10}{12}\right) \left(\frac{18}{20}\right) \left(\frac{28}{30}\right) \dots \left(\frac{418}{420}\right) \\ &= \frac{(1.4).(2.5).(3.6).(4.7).....(19.22)}{(2.3).(3.4).(4.5).(5.6).....(20.21)} = \frac{(1.2.3.....19).(4.5.6.7.....22)}{(2.3.4.....20).(3.4.5.6.....21)} = \frac{11}{30} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{11}{30}$$

**Câu 5. (HSG 7 TX Hương Trà 2022 - 2023)**

$$\text{Tính: } B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$$

**Lời giải**

$$B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} = \frac{\frac{8}{27} \cdot \frac{9}{16} \cdot (-1)}{\frac{4}{25} \cdot \frac{125}{1728}} = \frac{-1}{6} \cdot \frac{-5}{432} = \frac{1}{6} \cdot \frac{432}{5} = \frac{72}{5}$$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Yên Bình – Yên Bái 2022 - 2023)**

$$\text{Tính giá trị các biểu thức: } C = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{400}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} C &= \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{400}\right) \\ C &= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \dots \frac{399}{400} = \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \dots \frac{19.21}{20.20} = \frac{(1.2.3...19)(3.4.5...21)}{(2.3.4...20)(2.3.4.5...20)} \end{aligned}$$

$$C = \frac{21}{20.2} = \frac{21}{40}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{21}{40}.$$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Nông Công 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$C = \left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{90}.$$

**Lời giải**

$$C = \left( \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{90}$$

$$C = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(3+5+7+\dots+49)}{90}$$

$$C = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{1-(52 \cdot 24 : 2)}{90} = \frac{9}{4.49} \cdot \frac{-623}{90} = -\frac{9}{4.49} \cdot \frac{-7.89}{90} = \frac{-89}{280}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{-89}{280}$$

**Câu 8. (HSG 7)**

$$\text{Tính tích: } A = \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \dots \frac{20^2}{19.21}$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } A = \frac{2.2}{1.3} \cdot \frac{3.3}{2.4} \cdot \frac{4.4}{3.5} \dots \frac{20.20}{19.21} = \frac{(2.3.4 \dots 20)(2.3.4 \dots 20)}{(1.2.3 \dots 19)(3.4.5 \dots 21)} = \frac{20.2}{21} = \frac{40}{21}$$

**Câu 9. (HSG 7)**

$$\text{Tính tích: } C = \left( 1 - \frac{1}{1+2} \right) \left( 1 - \frac{1}{1+2+3} \right) \left( 1 - \frac{1}{1+2+3+4} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+2016} \right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} C &= \left( 1 - \frac{1}{1+2} \right) \left( 1 - \frac{1}{1+2+3} \right) \left( 1 - \frac{1}{1+2+3+4} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+2016} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{1}{\frac{(1+2) \cdot 2}{2}} \right) \left( 1 - \frac{1}{\frac{(1+3) \cdot 3}{2}} \right) \left( 1 - \frac{1}{\frac{(1+4) \cdot 4}{2}} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{\frac{(1+2016) \cdot 2016}{2}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \dots \frac{2017 \cdot 2016 - 2}{2016 \cdot 2017} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \dots \frac{2016 \cdot 2017 - 2}{2016 \cdot 2017} \\ &= \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \dots \frac{2015 \cdot 2018}{2016 \cdot 2017} = \frac{1004}{3009} \end{aligned}$$

**Câu 10. (HSG 7)**

$$\text{Tính: } A = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) \dots \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{99} \right)$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } A = \frac{1}{2.3} \cdot \frac{3}{2.5} \cdot \frac{5}{2.7} \dots \frac{97}{2.99} = \frac{(1.3.5 \dots 97)}{2^{49} \cdot (3.5.7 \dots 99)} = \frac{1}{2^{49} \cdot 99}$$

**Câu 11. (HSG 7 Trường Trà My 2018 - 2019; trường Hiền Quan 2017 - 2018; trường Xuân Dương 2013 - 2014)**

$$\text{Tính } \left( \frac{3}{4} - 81 \right) \cdot \left( \frac{3^2}{5} - 81 \right) \cdot \left( \frac{3^3}{6} - 81 \right) \dots \left( \frac{3^{2000}}{2003} - 81 \right)$$

**Lời giải**



$$\left(\frac{3}{4}-81\right)\cdot\left(\frac{3^2}{5}-81\right)\cdot\left(\frac{3^3}{6}-81\right)\cdot\dots\cdot\left(\frac{3^{2000}}{2003}-81\right)$$

Ta thấy: trong dãy số trên có  $\frac{3^6}{9}-81=0$ .

$$\text{Do đó } \left(\frac{3}{4}-81\right)\cdot\left(\frac{3^2}{5}-81\right)\cdot\left(\frac{3^3}{6}-81\right)\cdot\dots\cdot\left(\frac{3^{2000}}{2003}-81\right)=0.$$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Việt Yên 2017 - 2018)**

$$\text{Tính: } B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{1}{2} : \frac{-3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{-5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{-7}{6} : \dots : \frac{-101}{100} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{-100}{101} \\ &= \frac{1.2.3.4.5.6\dots.100}{2.3.4.5.6.7\dots.101} = \frac{1}{101} \end{aligned}$$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Kim Thành 2022 - 2023)**

$$\text{Tính hợp lý giá trị biểu thức } B = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{19.21}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{19.21}\right) \\ B &= \frac{4}{1.3} \cdot \frac{9}{2.4} \cdot \frac{16}{3.5} \cdot \dots \cdot \frac{400}{19.21} \\ B &= \frac{2.2}{1.3} \cdot \frac{3.3}{2.4} \cdot \frac{4.4}{3.5} \cdot \dots \cdot \frac{20.20}{19.21} \\ B &= \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{20}{19} \cdot \frac{20}{21}\right) \\ B &= \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{20}{19}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{20}{21}\right) \\ B &= \frac{20.2}{1.21} = \frac{40}{21} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{40}{21}.$$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Sơn Trà 2018 - 2019; huyện Bố Trạch; huyện Cẩm Phả 2017 - 2018; huyện Thiệu Hóa 2016 - 2017; huyện Triệu Sơn 2015 - 2016)**

$$\text{Tính giá trị các biểu thức sau: } A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right)$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right) = \frac{2016}{2017}
 \end{aligned}$$

**Câu 15. (HSG 7 Trường Đông Xuân, TP Phúc Yên, Vĩnh Lộc; huyện Trục Ninh 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $C = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$

**Lời giải**

$$C = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2021.2023}\right)$$

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{1.3}\right) \left(\frac{9}{2.4}\right) \left(\frac{16}{3.5}\right) \dots \left(\frac{2022^2}{2001.2023}\right)$$

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2022}{2021} \cdot \frac{2022}{2023}\right)$$

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \dots \frac{2022}{2021}\right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \frac{2022}{2023}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{1} \cdot \frac{2}{2023} = \frac{2022}{2023}$$

Vậy  $C = \frac{2022}{2023}$ .

**Câu 16. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)**

Thực hiện phép tính  $C = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$

**Lời giải**

$$C = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \dots \frac{209}{210}$$

$$= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \dots \frac{418}{420} = \frac{(1.4)(2.5) \cdot (3.6) \cdot (4.7) \dots (19.22)}{(2.3) \cdot (3.4) \cdot (4.5) \cdot (5.6) \dots (20.21)}$$

$$= \frac{(1.2.3 \dots 19) \cdot (4.5.6.7 \dots 22)}{(2.3.4 \dots 20) \cdot (3.4.5.6 \dots 21)} = \frac{11}{30}$$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2022 - 2023; huyện Việt Yên 2018 - 2019)**

Tính  $A = \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{16} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{121} - 1\right)$

**Lời giải**

$$A = \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{16} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{121} - 1\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-3}{4} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{16} \cdots \frac{-99}{100} \cdot \frac{-120}{121} \\
 &= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdots \frac{9.11}{10^2} \cdot \frac{10.12}{11^2} \\
 &= \frac{1.2.3.4 \cdots 10.3.4.5.6 \cdots 11.12}{2^2.3^2 \cdots 11^2} \\
 &= \frac{1.2.11.12}{2^2.11^2} = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}
 \end{aligned}$$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $\left(\frac{1}{2^2}-1\right)\left(\frac{1}{3^2}-1\right)\left(\frac{1}{4^2}-1\right)\cdots\left(\frac{1}{100^2}-1\right)\left(\frac{1}{101^2}-1\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{1}{2^2}-1\right)\left(\frac{1}{3^2}-1\right)\left(\frac{1}{4^2}-1\right)\cdots\left(\frac{1}{100^2}-1\right)\left(\frac{1}{101^2}-1\right) \\
 &= \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \cdots \frac{-9999}{100^2} \cdot \frac{-10200}{101^2} \\
 &= \frac{-1.3}{2^2} \cdot \frac{-2.4}{3^2} \cdot \frac{-3.5}{4^2} \cdots \frac{-99.101}{100^2} \cdot \frac{-100.102}{101^2} \\
 &= \frac{-1.(-2).(-3)\cdots(-100).3.4.5\cdots 102}{2.3.4\cdots 101.2.3.4\cdots 101} \\
 &= \frac{1.2.3\cdots 100.3.4.5\cdots 102}{2.3.4\cdots 101.2.3.4\cdots 101} = \frac{1.102}{101.2} = \frac{51}{101}
 \end{aligned}$$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Nga Sơn – Thanh Hóa; Tp Thủ Đức 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $C = \left(\frac{1}{2^2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2}-1\right) \cdots \left(\frac{1}{2023^2}-1\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 C &= \left(\frac{1}{2^2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2}-1\right) \cdots \left(\frac{1}{2023^2}-1\right) \\
 C &= \frac{1-2^2}{2^2} \cdot \frac{1-3^2}{3^2} \cdot \frac{1-4^2}{4^2} \cdots \frac{1-2023^2}{2023^2} \\
 C &= \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \cdots \frac{-4092528}{2023^2} \\
 C &= \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{4092528}{2023^2} \\
 C &= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdots \frac{2022 \cdot 2024}{2023^2} \\
 C &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2022 \cdot 2024}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdots 2023^2} \\
 C &= \frac{(1.2.3.4.5 \cdots 2022)(3.4.5 \cdots 99.2024)}{(2.3.4.5 \cdots 99.2023)(2.3.4.5 \cdots 2023)} = \frac{1.2024}{2023.2} = \frac{1012}{2023}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{1012}{2023}.$$

**Câu 20. (HSG 7 tỉnh Thái Bình 2022 - 2023)**

Cho  $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right)\left(\frac{1}{3^2} - 1\right)\left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right)$ . Hãy so sánh  $B$  với  $-\frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{2^2} - 1\right)\left(\frac{1}{3^2} - 1\right)\left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right) \\ &= \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \dots \frac{-9999}{100^2} \\ &= \frac{-1.3}{2^2} \cdot \frac{-2.4}{3^2} \cdot \frac{-3.5}{4^2} \dots \frac{-99.101}{100^2} \\ &= \frac{-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \dots (-99) \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 101}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 101} \\ &= -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 99 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 101}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 100 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 100} = -\frac{1 \cdot 101}{100 \cdot 2} = -\frac{101}{200} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{101}{200} > \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{101}{200} < -\frac{100}{200} = -\frac{1}{2} \text{ hay } B < -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } B < -\frac{1}{2}.$$

**Câu 21. (HSG 7 TP Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $B = \left(1 - \frac{1}{15}\right)\left(1 - \frac{1}{21}\right)\left(1 - \frac{1}{28}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \left(1 - \frac{1}{15}\right)\left(1 - \frac{1}{21}\right)\left(1 - \frac{1}{28}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right) \\ &= \frac{14}{15} \cdot \frac{20}{21} \cdot \frac{27}{28} \dots \frac{209}{210} = \frac{28}{30} \cdot \frac{40}{42} \cdot \frac{54}{56} \dots \frac{418}{420} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 9 \dots 19 \cdot 22}{5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 8 \dots 20 \cdot 21} = \frac{11}{15} \end{aligned}$$

**Câu 22. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Minh Khai 2022 - 2023)**

Tính giá trị của các biểu thức:  $B = \frac{(1+17)\left(1+\frac{17}{2}\right)\left(1+\frac{17}{3}\right) \dots \left(1+\frac{17}{19}\right)}{(1+19)\left(1+\frac{19}{2}\right)\left(1+\frac{19}{3}\right) \dots \left(1+\frac{19}{17}\right)}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{(1+17)\left(1+\frac{17}{2}\right)\left(1+\frac{17}{3}\right) \dots \left(1+\frac{17}{19}\right)}{(1+19)\left(1+\frac{19}{2}\right)\left(1+\frac{19}{3}\right) \dots \left(1+\frac{19}{17}\right)} = \frac{18 \cdot \frac{19}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot \frac{21}{4} \dots \frac{36}{19}}{20 \cdot \frac{21}{2} \cdot \frac{22}{3} \cdot \frac{23}{4} \dots \frac{36}{17}} \\ &= \frac{18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \dots 36}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17 \cdot 18 \cdot 19} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17}{20 \cdot 21 \cdot 22 \dots 36} \\ &= \frac{20 \cdot 21 \dots 36}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17}{20 \cdot 21 \cdot 22 \dots 36} \end{aligned}$$

= 1

**Câu 23. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $P = \left(1 + \frac{7}{9}\right)\left(1 + \frac{7}{20}\right)\left(1 + \frac{7}{33}\right)\dots\left(1 + \frac{7}{2900}\right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{7}{9}\right)\left(1 + \frac{7}{20}\right)\left(1 + \frac{7}{33}\right)\dots\left(1 + \frac{7}{2900}\right) \\ &= \frac{16}{9} \cdot \frac{27}{20} \cdot \frac{40}{43} \dots \frac{2907}{2900} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 10 \dots 51 \cdot 57}{1 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 11 \dots 50 \cdot 58} \\ &= \frac{51 \cdot 8}{58} = \frac{204}{29}. \end{aligned}$$



**CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS**

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 7: TÍNH TỔNG CÙNG SỐ MŨ**

**A. Trắc nghiệm**

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7)**

Thực hiện phép tính

a)  $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 98^2$

b)  $B = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - \dots - 19^2 + 20^2$

**Lời giải**

a) Ta có  $A = 1.1 + 2.2 + 3.3 + \dots + 98.98$

$$\Rightarrow A = 1(2-1) + 2(3-1) + 3(4-1) + \dots + 98(99-1)$$

$$\Rightarrow A = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99) - (1 + 2 + 3 + \dots + 98)$$

Đặt  $B = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$ , tính tổng  $B$  ta được:

$$3B = 1.2(3-0) + 2.3(4-1) + 3.4(5-2) + \dots + 98.99(100-97)$$

$$3B = (1.2.3 - 0.1.2) + (2.3.4 - 1.2.3) + (3.4.5 - 2.3.4) + \dots + (98.99.100 - 97.98.99)$$

$$3B = 98.99.100 - 0.1.2 = 98.99.100 \Rightarrow B = \frac{98.99.100}{3}$$

Thay vào  $A$  ta được  $A = B + \frac{98.99}{2} = \frac{98.99.100}{3} + \frac{98.99}{2}$

b) Ta có  $B = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - \dots - 19^2 + 20^2 \Rightarrow B = -(1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 19^2 - 20^2)$

$$B = -\left[ (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 19^2 + 20^2) - 2(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2) \right]$$

$$B = -\left[ \left( \frac{20.21.22}{3} + \frac{20.21}{2} \right) - 2.2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \right]$$

$$B = -20.22.7 - 20.7 - 8\left( \frac{10.11.12}{3} + \frac{10.11}{2} \right) = -20.7.23 - 8(10.11.4 + 5.11)$$

**Câu 2. (HSG 7)**

Tính:  $D = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2$

**Lời giải**

Ta có  $D = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2)$

$$\Rightarrow D = \left( \frac{100.101.102}{3} + \frac{100.101}{2} \right) - 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2)$$

Đặt  $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 \Rightarrow A = \frac{50.51.52}{3} + \frac{50.51}{2}$ , thay vào  $D$  ta được :

$$D = 100.101.34 + 50.101 - 4(50.52.17 + 25.51)$$

**Câu 3. (HSG 7)**

Tính:  $11^2 + 13^2 + 15^2 + \dots + 199^2$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } D = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 99^2 + 100^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2)$$

$$\Rightarrow D = \left( \frac{100 \cdot 101 \cdot 102}{3} + \frac{100 \cdot 101}{2} \right) - 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2)$$

$$\text{Đặt } A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 \Rightarrow A = \frac{50 \cdot 51 \cdot 52}{3} + \frac{50 \cdot 51}{2}, \text{ thay vào } D \text{ ta được :}$$

$$D = 100 \cdot 101 \cdot 34 + 50 \cdot 101 - 4(50 \cdot 52 \cdot 17 + 25 \cdot 51)$$

**Câu 4. (HSG 7)**

$$\text{Biết } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025. \text{ Tính } S = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 20^3$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có : } 2^3 = (2 \cdot 1)^3 = 2^3 \cdot 1^3$$

$$4^3 = (2 \cdot 2)^3 = 2^3 \cdot 2^3$$

$$6^3 = (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

.....

$$20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow S = 2^3 \cdot (1^3 + 2^3 + \dots + 10^3) = 8 \cdot 3025 = 24200$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Nam Hương; huyện Hồng Ngự 2017 - 2018)**

$$\text{Biết rằng : } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385. \text{ Tính tổng: } S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$$

**Lời giải**

$$S = (2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 2)^2 + \dots + (2 \cdot 10)^2$$

$$= 2^2 \cdot 1^2 + 2^2 \cdot 2^2 + \dots + 2^2 \cdot 10^2$$

$$= 2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2)$$

$$= 2^2 \cdot 385 = 1540$$

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 8: TÍNH TỔNG CÙNG CƠ SỞ**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1.** (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, năm 2021 - 2022)

Cho  $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}$ , khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $S : 2^{2022}$ . B.  $S + 1$  là số chính phương.  
C.  $(S + 1) : 2^{2022}$ . D.  $S = 2^{2023} + 1$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có :  $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}$

$2S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}$

$\Rightarrow 2S - S = S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}) - (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022})$

$\Rightarrow S = 2^{2023} - 1$ .

**Câu 2.** (HSG 7 Huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Giá trị biểu thức  $\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31}$  là:

- A.  $\frac{26}{150}$ . B.  $\frac{150}{26}$ . C.  $\frac{31}{150}$ . D.  $\frac{150}{31}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \dots + \frac{5^2}{26.31} = \frac{5.5}{1.6} + \frac{5.5}{6.11} + \dots + \frac{5.5}{26.31} = 5 \cdot \left( \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \dots + \frac{5}{26.31} \right)$   
 $= 5 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \left( 1 - \frac{1}{31} \right) = 5 \cdot \frac{30}{31} = \frac{150}{31}$

**B. Tự luận**

**Câu 1.** (HSG 7 huyện Hưng Hà, trường Thống Nhất 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính:  $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{100}$

**Lời giải**

Ta có:  $2^2.B = 2^2.(1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{100})$

$4.B = 2^2.1 + 2^2.2^2 + 2^2.2^4 + \dots + 2^2.2^{100}$

$4.B = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{102}$

Khi đó:  $4.B - B = (2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{102}) - (1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{100})$

$3.B = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{102} - 1 - 2^2 - 2^4 - \dots - 2^{100}$

$B = \frac{2^{102} - 1}{3}$ .

Vậy  $B = \frac{2^{102} - 1}{3}$



**Câu 2. (HSG 7 huyện Quan Sơn 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức bằng cách hợp lý:  $S = \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + \left(-\frac{1}{7}\right)^1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2023}$

**Lời giải**

$$S = \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + \left(-\frac{1}{7}\right)^1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2023}$$

$$S = 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \dots - \frac{1}{7^{2023}} ;$$

$$7S = 7 - 1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} - \dots - \frac{1}{7^{2022}}$$

$$8S = 7 - \frac{1}{7^{2023}} \Rightarrow S = \frac{7^{2024} - 1}{8 \cdot 7^{2023}}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{7^{2024} - 1}{8 \cdot 7^{2023}}$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Minh Khai 2022 - 2023)**

Rút gọn :  $B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}$ .

**Lời giải**

$$(-5)B = (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} + (-5)^{2018}$$

$$B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}$$

$$\text{Do đó: } (-5)B - B = (-6)B = (-5)^{2018} - 1$$

$$\text{Vậy } B = \frac{(-5)^{2018} - 1}{-4} = \frac{1 - 5^{2018}}{4}$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Trì, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $A = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - \dots + 3^{2022} - \frac{3^{2023}}{4}$

**Lời giải**

$$\text{Đặt } B = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - \dots + 3^{2022}$$

$$\text{Ta có: } 3B = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 - \dots - 3^{2022} + 3^{2023}$$

Cộng từng vế ta có

$$4B = 1 + 3^{2023} \text{ nên } B = \frac{1 + 3^{2023}}{4}. \text{ Ta lại có } A = B - \frac{3^{2023}}{4} \text{ suy ra } A = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } A = \frac{1}{4}$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Thực hiện phép tính:  $C = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } C = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3$$

$$3C = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + \dots + 3^3 - 3^2$$

$$4C = 3^{101} - 3 \Rightarrow C = \frac{3^{101} - 3}{4}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{3^{101} - 3}{4}$$

**Câu 6. (HSG 7 trường Điện Hồng huyện Thanh Oai 2018 - 2019)**

$$\text{Tính : } B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}} \\ &= \frac{1}{(-3)} + \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{50}} + \frac{1}{(-3)^{51}} \\ -\frac{1}{3}B &= \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{51}} + \frac{1}{(-3)^{52}} \\ \text{Suy ra, } \frac{4}{3}B &= \frac{1}{-3} - \frac{1}{(-3)^{52}} = \frac{-3^{51} - 1}{3^{52}} \end{aligned}$$

$$B = \frac{-3^{51} - 1}{4 \cdot 3^{51}}$$

**Câu 7. (HSG 7 Võ Thị Sáu năm 2022-2023)**

$$\text{Cho } A = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}}. \text{ Chứng minh rằng: } A < \frac{1}{2}.$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}} \\ 4A &= 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2021}} \\ 4A - A &= \left(1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2021}}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}}\right) \\ 3A &= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2021}} - \frac{2022}{4^{2022}} \\ 3A &= \frac{1}{3} \cdot \left(4 - \frac{1}{4^{2021}}\right) - \frac{2022}{4^{2022}} \end{aligned}$$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Hiệp Đức; huyện Bến Lức 2018 - 2019)**

$$\text{Rút gọn : } B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}.$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } B &= (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} \\ (-5)B &= (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} + (-5)^{2018} \\ B &= (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} \\ \text{Do đó: } (-5)B - B &= -6B = (-5)^{2018} - 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1 - 5^{2018}}{6}$$

**Câu 9. (HSG 7 huyện 2022 - 2023; trường Hiệp Thạnh, Duyên Hải 2016 - 2017)**

Tính  $A = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50}$

**Lời giải**

Ta có:  $A = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50}$

$$\Rightarrow 5A = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{50} + 5^{51}$$

$$\Rightarrow 5A - A = (5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{50} + 5^{51}) - (1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50})$$

$$\Rightarrow 4A = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{50} + 5^{51} - 1 - 5 - 5^2 - 5^3 - \dots - 5^{49} - 5^{50}$$

$$\Rightarrow 4A = 5^{51} - 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{51} - 1}{4}$$

**Câu 10. (HSG 7 thị xã Sầm Sơn 2017 - 2018)**

Rút gọn  $A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011}$

**Lời giải**

$$A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011} \quad (1)$$

$$5A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2012} \quad (2)$$

Lấy (2) trừ (1) theo vế ta được  $5A - A = 5^{2012} - 1$

$$4A = 5^{2012} - 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

**Câu 11. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)**

Tính  $S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$

**Lời giải**

$$S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$$

$$2S = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} + \dots + 2^3 - 2^2$$

$$2S + S = 2^{101} - 2$$

$$3S = 2^{101} - 2$$

$$\Rightarrow S = \frac{2^{101} - 2}{3}$$

**Câu 12. (HSG 7 Quận Hà Đông năm 2022-2023; huyện Quế Sơn; huyện Việt Yên 2018 - 2019; huyện Kim Sơn 2017 - 2018)**

Tính  $S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$

**Lời giải**

$$S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$$

$$S = 2^{2010} - (2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2 + 1)$$

Đặt  $A = 2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2^2 + 2 + 1$

$$2A - A = 2(2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2 + 1) - (2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2 + 1)$$

$$A = 2^{2010} + 2^{2009} + \dots + 2^2 + 2 - 2^{2009} - 2^{2008} + \dots - 2 - 1 = 2^{2010} - 1$$

$$\text{Do đó } S = 2^{2010} - (2^{2010} - 1) = 1$$

Vậy  $S = 1$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Lang Chánh 2022 - 2023)**

$$\text{Tính: } B = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$$

**Lời giải**

$$S = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$$

$$S = 2^{2022} - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$$

$$\text{Đặt } P = 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1$$

$$2P = 2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2$$

$$2P - P = (2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2) - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$$

$$2P - P = 2^{2022} - 1$$

$$P = 2^{2022} - 1$$

$$\text{Do đó: } S = 2^{2022} - (2^{2022} - 1) = 1$$

Vậy  $S = 1$

**Câu 14. (HSG 7 trường THCS Lý Thường Kiệt, 2017 - 2018)**

Chứng minh rằng:  $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$  chia hết cho 31

**Lời giải**

$$\text{Đặt } D = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \text{ (có 100 số hạng)}$$

$$= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) + (2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}) + \dots$$

$$+ (2^{96} + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99} + 2^{100}) \text{ (có 20 nhóm)}$$

$$D = 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^6 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{96} \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$$

$$D = 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31$$

$$D = 31 \cdot (2 + 2^6 + \dots + 2^{96}) \text{ chia hết cho 31}$$

Vậy  $D = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$  chia hết cho 31

**Câu 15. (HSG 7 huyện Mỹ Cày, 2017 - 2018)**

Cho đa thức  $B(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$ . Tính giá trị của đa thức  $B(x)$  tại  $x = \frac{1}{2}$

**Lời giải**

Với  $x = \frac{1}{2}$  thì giá trị của đa thức

$$\begin{aligned}
 B &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \\
 2B &= 2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) \\
 &= 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} \\
 \Rightarrow 2B &= \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) + 2 - \frac{1}{2^{100}} \\
 \Rightarrow 2B &= B + 2 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow B = 2 - \frac{1}{2^{100}}
 \end{aligned}$$

Vậy  $B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)**

Chứng tỏ rằng:  $M = 75 \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$  chia hết cho  $10^2$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 M &= 75 \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25 \cdot (4 - 1) \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25 \cdot \left[ 4(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) - (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) \right] + 25 \\
 &= 25 \cdot (4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4) - 25(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\
 &= 25 \cdot 4^{2018} - 25 + 25 \\
 &= 25 \cdot 4^{2018} = 25 \cdot 4 \cdot 4^{2017} = 100 \cdot 4^{2017} : 100
 \end{aligned}$$

Vậy  $M : 10^2$ .

**Câu 17. (HSG 7 cấp huyện 2017 - 2018)**

Tính  $A = 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } A &= 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}} \\
 \Rightarrow 2A &= 2 + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \dots + \frac{100}{2^{99}} \\
 2A - A &= \left( 2 + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \dots + \frac{100}{2^{99}} \right) - \left( 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}} \right) \\
 &= \left( 2 + \frac{3}{2^2} - 1 \right) + \left( \frac{4}{2^3} - \frac{3}{2^3} \right) + \left( \frac{5}{2^4} - \frac{4}{2^4} \right) + \dots + \left( \frac{100}{2^{99}} - \frac{99}{2^{99}} \right) - \frac{100}{2^{100}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{99}} - \frac{100}{2^{100}} \\
 &= 1 + \left( 1 - \frac{1}{2^{99}} \right) - \frac{100}{2^{100}}
 \end{aligned}$$

$$= 2 - \frac{1}{2^{99}} - \frac{100}{2^{100}} = 2 - \frac{102}{2^{100}}$$

**Câu 18. (HSG 7 trường Đức Thắng, Hiệp Hòa 2016 - 2017)**

Cho  $H = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$ . Tính  $2010^H$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } H = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$$

$$\text{Nên } 2H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} - \dots - 2^2 - 2$$

$$\Rightarrow 2H - H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} + \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 - 1$$

$$H = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 = 1$$

$$\Rightarrow 2010^H = 2010.$$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)**

Cho biểu thức  $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$ . Tính  $B = 4|A| + \frac{1}{3^{100}}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$$

$$3A = -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$$

$$A + 3A = -1 + \frac{1}{3^{100}} \Rightarrow A = \frac{1}{4} \cdot \left( -1 + \frac{1}{3^{100}} \right)$$

$$\Rightarrow A < 0 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{4} \left( -1 + \frac{1}{3^{100}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - \frac{1}{3^{100}} \right)$$

$$B = 4 \cdot |A| + \frac{1}{3^{100}} = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - \frac{1}{3^{100}} \right) + \frac{1}{3^{100}} = 1$$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Hiệp Hoà 2022 - 2023)**

Tính  $M = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \left(\frac{-3}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } M = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \left(\frac{-3}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100}$$

$$\frac{-3}{2}M = \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \left(\frac{-3}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100} + \left(\frac{-3}{2}\right)^{101}$$

$$M - \frac{-3}{2}M = \left[ \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100} \right] - \left[ \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100} + \left(\frac{-3}{2}\right)^{101} \right]$$

$$\frac{5}{2}M = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - \left(\frac{-3}{2}\right)^{101}$$

$$M = \frac{-27}{10} + \frac{5 \cdot (3)^{101}}{2^{100}}$$

$$\text{Vậy } M = \frac{-27}{10} + \frac{5 \cdot (3)^{101}}{2^{100}}$$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Văn Lâm 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2023}}$ .

**Lời giải**

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2023}}$$

$$\text{Đặt } A = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2023}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}A = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots + \frac{1}{4^{2024}}$$

$$A - \frac{1}{4}A = \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2023}} \right) - \left( \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots + \frac{1}{4^{2024}} \right)$$

$$\frac{3}{4}A = \frac{1}{4} - \frac{1}{4^{2024}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{4^{2023} - 1}{3 \cdot 4^{2023}}$$

**Câu 22. (HSG 7 Triệu Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện các phép tính:  $B = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2024}$ .

**Lời giải**

$$B = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2024}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}B = \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} - \left(\frac{3}{4}\right)^{2024} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}$$

$$\Rightarrow B + \frac{3}{4}B = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{3}{4}\right)B = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4}B = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}$$

$$\Rightarrow B = \left[1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}\right] : \frac{7}{4} = \left[1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}\right] \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{7} + \frac{3^{2025}}{4^{2024} \cdot 7}$$

**Câu 23. (HSG Hưng Hà 2022-2023)**

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \frac{5}{5^5} - \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} < \frac{5}{36}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Đặt } A &= \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \frac{5}{5^5} - \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} \\ \Rightarrow 5A &= 1 - \frac{2}{5^1} + \frac{3}{5^2} - \frac{4}{5^3} + \frac{5}{5^4} - \dots + \frac{2021}{5^{2020}} - \frac{2022}{5^{2021}} \\ \Rightarrow 5A + A &= 6A = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \dots - \frac{1}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2021}} \\ \text{Đặt } P &= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{5^5} + \dots - \frac{1}{5^{2021}} \\ \Rightarrow 5P &= 5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} - \dots - \frac{1}{5^{2020}} \\ \Rightarrow 6P &= 5 - \frac{1}{5^{2021}} \Rightarrow P = \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}} \\ \Rightarrow 6A &= \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} < \frac{5}{6} \\ \Rightarrow A &< \frac{5}{36}. \end{aligned}$$

**Câu 24. (HSG 7 Vĩnh Yên năm 2022-2023)**

a) Tính:  $S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$

b) Chứng tỏ:  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2019}{3^{2019}} < 0,75$

**Lời giải**

a) Ta có:  $S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$

$$2S = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} + \dots + 2^3 - 2^2$$

$$3S = 2^{101} - 2 \Rightarrow S = \frac{2^{101} - 2}{3}$$

b) Đặt  $A = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2019}{3^{2019}}$

$$3A = 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2019}{3^{2018}}$$

Suy ra:  $2A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}} - \frac{2019}{3^{2019}}$

Đặt  $M = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}}$

$$\Rightarrow 3M = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2017}}$$

$$\Rightarrow 2M = 1 - \frac{1}{3^{2018}} < 1 \Rightarrow M < \frac{1}{2}$$

Ta có:  $2A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}} - \frac{2019}{3^{2019}} = 1 + M - \frac{2019}{3^{2019}} < 1 + M < 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow A < \frac{3}{4}$



**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 9: TÍNH TỈ SỐ CỦA HAI TỔNG**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Thế - Bắc Giang 2022 - 2023)**

Kết quả phép tính  $A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{2023}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{2023}}$  là:

- A.**  $\frac{2}{3}$ .                      **B.**  $\frac{4}{5}$ .                      **C.**  $\frac{2}{5}$ .                      **D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{2023}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{2023}} = \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{2023}\right)}{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{2023}\right)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Tân Yên - Bắc Giang 2022 - 2023)**

Kết quả phép tính  $A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{1943}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{1943}}$  là:

- A.**  $\frac{2}{3}$ .                      **B.**  $\frac{4}{5}$ .                      **C.**  $\frac{2}{5}$ .                      **D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{1943}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{1943}} = \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{1943}\right)}{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{19} + \frac{1}{43} - \frac{1}{1943}\right)} = \frac{2}{3}$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)**

Giá trị biểu thức  $\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$  là:

- A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4 \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)} + \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{4 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4 \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right)} + \frac{3 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)}{4 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1
 \end{aligned}$$

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 Lai Châu năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = 5 \cdot \left[ \frac{12 + \frac{12}{289} - \frac{12}{7} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{85} + \frac{4}{289}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{95} + \frac{5}{169}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{95}} \right] \cdot \frac{166166166}{747747747}$

**Lời giải**

$$A = 5 \cdot \left[ \frac{12 + \frac{12}{289} - \frac{12}{7} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{85} + \frac{4}{289}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{95} + \frac{5}{169}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{95}} \right] \cdot \frac{166166166}{747747747}$$

$$A = 5 \cdot \left[ \frac{12 \left( 1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)}{4 \left( 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} + \frac{1}{289} \right)} \cdot \frac{5 \left( 1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{95} + \frac{1}{169} \right)}{6 \left( 1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{95} \right)} \right] \cdot \frac{2 \cdot 83083083}{9 \cdot 83083083}$$

$$A = 5 \cdot \left[ \frac{12 \left( 1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)}{4 \left( 1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)} \cdot \frac{5 \left( 1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{95} + \frac{1}{169} \right)}{6 \left( 1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{95} \right)} \right] \cdot \frac{2 \cdot 83083083}{9 \cdot 83083083}$$

$$A = 5 \cdot \left[ \frac{12}{4} \cdot \frac{5}{6} \right] \cdot \frac{2}{9} = 5 \cdot \left[ 3 \cdot \frac{6}{5} \right] \cdot \frac{2}{9} = 5 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = 4$$

Vậy  $A = 4$

**Câu 2. (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}} = \frac{3 \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{5 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

**Câu 3. (HSG 7 Diêm Châu năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức: 
$$\left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left( \frac{2 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{7 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \frac{7}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left( \frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 4. (HSG Hưng Hà 2022-2023)**

Thực hiện phép tính: 
$$A = \left( \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} - 1 + \frac{2}{17} - \frac{2}{19}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12} - 2,5 + \frac{5}{17} - \frac{5}{19}} \right) \cdot 1 \frac{3}{2020}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} - 1 + \frac{2}{17} - \frac{2}{19}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12} - 2,5 + \frac{5}{17} - \frac{5}{19}} \right) \cdot 1 \frac{3}{2020} \\ &= \left[ \frac{3 \cdot \left( 0,125 - 0,1 + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right) - 2 \left( 0,5 + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right)}{-5 \cdot \left( 0,125 - 0,1 + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right) - 5 \left( 0,5 + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right)} \right] \cdot \frac{2023}{2020} \\ &= \left( \frac{-3}{5} - \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{2023}{2020} = -1 \cdot \frac{2023}{2020} = -\frac{2023}{2020} \end{aligned}$$

**Câu 5. (HSG 7 Nghi Sơn năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính: 
$$B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

**Lời giải**

$$B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

$$= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}\right)} + \frac{3 \cdot \left(0,2 - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625}\right)}{4 \cdot \left(0,2 - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625}\right)} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

**Câu 6. (HSG 7 Đông Hưng năm 2022-2023)**

Thực hiện phép tính sau  $A = \frac{2022}{2023} : \left( \frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{2022}{2023} : \left( \frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right) \\ &= \frac{2022}{2023} : \left[ \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} \right] \\ &= \frac{2022}{2023} : \left( \frac{2}{7} + \frac{5}{7} \right) = \frac{2022}{2023} \end{aligned}$$

**Câu 7. (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau  $C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}}$

**Lời giải**

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{3 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)}{5 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

**Câu 8. (HSG 7 Lập Thạch-Thanh Hoá năm 2022-2023)**

Tính bằng cách hợp lí:  $A = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{\frac{3}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{13}} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{16} - \frac{3}{64} - \frac{3}{256}}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}\right)} \cdot \frac{\frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}\right)}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = 1$$

Vậy  $A = 1$

**Câu 7. (HSG 7 Thi thử huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Thực hiện phép tính: 
$$P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} P &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2022-1}{1} + \frac{2022-2}{2} + \frac{2022-3}{3} + \dots + \frac{2022-2020}{2020} + \frac{2022-2021}{2021}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2022}{1} + \frac{2022}{2} + \frac{2022}{3} + \dots + \frac{2022}{2020} + \frac{2022}{2021} - \left( \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{2020}{2020} + \frac{2021}{2021} \right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 \cdot \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right) - 2021} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 + 2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right) - 2021} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{1 + 2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} \right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{2022 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} \right)} = \frac{1}{2022} \end{aligned}$$

**Câu 9. (HSG 7 TP Bắc Giang 2022 - 2023)**

Tính tỉ số  $\frac{A}{B}$  biết  $A = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}$  và  $B = \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( 1 - \frac{1}{9} \right) + \left( 1 - \frac{2}{10} \right) + \left( 1 - \frac{3}{11} \right) + \dots + \left( 1 - \frac{92}{100} \right) \\ &= \frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \dots + \frac{8}{100} \\ &= 8 \cdot \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100} \right) \end{aligned}$$

Lại có  $B = \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100} \right)$

Thay vào tỉ số  $\frac{A}{B}$  ta được

$$\frac{A}{B} = \frac{8 \cdot \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100} \right)}{\frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100} \right)} = \frac{8}{\frac{1}{5}} = 40$$

Vậy  $A=40$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)**

Cho  $|2023x_1 - 2022y_1| + |2023x_2 - 2022y_2| + \dots + |2023x_{100} - 2022y_{100}| \leq 0$ .

Tính  $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{100}}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$|2023x_1 - 2022y_1| \geq 0$$

$$|2023x_2 - 2022y_2| \geq 0$$

...

$$|2023x_{100} - 2022y_{100}| \geq 0$$

$$\Rightarrow (2023x_1 - 2022y_1)^2 + (2023x_2 - 2022y_2)^2 + \dots + (2023x_{100} - 2022y_{100})^2 \geq 0$$

Theo bài ra ta có:  $|2023x_1 - 2022y_1| + |2023x_2 - 2022y_2| + \dots + |2023x_{100} - 2022y_{100}| \leq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} |2023x_1 - 2022y_1| = 0 \\ |2023x_2 - 2022y_2| = 0 \\ \vdots \\ |2023x_{100} - 2022y_{100}| = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2023x_1 = 2022y_1 \\ 2023x_2 = 2022y_2 \\ \vdots \\ 2023x_{100} = 2022y_{100} \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_{100}}{y_{100}} = \frac{2022}{2023} \quad (1)$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_{100}}{y_{100}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + \dots + y_{100}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{100}} = \frac{2022}{2023}$  (đpcm)

**Câu 11. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Bắc Sơn 2022 - 2023)**

Tính hợp lí giá trị biểu thức:  $B = \frac{2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021}{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021}{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022}$$

$$\text{Đặt } C = 2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021$$

$$= (1+2+\dots+2021) + (1+2+\dots+2020) + \dots + (1+2) + 1$$

$$= \frac{2021.2022}{2} + \frac{2020.2021}{2} + \dots + \frac{2.3}{2} + \frac{1.2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1.2 + 2.3 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022)$$

$$\text{Do đó } B = \frac{1}{2}$$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)**

$$\text{Tính giá trị của } A = \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } A = \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

$$A = \frac{\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{2}{10}\right) + \left(1 - \frac{3}{11}\right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100}\right)}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

$$A = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \dots + \frac{8}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

$$A = \frac{8 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100}\right)}{\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100}\right)} = 40$$

$$\text{Vậy } A = 40$$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Bá Thước, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

$$\text{Thực hiện phép tính: } D = \frac{2.2022}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2022}}$$

**Lời giải**

$$D = \frac{2.2022}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2022}}$$

$$D = \frac{2.2022}{1+2 \left[ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}\right) \right]} = \frac{2.2022}{1+2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2023}\right)}$$

$$= \frac{2.2022.2023}{2.2022} = 2023$$

**Câu 14. (Bổ sung)**

Tính các giá trị biểu thức sau: 
$$A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9120} + \frac{1}{9506} + \frac{1}{9900}}{50 - \frac{50}{51} - \frac{51}{52} - \frac{52}{53} - \dots - \frac{97}{98} - \frac{98}{99} - \frac{99}{100}}$$

**Lời giải**

Xét tử: 
$$T = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9120} + \frac{1}{9506} + \frac{1}{9900}$$

$$T = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{95.96} + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{99.100}$$

$$T = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$T = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}\right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} + \frac{1}{100}\right)$$

$$T = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}\right)$$

$$T = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \quad (1)$$

Xét mẫu:

$$M = 50 - \frac{50}{51} - \frac{51}{52} - \frac{52}{53} - \dots - \frac{97}{98} - \frac{98}{99} - \frac{99}{100}$$

$$M = \left(1 - \frac{50}{51}\right) + \left(1 - \frac{51}{52}\right) + \dots + \left(1 - \frac{98}{99}\right) + \left(1 - \frac{99}{100}\right)$$

$$M = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: tử bằng mẫu. Do đó:  $A = 1$

**Câu 15. (Bổ sung)**

Tính tỉ số  $\frac{A}{B}$  biết  $A = \frac{2012}{51} + \frac{2012}{52} + \frac{2012}{53} + \dots + \frac{2012}{100}$  và  $B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$

**Lời giải**

Ta có: 
$$A = 2012 \left( \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

$$B = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}\right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right)$$

$$B = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50}\right) = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}$$

Khi đó: 
$$\frac{A}{B} = \frac{2012}{1} = 2012$$

**Câu 16. (Bổ sung)**



Tính tỉ số  $\frac{A}{B}$  biết:  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{101.102}$  và

$$B = \frac{1}{52.102} + \frac{1}{53.101} + \frac{1}{54.100} + \dots + \frac{1}{102.52} + \frac{2}{77.154}$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } A = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102}\right)$$

$$A = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{101} + \frac{1}{102}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{102}\right)$$

$$A = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{102}\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{51}\right) = \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{101} + \frac{1}{102}$$

$$A = \left(\frac{1}{52} + \frac{1}{102}\right) + \left(\frac{1}{53} + \frac{1}{101}\right) + \dots + \left(\frac{1}{76} + \frac{1}{78}\right) + \frac{1}{77} = \frac{154}{52.102} + \frac{154}{53.101} + \dots + \frac{154}{76.78} + \frac{154}{77.154}$$

$$\text{và } B = \left(\frac{1}{52.102} + \frac{1}{102.52}\right) + \left(\frac{1}{53.101} + \frac{1}{101.53}\right) + \dots + \left(\frac{1}{76.78} + \frac{1}{78.76}\right) + \frac{2}{77.154}$$

$$B = \frac{2}{52.102} + \frac{2}{53.101} + \dots + \frac{2}{76.78} + \frac{2}{77.154} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{154}{2} = 77$$

**Câu 17. (Bổ sung)**

Tính tỉ số  $\frac{A}{B}$  biết:  $A = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}$  và  $B = \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}$

**Lời giải**

Ta có:

$$A = \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{2}{10}\right) + \left(1 - \frac{3}{11}\right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100}\right) = \frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \dots + \frac{8}{100} = 8\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100}\right)$$

$$B = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100}\right). \text{ Khi đó: } \frac{A}{B} = \frac{8}{\frac{1}{5}} = 40$$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Kinh Môn 2018 - 2019)**

Cho  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2019}$ ;  $B = \frac{1}{2018} + \frac{2}{2017} + \frac{3}{2016} + \dots + \frac{2017}{2} + \frac{2018}{1}$

Tính  $\frac{A}{B}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2018} + \frac{2}{2017} + \dots + \frac{2017}{2} + \frac{2018}{1} \\ &= \frac{2019-2018}{2018} + \frac{2019-2017}{2017} + \dots + \frac{2019-2}{2} + \frac{2019-1}{1} \\ &= \frac{2019}{2018} - 1 + \frac{2019}{2017} - 1 + \dots + \frac{2019}{2} - 1 + \frac{2019}{1} - 1 \\ &= \frac{2019}{2018} + \frac{2019}{2017} + \dots + \frac{2019}{2} + 2019 - \underbrace{\left(1+1+\dots+1+1\right)}_{2018} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2019 - 2018 + \frac{2019}{2018} + \frac{2019}{2017} + \dots + \frac{2019}{2} \\
 &= 1 + \frac{2019}{2018} + \frac{2019}{2017} + \dots + \frac{2019}{2} \\
 &= 2019 \cdot \left( \frac{1}{2019} + \frac{1}{2018} + \frac{1}{2017} + \dots + \frac{1}{2} \right) \\
 &= 2019 \cdot A \\
 &\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{2019} \\
 \text{Vậy } \frac{A}{B} &= \frac{1}{2019}
 \end{aligned}$$

**Câu 19. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

Cho  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{48} + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}$  và  $P = \frac{1}{49} + \frac{2}{48} + \frac{3}{47} + \dots + \frac{48}{2} + \frac{49}{1}$

Tính  $\frac{S}{P}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } P &= \frac{1}{49} + \frac{2}{48} + \frac{3}{47} + \dots + \frac{48}{2} + \frac{49}{1} \\
 &= \left( \frac{1}{49} + 1 \right) + \left( \frac{2}{48} + 1 \right) + \left( \frac{3}{47} + 1 \right) + \dots + \left( \frac{48}{2} + 1 \right) + 1 \\
 &= \left( \frac{50}{49} + \frac{50}{48} + \frac{50}{47} + \dots + \frac{50}{2} \right) + 1 \\
 &= \frac{50}{50} + \frac{50}{49} + \frac{50}{48} + \frac{50}{47} + \dots + \frac{50}{2} \\
 &= 50 \cdot \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \frac{1}{48} + \dots + \frac{1}{2} \right) \\
 \Rightarrow \frac{S}{P} &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}}{50 \cdot \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \frac{1}{48} + \dots + \frac{1}{2} \right)} = \frac{1}{50}.
 \end{aligned}$$

**Câu 20. (HSG 7 thành phố Vinh, trường Nguyệt Ân 2022 - 2023) Đề 378**

Cho  $A = 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}$  và  $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}$ . Tính tỉ số  $\frac{A}{B}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } A &= 1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000} \\
 2^4 \cdot A &= 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2000} + 2^{2004} \\
 2^4 \cdot A - A &= (2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2000} + 2^{2004}) - (1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{1996} + 2^{2000}) \\
 15A &= 2^{2004} - 1 \\
 A &= \frac{2^{2004} - 1}{15}
 \end{aligned}$$

$$\text{Lại có: } B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002}.$$

$$2^2 \cdot B = 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2002} + 2^{2004}$$

$$2^2 \cdot B - B = (2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2002} + 2^{2004}) - (1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2000} + 2^{2002})$$

$$3B = 2^{2004} - 1$$

$$B = \frac{2^{2004} - 1}{3}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{A}{B} = \frac{\frac{2^{2004} - 1}{15}}{\frac{2^{2004} - 1}{3}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Vậy: } \frac{A}{B} = \frac{1}{5}$$



**CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS**

**CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH**  
**DẠNG 10: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1.** (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, trường Đào Duy Từ 2018 – 2019, Huyện Nam Trà My 2018-2019; trường Phan Đình Phùng 2017 - 2018)

Biết  $a + b = 9$ . Kết quả của phép tính  $\overline{0, a(b)} + \overline{0, b(a)}$  là:

- A. 2.                                      **B. 1.**                                      C. 0,5.                                      D. 1,5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\overline{0, a(b)} + \overline{0, b(a)} = 0, a + 0,0(b) + 0, b + 0,0(a) = 0, (a) + 0, (b)$

Mà  $0, (a) = \frac{a}{9}$ ;  $0, (b) = \frac{b}{9}$

Nên  $0, (a) + 0, (b) = \frac{a}{9} + \frac{b}{9} = \frac{a+b}{9} = 1$  (do  $a + b = 9$ ).

**Câu 2.** (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023) Đề 369

Giá trị biểu thức:  $A = 7x^2y - 5xy^2 - 11x^2y - 10xy^2 + 15xy^2 + 4x^2y - 2023$  tại  $x = 1, y = -0,5$

- A. 0.                                      **B. 1.**                                      **C. -2023.**                                      D. 2023.

**Lời giải**

**Chọn C**

Thay  $x = 1$  vào biểu thức  $A$ , ta được:

$$\begin{aligned} A &= 7x^2y - 5xy^2 - 11x^2y - 10xy^2 + 15xy^2 + 4x^2y - 2023 \\ &= 7y - 5y^2 - 11y - 10y^2 + 15y^2 + 4y - 2023 \\ &= (7y - 11y + 4y) + (-5y^2 - 10y^2 + 15y^2) - 2023 = -2023. \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức  $A$  tại  $x = 1, y = -0,5$  là  $-2023$ .

**Câu 3.** (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373

Cho  $a, b, c \neq 0$  và  $a - b - c = 0$ . Kết quả nào sau đây là giá trị của biểu thức

$$P = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) + 2023.$$

- A. 2023.                                      **B. 2022.**                                      C. 2000.                                      D. 2024.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ  $a - b - c = 0 \Rightarrow a - c = b, b - a = -c, b + c = a$

$$P = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) + 2023 = \frac{a-c}{a} \cdot \frac{b-a}{b} \cdot \frac{c+b}{c} + 2023$$

$$P = \frac{b}{a} \cdot \frac{-c}{b} \cdot \frac{a}{c} + 2023 = -1 + 2023 = 2022$$

**Câu 4.** (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373

Cho  $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$ . Giá trị của biểu thức  $A = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{3x^2 - y^2}$  là

- A. -1.                      B. -0,9.                      C.  $-\frac{8}{11}$ .                      D.  $\frac{8}{11}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{2xy}{42} = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{16} = \frac{3x^2 - y^2}{-22}$$

$$A = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{3x^2 - y^2} = \frac{16}{-22} = -\frac{8}{11}$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373**

Giá trị của biểu thức  $Q = a^2 - b^2 + c^2$  biết  $ab = 2, bc = 6$  và  $ac = 3$  là

- A. 10.                      B. -6.                      C. -10.                      D. 6.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Từ } ab = 2, bc = 6 \Rightarrow \frac{ab}{bc} = \frac{2}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{3}c \Rightarrow \frac{1}{3}c \cdot c = 3 \Rightarrow c = \pm 3$$

$$a = \pm 1, b = \pm 2$$

$$Q = a^2 - b^2 + c^2 = 1 - 4 + 9 = 6$$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2022 - 2023) Đề 375**

Biết  $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $A = \frac{5x - 9y}{9x - 5y}$  là

- A.  $\frac{5}{9}$ .                      B.  $\frac{9}{5}$ .                      C.  $-\frac{15}{29}$ .                      D.  $-\frac{29}{15}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$  suy ra  $x = \frac{6}{5}y$ . Thay vào  $A$  ta được:

$$A = \frac{5 \cdot \frac{6}{5}y - 9y}{9 \cdot \frac{6}{5}y - 5y} = \frac{6y - 9y}{\frac{54}{5}y - 5y} = \frac{-3y}{\frac{29}{5}y} = -\frac{15}{29}$$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $B = 5x^2 - 2x - 18$  tại  $|x| = 4$  là

- A.  $B = 54$ .                      B.  $B = 70$ .  
C.  $B = 54$  hoặc  $B = 70$ .                      D.  $B = 45$  hoặc  $B = 70$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$  hoặc  $x = -4$

+ Nếu  $x = 4$  thì  $B = 5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 18 = 5 \cdot 16 - 8 - 18 = 54$

+ Nếu  $x = -4$  thì  $A = B = 5 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 18 = 5 \cdot 16 + 8 - 18 = 70$

Vậy  $B = 54$  hoặc  $B = 70$  tại  $|x| = 4$ .

**Câu 8. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)**

Cho biểu thức  $A = x^2 - 3x + 8$ . Giá trị của biểu thức  $A$  tại  $x = -2$  là

- A. 13.                      **B.** 18.                      C. 19.                      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $A = x^2 - 3x + 8$

Thay  $x = -2$  vào biểu thức  $A$  ta được:  $A = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 8 = 18$ .

**Câu 9. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)**

Với  $-3 \leq x \leq -1$  thì  $A = |x+3| + |1-x|$  bằng

- A.  $-2x-4$ .                      B.  $2x+4$ .                      **C.** 4.                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Với  $-3 \leq x \leq -1$  thì  $x+3 \geq 0$ ,  $1-x \geq 2 > 0$

Do đó:  $A = |x+3| + |1-x| = x+3+1-x = 4$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)**

Biết  $(x; y)$  là cặp số thỏa mãn  $(-2x-5)^2 + |3y+4| \leq 0$  khi đó  $2x+3y$  bằng

- A.  $-1$ .                      B. 1.                      C. 9.                      **D.**  $-9$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $(-2x-5)^2 + |3y+4| \leq 0$

Do  $(-2x-5)^2 \geq 0$ ;  $|3y+4| \geq 0$  với mọi  $x, y$  nên  $(-2x-5)^2 + |3y+4| \geq 0$  với mọi  $x, y$

$$\Rightarrow (-2x-5)^2 + |3y+4| = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x-5=0 \\ 3y+4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

Khi đó:  $2x+3y = 2 \cdot \frac{-5}{2} + 3 \cdot \frac{-4}{3} = -9$ .

**Câu 11. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)**

Cho dãy tỉ số bằng nhau  $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$ .

Tính giá trị của biểu thức  $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

- A. 4.                      B.  $-4$ .                      **C.** 4 hoặc  $-4$ .                      D. 16.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ:  $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$

$$\text{Suy ra : } \frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$$

$$\text{Nếu } a+b+c+d=0 \Rightarrow a+b=-(c+d) ; (b+c)=-(a+d)$$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

$$\text{Nếu } a+b+c+d \neq 0 \text{ thì từ } (*), \text{ ta có } a=b=c=d$$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

$$\text{Vậy } M=4 \text{ nếu } a+b+c+d \neq 0$$

$$M=-4 \text{ nếu } a+b+c+d=0$$

## B. Tự luận

### Câu 1. (HSG 7 huyện Nghi Xuân 2022 - 2023)

$$\text{Cho biểu thức } M = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{47.49} + \frac{1}{48.50}. \text{ Tính } C = 2M + \frac{1}{49}$$

Lời giải

$$M = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{47.49} + \frac{1}{48.50}$$

$$2M = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{2.4} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{47.49} + \frac{2}{48.50}$$

$$2M = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{47} - \frac{1}{49} + \frac{1}{48} - \frac{1}{50}$$

$$2M = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{49} - \frac{1}{50}$$

$$C = 2M + \frac{1}{49} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{49} - \frac{1}{50} + \frac{1}{49} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{50} = \frac{37}{25}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{37}{25}$$

### Câu 2. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

$$\text{Cho } S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \text{ và } P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}.$$

$$\text{Tính } (S-P)^{2022}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$$

$$= \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} \right)$$

$$= \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2014} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} = S. \text{ Do đó } (S-P)^{2022} = 0.$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2022 - 2023)**

Cho biểu thức  $D = x^2y - 2y^3 + 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $D$  biết:  $x = \frac{1}{2}; y = 2$ .

**Lời giải**

Thay  $x = \frac{1}{2}; y = 2$  vào biểu thức  $D$  ta được:  $D = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 - 2 \cdot 2^3 + 1 = \frac{-29}{2}$

Vậy khi  $x = \frac{1}{2}; y = 2$  thì biểu thức  $D$  có giá trị là  $\frac{-29}{2}$ .

**Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)**

Cho biểu thức  $P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$ . Tính giá trị biểu thức  $P$  với  $x = 99$ .

**Lời giải**

$$P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$$

$$P = x^{99} - 99x^{98} - x^{98} + 99x^{97} + x^{99} - 99x^{96} - x^{96} + \dots + 99x + x - 1$$

$$P = x^{98}(x - 99) - x^{97}(x - 99) + x^{96}(x - 99) - \dots - x(x - 99) + (x - 1)$$

$$P = (x - 99)(x^{98} - x^{97} + x^{96} - \dots - x) + (x - 1)$$

Với  $x = 99$ , ta có:

$$P = (99 - 99)(99^{98} - 99^{97} + 99^{96} - \dots - 99) + (99 - 1) = 98$$

Vậy  $P = 98$  với  $x = 99$

**Câu 5. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1$  tại  $x = 2021$

**Lời giải**

Ta có tại  $x = 2021$

$$x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1$$

$$= x^{2021} - (2021+1)x^{2020} + (2021+1)x^{2019} - (2021+1)x^{2018} + \dots - (2021+1)x^2 + (2021+1)x + 1$$

$$= x^{2021} - (x+1)x^{2020} + (x+1)x^{2019} - (x+1)x^{2018} + \dots - (x+1)x^2 + (x+1)x + 1$$

$$= x^{2021} - x^{2021} - x^{2020} + x^{2020} + x^{2019} - x^{2019} - x^{2018} + \dots - x^3 - x^2 + x^2 + x + 1$$

$$= x + 1$$

$$= 2021 + 1$$

$$= 2022$$

**Câu 6. (HSG 7 trường Phạm Đôn Lễ - huyện Hưng Hà 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $B = x^{2023} - 2022 \cdot x^{2022} - 2022 \cdot x^{2021} - \dots - 2022 \cdot x + 1$  khi  $x = 2023$ .

**Lời giải**

$$x = 2023 \Rightarrow 2022 = x - 1$$

Thay  $2022 = x - 1$  vào biểu thức  $B$  ta được:

$$B = x^{2023} - (x-1) \cdot x^{2022} - (x-1) \cdot x^{2021} - \dots - (x-1) \cdot x + 1$$

$$B = x^{2023} - x^{2023} + x^{2022} - x^{2022} + x^{2021} - \dots - x^2 + x + 1$$



$$B = x + 1$$

$$\Rightarrow B = 2023 + 1 = 2024$$

Vậy  $B = 2024$  khi  $x = 2023$ .

**Câu 7. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017$  tại  $x = 2017$

**Lời giải**

$$f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017 \text{ tại } x = 2017$$

$$\text{Ta có } x = 2017 \Rightarrow \begin{cases} 2018 = x + 1 \\ 2016 = x - 1 \end{cases} \text{ . Khi đó ta có:}$$

$$\begin{aligned} f(2017) &= x^5 - (x+1)x^4 + (x-1)x^3 + (x+1)x^2 - (x-1)x - x \\ &= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 + x - x = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f(2017) = 0$$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Sông Lô 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức  $N = xyz^2z^3 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2014}y^{2015}z^{2016}$  tại  $x = -1; y = -1; z = -1$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } N = xyz \cdot yz^2 + x^2y^2z^2 \cdot yz^2 + x^3y^3z^3 \cdot yz^2 + \dots + x^{2014}y^{2014}z^{2014} \cdot yz^2$$

Thay  $y = 1; z = -1$  ta được:

$$\begin{aligned} N &= -xyz - x^2y^2z^2 - x^3y^3z^3 - \dots - x^{2014}y^{2014}z^{2014} \\ &= -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - \dots - (xyz)^{2014} \end{aligned}$$

$$\text{Thay } xyz = -1 \text{ ta được: } N = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = 0$$

$$\text{Vậy } N = 0$$

**Câu 9. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)**

Tính  $A = x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1$  với  $x = 2022$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1 \\ &= x^{22} - 2022x^{21} - x^{21} + 2022x^{20} + x^{20} - \dots - 2022x^3 - x^3 + 2022x^2 + x^2 - 2022x - x + 1 \\ &= (x^{22} - 2022x^{21}) - (x^{21} - 2022x^{20}) + \dots - (x^3 - 2022x^2) + (x^2 - 2022x^1) - x + 1 \\ &= x^{21}(x - 2022) - x^{20}(x - 2022) + \dots - x^2(x - 2022) + x(x - 2022) - x + 1 \\ &= (x - 2022)(x^{21} - x^{20} + \dots - x^2 + x) - x + 1 \end{aligned}$$

Thay  $x = 2022$  vào biểu thức  $A$  ta được:

$$\begin{aligned} A &= (2022 - 2022)(2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 \\ &= 0 \cdot (2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 = 0 - 2022 + 1 = -2021 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = -2021 \text{ với } x = 2022$$

**Câu 10. (HSG 7 cấp huyện 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức  $C = \frac{2x^2 - 5x + 3}{2x - 1}$  tại  $x = \left| \frac{3}{2} \right|$ .

**Lời giải**

Ta có:  $x = \left| \frac{3}{2} \right| \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

Thay  $x = \frac{3}{2}$  vào biểu thức  $C$  ta được:  $C = \frac{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 1} = -\frac{15}{4}$

Vậy  $C = -\frac{15}{4}$  khi  $x = \left| \frac{3}{2} \right|$ .

**Câu 11. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017; huyện Khoái Châu 2014 - 2015)**

Cho biểu thức:  $A = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 2005}{3x^4 - x^3 + 3x + 2014}$ . Tính giá trị của biểu thức với  $x = \frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x - 1 = 0$

$A = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 2005}{3x^4 - x^3 + 3x + 2014} = \frac{x^2(3x - 1) - (3x - 1) + 2014}{x^3(3x - 1) + (3x - 1) + 2015} = \frac{2014}{2015}$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Tiên Phước 2018 - 2019; trường Nguyễn Văn Trỗi 2017 - 2018; trường Võ Thị Sáu, Phù Yên 2016 - 2017)**

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$  với  $a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{a(-x-y) + b(-x-y) - a(b-x) + y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-ax - ay - bx - by - ab + ax + by - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-ay - bx - ab - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-xy + ay + ab + by}{abxy(xy+ay+ab+by)} = \frac{-1}{abxy} \end{aligned}$$

Thay  $a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$  vào biểu thức  $A$  ta được:  $A = \frac{-1}{\frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \frac{3}{2} \cdot 1} = -1$ .

**Câu 13. (HSG 7 huyện Năm Căn; huyện Trà Lý; huyện Dương Nam 2017-2018; huyện Phú Lý 2016 - 2017; huyện Đức Phổ 2015 - 2016)**

Tính giá trị biểu thức  $P = \left| a - \frac{1}{2014} \right| + \left| a - \frac{1}{2016} \right|$ , với  $a = \frac{1}{2015}$

**Lời giải**

Thay  $a = \frac{1}{2015}$  vào biểu thức  $P = \left| \frac{1}{2015} - \frac{1}{2014} \right| + \left| \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} \right|$

Ta được:  $P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$

$$P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2016} = \frac{2016 - 2014}{2014 \cdot 2016}$$

$$P = \frac{2}{2014 \cdot 2016} = \frac{1}{1007 \cdot 2016} = \frac{1}{2030112}$$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Tam Dương, 2021 - 2022)**

Tính giá trị của biểu thức  $A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right|$  với  $a = \frac{1}{2021}$ .

**Lời giải**

$$A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right| \text{ với } a = \frac{1}{2021}$$

Thay  $a = \frac{1}{2021}$  vào biểu thức  $A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right|$  ta được

$$\begin{aligned} A &= \left| \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} \right| + \left| \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right| = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \\ &= \frac{2022 - 2020}{2020 \cdot 2022} = \frac{2}{2020 \cdot 2022} = \frac{1}{1010 \cdot 2022} = \frac{1}{2042220} \end{aligned}$$

Vậy với  $a = \frac{1}{2021}$  thì  $A = \frac{1}{2042220}$ .

**Câu 15. (HSG 7 TP Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $P = \left| a - \frac{1}{2021} \right| + \left| a - \frac{1}{2023} \right|$  với  $a = \frac{1}{2022}$ .

**Lời giải**

Thay  $a = \frac{1}{2022}$  vào biểu thức  $P = \left| a - \frac{1}{2021} \right| + \left| a - \frac{1}{2023} \right|$  ta có

$$\begin{aligned} P &= \left| \frac{1}{2022} - \frac{1}{2021} \right| + \left| \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right| = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \\ &= \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} = \frac{2}{4088483} \end{aligned}$$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai, 2021 - 2022)**

Tính giá trị biểu thức  $B = 5x^2 - 2x - 18$  tại  $|x| = 4$ .

**Lời giải**

Ta có  $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$  hoặc  $x = -4$

+ Nếu  $x = 4$  thì  $B = 5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 18 = 5 \cdot 16 - 8 - 18 = 54$

+ Nếu  $x = -4$  thì  $A = B = 5 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 18 = 5 \cdot 16 + 8 - 18 = 70$

Vậy  $B = 54$  hoặc  $B = 70$  tại  $|x| = 4$ .

**Câu 17. (HSG 7 huyện Văn Bàn 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $A = 2x^2 - 3x + 1$  với  $|x| = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Vì  $|x| = \frac{1}{2}$  nên  $x = \frac{1}{2}$  hoặc  $x = -\frac{1}{2}$ .

+ Với  $x = \frac{1}{2}$  thì  $A = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\frac{1}{2} + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = 0$ .

+ Với  $x = -\frac{1}{2}$  thì  $A = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 = 3$ .

Vậy  $A = 0$  hoặc  $A = 3$  khi  $|x| = \frac{1}{2}$ .

**Câu 18. (HSG 7 trường Thanh Mai 2018 - 2019)**

Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$  lần lượt tại  $a = \frac{2}{3}$ ;  $a = -2$

b)  $B = 2x^2 - 3xy - 6y^2$  tại  $|x| = \frac{1}{2}$  và  $y = \frac{2}{3}$

**Lời giải**

a) Thay  $a = \frac{2}{3}$  vào biểu thức  $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$ , ta được:  $A = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\left|\frac{2}{3}\right| + 3 \cdot \frac{2}{3} - 1 = \frac{-7}{9}$

Thay  $a = -2$  vào biểu thức  $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$ , ta được:  $A = 2(-2)^2 - 4|-2| + 3 \cdot (-2) - 1 = -7$

b) Ta có  $|x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Trường hợp 1:  $x = \frac{1}{2}$  và  $y = \frac{2}{3}$ , ta được:  $B = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{19}{6}$ .

Trường hợp 2:  $x = -\frac{1}{2}$  và  $y = \frac{2}{3}$ , ta được:  $B = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{7}{6}$ .

**Câu 19. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến, Đà Nẵng 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{x^3 - x^2 + 3y}{x^2 - y}$  biết  $|x| = \frac{1}{2}$ ;  $y$  là số nguyên âm lớn nhất.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Do  $y$  là số nguyên âm lớn nhất nên  $y = -1$

$$+ \text{Thay } x = -\frac{1}{2}, y = -1 \text{ vào biểu thức ta được: } A = \frac{-17}{50}$$

$$+ \text{Thay } x = \frac{1}{2}, y = -1 \text{ vào biểu thức ta được: } A = \frac{-27}{50}.$$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016 - 2017)**

Cho biểu thức:  $P = x - 4xy + y$ . Tính giá trị của  $P$  với  $|x| = 1,5; y = -0,75$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } |x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

+ Với  $x = 1,5; y = -0,75$  thì:

$$P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1 + 3) - 0,75 = 5,25$$

+ Với  $x = -1,5; y = -0,75$  thì:

$$P = -1,5 - 4 \cdot (-1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Vị Thanh 2017 – 2018, huyện Bồ Trạch 2017 - 2018)**

Cho biểu thức:  $P = x - 4xy + y$ . Tính giá trị của  $P$  với  $|x| = 1,5; y = -0,75$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } |x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

Với  $x = 1,5; y = -0,75$  thì:

$$P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1 + 3) - 0,75 = 5,25$$

Với  $x = -1,5; y = -0,75$  thì:

$$P = -1,5 - 4 \cdot (-1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$$

**Câu 22. (HSG 7 trường Phạm Kính Ân 2022 - 2023; trường THCS Hiền Quan 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức :  $6x^2 + 5x - 2$  tại  $x$  thoả mãn  $|x - 2| = 1$

**Lời giải**

Ta có  $|x - 2| = 1$  suy ra:

$$* x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

$$* x - 2 = -1$$

$$x = 1$$

Thay  $x = 1$  vào biểu thức ta được  $6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 - 2 = 9$

Thay  $x = 3$  vào biểu thức ta được  $6 \cdot 3 + 5 \cdot 3 - 2 = 67$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Hương Khê 2017 - 2018; Đất Mũi 2016 - 2017)**

Tính giá trị của biểu thức sau:  $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$  với  $|x - 1| = \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$|x - 1| = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Thay  $x = \frac{5}{3}$  vào biểu thức  $A$  ta được  $A = \frac{2\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{3} - 1}{3 \cdot \frac{5}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{25}{9} + 5 - 1}{3 - 2} = \frac{\frac{25}{9} + 5 - 1}{1} = \frac{86}{9}$

Thay  $x = \frac{1}{3}$  vào biểu thức  $A$  ta được  $A = \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1}{3 \cdot \frac{1}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{9} + 1 - 1}{1 - 2} = \frac{\frac{2}{9}}{-1} = -\frac{2}{9}$

Vậy  $A = \frac{86}{9}$  hoặc  $A = -\frac{2}{9}$  khi  $|x - 1| = \frac{2}{3}$ .

**Câu 24. (HSG 7 huyện Bình Long 2022 - 2023) Đề 389**

Tính giá trị biểu thức  $6x^2 + 5x - 2$  tại  $x$  thỏa mãn  $|x - 2| = 1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $|x - 2| = 1$  suy ra  $x - 2 = 1$  hoặc  $x - 2 = -1$ . Suy ra:  $x = 3$  hoặc  $x = 1$ .

+ Với  $x = 3$  thì giá trị của biểu thức là:  $6 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 2 = 67$ .

+ Với  $x = 1$  thì giá trị của biểu thức là:  $6 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 9$ .

Vậy giá trị của biểu thức  $6x^2 + 5x - 2$  bằng 67 hoặc bằng 9 khi  $|x - 2| = 1$ .

**Câu 25. (HSG 7 huyện Bô Trạch; huyện Cẩm Phả 2017-2018; huyện Triệu Sơn; huyện Thiệu Hóa 2016 - 2017)**

Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $B = 2x^2 - 3x + 5$  với  $|x| = \frac{1}{2}$

b)  $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$ , biết  $x - y = 0$

**Lời giải**

a) Vì  $|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Với  $x = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4$

Với  $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 7$  Vậy  $B = 4$  khi  $x = \frac{1}{2}$  và  $B = 7$  khi  $x = -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{b) } C &= 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0 \\ &= 2(x - y) + 13x^3y^2(x - y) - 15xy(x - y) + 1 \end{aligned}$$

Thay  $x - y = 0$  vào biểu thức trên ta được  $C = 2 \cdot 0 + 13x^3y^2 \cdot 0 - 15xy \cdot 0 + 1 = 1$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Lục Ngạn, tỉnh Bắc Giang, trường 2022 - 2023)**

Tính giá trị của  $K = 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023}\right)^0$ , biết  $x - y = 0$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } K &= 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023}\right)^0 \\ &= 10(x - y) + 3x^2y(x - y) + 2021xy(y - x) + 1 \end{aligned}$$

Vì  $x - y = 0$  nên  $K = 0 + 1 = 1$

Vậy  $K = 1$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Nam Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023) Đề 381**

Cho  $x - y = -3$ . Hãy tính giá trị của biểu thức:  $P = x^3 + 3x^2 + y^2 - x^2y - xy + x - 4y + 2023$ .

**Lời giải**

$$P = x^3 + 3x^2 + y^2 - x^2y - xy + x - 4y + 2023$$

$$P = (x^3 - xy + x) - (x^2y - y^2 + y) + (3x^2 - 3y + 3) + 2020$$

$$P = x \cdot (x^2 - y + 1) - y \cdot (x^2 - y + 1) + 3 \cdot (x^2 - y + 1) + 2020$$

$$P = (x - y + 3) \cdot (x^2 - y + 1) + 2020$$

$$P = (-3 + 3) \cdot (x^2 - y + 1) + 2020 \text{ do } x - y = -3.$$

$$P = 2020.$$

**Câu 28. (HSG 7 huyện Vũ Thư 2022 - 2023)**

Cho  $\frac{a}{b} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6}$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tính  $B = (a - b) : (b - 9a)$ .

**Lời giải**

$$\frac{a}{b} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{2^5(0,4)^5}{(0,4)^6} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{2^5}{0,4} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{8} \Rightarrow b = 8a$$

$$\text{Khi đó: } B = (a - b) : (b - 9a) = (a - 8a) : (8a - 9a) = 7$$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Gia Viễn 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $M = a + 3b + 2c$ , biết  $a + b = 5$ ;  $b + c = -8$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } M = a + 3b + 2c = (a + b) + 2b + 2c = (a + b) + 2(b + c)$$

Thay  $a + b = 5$ ;  $b + c = -8$  vào  $M = (a + b) + 2(b + c)$  ta được:

$$M = 5 + 2(-8) = 5 + (-16) = -11$$

Vậy  $M = -11$

**Câu 30. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức sau:  $D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot b}{a - 3 \cdot b}$  với  $\frac{a}{b} = \frac{10}{3}$

**Lời giải**

$$D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot b}{a - 3 \cdot b} \quad (1) \quad \text{với} \quad \frac{a}{b} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Với} \quad \frac{a}{b} = \frac{10}{3} \Rightarrow b = \frac{3}{10}a$$

$$\text{Thay } b = \frac{3}{10}a \text{ vào (1) ta có } D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot \frac{3}{10} \cdot a}{1 \cdot a - 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot a} = \frac{\left(3 - \frac{6}{10}\right) \cdot a}{\left(1 - \frac{9}{10}\right) \cdot a} = \frac{\frac{24}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{24}{10} \cdot 10 = 24$$

Vậy  $D = 24$

**Câu 31. (HSG 7 huyện Nông Cống 2022 - 2023)**

Cho biết  $\frac{a}{2} - b = c : \frac{2}{3}$  và  $a, b, c \neq 0$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$M = 2023 - \left(\frac{c}{a} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b} - 2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{b}{c}\right)^3$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{a}{2} - b = c : \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a - 2b}{2} = \frac{3c}{2} \Rightarrow a - 2b = 3c; 3c - a = -2b; 3c + 2b = a.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } M &= 2023 - \left(\frac{c}{a} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b} - 2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{b}{c}\right)^3 \\ &= 2023 - \left(\frac{3c - a}{3a}\right)^3 \cdot \left(\frac{a - 2b}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{3c + 2b}{2c}\right)^3 \\ &= 2023 - \left(\frac{-2b}{3a}\right)^3 \cdot \left(\frac{3c}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{2c}\right)^3 = 2023 + 1^3 = 2024. \end{aligned}$$

Vậy  $M = 2024$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)**

Cho 3 số  $a; b; c$  thỏa mãn điều kiện  $a \cdot b \cdot c = 2023$

Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{2023a}{a \cdot b + 2023a + 2023} + \frac{b}{b \cdot c + b + 2023} + \frac{c}{a \cdot c + c + 1}$

**Lời giải**

Thay  $a \cdot b \cdot c = 2023$  vào  $P$  ta được:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2023a}{a \cdot b + 2023a + 2023} + \frac{b}{b \cdot c + b + 2023} + \frac{c}{a \cdot c + c + 1} \\ P &= \frac{a \cdot b \cdot c \cdot a}{a \cdot b + a \cdot b \cdot c \cdot a + a \cdot b \cdot c} + \frac{b}{b \cdot c + b + a \cdot b \cdot c} + \frac{c}{a \cdot c + c + 1} \end{aligned}$$



$$P = \frac{a.b.c.a}{a.b(1+c.a+c)} + \frac{b}{b.(c+1+a.c)} + \frac{c}{a.c+c+1} = \frac{ac+1+c}{ac+c+1} = 1$$

Vậy với  $a.b.c = 2023$  thì  $P = 1$

**Câu 33. (HSG 7 huyện Sóc Sơn – Hà Nội 2022 - 2023)**

Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a^3 = b^3 - c^3$  và  $b^3 = 1011 - c^3$ . Tính giá trị của biểu thức:  
 $N = 3a^3 - 5b^3 + c^3$ .

**Lời giải**

Ta có:  $a^3 = b^3 - c^3 \Rightarrow a^3 - b^3 + c^3 = 0$ ;  $b^3 = 1011 - c^3 \Rightarrow b^3 + c^3 = 1011$  (1)

Lại có:  $N = 3a^3 - 5b^3 + c^3 = 3(a^3 - b^3 + c^3) - 2(b^3 + c^3)$  (2)

Thay (1) vào (2) ta được:  $N = 3.0 - 2.1011 = -2022$ .

Vậy  $N = -2022$ .

**Câu 34. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)**

Cho ba số thực  $a, b, c \neq 0$  và đôi một khác nhau thỏa mãn:  $a^2.(b+c) = b^2.(a+c) = 2023$ . Tính giá trị biểu thức:  $H = c^2.(a+b)$

**Lời giải**

Từ  $a^2.(b+c) = b^2.(a+c) = 2023$

$$\frac{a}{ab+bc} = \frac{b}{ab+ac} = \frac{a-b}{-c(a-b)} = \frac{1}{-c} \text{ vì } a \neq b$$

$$\Rightarrow ab+bc = -ac \Rightarrow b(a+c) = -ac \Rightarrow b^2(a+c) = -abc \quad (1)$$

$$\text{Từ } \Rightarrow ac+bc = -ab \Rightarrow c(a+b) = -ab \Rightarrow c^2(a+b) = -abc \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$

Mà  $b^2.(a+c) = 2023 \Rightarrow H = c^2.(a+b) = 2023$

**Câu 35. (HSG 7 trường Kim An 2017 - 2018)**

Tính giá trị của biểu thức  $\frac{2a-5b}{a-3b}$  với  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\frac{2a-5b}{a-3b} = \frac{2\left(\frac{a}{b}\right)-5}{\left(\frac{a}{b}\right)-3} = \frac{2.\frac{3}{5}-5}{\frac{3}{5}-3} = \frac{14}{9}$$

**Câu 36. (HSG 7 quận Tây Hồ 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $C = \frac{2x-3y+4z}{x+y-3z}$  biết rằng  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ;  $4z = 3y$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ 4z = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{z}{3} = \frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \\ \frac{z}{9} = \frac{y}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{9}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{9} = \frac{2x-3y+4z}{16} = \frac{x+y-3z}{-7} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y+4z=16k \\ x+y-3z=-7k \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } C = \frac{2x-3y+4z}{x+y-3z} = \frac{16k}{-7k} = -\frac{16}{7}$$

$$\text{Vậy } C = -\frac{16}{7} \text{ khi } \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; 4z = 3y.$$

**Câu 37. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$  biết  $a, b, c \neq 0$  và  $(3a-2b)^2 + |4b-3c| = 0$

**Lời giải**

Ta có  $(3a-2b)^2 \geq 0; |4b-3c| \geq 0$  với mọi  $a, b, c \neq 0$  mà  $(3a-2b)^2 + |4b-3c| = 0$

Suy ra:  $3a-2b=0; 4b-3c=0 \Rightarrow 6a=4b=3c$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$$

$$a = 2k; b = 3k; c = 4k$$

$$\text{Ta có } A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{8k^3 + 27k^3 + 64k^3}{24k^3} = \frac{99k^3}{24k^3} = \frac{33}{8}$$

**Câu 51. (HSG 7 thị xã Kinh Môn 2021 - 2022)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$  tại  $x, y$  thỏa mãn:  $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

**Lời giải**

Do  $|x-1| \geq 0; (y+2)^{20} \geq 0$  nên  $|x-1| + (y+2)^{20} \geq 0$  với mọi  $x, y$

$$\text{Kết hợp } |x-1| + (y+2)^{20} = 0 \text{ suy ra } \begin{cases} |x-1| = 0 \\ (y+2)^{20} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$  tại  $x = 1; y = -2$  là:

$$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 1980 = 2022$$

$$\text{Vậy } C = 2022$$

**Câu 38. (HSG 7 huyện Tam Dương 2022 - 2023) Đề 382**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2023$  tại các giá trị của  $x, y$  thỏa mãn  $|x+1| + (y+2)^{2024} = 0$

**Lời giải**

Ta có :  $|x+1| \geq 0; (y+2)^{2024} \geq 0$  với mọi  $x, y$

nên  $|x+1| + (y+2)^{2024} = 0$  khi  $|x+1| = 0$  và  $(y+2)^{2024} = 0$

suy ra  $x = -1; y = -2$

Thay  $x = -1; y = -2$  vào  $C$  ta được:  $C = 2.(-1)^5 - 5.(-2)^3 + 2023 = 1981$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Cẩm Khê 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^4 + 15y^{2023} + 2006$  tại  $x, y$  thỏa mãn:

$$\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$$

**Lời giải**

Vì  $\sqrt{(y+1)^4} \geq 0$  với mọi  $y, (2-x)^2 \geq 0$  với mọi  $x$  do đó để  $\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$  thì

$y = -1; x = 2$  Thay  $y = -1; x = 2$  vào  $C$  ta được:  $C = 2.2^4 + 15.(-1)^{2023} + 2006 = 2023$

Vậy  $C = 2023$

**Câu 40. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Minh Khai 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$  tại  $x, y$  thỏa mãn:  $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

**Lời giải**

Do  $|x-1| \geq 0; (y+2)^{20} \geq 0$  với mọi  $x, y$ .

Kết hợp  $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$  suy ra  $|x-1| = 0$  và  $(y+2)^{20} = 0$

$\Rightarrow x = 1; y = -2$ .

Giá trị của biểu thức :  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$  tại  $x = 1; y = -2$  là:

$$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 2025 = 2 + 40 + 2025 = 2067$$

Vậy  $C = 2067$

**Câu 41. (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)**

Cho  $R(x) = x^2 - 2x$ . Tính:  $S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$

**Lời giải**

Ta có  $R(x) = x^2 - 2x = x(x-2)$ .

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.(3-2)} + \frac{1}{4.(4-2)} + \frac{1}{5.(5-2)} + \dots + \frac{1}{2022.(2022-2)} + \frac{1}{2023.(2023-2)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.1} + \frac{1}{4.2} + \frac{1}{5.3} + \dots + \frac{1}{2022.2020} + \frac{1}{2023.2021} + \frac{1}{2.2023} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \left( \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{2021.2023} \right) + \left( \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.2} + \dots + \frac{1}{2020.2022} \right) + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{2021.2023} \right) + \left( \frac{2}{2.4} + \frac{2}{4.2} + \dots + \frac{2}{2020.2022} \right) \right] + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \right) \right] + \frac{1}{2 \cdot 2023}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{3033}{2022} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3032}{2022} = \frac{758}{1011}$$

**Câu 42. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Kim Trung 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $A = (x-3)^{2019} + (x-y-1)^{2020} + 2021$

biết rằng  $x; y$  thỏa mãn đẳng thức  $\left[ (x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} = 19$

**Lời giải**

Ta có:  $(x-2)^2 \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \left[ (x-2)^2 + 4 \right]^2 \geq 4^2 = 16 \quad (1)$$

Ta có:  $(x+2y-6)^2 \geq 0$  với mọi  $x; y \in \mathbb{R}$  nên  $\sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} \geq \sqrt{9} = 3 \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \left[ (x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} \geq 16 + 3 = 19$$

Vậy biểu thức  $\left[ (x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} = 19$

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ (x+2y-6)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x+2y-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Thay  $x=2; y=2$  vào biểu thức  $A$  đã cho ta được:

$$A = (2-3)^{2019} + (2-2-1)^{2020} + 2021 = (-1)^{2019} + (-1)^{2020} + 2021 = 2021$$

Vậy  $A = 2021$  khi  $\left[ (x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} = 19$ .

**Câu 43. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)**

Cho đa thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , trong đó  $a, b, c$  là hệ số biết:  $f(x+1) - f(x) = 2x - 3$ .

Tính giá trị biểu thức:  $P = \frac{f(5) - f(2)}{9}$ .

**Lời giải**

Do  $f(x)$  là đa thức bậc hai. Gọi  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Theo đề bài:  $f(x+1) - f(x) = 2x - 3$

$$\Rightarrow a(x+1)^2 + b(x+1) + c - (ax^2 + bx + c) = 2x - 3$$

$$\Rightarrow a(x^2 + 2x + 1) + b(x+1) + c - ax^2 - bx - c = 2x - 3$$

$$\Rightarrow 2ax + a + b = 2x - 3 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + c$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{f(5) - f(2)}{9} = \frac{5^2 - 4 \cdot 5 + c - (2^2 - 4 \cdot 2 + c)}{9} = 1$$

Vậy  $P = 1$

**Câu 44. (HSG 7 Hâu Lộc năm 2022-2023)**

Tính giá trị biểu thức  $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$  với  $a, b, c$  thỏa mãn:  $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ .

**Lời giải**

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \text{ với } a, b, c \text{ thỏa mãn: } (3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0.$$

Vì  $(3a - 2b)^2 \geq 0$ ;  $|4b - 3c| \geq 0$  với  $\forall a, b$  nên để  $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$  thì:

$$\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}.$$

Đặt  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k$ ;  $b = 3k$ ;  $c = 4k$ . Thay vào  $Q$  ta có:

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3(2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}.$$

Vậy  $Q = \frac{33}{8}$ .

**Câu 45. (HSG 7 huyện Nghi Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tính giá trị các biểu thức  $M$ , biết  $M + (3x^2 - 4xy) = 3x^2 + 7xy - y^2$  và  $x, y$  thỏa mãn:

$$(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$$

**Lời giải**

$$M + (3x^2 - 4xy) = 3x^2 + 7xy - y^2$$

$$\begin{aligned} M &= (3x^2 + 7xy - y^2) - (3x^2 - 4xy) \\ &= 3x^2 + 7xy - y^2 - 3x^2 + 4xy \\ &= 11xy - y^2 \end{aligned}$$

Biết  $x, y$  thỏa mãn:  $(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$

Vì  $(x+1)^{2022} \geq 0$  với mọi  $x$  và  $(y-4)^{2024} \geq 0$  với mọi  $y$

Suy ra  $\begin{cases} x+1=0 \\ y-4=0 \end{cases}$  Do đó  $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$

Thay  $x = -1$  và  $y = 4$  vào  $M$  ta được:

$$M = 11xy - y^2 = 11 \cdot (-1) \cdot 4 - 4^2 = -60$$

Vậy  $(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$  thì  $M = -60$

**Câu 46. (HSG 7 huyện Mỹ Đức – Hà Nội 2022 - 2023)**

Cho  $x$  là số thỏa mãn điều kiện  $(x-1)(x+3) - 2x + 3 \leq 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$M = 2023x^{2022} + 2022x^{2023} + 2023$$

**Lời giải**

Ta có:  $(x-1)(x+3) - 2x + 3 \leq 0$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 - 2x + 3 \leq 0$

$\Rightarrow x^2 \leq 0$  (1)

Mà  $x^2 \geq 0 \forall x$  (2)

Do đó  $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ .

Thay vào biểu thức  $M$  ta được:  $M = 2023 \cdot 0^{2022} + 2022 \cdot 0^{2023} + 2023 = 2023$ .

Vậy  $M = 2023$ .

**Câu 47. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)**

Cho các số  $x, y$  thỏa mãn  $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$M = 402x^2y + 284xy^2$ .

**Lời giải**

a) Vì  $(x-3)^4 \geq 0$ ;  $(2y-1)^{2020} \geq 0$  với mọi  $x, y$  nên

$(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \geq 0$  với mọi  $x, y$ .

Mà theo đề bài :  $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$

Suy ra  $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} = 0$

Hay:  $(x-3)^4 = 0$  và  $(2y-1)^{2020} = 0$

suy ra  $x = 3; y = \frac{1}{2}$

Khi đó tính được:  $M = 2022$ .

**Câu 48. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)**

Tìm đa thức  $M$  biết rằng:  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ . Tính giá trị của  $M$  khi  $x, y$  thỏa mãn  $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0$ .

**Lời giải**

$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = x^2 + 11xy - y^2$

Ta có:  $\begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$

Mà  $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$

$$\text{Thay vào } M \text{ ta được: } M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

**Câu 49. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy – Thanh Hóa 2022 - 2023)**

Tìm đa thức  $M$  biết rằng:  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ . Tính giá trị của  $M$  khi  $x, y$  thỏa mãn:  $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} (2x - 5)^{2018} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \geq 0$$

$$\text{Mà: } (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2018} = 0 \\ (3y + 4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Thay vào  $M$  ta được :

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

$$\text{Vậy } M = -\frac{1159}{36}$$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)**

Tìm đa thức  $M$  biết rằng:  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ .

Tính giá trị của  $M$  khi  $x, y$  thỏa mãn:  $(2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \leq 0$

**Lời giải**

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x - 5)^{2020} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2022} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2020} = 0 \\ (3y + 4)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases} \text{ . Thay vào ta được}$$

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

**Câu 51. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Cho hai số  $x, y$  thỏa mãn  $(2x-1)^{2022} + (3y+6)^{2022} \leq 0$ . Tính giá trị của  $M$  biết rằng:  
 $2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} (2x-1)^{2022} \geq 0 (\forall x) \\ (3y+6)^{2022} \geq 0 (\forall y) \end{cases} \Rightarrow (2x-1)^{2022} + (3y+6)^{2022} \geq 0 \forall (x, y)$

Mà  $(2x-1)^{2022} + (3y+6)^{2022} \leq 0 \forall (x, y) \Rightarrow (2x-1)^{2022} + (3y+6)^{2022} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-1)^{2022} = 0 \\ (3y+6)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 3y+6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

$$2M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy$$

$$M = (x^2 + 11xy - y^2) : 2$$

Thay vào biểu thức ta được:

$$M = \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^2 + 11 \cdot \left( \frac{1}{2} \right) \cdot (-2) - (-2)^2 \right] : 2 = -\frac{59}{8}$$

**Câu 52. (HSG 7 huyện Thanh Trì, 2021 - 2022)**

Cho  $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $B = -3x^5y + 8xy^2$ .

**Lời giải**

Ta có  $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \geq 0$  đúng với mọi  $x$  và  $y$ .

Mà  $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$  nên  $x+1=0$  và  $y-2=0$

Suy ra  $x = -1$  và  $y = 2$ .

Thay  $x = -1$  và  $y = 2$  vào  $B$  ta có  $B = -3x^5y + 8xy^2 = -3 \cdot (-1)^5 \cdot 2 + 8 \cdot (-1) \cdot 2^2 = -26$ .

**Câu 53. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)**

Tính giá trị của biểu thức  $P = \left( -\frac{21}{22} \right)^x - \sqrt{y+1}$  với  $x, y$  thỏa mãn  
 $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0$ .

**Lời giải**

Vì  $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} \leq 0$ ;  $-\left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$  mà theo đề bài ta có  $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0$

nên suy ra  $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} = 0$  và  $y + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x = 0$  và  $y = -0,75$

Thay  $x = 0$  và  $y = -0,75$  vào biểu thức  $P$  ta được:

$$P = \left( -\frac{21}{22} \right)^0 - \sqrt{-0,75+1} = 1 - 0,5 = 0,5$$

**Câu 54. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**



Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$  với  $a, b, c$  thỏa mãn  $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

**Lời giải**

Vì  $(3a - 2b)^2 \geq 0; |4b - 3c| \geq 0$

nên để  $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$  thì  $\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$  Đặt

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$

Khi đó ta có  $P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{(2k)(3k)(4k)} = \frac{k^3(8 + 27 + 64)}{24k^3} = \frac{33}{8}$

Vậy  $P = \frac{33}{8}$ .

**Câu 55. (HSG 7 huyện Tam Dương 2017 - 2018)**

Cho  $x, y$  thỏa mãn  $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = 11x^2y + 4xy^2$

**Lời giải**

Vì  $(x - 2)^4 \geq 0; (2y - 1)^{2018} \geq 0$  với mọi  $x, y$  nên:  $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \geq 0 (\forall x, y)$

Mà theo đề bài  $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \leq 0$

$\Rightarrow (x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó:  $M = 11 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 22 + 2 = 24$

**Câu 56. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023)**

Cho  $x, y$  thỏa mãn  $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = 5x^2y - 4xy^2$

**Lời giải**

Ta có:  $(x + 2)^4 \geq 0$  với mọi  $x$

$(2y - 1)^{2024} \geq 0$  với mọi  $y$

$(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \geq 0$  với mọi  $x, y$

Theo đề bài, để  $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$  thì  $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} = 0$

$\begin{cases} (x + 2)^4 = 0 \\ (2y - 1)^{2024} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Thay  $x = -2, y = \frac{1}{2}$  vào biểu thức M ta được:

$M = 5x^2y - 4xy^2 = 5 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot (-2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 12$

**Câu 57. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Tính giá trị biểu thức  $P = \left(\frac{-21}{22}\right)^x - \sqrt{y+1}$  với  $x, y$  thoả mãn :  $(-5)^{2021} x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0$ .

**Lời giải**

Ta có:  $(-5)^{2021} x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0 \Rightarrow -5^{2021} x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0 \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left|y + \frac{3}{4}\right| \leq 0$

Vì  $5^{2021} x^{2022} \geq 0 \forall x; \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0 \forall y \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left|y + \frac{3}{4}\right| \leq 0$  chỉ xảy ra khi

$$5^{2021} x^{2022} + \left|y + \frac{3}{4}\right| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^{2022} = 0 \\ y + \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

+ Ta có:  $P = \left(\frac{-21}{22}\right)^x - \sqrt{y+1} = \left(\frac{-21}{22}\right)^0 - \sqrt{\frac{-3}{4} + 1} = 1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $P = \frac{1}{2}$ .

**Câu 58. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)**

Cho  $x, y, z, t$  thoả mãn:  $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$ .

Tính  $P = \left(\frac{x+y}{z+t}\right)^{2020} + \left(\frac{y+z}{x+t}\right)^{2021} + \left(\frac{z+t}{x+y}\right)^{2022} + \left(\frac{t+x}{z+y}\right)^{2023}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

$$\Rightarrow \frac{x}{y+z+t} + 1 = \frac{y}{z+t+x} + 1 = \frac{z}{t+x+y} + 1 = \frac{t}{x+y+z} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{y+z+t} = \frac{x+y+z+t}{z+t+x} = \frac{x+y+z+t}{t+x+y} = \frac{x+y+z+t}{x+y+z} \quad (1)$$

+ TH1:  $x+y+z+t = 0$

Từ (1)  $\Rightarrow x+y = -z-t; y+z = -t-x; z+t = -y-x; t+x = -y-z$

$$\Rightarrow P = \left(\frac{x+y}{z+t}\right)^{2020} + \left(\frac{y+z}{x+t}\right)^{2021} + \left(\frac{z+t}{x+y}\right)^{2022} + \left(\frac{t+x}{z+y}\right)^{2023}$$

$$= \left(\frac{-z-t}{z+t}\right)^{2020} + \left(\frac{-x-t}{x+t}\right)^{2021} + \left(\frac{-x-y}{x+y}\right)^{2022} + \left(\frac{-y-z}{z+y}\right)^{2023}$$

$$= 1 + (-1) + 1 + (-1) = 0$$

+ TH2:  $x+y+z+t \neq 0$

Từ (1)  $\Rightarrow y+z+t = z+t+x = t+x+y = x+y+z \Rightarrow x = y = z = t$

Thay các biến  $y, z, t$  bởi  $x$  ta được:

$$P = \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2020} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2021} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2022} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2023} = 1+1+1+1 = 4$$

Vậy  $P = 0$  hoặc  $P = 4$

**Câu 59. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Dân Chủ 2022 - 2023)**

Cho  $x+y+z = 2023$  và  $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$ . Tính  $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} P &= \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \\ &= \left(\frac{x}{y+z} + 1\right) + \left(\frac{y}{x+z} + 1\right) + \left(\frac{z}{x+y} + 1\right) - 3 \\ &= \frac{x+y+z}{y+z} + \frac{x+y+z}{x+z} + \frac{x+y+z}{x+y} - 3 \\ &= (x+y+z) \left(\frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{x+y}\right) - 3 \end{aligned}$$

Mà  $x+y+z = 2023$  và  $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$

Do đó  $P = 2023 \cdot \frac{1}{7} - 3 = 289 - 3 = 286$

**Câu 60. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)**

Cho 3 số  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tính  $S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac} \\ S &= \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+abc} + \frac{1}{abc+c+ac} \quad (\text{Vì } abc = 1) \\ S &= \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{abc}{c(ab+1+a)} \quad (\text{Vì } abc = 1) \\ S &= \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{ab}{ab+1+a} \\ S &= \frac{1+a+ab}{1+a+ab} = 1 \end{aligned}$$

**Câu 61. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)**

Cho các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính giá trị của biểu thức:  $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

**Lời giải**

$$\text{Từ: } \frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$$

$$\text{Nếu } a+b+c+d=0 \Rightarrow a+b=-(c+d); (b+c)=-(a+d)$$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

$$\text{Nếu } a+b+c+d \neq 0 \text{ thì từ } (*), \text{ ta có } a=b=c=d$$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

$$\text{Vậy } M = 4 \text{ nếu } a+b+c+d \neq 0$$

$$M = -4 \text{ nếu } a+b+c+d = 0$$

**Câu 62. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)**

Cho bốn số khác không  $a, b, c, d$  thỏa mãn điều kiện:  $b^2 = a.c; c^2 = b.d$

và  $a = 2022; d = 2023$ . Tính giá trị của biểu thức  $E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3}$ .

**Lời giải**

Theo bài ra ta có:

$$b^2 = a.c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$c^2 = b.d \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \quad (1) \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) (2) ta có: } \frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) (4) ta có: } \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d} = \frac{2022}{2023}$$

$$\text{Vậy } E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{2022}{2023}$$

**Câu 63. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lê Tư Thành 2022 - 2023)**

Cho  $x, y, z$  là các số thực thỏa mãn  $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ .

Tính giá trị của biểu thức:  $A = 2022.x + y^{2023} + z^{2023}$ .

**Lời giải**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$$

$$\frac{1}{x+y+z} = 2 \Rightarrow x+y+z = 0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2$$

Suy ra  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{5}{6}$ ;  $z = -\frac{5}{6}$

Khi đó ta có  $2022 \cdot x + y^{2023} + z^{2023} = 2022 \cdot 0 + 0 = 1011$

Vậy với  $x, y, z$  là các số thực thỏa mãn  $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

thì giá trị của biểu thức  $2022 \cdot x + y^{2023} + z^{2023}$  là 1011

**Câu 64. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường 2022 - 2023)**

Cho  $a+b+c = 2022$  và  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{2022}$ . Tính  $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$ .

**Lời giải**

Vì  $a+b+c = 2022$  nên:

$$a = 2022 - (b+c), b = 2022 - (a+c), c = 2022 - (a+b)$$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+b} = \frac{2022 - (b+c)}{b+c} + \frac{2022 - (a+c)}{a+c} + \frac{2022 - (a+b)}{a+b} \\ &= 2022 \cdot \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) - 3 = 2022 \cdot \frac{1}{2022} - 3 = 1 - 3 = -2 \end{aligned}$$

**Câu 65. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)**

Cho ba số  $x, y, z$  là ba số khác 0 thỏa mãn điều kiện  $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$ . Hãy

tính giá trị của biểu thức:  $C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$

**Lời giải**

Với ba số  $x, y, z$  là ba số khác 0 và áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

Ta có  $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} = \frac{y+z-x+z+x-y+x+y-z}{x+y+z} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+z-x = x \\ x+z-y = y \\ x+y-z = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+z = 2x \\ x+z = 2y \\ x+y = 2z \end{cases}$$

$$C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \left(\frac{x+y}{y}\right) \left(\frac{y+z}{z}\right) \left(\frac{z+x}{x}\right) = \frac{2z}{y} \cdot \frac{2x}{z} \cdot \frac{2y}{x} = 8$$

**Câu 66. (HSG 7 huyện Thanh Thủy; huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)**

Cho  $a, b, c$  là ba số thực khác 0, thỏa mãn:  $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$ .

Hãy tính giá trị của biểu thức  $C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ .

**Lời giải**

Ta có  $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$

$\Rightarrow \frac{a+b-2023c}{c} + 2024 = \frac{b+c-2023a}{a} + 2024 = \frac{c+a-2023b}{b} + 2024$

$\Rightarrow \frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b}$

+ Nếu  $a+b+c \neq 0$  thì  $a=b=c$

$\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = 2.2.2 = 8$

+ Nếu  $a+b+c=0$  thì  $a+b=-c$ ;  $a+c=-b$ ;  $b+c=-a$

$\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{a+b}{a}\right) \left(\frac{a+c}{c}\right) \left(\frac{c+b}{b}\right) = \frac{(-a).(-b).(-c)}{a.b.c} = -1$

Vậy  $C = 8$  hoặc  $C = -1$ .

**Câu 67. (HSG 7 huyện Ngọc Lặc, trường Nguyệt Ân 2022 - 2023)**

a) Cho  $a, b, c$  là ba số thực khác 0 thỏa mãn điều kiện:  $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$

Hãy tính giá trị của biểu thức  $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$

b) Cho  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ . Tính giá trị biểu thức.  $C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$

**Lời giải**

a) + Nếu  $a+b+c \neq 0$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, Ta có:

$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$

Mà  $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$

$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$

Vậy:  $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$

+ Nếu  $a+b+c=0$

Ta có:  $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = -2$

mà  $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = -1$

$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = -1$

$$\text{Vậy } M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = -1$$

b) Đặt  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases}$ . Khi đó:

$$C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2} = \frac{5(3k)^2 + 3(5k)^2}{10(3k)^2 - 3(5k)^2} = \frac{45k^2 + 75k^2}{90k^2 - 75k^2} = \frac{120k^2}{15k^2} = 8$$

**Câu 68. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)**

Cho các số  $a, b, c$  khác 0 thỏa mãn  $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a}$ . Tính giá trị của biểu thức

$$M = \frac{a^2b + b^2c + c^2a}{a^3 + b^3 + c^3} + \frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2}$$

**Lời giải**

Từ  $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a} \Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{b+c}{bc} = \frac{c+a}{ca}$  ( $a, b, c$  khác 0)

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = b = c$$

Đặt  $a = b = c = k$  ( $k \neq 0$ )

Khi đó  $M = \frac{k^3 + k^3 + k^3}{k^3 + k^3 + k^3} + \frac{k^2}{k^2} + \frac{k^2}{k^2} + \frac{k^2}{k^2} = 4$

**Câu 69. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Cho:  $2a - b = \frac{2}{3}(a + b)$ . Tính  $M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $2a - b = \frac{2}{3}(a + b) = \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}b \Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{5b}{3} \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow \frac{a^4}{b^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$$

$$\Rightarrow M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{625}{256}$$

Vậy  $M = \frac{625}{256}$ .

**Câu 70. (HSG 7 huyện, tỉnh Lào Cai 2022 - 2023)**

Cho  $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$  và  $4x^3 - 3 = 29$ . Tính giá trị biểu thức  $A = x - 2y + 3z$ .

**Lời giải**

Cho  $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$  và  $4x^3 - 3 = 29$ . Tính giá trị biểu thức  $A = x - 2y + 3z$ .

Ta có:  $4x^3 - 3 = 29 \Rightarrow 4x^3 = 32 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$

Thay  $x = 2$  vào

$$\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \text{ ta được: } \frac{2+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \Rightarrow 2 = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{y-25}{-16} = 2 \Rightarrow y-25 = -32 \Rightarrow y = -7; \frac{z+49}{25} = 2 \Rightarrow z+49 = 50 \Rightarrow z = 1$$

Thay  $x = 2; y = -7; z = 1$  vào  $A$  ta được:  $A = 2 - 2(-7) + 3 \cdot 1 = 19$

Vậy giá trị của biểu thức  $A = 19$ .

**Câu 71. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)**

Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$ .

Hãy tính giá trị của biểu thức :  $P = a^{2022} + b^{2023}$

**Lời giải**

Ta có :  $a^{102} + b^{102} = (a^{101} + b^{101}) \cdot (a + b) - ab \cdot (a^{100} + b^{100})$  với mọi  $a, b$  (1)

Mà  $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$  (2)

Từ (1) và (2):  $1 = (a + b) - ab$

$$(a - 1) \cdot (b - 1) = 0$$

TH1:  $a = 1$

$$1^{100} + b^{100} = 1^{101} + b^{101} = 1^{102} + b^{102}$$

$$b^{100} = b^{101} = b^{102}$$

$b = 0$  hoặc  $b = 1$

Do  $b > 0$  nên  $b = 1$

TH2:  $b = 1$

$$1^{100} + a^{100} = 1^{101} + a^{101} = 1^{102} + a^{102}$$

$$a^{100} = a^{101} = a^{102}$$

$a = 0$  hoặc  $a = 1$

Do  $a > 0$  nên  $a = 1$

$$\text{Do đó } P = a^{2022} + b^{2023} = 1^{2022} + 1^{2023} = 2$$



CÁC DỰ ÁN TOÁN THCS