CHUYÊN ĐỀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ
BÀI 1+2: BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:
I. BIẾN CỐ

1. Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

2. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là Ω.

Ví dụ: Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$

3. Một biến cố A (còn gọi là sự kiện A) liên quan tới phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

4. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu bởi $n(A)$ hoặc Ω_A. Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ A để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho A.

Khi đó ta cũng nói biến cố A được mô tả bởi tập A.

5. Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện hiện phép thử T. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω.

6. Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$.

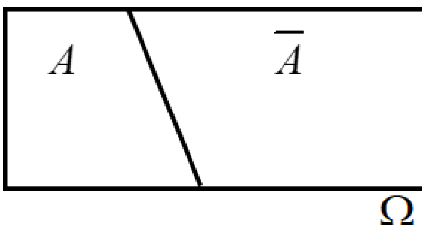
7. Các phép toán trên biến cố

* Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$. Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

* Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B.

* Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B.

* Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì ta nói A và B xung khắc.



8. Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.

Kí hiệu	**Ngôn ngữ biến cố**
$A \subset \Omega$	A là biến cố
$A = \varnothing$	A là biến cố không
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn
$C = A \cup B$	C là biến cố "A hoặc B"
$C = A \cap B$	C là biến cố "A và B"

$A \cap B = \varnothing$	A và B xung khắc
$B = \overline{A}$	A và B đối nhau

II. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất:

Cho T là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn. Giả sử A là một biến cố được mô ta bằng $\Omega_A \subset \Omega$. Xác suất của biến cố A, kí hiệu bởi $P(A)$, được cho bởi công thức

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho A}}{\text{Số kết quả có thể xảy ra}}.$$

Chú ý:

- $0 \le P(A) \le 1$.
- $P(\Omega) = 1,\ P(\varnothing) = 0$.

2. Định nghĩa thống kê của xác suất

Xét phép thử ngẫu nhiên T và một biến cố A liên quan tới phép thử đó. Nếu tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê số lần xuất hiện của A là n.

Khi đó xác suất của biến cố A được định nghĩa như sau:

$$P(A) = \frac{n}{N}.$$

III. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1. Quy tắc cộng

a) Quy tắc cộng xác suất

* Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

b) Công thức tính xác suất biến cố đối

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ của biến cố A là

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

2. Quy tắc nhân xác suất

Biến cố giao	Biến cố độc lập
Cho biến cố A và B. Biến cố " cả A và B đều xảy ra" kí hiệu là AB gọi là giao của hai biến cố A và B.	Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia.
Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Biến cố: "Tất cả k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ đều xảy ra", kí hiệu là $A_1A_2A_3\dots A_k$ được gọi là giao của k biến cố đó.	Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Chúng được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm bất kì trong các biến cố trên không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

Quy tắc nhân xác suất

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB)=P(A).P(B)$$

Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1, A_2, A_3, ..., A_k)=P(A_1).P(A_2)...P(A_k)$$

Chú ý:

* Nếu A và B độc lập thì A và $\overline{B}$ độc lập, B và $\overline{A}$ độc lập, $\overline{B}$ và $\overline{A}$ độc lập. Do đó Nếu A và B độc lập thì ta còn có các đẳng thức

$$P(A\overline{B})=P(A).P(\overline{B})$$

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A}).P(B)$$

$$P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})$$

* Nếu một trong các đẳng thức trên bị vi phạm thì hai biến cố A và B không độc lập với nhau

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Dạng 1: Mô tả không gian mẫu, mô tả biến cố:

a) Phương pháp:

- Liệt kê các kết quả xảy ra trong phép thử
- Liệt kê tất cả các khả năng thuận lợi cho biến cố

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một cửa hàng là: ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa. Bác Hoa tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

a. Mô tả không gian mẫu.

b. Gọi A là biến cố: "Bác Hoa chọn được mặt hàng là đồ điện". Hỏi A là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a. Không gian mẫu là tập hợp các phần thưởng trong chương trình khuyến mãi của siêu thị,

$\Omega=\{$ti vi; bàn ghế; tủ lạnh; máy tính; bếp từ; bộ bát đĩa$\}$

b. A = {ti vi; tủ lạnh; máy tính; bếp từ}.

Ví dụ 2: Gieo ngẫu nhiên 2 đồng xu.

a) Mô tả không gian mẫu

b) Gọi A là biến cố " Không mặt nào xuất hiện". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố A

Gọi B là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện đúng một lần ". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố B

Gọi C là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần ". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố C

Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là S, mặt ngửa là N.

a) Không gian mẫu là $\Omega=\{SS;SN;NS;NN\}$

b) A là biến cố " Không mặt nào xuất hiện". Tập hợp mô tả biến cố A là $A=\varnothing$

B là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện đúng một lần ". Tập hợp mô tả biến cố B là $B=\{SN;NS\}$

C là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần ". Tập hợp mô tả biến cố C là $C=\{SN;NS;NN\}$

Ví dụ 3: Tung một đồng xu ba lần liên tiếp.

a) Viết tập hợp Ω là không gian mẫu trong trò chơi trên.

b) Xác định mỗi biến cố:

A: "Lần đầu xuất hiện mặt ngửa"
B "Mặt ngửa xảy ra đúng một lần".

Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là S, mặt ngửa là N.

a) Không gian mẫu trong trò chơi trên là tập hợp

$\Omega = \{SSS; SSN; SNS; NSS; SNN; NSN; NNS; NNN\}$

b) Biến cố A là tập hợp: $A = \{NSS; NSN; NNS; NNN\}$

Biến cố B là tập hợp: $B = \{SSN; SNS; NSS\}$

Ví dụ 4: Xét phép thử ngẫu nhiên là việc gieo hai con xúc xắc cùng một lúc

a) Mô tả không gian mẫu

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A là biến cố " Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện"

Gọi B là biến cố "tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc bằng 6 "

C: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13"

D: :Tổng số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc bằng 13"

Hình 1

Lời giải

a) Kết quả của phép thử là một cặp số *(a;b)* trong đó *a, b* lần lượt là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất và thứ hai

Không gian mẫu Ω={(1;1),(1;2),(1;3),(1;4),(1;5),(1;6),(2;1)(2;2),(2;3),(2;4),(2;5),(2;6),(3;1),(3;2),(3;3),(3;4),(3;5),(3;6),(4;1);(4;2);(4;3),(4;4),(4;5),(4;6),(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);5;5),(5;6),(6;1);(6;2);(6;3);(6:4);(6;5);(6;6)}

b) Ta có $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$. Do đó số khả năng thuận lợi cho biến cố A là 6

b) Ta có $a + b = 6 = 1 + 5 = 5 + 1 = 2 + 4 = 4 + 2 = 3 + 3$.

Do đó $B = \{(1;5);(5;1);(2;4);(4;2);(3;3)\}$

Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố B là 5

c) Ta có tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc tối đa là $12 < 13$. Nên $C = \Omega$

Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố C là 36

d) Ta có $D = \varnothing$. Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố D là 0

Ví dụ 5: Gieo đồng thời một con xúc xắc và một đồng xu.

a. Mô tả không gian mẫu.

b. Xét các biến cố sau:

C: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp";

D: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 3".
Các biến cố C, $\overline{C}$ và D, $\overline{D}$ là các tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a. Kí hiệu S là mặt sấp, N là mặt ngửa. Không gian mẫu của phép thử là

$\Omega = \{(1,S);(1,N);(2,S);(2,N);(3,S);(3,N);(4,S);(4,N);(5,S);(5;N);(6;S);(6;N)\}$

b)

$C = \{(1,S);(2,S);(3,S);(4,S);(5,S);(6;S)\}$,

$\overline{C} = \{(1,N);(2,N);(3,N);(4,N);(5;N);(6;N)\}$

$D = \{(1,N);(2,N);(3,S);(3,N);(4,N);(5;N);(6;N)\}$

$\overline{D} = \{(1,S);(2,S);(4,S);(5,S);(6;S)\}$

Ví dụ 6: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 20.

a. Mô tả không gian mẫu.

b. Gọi A là biến cố: "Số được chọn là số nguyên tố". Các biến cố A và $\overline{A}$ là tập con nào của không gian mẫu?

c) Gọi B là biến cố: "Số được chọn là số nguyên tố hoặc số lẻ". Các biến cố B và $\overline{B}$ là tập con nào của không gian mẫu?

d) Gọi C là biến cố: "Số được chọn là số nguyên tố và là số lẻ ". Các biến cố C và $\overline{C}$ là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20\}$

bTa có:

$A = \{2;3;5;7;11;13;17;19\}$

$\overline{A} = \{1;4;6;8;9;10;12;14;15;16;18;20\}$

c) Ta có $B = \{1;2;3;5;7;9;11;13;15;17;19\}, \overline{B} = \{4;6;8;10;12;14;16;18;20\}$

d) Ta có:

$D = \{3;5;7;11;13;17;19\}$

$\overline{D} = \{1;2;4;6;8;9;10;12;14;15;16;18;20\}$

Ví dụ 7: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 100

a) Hãy mô tả không gian mẫu

b) Gọi M là biến cố "Số được chọn nhỏ hơn 10". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố M

c) Gọi N là biến cố "Số được chọn là số lẻ" Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho N

d) Gọi A là biến cố "Số được chọn là số chính phương". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố A

e) Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 4" Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho B

Lời giải

a) Không gian mẫu của phép thử trên là: $\Omega = \{1;2;3;...;99\}$

b) $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ là biến cố "Số được chọn nhỏ hơn 10" nên tập hợp mô tả biến cố M là

a) $N = \{1;3;5;...97,99\}$. Do đó số các kết quả thuận lợi cho N là $\frac{99-1}{2}+1=50$ (kết quả)

d) A là biến cố "Số được chọn là số chính phương", nên tập hợp mô tả biến cố A là
$A = \{1;4;9;16;25;36;49;64;81\}$

e) Số chia hết cho 4 có dạng $4k(k\in\mathbb{Z})$

mà $1\le 4k\le 99\Leftrightarrow \frac{1}{4}<k<\frac{99}{4}\Rightarrow k\in[2;24]\ (k\in\mathbb{Z})$

Vậy có 23 khả năng thuận lợi cho B.

Ví dụ 8: Trong hộp có 3 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 3. Hãy xác định không gian mẫu của các phép thử:

a) Lấy một thẻ từ hộp, xem số, trả thẻ vào hộp rồi lại lấy tiếp 1 thẻ từ hộp

b) Lấy một thẻ từ hộp, xem số, bỏ ra ngoài rồi lấy tiếp 1 thẻ khác từ hộp

c) Lấy đồng thời hai thẻ từ hộp

Lời giải

a) Lần đầu tiên lấy thẻ, sau đó để lại vào hộp nên lần thứ 2 cũng sẽ có 3 trường hợp với 3 số xảy ra, nên ta có không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega=\{(1;1),(1;2);(1;3);(2;1);(2;2);(2;3);(3;1);(3;2);(3;3)\}$

b) Lần đầu lấy một thẻ từ hộp, xem số, bỏ ra ngoài rồi lấy tiếp 1 thẻ khác từ hộp, nên lần hai chỉ có 2 trường hợp với hai số còn lại, nên ta có không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega=\{(1;2);(1;3);(2;1);(2;3);(3;1);(3;2)\}$

c) Ta lấy đồng thời hai thẻ nên các số được đánh trên thẻ là khác nhau

$\Omega=\{(1;2);(1;3);(2;3)\}$

2. Dạng 2: Xác định biến cố thông qua biến cố cho trước

a) Phương pháp: Dựa vào định nghĩa của biến cố

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Một lớp có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Gọi A là biến cố : “lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh trong đó nhất thiết phải có học sinh nữ”. Hãy mô tả biến cố đối của biến cố A (Giả thiết rằng học sinh nào cũng có khả năng văn nghệ)

Lời giải

Biến cố đối của biến cố A là “lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh đều là nam”

Ví dụ 2: Một xạ thủ bắn hai phát độc lập với nhau. Gọi A_1,A_2 lần lượt là biến cố lần thứ nhất và lần thứ 2 bắn trúng hồng tâm. Hãy biểu diễn các biến cố sau thông qua các biến cố A_1,A_2

a)Cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm

b)Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm

c)Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

Lời giải

Gọi A là biến cố cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm

Ta có $A=A_1\cap A_2=A_1A_2$

Gọi B là biến cố: Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm

Ta có $B=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}=\overline{A_1}\,\overline{A_2}$

Gọi C là biến cố: Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

Ta có $C=\left(A_1\cap\overline{A_2}\right)\cup\left(\overline{A_1}\cap A_2\right)\cup\left(A_1\cap A_2\right)=\left(A_1\overline{A_2}\right)\cup\left(\overline{A_1}A_2\right)\cup\left(A_1A_2\right)$

Ta thấy $C=\overline{B}$.

Ví dụ 3: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “ xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k=1,2,3,4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1,A_2,A_3,A_4.

A: "Lần thứ tư mới bắn trúng bia".

B: "Bắn trúng bia ít nhất một lần".

C: "Bắn trúng bia đúng ba lần".

Lời giải

Ta có $\overline{A_k}$ là biến cố "Lần thứ k ($k = 1,2,3,4$) xạ thủ bắn không trúng bia".

Do đó

$A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

$C = A_1A_2A_3\overline{A_4} \cup A_1A_2\overline{A_3}A_4 \cup A_1\overline{A_2}A_3A_4 \cup \overline{A_1}A_2A_3A_4$.

3. Dạng 3: Tính số phần tử không gian mẫu và số khả năng thuận lợi cho biến cố

a) Phương pháp

Cách 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.

Cách 2: Sử dụng các quy tắc đếm, các kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

1. Tìm số phần tử của không gian mẫu.

2. Xác định số khả năng thuận lợi cho các biến cố:

A: "Số lần gieo không vượt quá ba"

B: "Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa"

Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là S, mặt ngửa là N.

1. Ta có $\Omega = \{S;\ NS;\ NNS;\ NNNS;\ NNNNS;\ \text{NNNNN}\} \Rightarrow n(\Omega) = 6.$

2. $A = \{S;\ NS;\ NNS\} \Rightarrow n(A) = 3.$

$B = \{NNS;\ NNNS;\ NNNNS;\ \text{NNNNN}\} \Rightarrow n(B) = 4.$

Ví dụ 2: Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

2. Các biến cố:

a) A: "4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng".

b) B: "4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ".

c) C : "4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu".

Lời giải

1. Ta có: $|\Omega| = C_{24}^4 = 10626$.

2. a) Số cách chọn 4 viên bi trong đó có đúng hai viên bị màu trắng là: $C_{10}^2.C_{14}^2 = 4095$.

Suy ra $n(A) = 4095$.

b) Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là C_{18}^4.

Suy ra $n(B) = C_{24}^4 - C_{18}^4 = 7566$.

c) Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu là: $C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4$

Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu là:

$C_{14}^4 + C_{16}^4 + C_{18}^4 - 2(C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4)$

Số cách lấy 4 viên bị có đủ ba màu là:

$C_{24}^4-(C_{14}^4+C_{16}^4+C_{18}^4)+(C_6^4+C_8^4+C_{10}^4)=5040$

Suy ra $n(C)=5859$.

Cách 2: $n(C)=C_6^1.C_8^1.C_{10}^2+C_6^1.C_8^2.C_{10}^1+C_6^2.C_8^1.C_{10}^1=5040.$

Ví dụ 3: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu.

2. Các biến cố

a) A: "Số được chọn chia hết cho 5"

b) B : "Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và hai chữ số lẻ không đứng kề nhau"

Lời giải

1. Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau là $9.A_9^3=4536$.

Suy ra $|\Omega|=4536$.

2. Gọi $\overline{abcd}$ là số có bốn chữ số đôi một khác nhau và thỏa yêu cầu bài toán ($a\neq 0$).

a) TH1: $d=5$: Có $8.A_8^2=448$ (số)

TH2: $d=0$: Có $A_9^3=504$ (số)

Suy ra $n(A)=952$.

b) **Cách 1.**

TH1: Chỉ có chữ số a,c lẻ: Có $A_5^2.A_5^2=400$ (số)

TH2: Chỉ có chữ số a,d lẻ: Có $A_5^2.A_5^2=400$ (số)

TH1: Chỉ có chữ số b,d lẻ: Có $A_5^2.4.4=320$ (số)

Suy ra $n(B)=1120$.

Cách 2.

Chọn từ 5 chữ số lẻ ra 2 chữ số lẻ và sắp theo thứ tự trên hàng ngang, có $A_5^2=20$ cách.

Với mỗi cách xếp trên ta xem như có 3 khoảng trống được tạo ra (một khoảng trống ở giữa và hai khoảng trống ở hai đầu).

Chọn ra 2 trong 5 chữ số chẵn và xếp vào 2 trong 4 ô trống đó (mỗi ô 1 chữ số) để được số thỏa yêu cầu đề bài, có $C_5^2.A_3^2-C_4^1=56$ cách.

Suy ra $n(B)=20.56=1120$.

Ví dụ 4: Xếp 4 viên bi xanh và 5 viên bi trắng có các kích thước khác nhau thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên.

a) Hãy tìm số phần tử không gian mẫu

b) Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

A "Không có hai viên bi trắng nào xếp liền nhau"

B "Bốn viên bi xanh được xếp liền nhau"

Lời giải

a) $n(\Omega)=9!=362880$

b)- Việc xếp 9 viên bi sao cho không có hai viên bi trắng nào xếp liền nhau được thực hiện qua 2 công đoạn

Công đoạn 1: Xếp 4 viên bi xanh trước, vì các viên bi có kích thước khác nhau nên quan tâm đến thứ tự, suy ra công đoạn 1 có 4!=24 cách

Công đoạn 2: Xếp 5 viên bi trắng vào 5 khoảng trống do 4 bi xanh tạo ra, có quan tâm đến thứ tự nên công đoạn 2 có 5!=60 cách

Vậy có 60.24=1440 kết quả thuận lợi cho biến cố A

- Xếp 4 viên bi xanh (tạo thành một nhóm X) có 4! cách. Xếp nhóm X và 5 bi trắng có 6! Cách. Do đó vậy số cách xếp bốn viên bi xanh được xếp liền nhau là 4!.6!=17280 cách.

Vậy $n(B)=17280$

Ví dụ 5: Xếp 6 bạn nam và 4 bạn nữ thành một hàng dọc một cách ngẫu nhiên.

Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

A "Bốn bạn nữ luôn đứng cạnh nhau"

B "Không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau"

C "Nam nữ đứng xen kẽ"

D "Xếp theo từng phái"

Lời giải

-Xếp 4 bạn nữ cạnh nhau (tạo thành một nhóm X) có 4! cách. Xếp nhóm X và 6 bạn nam có 7! Cách. Do đó vậy số cách xếp bốn bạn nữ luôn đứng cạnh nhau là 4!.7!=120960 cách.

Vậy $n(A)=120960$

- Xếp 6 bạn nam có 6! cách. Khi đó tạo ra 7 khoảng trống để xếp các bạn nữ sao cho hai bạn nữ bất kì không đứng cạnh nhau. Chọn 4 khoảng trống trong 7 khoảng trống để xếp 4 bạn nũ có A_7^4 cách. Do đó có tất cả $6!A_7^4=604800$ cách xếp không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

Vậy $n(B)=604800$

c) Do có 6 bạn nam và 4 bạn nữ nên sẽ tồn tại hai bạn nam đứng cạnh nhau.

Vậy $n(C)=0$

d) Có 2 cách xếp theo từng phái, có 4! cách xếp nữ, 6! cách xếp nam. Vậy có tất cả 2.4!.6!=34560 cách xếp theo từng phái.

Vậy $n(D)=34560$

Ví dụ 6: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

2. Các biến cố:

a) A: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn".

b) B: "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

Lời giải

1. Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega|=C_{100}^5$.

2. a) Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra $n(A)=C_{50}^5$.

b) Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3, 67 số không chia hết cho 3.

Ta có $\overline{B}$: "Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn đều không chia hết cho 3".

Suy ra $n(\overline{B})=C_{67}^5$, do đó $n(B)=C_{100}^5-C_{67}^5$.

c) Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Cho phép thử: "Gieo một đồng xu liên tiếp hai lần". Không gian mẫu của phép thử đã cho là:

A. $\Omega=\{SS;SN;NS;NN\}$. **B.** $\Omega=\{SS;NN\}$.

C. $\Omega=\{SN;NS\}$. **D.** $\Omega=\{SN;NS;NN\}$.

Câu 2: Gieo một đồng tiền cân đối đồng chất liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 3: Cho phép thử: "Gieo một đồng xu liên tiếp ba lần". Gọi A là biến cố: "có đúng 2 lần mặt sấp xuất hiện". Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A=\{SSN;SNS;NSS\}$. **B.** $A=\{SS\}$.

C. $A=\{SSN;NSS\}$. **D.** $A=\{SNN;NNS;NSN\}$.

Câu 4: Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất và quan sát số chấm xuất hiện. Xác định biến cố A: "Xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 2"

A. $A=\{1;2\}$. **B.** $A=\{2;3\}$.

C. $A=\{2;3;4;5\}$. **D.** $A=\{2;3;4;5;6\}$.

Câu 5: Một hộp có 2 bi trắng được đánh số từ 1 đến 2, có 3 viên bi xanh được đánh số từ 3 đến 5 và 2 viên bi đỏ được đánh số từ 6 đến 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 49. **B.** 42. **C.** 10 **D.** 21.

Câu 6: Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất và quan sát số chấm xuất hiện. Hãy mô tả không gian mẫu

A. $\Omega=\{1;3;5\}$. **B.** $\Omega=\{1;3;4;5\}$.

C. $\Omega=\{2;4;6\}$ **D.** $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 7: Gieo ngẫu nhiên ba đồng xu phân biệt một lần. Kí hiệu S, N lần lượt chỉ đồng xu lật sấp, lật ngửa. Hãy mô tả không gian mẫu

A. $\Omega=\{SSS;SNS;NNS;NNN\}$.

B. $\Omega=\{SSS;SNS;SSN;SNN;NNN;NNS;NSN;NSS\}$.

C. $\Omega=\{SNN;NNS\}$.

D. $\Omega=\{SN;NS;NN\}$.

Câu 8: Gieo ngẫu nhiên ba đồng xu phân biệt một lần. Kí hiệu S, N lần lượt chỉ đồng xu lật sấp, lật ngửa. Xác định biến cố C:"có ít nhất hai đồng tiền xuất hiện mặt ngửa"

A. $\Omega=\{SSS;SNS;NNS;NNN\}$.

B. $\Omega=\{SNN;NNN;NNS;NSN\}$.

C. $\Omega=\{SNN;NNS\}$.

D. $\Omega=\{NNN\}$.

Câu 9 : Xét phép thử : « Gieo một con súc sắc » . Hãy mô tả biến cố A : « Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ »

A. $A=\{1;3;5\}$. **B.** $A=\{1;2;3\}$.

C. $A=\{2;3;4;5\}$. **D.** $A=\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 10 : Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Tính số phần tử của biến cố A

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A=\{(1;2;3);(1;2;4);(1;2;5);(1;3;4)\}$

Vậy số phần tử biến cố A là 4

Câu 11 : Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố "sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện. Mô tả biến cố A

A. $A=\{(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5)\}$.

B. $A=\{(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6)\}$.

C. $A=\{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5)\}$.

D. $A=\{(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5)\}$.

Câu 12: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu ta có: $n(\Omega)=2.6=12$. (phần tử)

Câu 13: Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 36. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

$n(\Omega)=6.6=36$.

(lần 1 có 6 khả năng xảy ra- lần 2 có 6 khả năng xảy ra).

Câu 14: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

A. 36. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

$n(\Omega)=2.2.2=8$.

(lần 1 có 2 khả năng xảy ra- lần 2 có 2 khả năng xảy ra – lần 3 có 2 khả năng xảy ra).

4. Dạng 4 Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển

a) Phương pháp

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức:

$$P(A)=\frac{n}{N}.$$

- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{|A|}{|\Omega|}.$$

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Xét phép thử ngẫu nhiên là việc gieo hai con xúc xắc cùng một lúc. Tìm xác suất của biến cố:

a) A: " Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện"

b) B "tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc bằng 6 "

c) C: "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện bằng 9"

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6=36$

a) Ta có $A=\{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}\Rightarrow n(A)=6$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

b) Ta có $6=1+5=5+1=2+4=4+2=3+3$.

Do đó $B=\{(1;5);(5;1);(2;4);(4;2);(3;3)\}\Rightarrow n(B)=5$

Xác suất cần tìm là $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{36}$.

c) Ta có $9=3+6=6+3=5+4=4+5$

Do đó $C=\{(4;5);(5;4);(6;3);(3;6)\} \Rightarrow n(C)=4$

Xác suất cần tìm là $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$.

Ví dụ 2: Có ba hộp A,B,C. Hộp A có chứa ba thẻ mang số 1, số 2, số 3. Hộp B chứa hai thẻ mang số 2 và số 3. Hộp C C chứa hai thẻ mang số 1 và số 2. Từ mỗi hộp ta rút ra ngẫu nhiên một thẻ.

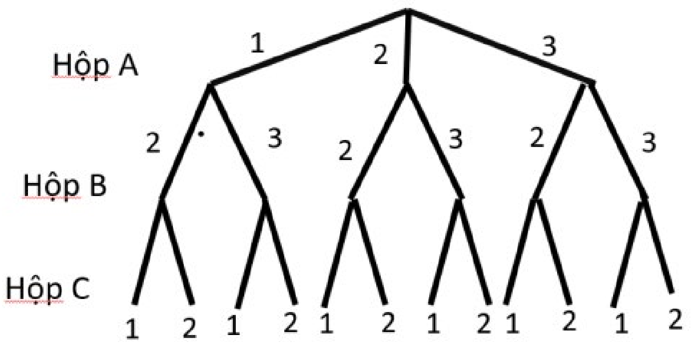
a. Vẽ sơ đồ cây để mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b. Gọi M là biến cố: "Trong ba thẻ rút ra có ít nhất một thẻ số 1". Biến cố $\overline{M}$ là tập con nào của không gian mẫu?

c. Tính $P(M), P(\overline{M})$

Lời giải

a.



Vậy $n(\Omega)=12$

b. Biến cố $\overline{M}$: "Trong ba thẻ rút ra không có thẻ số 1".

$\overline{M}$ = {222; 232; 322; 332}

c.Ta có: $n(\overline{M})=4$.

$P(\overline{M})=\dfrac{n(\overline{M})}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$. $P(M)=1-P(\overline{M})=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$.

Ví dụ 3: Hộp thứ nhất đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ và 1 thẻ vàng. Hộp thứ hai đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ. Các tấm thẻ có kích thước có khối lượng như nhau. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ

a) Sử dụng sơ đồ hình cây, hãy liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra

b) Tính xác suất của biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu xanh"

Lời giải

a) Các kết quả có thể xảy ra trong 2 lần lấy tấm thẻ từ 2 hộp được thể hiện ở sơ đồ hình cây như hình dưới đây:

Lần 1	**Lần 2**
	Xanh
Xanh	Đỏ

	Xanh
Đỏ	Đỏ
	Xanh
Vàng	Đỏ

$n(\Omega) = 6.$

b)

Lần 1	**Lần 2**	**A xảy ra**
	Xanh	có
Xanh	Đỏ	có
	Xanh	Có
Đỏ	Đỏ	Không
	Xanh	Có
Vàng	Đỏ	Không

Gọi A là biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu xanh"

Theo sơ đồ cây ta có

$n(A) = 4.$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

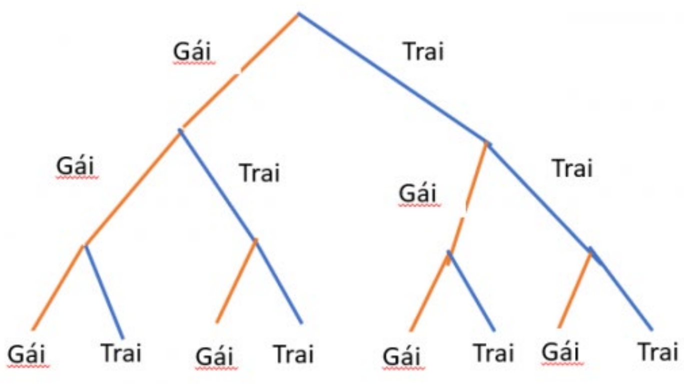
Ví dụ 4: Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm giới tính của ba người con này.

a. Vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có một con trai và hai con gái.

Lời giải

a.



Vậy n(Ω) = 8.

b. Gọi biến cố A: " gia đình đó có một con trai và hai con gái".

A = {GTG; TGG; GGT} (với G là viết tắt của gái, T là viết tắt của trai).

n(A) = 3. Vậy P(A) = 3/8

Ví dụ 5: Chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba con và quan sát giới tính của ba người con này. Tính xác suất của các biến cố sau:

a. A : "Con đầu là gái";

b. B : "Có ít nhất một người con trai".

Lời giải

Mỗi người con sẽ là trai hoặc gái, nên 3 người con thì số khả năng xảy ra là: 2.2.2 = 8, hay n(Ω) = 8.

a. Con đầu là con gái vậy chỉ có 1 cách chọn.

Hai ngườ con sau không phân biệt về giới tính nên có: 2.2 = 4 cách chọn.

⇒ n(A) = 1.4 = 4. Vậy P(A) = 4/8=1/2.

b. Xét biến cố $\overline{B}$. "Không có người con trai nào". $\Rightarrow \overline{B}=\{GGG\}, n(\overline{B})=1$

$\Rightarrow P(\overline{B})=\dfrac{1}{8}$

$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$.

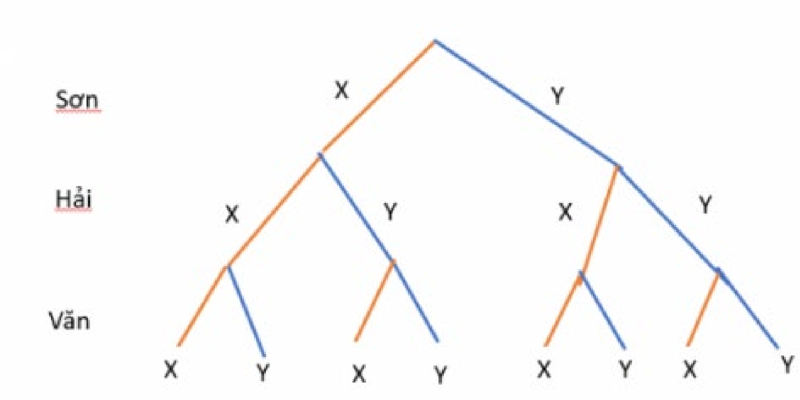
Ví dụ 6:Trên một phố có hai quán ăn X, Y. Ba bạn Sơn, Hải, Văn mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn.

a. Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b. Tính xác suất của biến cố "Hai bạn vào quán X, bạn còn lại vào quán Y".

Lời giải

a.



$n(\Omega)=8$.

b. Biến cố A: "Hai bạn vào quán X, bạn còn lại vào quán Y".

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A: {XXY; XYX; YXX}

⇒ n(A) = 3

⇒ P(A) = 3/8.

Ví dụ 7: Gieo liên tiếp một con xúc xắc và một đồng xu.

a. Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.

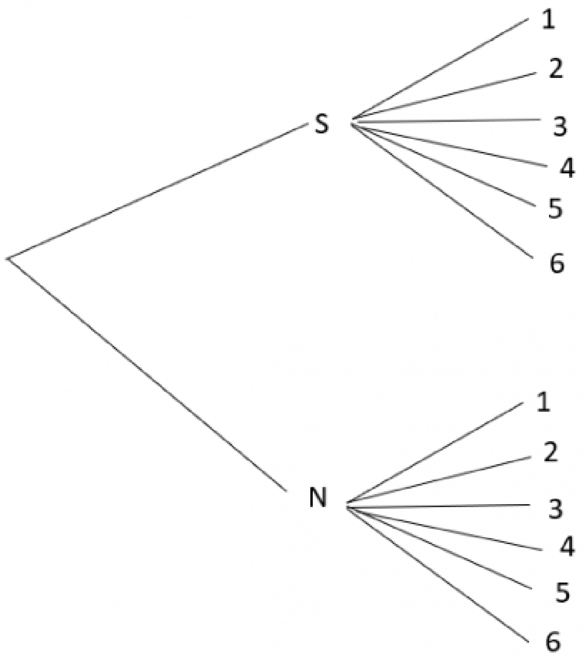
b. Tính xác suất của các biến cố sau:

F: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa";

G: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5".

Lời giải

a. Kí hiệu S là mặt sấp, N là mặt ngửa.



n(Ω) = 12

b.

- Biến cố F, các kết quả thuận lợi cho biến cố F là: {N1; N2; N3; N4; N5; N6}.
  ⇒ n(F) = 6
  ⇒ P(F) = 6/12=1/2.
- Biến cố G, các kết quả thuận lợi cho biến cố G là: {S1; S2; S3; S4; S5; S6; N5}.
  ⇒ n(G) = 7
  ⇒ P(G) = 7/12.

Ví dụ 8:Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1,2,3,4,5$, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 chiếc thẻ từ trong hộp.

a) Gọi Ω là không gian mẫu trong trò chơi trên. Tính số phần tử của tập hợp Ω.

b) Tính xác suất của biến cố "Tích các số trên hai thẻ là số lẻ".

Lời giải

a) Mỗi phần tử của không gian mẫu là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_5^2 = 10.$(phần tử)

b)Gọi A là biến cố "Tích các số trên hai thẻ là số lẻ"

Để tích các số trên thẻ là số lẻ thì cả hai thẻ bốc được đều phải là số lẻ. Do đó, số khả năng thuận lợi cho biến cố A là tổ hợp chập 2 của 3 phần tử:

$\Rightarrow n(A) = C_3^2 = 3$ (khả năng)

Xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{10}$.

Ví dụ 9: Một hộp có 4 tấm bìa cùng loại, mỗi tấm bìa được ghi một trong các số $1,2,3,4$ hai tấm bìa khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm bìa từ trong hộp.

a) Tính số phần tử của không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố sau:

A: "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 9";

B: "Các số trên ba tấm bìa là ba số tự nhiên liên tiếp".

c) Tính $P(A), P(B)$.

Lời giải

a) Mỗi phần tử của không gian mẫu là một tổ hợp chập 3 của 4 phần tử. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_4^3=4.$(phần tử)

b) A "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 9" , do đó $A=\{(3;2;4)\}$

B "Các số trên ba tấm bìa là ba số tự nhiên liên tiếp", do đó có B={(1;2;3),(2;3;4)}

c) $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{4}, P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$

Ví dụ 10:

Hai bạn nữ Hoa, Thảo và hai bạn nam Dũng, Huy được xếp ngồi ngẫu nhiên vào bốn ghế đặt theo hàng dọc. Tính xác suất của mỗi biến cố:

a) "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên";

b) "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên và bạn Huy ngồi ghế cuối cùng".

Lời giải

Xếp 4 bạn vào 4 ghế là sự hoán vị của 4 phần tử. Do đó, không gian mẫu là:

$n(\Omega)=4!=24$ (phần tử)

a) Gọi A là biến cố "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên"

Ghế đầu tiên là ghế của Thảo nên có 1 cách chọn, 3 ghế còn lại xếp tùy ý 3 bạn nên ta có sự hoán vị của 3 phần tử. Theo quy tắc nhân, ta có: n(A)=1.3!=6 (phần tử)

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}.$

b) Gọi B là biến cố "Bạn Thảo ngồi ghế đầu tiên và bạn Huy ngồi ghế cuối cùng".

Ghế đầu tiên của bạn Thảo và ghế cuối cùng của bạn Huy nên có 1 cách chọn cho cả 2 ghế, 2 ghế còn lại xếp tùy ý 2 bạn nên ta có sự hoán vị của 2 phần tử. Theo quy tắc nhân, ta có: n(B)=1.1.2!=2 (phần tử)

Vậy xác suất của biến cố B là: $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}.$

Ví dụ 11: Có 10 bông hoa màu trắng, 10 bông hoa màu vàng và 10 bông hoa màu đỏ. Người ta chọn ra 4 bông hoa từ các bông hoa trên. Tính xác suất của biến cố "Bốn bông hoa chọn ra có cả ba màu".

Lời giải

Mỗi lần lấy ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ 30 bông hoa ta có một tổ hợp chập 4 của 30. Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{30}^4=27405$ (phần tử)

Gọi A là biến cố " bốn bông hoa chọn ra có cả ba màu"

Để chọn ra bốn bông hoa có đủ 3 màu ta chia ra làm ba trường hợp:

TH1: 2 bông trắng, 1 bông vàng, 1 bông đỏ: $C_{10}^2C_{10}^1C_{10}^1$ (cách chọn)

TH2: 1 bông trắng, 2 bông vàng, 1 bông đỏ: $C_{10}^1C_{10}^2C_{10}^1$ (cách chọn)

TH3: 1 bông trắng, 1 bông vàng, 2 bông đỏ: $C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^2$ (cách chọn)

Áp dụng quy tắc cộng, ta có $n(A)=C_{10}^2C_{10}^1C_{10}^1+C_{10}^1C_{10}^2C_{10}^1+C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^2=13500$ (cách chọn)

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{13500}{27405}=\frac{100}{203}.$

Ví dụ 12; Trong một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại được viết các số $1,2,3...,20$ sao cho mỗi thẻ chỉ viết một số và hai thẻ khác nhau viết hai số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc thẻ. Tính xác suất của biến cố "Hai thẻ được chọn có tích của hai số được viết trên đó là số chẵn".

Lời giải

a) Mỗi phần tử của không gian mẫu là một tổ hợp chập 2 của 20 phần tử. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{20}^{2}=190$ (phần tử)

b) Gọi A là biến cố "Tích các số trên hai thẻ là số chẵn"

Để tích các số trên hai thẻ là số chẵn thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: cả hai thẻ bốc được đều phải mang số chẵn, trường hợp này có C_{10}^{2} cách

Trường hợp 2: bốc được một thẻ mang số chẵn và một thẻ mang số lẻ, trường hợp này có $C_{10}^{1}.C_{10}^{1}$ cách.

Áp dụng quy tắc cộng, ta có $n(A)=C_{10}^{1}.C_{10}^{1}+C_{10}^{2}=145$ (cách chọn)

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{145}{190}=\dfrac{29}{38}$.

Ví dụ 13: Một hộp đựng các tấm thẻ đánh số $10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20$. Rút ngẫu nhiên từ hộp hai tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

a. C "Cả hai thẻ rút được đều mang số lẻ";

b. D "Cả hai thẻ rút được đều mang số chẵn".

Lời giải

Rút hai thẻ từ 11 thẻ có $C_{11}^{2}=55$ cách: hay $n(\Omega)=55$ (phần tử)

a. Cả hai thẻ được rút ra đều mang số lẻ, nên hai thẻ rút ra thuộc tập $\{11;13;15;17;19\}$

$\Rightarrow n(C)=C_{5}^{2}=10$ (Khả năng)

Vậy $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{55}=\dfrac{2}{11}$.

b. Cả hai thẻ được rút ra đều mang số chẵn, nên hai thẻ rút ra thuộc tập $\{10;12;14;16;18;20\}$

$\Rightarrow n(D)=C_{6}^{2}=15$.(Khả năng)

Vậy $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{15}{55}=\dfrac{3}{11}$.

Ví dụ 14: Một chiếc hộp đựng 6 viên bi trắng, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi đen. Chọn ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất để trong 6 viên bi đó có 3 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi đen.

Lời giải

Chọn 6 viên bi trong 12 viên bi thì số cách chọn là: $C_{12}^{6}=924$ cách, hay $n(\Omega)=924$ (phần tử)

Biến cố A " Trong 6 viên bi đó có 3 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi đen.
".

Chọn 3 viên bi trắng trong 6 viên, số cách: $C_{6}^{3}=20$

Chọn 2 viên bi đỏ trong 4 viên, số cách: $C_{4}^{2}=6$ C

Chọn 1 viên bi đen trong 2 viên, số cách: $C_{2}^{1}=2$

$\Rightarrow n(A)=20.6.2=240$. (Khả năng)

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{240}{924}=\dfrac{20}{77}$.

Ví dụ 15: Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $6!.4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2+2.2=6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $6.3!.5!$.

Gọi A: " Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền".

$$n(A)=4!.6!-6.3!.5!=12960 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12960}{10!}=\frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{280}$.

Ví dụ 16: Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Rút ra được tứ quý K ''

b) B: "4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át"

c) C: "4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích''

Lời giải

a) Ta có số cách chọn ngẫu nhiên 4 quân bài là: $C_{52}^4=270725$;

Suy ra $n(\Omega)=270725$

Vì bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $n(A)=1$

Vậy $P(A)=\frac{1}{270725}$.

b) Ta có số cách rút 4 quân bài mà không có con Át nào là C_{48}^4, suy ra $n(B)=C_{52}^4-C_{48}^4$.

$\Rightarrow P(B)=\frac{15229}{54145}$.

c) Vì trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó có ít nhất hai quân bích là: $C_{13}^2.C_{39}^2+C_{13}^3C_{39}^1+C_{13}^4.C_{39}^0=69667$

Suy ra $n(C)=69667 \Rightarrow P(C)=\frac{5359}{20825}$.

Ví dụ 17: Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.

b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Lời giải

Gọi các biến cố A: "3 viên bi lấy ra đều màu đỏ"

B: "3 viên bi lấy ra có đúng hai màu"

Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là C_{20}^3 nên ta có $n(\Omega)=C_{20}^3=1140$.

a. Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là $C_8^3=56$ nên $n(A)=56$.

Do đó: $P(A)=\dfrac{56}{1140}=\dfrac{14}{285}$.

b. Ta có:

Số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu

Đỏ và xanh: $C_{15}^3-\left(C_8^3+C_7^3\right)$

Đỏ và vàng: $C_{13}^3-\left(C_8^3+C_5^3\right)$

Vàng và xanh: $C_{12}^3-\left(C_5^3+C_7^3\right)$

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu:

$C_{15}^3+C_{13}^3+C_{12}^3-2\left(C_8^3+C_7^3+C_5^3\right)=759$

Do đó: $n(B)=759$. Vậy $P(B)=\dfrac{253}{380}$.

Ví dụ 18: Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên 1,2,3, . . . ,80. Tính xác suất của các biến cố:

1. A: "Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5".

2. B: "Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương".

Lời giải

Số cách chọn 3 số từ 80 số là $n(\Omega)=C_{80}^3=82160$

1. Từ 1 đến 80 có $\left[\dfrac{80}{5}\right]=16$ số chia hết cho 5 và có $80-16=64$ số không chia hết cho 5.

Do đó $n(A)=C_{64}^1.C_{16}^2\Rightarrow P(A)=\dfrac{C_{64}^1.C_{16}^2}{C_{80}^3}=\dfrac{96}{1027}$.

2. Từ 1 đến 80 có 8 số chính phương là: 1,4,9,16,25,36,49,64.

Số cách chọn 3 số không có số chính phương nào được chọn là C_{72}^3.

Suy ra $n(B)=C_{80}^3-C_{72}^3\Rightarrow P(B)=\dfrac{C_{80}^3-C_{72}^3}{C_{80}^3}=\dfrac{563}{2054}$.

Ví dụ 19: Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Tính xác suất sao cho:

a) Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau.

b) Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=8!=40320$.

Gọi các biến cố

A: "Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau"

B: " Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau"

a) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5!=120$. Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có $4!=24$ cách sắp xếp thêm 3 bạn nữ vào sao cho thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $n(A)=120.24=2880$. Do đó $P(\mathrm{A})=\dfrac{2880}{40320}=\dfrac{1}{14}$.

b) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5!=120$.

Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có 6 khoảng trống (2 khoảng trống ở hai đầu và 4 khoảng trống ở giữa). Xếp 3 học sinh nữ vào các khoảng trống đó, có $A_6^3=120$ cách.

Suy ra $n(B)=120.120=14400$. Do đó $P(B)=\dfrac{14400}{40320}=\dfrac{5}{14}$.

Ví dụ 20: Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ “THANH HOA” thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

Lời giải

Cách 1:

Xét trường hợp các chữ cái được xếp bất kì, khi đó ta xếp các chữ cái lần lượt như sau

- Có C_8^3 cách chọn vị trí và xếp có 3 chữ cái H.
- Có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp có 2 chữ cái **A.**
- Có $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.
- Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3.C_5^2.3! = 3360.$

Gọi A là biến cố đã cho.

- Nếu có 3 chữ H đứng cạnh nhau thì ta có 6 cách xếp 3 chữ H.
- Nếu có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau: Khi 2 chữ H ở 2 vị trí đầu (hoặc cuối) thì có 5 cách xếp chữ cái H còn lại, còn khi 2 chữ H đứng ở các vị trí giữa thì có 4 cách xếp chữ cái H còn lại. Do đó có $2.5+5.4=30$ cách xếp 3 chữ H sao cho có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau

Như vậy có $30+6=36$ cách xếp 3 chữ H, ứng với cách xếp trên ta có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp 2 chữ cái A và $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

Suy ra $n(A) = 36.C_5^2.3! = 2160$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2160}{3360} = \dfrac{9}{14}.$

Cách 2:

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \dfrac{8!}{2!3!} = 3360.$

Gọi A là biến cố đã cho, ta sẽ tìm số phần tử của $\overline{A}$.

Đầu tiên ta xếp 2 chữ cái A và 3 chữ cái T, O, N, có $\dfrac{5!}{2!} = 60$ cách xếp.

Tiếp theo ta có 6 vị trí (xen giữa và ở hai đầu) để xếp 3 chữ cái H, có C_6^3 cách xếp

Do đó $n(\overline{A}) = 60.C_6^3 = 1200$, suy ra $n(A) = n(\Omega) - n(\overline{A}) = 3360 - 1200 = 2160$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2160}{3360} = \dfrac{9}{14}.$

Ví dụ 21: Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

Lời giải

Xác suất 2 người được chọn đều là nữ là $\dfrac{C_3^2}{C_{10}^2} = \dfrac{1}{15}.$

Ví dụ 22: Trong trò chơi “Chiếc nón kì diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 7^3$.

Gọi A: “ Trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở 3 vị trí khác nhau”.

Suy ra $n(A) = 7.6.5 = 210$. Vậy $P(A) = \dfrac{210}{7^3} = \dfrac{30}{49}.$

Ví dụ 23: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.

Lời giải

Ta có số phần từ của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^2=45$.

Gọi A: "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".

Khi đó $n(A)=C_4^2=6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{15}$.

Ví dụ 24: Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HỌC”, “TẬP”, “VÌ”, “NGÀY”, “MAI”, “LẬP”, “NGHIỆP”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $7!=5040$.

Xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP” là $\dfrac{1}{5040}$.

Ví dụ 25: Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 người trong 10 người có C_{10}^2 cách chọn.

Hai người được chọn đều là nữ có C_4^2 cách.

Xác suất để hai người được chọn đều là nữ là: $\dfrac{C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{15}$.

Ví dụ 26: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=6$ và $n(A)=2$. Vậy $P(A)=\dfrac{1}{3}$.

Ví dụ 27: Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=38760$.

Kết quả trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm là $n(A)=C_{16}^5.C_4^1+C_{16}^6=25480$.

Xác suất cần tìm là: $P=\dfrac{25480}{38760}=\dfrac{637}{969}$.

Ví dụ 28: Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HIỀN”, “TÀI”, “LÀ”, “NGUYÊN”, “KHÍ”, “QUỐC”, “GIA”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa có $7!=5040$ (cách xếp) $\Rightarrow n(\Omega)=5040$.

Đặt A là biến cố “xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”. Ta có $n(A)=1$.

Vậy $P(A)=\dfrac{1}{5040}$.

Ví dụ 29: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

Lời giải

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố ‘ Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.’

$\overline{A}$ là biến cố ‘ Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.’

Ta có xác sút để xảy ra A là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{84} = \frac{37}{42}$..

Ví dụ 30: Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “ Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$A = \{(1;\ 2),\ (2;\ 1),\ (3;\ 2),\ (2;\ 3),\ (3;\ 4),\ (4;\ 3),\ (4;\ 5),\ (5;\ 4),\ (5;\ 6),\ (6;\ 5)\}$ nên $n(A) = 10$.

Vậy $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Ví dụ 31: Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ “NƠI”, “NÀO”, “CÓ”, “Ý”, “CHÍ”, “NƠI”, “ĐÓ”, “CÓ”, “CON”, “ĐƯỜNG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “ NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố xếp các tấm bìa được dòng chữ “NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.

Chú ý rằng có hai chữ “NƠI” và hai chữ “CÓ”, nên để tính $n(A)$, ta làm như sau:

- Có C_2^1 cách chọn một chữ “NƠI” và đặt vào đầu câu
- Có C_2^1 cách chọn một chữ “CÓ” và đặt vào vị trí thứ ba
- Các vị trí còn lại chỉ có một cách đặt chữ

Vậy $n(A) = C_2^1.C_2^1.1 = 4$, nên $P(A) = \frac{4}{10!} = \frac{4}{3628800} = \frac{1}{907200}$..

Ví dụ 32: Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Lời giải

Chọn ra ba sản phẩm tùy ý có $C_{40}^3 = 9880$ cách chọn.

Do đó $n(\Omega) = 9880$.

Gọi A là biến cố có ít nhất 1 sản phẩm tốt. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố 3 sản phẩm không có sản phẩm tốt.

$n(\overline{A}) = C_{10}^3 = 120$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{120}{9880} = \frac{244}{247}$.

Ví dụ 33: Trong trò chơi "Chiếc nón kỳ diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_6^1C_6^1C_6^1=6^3$

Gọi A là biến cố "trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở ba vị trí khác nhau"

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=C_6^1C_5^1C_4^1$

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathbb{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_6^1C_5^1C_4^1}{C_6^1C_6^1C_6^1}=\dfrac{5}{9}$.

Ví dụ 34: Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

Lời giải

Tổng số bi trong thùng là $4+5+6=15$ (bi).

Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi bất kì từ 15 viên bi là $C_{15}^2=105.$

Số kết quả thuận lợi khi lấy ra hai bi khác màu là $C_4^1C_5^1+C_5^1C_6^1+C_4^1C_6^1=74.$

Gọi A là biến cố lấy ra hai viên bi khác màu. Xác suất xảy ra A là $P(A)=\dfrac{74}{105}\simeq 70,5\%.$.

Ví dụ 35: Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3câu hỏi trong 10 câu hỏi thì số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi A: " chọn ít nhất có một câu hình học", suy ra $\overline{A}$: " không chọn được câu hình".

Có $n(\overline{A})=C_6^3$ suy ra $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{C_6^3}{C_{10}^3}=\dfrac{5}{6}$.

Ví dụ 36: Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam $20-11$ Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

Lời giải

Chọn ba tiết mục trong chín tiết mục có $n(\Omega)=C_9^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung.

Chọn tiết mục khối 10 có 3cách chọn

Chọn tiết mục ở khối 11 có 2 cách

Và tiết mục ở khối 12 có 1 cách.

Nên có $n(A)=3.2.1=6$ cách chọn

Xác suất của biến cố A: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{14}$.

Ví dụ 37: Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Số cuốn sách còn lại của thầy X không có đủ 3 môn"= "Thầy X đã lấy hết số sách của một môn học".

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{15}^{8}=6435$

$n(\overline{A})=C_4^4.C_{11}^4+C_5^5.C_{10}^3+C_6^6.C_9^2=486 \Rightarrow P(\overline{A})=\frac{54}{715} \Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{661}{715}$.

Ví dụ 38: Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

Lời giải

Không gian mẫu $C_{12}^4C_8^4.1=34650$.

Gọi A là biến cố "Chia mỗi nhóm có đúng một nữ và ba nam"

Số cách phân chia cho nhóm 1 là $C_3^1C_9^3=252$ (cách).

Khi đó còn lại 2 nữ 6 nam nên số cách phân chia cho nhóm 2 có $C_2^1C_6^3=40$ (cách).

Cuối cùng còn lại bốn người thuộc về nhóm 3 nên có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có số kết quả thuận lợi $n(A)=252.40.1=10080$ (cách).

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{10080}{34650}=\frac{16}{55}$.

5. Dạng 5: QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

a) Phương pháp:

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A)=0,3; P(B)=0,4$ và $P(AB)=0,2$. Hỏi hai biến cố A và B có:

a) Xung khắc không?

b) Độc lập với nhau không?

Lời giải

a)Vì $P(AB)=0,2\neq 0$ nên hai biến cố A và B không xung khắc.

b) Ta có $P(A).P(B)=0,12\neq 0,2=P(AB)$ nên hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

Ví dụ 2: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn $n(\Omega)=C_{15}^3=455$.

Gọi A là biến cố " trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ". Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A:

Trường hợp 1: Lấy được 1 bi đỏ và 2 bi xanh, số cách lấy $C_8^1C_7^2$

Trường hợp 2: Lấy được 2 bi đỏ và 1 bi xanh, số cách lấy $C_8^2C_7^1$

Trường hợp 3: Lấy được 3 bi đều đỏ, số cách lấy C_8^3

Số trường hợp thuận lợi cho A, $n(A)=C_8^1C_7^2+C_8^2C_7^1+C_8^3=420$

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{420}{455}=\frac{12}{13}$.

Cách 2: Gọi biến cố $\overline{A}$ "Cả 3 bi lấy ra đều không có đỏ", nghĩa là ba bi lấy ra đều bi xanh

$n(\overline{A}) = C_7^3 = 35$. Suy ra $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{35}{455} = \frac{12}{13}$

Ví dụ 3: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :

a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.

b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

Lời giải

a). Gọi X là biến cố " Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa ".

Gọi Y là biến cố " Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa ".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Theo giả thuyết thì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu B gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa do đó $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Biến cố cần tính cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là XY. Vì X, Y là hai biến cố độc lập nên $P(XY) = P(X).P(Y) = \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

b). Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$. Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần hai đồng xu đều ngửa là $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$.

Ví dụ 4: Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:

a). Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".

b). Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".

c). Biến cố C "Ít nhất một con suất hiện mặt 6 chấm".

d). Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".

e). Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".

f). Biến cố F " Số chấm suất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{(a;b) : 1 \le a, b \le 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con đỏ, b là số chấm trên con xanh. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

a). Ta có $A = \{(6,b) : 1 \le b \le 6\} \Rightarrow n(A) = 6$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b). Hoàn toàn tương tự câu a) có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c). Ta có $A \cap B = \{6,6\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

Do đó: $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$

d). Dễ thấy D chính là biến cố đối của C nên $P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$.

e). Các trường hợp thuận lợi của biến cố E :

$\{(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)\} \Rightarrow n(E)=5$. Vậy $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{36}$.

f). Ta có

$F=\{(a,b):1\le a,b\le 6,|a-b|=2\}=\{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6),(6,4),(5,3),(4,2),(3,1)\}$

Vậy $n(F)=8 \Rightarrow P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$.

Ví dụ 5: An và Bình học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn toán trong kỳ thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.

a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.

b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

c) Tính xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.

d) Lời giải

a) Gọi A là biến cố "An đạt điểm giỏi về môn toán"

Gọi B là biến cố "Bình đạt điểm giỏi về môn toán"

Vì hai biến cố độc lập nhau nên $P(AB)=0,92.0,88=0,8096$

b) Xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi: $P(\overline{A}\overline{B})=0,08.0,12=0,0096$.

c) Xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,92+0,88-0,8096=0,9904$

Ví dụ 6: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A)=0,4$, $P(B)=0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên $P(AB)=P(A).P(B)=0,4.0,3=0,12$.

Ví dụ 7: Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng: $n(\Omega)=C_{35}^{4}$.

Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ: $C_{20}^{4}+C_{15}^{4}$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ: $1-\dfrac{C_{20}^{4}+C_{15}^{4}}{C_{35}^{4}}=\dfrac{4615}{5236}$.

Ví dụ 8: Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{10}^{1}.C_{9}^{1}$.

Gọi A là biến cố: " Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh".

- Trường hợp 1: Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_{6}^{1}.C_{4}^{1}$ cách chọn

- Trường hợp 2: Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_{4}^{1}.C_{3}^{1}$ cách chọn

$n(A)=C_{6}^{1}.C_{4}^{1}+C_{4}^{1}.C_{3}^{1}$.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{24+12}{10.9}=\dfrac{2}{5}$.

Ví dụ 9: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Lời giải

Cách 1. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

Suy ra $n(A)=C_9^2-C_5^2=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\dfrac{26}{36}=\dfrac{13}{18}$.

Cách 2. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_4^1.C_5^1=20$.

TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2=6$.

Suy ra $n(A)=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\dfrac{26}{36}=\dfrac{13}{18}$.

Ví dụ 10: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Lời giải

Cách 1. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

Suy ra $n(A)=C_9^2-C_5^2=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\dfrac{26}{36}=\dfrac{13}{18}$.

Cách 2. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_4^1.C_5^1=20$.

TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2=6$.

Suy ra $n(A)=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\dfrac{26}{36}=\dfrac{13}{18}$.

Ví dụ 11: Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega|=C_{35}^3$.

Gọi A là biến cố "trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ".

Ta có: $|\Omega_A|=C_{15}^2C_{20}^1+C_{15}^1C_{20}^2$. Vậy: $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{90}{119}$..

Ví dụ 12: Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

Lời giải

Trường hợp 1: Bạn An chỉ lấy 1 con thú bông $\Rightarrow$ có 5 cách.

Trường hợp 2: Bạn An lấy 2 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^2 cách.

Trường hợp 3: Bạn An lấy 3 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.

Trường hợp 4: Bạn An lấy 4 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^4 cách.

Trường hợp 5: Bạn An lấy cả 5 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^5 cách.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 31$.

Gọi A là biến cố: "trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt"

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 15$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{31}$.

Ví dụ 13: Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là $0,3$ và Nam thắng Việt là $0,4$. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

Lời giải

Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1 - (0,3 + 0,4) = 0,3$.

Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc thắng là $0,3 + 0,4 = 0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là: $P = 0,3.0,7 = 0,21$.

Ví dụ 14: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

Lời giải

Số phần tử của S bằng 9.10^5.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số từ S, ta được $n(\Omega) = 9.10^5$.

Gọi A là biến cố " Chọn được số có các chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1 ". Ta có các trường hợp sau.

Giả sử số chọn được có dạng: $\overline{a_1a_2...a_6}$

Trường hợp 1: $a_1 = 1$.

Số cách chọn vị trí cho số 0 là 5 cách.

Số cách chọn 4 chữ số còn lại là A_8^4 cách.

Vậy trường hợp này có $1.5.A_8^4$ số.

Trường hợp 2: $a_1 \neq 1 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn.

Số cách chọn vị trí cho hai chữ số $0;1$ là A_5^2.

Số cách chọn ba số còn lại là A_7^3.

Vậy trường hợp này có $8.A_5^2.A_7^3$ số.

Suy ra $P_A = \dfrac{5.A_8^4 + 8.A_5^2.A_7^3}{9.10^5} = \dfrac{7}{150}$.

Ví dụ 15: Kết quả (b,c) của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:

Lời giải

Gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, số phần tử không gian mẫu là 36.

Ta có: b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai nên $b \in [1;6]$ và $c \in [1;6]$ với b, $c \in \mathbb{Z}$.

Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c$.

Với $b = 1$ có 6 trường hợp xảy ra.

Với $b = 2$ có 5 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c = 1$).

Với $b = 3$ có 4 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \le 2$).

Với $b = 4$ có 2 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \le 4$)

Do đó có tổng cộng 17 khả năng có thể xảy ra để phương trình vô nghiệm.

Vậy xác suất để phương trình vô nghiệm là: $P = \dfrac{17}{36}$.

Ví dụ 16: Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{15}^{5} cách.

Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_{3}^{1} cách.

Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10, có C_{12}^{4}.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_{15}^{5}.C_{3}^{1}.C_{12}^{4}}{C_{30}^{10}} = \dfrac{99}{667}$.

Ví dụ 17: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

Lời giải

Vì mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm nên để đạt được 6 điểm cần trả lời đúng 30 câu.

Do mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng nên xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\dfrac{1}{4}$ và xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\dfrac{3}{4}$.

Vậy xác suất thí sinh đạt được 6 điểm là $0,25^{30}.0,75^{20}C_{50}^{20}$.

Ví dụ 18: An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi them đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề".

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Số khả năng Bình chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_3^2.8^2.C_3^2.8^2$.

Bây giờ ta đếm số khả năng để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề:

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Sau khi An chọn thì Bình có 2 cách chọn 2 môn thi tự chọn để có đúng một môn thi tự chọn với An, để chung mã đề với An thì số cách chọn mã đề 2 môn thi của Bình là $1.8=8$ cách. Như vậy, số cách chọn môn thi và mã đề thi của Bình là 2.8.

Do đó: $n\left(A\right)=C_3^2.8^2.2.8$.

Bởi vậy: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_3^2.8^2.2.8}{C_3^2.8^2.C_3^2.8^2}=\dfrac{1}{12}$.

Ví dụ 19: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

Lời giải

Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P\left(A\right)=\dfrac{1}{2}$, $P\left(B\right)=\dfrac{1}{3}$.

Suy ra xác suất bắn trượt bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{1}{2}$, $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{2}{3}$.

Gọi H là biến cố "có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia".

Khi đó $P\left(H\right)=P\left(\overline{A}B\cup A\overline{B}\cup\overline{A}\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(B\right)+P\left(A\right).P\left(\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{5}{6}$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1:

Câu 1: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

$n(\Omega)=2.2.2=8$.

.

Câu 2: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A=\left\{NS.SN\right\}$

Câu 3: Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega=\left\{SS;SN;NS;NN\right\}$

Câu 4: Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

A. $0,2$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,5$.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega=\left\{1;2;3;4;5;6\right\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A=\{2;4;6\}$

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{2}$.

Câu 5: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích: $n(A)=13$

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$.

Câu 6: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá là:

A. $\frac{2}{13}$. **B.** $\frac{1}{169}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá QUY: $n(A)=4$

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$.

Câu 7: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá rô là:

A. $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{17}{52}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá ách hay lá rô: $n(A)=4+12=16$

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$.

Câu 8: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá già hay lá đầm là:

A. $\frac{1}{2197}$. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá ách hay lá già hay lá đầm: $n(A)=4+4+4=12$

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$.

Câu 9: Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:

A. $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=6.6=36$

Biến cố tổng hai mặt là 11: $A=\{(5;6);(6;5)\}$ nên $n(A)=2$.

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

Câu 10: Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=6$

Biến cố số lấy được là số nguyên tố là: $A=\{2\}$ nên $n(A)=1$.

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}$.

Câu 11: Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$n(\Omega)=2.2=4$.

.

Câu 12: Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 6. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 36.

Lời giải

$n(\Omega)=6.6=36$.

.

Câu 13: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Bộ bài gồm có 13 lá bài bích. Vậy xác suất để lấy được lá bích là

$$P=\frac{C_{13}^1}{C_{52}^1}=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}.$$

Câu 14: Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:

A. $0,94$. **B.** $0,96$. **C.** $0,95$. **D.** $0,97$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "lấy được 1 sản phẩm tốt."

- Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{1000}^{1} = 1000$.

- $n(A) = C_{950}^{1} = 950$.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{|\Omega|} = \dfrac{950}{1000} = 0,95$.

Câu 15: Cho A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A. $P(A) = 1 + P(\overline{A})$. **B.** $P(A) = P(\overline{A})$.

C. $P(A) = 1 - P(\overline{A})$. **D.** $P(A) + P(\overline{A}) = 0$.

Lời giải

Theo tính chất xác suất ta có $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Câu 16: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Gọi A là biến cố "có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp". Xác suất của biến cố A là

A. $P(A) = \dfrac{1}{2}$. **B.** $P(A) = \dfrac{3}{8}$. **C.** $P(A) = \dfrac{7}{8}$. **D.** $P(A) = \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 2^3 = 8$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = 2^3 - 1 = 7$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \dfrac{7}{8}$.

Câu 17: Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\dfrac{2}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{21}$. **C.** $\dfrac{37}{42}$. **D.** $\dfrac{5}{42}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_9^3 = 84$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_4^3 = 4$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \dfrac{1}{21}$.

Câu 18: Gieo một con súc sắc ba lần. Xác suất để được mặt số hai xuất hiện cả ba lần là

A. $\dfrac{1}{172}$. **B.** $\dfrac{1}{18}$. **C.** $\dfrac{1}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{216}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = 1$.

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \dfrac{1}{216}$.

Câu 19: Một lớp có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ.

A. $\dfrac{1}{38}$. **B.** $\dfrac{10}{19}$. **C.** $\dfrac{9}{19}$. **D.** $\dfrac{19}{9}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "chọn được một học sinh nữ."

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{38}^{1} = 38.$

$-n(A) = C_{18}^{1} = 18.$

$=> P(A) = \dfrac{n(A)}{|\Omega|} = \dfrac{18}{38} = \dfrac{9}{19}.$

Câu 20: Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

A. $\dfrac{1}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{15}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "2 người được chọn có đúng một người nữ."

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{10}^{2} = 45.$

$-n(A) = C_{3}^{1}.C_{7}^{1} = 21.$

$=> P(A) = \dfrac{n(A)}{|\Omega|} = \dfrac{21}{45} = \dfrac{7}{15}.$

Câu 21: Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

A. $\{NN, NS, SN, SS\}$

B. $\{NNN,\ SSS,\ NNS,\ SSN,\ NSN,\ SNS\}$.

C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Lời giải

Liệt kê các phần tử.

Câu 22: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 23: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{NS; SN\}$

Câu 24: Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

A. $0,2$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,5$.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A = \{2; 4; 6\}$

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 25: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá J là:

A. $\dfrac{1}{52}$. **B.** $\dfrac{1}{169}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá J: $n(A) = 4$

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$.

Câu 26: Gieo một con súc sắc 3 lần. Xác suất để được mặt số sáu xuất hiện cả 3 lần là:

A. $\dfrac{1}{172}$. **B.** $\dfrac{1}{18}$. **C.** $\dfrac{1}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{216}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$

Số phần tử của biến cố xuất hiện mặt số sáu ba lần: $n(A) = 1$

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{216}$.

Câu 27: Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 10 là:

A. $\frac{1}{12}$.　　**B.** $\frac{1}{6}$.　　**C.** $\frac{1}{8}$.　　**D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố tổng hai mặt là 11: $A = \{(4;6);(6;4);(5;5)\}$ nên $n(A) = 3$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Câu 28: Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là:

A. $\frac{1}{2}$.　　**B.** $\frac{7}{12}$.　　**C.** $\frac{1}{6}$.　　**D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố tổng hai mặt là 7: $A = \{(1;6);(2;5);(3;4);(4;3);(5;2);(6;1)\}$ nên $n(A) = 6$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Câu 29: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Xác suất để mặt 1 chấm xuất hiện:

A. $\frac{1}{6}$.　　**B.** $\frac{5}{6}$.　　**C.** $\frac{1}{2}$.　　**D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

Biến cố xuất hiện: $A = \{1\}$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

Câu 30: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo kết quả như nhau là:

A. $\frac{5}{36}$.　　**B.** $\frac{1}{6}$.　　**C.** $\frac{1}{2}$.　　**D.** 1.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố xuất hiện hai lần như nhau: $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{60}^1 = 60$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1;\ 2;\ 3)$, $(1;\ 2;\ 6)$, $(2;\ 3;\ 4)$ và $(2;\ 4;\ 6)$. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6.4 = 24$.

Vậy $P(A) = \dfrac{24}{60} = \dfrac{2}{5}$

Câu 32: Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau. Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Lời giải.

Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.

Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2.

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau là $C_{30}^2 - 10.C_3^2 = 405$.

Câu 33: Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách dán 3 con tem trên 3 bì thư, tức là hoán vị của 3 con tem trên 3 bì thư. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố "2 bì thư lấy ra có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó". Thế thì bì thư còn lại cũng có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó. Trường hợp này có 1 cách duy nhất.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 34: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\dfrac{4}{16}$. **B.** $\dfrac{2}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{16}$. **D.** $\dfrac{6}{16}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=2.2.2.2=16$.

Gọi A là biến cố "Cả bốn lần gieo xuất hiện mặt sấp" $\longrightarrow n(A)=1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{1}{16}$.

Câu 35: Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\dfrac{12}{36}$. **B.** $\dfrac{11}{36}$. **C.** $\dfrac{6}{36}$. **D.** $\dfrac{8}{36}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi A là biến cố "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\overline{A}$ là "Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\longrightarrow n(\overline{A})=5.5=25 \longrightarrow n(A)=36-25=11$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{11}{36}$.

Câu 36: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases} \Rightarrow (x;y)=\{(2;6),(3;5),(4;4),(6;2),(5;3),(4;4)\}$.

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $n(A)=6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 37: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. $0,25$. **B.** $0,5$. **C.** $0,75$. **D.** $0,85$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:

TH1. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3.3=9$ cách gieo.

TH2. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3.3+3.3=18$ cách gieo.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $n(A)=9+18=27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A)=\dfrac{27}{36}=0,75$.

Câu 38: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\dfrac{12}{216}$. **B.** $\dfrac{1}{216}$. **C.** $\dfrac{6}{216}$. **D.** $\dfrac{3}{216}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6.6=36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, $\cdots$,$(6;6;6)$.

Suy ra $n(A)=6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{6}{216}$.

Câu 39: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\dfrac{70}{143}$. **B.** $\dfrac{73}{143}$. **C.** $\dfrac{56}{143}$. **D.** $\dfrac{87}{143}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{13}^4=715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3C_5^1$ cách.

● **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_8^3C_5^1+C_8^4=350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{350}{715}=\dfrac{70}{143}$.

Câu 40: Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\dfrac{8}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{15}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ 10 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố "3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5". Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5. Ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5 là C_8^3 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_{10}^3-C_8^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{10}^3-C_8^3}{C_{10}^3}=\dfrac{8}{15}$.

Câu 41: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\dfrac{560}{4199}$. **B.** $\dfrac{4}{15}$. **C.** $\dfrac{11}{15}$. **D.** $\dfrac{3639}{4199}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10". Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

● Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.

● Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn, có C_8^4 cách.

● Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_{10}^3.C_8^4.C_2^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{10}^3.C_8^4.C_2^1}{C_{20}^8}=\dfrac{560}{4199}$.

Câu 42: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\dfrac{313}{408}$. **B.** $\dfrac{95}{408}$. **C.** $\dfrac{5}{102}$. **D.** $\dfrac{25}{136}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 18 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{18}^5=8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 3 bi xanh nên có $C_6^1.C_7^1.C_5^3$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_6^2.C_7^2.C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_6^1.C_7^1.C_5^3+C_6^2.C_7^2.C_5^1=1995$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1995}{8568}=\dfrac{95}{408}$.

Câu 43: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

A. $\dfrac{60}{143}$. **B.** $\dfrac{238}{429}$. **C.** $\dfrac{210}{429}$. **D.** $\dfrac{82}{143}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ "

-Không gian mẫu: $|\Omega|=C_{15}^5$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là: $C_8^4.C_7^1$.

- Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là: $C_8^3.C_7^2$.

$=> n(A)=C_8^4.C_7^1+C_8^3.C_7^2=1666$

$=> P(A)=\dfrac{n(A)}{|\Omega|}=\dfrac{1666}{C_{15}^5}=\dfrac{238}{429}$.

Câu 44: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\dfrac{56}{143}$. **B.** $\dfrac{140}{429}$. **C.** $\dfrac{1}{143}$. **D.** $\dfrac{28}{715}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^5$.

Gọi biến cố A: "Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ"

$\Rightarrow n(A)=C_7^2.C_8^3$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{56}{143}$.

Câu 45: Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:

A. $0,94$. **B.** $0,96$. **C.** $0,95$. **D.** $0,97$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "lấy được 1 sản phẩm tốt."

- Không gian mẫu: $|\Omega|=C_{1000}^{1}=1000$.

- $n(A)=C_{950}^{1}=950$.

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{|\Omega|}=\frac{950}{1000}=0,95$.

Câu 46: Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là:

A. $\frac{14}{45}$. **B.** $\frac{45}{91}$. **C.** $\frac{46}{91}$. **D.** $\frac{15}{22}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "chọn được 2 viên bi khác màu."

- Không gian mẫu: $|\Omega|=C_{14}^{2}=91$.

- $n(A)=C_5^1.C_9^1=45$.

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{|\Omega|}=\frac{45}{91}$.

Câu 47: Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp là

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp."

- Không gian mẫu: $2^4=16$.

- $n(A)=1.1.1.1=1$.

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{|\Omega|}=\frac{1}{16}$.

Câu 48: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6" là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{7}{36}$. **C.** $\frac{11}{36}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6."

- Không gian mẫu: $6^2=36$.

- Ta có $1+5=6$, $2+4=6$, $3+3=6$, $4+2=6$, $5+1=6$.

$\Rightarrow\ n(A)=5$.

$\Rightarrow\ P(A)=\dfrac{n(A)}{|\Omega|}=\dfrac{5}{36}$.

Câu 49: Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm. Xác suất của biến cố "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8" là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Tổng số trên tấm bìa bằng 8."

-Không gian mẫu: $C_4^3=4$.

-Ta có $1+3+4=8$.

$\Rightarrow\ n(A)=1$.

$\Rightarrow\ P(A)=\dfrac{n(A)}{|\Omega|}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 50: Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là

A. $\dfrac{4}{7}$. **B.** $\dfrac{3}{14}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{5}{28}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "hai chiếc chọn được tạo thành một đôi."

-Không gian mẫu: $C_8^2=28$.

-Ta có chiếc giày thứ nhất có 8 cách chọn, chiếc giày thứ 2 có 1 cách chọn để cùng đôi với chiếc giày thứ nhất.

$\Rightarrow\ n(A)=8.1=8$.

$\Rightarrow\ P(A)=\dfrac{n(A)}{|\Omega|}=\dfrac{8}{28}=\dfrac{2}{7}$.

Câu 51: Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\dfrac{2}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{4}{10}$. **D.** $\dfrac{5}{10}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "lấy được cả hai quả trắng."

- Không gian mẫu: $C_5^2=10$.

- $n(A)=C_3^2=3$.

$\Rightarrow\ P(A)=\dfrac{n(A)}{|\Omega|}=\dfrac{3}{10}$.

Câu 52: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng.

A. $\dfrac{1}{21}$. **B.** $\dfrac{1}{210}$. **C.** $\dfrac{209}{210}$. **D.** $\dfrac{8}{105}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "trong bốn quả được chọn có ít nhất 1 quả trắng."

- Không gian mẫu: $C_{10}^4 = 210$.

- $\overline{A}$ là biến cố: "trong bốn quả được chọn không có 1 quả trắng nào."

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = C_4^4 = 1$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{|\Omega|} = \dfrac{1}{210}$.

$\Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{1}{210} = \dfrac{209}{210}$.

Câu 53: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **<u>C</u>.** $\dfrac{16}{33}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1.C_4^3$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2C_4^2$ cách.

● **TH3:** Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3.C_4^1$ cách.

● **TH4:** Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2C_3^1C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1.C_4^3 + C_5^2C_4^2 + C_5^3.C_4^1 + C_5^2C_3^1C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{240}{495} = \dfrac{16}{33}$.

Câu 54: Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\dfrac{3851}{4845}$. **B.** $\dfrac{1}{71}$. **C.** $\dfrac{36}{71}$. **<u>D</u>.** $\dfrac{994}{4845}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^7 = 116280$.

Gọi A là biến cố "7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $C_8^1.C_7^1.C_6^5$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 2 hoa huệ nên có $C_8^2.C_7^2.C_6^3$ cách.

● **TH3:** Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $C_8^3.C_7^3.C_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_8^1.C_7^1.C_6^5+C_8^2.C_7^2.C_6^3+C_8^3.C_7^3.C_6^1=23856$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{23856}{116280}=\dfrac{994}{4845}$.

Câu 55: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\dfrac{57}{286}$. **B.** $\dfrac{24}{143}$. **C.** $\dfrac{27}{143}$. **D.** $\dfrac{229}{286}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{13}^3=286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 học sinh khối 11; 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1C_8^1C_3^1=48$ cách.

● **TH2:** Chọn 1 học sinh khối 11; 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1C_3^2=6$ cách.

● **TH3:** Chọn 2 học sinh khối 11; 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2C_3^1=3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=48+6+3=57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{57}{286}$.

Câu 56: Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\dfrac{2808}{7315}$. **B.** $\dfrac{185}{209}$. **C.** $\dfrac{24}{209}$. **D.** $\dfrac{4507}{7315}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{22}^{4}=7315$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A})=C_7^1C_6^1C_5^1C_4^1=840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=6475$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6475}{7315}=\dfrac{185}{209}$.

Câu 57: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{14}{95}$. **B.** $\dfrac{48}{95}$. **C.** $\dfrac{47}{95}$. **D.** $\dfrac{81}{95}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^1.C_{19}^1$.

Gọi A biến cố "2 quả cầu được lấy cùng màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

● **TH1:** Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.

Do đó trường hợp này có $C_8^1.C_7^1$ cách.

● **TH2:** Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.

Do đó trường hợp này có $C_{12}^1.C_{11}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_8^1.C_7^1+C_{12}^1.C_{11}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^1.C_7^1+C_{12}^1.C_{11}^1}{C_{20}^1.C_{19}^1}=\dfrac{47}{95}$.

Câu 58: Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\dfrac{8}{33}$. **B.** $\dfrac{14}{33}$. **C.** $\dfrac{29}{66}$. **D.** $\dfrac{37}{66}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^2=66$.

Gọi A là biến cố " 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số".

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4=16$ cách.

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4=12$ cách.

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3=9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=16+12+9=37$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{37}{66}$.

Câu 59: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át (A) hay lá già (K) hay lá đầm (Q) là

A. $\dfrac{1}{2197}$. **B.** $\dfrac{1}{64}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{3}{13}$.

Lời giải

Trong bộ bài có bốn lá át (A), bốn lá già (K) và bốn lá đầm (Q) nên xác suất để lấy được lá át (A) hay lá già (K) hay lá đầm (Q) là

$$P=\frac{C_{12}^1}{C_{52}^1}=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}.$$

Câu 60: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bồi (J) màu đỏ hay lá 5 là

A. $\dfrac{1}{13}$. **B.** $\dfrac{3}{26}$. **C.** $\dfrac{3}{13}$. **D.** $\dfrac{1}{238}$.

Lời giải

Trong bộ bài có hai lá bồi (J) màu đỏ và bốn lá 5 nên xác suất để lấy được lá bồi (J) màu đỏ hay lá 5 là $P=\dfrac{C_6^1}{C_{52}^1}=\dfrac{6}{52}=\dfrac{3}{26}$.

Câu 61: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\dfrac{810}{1001}$. **B.** $\dfrac{191}{1001}$. **C.** $\dfrac{4}{21}$. **D.** $\dfrac{17}{21}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{14}^6=3003$.

Gọi A là biến cố " 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

● **TH1:** Chọn 6 viên bi chỉ có một màu.

Do đó trường hợp này có $C_6^6=1$ cách.

● **TH2:** Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_8^6 + \left(C_{11}^6 - C_6^6\right) + \left(C_9^6 - C_6^6\right) = 572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right) = 1 + 572 = 573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n\left(\overline{A}\right) = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2430}{3003} = \dfrac{810}{1001}$.

Câu 62: Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\dfrac{816}{1225}$. **B.** $\dfrac{409}{1225}$. **C.** $\dfrac{289}{1225}$. **D.** $\dfrac{936}{1225}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp

● **TH1:** 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right)$ cách.

● **TH2:** 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = \left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right) + C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1 = 6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{6544}{19600} = \dfrac{409}{1225}$.

Câu 63: Cho tập hợp $A = \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{23}{25}$. **C.** $\dfrac{2}{25}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Lời giải.

Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó $\begin{cases} a,b,c \in A \\ a \neq 0 \\ a \neq b; b \neq c; c \neq a \end{cases}$.

Khi đó

● Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a \neq 0$.

● Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b \neq a$.

● Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4 = 100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^{1} = 100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{8}{100} = \dfrac{2}{25}$.

Câu 64: Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{35}$. **C.** $\dfrac{17}{35}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{840}^{1} = 840$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ".

● Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số $2;\ 4;\ 6;\ 8$ là $C_4^2 = 6$ cách.

● Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba chữ số $3;\ 5;\ 7$ là $C_3^2 = 3$ cách.

● Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có $4!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_4^2.C_3^2.4! = 432$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{432}{840} = \dfrac{18}{35}$.

Câu 65: Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

A. $\frac{16}{55}$. **B.** $\frac{8}{55}$. **C.** $\frac{292}{1080}$. **D.** $\frac{292}{34650}$.

Lời giải

Không gian mẫu $C_{12}^4.C_8^4.1 = 34650$.

Chỉ có 3 nữ và chia mỗi nhóm có đúng 1 nữ và 3 nam.Nhóm 1 có $C_3^1.C_9^3 = 252$ cách.

Lúc đó còn lại 2 nữ, 6 nam, nhóm thứ 2 có $C_2^1.C_6^3 = 40$ cách chọn.Cuối cùng còn 4 người là một nhóm: có 1 cách.

Theo quy tắc nhân thì có: $252.40.1 = 10080$ cách. Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$.

Câu 66: Chi đoàn lớp $12A$ có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{11}{7}$. **B.** $\frac{110}{570}$. **C.** $\frac{46}{57}$. **D.** $\frac{251}{285}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố "chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ"

Vậy $\overline{A}$ là biến cố chọn được 3 đoàn viên đều là nam: $C_{12}^3 = 220$.

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là: $P\left(\overline{A}\right) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$.

Câu 67: Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Có $C_9^3 = 84$ cách chọn 3 học sinh bất kì.

Chọn 3 học sinh mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ có các trường hợp

+ Có 3 học sinh nam: Có $C_5^3 = 10$ cách chọn

+ Có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ: Có $C_5^2.C_4^1 = 40$ cách chọn

Xác suất cần tìm là $P = \frac{10+40}{84} = \frac{25}{42}$.

Câu 68: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Lời giải

Ta có: Không gian mẫu $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ suy ra $n(\Omega) = 6$

Gọi biến cố A: "Con súc sắc có số chấm chẵn xuất hiện" hay $A = \{2;4;6\}$ suy ra $n(A) = 3$

Từ đó suy ra $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Vậy xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là $\frac{1}{2}$.

Câu 69: Trong một hộp có 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi biến cố A: "Hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ".

$n(A) = C_5^2$.

Vậy $P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$.

Câu 70: Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{7}{920}$. **B.** $\frac{27}{92}$. **C.** $\frac{3}{115}$. **D.** $\frac{9}{92}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A là biến cố "3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ".

Số phần tử của A là $n(A) = C_{10}^2.C_{15}^1$.

Vậy xác xuất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2.C_{15}^1}{C_{25}^3} = \frac{27}{92}$.

Câu 71: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: ‘‘ có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ’’.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: ‘‘ cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia ’’.

$P\left(\overline{A}\right)=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\Rightarrow P\left(A\right)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

Câu 72: Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn có đủ hai màu là

A. $\frac{5}{324}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{18}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=C_9^2=36$.

.

Gọi A: "hai bi được chọn có đủ hai màu ". Ta có: $n\left(A\right)=C_5^1.C_4^1=20$.

.

Khi đó: $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$.

Câu 73: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn không có nữ nào cả.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{10}^2=45$.

Gọi A: "2 người được chọn không có nữ" $\Leftrightarrow$ A: "2 người được chọn đều là nam".

Ta có $n(A)=C_7^2=21$. Vậy $P(A)=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$.

Câu 74: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{10}^2=45$. Gọi A: "2 người được chọn có đúng 1 nữ".

Chọn 1 nữ có 3 cách, chọn 1 nam có 7 cách suy ra $n(A)=7.3=21$. Do đó $P(A)=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$.

Câu 75: **[1D2-4.3-2]** Một bình chứa 16 viên bi với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được cả 3 viên bi không đỏ.

A. $\frac{1}{560}$. **B.** $\frac{9}{40}$. **C.** $\frac{1}{28}$. **D.** $\frac{143}{280}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{16}^3=560$.

Gọi A: "lấy được 3 viên bi khôngđỏ" $\Leftrightarrow$ A: " lấy được 3 viên bi trắng hoặc đen"

Có $7+6=13$ viên bi trắng hoặc đen. Ta có $n(A)=C_{13}^3=286$.

Vậy $P(A)=\frac{286}{560}=\frac{143}{280}$.

Câu 76: Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{36}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

$n(\Omega)=6.6=36$. Gọi A:"tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7".

$A=\{(1;6);(2;5);(3;4);(4;3);(5;2);(6;1)\}$.

Do đó $n(A)=6$. Vậy $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Câu 77: **[1D2-4.3-2]** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Lời giải

$n(\Omega)=6.6=36$. Gọi A:"ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm".

Khi đó $\overline{A}$:"không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm".

Ta có $n(\overline{A})=5.5=25$. Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$.

Câu 78: **[1D2-4.3-2]** Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

A. $\frac{9}{30}$. **B.** $\frac{12}{30}$. **C.** $\frac{10}{30}$. **D.** $\frac{6}{30}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_5^2=10$. Gọi A:"Lấy được hai quả màu trắng".

Ta có $n(A)=C_3^2=3$. Vậy $P(A)=\frac{3}{10}=\frac{9}{30}$.

Câu 79: **[1D2-4.3-2]** Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá 10 hay lá át là

A. $\frac{2}{13}$. **B.** $\frac{1}{169}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Trong bộ bài có bốn lá 10 và bốn lá át nên xác suất để lấy được lá 10 hay lá át là

$$P=\frac{C_8^1}{C_{52}^1}=\frac{8}{52}=\frac{2}{13}.$$

Câu 80: **[1D2-4.3-2]** Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át hay lá rô là

A. $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{17}{52}$.

Lời giải

Trong bộ bài có ba lá át và 13 lá rô nên xác suất để lấy được lá át hay lá rô là

$P=\frac{C_{16}^{1}}{C_{52}^{1}}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$.

Câu 81: **[1D2-4.3-3]** Cho tập hợp $A=\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải.

Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3+A_5^4+A_5^5=300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{300}^{1}=300$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1=\{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$, $A_2=\{2;\ 3;\ 5\}$, $A_3=\{1;\ 4;\ 5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=4!+3!+3!=36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\frac{n(X)}{n(\Omega)}=\frac{36}{300}=\frac{3}{25}$.

Câu 82: **[1D2-4.3-3]** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $9.10 = 90$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{90}^2 = 4005$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau". Ta mô tả không gian của biến cố X nhưu sau:

● Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị.

● Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 10.C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{360}{4005} = \dfrac{8}{89}$.

Câu 83: **[1D2-4.3-3]** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\dfrac{49}{54}$. **B.** $\dfrac{5}{54}$. **C.** $\dfrac{1}{7776}$. **D.** $\dfrac{45}{54}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $9.A_9^8$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.A_9^8$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ". Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

● Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0, có C_7^1 cách.

● Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.

● Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2.C_4^4.6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!}{9.A_9^8} = \dfrac{5}{54}$.

Câu 84: **[1D2-4.3-2]** Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{9}{28}$. **D.** $\dfrac{53}{56}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau".

● Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có $3!$ cách.

● Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3}=\dfrac{540}{1680}=\dfrac{9}{28}$.

Câu 85: **[1D2-4.3-2]** Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{5}{7}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_8^4.C_4^4$.

Gọi X là biến cố "2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu".

● Bước 1. Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.

● Bước 2. Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng A, B cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2.C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X)=C_2^1.C_6^2.C_4^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^4.C_4^4}{C_2^1.C_6^2.C_4^4}=\dfrac{3}{7}$.

Câu 86: **[1D2-4.3-3]** Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt ".

A. $\frac{941}{1566}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{625}{1566}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{30}^{5}=142506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt"".

Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A.

● Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^{3}C_{10}^{1}C_{5}^{1}$ đề.

● Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^{3}C_{10}^{1}C_{5}^{1}$ đề.

● Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^{2}C_{10}^{1}C_{5}^{2}$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n\left(A\right)=C_{15}^{3}C_{10}^{1}C_{5}^{1}+C_{15}^{3}C_{10}^{1}C_{5}^{1}+C_{15}^{2}C_{10}^{1}C_{5}^{2}=56875$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{56875}{142506}=\frac{625}{1566}$.

Câu 87: **[1D2-4.3-3]** Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{12}{1225}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{1213}{1225}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 3 phiếu câu hỏi từ 50 phiếu câu hỏi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n\left(A\right)=C_{50}^{3}$.

Gọi X là biến cố "Thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi khác nhau".

Để tìm số phần tử của X ta tìm số phần tử của biến cố $\overline{X}$, lúc này cần chọn được 1 cặp trong 4 cặp phiếu có câu hỏi giống nhau và chọn 1 phiếu trong 48 phiếu còn lại.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{X}$ là $n\left(\overline{X}\right)=C_{4}^{1}.C_{48}^{1}$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(X\right)=\frac{n\left(X\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{n\left(\Omega\right)-n\left(\overline{X}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{C_{50}^{3}-C_{4}^{1}.C_{48}^{1}}{C_{50}^{3}}=\frac{1213}{1225}$.

Câu 88: **[1D2-4.3-3]** Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{1}{1728}$. D. $\frac{5}{72}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có $6!$ cách.

● Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12. Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=6!.A_7^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6!.A_7^3}{9!}=\dfrac{5}{12}$.

Câu 89: **[1D2-4.3-3]** Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{653}{660}$. **B.** $\dfrac{7}{660}$. **C.** $\dfrac{41}{55}$. **D.** $\dfrac{14}{55}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=12!$.

Gọi A là biến cố "Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có $8!$ cách.

● Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán. Do đó có A_9^4 cách xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=8!.A_9^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{8!A_9^4}{12!}=\dfrac{14}{55}$.

Câu 90: **[1D2-4.3-3]** Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\dfrac{37}{42}$. **B.** $\dfrac{5}{42}$. **C.** $\dfrac{5}{1008}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Cố định 1 vị trí cho một học sinh nam, đánh dấu các ghế còn lại từ 1 đến 9.

Không gian mẫu là hoán vị 9 học sinh trên 9 ghế đánh dấu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9!$.

Gọi A là biến cố "không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Đầu tiên ta cố định 1 học sinh nam, 5 học sinh nam còn lại có $5!$ cách xếp.

● Ta xem 6 học sinh nam như 6 vách ngăn trên vòng tròn, thế thì sẽ tạo ra 6 ô trống để ta xếp 4 học sinh nữ vào. Do đó có A_6^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 5!.A_6^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5!.A_6^4}{9!} = \dfrac{5}{42}$.

Câu 91: **[1D2-4.3-3]** Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** $\dfrac{13}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4^4$.

Gọi A là biến cố "1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

● **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3.C_4^1$ cách.

● **Giai đoạn thứ hai.** Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^3.C_4^1.C_3^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_4^3.C_4^1.C_3^1}{4^4} = \dfrac{48}{4^4} = \dfrac{3}{16}$.

Câu 92: **[1D2-4.3-3]** Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\dfrac{10}{13}$. **B.** $\dfrac{3}{13}$. **C.** $\dfrac{4769}{6561}$. **D.** $\dfrac{1792}{6561}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người khách vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^8$.

Gọi A là biến cố "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

● **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.

● **Giai đoạn thứ hai.** Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n\left(A\right)=C_8^3.2^5$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_8^3.2^5}{3^8}=\dfrac{1792}{6561}$.

Câu 93: **[1D2-4.3-3]** Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\dfrac{94}{95}$. **B.** $\dfrac{1}{95}$. **C.** $\dfrac{6}{95}$. **D.** $\dfrac{89}{95}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{20}^3=1140$.

Gọi A là biến cố "3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.

● Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.

● Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=C_4^1.C_{18}^1=72$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n\left(A\right)=1140-72=1068$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{1068}{1140}=\dfrac{89}{95}$.

Câu 94: **[1D2-4.3-3]** Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\dfrac{64}{65}$. **B.** $\dfrac{1}{65}$. **C.** $\dfrac{1}{256}$. **D.** $\dfrac{255}{256}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{40}^3=9880$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.

● Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.

● Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=C_4^1.C_{38}^1=152$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=9880-152=9728$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{9728}{9880}=\frac{64}{65}$.

Câu 95: **[1D2-4.3-3]** Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^4=4845$.

Gọi A là biến cố "4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

● Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4.

● Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $\left(C_2^1\right)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=C_{10}^4.\left(C_2^1\right)^4=3360$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=4845-3360=1485$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1485}{4845}=\frac{99}{323}$.

Câu 96: **[1D2-4.3-3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt. Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. **B.** $\frac{23}{91}$. **C.** $\frac{8}{91}$. **D.** $\frac{83}{91}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố "Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

● Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1 C_4^1$ cách.

● Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1 C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_2^1 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 = 23$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{23}{91}$.

Câu 97: **[1D2-4.3-3]** Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\dfrac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Lời giải.

Gọi số học sinh nữ của lớp là n $\left(n \in \mathbb{N}^*, n \le 28\right)$.

Suy ra số học sinh nam là $30 - n$.

Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

● Chọn 2 nam trong $30 - n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.

● Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{30-n}^2 . C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{30-n}^2 . C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = \dfrac{12}{29} \Leftrightarrow \dfrac{C_{30-n}^2 . C_n^1}{C_{30}^3} = \dfrac{12}{29} \longrightarrow n = 14$.

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh.

Câu 98: **[1D2-4.3-3]** Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 phiếu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$.

Gọi A là biến cố "Người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Người thứ ba có $C_2^1=2$ khả năng lấy được phiếu trúng thưởng.

● 9 người còn lại có số cách lấy phiếu là $9!$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=2.9!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2.9!}{10!}=\frac{1}{5}$.

Câu 99: **[1D2-4.3-3]** Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega|=C_{15}^5$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A|=C_8^4C_7^1+C_8^3C_7^2$

Xác suất biến cố A là: $P(A)=\frac{238}{429}$.

Câu 100: **[1D2-4.3-4]** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. B. $\frac{899}{1152}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{26}{35}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=24^4$.

Gọi A là biến cố "4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí". Ta mô tả không gian của biến cố A như sau:

● Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.

● Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n\left(A\right)=C_4^2.24.23.22$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_4^2.24.23.22}{24^4}=\dfrac{C_4^2.23.22}{24^3}=\dfrac{253}{1152}$.

Câu 101: **[1D2-4.3-4]** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng $0,2$ điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi $0,1$ điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\dfrac{C_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\dfrac{A_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\dfrac{C_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}}{50}$. **D.** $\dfrac{A_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}}{50}$.

Lời giải.

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50-x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của Hoa là $0,2.x-0,1.\left(50-x\right)=4\Leftrightarrow x=30$.

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n\left(X\right)=C_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(X\right)=\dfrac{n\left(X\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_{50}^{30}.\left(3\right)^{20}}{4^{50}}$.

Câu 102: **[1D2-4.3-4]** Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\dfrac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải.

Gọi số đoàn viên trong chi đoàn đó là n $\left(n\geq 7, n\in\mathbb{N}^*\right)$.

Suy ra số đoàn viên nam trong chi đoàn là $n-3$.

Xác suất để lập đội TNTN trong đó có 3 nữ là $\dfrac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}$.

Xác suất để lập đội TNTN có toàn nam là $\dfrac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}=\dfrac{2}{5}.\dfrac{C_{n-3}^4}{C_n^4}\Leftrightarrow C_{n-3}^1=\dfrac{2}{5}.C_{n-3}^4\longrightarrow n=9$.

Vậy cho đoàn có 9 đoàn viên.

Câu 103: **[1D2-4.3-4]** Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\dfrac{100}{231}$. **B.** $\dfrac{115}{231}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\dfrac{236}{462}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 104: **[1D2-4.3-4]** Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là:

A. $\dfrac{109}{30240}$. **B.** $\dfrac{1}{280}$. **C.** $\dfrac{1}{5040}$. **D.** $\dfrac{109}{60480}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là: $6!.4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2+2.2=6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $6.3!.5!$.

Gọi A: " Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền".

$$n\left(A\right)=4!.6!-6.3!.5!=12960 \Rightarrow P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{12960}{10!}=\frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{280}$.

Câu 105: **[1D2-5.3-4]** Ba bạn A,B,C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $\left[1;14\right]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{457}{1372}$ **B.** $\frac{307}{1372}$ **C.** $\frac{207}{1372}$ **D.** $\frac{31}{91}$

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=14^3$.

Vì trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $\left[1;14\right]$ có: 5 số chia cho 3 dư 1; 5 số chia cho 3 dư 2; 4 số chia hết cho 3.Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3

TH2: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3

TH3: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3

TH4: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: $4.5.5.3!$

Gọi biến cố E:" Tổng 3 số chia hết cho 3"

Ta có: $n(E)=4^3+5^3+5^3+4.5.5.3!=914$.

Vậy xác suất cần tính: $P(E)=\frac{914}{14^3}=\frac{457}{1372}$.

Câu 106: **[1D2-5.3-4]** Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{36}{385}$ **B.** $\frac{18}{385}$ **C.** $\frac{72}{385}$ **D.** $\frac{144}{385}$

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3=369600$

Gọi A là biến cố: "nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá"

Bước 1: xếp vào mỗi nhóm một học sinh khá có $4!$ cách.

Bước 2: xếp 5 học sinh giỏi vào 4 nhóm thì có 1 nhóm có 2 học sinh giỏi.

+ Chọn 1 nhóm để xếp 2 học sinh giỏi có 4 cách

+ Chọn 2 học sinh giỏi có C_5^2 cách

+ Xếp 3 học sinh giỏi còn lại có $3!$ cách

Bước 3: Xếp 3 học sinh trung bình có $3!$cách.

$\Rightarrow n(A) = 4!.4.C_5^2.3!.3! = 34560$

Vậy $P(A) = \dfrac{34560}{369600} = \dfrac{36}{385}$.

Câu 107: **[1D2-5.3-4]** Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\dfrac{47}{256}$ **B.** $\dfrac{49}{256}$ **C.** $\dfrac{51}{256}$ **D.** $\dfrac{3}{16}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Gọi A là biến cố không có hai người liền kề cùng đứng.
Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.
Để biến cố A xảy ra có các trường hợp sau:
TH1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1+8=9$.
TH2: Có 2 đồng xu ngửa.
Hai đồng xu ngửa kề nhau: có 8 khả năng.
Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.
TH3: Có 3 đồng xu ngửa.
Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả.
Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8.4=32$ kết quả.
Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.
TH4: Có 4 đồng xu ngửa.
Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.
Như vậy $n(A) = 9+20+16+2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{47}{256}$.

Câu 108: **[1D2-5.3-4]** Cho tập hợp $A = \{1;2;3;4;.....;100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

A. $\dfrac{4}{645}$ **B.** $\dfrac{3}{645}$ **C.** $\dfrac{2}{1395}$ **D.** $\dfrac{1}{930}$

Lời giải

Cách 1:

Gọi ba số lấy ra là $\{a;b;c\}$ không xếp vị trí và phân biệt.

- Nếu a,b,c bất kì $\begin{cases} a+b+c=91 \\ a,b,c\in\mathbb{N}^* \end{cases}$, vậy có $C_{90}^{\ 2}$ bộ nghiệm.

- Nếu a,b,c có hai số bằng nhau, giả sử $a=b$ nên ta có $2a+c=91$. Vậy c phải là số lẻ suy ra có 45 số c nên có 45 bộ số có tổng bằng 91 và có 2 số bằng nhau.

Kết luận có $\left(C_{90}^{\ 2}-3.45\right):6=645$. Vậy $n\left(\Omega\right)=645$.

Từ $A=\{1;2;3;4;.....;100\}$, ta có các bộ số sau $\{1;9;81\}$, $\{7;21;63\}$, $\{13;26;52\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất cần tính là $\dfrac{3}{645}$.

__**Cách 2:**__

Tập con gồm 3 phần tử của S và có tổng bằng 91

+ Dạng $\{1;a;b\}$, $1<a<b,a+b=90$: có 43 tập.

+ Dạng $\{2;a;b\}$, $2<a<b,a+b=89$: có 42 tập.

+ …

Do đó: $|\Omega|=|S|=(43+42)+(40+39)+(37+36)+...+(4+3)+1=645$

Gọi N là biến cố "Chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân"

Khi đó $\Omega_N=\{\{1;9;81\};\{7;21;63\};\{13;26;52\}\}$.

Vậy $P(T)=\dfrac{|\Omega_N|}{|\Omega|}=\dfrac{3}{645}$.

Câu 109: **[1D2-5.4-4]** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

__**A.**__ $\dfrac{11}{630}$ **B.** $\dfrac{1}{126}$ **C.** $\dfrac{1}{105}$ **D.** $\dfrac{1}{42}$

Lời giải

$n\left(\Omega\right)=10!$

Gọi H là biến cố "không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau"

+ Đầu tiên xếp 5 học sinh lớp 12C thì có $5!$ cách xếp

+ Giữa 5 học sinh lớp C và ở hai đầu có 6 khoảng trống

TH1: Xếp 5 học sinh của hai lớp A và B vào 4 khoảng trống ở giữa và 1 khoảng trống ở 1 đầu thì có $2.5!$ cách xếp

TH2: Xếp 5 học sinh vào 4 khoảng trống giữa 5 học sinh lớp C sao cho có đúng một khoảng trống có 2 học sinh thuộc 2 lớp A, B thì có $2!.2.3.4!$ cách xếp.

Suy ra, $n(H)=5!(2.5!+2!.2.3.4!)\Rightarrow p(H)=\dfrac{11}{630}$.

Câu 110: **[1D2-5.4-4]** Cho một đa giác đều n đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P=\dfrac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 5

Lời giải

Do n là số lẻ nên ta đặt $n=2k+1\ (k\in\mathbb{N})$

Số phần tử không gian mẫu: $n(A)=C_{2k+1}^3$

Gọi A: "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác tù"

Giả sử tam giác ABC có $\widehat{A},\widehat{B}$ nhọn và $\widehat{C}$ tù

Chọn 1 đỉnh bất kì làm đỉnh A có $2k+1$ cách

Khi đó còn lại $2k$ đỉnh, từ điểm được chọn ta chia làm 2, mỗi bên là k đỉnh

Để tạo thành tam giác tù thì 2 đỉnh còn lại phải được chọn từ k đỉnh cùng thuộc một phía so với điểm đã chọn do đó có $C_k^2+C_k^2$ cách chọn

Nhưng với cách tính như vậy số tam giác được lặp lại 2 lần nên

$$n(A)=\frac{(C_k^2+C_k^2)(2k+1)}{2!}=C_k^2(2k+1)$$

Vậy $P(A)=\dfrac{C_k^2(2k+1)}{C_{2k+1}^3}=\dfrac{45}{62}$

$$\Leftrightarrow 62\frac{k!}{(k-2)!.2!}.(2k+1)=45\frac{(2k+1)!}{(2k-2)!.3!}$$

$$\Leftrightarrow 62.\frac{k(k-1)(2k+1)}{2}=45.\frac{(2k+1)(2k)(2k-1)}{6}$$

$$\Leftrightarrow 62k^3-31k^2-31k=60k^3-15k$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=16 \\ k=-\dfrac{1}{2}(L) \\ k=0(L) \end{array}\right.$$

Vậy $n=33$. Khi đó các ước nguyên dương của n là $1;11;3;33$.

Câu 111: **[1D2-5.6-4]** Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$ **B.** $\frac{1079}{4913}$ **C.** $\frac{23}{68}$ **D.** $\frac{1637}{4913}$

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=17^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15\}$, có 6 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 5^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $5.6.6.3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là: $p(A)=\frac{5^3+6^3+6^3+5.6.6.3!}{17^3}=\frac{1637}{4913}$.

Câu 112: **[1D2-5.6-4]** Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1027}{6859}$ **B.** $\frac{2539}{6859}$ **C.** $\frac{2287}{6859}$ **D.** $\frac{109}{323}$

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 7^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $6.7.6.3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là: $p(A)=\frac{6^3+7^3+6^3+6.7.6.3!}{19^3}=\frac{2287}{6859}$.

Câu 113: [1D2-5.6-4] Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Hóa học".

B là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Vật lí".

$A\cup B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi".

$A\cap B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí".

Ta có: $n\left(A\cup B\right)=0,5.40=20$.

Mặt khác: $n\left(A\cup B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)-n\left(A.B\right)$

$\Rightarrow n\left(A.B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)-n\left(A\cup B\right)=12+13-20=5$.

Câu 114: [1D2-5.6-4] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\left\{0;1;2;3;...;9\right\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $\frac{1}{5000}$ **B.** $\frac{1}{15000}$ **C.** $\frac{18}{5^{10}}$ **D.** $\frac{4}{3.10^4}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lập các số có 6 chữ số từ tập A, do đó $n_\Omega=9.10^5$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng $7875=3^2.5^3.7=9.5^3.7.1$.

Số phần tử của B là $C_6^2.C_4^3+C_6^1.C_5^3.C_2^1=60+120=180$.

Suy ra xác suất $P\left(B\right)=\frac{180}{9.10^5}=\frac{1}{5000}$.

Câu 115: [1D2-5.3-4] Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

A. $\frac{2045}{13608}$. **B.** $\frac{409}{90000}$. **C.** $\frac{409}{3402}$. **D.** $\frac{409}{11250}$.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}=11k$

Số cách chọn số có 5 chữ số từ tập số tự nhiên là $n\left(\Omega\right)=9.10^4$

Gọi A là biến cố: chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Do số có tận cùng là số nguyên tố nên $e=\{2;3;5;7\}$

Suy ra k có tận cùng là 2; 3;5; 7.

Ta có số cần tìm có 5 chữ số nên $10010\le 11k\le 99990 \Leftrightarrow 910\le 11k\le 9090$.

Xét các bộ số $(910;911,...919)$; $(920;921;...929)$;$(9080;9081...9089)$

Số các bộ số là $\dfrac{9090-910}{10}=818$ bộ.

mỗi bộ số sẽ có 4 số k thỏa mãn. Do đó $n_A=818.4=3272$

Xác suất của biến cố là $P_A=\dfrac{3272}{9.10^4}=\dfrac{409}{11250}$.

Câu 116: **[1D2-5.3-4]** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S. Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng.

A. $\dfrac{4473}{8128}$ **B.** $\dfrac{2279}{4064}$ **C.** $\dfrac{55}{96}$ **D.** $\dfrac{53}{96}$

Lời giải

Có: $a_1\ne 0$; $a_1,.,a_6\in\{0;1\}$.

Số phần tử của S là : $2+1.2+1.2.2+1.2.2.2+1.2.2.2.2+1.2.2.2.2.2=64$.

Lấy ngẫu nhiên hai số trong S, có : C_{64}^2.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một số chia hết cho 3.

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố không lấy được số chia hết cho 3.

Ta xét xem trong 64 số của tập S có bao nhiêu số chia được cho 3:

+ TH1: Số có 1 chữ số a_1 : có 2 số và hai số này đều không chia được cho 3.

+ TH1: Số có 2 chữ số $\overline{a_1a_2}$ với $a_1=1$: có 2 số và 2 số này đều không chia được cho 3.

+ TH2: Số có 3 chữ số $\overline{a_1a_2a_3}$ với $a_1=1$: có 4 số và trong đó có 1 số chia được cho 3.

+ TH3: Số có 4 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ với $a_1=1$: có 8 số và trong đó có 3 số chia được cho 3.

+ TH4: Số có 5 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1=1$: có 16 số và trong đó có 6 số chia được cho 3.

+ TH5: Số có 6 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ với $a_1=1$: có 32 số và trong đó có 11 số chia được cho 3.

Do đó có 21 số chia được cho 3 và có 43 số không chia được cho 3.

Do đó: $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{C_{43}^{2}}{C_{64}^{2}}=\dfrac{43}{96}$. Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{53}{96}$.

Câu 117: **[1D2-5.3-4]** Người ta dùng 18 cuốn sách gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa để làm phần thưởng cho 9 học sinh $A,B,C,D,E,F,G,H,I,$ mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại. Tính xác suất để 2 học sinh A,B nhận được phần thưởng giống nhau.

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{7}{18}$.

Lời giải

Chọn ra 7 học sinh nhận sách Toán. Có $C_9^7=36$ cách chọn. Hai bạn còn lại chắc chắn nhận được một cuốn sách Lý và một cuốn sách Hóa. Vậy còn 4 cuốn sách Lý và 3 cuốn sách Hóa.

Trong 7 bạn nhận sách Toán, chọn ra 4 bạn nhận sách Lý. Có $C_7^4=35$ cách chọn. Ba bạn còn lại chắc chắn nhận được 1 cuốn sách Toán và một cuốn sách Hóa. Như vậy có $36.35=1260$ cách chia 18 cuốn sách cho 9 bạn theo yêu cầu đề bài.

Qua lập luận trên ta thấy có 4 bạn nhận được hai cuốn Toán và Lý, có 3 bạn nhận được hai cuốn Toán và Hóa, có 2 bạn nhận được hai cuốn Lý và Hóa.

Để hai bạn A,B nhận được phần thưởng như nhau, có các trường hợp sau:

+ Hai bạn A,B cùng nhận được hai cuốn sách là Toán và Lý: Còn 2 bạn nhận sách Toán và Lý. Có C_7^2 cách chọn thêm 2 bạn nhận sách Toán và Lý. Sau đó chọn ra 3 bạn nhận sách Toán và Hóa. Có C_5^3 cách chọn. Hai bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Trường hợp này có $C_7^2.C_5^3=210$ cách chọn.

+ Hai bạn A,B cùng nhận được hai cuốn sách là Toán và Hóa: Cần chọn ra 4 bạn nhận sách Toán và Lý và chọn ra 1 bạn nữa cùng với hai bạn A,B nhận sách Toán và Hóa, 2 bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Có C_7^4 cách chọn 4 bạn nhận sách Toán và Lý, có C_3^1 cách chọn thêm 1 bạn ngoài hai bạn A,B nhận sách Toán và Hóa, Hai bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Trường hợp này có $C_7^4.C_3^1=105$ cách chọn.

+ Hai bạn A,B cùng nhận được hai cuốn sách là Lý và Hóa: Cần chọn ra 4 bạn trong số 7 bạn và chọn ra 3 bạn trong số 3 bạn còn lại trừ hai bạn A,B nhận sách Lý và Hóa và 4 bạn nhận sách Toán và Lý). Trường hợp này có $C_7^4.C_3^3=35$ cách chọn.

Vậy có $210+105+35=350$ cách chia phần thưởng để hai bạn A,B có phần thưởng như nhau.

Suy ra xác suất là $\dfrac{350}{1260}=\dfrac{5}{18}$.

Cách 2:

- Giả sử chia thành x cặp *Toán-Lý*; y cặp *Lý-Hóa*; z cặp *Toán-Hóa*, ta được hệ

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ x+y=6 \\ y+z=5 \\ x+z=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

- Số cách chia phần thưởng cho 9 học sinh là : $C_9^4.C_5^2.C_3^3=1260$ cách.

- Số cách chia để 2 học sinh A, B nhận phần thưởng giống nhau là :

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Toán-Lý*: $1.C_7^2.C_5^2.C_3^3=210$ cách.

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Lý-Hóa*: $1.C_7^4.C_3^3=35$ cách.

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Toán-Hóa*: $1.C_7^1.C_6^4.C_2^2=105$ cách.

Vậy có $210+35+105=350$ cách để hai bạn A, B nhận phần thưởng giống nhau

Vậy xác suất cận tính là: $\dfrac{350}{1260}=\dfrac{5}{18}$.

Câu 118: **[1D2-5.3-4]** Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số $2,3,4$ và chúng đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{1}{140}$. **B.** $\dfrac{1}{392}$. **C.** $\dfrac{4}{245}$. **D.** $\dfrac{3}{196}$.

Lời giải

*)Ta có: $|S|=7.A_7^4=5880 \Rightarrow |\Omega|=5880$.

*) Ta tính số các số chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số $2,3,4$ và chúng đứng cạnh nhau.

Xếp các chữ số $2,3,4$ thành một nhóm, coi là một chữ số, có: $3!=6$ cách.

Do đó: ta cần tính số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số $0,1,(234),5,6,7$ sao cho số đó chia hết cho 5, và luôn có mặt nhóm (234).

+ Vì số đó chia hết cho 5 nên chữ số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5, có 2 cách chọn.

Chọn vị trí cho nhóm (234), có 2 cách chọn.

Viết chữ số còn lại, có 4 cách chọn.

Suy ra: số các số cần tìm là: $2.2.4=16$ số.

+ Trong các số đó, có một số không thỏa mãn là $0(234)5$.

Do đó: các số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số $0,1,(234),5,6,7$ thỏa mãn yêu cầu là: $16-1=15$.

Vậy số các số có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $6.15=90$ số.

$\Rightarrow P=\dfrac{90}{5880}=\dfrac{3}{196}$.

Câu 119: **[1D2-5.3-4]** Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau, xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

A. 308664. **B.** 16800. **C.** 369600. **D.** 295176.

Lời giải

Do các quyển sách cùng môn là giống nhau nên số cách xếp bất kỳ là $\frac{12!}{(3!)^4}$ cách.

TH1:Ba cuốn đứng cạnh nhau của một loại sách có $\frac{10!}{(3!)^3}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{4.10!}{(3!)^3}$ cách xếp.

TH2: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 2 loại sách có $\frac{8!}{(3!)^2}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{C_4^2.8!}{(3!)^2}$ cách xếp.

TH3: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 3 loại sách có $\frac{6!}{3!}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{C_4^3.6!}{3!}$ cách xếp.

TH4: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 4 loại sách có $4!$ cách xếp.

Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho có 3 quyển cùng môn đứng cạnh nhau có $\frac{4.10!}{(3!)^3}-\frac{C_4^2.8!}{(3!)^2}+\frac{C_4^1.6!}{3!}-4!=60936$ cách xếp.

Vậy có $\frac{12!}{(3!)^4}-60936=308664$ cách xếp thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 120: **[1D2-5.3-4]** Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và cầu thủ Neymar đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, Neymar xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$. **B.** $\frac{1}{105}$. **C.** $\frac{1}{70}$. **D.** $\frac{2}{105}$.

Lời giải

*) Ta có: $|\Omega|=10!$.

*) Chọn hàng cho cầu thủ Neymar, có 2 cách chọn.

*) Đối với hàng có cầu thủ Neymar, có 2 cách xếp như sau:

+) TH1: Trong hàng cầu thủ Neymar có 2 nam, 2 nữ.

Vì Neymar xen giữa hai bạn nam nên xếp 2 bạn nam đứng hai bên Neymar, có: A_5^2 cách.

Vì các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng nên ta xếp hai bạn nữ đứng ở hai đầu hàng, có A_4^2 cách xếp.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nam và 2 bạn nữ còn lại.

Ta xếp 3 bạn nam, có $3!$ cách, tạo ra 4 vị trí giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nữ vào 2 trong 4 vị trí đó, có: A_4^2 cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $A_5^2.A_4^2.3!.A_4^2$ cách xếp.

+) TH2: Trong hàng cầu thủ Neymar có 3 nam, 1 nữ.

Xếp 1 bạn nam, 1 bạn nữ và cầu thủ Neymar thành một hàng, có $C_5^1.C_4^1.3!$.

Xếp hai bạn nam trong 4 bạn nam còn lại đứng hai bên của Neymar, có A_4^2 cách.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nữ và 2 bạn nam còn lại.

Ta xếp 3 bạn nữ, có $3!$ cách, tạo ra 2 vị trí xen giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nam vào 2 vị trí đó, có: $2!$ cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $C_5^1.C_4^1.3!A_4^2.3!.2!$ cách xếp.

Vậy xác suất cần tính là: $\dfrac{2.\left(A_5^2.A_4^2.3!.A_4^2+C_5^1.C_4^1.3!A_4^2.3!.2!\right)}{10!}=\dfrac{2}{105}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BIẾN CỐ & XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A. ĐỀ BÀI

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Câu 2. Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Câu 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. $0,25$. **B.** $0,5$. **C.** $0,75$. **D.** $0,85$.

Câu 5. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Câu 6. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Câu 7. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$. **B.** $\frac{95}{408}$. **C.** $\frac{5}{102}$. **D.** $\frac{25}{136}$.

Câu 8. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. **B.** $\frac{1}{71}$. **C.** $\frac{36}{71}$. **D.** $\frac{994}{4845}$.

Câu 10. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Câu 11. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Câu 12. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. **B.** $\frac{48}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{81}{95}$.

Câu 13. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{14}{33}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{37}{66}$.

Câu 14. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Câu 15. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Câu 16. Cho tập hợp $A=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 17. Cho tập hợp $A=\{2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Câu 18. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 19. Cho tập hợp $A=\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Câu 20. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 21. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Câu 22. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Câu 23. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{7776}$. **D.** $\frac{45}{54}$.

Câu 24. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Câu 25. Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 26. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

A. $\frac{941}{1566}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{625}{1566}$.

Câu 27. Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{12}{1225}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Câu 28. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$. **D.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$.

Câu 29. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{1728}$. **D.** $\frac{5}{72}$.

Câu 30. Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{653}{660}$. **B.** $\frac{7}{660}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{14}{55}$.

Câu 31. Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 32. Trong thư viện có 12 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cùng 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. **B.** 1680. **C.** 140. **D.** 4200.

Câu 33. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{5}{1008}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 34. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{13}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 35. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{10}{13}$. **B.** $\frac{3}{13}$. **C.** $\frac{4769}{6561}$. **D.** $\frac{1792}{6561}$.

Câu 36. Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$. **B.** $\frac{1}{95}$. **C.** $\frac{6}{95}$. **D.** $\frac{89}{95}$.

Câu 37. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\frac{64}{65}$. **B.** $\frac{1}{65}$. **C.** $\frac{1}{256}$. **D.** $\frac{255}{256}$.

Câu 38. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Câu 39. Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Câu 40. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là $2cm$, $4cm$, $6cm$, $8cm$ và $10cm$. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{9}{10}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. **B.** $\frac{23}{91}$. **C.** $\frac{8}{91}$. **D.** $\frac{83}{91}$.

Câu 42. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Câu 43. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 44. Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 45. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. **B.** $\frac{899}{1152}$. **C.** $\frac{4}{75}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 2.2.2.2 = 16$.

Gọi A là biến cố "Cả bốn lần gieo xuất hiện mặt sấp" $\longrightarrow |\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{1}{16}$. **Chọn C.**

Câu 2. Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\overline{A}$ là "Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\longrightarrow |\Omega_{\overline{A}}| = 5.5 = 25 \longrightarrow |\Omega_A| = 36 - 25 = 11$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{11}{36}$. **Chọn B.**

Câu 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8 ".
Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} 1 \le x \le 6 \\ 1 \le y \le 6 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow (x;y) = \{(2;6), (3;5), (4;4), (6;2), (5;3), (4;4)\}$.

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega_A| = 6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. **Chọn A.**

Câu 4. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. $0,25$. **B.** $0,5$. **C.** $0,75$. **D.** $0,85$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:
TH1. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3.3 = 9$ cách gieo.
TH2. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3.3 + 3.3 = 18$ cách gieo.
Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $|\Omega_A| = 9 + 18 = 27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A) = \frac{27}{36} = 0,75$. **Chọn C.**

Câu 5. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\dfrac{12}{216}$.   B. $\dfrac{1}{216}$.   C. $\dfrac{6}{216}$.   D. $\dfrac{3}{216}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, $\cdots$,$(6;6;6)$.

Suy ra $|\Omega_A| = 6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{6}{216}$. **Chọn C.**

Câu 6. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\dfrac{70}{143}$.   B. $\dfrac{73}{143}$.   C. $\dfrac{56}{143}$.   D. $\dfrac{87}{143}$.

Lời giải. Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

● **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3 C_5^1$ cách.

● **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3 C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{350}{715} = \dfrac{70}{143}$. **Chọn A.**

Câu 7. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\dfrac{313}{408}$.   B. $\dfrac{95}{408}$.   C. $\dfrac{5}{102}$.   D. $\dfrac{25}{136}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 18 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{18}^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 3 bi xanh nên có $C_6^1.C_7^1.C_5^3$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_6^2.C_7^2.C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_6^1.C_7^1.C_5^3 + C_6^2.C_7^2.C_5^1 = 1995$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{1995}{8568} = \dfrac{95}{408}$. **Chọn B.**

Câu 8. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\dfrac{1}{12}$.   B. $\dfrac{1}{3}$.   C. $\dfrac{16}{33}$.   D. $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1.C_4^3$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2 C_4^2$ cách.

● **TH3:** Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3.C_4^1$ cách.

● **TH4:** Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2 C_3^1 C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^1.C_4^3 + C_5^2 C_4^2 + C_5^3.C_4^1 + C_5^2 C_3^1 C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{240}{495}=\frac{16}{33}$. **Chọn C.**

Câu 9. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. **B.** $\frac{1}{71}$. **C.** $\frac{36}{71}$. **D.** $\frac{994}{4845}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{21}^{7}=116280$.

Gọi A là biến cố "7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $C_8^1.C_7^1.C_6^5$ cách.

● **TH2:** Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 3 hoa huệ nên có $C_8^2.C_7^2.C_6^3$ cách.

● **TH3:** Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $C_8^3.C_7^3.C_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_8^1.C_7^1.C_6^5+C_8^2.C_7^2.C_6^3+C_8^3.C_7^3.C_6^1=23856$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{23856}{116280}=\frac{994}{4845}$. **Chọn D.**

Câu 10. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{13}^{3}=286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● **TH1:** Chọn 1 học sinh khối 11; 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1C_8^1C_3^1=48$ cách.

● **TH2:** Chọn 1 học sinh khối 11; 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1C_3^2=6$ cách.

● **TH3:** Chọn 2 học sinh khối 11; 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2C_3^1=3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=48+6+3=57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{57}{286}$. **Chọn A.**

Câu 11. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{22}^{4}=7315$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}|=C_7^1C_6^1C_5^1C_4^1=840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=|\Omega|-|\Omega_{\overline{A}}|=6475$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{6475}{7315}=\frac{185}{209}$. **Chọn B.**

Câu 12. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. **B.** $\frac{48}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{81}{95}$.

Lời giải. Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^1.C_{19}^1$.
Gọi A biến cố "2 quả cầu được lấy cùng màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:
● **TH1:** Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.
Do đó trường hợp này có $C_8^1.C_7^1$ cách.
● **TH2:** Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.
Do đó trường hợp này có $C_{12}^1.C_{11}^1$ cách.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1$.
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1}{C_{20}^1.C_{19}^1} = \frac{47}{95}$. **Chọn C.**

Câu 13. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{14}{33}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{37}{66}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$.
Gọi A là biến cố "2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số".
● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4 = 16$ cách (do số bi đỏ ít hơn nên ta lấy trước, có 4 cách lấy bi đỏ. Tiếp tục lấy bi xanh nhưng không lấy viên trùng với số của bi đỏ nên có 4 cách lấy bi xanh).
● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4 = 12$ cách.
● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3 = 9$ cách.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 16 + 12 + 9 = 37$.
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{37}{66}$. **Chọn D.**

Câu 14. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^6 = 3003$.
Gọi A là biến cố "6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:
● **TH1:** Chọn 6 viên bi chỉ có một màu (chỉ chọn được màu vàng).
Do đó trường hợp này có $C_6^6 = 1$ cách.
● **TH2:** Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.
Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.
Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.
Do đó trường hợp này có $C_8^6 + \left(C_{11}^6 - C_6^6\right) + \left(C_9^6 - C_6^6\right) = 572$ cách.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = 1 + 572 = 573$.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = |\Omega| - |\Omega_{\overline{A}}| = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{2430}{3003}=\frac{810}{1001}$. **Chọn A.**

Câu 15. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{50}^3=19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp

● **TH1:** 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.

● **TH2:** 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{6544}{19600}=\frac{409}{1225}$. **Chọn B.**

Câu 16. Cho tập hợp $A=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó $\begin{cases} a,b,c\in A \\ a\neq 0 \\ a\neq b; b\neq c; c\neq a \end{cases}$.

Khi đó

- Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a\neq 0$.
- Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b\neq a$.
- Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c\neq a$ và $c\neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4=100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{100}^1=100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X|=8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\frac{|\Omega_X|}{|\Omega|}=\frac{8}{100}=\frac{2}{25}$. **Chọn C.**

Câu 17. Cho tập hợp $A=\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $A_7^4=840$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{840}^1=840$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ".

- Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số $2;\ 4;\ 6;\ 8$ là $C_4^2=6$ cách.
- Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba chữ số $3;\ 5;\ 7$ là $C_3^2=3$ cách.

- Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có $4!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_4^2.C_3^2.4! = 432$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{432}{840} = \frac{18}{35}$. **Chọn D.**

Câu 18. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1; 2; 3; 4; 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải. Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{60}^1 = 60$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1; 2; 3)$, $(1; 2; 6)$, $(2; 3; 4)$ và $(2; 4; 6)$. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6.4 = 24$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$. **Chọn C.**

Câu 19. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải. Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{300}^1 = 300$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1; 2; 3; 4\}$, $A_2 = \{2; 3; 5\}$, $A_3 = \{1; 4; 5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$. **Chọn B.**

Câu 20. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ 10 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố "3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5". Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5. Ta đi tìm số

phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5 là C_8^3 cách.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3 - C_8^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{10}^3 - C_8^3}{C_{10}^3} = \dfrac{8}{15}$. **Chọn A.**

Câu 21. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\dfrac{560}{4199}$. **B.** $\dfrac{4}{15}$. **C.** $\dfrac{11}{15}$. **D.** $\dfrac{3639}{4199}$.

Lời giải. Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.
Suy ra số phần tử của không mẫu là $|\Omega| = C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố " 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ". Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

- Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.
- Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_8^4 cách.
- Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3.C_8^4.C_2^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{10}^3.C_8^4.C_2^1}{C_{20}^8} = \dfrac{560}{4199}$. **Chọn A.**

Câu 22. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\dfrac{8}{89}$. **B.** $\dfrac{81}{89}$. **C.** $\dfrac{36}{89}$. **D.** $\dfrac{53}{89}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.10 = 90$.
Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{90}^2 = 4005$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau". Ta mô tả không gian của biến cố X nhưu sau:

- Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị (chọn từ các chữ số $\{0;\ 1;\ 2;\ 3;...;\ 9\}$).
- Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục (chọn từ các chữ số $\{1;\ 2;\ 3;...;\ 9\}$).

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 10.C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{360}{4005} = \dfrac{8}{89}$. **Chọn A.**

Câu 23. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\dfrac{49}{54}$. **B.** $\dfrac{5}{54}$. **C.** $\dfrac{1}{7776}$. **D.** $\dfrac{45}{54}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.A_9^8$.
Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9.A_9^8$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ". Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

- Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0, có C_7^1 cách.
- Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.
- Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2.C_4^4.6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!}{9.A_9^8} = \dfrac{5}{54}$. **Chọn B.**

Câu 24. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{9}{28}$. **D.** $\dfrac{53}{56}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau".
- Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có $3!$ cách.
- Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3} = \dfrac{540}{1680} = \dfrac{9}{28}$. **Chọn C.**

Câu 25. Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{5}{7}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_8^4.C_4^4$.

Gọi X là biến cố "2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu".
- Bước 1. Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.
- Bước 2. Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng A, B cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2.C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_2^1.C_6^2.C_4^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^4.C_4^4}{C_2^1.C_6^2.C_4^4} = \dfrac{3}{7}$. **Chọn D.**

Câu 26. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

A. $\dfrac{941}{1566}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{625}{1566}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^5 = 142506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt" ".
Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A.
- Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3C_{10}^1C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3C_{10}^1C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^2C_{10}^1C_5^2$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{15}^3C_{10}^1C_5^1 + C_{15}^3C_{10}^1C_5^1 + C_{15}^2C_{10}^1C_5^2 = 56875$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{56875}{142506} = \dfrac{625}{1566}$. **Chọn D.**

Câu 27. Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{12}{1225}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 3 phiếu câu hỏi từ 50 phiếu câu hỏi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega_A| = C_{50}^3$.

Gọi X là biến cố "Thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi khác nhau".

Để tìm số phần tử của X ta tìm số phần tử của biến cố $\overline{X}$, lúc này cần chọn được 1 cặp trong 4 cặp phiếu có câu hỏi giống nhau và chọn 1 phiếu trong 48 phiếu còn lại.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{X}$ là $|\Omega_{\overline{X}}| = C_4^1.C_{48}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{|\Omega| - |\Omega_{\overline{X}}|}{|\Omega|} = \frac{C_{50}^3 - C_4^1.C_{48}^1}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}$. **Chọn D.**

Câu 28. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng $0,2$ điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi $0,1$ điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$. **D.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$.

Lời giải. Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của Hoa là $0,2.x - 0,1.(50 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 30$.

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30}.(3)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_{50}^{30}.(3)^{20}$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **Chọn A.**

Câu 29. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{1728}$. **D.** $\frac{5}{72}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có $6!$ cách.
- Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12 (gồm 5 vị trí giữa 6 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6!.A_7^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{6!.A_7^3}{9!} = \frac{5}{12}$. **Chọn A.**

Câu 30. Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{653}{660}$. **B.** $\frac{7}{660}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{14}{55}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 12!$.

Gọi A là biến cố "Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau ". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có $8!$ cách.
- Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán (gồm 7 vị trí giữa 8 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_9^4 cách xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 8!.A_9^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{8!A_9^4}{12!} = \frac{14}{55}$. **Chọn D.**

Câu 31. Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách dán 3 con tem trên 3 bì thư, tức là hoán vị của 3 con tem trên 3 bì thư. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố " 2 bì thư lấy ra có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó". Thế thì bì thư còn lại cũng có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó. Trường hợp này có 1 cách duy nhất. Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}$. **Chọn B.**

Câu 32. Trong thư viện có 12 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cùng 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. **B.** 1680. **C.** 140. **D.** 4200.

Lời giải. Xếp 3 cuốn sách Toán kề nhau. Xem 3 cuốn sách Toán là 3 vách ngăn, giữa 3 cuốn sách Toán có 2 vị trí trống và thêm hai vị trí hai đầu, tổng cộng có 4 vị trí trống.

Bước 1. Chọn 3 vị trí trống trong 4 vị trí để xếp 3 cuốn Lý, có C_4^3 cách.

Bước 2. Giữa 6 cuốn Lý và Toán có 5 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 7 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 7 vị trí trống để xếp 3 cuốn Hóa, có C_7^3 cách.

Bước 3. Giữa 9 cuốn sách Toán, Lý và Hóa đã xếp có 8 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 10 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 10 vị trí trống để xếp 3 cuốn Sinh, có C_{10}^3 cách. Vậy theo quy tắc nhân có $C_4^3.C_7^3.C_{10}^3 = 16800$ cách. **Chọn A.**

Câu 33. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{5}{1008}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải. Cố định 1 vị trí cho một học sinh nam (hoặc nữ), đánh dấu các ghế còn lại từ 1 đến 9.
Không gian mẫu là hoán vị 9 học sinh (còn lại không cố định) trên 9 ghế đánh dấu.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.

Gọi A là biến cố "không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên ta cố định 1 học sinh nam, 5 học sinh nam còn lại có $5!$ cách xếp.

● Ta xem 6 học sinh nam như 6 vách ngăn trên vòng tròn, thế thì sẽ tạo ra 6 ô trống để ta xếp 4 học sinh nữ vào (mỗi ô trống chỉ được xếp 1 học sinh nữ). Do đó có A_6^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 5!.A_6^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{5!.A_6^4}{9!} = \dfrac{5}{42}$. **Chọn B.**

Câu 34. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** $\dfrac{13}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^4$.

Gọi A là biến cố "1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

● **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3.C_4^1$ cách.

● **Giai đoạn thứ hai.** Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_4^3.C_4^1.C_3^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_4^3.C_4^1.C_3^1}{4^4} = \dfrac{48}{4^4} = \dfrac{3}{16}$. **Chọn B.**

Câu 35. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\dfrac{10}{13}$. **B.** $\dfrac{3}{13}$. **C.** $\dfrac{4769}{6561}$. **D.** $\dfrac{1792}{6561}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người khách vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3^8$.

Gọi A là biến cố "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

● **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.

● **Giai đoạn thứ hai.** Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3.2^5$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^3.2^5}{3^8} = \dfrac{1792}{6561}$. **Chọn D.**

Câu 36. Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\dfrac{94}{95}$. **B.** $\dfrac{1}{95}$. **C.** $\dfrac{6}{95}$. **D.** $\dfrac{89}{95}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố "3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.

● Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.

● Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{18}^1 = 72$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1140 - 72 = 1068$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1068}{1140} = \frac{89}{95}$. **Chọn D.**

Câu 37. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\frac{64}{65}$. **B.** $\frac{1}{65}$. **C.** $\frac{1}{256}$. **D.** $\frac{255}{256}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{40}^3 = 9880$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.

- Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{38}^1 = 152$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 9880 - 152 = 9728$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{9728}{9880} = \frac{64}{65}$. **Chọn A.**

Câu 38. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố "4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

- Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4.
- Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $\left(C_2^1\right)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_{10}^4.\left(C_2^1\right)^4 = 3360$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 4845 - 3360 = 1485$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1485}{4845} = \frac{99}{323}$. **Chọn C.**

Câu 39. Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Lời giải. Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.
Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 (bao gồm các học sinh cùng lớp bắt tay với nhau).
Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.
Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau là $C_{30}^2 - 10.C_3^2 = 405$. **Chọn A.**

Câu 40. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là $2cm$, $4cm$, $6cm$, $8cm$ và $10cm$. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{9}{10}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy 3 đoạn thẳng từ 5 đoạn thẳng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_5^3 = 10$.

Gọi A là biến cố "3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác". Để ba đoạn thẳng tạo thành một tam giác chỉ có các trường hợp: $(4cm,\ 6cm,\ 8cm)$ hoặc $(6cm,\ 8cm,\ 10cm)$ hoặc $(4cm,\ 8cm,\ 10cm)$.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 3$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{3}{10}$. **Chọn A.**

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy $3,\ 4,\ 5$ điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\dfrac{68}{91}$. **B.** $\dfrac{23}{91}$. **C.** $\dfrac{8}{91}$. **D.** $\dfrac{83}{91}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố "Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1 C_4^1$ cách.
- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1 C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_2^1 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 = 23$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{23}{91}$. **Chọn B.**

Câu 42. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\dfrac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Lời giải. Gọi số học sinh nữ của lớp là $n\ \left(n \in \mathbb{N}^*, n \le 28\right)$.

Suy ra số học sinh nam là $30 - n$.
Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

- Chọn 2 nam trong $30 - n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.
- Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{30-n}^2 . C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{30-n}^2 . C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = \dfrac{12}{29} \Leftrightarrow \dfrac{C_{30-n}^2 . C_n^1}{C_{30}^3} = \dfrac{12}{29} \longrightarrow n = 14.$

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh. **Chọn B.**

Câu 43. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\dfrac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải. Gọi số đoàn viên trong chi đoàn đó là $n\ \left(n \ge 7, n \in \mathbb{N}^*\right)$.

Suy ra số đoàn viên nam trong chi đoàn là $n - 3$.

Xác suất để lập đội TNTN trong đó có 3 nữ là $\dfrac{C_3^3 . C_{n-3}^1}{C_n^4}$.

Xác suất để lập đội TNTN có toàn nam là $\dfrac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}=\dfrac{2}{5}.\dfrac{C_{n-3}^4}{C_n^4} \Leftrightarrow C_{n-3}^1=\dfrac{2}{5}.C_{n-3}^4 \longrightarrow n=9.$

Vậy cho đoàn có 9 đoàn viên. **Chọn A.**

Câu 44. Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 phiếu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=10!$.

Gọi A là biến cố "Người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Người thứ ba có $C_2^1=2$ khả năng lấy được phiếu trúng thưởng.
- 9 người còn lại có số cách lấy phiếu là $9!$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=2.9!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{2.9!}{10!}=\dfrac{1}{5}$. **Chọn C.**

Câu 45. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\dfrac{253}{1152}$. **B.** $\dfrac{899}{1152}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{26}{35}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=24^4$.

Gọi A là biến cố "4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí". Ta mô tả không gian của biến cố A như sau:

- Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.
- Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_4^2.24.23.22$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{C_4^2.24.23.22}{24^4}=\dfrac{C_4^2.23.22}{24^3}=\dfrac{253}{1152}$. **Chọn A.**

TRẮC NGHIỆM XÁC SUẤT CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Câu 2: Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Câu 3: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 4: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. 0,25. **B.** 0,5. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Câu 5: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Câu 6: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Câu 7: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$. **B.** $\frac{95}{408}$. **C.** $\frac{5}{102}$. **D.** $\frac{25}{136}$.

Câu 8: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 9: Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. **B.** $\frac{1}{71}$. **C.** $\frac{36}{71}$. **D.** $\frac{994}{4845}$.

Câu 10: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trongđó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 .

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Câu 11: Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Câu 12: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. B. $\frac{48}{95}$. C. $\frac{47}{95}$. D. $\frac{81}{95}$.

Câu 13: Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên

bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. B. $\frac{14}{33}$. C. $\frac{29}{66}$. D. $\frac{37}{66}$.

Câu 14: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\frac{810}{1001}$. B. $\frac{191}{1001}$. C. $\frac{4}{21}$. D. $\frac{17}{21}$.

Câu 15: Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. B. $\frac{409}{1225}$. C. $\frac{289}{1225}$. D. $\frac{936}{1225}$.

Câu 16: Cho tập hợp $A=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S ,tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{23}{25}$. C. $\frac{2}{25}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{35}$. C. $\frac{17}{35}$. D. $\frac{18}{35}$.

Câu 18: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn chia hết cho 3 .

A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 19: Cho tập hợp $A=\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10 .

A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{22}{25}$. D. $\frac{2}{25}$.

Câu 20: Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9 . Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5 .

A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 21: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20 . Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 .

A. $\frac{560}{4199}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{11}{15}$. D. $\frac{3639}{4199}$.

Câu 22: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. B. $\frac{81}{89}$. C. $\frac{36}{89}$. D. $\frac{53}{89}$.

Câu 23: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{7776}$. **D.** $\frac{45}{54}$.

Câu 24: Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Câu 25: Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 26: Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là” Tốt ” nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 . Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi ” Tốt ” .

A. $\frac{941}{1566}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{625}{1566}$.

Câu 27: Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{12}{1225}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Câu 28: Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm.

Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$. **D.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$.

Câu 29: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11 .

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{1728}$. **D.** $\frac{5}{72}$.

Câu 30: Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{653}{660}$. **B.** $\frac{7}{660}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{14}{55}$.

Câu 31: Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3 . Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã

dán vào nó.

A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 32: Trong thư viện có 12 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cung 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. B. 1680. C. 140. D. 4200.

Câu 33: Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{5}{1008}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 34: Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 35: Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{10}{13}$. B. $\frac{3}{13}$. C. $\frac{4769}{6561}$. D. $\frac{1792}{6561}$.

Câu 36: Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$. B. $\frac{1}{95}$. C. $\frac{6}{95}$. D. $\frac{89}{95}$.

Câu 37: Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\frac{64}{65}$. B. $\frac{1}{65}$. C. $\frac{1}{256}$. D. $\frac{255}{256}$.

Câu 38: Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{13}{64}$. C. $\frac{99}{323}$. D. $\frac{224}{323}$.

Câu 39: Một trường THPT có 10 lớp 12 , mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. B. 435. C. 30. D. 45.

Câu 40: Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là $2cm$, $4cm$, $6cm$, $8cm$ và $10cm$. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{9}{10}$. C. $\frac{7}{10}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. B. $\frac{23}{91}$. C. $\frac{8}{91}$. D. $\frac{83}{91}$.

Câu 42: Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. B. 14. C. 13. D. 17.

Câu 43: Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

Câu 44: Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 45: Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. B. $\frac{899}{1152}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{26}{35}$.

ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ĐA	C	B	A	C	C	A	B	C	D	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ĐA	B	C	D	A	B	C	D	C	B	A
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ĐA	A	A	B	C	D	D	D	A	A	D
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	38	40
ĐA	B	A	B	B	D	D	A	C	A	A
Câu	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
ĐA	B	B	A	C	A					

LỜI GIẢI

Câu 1: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. B. $\frac{2}{16}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{6}{16}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 2.2.2.2 = 16$.

Gọi A là biến cố " Cả bốn lần gieo xuất hiện mặt sấp" $\to |\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{1}{16}$. **Chọn C.**

Câu 2: Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố " Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm" . Để tìm số phần tử của biến cố A , ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\overline{A}$ là " Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\to |\mathrm{R}_A| = 5.5 = 25 \to |\Omega_A| = 36 - 25 = 11$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{11}{36}$. **Chọn B.**

Câu 3: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6.6=36$.

Gọi A là biến cố " Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8 " .

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases}\Rightarrow (x;y)=\{(2;6),(3;5),(4;4),(6;2,(5;3,(4;4)\}$.

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega_A|=6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$. **Chọn A.**

Câu 4: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. 0,25. **B.** 0,5. **C.** 0,75. **D.** 0,85.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6.6=36$.

Gọi A là biến cố " Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn" . Ta xét các trường hợp:

TH1. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3.3=9$ cách gieo.

TH2. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3.3+3.3=18$ cách gieo.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $|\Omega_A|=9+18=27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A)=\frac{27}{36}=0,75$. **ChọnC.**

Câu 5: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6.6.6=36$.

Gọi A là biến cố " Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau" . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là (1;1;1), (2;2;2), (3;3;3), ... $(6;6;6)$.

Suy ra $|\Omega_A|=6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{6}{216}$. Chọn C.

Câu 6: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải. Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố " 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ" . Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

● TH1: Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3C_5^1$ cách.

● TH2: Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{350}{715} = \dfrac{70}{143}$. **ChọnA.**

Câu 7: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\dfrac{313}{408}$. **B.** $\dfrac{95}{408}$. **C.** $\dfrac{5}{102}$. **D.** $\dfrac{25}{136}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 18 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{18}^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố " 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng" . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● TH1: Chọn 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 3 bi xanh nên có $C_6^1.C_7^1.C_5^3$ cách.

● TH2: Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_6^2.C_7^2.C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_6^1.C_7^1.C_5^3 + C_6^2.C_7^2.C_5^1 = 1995$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{1995}{8568} = \dfrac{95}{408}$. **Chọn B.**

Câu 8: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{33}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố " 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh" . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● TH1: Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1.C_4^3$ cách.

● TH2: Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2C_4^2$ cách.

● TH3: Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3.C_4^1$ cách.

● TH4: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2C_3^1C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^1.C_4^3 + C_5^2C_4^2 + C_5^3.C_4^1 + C_5^2C_3^1C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{240}{495} = \dfrac{16}{33}$. **Chọn C.**

Câu 9: Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\dfrac{3851}{4845}$. **B.** $\dfrac{1}{71}$. **C.** $\dfrac{36}{71}$. **D.** $\dfrac{994}{4845}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{21}^{7} = 116280$.

Gọi A là biến cố " 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly" . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● TH1: Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $C_8^1.C_7^1.C_6^5$ cách.

● TH2: Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 3 hoa huệ nên có $C_8^2.C_7^2.C_6^3$ cách.

● TH3: Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $C_8^3.C_7^3.C_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^1.C_7^1.C_6^5 + C_8^2.C_7^2.C_6^3 + C_8^3.C_7^3.C_6^1 = 23856$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{23856}{116280} = \frac{994}{4845}$. **ChọnD.**

Câu 10: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trongđó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 .

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^{3} = 286$.

Gọi A là biến cố " 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 " . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

● TH1: Chọn 1 học sinh khối 11; 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1C_8^1C_3^1 = 48$ cách.

● TH2: Chọn 1 học sinh khối 11; 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1C_3^2 = 6$ cách.

● TH3: Chọn 2 học sinh khối 11; 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2C_3^1 = 3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 48 + 6 + 3 = 57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{57}{286}$. **ChọnA.**

Câu 11: Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{22}^{4} = 7315$.

Gọi A là biến cố " Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu" . Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_7^1C_6^1C_5^1C_4^1 = 840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = |\Omega| - |\Omega_{\overline{A}}| = 6475$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{6475}{7315} = \frac{185}{209}$. **Chọn B.**

Câu 12: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$. **B.** $\frac{48}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{81}{95}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^1.C_{19}^1$.

Gọi A biến cố " 2 quả cầu được lấy cùng màu" . Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

● TH1: Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.

Do đó trường hợp này có $C_8^1.C_7^1$ cách.

● TH2: Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.

Do đó trường hợp này có $C_{12}^1.C_{11}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1}{C_{20}^1.C_{19}^1} = \frac{47}{95}$. **Chọn C.**

Câu 13: Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{14}{33}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{37}{66}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố " 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số " .

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4 = 16$ cách (do số bi đỏ ít hơn nên ta lấy trước, có 4 cách lấy bi đỏ. Tiếp tục lấy bi xanh nhưng không lấy viên trùng với số của bi đỏ nên có 4 cách lấy bi xanh).

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4 = 12$ cách.

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3 = 9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 16 + 12 + 9 = 37$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{37}{66}$. **Chọn D.**

Câu 14: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^6 = 3003$.

Gọi A là biến cố " 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu" . Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

● TH1: Chọn 6 viên bi chỉ có một màu (chỉ chọn được màu vàng).

Do đó trường hợp này có $C_6^6 = 1$ cách.

● TH2: Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_8^6 + \left(C_{11}^6 - C_6^6\right) + \left(C_9^6 - C_6^6\right) = 572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 1 + 572 = 573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = \left|\Omega\right| - \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{2430}{3003} = \dfrac{810}{1001}$. **Chọn A.**

Câu 15: Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\dfrac{816}{1225}$. **B.** $\dfrac{409}{1225}$. **C.** $\dfrac{289}{1225}$. **D.** $\dfrac{936}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là biến cố " 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3" . Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A , ta xét các trường hợp

● TH1: 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right)$ cách.

● TH2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = \left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right) + C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1 = 6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{6544}{19600} = \dfrac{409}{1225}$. Chọn B.

Câu 16: Cho tập hợp $A = \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S ,tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{23}{25}$. **C.** $\dfrac{2}{25}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Lời giải. Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó $\begin{cases} a,b,c \in A \\ a \neq 0 \\ a \neq b; b \neq c; c \neq a \end{cases}$

Khi đó

● Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a \neq 0$.
● Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b \neq a$.
● Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4 = 100$ phần tử.
Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{100}^1 = 100$.
Gọi X là biến cố " Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.
Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 8$.
Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{8}{100} = \dfrac{2}{25}$. Chọn C.

Câu 17: Cho tập hợp $A = \{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{35}$. **C.** $\dfrac{17}{35}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.
Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{840}^1 = 840$.
Gọi X là biến cố " Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ ".

● Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số 2; 4; 6; 8 là $C_4^2 = 6$ cách.
● Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba chữ số 3; 5; 7 là $C_3^2 = 3$ cách.
● Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có 4! cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_4^2.C_3^2.4! = 432$.
Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{432}{840} = \dfrac{18}{35}$. **Chọn D.**

Câu 18: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải. Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.
Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{60}^1 = 60$.
Gọi A là biến cố " Số được chọn chia hết cho 3 ". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là (1; 2; 3), (1; 2; 6), (2; 3; 4) và (2; 4; 6). Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6.4 = 24$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$. Chọn C.

Câu 19: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải. Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3+A_5^4+A_5^5=300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{300}^1=300$.

Gọi X là biến cố " Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10 ". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1=\{1;2;3;4\}$, $A_2=\{2;3;5\}$, $A_3=\{1;4;5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X|=4!+3!+3!=36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\frac{|\Omega_X|}{|\Omega|}=\frac{36}{300}=\frac{3}{25}$. Chọn B.

Câu 20: Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ 10 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố " 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5 ". Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5. Ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5 là C_8^3 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_{10}^3-C_8^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_{10}^3-C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}$. **ChọnA.**

Câu 21: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Lời giải. Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thể trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là $|\Omega|=C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố " 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ” . Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

● Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.

● Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_8^4 cách.

● Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 , có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3.C_8^4.C_2^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^3.C_8^4.C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}$. **ChọnA.**

Câu 22: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.10 = 90$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{90}^2 = 4005$.

Gọi X là biến cố ” Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau” . Ta mô tả không gian của biến cố X như sau:

● Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị (chọn từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3 9\}$).

● Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục (chọn từ các chữ số $\{1; 2; 3 9\}$).

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 10.C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{360}{4005} = \frac{8}{89}$. **ChọnA.**

Câu 23: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{7776}$. **D.** $\frac{45}{54}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.A_9^8$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9.A_9^8$.

Gọi X là biến cố ” Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ ” . Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

● Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0 , có C_7^1 cách.

● Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.

● Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2; 4; 6; 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2.C_4^4.6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!}{9.A_9^8} = \frac{5}{54}$. **Chọn B.**

Câu 24: Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Gọi X là biến cố " 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau
● Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có 3! cách.
● Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng $A,\ B,\ C$ này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3} = \frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$. **Chọn C.**

Câu 25: Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\frac{6}{7}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_8^4.C_4^4$.

Gọi X là biến cố " 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu
● Bước 1. Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.
● Bước 2. Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng $A,\ B$ cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2.C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_2^1.C_6^2.C_4^4$

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{C_8^4.C_4^4}{C_2^1.C_6^2.C_4^4} = \frac{3}{7}$. **ChọnD.**

Câu 26: Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là" Tốt " nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 . Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi " Tốt " .

A. $\frac{941}{1566}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{625}{1566}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^5 = 142506$.

Gọi A là biến cố " Đề thi lấy ra là một đề thi " Tốt "
Vì trong một đề thi " Tốt " có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A.

● Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3C_{10}^1C_5^1$ đề.
● Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3C_{10}^1C_5^1$ đề.
● Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^2C_{10}^1C_5^2$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là
$|\Omega_A| = C_{15}^3C_{10}^1C_5^1 + C_{15}^3C_{10}^1C_5^1$
$+C_{15}^2C_{10}^1C_5^2 = 56875.$

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{56875}{142506}=\dfrac{625}{1566}$. **ChọnD.**

Câu 27: Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\dfrac{3}{4}$ **B.** $\dfrac{12}{1225}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{1213}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 3 phiếu câu hỏi từ 50 phiếu câu hỏi.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega_A|=C_{50}^3$.
Gọi X là biến cố " Thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi khác nhau" .
Để tìm số phần tử của X ta tìm số phần tử của biến cố $\overline{X}$, lúc này cần chọn được 1 cặp trong 4 cặp phiếu có câu hỏi giống nhau và chọn 1 phiếu trong 48 phiếu còn lại.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{X}$ là $|\Omega_{\overline{X}}|=C_4^1.C_{48}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|}=\dfrac{|\Omega|-|\Omega_{\overline{X}}|}{|\Omega|}$

$=\dfrac{C_{50}^3-C_4^1.C_{48}^1}{C_{50}^3}=\dfrac{1213}{1225}$ **Chọn D.**

Câu 28: Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C , D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm.

Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\dfrac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\dfrac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\dfrac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$. **D.** $\dfrac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$.

Lời giải. Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50-x$ là số câu trả lời sai.
Ta có số điểm của Hoa là 0, $2.x-0{,}1.\ 50-x)\ =4\Leftrightarrow x=30$.
Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.
Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên.
Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=4^{50}$.
Gọi X là biến cố " Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu" . Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có C_{50}^{30} . (3) khả năng thuận lợi cho biến cố X .
Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X|=C_{50}^{30}$. (3)

Vậy xác suất cần tính $P(X)=\dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|}=\dfrac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **Chọn A.**

Câu 29: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11 .

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{1728}$. **D.** $\dfrac{5}{72}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=9!$.

Gọi A là biến cố " Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11 " . Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có 6! cách.

● Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12 (gồm 5 vị trí giữa 6 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12 .

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6!.A_7^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{6!.A_7^3}{9!} = \dfrac{5}{12}$. **ChọnA.**

Câu 30: Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{653}{660}$. **B.** $\dfrac{7}{660}$. **C.** $\dfrac{41}{55}$. **D.** $\dfrac{14}{55}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 12!$.

Gọi A là biến cố " Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau" . Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có 8! cách.

● Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán (gồm 7 vị trí giữa 8 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_9^4 cách xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 8!.A_9^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{8!A_9^4}{12!} = \dfrac{14}{55}$. ChọnD.

Câu 31: Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3 . Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách dán 3 con tem trên 3 bì thư, tức là hoán vị của 3 con tem trên 3 bì thư. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố " 2 bì thư lấy ra có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó " . Thế thì bì thư còn lại cũng có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó. Trường hợp này có 1 cách duy nhất.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{1}{6}$. **Chọn B.**

Câu 32: Trong thư viện có 12 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cung 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. **B.** 1680. **C.** 140. **D.** 4200.

Lời giải. Xếp 3 cuốn sách Toán kề nhau. Xem 3 cuốn sách Toán là 3 vách ngăn, giữa

3 cuốn sách Toán có 2 vị trí trống và thêm hai vị trí hai đầu, tổng cộng có 4 vị trí trống.
Bước 1. Chọn 3 vị trí trống trong 4 vị trí để xếp 3 cuốn Lý, có C_4^3 cách.
Bước 2. Giữa 6 cuốn Lý và Toán có 5 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 7 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 7 vị trí trống để xếp 3 cuốn Hóa, có C_7^3 cách.
Bước 3. Giữa 9 cuốn sách Toán, Lý và Hóa đã xếp có 8 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 10 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 10 vị trí trống để xếp 3 cuốn Sinh, có C_{10}^3 cách. Vậy theo quy tắc nhân có $C_4^3.C_7^3.C_{10}^3 = 16800$ cách. **Chọn A.**

Câu 33: Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{5}{1008}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải. Cố định 1 vị trí cho một học sinh nam (hoặc nữ), đánh dấu các ghế còn lại từ 1 đến 9.
Không gian mẫu là hoán vị 9 học sinh (còn lại không cố định) trên 9 ghế đánh dấu.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.
Gọi A là biến cố " không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau" . Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:
● Đầu tiên ta cố định 1 học sinh nam, 5 học sinh nam còn lại có 5! cách xếp.
● Ta xem 6 học sinh nam như 6 vách ngăn trên vòng tròn, thế thì sẽ tạo ra 6 ô trống để ta xếp 4 học sinh nữ vào (mỗi ô trống chỉ được xếp 1 học sinh nữ). Do đó có A_6^4 cách.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 5!.A_6^4$.
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{5!.A_6^4}{9!} = \frac{5}{42}$. **Chọn B.**

Câu 34: Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{13}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^4$
Gọi A là biến cố " 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai " . Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:
● Giai đoạn thứ nhất. Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3.C_4^1$ cách.
● Giai đoạn thứ hai. Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_4^3.C_4^1.C_3^1$.
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_4^3.C_4^1.C_3^1}{4^4} = \frac{48}{4^4} = \frac{3}{16}$. **Chọn B.**

Câu 35: Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{10}{13}$.   **B.** $\frac{3}{13}$.   **C.** $\frac{4769}{6561}$.   **D.** $\frac{1792}{6561}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người khách vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3^8$.

Gọi A là biến cố " Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba" . Để tìm số phần tử của A , ta chia làm hai giai đoạn như sau:
● Giai đoạn thứ nhất. Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.

● Giai đoạn thứ hai. Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3.2^5$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_8^3.2^5}{3^8} = \frac{1792}{6561}$. **ChọnD.**

Câu 36: Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$.   **B.** $\frac{1}{95}$.   **C.** $\frac{6}{95}$.   **D.** $\frac{89}{95}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố " 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.
● Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.
● Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{18}^1 = 72$.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1140 - 72 = 1068$.
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1068}{1140} = \frac{89}{95}$. **Chọn D.**

Câu 37: Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\frac{64}{65}$.   **B.** $\frac{1}{65}$.   **C.** $\frac{1}{256}$.   **D.** $\frac{255}{256}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{40}^3 = 9880$.

Gọi A là biến cố " 3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.
● Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.
● Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{38}^1 = 152$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 9880 - 152 = 9728.$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{9728}{9880} = \frac{64}{65}$. **Chọn A.**

Câu 38: Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^4 = 4845.$

Gọi A là biến cố " 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi Để tìm số phần tử của biến cố A , ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

● Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4.

● Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $\left(C_2^1\right)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_{10}^4 . \left(C_2^1\right)^4 = 3360.$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 4845 - 3360 = 1485.$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1485}{4845} = \frac{99}{323}$. **Chọn C.**

Câu 39: Một trường THPT có 10 lớp 12 , mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Lời giải. Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.
Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 (bao gồm các học sinh cùng lớp bắt tay với nhau).

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau là $C_{30}^2 - 10.C_3^2 = 405$. **Chọn A.**

Câu 40: Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là $2cm,\ 4cm,\ 6cm,\ 8cm$ và $10cm$. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{9}{10}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy 3 đoạn thẳng từ 5 đoạn thẳng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_5^3 = 10.$

Gọi A là biến cố " 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác " . Để ba đoạn thẳng tạo thành một tam giác chỉ có các trường hợp: $(4cm, 6cm, 8cm)$ hoặc $(6cm, 8cm, 10cm)$ hoặc $(4cm, 8cm, 10cm)$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 3.$

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{3}{10}$. **Chọn A.**

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. **B.** $\frac{23}{91}$. **C.** $\frac{8}{91}$. **D.** $\frac{83}{91}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố " Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

● Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1C_4^1$ cách.

● Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_2^1C_4^1 + C_3^1C_5^1 = 23$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{23}{91}$. **Chọn B.**

Câu 42: Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Lời giải. Gọi số học sinh nữ của lớp là n $\left(n \in \mathbb{N}^*, n \le 28\right)$.

Suy ra số học sinh nam là $30 - n$.
Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố " Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

● Chọn 2 nam trong $30 - n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.

● Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{30-n}^2.C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{30-n}^2.C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = \frac{12}{29} \Leftrightarrow \frac{C_{30-n}^2.C_n^1}{C_{30}^3} = \frac{12}{29} \to n = 14$.

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh. **Chọn B.**

Câu 43: Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải. Gọi số đoàn viên trong chi đoàn đó là n $\left(n \ge 7, n \in \mathbb{N}^*\right)$.

Suy ra số đoàn viên nam trong chi đoàn là $n - 3$.

Xác suất để lập đội TNTN trong đó có 3 nữ là $\frac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}$.

Xác suất để lập đội TNTN có toàn nam là $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}=\frac{2}{5}.\frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}\Leftrightarrow C_{n-3}^1=\frac{2}{5}.C_{n-3}^4\to n=9.$

Vậy cho đoàn có 9 đoàn viên. **Chọn A.**

Câu 44: Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 phiếu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=10!$.

Gọi A là biến cố " Người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng " . Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

● Người thứ ba có $C_2^1=2$ khả năng lấy được phiếu trúng thưởng.

● 9 người còn lại có số cách lấy phiếu là 9! .

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=2.9!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{2.9!}{10!}=\frac{1}{5}$. **Chọn C.**

Câu 45: Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. **B.** $\frac{899}{1152}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=24^4$

Gọi A là biến cố " 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí " . Ta mô tả không gian của biến cố A như sau:

● Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.

● Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_4^2\ .24.23.22$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_4^2.24.23.22}{24^4}$

$=\frac{C_4^2.23.22}{24^3}=\frac{253}{1152}$ **Chọn A.**

XÁC SUẤT

A. LÝ THUYẾT

PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

- ***Phép thử:*** Một thí nghiệm, một phép đo hay một sự quan sát hiện tượng nào đó được hiểu là một phép thử.
  Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là *không gian mẫu* của phép thử và được kí hiệu là Ω . Ta chỉ xét các phép thử với không gian mẫu Ω là tập hữu hạn.
- ***Biến cố***
- Biến cố là một tập con của không gian mẫu
- Tập $\varnothing$ được gọi là biến cố không thể
- Tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn
- ***Phép toán trên các biến cố:***
  Cho A và B là các biến cố liên quan đến phép thử T.
- Biến cố $\overline{A}=\Omega\setminus A$ được gọi là biến cố đối của A.
  $\overline{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.
  A và B đối nhau $\Leftrightarrow \overline{A}=B$
- Biến cố $A\cup B$ được gọi là hợp của hai biến cố A và B
  $A\cup B$ xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra
- Biến cố $A\cap B$ được gọi là giao của hai biến cố A và B
  $A\cap B$ xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra

Nếu $A\cap B=\varnothing$ thì A và B là hai biến cố xung khắc, tức là A (hoặc B) xảy ra khi và chỉ khi B (hoặc A) không xảy ra.

XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

- ***Định nghĩa xác suất:*** Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Ta gọi tỉ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A. Kí hiệu $P(A)$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Trong đó $n(A)$ là số phần tử của A , còn gọi là số kết quả thuận lợi cho A, $n(\Omega)$ là số phần tử của Ω.

- ***Tính chất của xác suất***

a) $P(\Omega)=1; P(\varnothing)=0, 0\le P(A)\le 1$ với mọi biến cố A.

b) $P(\overline{A})=1-P(A)$ với mọi biến cố A.

c) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc (tức là $A\cap B=\varnothing$) cùng liên quan đến phép thử thì $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

- Mở rộng: Với hai biến cố A,B bất kì ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
  Nếu A và B là hai biến cố độc lập (tức là sự xảy ra của một trong hai biến cố không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia), ta có:

$P\left(A\cap B\right)=P\left(A.B\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)$

□ Mở rộng: A và B độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và B độc lập $\Leftrightarrow A$ và $\overline{B}$ độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập

$P\left(\overline{A\cup B}\right)=P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$; $P(\overline{A\cap B})=P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$ là:

A. $p=\frac{4}{85}$. **B.** $p=\frac{4}{135}$. **C.** $p=\frac{3}{20}$. **D.** $p=\frac{5}{158}$

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\frac{226}{462}$. **B.** $\frac{118}{231}$. **C.** $\frac{115}{231}$. **D.** $\frac{103}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\frac{212}{221}$. **B.** $\frac{9}{221}$. **C.** $\frac{59}{1326}$. **D.** $\frac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{60}$. **C.** $\frac{59}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Câu 90: Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là $0,4; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 95: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\frac{9}{1225}$. **B.** $\frac{1216}{1225}$. **C.** $\frac{12}{1225}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x+y+z<16$ là

A. $\frac{5}{108}$. **B.** $\frac{23}{24}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\frac{41}{42}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\frac{3}{28}$. **B.** $\frac{25}{28}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suât để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{84}$. **D.** $\frac{5}{84}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$. **B.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$. **C.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$. **D.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{169}{190}$. **C.** $\frac{21}{190}$. **D.** $\frac{9}{20}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\frac{8005}{8008}$. **B.** $\frac{11}{14}$. **C.** $\frac{6289}{8008}$. **D.** $\frac{1719}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\frac{59}{60}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x, y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: “x, y đều chia hết cho 2”. Xác suất của biến cố A là

A. $\frac{7}{21}$. **B.** $\frac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\frac{8}{21}$.

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{27}{84}$. **C.** $\frac{53}{56}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P=\dfrac{2C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **B.** $P=\dfrac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **C.** $P=\dfrac{3C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **D.** $P=\dfrac{C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P=\dfrac{1}{55}$. **B.** $P=\dfrac{1}{220}$. **C.** $P=\dfrac{1}{4}$. **D.** $P=\dfrac{1}{14}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\dfrac{16}{42}$. **B.** $P=\dfrac{16}{21}$. **C.** $P=\dfrac{10}{21}$. **D.** $P=\dfrac{23}{42}$.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\dfrac{100}{231}$. **B.** $\dfrac{115}{231}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$. **B.** $P(C)=0,435$. **C.** $P(C)=0,4525$. **D.** $P(C)=0,4245$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi S là tập các tập con của *A*. Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\dfrac{4}{645}$ **B.** $\dfrac{2}{1395}$ **C.** $\dfrac{3}{645}$ **D.** $\dfrac{1}{930}$

C. HƯỚNG DẪN GIẢI

XÁC SUẤT

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi A_i(i=1,2,3…) là biến cố lần thứ i học sinh B mở được cửa

Không gian mẫu $n(\omega)=C_{10}^3$

Có 8 cặp 3 số có tổng bằng 10 là:

$\{(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)\}$

Xác suất để học sinh B mở được cửa lần thứ i là $P(A_i)=\frac{8}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$

Xác suất để học sinh B không mở được cửa lần thứ i là $P(\overline{A_i})=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

Xác suất để học sinh B bấm 3 lần mở được cửa là C:

$$P(C)=P(A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2)+P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)=\frac{1}{15}+\frac{14}{15}.\frac{1}{15}+\left(\frac{14}{15}\right)^2.\frac{1}{15}=\frac{631}{3375}$$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

ChọnB

Xét phép thử: "Rút ngẫu nhiên n tấm thẻ từ hộp"

Ta có: $n(\Omega)=C_9^n$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một tấm thẻ ghi số chia hết cho 4 "

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " Không có tấm thẻ nào được ghi số chia hết cho 4 "

Ta có $P(A)>\frac{5}{6}\Rightarrow 1-P(\overline{A})>\frac{5}{6}\Rightarrow P(\overline{A})<\frac{1}{6}$

Trong 9 tấm thẻ có 2 tấm thẻ chia hết cho 4.

Chọn n tấm thẻ ghi số không chia hết cho 4 từ 7 tấm thẻ còn lại: Có C_7^n cách.

Suy ra $n(\overline{A})=C_7^n\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{C_7^n}{C_9^n}$

$P\left(\overline{A}\right) < \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{C_7^n}{C_9^n} < \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6.C_7^n < C_9^n \Leftrightarrow 6.\frac{7!}{n!.(7-n)!} < \frac{9!}{n!.(9-n)!}$

$\Leftrightarrow 6.(9-n).(8-n) < 9.8 \Leftrightarrow n^2 - 17n + 60 < 0 \Rightarrow n > 5$

Do đó phải rút ít nhất 6 thẻ.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là:

A. $p = \frac{4}{85}$. **B.** $p = \frac{4}{135}$. **C.** $p = \frac{3}{20}$. **D.** $p = \frac{5}{158}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Viết ngẫu nhiên một số có 6 chữ số khác nhau từ các số đã cho

$\Rightarrow n(\Omega) = 6.A_6^5 = 4320$.

+ Theo giả thiết $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 3k \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 3k \vdots 3$.

Mà $15 \le a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \le 21$ nên có 3 trường hợp là tổng của 6 chữ số bằng 21; 18 và 15.

Trường hợp 1: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 21 \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$ nên ta không chọn số 0.

Khi đó a_1 có 6 cách chọn nên a_2 có 1 cách chọn ứng với a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 7 và có 2! cách xếp a_3, a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 6.2.2.2 = 48 số.

(**C**ó thể viết: **B**ộ (a_1,a_2) có 3 cách chọn, bộ (a_3,a_4) có 2 cách chọn, bộ (a_5,a_6) có 1 chọn, sau đó hoán vị mỗi bộ ta được $3.2.1.2.2.2 = 48$)

Trường hợp 2: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 18 \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$ nên ta không chọn số 3.

Do $a_1 \ne 0$ nên có 2 khả năng sau xảy ra

Nếu $a_1 = 6$ thì $a_2 = 0$.

Khi đó $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3, a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 2.2.2 = 8 số.

Nếu $a_1 \ne 6$ thì $a_1 \in \{1;2;4;5\}$ khi đó a_1 có 4 cách chọn; a_2 có 1 cách chọn theo a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3, a_4; (a_5; a_6) có 2! cách xếp. Có 4.2.2.2 = 32 số.

Vậy trường hợp 2 có 8 + 32 = 40 số.

(Đề xuất viết: Lập luận như trường hợp 1 có: 48 cách (kể cả $a_1 = 0$). Xét $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$, tương tự có $2.1.2.2 = 8$. **D**o đó có $48 - 8 = 40$)

Trường hợp 3: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 15 \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$ nên ta không chọn số 6. Làm tương tự trường hợp 2 có 40 số.

Kết hợp 3 trường hợp ta có 48 + 40 + 40 = 128 số.

Suy ra $n\left(A\right)=\dfrac{p\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{128}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\dfrac{226}{462}$. **B.** $\dfrac{118}{231}$. **C.** $\dfrac{115}{231}$. **D.** $\dfrac{103}{231}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 11 viên bi thì số cách chọn là $n\left(\Omega\right)=C_{11}^{6}=462$

Bước 2: Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi A là biến cố: "Chọn 6 viên bi cộng các số trên 6 viên bi đó thu được là số lẻ".

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang số lẻ đó là $\left\{1;3;5;7;9;11\right\}$ và 5 viên bi mang số chẵn $\left\{2;4;6;8;10\right\}$.

*** Trường hợp 1:** 1 viên bi mang số lẻ và 5 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 1 là $C_6^1.C_5^5$ cách.

*** Trường hợp 2:** 3 viên bi mang số lẻ và 3 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 2 là $C_6^3.C_5^3$ cách.

*** Trường hợp 3:** 5 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 3 là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n\left(A\right)=C_6^1.C_5^5+C_6^3.C_5^3+C_6^5.C_5^1=6+200+30=236.$

$\Rightarrow\left|\Omega_A\right|=3!.C_6^2C_4^2.1=540.$

Bước 3: Tính xác suất $P\left(A\right)=\dfrac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|}=\dfrac{236}{462}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\dfrac{212}{221}$. **B.** $\dfrac{9}{221}$. **C.** $\dfrac{59}{1326}$. **D.** $\dfrac{1267}{1326}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là $n\left(\Omega\right)=C_{18}^{8}$ cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có C_{13}^{8} cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có C_{12}^{8} cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có C_{11}^{8} cách.

Gọi A là biến cố " 8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh". Số trường hợp thuận lợi cho A là $n\left(A\right)=C_{18}^{8}-\left(C_{13}^{8}+C_{12}^{8}+C_{11}^{8}\right)=41811$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{41811}{C_{18}^{8}}=\dfrac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 4 lá thư lần lượt là $A,\ B,\ C,\ D$ và 4 phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt

là $1;2;3;4$

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=4!=24$.

Gọi X là biến cố " có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ".

Ta có các trường hợp sau:

***TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có một trường hợp duy nhất

***TH2:** Có đúng 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Có 6 trường hợp xảy ra là:

$A1-B2-C4-D3$; $A1-B4-C3-D2$; $A4-B2-C3-D1$; $A1-B3-C2-D4$;

$A3-B2-C1-D4$; A3 hoặc $A2-B1-C3-D4$.

***TH3:** Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có lá thư A bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp $A1-B3-C4-D2$; $A1-B4-C2-D3$

Tương tự với lá thư B có 2 trường hợp.

Lá thư C chỉ có đúng 2 trường hợp.

Lá thư D chỉ có đúng 2 trường hợp.

Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Vậy số phần tử của biến cố X là $n(X)=1+6+8=15$

Nên $P(X)=\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$.

thức nhân phù hợp.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{60}$. **C.** $\dfrac{59}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega)=5!$.

Gọi A là biến cố "số tìm được không bắt đầu bởi 135".

Thì biến cố $\overline{A}$ là biến cố "số tìm được bắt đầu bởi 135"

Buộc các số 135 lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số 135 đứng đầu là $1.2.1=2$ cách $\Rightarrow n(A)=120-2=118$ cách

Nên $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{118}{120}=\dfrac{59}{60}$

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "động cơ 1 bị hỏng", gọi B là biến cố "động cơ 2 bị hỏng".
Suy ra AB là biến cố "cả hai động cơ bị hỏng" $\Leftrightarrow$ " xe không chạy được nữa".
Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.
$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là $P\left(AB\right)=0,5.0,4=0,2$.
Vậy xác suất để xe đi được là $1-0,2=0,8$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A_t, A_d, A_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.
Gọi B_t, B_d, B_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.
Các biến cố A_t, A_d, A_x độc lập với B_t, B_d, B_x.
Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$$P\left(A_tB_t\cup A_dB_d\cup A_xB_x\right)=P\left(A_tB_t\right)+P\left(A_dB_d\right)+P\left(A_xB_x\right)$$

$$=P\left(A_t\right)P\left(B_t\right)+P\left(A_d\right)P\left(B_d\right)+P\left(A_x\right)P\left(B_x\right)=\frac{3}{25}.\frac{10}{25}+\frac{7}{25}.\frac{6}{25}+\frac{15}{25}.\frac{9}{25}=\frac{207}{625}.$$

Câu 90: Ba xạ thủ $A,\ B,\ C$ độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của $A,\ B,\ C$ tương ứng là $0,4;0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Gọi $A,\ B,\ C$ tương ứng là các biến cố "A bắn trúng"; "B bắn trúng"; "B bắn trúng".
$A,\ B,\ C$ là ba biến cố độc lập. Do $A,\ B,\ C$ là các biến cố đôi một nên:
Xác suấy để cả ba người đều bắn trượt là

STUDY TIP

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu $A,\ B,\ C$ là hai biến cố độc lập thì $P\left(\overline{A}.\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)$

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đối một cách độc lập

$$P(\overline{ABC})=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(\overline{C}\right)=\left(1-0,4\right)\left(1-0,5\right)\left(1-0,7\right)=0,09$$

Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trùng là $1-0,09=0,91$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Đặt A là biến cố " Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn";
B là biến cố " Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn";
C là biến cố " Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C=(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$.

Ta thấy $(A\cap B)$ và $(\overline{A}\cap\overline{B})$ là hai biến cố xung khắc nên

$P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$

$P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Vậy $P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là biến cố: "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". A; B; C; D là các biến cố sau:
A: "Ba viên trúng vòng 10"
B: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"
C: "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"
D: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"
Các biến cố A; B; C; D là các biến cố xung khắc từng đôi một và
$H=A\cup B\cup C\cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$

Mặt khác $P(A)=(0,2).(0,2).(0,2)=0,008$

$P(B)=(0,2).(0,2).(0,25)+(0,2)(0,25)(0,2)+(0,25)(0,2)(0,2)=0,03$

$P(C)=(0,2).(0,25).(0,25)+(0,25)(0,2)(0,25)+(0,25)(0,25)(0,2)=0,0375$

$P(D)=(0,2).(0,2).(0,15)+(0,2)(0,15)(0,2)+(0,15)(0,2)(0,2)=0,018$

Do đó $P(H)=0,008+0,03+0,0375+0,018=0,0935$

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi A là biến cố "học sinh chọn được tăng điểm".

Gọi B là biến cố "học sinh chọn học giỏi ngoại ngữ".

Gọi C là biến cố "học sinh chọn học giỏi tin học".

Thì $A = B \cup C$ và BC là biến cố "học sinh chọn học giỏi cả ngoại ngữ lẫn tin học".

Ta có $P(A) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{30}{100} + \frac{40}{100} - \frac{20}{100} = \frac{1}{2}$

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi X là tập hợp những em học khá môn Toán, Y là tập hợp những em học khá môn Văn.

$\Rightarrow$ Tập hợp những em học khá cả Toán và Văn là $X \cap Y$ $X \cap Y = 15 + 16 - 25 = 6$ học sinh.

Gọi A là biến cố "chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn".

Ta có $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

Số học sinh học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn là $\left|X \setminus (X \cap Y)\right| = 15 - 6 = 9$

.

$\Rightarrow n(A) = C_9^3 = 84$ cách.

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{84}{2300} = \frac{21}{575}$.

Câu 95: Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số các số có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập A là $6.6.5.4.3 = 2160$ (số) $\Rightarrow |\Omega| = 2160$

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ ta có $e = 0$ hoặc $e = 5$ (do số đó phải chia hết cho 5). Khi đó ta có các trường hợp:

a) $e=0$, chọn vị trí cho 3 số 1, 2, $3 \Rightarrow$ có 2 cách chọn, ngoài ra trong 3 số 1, 2, 3 còn có $3!=6$ hoán vị trong đó. Cuối cùng ta chọn số còn lại có 3 cách chọn. Vậy số các số thuộc trường hợp này có $2.3.6=36$ số.

b) $e=5$, các số 1, 2, 3 thuộc b,c,d $\Rightarrow$có $3!.2=12$ số thỏa (do $a \neq 0$ nên chỉ có 2 cách chọn)

c) $e=5$, các số 1, 2, 3 thuộc a,b,c $\Rightarrow$có $3.3!=18$ số thỏa mãn.

Số các số thỏa mãn yêu cầu là $36+12+18=66$ số. $\Rightarrow \left|\Omega_A\right|=66$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|}=\dfrac{66}{2160}=\dfrac{11}{360}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\dfrac{15475}{18278}$. **B.** $\dfrac{2083}{18278}$. **C.** $\dfrac{11}{360}$. **D.** $\dfrac{349}{360}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi B là biến cố “Chọn 4 em có ít nhất một nam và một nữ”.

Số cách chọn 4 bạn bất kì vào ban cán sự lớp là C_{40}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nam vào ban cán sự lớp là C_{25}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nữ vào ban cán sự lớp là C_{15}^4 cách.

Vậy số cách chọn ban cán sự lớp có cả nam lẫn nữ là $C_{40}^4-C_{25}^4-C_{15}^4 \Rightarrow \left|\Omega_B\right|=77375$

Vậy xác suấtcần tìm là $P=\dfrac{\left|\Omega_B\right|}{|\Omega|}=\dfrac{77375}{91390}=\dfrac{15475}{18278}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\dfrac{9}{1225}$. **B.** $\dfrac{1216}{1225}$. **C.** $\dfrac{12}{1225}$. **D.** $\dfrac{1213}{1225}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn ra 3 học sinh mà không có điều kiện gì là C_{50}^3 cách $\Rightarrow |\Omega|=C_{50}^3$

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có 1 cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn 1 cặp sinh đôi có 4 cách chọn. Sau đó chọn 1 học sinh còn lại từ 48 học sinh, có 48 cách chọn.

Vậy số cách chọn 3 em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: $C_{50}^3-4.48=19408$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|}=\dfrac{19408}{C_{50}^3}=\dfrac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách xếp 24 người vào bàn là $23! \Rightarrow |\Omega| = 23!$ (do ở đây là hoán vị vòng quanh).

Gộp các thành viên cùng quốc tịch vào cùng nhóm, trước tiên ta tính số cách xếp mọi người trong các nhóm đó.

Theo nguyên tắc "buộc" các phần tử, ta buộc thành các phần tử lớn là Mỹ, Nga, Anh, Pháp.

Lúc này bài toán trở thành xếp bốn phần tử vào bốn ghế trên bàn tròn.

Cố định nhóm Mỹ, có 3 cách xếp chỗ cho nhóm Nga, 2 cách xếp chỗ cho nhóm Anh, 1 cách xếp chỗ cho nhóm Pháp.

Vậy có $3! = 6$ cách xếp.

Vậy xác suất để xếp cho các vị cùng quốc tịch ngồi cạnh nhau là $\frac{6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x; y; z)$ với $x; y; z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x + y + z < 16$ là

A. $\frac{5}{108}$. **B.** $\frac{23}{24}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{103}{108}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nhận xét: Do con xúc xắc chỉ có 6 mặt và để ý rằng $3.6 = 18$ là giá trị tối đa của tổng $x + y + z$. Và 18 không lớn hơn 16 là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự $(x; y; z)$ với $x; y; z$ là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 6 là $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Xét các bộ thứ tự $(x; y; z)$ có tổng $x + y + z \geq 16$. Ta có:

$16 = 5 + 5 + 6 = 5 + 6 + 5 = 6 + 5 + 5 = 6 + 6 + 4 = 6 + 4 + 6 = 4 + 6 + 6.$

$17 = 5 + 6 + 6 = 6 + 5 + 6 = 6 + 6 + 5$

$18 = 6 + 6 + 6$

Như vậy có tổng cộng 10 bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn $x + y + z \geq 16$.

Số bộ $(x; y; z)$ thỏa mãn $x + y + z < 16$ là $216 - 10 = 206$.

Xác suất cần tính là $P = \frac{206}{216} = \frac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn 3 tấm bìa trong 6 tấm bìa và xếp thành một hang ngang là
$\left|\Omega\right| = A_6^3 = 120.$
Số cách xếp 3 tấm bìa để không có được số có ba chữ số tức là vị trí đầu tiên là chữ số 0 là A_3^2 Số cách xếp 3 tấm bìa để tạo được số có ba chữ số là $A_6^3 - A_3^2 = 100$.
Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{100}{120} = \dfrac{5}{6}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\dfrac{41}{42}$. **B.** $\dfrac{1}{42}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.
Ta có điều kiện chủ chốt "tích hai số được chọn là một số chẵn" $\Leftrightarrow$ Tồn tại Doít nhất một trong hai số được chọn là chẵn.
Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho
Số cách chọn $a: 6$ cách; Số cách chọn $b: 6$ cách $\Rightarrow$ Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là $6.6 = 36$ số $\Rightarrow S$ có 36 phần tử.
Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số từ tập S: $C_{36}^2 = 630$ cách
Gọi biến cố A: "Tích hai số được chọn là một số chẵn"
Gọi biến cố $\overline{A}$: "Tích hai số được chọn là một số lẻ"
Số các số lẻ trong S: $3.5 = 15$ (3 cách chọn chữ số hàng đơn vị là lẻ, 5 cách chọn chữ số hang chục khác 0).
Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số lẻ trong 15 số lẻ: $C_{15}^2 = 105$ cách
$P(\overline{A}) = \dfrac{\left|\Omega_{\overline{A}}\right|}{\left|\Omega\right|} = \dfrac{105}{630} = \dfrac{1}{6}$. Vậy $P(\mathrm{A}) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\dfrac{3}{28}$. **B.** $\dfrac{25}{28}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.
Chọn ba quả cân có $\left|\Omega\right| = C_8^3 = 56$ cách.
Chọn ba quả cân có tổng trọng lượng nhỏ hơn hoặc bằng 9 có các trường hợp sau:
TH1: Trong các quả được lấy ra không có quả cân trọng lượng 1 kg.
Ta có $2+3+4=9$ là tổng trọng lượng nhỏ nhất có thể. Do đó trong trường hợp này có đúng 1 cách chọn.
TH2: Trong các quả được lấy ra có quả cân trọng lượng 1 kg. Khi đó ta có:
$1+2+3=6; 1+2+4=7; 1+2+5=8; 1+2+6=9; 1+3+4=8; 1+3+5=9.$
Trường hợp này ta có 6 cách chọn.
Vậy số cách chọn thỏa mãn ycbt là $56-1-6=49$.

Xác suất cần tính là: $\frac{49}{56}=\frac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số cách lấy ra tùy ý 7 viên bi trong 20 viên bi đã cho là: $\left|\Omega\right|=C_{20}^{7}=77520.$

Để chọn ra không quá 2 viên bi đỏ từ 7 viên lấy ra là:

Lấy ra được 0 viên bi đỏ, 7 viên bi xanh: $C_8^7=8$ cách.

Lấy ra được 1 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh: $C_{12}^{1}C_8^6=336$ cách.

Lấy ra được 2 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh: $C_{12}^{2}C_8^5=3696$ cách.

Vậy xác suất để 7 viên bi chọn ra không quá 2 viên bi đỏ là $\frac{8+336+3696}{77520}=\frac{101}{1938}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi biến cố A: "Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10"

Số cách lấy ngẫu nhiên 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ: C_{30}^{10} cách $\Rightarrow\left|\Omega\right|=C_{30}^{10}$.

Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn, 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 (chú ý là các thẻ chia hết cho 10 đều là số chẵn)

Số cách chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ: $C_{15}^{5}=3003$ cách.

Số cách chọn 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 $C_3^1=3$ cách

Số cách chọn 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10: $C_{12}^{4}=495$ cách

Số cách lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ chia hết cho 10: $3003.3.495=4459455$ cách.

$\Rightarrow\Omega_A=4459455$

Vậy $P(A)=\frac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|}=\frac{4459455}{C_{30}^{10}}=\frac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Trong 9 thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho 4 (các thẻ ghi số 4 và 8), 7 thẻ còn lại có ghi số không chia hết cho 4.

Giả sử rút $x(1 \le x \le 9; x \in \mathbb{N})$, số cách chọn x từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x, số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^x$.

Gọi A là biến cố "Trong số x thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 "

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\overline{A}$ là $|\overline{A}| = C_7^x$

Ta có $P(\overline{A}) = \dfrac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow P(\text{A}) = 1 - \dfrac{C_7^x}{C_9^x}$

Do đó $P(\text{A}) > \dfrac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \dfrac{C_7^x}{C_9^x} > \dfrac{5}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Rightarrow 5 < x < 12 \Rightarrow 6 \le x \le 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của x là 6. Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phân tích: Cần nhớ lại kiến thức cơ bản về bất đẳng thức tam giác.

Ba đoạn thẳng với chiều dài a, b, c có thể là 3 cạch của một tam giác khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a+b>c \\ a+c>b \\ b+c>a \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Số phần tử của không gian mẫu là: $C_5^3 = 10$

Gọi A là biến cố "lấy ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác"

Các khả năng chọn được ba đoạn thẳng lập thành một tam giác là

$[3;5;7];[3;5;9];[5;7;9]$

Số trường hợp thuận lợi của biến cố A là 3. Suy ra xác suất của biến cố A là

$P(\text{A}) = \dfrac{3}{10}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suất để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A là biến cố " A và B có giải thưởng giống nhau". Vì mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách các loại, nên giả sử có a học sinh nhận sách (Lí và Hóa) và $5-a$ học sinh nhận sách (Toán và Hóa).

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^2.C_7^3.C_4^4 = 1260$.

TH1: X và Y nhận sách (Toán, Lí), số khả năng là $C_7^3.C_4^4 = 35$.

TH2: X và Y nhận sách (Toán, Hóa), số khả năng là $C_7^1.C_6^2.C_4^4 = 105$.

TH1: X và Y nhận sách (Lí, Hóa), số khả năng là $C_7^2.C_5^3.C_2^2 = 210$.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 25 + 105 + 210 = 350 \Rightarrow P(\text{A}) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{5}{18}$

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\dfrac{5}{7}$. **B.** $\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{84}$. **D.** $\dfrac{5}{84}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Theo công thức hoán vị vòng quanh ta có: $|\Omega| = 7!$

Để xếp các bạn nữ không ngồi cạnh nhau, trước hết ta xếp các bạn nam vào bàn tròn: có $4!$ cách, giữa 5 bạn nam đó ta sẽ có được 5 ngăn (do ở đây là bàn tròn). Xếp chỉnh hợp 3 bạn nữ vào 5 ngăn đó có A_5^3 cách.

Vậy xác suất xảy ra là: $P = \dfrac{4!.A_5^3}{7!} = \dfrac{2}{7}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$.

B. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$.

C. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$.

D. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Chọn C.

Phân tích: Đề bài cho các điều kiện khá dài dòng, ta cần đưa chúng về dạng ngắn gọn dễ hiểu hơn.

+) "Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức": xác suất để Phong và Đạt thắng trong một ván là như nhau và bằng $0,5$.

+) "Khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi": nghĩa là Đạt chỉ cần thắng một ván nữa là được 5 ván, còn Phong phải thắng 3 ván nữa mới đạt được.

Hướng dẫn giải:

Để xác định xác suất thắng chung cuộc của Đạt và Phong ta tiếp tục chơi thêm các ván "giả tưởng". Để Phong có thể thắng chung cuộc thì anh phải thắng Đạt 3 ván liên tiếp (vì Đạt chỉ còn một ván nữa là thắng).

Như vậy xác suất thắng cuộc của Phong là: $P(\mathrm{P}) = 0,5^3 = \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow$ Xác suất thắng cuộc của Đạt là $P(\text{Đ}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\Rightarrow$ Tỉ lệ chia tiền phù hợp là $\frac{7}{8} : \frac{1}{8} = 7:1$

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phân tích: Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình ching cuộc. Ví dụ như: Séc 1: An thắng; Séc 2: An thắng; Séc 3: Bình thắng; Séc 4: An thắng.

$\Rightarrow$ An thắng chung cuộc**.**

Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ 3.

Hướng dẫn giải:

Giả sử số séc trong trân đấu giữa An và Bình là x. Dễ dàng nhận thấy $3 \le x \le 5$. Ta xét các trường hợp:

TH1: Trận đấu có 3 séc $\Rightarrow$ An thắng cả 3 séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là:

$P_1 = 0,4.0,4.0,4 - 0,064$

TH2: Trận đấu có 4 séc $\Rightarrow$ An thua 1 trong 3 séc: $1,2$ hoặc 3 và thắng séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là: C_3^1 (Chú ý xác xuất để An thua trong 1 séc là $0,6$.)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1.0,4^3.0,6 = 0,1152$

TH3: Trận đấu có 5 séc $\Rightarrow$ An thua 2 séc và thắng ở séc thứ 5.

Số cách chọn 2 trong 4 séc đầu để An thua là C_4^2 cách.

$\Rightarrow P_3 = C_4^2.0,4^3.0,6^2 = 0,13824$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744$

Nhận xét: Trong bài này các bạn rất dễ mắc sai lầm sau: ở trường hợp 3 lại tính số cách chọn 2 ván An thua là C_5^2 mà không để ý rằng séc thứ 5 chắc chắn phải là An thắng.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Chọn D.

Phân tích: Với một bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất như thế này thì cách mà ta nghĩ đến đầu tiên là đặt ẩn (là số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) theo ẩn đó, việc còn lại là xử lí biểu thức.

Hướng dẫn giải:

Gọi x là số điểm bạn đó đạt được ($0 \le x \le 10$)($x \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow$ Bạn đó trả lời đúng x câu và trả lời sai $10 - x$ câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: $\dfrac{1}{3}$; sai là $\dfrac{2}{3}$.

+) Có C_{10}^{x} cách chọn ra x câu đúng. Do đó xác suất được x điểm là:

$$P(x) = C_{10}^{x}.\left(\frac{1}{3}\right)^{x}.\left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!}$$

Do $P(x)$ là lớn nhất nên $\begin{cases} P(x) \ge P(x+1) \\ P(x) \ge P(x-1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{9-x}}{(x+1)!(9-x)!} \\ \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{11-x}}{(x-1)!(11-x)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{10-x} \ge \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x+1) \ge 10 - x \Leftrightarrow x \ge \dfrac{8}{3} \\ \dfrac{x}{11-x} \le \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \le 11 - x \Leftrightarrow x \le \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{8}{3} \le x \le \dfrac{11}{3}$. Mà $x \in \mathbb{N}$ nên $x = 3$

Nên xác suất bạ đó đạt 3 điểm là lớn nhất.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $27 = 10 + 10 + 7 = 10 + 9 + 8 = 9 + 9 + 9$

Với bộ $(10;10;7)$ có 3 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(10;9;8)$ có 6 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(9;9;9)$ có 1 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ được đúng 27 điểm là:

$P = 3.0,5^{2}.0,1 + 6.0,5.0,25.0,1 + 0,25^{3} = 0,165625.$

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì đồng xu là cân đối nên xác suất sấp – ngửa của mỗi lần tung là như nhau và bằng $0,5$.

Xác suất để 5 lần tung đồng xu đều sấp là $0,5^5 = 0,03125$

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A_j là biến cố "Xạ thủ thứ j bắn trúng". Với $j = \overline{1;3}$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A_1}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$; $\Rightarrow P\left(\overline{A_2}\right) = 1 - 0,7 = 0,3; P\left(\overline{A_3}\right) = 1 - 0,8 = 0,2$

Gọi A là biến cố "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng" thì

$P(\overline{\mathrm{A}}) = P(\overline{\mathrm{A}_1}).P(\overline{\mathrm{A}_2}).P(\overline{\mathrm{A}_3}) = 0,4.0,3.0,2 = 0,024$

$\Rightarrow P(\mathrm{A}) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - 0,024 = 0,976$

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi K là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai", A_1 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần đầu", A_2 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2", A_3 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba".

$\Rightarrow P\left(K\right) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) = P(A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)$;

$= 0,75 + 0,25.0,6 + 0,25.0,4.0,3 = 0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\dfrac{11}{20}$. **B.** $\dfrac{169}{190}$. **C.** $\dfrac{21}{190}$. **D.** $\dfrac{9}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi X là tập hợp các học sinh giỏi Toán, Y là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

$\Rightarrow X \cap Y$ là tập hợp các học sinh giỏi cả 2 môn và $X \cup Y$ là tập hợp những học sinh giỏi một trong hai môn (tập hợp các học sinh giỏi). Theo quy tắc cộng tổng quát ta có

$\left|X \cup Y\right| = \left|X\right| + \left|Y\right| - \left|X \cap Y\right| = 5 + 6 - 4 = 7$

Gọi A là biến cố "chọn được 2 em là học sinh giỏi" $\Rightarrow |\Omega| = C_{20}^2 = 190$ và

$|\Omega_A| = C_7^2 = 21 \Rightarrow P(A) = \dfrac{21}{190}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\dfrac{8005}{8008}$. **B.** $\dfrac{11}{14}$. **C.** $\dfrac{6289}{8008}$. **D.** $\dfrac{1719}{8008}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi A là biến cố " 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ". Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

Trường hợp 1: Không có dây nào vàng, số cách lấy là: C_{13}^6.

Trường hợp 2:Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: $C_3^1.C_5^5$.

Suy ra $n(A) = C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5 = 6289$

Nên $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5}{C_{16}^6} = \dfrac{6289}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\dfrac{59}{60}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{19}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt 19 là một số a. Ta có số các số có các chữ số khác nhau tạo thành từ $a,\ 3,\ 5,\ 7$

với a là chữ số đứng đầu là $1.3.2.1 = 6$ (số) $\Rightarrow |\Omega_B| = 96 \Rightarrow P(B) = \dfrac{6}{120}$

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ" thì là biến cố $\overline{A}$ " cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ" (tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh"

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $C_7^3 = 35 \Rightarrow n(\overline{A}) = 35$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $455 - 35 = 420$ cách $\Rightarrow n(A) = 420$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{420}{455}=\dfrac{12}{13}$

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^{3}=445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

***Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$.

***Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$.

***Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: C_8^3.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3=420$

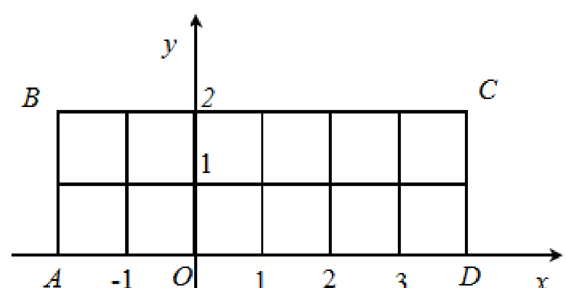
Vậy $P(A)=\dfrac{C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3}{C_{15}^3}=\dfrac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0),B(-2;2),C(4;2),D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x,y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: "x,y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\dfrac{7}{21}$. **B.** $\dfrac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{8}{21}$.

Hướng dẫn giải



Ta có $\Omega=\{(x;y),-2\le x\le 4,0\le y\le 2\}$, với $x,y\in\mathbb{Z}$.

Vậy $x\in\{-2;-1;;1;2;3;4\}$ và $y\in\{0;1;2\}$.

Suy ra $n(\Omega)=7.3=21$ (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có A: "x,y đều chia hết cho 2". Nên ta có $A=\{(x;y):x\in\{-2;0;2;4\};y\in\{0;2\}\}$

Theo quy tắc nhân ta có $n(A)=4.2=8\Rightarrow n(A)=8\Rightarrow P(A)=\dfrac{8}{21}$

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{27}{84}$. **C.** $\frac{53}{56}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 9 em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là C_9^3

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 6 em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là C_6^3.

Còn 3 em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là 1 cách.

Vậy $|\Omega| = C_9^3 C_6^3.1 = 1680$

Bước 2: Tìm số kết quả thuận lợi cho A.

Phân 3 nữ vào 3 nhóm trên có $3!$ cách.

Phân 6 nam vào 3 nhóm theo cách như trên có $C_6^2 C_4^2.1$ cách khác nhau.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2 C_4^2.1 = 540.$

Bước 3: Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{540}{1680} = \frac{27}{84}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **B.** $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **C.** $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **D.** $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$

Hướng dẫn giải

ChọnB

+ Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!$.

(bốc 4 đội từ 12 đội vào bảng A – bốc 4 đội từ 8 đội còn lại vào bảng B – bốc 4 đội từ 4 đội còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng)

Gọi A: “3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu”

Khi đó: $n(A) = C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!$.

(*bốc 3 đội NN từ 9 đội NN vào bảng A – bốc 3 đội NN từ 6 đội NN còn lại vào bảng B – bốc 3 đội NN từ 3 đội NN còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng – bốc 1 đội VN vào mỗi vị trí còn lại của 3 bảng*)

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!} = \frac{6.C_9^3.C_6^3}{C_{12}^4.C_8^4}$.

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P = \frac{13}{68}$. **B.** $P = \frac{55}{68}$. **C.** $P = \frac{68}{81}$. **D.** $P = \frac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S) = 9.9.8.7 = 4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a > 2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7 = 3528$ (số).

TH2. $a = 2$, $b > 5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7 = 224$ (số).

TH3. $a = 2$, $b = 5$, $c > 0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7 = 49$ (số).

TH4. $a = 2$, $b = 5$, $c = 0$, $d > 0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7 = 7$ (số).

Như vậy: $n(A) = 3528 + 224 + 49 + 7 = 3808$.

Suy ra: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{3508}{4536} = \dfrac{68}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P = \dfrac{1}{55}$. **B.** $P = \dfrac{1}{220}$. **C.** $P = \dfrac{1}{4}$. **D.** $P = \dfrac{1}{14}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^{3} = 220$.

(chọn 3 đỉnh bất kì từ 12 đỉnh của đa giác ta được một tam giác)

Gọi A: "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều ".

(Chia 12 đỉnh thành 3 phần. Mỗi phần gồm 4 đỉnh liên tiếp nhau. Mỗi đỉnh của tam giác đều ứng với một phần ở trên.Chỉ cần chọn 1 đỉnh thì 2 đỉnh còn lại xác định là duy nhất).

Ta có: $n\left(A\right)=C_4^1=4$.

Khi đó: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{4}{220}=\dfrac{1}{55}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n\left(S\right)=9.9.8.7=4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2,b>5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7=224$ (số).

TH3. $a=2,b=5,c>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7=49$ (số).

TH4. $a=2,b=5,c=0,d>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7=7$ (số).

Như vậy: $n\left(A\right)=3528+224+49+7=3808$.

Suy ra: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{3508}{4536}=\dfrac{68}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\frac{16}{42}$. **B.** $P=\frac{16}{21}$. **C.** $P=\frac{10}{21}$. **D.** $P=\frac{23}{42}$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=A_9^6=60480$.

(mỗi số tự nhiên $\overline{abcdef}$ thuộc S là một chỉnh hợp chập 6 của 9- số phần tử của S là số chỉnh hợp chập 6 của 9).

Gọi A: "số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ". Ta có: $n(A)=C_5^3.A_6^3.A_4^3=28800$.

(bốc ra 3 số lẻ từ 5 số lẻ đã cho- chọn ra 3 vị trí từ 6 vị trí của số $\overline{abcdef}$ xếp thứ tự 3 số vừa chọn – bốc ra 3 số chẵn từ 4 số chẵn đã cho xếp thứ tự vào 3 vị trí còn lại của số $\overline{abcdef}$)

Khi đó: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{28800}{60480}=\frac{10}{21}$.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$. **B.** $P(C)=0,435$. **C.** $P(C)=0,4525$. **D.** $P(C)=0,4245$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=1,2,3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1)=x,\ P(A_2)=y,\ P(A_3)=0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: " Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"
Ta có: $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)=0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-0,4(1-x)(1-y)=0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y)=\dfrac{3}{50}\Leftrightarrow xy-x-y=-\dfrac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B=A_1.A_2.A_3$, suy ra:

$P\left(B\right)=P\left(A_1\right).P\left(A_2\right).P\left(A_3\right)=0,6xy=0,336$ hay là $xy=\dfrac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases}xy=\dfrac{14}{25}\\ x+y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x>y$ ta tìm được

$x=0,8$ và $y=0,7$.

Ta có: $C=\overline{A_1}A_2A_3+A_1\overline{A_2}A_3+A_1A_2\overline{A_3}$

Nên $P(C)=(1-x)y.0,6+x(1-y).0,6+xy.0,4=0,452$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Hướng dẫn giải

ChọnB

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\dfrac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\dfrac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10-x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x-2(10-x)=6x-20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x-20<1\Leftrightarrow x<\dfrac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: $0,1,2,3$.

Gọi A_i ($i=0,1,2,3$) là biến cố: "Học sinh trả lời đúng i câu"

A là biến cố: " Học sinh nhận điểm dưới 1"

Suy ra: $A=A_0\cup A_1\cup A_2\cup A_3$ và $P(A)=P(A_0)+P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

Mà: $P(A_i)=C_{10}^i.\left(\dfrac{1}{4}\right)^i\left(\dfrac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A)=\sum\limits_{i=0}^{3}C_{10}^i.\left(\dfrac{1}{4}\right)^i\left(\dfrac{3}{4}\right)^{10-i}=0,7759$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi S là tập các tập con của ***A.*** Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\frac{4}{645}$ **B.** $\frac{2}{1395}$ **C.** $\frac{3}{645}$ **D.** $\frac{1}{930}$

Hướng dẫn giải:

"Bài toán chia kẹo của Euler: Cho k cái kẹo chia cho t đứa trẻ hỏi có bao nhiêu cách? Bài toán tương đương với số nghiệm nguyên dương của phương trình $x_1+x_2+...+x_t=k$. Giả sử có $k-1$ chỗ trống tại k cái kẹo. Xếp $t-1$ vách ngăn vào $k-1$ chỗ trống có C_{k-1}^{t-1} cách."

Nếu $\begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=91 \end{cases}$, loại. Nếu $\begin{cases} a=b\neq c \\ a+b+c=91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\neq c \\ 2a+c=91 \end{cases}$.

Vậy chọn a có 45 cách từ 1 đến 45 và chọn c chỉ có 1 cách.

Tương tự cho $b=c, c=a$ nên số phần tử không gian mẫu:

$$|\Omega|=\left(\frac{C_{90}^2-45.3}{3!}\right)=\frac{3870}{6}=645$$

Nếu $a+qa+qa^2=91 \Rightarrow 1+q+q^2 \in Ư(91)=\{1;7;13;91\} \Rightarrow q\in\{2;3;9\}$

$\Rightarrow (a;b;c)\in(1;9;81);(7;21;63);(13;26;52)$. Vậy $|\Omega_A|=3$.

Chọn C.

TỔ HỢP XÁC SUẤT

A – LÝ THUYẾT CHUNG

I. QUY TẮC ĐẾM

- ✓ ***Quy tắc cộng:*** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động X hoặc Y. Nếu hành động X có m cách thực hiện, hành động Y có n cách thực hiện và không trùng với bất cứ cách nào của hành động X thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện
- ✓ Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn, không giao nhau thì
- ✓ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$
- ✓ Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn bất kì thì
- ✓ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
- ✓ Mở rộng: Nếu $A_1, A_2, ...A_n$ là các tập hợp hữu hạn, đôi một không giao nhau thì
- ✓ $n(A_1\cup A_2\cup ...A_n)=n(A_1)+n(A_2)+...+n(A_n)$
- ✓ ***Quy tắc nhân:*** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp X và Y. Nếu hành động X có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện đó có n cách thực hiện hành động Y thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.
- ✓ ***Chú ý:*** Quy tắc nhân có thể mở rộng cho nhiều hành động liên tiếp.

II. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Hoán vị: Cho tập A có n phần tử $(n\ge 1)$. Mỗi kết quả của sự sắp xếp n phần tử của tập A theo một thứ tự nào đó được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

Kí hiệu: P_n là số các hoán vị của n phần tử thì:

$$P_n=n!=n(n-1)(n-2)......2.1 \qquad (1)$$

Chỉnh hợp: cho tập A có n phần tử $(n\ge 1)$. Mỗi kết quả của sự việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập A $(1\le k\le n)$ và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gị là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

Kí hiệu: A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử thì:

$$A_n^k=n(n-1)(n-2)....(n-k+1) \qquad (2)$$

Nhận xét:

Ta có $A_n^n=n!=P_n$. Quy ước $0!=1$ và $A_n^0=1$ thì công thức (2) đúng với $0\le k\le n$ và

$$A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$$

Tổ hợp: Cho tập A có n phần tử $(n\ge 1)$. Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

Kí hiệu: C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thì:

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} \qquad (3)$$

Nhận xét: Quy ước $C_n^0=1$, công thức (3) đúng với $0\le k\le n$ và ta có

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tính chất cơ bản của tổ hợp: $C_n^k=C_n^{k-n}$ với $n,k\in\mathbb{N}, 0\le k\le n$

$$C_{n+1}^k=C_n^{k-1}+C_n^k \text{ với } 1\le k\le n$$

III. NHỊ THỨC NIU – TƠN

Nhị thức Niu – tơn:

$$\left(a+b\right)^n = C_n^0 + C_n^1 a^{n-1}b + ... + C_n^k a^{n-k}b^k + ... + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^n n^n \qquad (1)$$

Nhận xét: Ở công thức (1) ta có:

Số các hạng tử là $n+1$

Số hạng thứ $k+1$ là $C_n^k a^{n-k}b^k$; $k=0,...,n$

Số mũ của a giảm dần từ n đến 0. Số mũ của b tăng dần từ 0 đến n nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

Các hạng tử cách đều hạng tử đầu và hạng tử cuối có hệ số bằng nhau

Các trường hợp đặc biệt:

Khi $a=b=1$ ta có $C_n^0 - C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$

Khi $a=1; b=-1$ ta có $C_n^0 - C_n^1 + ... + \left(-1\right)^k C_n^k + ... + \left(-1\right)^n C_n^n = 0$

Khi $a=1, b=x$ thì (1) có thể viết thành:

$$\left(1+x\right)^n = C_n^0 + C_n^1 x + ... + C_n^k x^k + C_n^n x^n$$

Tam giác Pa – xcan:

$n=0$	1
$n=1$	1 1
$n=2$	1 2 1
$n=3$	1 3 3 1
$n=4$	1 4 6 4 1

Các hệ số của tam giác Pa – xcan thỏa mãn hệ thức $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

IV. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

- ***Phép thử:*** Một thí nghiệm, một phép đo hay một sự quan sát hiện tượng nào đó được hiểu là một phép thử.
  Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là *không gian mẫu* của phép thử và được kí hiệu là Ω . Ta chỉ xét các phép thử với không gian mẫu Ω là tập hữu hạn.
- ***Biến cố***
- Biến cố là một tập con của không gian mẫu
- Tập $\varnothing$ được gọi là biến cố không thể
- Tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn
- ***Phép toán trên các biến cố:***
  Cho A và B là các biến cố liên quan đến phép thử T.
- Biến cố $\overline{A} = \Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của A.
  $\overline{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.
  A và B đối nhau $\Leftrightarrow \overline{A} = B$
- Biến cố $A \cup B$ được gọi là hợp của hai biến cố A và B
  $A \cup B$ xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra
- Biến cố $A \cap B$ được gọi là giao của hai biến cố A và B
  $A \cap B$ xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra

Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì A và B là hai biến cố xung khắc, tức là A (hoặc B) xảy ra khi và chỉ khi B (hoặc A) không xảy ra.

V. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

- ***Định nghĩa xác suất:*** Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Ta gọi tỉ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A. Kí hiệu $P(A)$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Trong đó $n(A)$ là số phần tử của A , còn gọi là số kết quả thuận lợi cho A, $n(\Omega)$ là số phần tử của Ω.

- ***Tính chất của xác suất***

a) $P(\Omega)=1; P(\varnothing)=0, 0\le P(A)\le 1$ với mọi biến cố A.

b) $P(\overline{A})=1-P(A)$ với mọi biến cố A.

c) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc (tức là $A\cap B=\varnothing$) cùng liên quan đến phép thử thì $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

- Mở rộng: Với hai biến cố A,B bất kì ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

Nếu A và B là hai biến cố độc lập (tức là sự xảy ra của một trong hai biến cố không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia), ta có:

$$P(A\cap B)=P(A.B)=P(A).P(B)$$

- Mở rộng: A và B độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và B độc lập $\Leftrightarrow A$ và $\overline{B}$ độc lập $\Leftrightarrow \overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập

$$P\left(\overline{A\cup B}\right)=P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)\ ;\ P(\overline{A\cap B})=P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$$

B – BÀI TẬP

QUY TẮC ĐẾM, HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

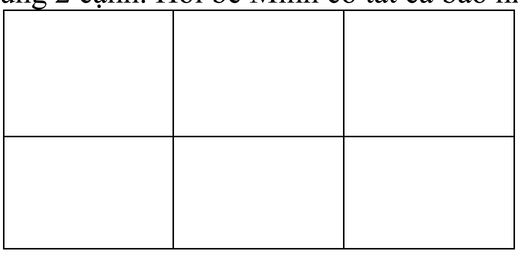
Câu 1: Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 420. **B.** 630. **C.** 240. **D.** 720.

Câu 2: Đề cương ôn tập chương I môn lịch sử lớp 12 có 30 câu. Trong đề thi chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu đó. Một học sinh chỉ nắm được 25 câu trong đề cương đó. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được là. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $P=0,449$. **B.** $P=0,448$. **C.** $P=0,34$. **D.** $P=0,339$.

Câu 3: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Câu 4: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 44100. **B.** 78400. **C.** 117600. **D.** 58800.

Câu 5: Cho đa giác đều $2n$ $\left(n \ge 2,\ n \in \mathbb{Z}\right)$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác là

A. $2n(2n-1)(2n-2)$. **B.** $\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$. **C.** $n(n-1)(n-2)$. **D.** $\dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$.

Câu 6: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác vuông được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 2450. **B.** 98. **C.** 4900. **D.** 9800.

Câu 7: Cho đa giác đều $2n$ $\left(n \ge 2,\ n \in \mathbb{Z}\right)$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Số cạnh của của đa giác là

A. 14. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 20.

Câu 8: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B,**C.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Câu 9: các chữ số $0,1,2,3,5,8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Câu 10: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Câu 11: Với các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

A. 6720 số. **B.** 40320 số. **C.** 5880 số. **D.** 840 số.

Câu 12: Một thầy giáo có 10 cuốn sách khác nhau trong đó có 4 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Lí, 3 cuốn sách Hóa. Thầy muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 em học sinh A, B, C, D, E mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Câu 13: Trong kì thi tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty cổ phần Giáo dục trực tuyến VEDU, ở khối A có 51 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học, 10 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có 767 thí sinh mà cả ba môn đều không có điểm giỏi. Hỏi có bao nhiêu thí sinh tham dự tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty?

A. 867. **B.** 776. **C.** 264. **D.** 767.

Câu 14: Người ta phỏng vấn 100 người về ba bộ phim A, B, C đang chiếu thì thu được kết quả như sau:

Bộ phim A: có 28 người đã xem.
Bộ phim B: có 26 người đã xem.
Bộ phim B: có 14 người đã xem.
Có 8 người đã xem hai bộ phim A và B
Có 4 người đã xem hai bộ phim B và C
Có 3 người đã xem hai bộ phim A và C
Có 2 người đã xem cả ba bộ phim A, B và **C.**
Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim A,B,C là:

A. 55. **B.** 45. **C.** 32. **D.** 51.

Câu 15: Sắp xếp 5 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế sao cho 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp. Khi đó số cách xếp là:

A. 460000. **B.** 460500. **C.** 460800. **D.** 460900.

Câu 16: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$.

B. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[nC^2_{n-1}-1+5C^3_n\right]$.

D. $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{2;5\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 10 chữ số sao cho không có chữ số 2 nào đứng cạnh nhau?

A. 144 số. **B.** 143 số. **C.** 1024 số. **D.** 512 số.

Câu 18: Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$. Vậy giá trị của n là:

A. $n=10$. **B.** $n=12$. **C.** $n=8$. **D.** $n=14$.

Câu 19: Biển đăng kí xe ô tô có 6 chữ số và hai chữ cái trong số 26 chữ cái (không dùng các chữ I và O). Chữ đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

A. 5184.10^5. **B.** 576.10^6. **C.** 33384960. **D.** 4968.10^5.

Câu 20: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn một bó hồng gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ?

A. 10 cách. **B.** 20 cách. **C.** 120 cách. **D.** 150 cách.

Câu 21: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A. 120. **B.** 90. **C.** 270. **D.** 255.

Câu 22: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu thì không được ở cạnh nhau?

A. 3251404800. **B.** 1625702400. **C.** 72. **D.** 36.

Câu 23: Trong một túi đựng 10 viên bi đỏ, 20 viên bi xanh, 15 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích cỡ. Số cách lấy ra 5 viên bi và sắp xếp chúng vào 5 ô sao cho 5 ô bi đó có ít nhất một viên bi đỏ.

A. 146611080. **B.** 38955840. **C.** 897127. **D.** 107655240.

Câu 24: Một bộ bài có 52 lá, có 4 loại: cơ, rô, chuồn, bích mỗi loại có 13 lá. Muốn lấy ra 8 lá bài phải có đúng 1 lá cơ, đúng 3 lá rô và không quá 2 lá bích. Hỏi có mấy cách chọn?

A. 39102206. **B.** 22620312. **C.** 36443836. **D.** 16481894.

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

A. 900. **B.** 9000. **C.** 90000. **D.** 27216.

Câu 26: Một lớp có n học sinh ($n > 3$). Thầy chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm và cần cử ra một học sinh làm nhóm trưởng. Số học sinh trong mỗi nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn n. Gọi T là số cách chọn, lúc này:

A. $T = \sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$. **B.** $T = n\left(2^{n-1} - 1\right)$. **C.** $T = n2^{n-1}$. **D.** $T = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k$.

Câu 27: Trong một căn phòng có 36 người trong đó có 25 người họ Nguyễn, 11 người họ Trần. Trong số những người họ Nguyễn có 8 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 9 người còn lại (gồm 4 nam và 5 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Trong 11 người họ Trần, có 3 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 5 người còn lại (gồm 2 nam và 3 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 người.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính?

A. 156. **B.** 30. **C.** 186. **D.** 126.

Câu 28: Một bữa tiệc bàn tròn của các câu lạc bộ trong trường Đại học Sư Phạm Hà Nội trong đó có 3 thành viên từ câu lạc bộ Máu Sư Phạm, 5 thành viên từ câu lạc bộ Truyền thông và 7 thành viên từ câu lạc bộ Kĩ năng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau?

A. 7257600. **B.** 7293732. **C.** 3174012. **D.** 1418746.

Câu 29: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng, 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 560. **B.** 310. **C.** 3014. **D.** 319.

Câu 30: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011} - 2019.9^{2010} + 8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011} - 2.9^{2010} + 8}{9}$

C. $\frac{9^{2011}-9^{2010}+8}{9}$ **D.** $\frac{9^{2011}-19.9^{2010}+8}{9}$

Câu 31: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Câu 32: Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \le m,n; a+b<k; a,b \ge 1$) với S_1 là số cách chọn có ít hơn a nam, S_2 là số cách chọn có ít hơn b nữ.

A. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^{k}-2(S_1+S_2)$.

B. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^{k}-(S_1+S_2)$.

C. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^{k}-2(S_1+S_2)$.

D. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^{k}-(S_1+S_2)$.

Câu 33: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 34: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 35: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi diểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$. **B.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$. **D.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$.

Câu 37: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 38: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Câu 39: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^{n}=(2n)^k$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^{n}.

A. n=1 **B.** n=2 **C.** n=3 **D.** n=4

Câu 40: Cho tập hợp A có n phần tử $(n \ge 4)$. Biết rằng số tập con của A có 8 phần tử nhiều gấp 26 lần số tập con của A có 4 phần tử. Hãy tìm $k \in \{1,2,3,...,n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là nhiều nhất.

A. $k = 20$ **B.** $k = 11$ **C.** $k = 14$ **D.** $k = 10$

Câu 41: Cho khối lập phương $3 \times 3 \times 3$ gồm 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Câu 42: Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1;2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S. Với mỗi $X \in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X. Tính $m = \dfrac{\sum\limits_{X \in T} m(X)}{|T|}$.

A. $m = \dfrac{3003}{2}$ **B.** $m = \dfrac{2003}{21}$ **C.** $m = \dfrac{4003}{2}$ **D.** $m = \dfrac{2003}{2}$

NHỊ THỨC NEWTON

Câu 43: Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là

A. $n = 18$. **B.** $n = 16$. **C.** $n = 15$. **D.** $n = 14$.

Câu 44: Tính giá trị của $H = C_{13}^0 - 2C_{13}^1 + 2^2 C_{13}^2 - ..... - 2^{13} C_{13}^{13}$.

A. $H = 729$. **B.** $H = 1$. **C.** $H = -729$. **D.** $H = -1$.

Câu 45: Tính tổng $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2018.2^{2017}$.

A. $S = 2017.2^{2018} + 1$. **B.** $S = 2017.2^{2018}$.

C. $S = 2018.2^{2018} + 1$. **D.** $S = 2019.2^{2018} + 1$.

Câu 46: $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + ... + 2^{2010} C_{2011}^{2010}$

A. $\dfrac{3^{2011}+1}{2}$ **B.** $\dfrac{3^{211}-1}{2}$ **C.** $\dfrac{3^{2011}+12}{2}$ **D.** $\dfrac{3^{2011}-1}{2}$

Câu 47: Số hạng thứ 3 của khai triển $\left(2x + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $\left(1 + x^3\right)^{30}$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 48: Trong khai triển $(1+x)^n$ biết tổng các hệ số $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + ... + C_n^{n-1} = 126$. Hệ số của x^3 bằng

A. 15. **B.** 21. **C.** 35. **D.** 20.

Câu 49: Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt{10} + \sqrt[8]{3}\right)^{300}$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 39.

Câu 50: Trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^9$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Câu 51: Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức $P(x) = (2x+1)^{13} = a_0 x^{13} + a_1 x^{12} + ... + a^{13}$.

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Câu 52: Hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $P(x) = \left(3x^2 + x + 1\right)^{10}$ là:

A. 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

Câu 53: Tìm số hạng chứa x^{13} trong khai triển thành các đa thức của $\left(x + x^2 + x^3\right)^{10}$ là:

A. 135. **B.** 45. **C.** $135x^{13}$. **D.** $45x^{13}$.

Câu 54: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $S_1 = 1C_n^1 + 2C_n^2 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = n2^{n-1}$.

B. $S_2 = 1.2.C_n^1 + 2.3.C_n^2 + ... + (n-1).n.C_n^n = (n-1).n.C_{n-2}^{k-2}$.

C. $S_3 = 1^2 C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + (n-1)^2 C_n^{n-1} + n^2 C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$.

D. $S_4 = \dfrac{C_n^0}{1} + \dfrac{C_n^1}{2} + \dfrac{C_n^2}{3} + ... + \dfrac{C_n^{n-1}}{n} + \dfrac{C_n^n}{n+1} = \dfrac{1}{n+1}(2^n - 1)$.

Câu 55: Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau $C_{23}^{0};C_{23}^{1};\ldots;C_{23}^{13}$ có giá trị là

A. 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

Câu 56: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\frac{1}{x}-1\right)^{10}$ là

A. 1951. **B.** 1950. **C.** 3150. **D.** -360.

Câu 57: Số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3-x^2-1\right)^8$ là

A. $168x^8$. **B.** 168. **C.** $238x^8$. **D.** 238.

Câu 58: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1+x+\frac{1}{x}\right)^n$ biết $n\geq 2$ là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-2}=14-14n.$

A. 73789. **B.** 73788. **C.** 72864. **D.** 56232.

Câu 59: Cho khai triển: $\left(1+x+x^2\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n},n\geq 2$ với $a_0,a_1,a_2,...,a_{2n}$ là các hệ số. Tính tổng $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}$ biết $\frac{a_3}{14}=\frac{a_4}{41}$.

A. $S=3^{10}$. **B.** $S=3^{12}$. **C.** $S=2^{10}$. **D.** $S=2^{12}$.

Câu 60: Số lớn nhất trong các số $C_{16}^{0};C_{16}^{1};C_{16}^{2};...;C_{16}^{15};C_{16}^{16}$ là

A. C_{16}^{7}. **B.** C_{16}^{6}. **C.** C_{16}^{9}. **D.** C_{16}^{8}.

Câu 61: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-3C_n^{n-1}=11n.$

Xét khai triển $P(x)=(x+2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Hệ số lớn nhất của $P(x)$ là

A. $C_{15}^{5}.2^{11}$. **B.** $C_{15}^{5}.2^{10}$. **C.** 252. **D.** 129024.

Câu 62: Giả sử $P(x)=(2x+1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ thỏa mãn $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+...+\frac{a_n}{2^n}=2^{12}$. Hệ số lớn nhất trong các hệ số $\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}$ là

A. 126720. **B.** 495. **C.** 256. **D.** 591360.

Câu 63: Cho khai triển $(x+2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm tất cả các giá trị của n để $\max\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}=a_{10}$.

A. $\{29;30;31;32\}$. **B.** 12. **C.** $\{12;13;14;15\}$. **D.** 16.

Câu 64: Cho n là số nguyên dương. Gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $\left(x^2+1\right)^n(x+2)^n$. Tìm n sao cho $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=10$. **B.** $n=3$. **C.** $n=4$. **D.** $n=5$.

Câu 65: Tính tổng $S=\frac{1}{2!2017!}+\frac{1}{4!2015!}+\frac{1}{6!2013!}+...+\frac{1}{2016!3!}+\frac{1}{2018!}$ theo n ta được

A. $S=\dfrac{2^{2018}-1}{2017!}$. **B.** $S=\dfrac{2^{2018}-1}{2017}$. **C.** $S=\dfrac{2^{2018}}{2017!}$. **D.** $S=\dfrac{2^{2018}}{2017}$.

Câu 66: Cho số nguyên $n\geq 3$. Giả sử ta có khai triển $\left(x-1\right)^{2n}+x\left(x+1\right)^{2n-1}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Biết $T=a_0+a_2+...+a_{2n}=768$. Tính a_5.

A. $126x^5$. **B.** $-126x^5$. **C.** 126. **D.** -126.

Câu 67: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $\dfrac{C_n^1}{2}-\dfrac{2C_n^2}{2^2}+\dfrac{3C_n^3}{2^3}-...+\left(-1\right)^{n-2}\dfrac{\left(n-1\right)C_n^{n-1}}{2^{n-1}}+\left(-1\right)^{n-1}\dfrac{nC_n^n}{2^n}=\dfrac{1}{32}$

A. $n=10$. **B.** $n=9$. **C.** $n=8$. **D.** $n=7$.

Câu 68: Cho $S=1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+n\left(n+1\right)\left(n+2\right)$. Kết quả biểu diễn S theo n là

A. $S=\dfrac{n\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)}{4}$. **B.** $S=\dfrac{\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)}{3}$.

C. $S=\dfrac{\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)\left(n+4\right)}{4}$. **D.** $S=n\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)$.

Câu 69: Trong khai triển của $(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức $a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_9x^9+a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0\leq k\leq 10$).

A. $a_{10}=3003\dfrac{2^{10}}{3^{15}}$ **B.** $a_5=3003\dfrac{2^{10}}{3^{15}}$ **C.** $a_4=3003\dfrac{2^{10}}{3^{15}}$ **D.** $a_9=3003\dfrac{2^{10}}{3^{15}}$

Câu 70: Cho khai triển $\left(1+2x\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\dfrac{a_1}{2}+...+\dfrac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Câu 71: Cho khai triển $\left(1+2x\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\dfrac{a_1}{2}+...+\dfrac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Câu 72: Tính tổng $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

A. C_{2n}^n. **B.** C_{2n}^{n-1}. **C.** $2C_{2n}^n$. **D.** C_{2n-1}^{n-1}

Câu 73: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-2}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^{2n-2}. **D.** 2^{2n-1}.

Câu 74: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng?

A. 27 **B.** 28 **C.** 29 **D.** 32

Câu 75: Cho khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Biết $S = |a_1| + 2|a_2| + ... + n|a_n| = 34992$, tính giá trị của biểu thức $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + ... + 3^n a_n$?

A. 390625 **B.** -78125 **C.** -1953125 **D.** 9765625

Câu 76: Cho đa thức: $P(x) = (x+1)^8 + (x+1)^9 + (x+1)^{10} + (x+1)^{11} + (x+1)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8.

A. 715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

Câu 77: Tìm số tất cả tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n = 100$ **B.** $n = 98$ **C.** $n = 99$ **D.** $n = 101$

Câu 78: Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876. **B.** 2898. **C.** 2915. **D.** 2012.

Câu 79: Cho $u_n = -\frac{C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + ... + \frac{(-1)^n . C_n^n . n}{(n+1)(n+2)}$. Tính $\lim(n.u_n) = ?$

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 80: Tìm n biết rằng $a_n(x-1)^n + a_{n-1}(x-1)^{n-1} + ... + a_1(x-1) + a_0 = x^n$ đồng thời $a_1 + a_2 + a_3 = 231$.

A. $n = 9$ **B.** $n = 10$ **C.** $n = 11$ **D.** $n = 12$

XÁC SUẤT

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$ là:

A. $p=\frac{4}{85}$. **B.** $p=\frac{4}{135}$. **C.** $p=\frac{3}{20}$. **D.** $p=\frac{5}{158}$

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\frac{226}{462}$. **B.** $\frac{118}{231}$. **C.** $\frac{115}{231}$. **D.** $\frac{103}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\frac{212}{221}$. **B.** $\frac{9}{221}$. **C.** $\frac{59}{1326}$. **D.** $\frac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{60}$. **C.** $\frac{59}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Câu 90: Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là $0,4;0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhiên một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 95: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\frac{9}{1225}$. **B.** $\frac{1216}{1225}$. **C.** $\frac{12}{1225}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x+y+z<16$ là

A. $\frac{5}{108}$. **B.** $\frac{23}{24}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\frac{41}{42}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\frac{3}{28}$. **B.** $\frac{25}{28}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suất để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{84}$. **D.** $\frac{5}{84}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$. **B.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$. **C.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$. **D.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{169}{190}$. **C.** $\frac{21}{190}$. **D.** $\frac{9}{20}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\frac{8005}{8008}$. **B.** $\frac{11}{14}$. **C.** $\frac{6289}{8008}$. **D.** $\frac{1719}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\frac{59}{60}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x, y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: "x, y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\frac{7}{21}$. **B.** $\frac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\frac{8}{21}$.

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{27}{84}$. **C.** $\frac{53}{56}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P=\frac{2C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **B.** $P=\frac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **C.** $P=\frac{3C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$. **D.** $P=\frac{C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}$

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\frac{13}{68}$. **B.** $P=\frac{55}{68}$. **C.** $P=\frac{68}{81}$. **D.** $P=\frac{13}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P=\frac{1}{55}$. **B.** $P=\frac{1}{220}$. **C.** $P=\frac{1}{4}$. **D.** $P=\frac{1}{14}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\frac{13}{68}$. **B.** $P=\frac{55}{68}$. **C.** $P=\frac{68}{81}$. **D.** $P=\frac{13}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1, $2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\frac{16}{42}$. **B.** $P=\frac{16}{21}$. **C.** $P=\frac{10}{21}$. **D.** $P=\frac{23}{42}$

.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$. **B.** $P(C)=0,435$. **C.** $P(C)=0,4525$. **D.** $P(C)=0,4245$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi *S* là tập các tập con của ***A.*** Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của *S*. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\frac{4}{645}$ **B.** $\frac{2}{1395}$ **C.** $\frac{3}{645}$ **D.** $\frac{1}{930}$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

QUY TẮC ĐẾM, HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

Câu 1: Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 420. **B.** 630. **C.** 240. **D.** 720.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:

Áp dụng công thức: Nếu số N được phân tích thành thừa số các số nguyên tố dạng $N = p_1^{k_1}.p_2^{k_2}...p_n^{k_n}$ thì số các ước nguyên dương bằng $k = (k_1+1)(k_2+1)...(k_n+1)$.

Do đó số các ước nguyên của N là $2k$.

Với $N = 6303268125 = 3^5.5^4.7^3.11^2$ thì có $2.(5+1)(4+1)(3+1)(2+1) = 720$ ước số nguyên.

Cách 2: Áp dụng hàm sinh.

Do $N = 6303268125 = 3^5.5^4.7^3.11^2$ nên

+ Hàm sinh để chọn số 3 là: $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5$

+ Hàm sinh để chọn số 5 là: $1+x+x^2+x^3+x^4$

+ Hàm sinh để chọn số 7 là: $1+x+x^2+x^3$

+ Hàm sinh để chọn số 11 là: $1+x+x^2$

Suy ra hàm sinh các ước nguyên dương của 6303268125 có dạng:

$f(x) = (1+x+x^2+x^3+x^4+x^5)(1+x+x^2+x^3+x^4)(1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2)$

Tổng số các ước nguyên dương của N là tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển trên, do đó số các ước nguyên dương của N là $f(1) = 360$ nên số ước nguyên của N là 720.

Câu 2: Đề cương ôn tập chương I môn lịch sử lớp 12 có 30 câu. Trong đề thi chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu đó. Một học sinh chỉ nắm được 25 câu trong đề cương đó. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được là. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $P = 0,449$. **B.** $P = 0,448$. **C.** $P = 0,34$. **D.** $P = 0,339$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

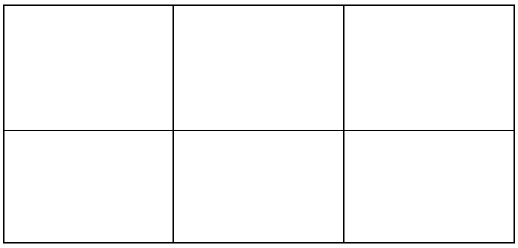
Chọn 10 câu bất kỳ từ 30 câu có C_{30}^{10} cách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được”

$n(A) = C_{25}^9.C_5^1 + C_{25}^{10}$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{C_{25}^9C_5^1 + C_{25}^{10}}{C_{30}^{10}} \approx 0,449$.

Câu 3: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta tô màu theo thứ tự sau:

1) Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được ta tô vào ô như sau: chọn 2 cạnh trong hình vuông đơn vị để tô màu thứ nhất có $C_4^2 = 6$ cách (màu thứ 2 tô 2 cạnh còn lại). Do đó, có $6.C_3^2$ cách tô.

2) Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

3) Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác màu không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có $6.C_3^2.6^3.4 = 15552$ cách tô.

Câu 4: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 44100. **B.** 78400. **C.** 117600. **D.** 58800.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, ..., A_{100}$.

Xét đường chéo A_1A_{51} của đa giác là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có 49 điểm từ A_2 đến A_{50} và A_{52} đến A_{100}.

+ Khi đó, mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù nếu A_i và A_j cùng nằm trong nửa đường tròn, chọn nửa đường tròn: có 2 cách chọn.

+ Chọn hai điểm A_i, A_j là hai điểm tùy ý được lấy từ 49 điểm A_2, A_3 đến A_{50}, có $C_{49}^2 = 1176$ cách chọn. Giả sử tam A_i nằm giữa A_1 và A_j thì tam giác tù tại đỉnh A_i.

+ Khi xét tại đỉnh A_j thì tam giác $A_jA_iA_1 \equiv A_1A_iA_j$.

+ Vì đa giác có 100 đỉnh nên số tam giác tù là $\dfrac{2.1176.100}{2} = 117600$ tam giác tù.

Câu 5: Cho đa giác đều $2n$ $(n \geq 2,\ n \in \mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác là

A. $2n(2n-1)(2n-2)$. **B.** $\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$. **C.** $n(n-1)(n-2)$. **D.** $\dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, ..., A_{2n}$.

Xét đường chéo A_1A_{n+1} của đa giác là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có $n-1$ điểm từ A_2 đến A_n và A_{n+2} đến A_{2n}.

+ Khi đó, mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù nếu A_i và A_j cùng nằm trong nửa đường tròn, chọn nửa đường tròn: có 2 cách chọn.

+ Chọn hai điểm A_i, A_j là hai điểm tùy ý được lấy từ từ $n-1$ điểm A_2, A_3 đến A_n, có $C_{n-1}^2 = \dfrac{(n-2)(n-1)}{2}$ cách chọn.

+ Giả sử tam A_i nằm giữa A_1 và A_j thì tam giác tù tại đỉnh A_i. Khi xét tại đỉnh A_j thì tam giác $A_jA_iA_1 \equiv A_1A_iA_j$.

+ Vì đa giác có $2n$ đỉnh nên số tam giác tù là $\dfrac{2(n-2)(n-1)}{2.2}.2n = n(n-1)(n-2)$.

Câu 6: Cho đa giác đều 100 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác vuông được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là

A. 2450. **B.** 98. **C.** 4900. **D.** 9800.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, ..., A_{100}$.

+ Mỗi tam giác vuông thì có một cạnh là đường kính của đường tròn (cũng là một đường chéo đi qua tâm của đa giác), có 50 đường kính.

+ Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều chia đường tròn ra làm 2 phần mỗi phần có 49 điểm từ A_2 đến A_{50} và A_{52} đến A_{100}. Chọn một đỉnh cho tam giác vuông $A_1A_iA_{50}$, có 98 cách chọn.

+ Vậy số tam giác vuông là $50.98 = 4900$ tam giác.

Câu 7: Cho đa giác đều $2n$ $(n \geq 2,\ n \in \mathbb{Z})$ đỉnh nội tiếp một đường tròn. Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Số cạnh của của đa giác là

A. 14. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Số tam giác là C_{2n}^3.

+ Mỗi đa giác đều $2n$ đỉnh thì có n đường chéo đi qua tâm của đường tròn. Hai đường chéo đi qua tâm của đường tròn thì sẽ tạo ra một hình chữ nhật thỏa yêu cầu bài toán. Nên số hình chữ nhật là C_n^2.

+ Theo giả thuyết ta có : $C_{2n}^{3}=20C_{n}^{2}\ \left(n\geq 2\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{(2n)!}{(2n-3)!.3!}=20\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{n(2n-1)(2n-2)}{3}=10n(n-1)$

$\Leftrightarrow 2n-1=15\ \left(\text{do } n(n-1)>0, \forall n\geq 2\right)$

$\Leftrightarrow n=8$.

Vậy đa giác có 16 cạnh.

Câu 8: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, **C.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $6!$ cách xếp chỗ cho các học sinh.

Khi đó, với mỗi cách xếp chỗ cho các học sinh thì giữa các học sinh có 5 "khoảng trống" để xếp chỗ cho 3 thầy giáo nên có $C_5^3.3!$ cách xếp chỗ cho các thầy giáo.

Vậy có $6!.C_5^3.3!=43200$ cách xếp thỏa mãn.

Câu 9: các chữ số $0,1,2,3,5,8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$

+ TH1:

Chọn $d=3$ có 1 cách

Chọn a có 4 cách.

Chọn b,c có A_4^2 cách

$\Rightarrow$ Vậy có tất cả $4.A_4^2=48$ (số)

+ TH2:

Chọn $d\neq 3\Rightarrow d=\{1;5\}$ có 2 cách.

Chọn $a=3$ có 1 cách.

Chọn b,c có A_4^2 cách

$\Rightarrow$ Vậy có tất cả $2.A_4^2=24$ (số)

+) TH3: Chọn $d\neq 3\Rightarrow d\in\{1;5\}$ có 2 cách

Chọn $a\neq 3$

*) Có thể giải cách khác:

- $x=\overline{abcd}$ là số lẻ:

+) Chọn d có 3 cách

+) Chọn a: có 4 cách

+) Chọn b,c có A_4^2 cách

Suy ra có $3.4.A_4^2=144$ số lẻ.

- $x=\overline{abcd}$ là số lẻ không có chữ số 3.

Tương tự như trên ta có $2.3.A_3^2 = 36$.

Vậy có $144 - 36 = 108$ số.

Câu 10: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Kí hiệu T là ghế đàn ông ngồi, N là ghế cho phụ nữ ngồi, C là ghế cho trẻ con ngồi. Ta có các phương án sau:

PA1: $TNCNTNCNT$

PA2: $TNTNCNCNT$

PA3: $TNCNCNTNT$

Xét phương án 1: Ba vị trí ghế cho đàn ông có $3!$ cách.

Bốn vị trí ghế cho phụ nữ có thể có $4!$ cách.

Hai vị trí ghế trẻ con ngồi có thể có $2!$ cách.

Theo quy tắc nhân thì ta có $3!.4!.2! = 288$ cách.

Lập luận tương tự cho phương án 2 và phương án 3.

Theo quy tắc cộng thì ta có $288 + 288 + 288 = 864$ cách.

Câu 11: Với các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

A. 6720 số. **B.** 40320 số. **C.** 5880 số. **D.** 840 số.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử các số tự nhiên gồm 8 chữ số tương ứng với 8 ô.

Do chữ số 1 có mặt 3 lần nên ta sẽ coi như tìm số các số thỏa mãn đề bài được tạo nên từ 8 số $0,1,1,1,2,3,4,5$.

Số hoán vị của 8 số $0,1,1,1,2,3,4,5$ trong 8 ô trên là $8!$

Mặt khác chữ số 1 lặp lại 3 lần nên số cách xếp là $\frac{8!}{3!}$ kể cả trường hợp số 0 đứng đầu.

Xét trường hợp ô thứ nhất là chữ số 0, thì số cách xếp là $\frac{7!}{3!}$.

Câu 12: Một thầy giáo có 10 cuốn sách khác nhau trong đó có 4 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Lí, 3 cuốn sách Hóa. Thầy muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 em học sinh A,B,C,D,E mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta thấy với bài toán này nếu làm trực tiếp thì sẽ khá khó, nên ta sẽ làm theo cách gián tiếp. Tìm bài toán đối đó là tìm số cách sao cho sau khi tặng sách xong có 1 môn hết sách.

TH1: Môn Toán hết sách:

Số cách chọn 4 cuốn sách Toán là 1 cách.
Số cách chọn 1 cuốn trong 6 cuốn còn lại là 6 cách.
Vậy có 6 cách chọn sách.
Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.
Vậy có $6.120 = 720$ cách.
TH2: Môn Lí hết sách:
Số cách chọn 3 cuốn sách Lí là 1 cách.
Số cách chọn 2 cuốn trong 7 cuốn còn lại là C_7^2 cách.
Vậy có 21 cách chọn sách.
Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.
Vậy có $21.120 = 2520$ cách.
TH3: Môn Hóa hết sách: Tương tự trường hợp 2 thì có 2520 cách.
Số cách chọn 5 cuốn bất kì trong 10 cuốn và tặng cho 5 em là $C_{10}^5.A_5^5 = 30240$ cách.
Vậy số cách chọn sao cho sau khi tặng xong, mỗi loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn là $30240 - 720 - 2520 - 2520 = 24480$ cách.

Câu 13: Trong kì thi tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty cổ phần Giáo dục trực tuyến VEDU, ở khối A có 51 thí sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Vật lí, 73 thí sinh đạt điểm giỏi môn Hóa học, 32 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Vật lí, 45 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Vật lí và Hóa học, 21 thí sinh đạt điểm giỏi cả hai môn Toán và Hóa học, 10 thí sinh đạt điểm giỏi cả ba môn Toán, Vật lí và Hóa học. Có 767 thí sinh mà cả ba môn đều không có điểm giỏi. Hỏi có bao nhiêu thí sinh tham dự tuyển nhân viên chuyên môn cho công ty?

A. 867. **B.** 776. **C.** 264. **D.** 767.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Kí hiệu A, B, C tương ứng là tập hợp các thí sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học.

$|A| = 51; |B| = 73; |C| = 64; |A \cap B| = 32; |B \cap C| = 45; |A \cap C| = 21; |A \cap B \cap C| = 10.$

Lúc này ta có $A \cup B \cup C$ là tập hợp các học sinh đạt điểm giỏi ở ít nhất một trong ba môn là Toán, Vật lý, Hóa học. Ta có:

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$

$= 51 + 73 + 64 - 32 - 45 - 21 + 10 = 100.$

Vậy số thí sinh dự tuyển vào công ty VEDU là $100 + 767 = 867$.

Câu 14: Người ta phỏng vấn 100 người về ba bộ phim A, B, C đang chiếu thì thu được kết quả như sau:
Bộ phim A: có 28 người đã xem.
Bộ phim B: có 26 người đã xem.
Bộ phim B: có 14 người đã xem.
Có 8 người đã xem hai bộ phim A và B
Có 4 người đã xem hai bộ phim B và C
Có 3 người đã xem hai bộ phim A và C
Có 2 người đã xem cả ba bộ phim A, B và **C.**
Số người không xem bất cứ phim nào trong cả ba bộ phim A, B, C là:

A. 55. **B.** 45. **C.** 32. **D.** 51.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo quy tắc tính số phần tử của ba tập hợp hữu hạn bất kì, ta có số người xem ít nhất một bộ phim là $28+26+14-8-4-3+2=55$ người.

Vậy số người không xem bất cứ bộ phim nào là $100-55=45$ người**.**

Câu 15: Sắp xếp 5 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế sao cho 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp. Khi đó số cách xếp là:

A. 460000. **B.** 460500. **C.** 460800. **D.** 460900.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:

Bước 1: Học sinh đầu tiên, giả sử đó là học sinh lớp A có 10 cách chọn ghế.

Bước 2: Có 5 cách chọn ra một học sinh lớp B ngồi vào ghế đối diện.

Bước 3: Có 8 cách chọn ra một học sinh lớp A vào ghế tiếp theo.

Bước 4: Có 4 cách chọn ra học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 5: Có 6 cách chọn ra học sinh lớp A.

Bước 6: Có 3 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 7: Có 4 cách chọn học sinh lớp A vào ghế tiếp.

Bước 8: Có 2 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Bước 9: Có 2 cách chọn học sinh lớp A vào ghế kế tiếp.

Bước 10: Có 1 cách chọn học sinh lớp B vào ghế đối diện.

Theo quy tắc nhân thì có $10.5.8.4.6.3.4.2.2.1=(5!)^2.2^5=460800$ cách.

Cách 2:

Vì 2 học sinh ngồi đối diện nhau thì khác lớp nên mỗi cặp ghế đối diện nhau sẽ được xếp bởi 1 học sinh lớp A và 1 học sinh lớp B.

Số cách xếp 5 học sinh lớp A vào 5 cặp ghế là $5!$ cách. Số cách xếp 5 học sinh lớp B vào 5 cặp ghế là $5!$ cách. Số cách xếp chỗ ở mỗi cặp ghế là 2 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $(5!)^2.2^5=460800$ cách.

Câu 16: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C^2_{n-1}-1)+5C^3_n\right]$.

B. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-2\left[nC^2_{n-1}-1+5C^3_n\right]$.

D. $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n\left(C^2_{n-1}-1\right)+5C^3_n\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

*Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, ..., A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C^2_{n-1} đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại nên sẽ có C^2_{n-1} đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

*Do đó có tất cả $nC_{n-1}^2=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}$ giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau)

*Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại

- Qua một điểm có $C_{n-1}^2=\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên ta phải trừ đi $n\left(C_{n-1}^2-1\right)$ điểm.

- Qua ba điểm A_1,A_2,A_3 của 1 tam giác có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi $3C_n^3$

- Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C_n^3$.

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n\left(C_{n-1}^2-1\right)+5C_n^3\right]$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{2;5\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 10 chữ số sao cho không có chữ số 2 nào đứng cạnh nhau?

A. 144 số. **B.** 143 số. **C.** 1024 số. **D.** 512 số.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1: Số có 10 chữ số 5: chỉ có 1 số duy nhất.

TH2: Số có 9 chữ số 5 và 1 chữ số 2.

Xếp 9 số 5 thành hàng có 1 cách. Khi đó tạo nên 10 "vách ngăn" để xếp số 2.

Xếp số 2 có C_{10}^1 cách. Vậy có C_{10}^1 số.

TH3: Số có 8 chữ số 5 và 2 chữ số 2.

Tương tự sử dụng phương pháp tạo vách ngăn như TH2 thì tìm được C_9^2 số.

TH4: Số có 7 chữ số 5 và 3 chữ số 2: có C_8^3 số.

TH5: Số có 6 chữ số 5 và 4 chữ số 2: có C_7^4 số.

TH6: Có 5 chữ số 5 và 5 chữ số 2: có C_6^5 số.

Vậy theo quy tắc cộng thì có $1+C_{10}^1+C_9{}^2+C^3+C_7{}^4+C_6{}^5=144$ số.

Câu 18: Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$. Vậy giá trị của n là:

A. $n=10$. **B.** $n=12$. **C.** $n=8$. **D.** $n=14$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ là C_{2n}^3.

Ứng với hai đường chéo đi qua tâm của đa giác $A_1A_2...A_{2n}$ cho tương ứng một hình chữ nhật có 4 đỉnh

là 4 điểm trong $2n$ điểm $A_1;A_2;...;A_{2n}$ và ngược lại mỗi hình chữ nhật như vậy sẽ cho ra 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác.

Mà số đường chéo đi qua tâm của đa giác đều $2n$ đỉnh là n nên số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm là C_n^2

Theo đề bài ta có: $C_{2n}^3 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{2n(2n-1)(2n-2)}{3!} = \dfrac{20n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n = 8$.

Câu 19: Biển đăng kí xe ô tô có 6 chữ số và hai chữ cái trong số 26 chữ cái (không dùng các chữ I và O). Chữ đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất có thể là bao nhiêu?

A. 5184.10^5. **B.** 576.10^6. **C.** 33384960. **D.** 4968.10^5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo quy tắc nhân ta thực hiện từng bước.
Chữ cái đầu tiên có 24 cách chọn.
Chữ cái tiếp theo cũng có 24 cách chọn.
Chữ số đầu tiên có 9 cách chọn.
Chữ số thứ hai có 10 cách chọn.
Chữ số thứ ba có 10 cách chọn.
Chữ số thứ tư có 10 cách chọn.
Chữ số thứ năm có 10 cách chọn.
Chữ số thứ sau có 10 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $24.24.9.10^5 = 5184.10^5$ là số ô tô nhiều nhất có thể đăng kí.

Câu 20: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn một bó hồng gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ?

A. 10 cách. **B.** 20 cách. **C.** 120 cách. **D.** 150 cách.

Phân tích

Ta thấy do chỉ chọn 7 bông hồng mà có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ nên chỉ có 3 trường hợp sau:
TH1: Chọn được 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ.
TH2: Chọn được 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ.
TH3: Chọn được 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TH1: Số cách chọn 3 bông hồng vàng là C_5^3 cách.

Số cách chọn 4 bông hồng đỏ là C_4^4 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $C_5^3.C_4^4 = 10$ cách.

TH2: Tương tự TH1 thì ta có $C_5^4.C_4^3 = 20$ cách.

TH3: Tương tự thì có $C_5^3.C_4^3.C_3^1 = 120$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng thì có $10 + 20 + 120 = 150$ cách.

Câu 21: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A. 120. **B.** 90. **C.** 270. **D.** 255.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số cách chọn 4 học sinh bất kì từ 12 học sinh là $C_{12}^4 = 495$ cách.

Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau:

$*$ **TH1:** Lớp A có hai học sinh, các lớp B, C mỗi lớp có 1 học sinh:

Chọn 2 học sinh trong 5 học sinh lớp A có C_5^2 cách.

Chọn 1 học sinh trong 4 học sinh lớp B có C_4^1 cách.

Chọn 1 học sinh trong 3 học sinh lớp C có C_3^1 cách.

Suy ra số cách chọn là $C_5^2.C_4^1.C_3^1 = 120$ cách.

$*$ **TH2:** Lớp B có 2 học sinh, các lớp A, C mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là $C_5^1.C_4^2.C_3^1 = 90$ cách.

$*$ **TH3:** Lớp C có 2 học sinh, các lớp A, B mỗi lớp có 1 học sinh:

Tương tự ta có số cách chọn là $C_5^1.C_4^1.C_3^2 = 60$ cách.

Vậy số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là $120 + 90 + 60 = 270$ cách.

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên là $495 - 270 = 225$ cách.

Câu 22: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu thì không được ở cạnh nhau?

A. 3251404800. **B.** 1625702400. **C.** 72. **D.** 36.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Nhận xét: Bài toán là sự kết hợp giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Do hai viên bi cùng màu không được ở cạnh nhau nên ta có trường hợp sau:

Phương án 1: Các bi đỏ ở vị trí lẻ. Có 8 cách chọn bi đỏ ở vị trí số 1.

Có 7 cách chọn bi đỏ ở vị trí số 3.

….

Có 1 cách chọn bi đỏ ở vị trí số 15.

Suy ra có $8.7.6...3.2.1$ cách xếp 8 bi đỏ.Tương tự có $8.7.6...3.2.1$ cách xếp 8 bi xanh.

Vậy có $(8.7...3.2.1)^2$ cách xếp.

Phương án 2: Các bi đỏ ở vị trí chẵn ta cũng có cách xếp tương tự.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $(8!)^2 + (8!)^2 = 3251404800$.

Câu 23: Trong một túi đựng 10 viên bi đỏ, 20 viên bi xanh, 15 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích cỡ. Số cách lấy ra 5 viên bi và sắp xếp chúng vào 5 ô sao cho 5 ô bi đó có ít nhất một viên bi đỏ.

A. 146611080. **B.** 38955840. **C.** 897127. **D.** 107655240.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Bước 1: Chọn bi

- Số cách chọn ra 5 viên bi bất kì là C_{45}^5 cách.
- Số cách chọn ra 5 viên bi trong đó không có viên bi đỏ nào là C_{35}^5 cách.

- Số cách chọn ra 5 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $C_{45}^5 - C_{35}^5$ cách.

Bước 2: Sắp xếp các viên bi.

Số cách xếp 5 viên bi vào 5 ô là $5!$

Theo quy tắc nhân thì có $5!.(C_{45}^5 - C_{35}^5) = 107655240$.

Câu 24: Một bộ bài có 52 lá, có 4 loại: cơ, rô, chuồn, bích mỗi loại có 13 lá. Muốn lấy ra 8 lá bài phải có đúng 1 lá cơ, đúng 3 lá rô và không quá 2 lá bích. Hỏi có mấy cách chọn?

A. 39102206. **B.** 22620312. **C.** 36443836. **D.** 16481894.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét các trường hợp sau:

- Lấy được 1 lá cờ, 3 lá rô và 4 chuồn thì có $C_3^1 C_{13}^3 C_{13}^1 C_{13}^3 = 22620312$ cách lấy.

Theo quy tắc cộng thì có tất cả $22620312 + 13823524 + 2658370 = 39102206$ cách lấy.

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

A. 900. **B.** 9000. **C.** 90000. **D.** 27216.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcab}$.

Có 9 cách chọn a.

Có 10 cách chọn b.

Có 10 cách chọn c.

Vậy có tất cả $9.10.10 = 900$ số.

Câu 26: Một lớp có n học sinh ($n > 3$). Thầy chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm và cần cử ra một học sinh làm nhóm trưởng. Số học sinh trong mỗi nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn n. Gọi T là số cách chọn, lúc này:

A. $T = \sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$. **B.** $T = n\left(2^{n-1} - 1\right)$. **C.** $T = n2^{n-1}$. **D.** $T = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi A_k là phương án: Chọn nhóm có k học sinh và chỉ định nhóm trưởng của nhóm.

Thầy chủ nhiệm có các phương án $A_2, A_3, A_4, ..., A_{n-1}$. Ta tính xem có bao nhiêu cách thực hiện.

Phương án A_k có hai công đoạn:

- Công đoạn 1: Chọn k học sinh có C_n^k cách chọn.

- Công đoạn 2: Chỉ định nhóm trưởng: có k cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì phương án A_k có kC_n^k cách thực hiện.

Vậy theo quy tắc cộng thì $T = \sum_{k=2}^{n-1} kC_n^k$.

Câu 27: Trong một căn phòng có 36 người trong đó có 25 người họ Nguyễn, 11 người họ Trần. Trong số những người họ Nguyễn có 8 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 9 người còn lại (gồm 4 nam và 5 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Trong 11 người họ Trần, có 3 cặp là anh em ruột (anh trai và em gái), 5 người còn lại (gồm 2 nam và 3 nữ) không có quan hệ họ hàng với nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 người.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính?

A. 156. **B.** 30. **C.** 186. **D.** 126.

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai người sao cho không có cặp anh em ruột nào?

A. 619. **B.** 630. **C.** 11. **D.** 25.

Hướng dẫn giải

a) Chọn C.

Chọn C.

* Có $8+4=12$ nam họ Nguyễn và có $8+5=13$ nữ họ Nguyễn. Vậy có $12.13=156$ cặp cùng họ Nguyễn mà khắc giới tính.

* Tương tự có $5.6=30$ cách chọ cặp cùng họ Trần mà khác giới tính.

Vậy có $156+30=186$ cách chọn hai người cùng họ và khác giới tính.

b) Chọn A.

Ta có $8+3=11$ cặp anh em trong đó 8 cặp họ Nguyễn và 3 cặp họ Trần.

Chọn bất kì 2 người trong số 36 người thì có $C_{36}^{2}=630$ cách chọn.

Vậy có tất cả $630-11=619$ cách chọn các cặp sao cho không có cặp anh em nào.

Câu 28: Một bữa tiệc bàn tròn của các câu lạc bộ trong trường Đại học Sư Phạm Hà Nội trong đó có 3 thành viên từ câu lạc bộ Máu Sư Phạm, 5 thành viên từ câu lạc bộ Truyền thông và 7 thành viên từ câu lạc bộ Kĩ năng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau?

A. 7257600. **B.** 7293732. **C.** 3174012. **D.** 1418746.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do các thành viên cùng câu lạc bộ thì ngồi cạnh nhau nên ta sử dụng phương pháp "buộc" các phần tưt để giải quyết bài toán**.**

Lúc này ta có 3 phần tử đó là 3 câu lạc bộ. Theo công thức hoán vị vòng quanh được giới thiệu ở phần ví dụ thì ta có $2!$ cách xếp 3 câu lạc bộ vào bàn tròn. Với mỗi cách xếp thì có:

$3!$ cách xếp các thành viên CLB Máu Sư phạm.

$5!$ cách xếp các thành viên CLB Truyền thông.

$7!$ cách xếp các thành viên CLB Kỹ năng.

Vậy theo quy tắc nhân thì có tất cả: $2!.3!.5!.7!=7257600$ cách xếp.

Câu 29: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng, 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 560. **B.** 310. **C.** 3014. **D.** 319.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Số cách lấy 3 bông hồng bất kì: $C_{25}^{3}=2300$

Số cách lấy 3 bông hòng chỉ có một màu**:** $C_{7}^{3}+C_{8}^{3}+C_{10}^{3}=211$

Số cách lấy 3 bông hồng có đúng hai màu:

$C_{15}^{3}+C_{17}^{3}+C_{18}^{3}-2\left(C_{7}^{3}+C_{8}^{3}+C_{10}^{3}\right)=1529$

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $2300-211-1529=560$.
Cách 2: Có 7 cách chọn bông hồng màu đỏ. Có 8 cách chọn bông hồng màu vàng. Có 10 cách chọn bông hồng màu trắng. $\Rightarrow$ Có $7.8.10=560$ cách.

Câu 30: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011}-2.9^{2010}+8}{9}$ **C.** $\dfrac{9^{2011}-9^{2010}+8}{9}$ **D.** $\dfrac{9^{2011}-19.9^{2010}+8}{9}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.
Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.
$A=\{$ các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9$\}$
Với mỗi số thuộc A có m chữ số $(m\le 2008)$ thì ta có thể bổ sung thêm $2011-m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng $\overline{a_1a_2...a_{2011}}$; $a_i\in\{0,1,2,3,...,9\}$
$A_0=\{a\in A\,|$ mà trong a không có chữ số 9$\}$
$A_1=\{a\in A\,|$ mà trong a có đúng 1 chữ số 9$\}$

- Ta thấy tập A có $1+\dfrac{9^{2011}-1}{9}$ phần tử
- Tính số phần tử của A_0

Với $x\in A_0\Rightarrow x=\overline{a_1...a_{2011}};a_i\in\{0,1,2,...,8\}$ $i=\overline{1,2010}$ và $a_{2011}=9-r$ với $r\in[1;9],r\equiv\sum_{i=1}^{2010}a_i$. Từ đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

- Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau
Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0,1,2...,8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9. Số các dãy là 9^{2009}
Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9
Do đó A_1 có 2010.9^{2009} phần tử.
Vậy số các số cần lập là:
$$1+\frac{9^{2011}-1}{9}-9^{2010}-2010.9^{2009}=\frac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}.$$

Câu 31: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Hướng dẫn giải

Chọn C.
Cách 1: Gọi $x=\overline{a_1a_2...a_6}$, $a_i\in\{1,2,3,4,5,6\}$ là số cần lập
Theo bài ra ta có: $a_1+a_2+a_3+1=a_4+a_5+a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1,2,3,4,5,6\}$ và đôi một khác nhau nên

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1+2+3+4+5+6 = 21$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1,3,6);\ (1,4,5);\ (2,3,5)$

Với mỗi bộ ta có $3!.3! = 36$ số.

Vậy có $3.36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

Ta có: $\begin{cases} a+b+c+d+e+f = 1+2+3+4+5+6 = 21 \\ a+b+c = d+e+f+1 \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c = 11$. Do $a, b, c \in \{1,2,3,4,5,6\}$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a,b,c) = (1,4,6);\ (2,3,6);\ (2,4,5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3.3!.3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 32: Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \le m, n; a+b < k; a, b \ge 1$) với S_1 là số cách chọn có ít hơn a nam, S_2 là số cách chọn có ít hơn b nữ.

A. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

B. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

C. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

D. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số cách chọn k người trong $m+n$ người là: C_{m+n}^k.

*Số cách chọn có ít hơn a nam là: $S_1 = \sum_{i=0}^{a-1} C_m^{a-i-1}.C_n^{k-a+i+1}$.

*Số cách chọn có ít hơn b nữ là: $S_2 = \sum_{i=0}^{b-1} C_n^{b-i-1}.C_m^{k-b+i+1}$.

Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Câu 33: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cứ hai đỉnh của đa giác n $(n \in \mathbb{N}, n \ge 3)$ đỉnh tạo thành một đoạn thẳng (bao gồn cả cạnh đa giác và đường chéo).

Khi đó số đường chéo là: $C_n^2 - n = 44 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!} - n = 44$

$\Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 88 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 11 \\ n = -8 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 11$ (vì $n \in \mathbb{N}$).

Câu 34: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đa giác có n cạnh $\left(n \in \mathbb{N}, n \geq 3\right)$.

Số đường chéo trong đa giác là: $C_n^2 - n$.

Ta có: $C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!} = 3n \Leftrightarrow n(n-1) = 6n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 35: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 15$. **B.** $n = 27$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là $C_n^2 - n$.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT: $\dfrac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135$, $\left(n \in \mathbb{N}, n \geq 2\right) \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 18\ (nhan) \\ n = -15\ (loai) \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 18$.

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi diểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

A. $2C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$. **B.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

C. $3C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2\left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$. **D.** $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - \left[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, ..., A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C_{n-1}^2 đường thẳng nên sẽ có C_{n-1}^2 đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

Do đó có $nC_{n-1}^2 = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}$ giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau).

Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại:

* Qua một điểm có $C_{n-1}^2 = \dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$ nên ta phải trừ đi $n\left(C_{n-1}^2 - 1\right)$ điểm.

* Qua A_1, A_2, A_3 có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau, nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi: $3C_n^3$.

* Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C_n^3$.

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $C^2_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}-\left[n(C_{n-1}^2-1)+5C_n^3\right]$.

Câu 37: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là C_n^2-n.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2-n=135$.

+ Giải PT: $\frac{n!}{(n-2)!2!}-n=135$, $(n\in\mathbb{N},n\geq 2)\Leftrightarrow(n-1)n-2n=270$

$\Leftrightarrow n^2-3n-270=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=18(nhan)\\n=-15(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=18$.

Câu 38: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

A. $n=15$. **B.** $n=27$. **C.** $n=8$. **D.** $n=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2, trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là C_n^2-n.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2-n=135$.

+ Giải PT: $\frac{n!}{(n-2)!2!}-n=135$, $(n\in\mathbb{N},n\geq 2)\Leftrightarrow(n-1)n-2n=270$

$\Leftrightarrow n^2-3n-270=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=18(nhan)\\n=-15(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow n=18$.

Câu 39: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^n=(2n)^k$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^n.

A. n=1 **B.** n=2 **C.** n=3 **D.** n=4

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Giả sử p là một ước nguyên tố của C_{2n}^n và m là số mũ của p trong phân tích tiêu chuẩn C_{2n}^n. Ta chứng minh: $p^m\leq 2n$

Giả sử $p^m>2n\Rightarrow\left[\frac{2n}{p^m}\right]=0$

Và $m=\left(\left[\frac{2n}{p}\right]-2\left[\frac{n}{p}\right]\right)+\left(\left[\frac{2n}{p^2}\right]-2\left[\frac{n}{p^2}\right]\right)+...+\left(\left[\frac{2n}{p^{m-1}}\right]-2\left[\frac{n}{p^{m-1}}\right]\right)$

Mặt khác: $2[x]+2>2x\geq[2x]\Rightarrow[2x]-2[x]\leq 1$

Do đó: $m\leq\underbrace{1+1+...+1}_{m-1\text{ số}}=m-1$ vô lí

Từ đó suy ra $C_{2n}^{n}=(2n)^{k}\Leftrightarrow\begin{cases}k=1\\C_{2n}^{n}=2n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=1\\n=1\end{cases}$.

Câu 40: Cho tập hợp A có n phần tử $(n\geq 4)$. Biết rằng số tập con của A có 8 phần tử nhiều gấp 26 lần số tập con của A có 4 phần tử. Hãy tìm $k\in\{1,2,3,...,n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là nhiều nhất.

A. $k=20$ **B.** $k=11$ **C.** $k=14$ **D.** $k=10$

Hướng dẫn giải:

Ta có

$C_n^8=26C_n^4\Leftrightarrow\dfrac{n!}{8!(n-8)!}=26\dfrac{n!}{4!(n-4)}\Leftrightarrow(n-7)(n-6)(n-5)(n-4)=13.14.15.16$

$\Leftrightarrow n-7=13\Leftrightarrow n=20$. Số tập con gồm k phần tử của A là: $C_{20}^{k}\Rightarrow k=10$ thì C_{20}^{k} nhỏ nhất.

Câu 41: Cho khối lập phương $3\times3\times3$ gồm 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Hướng dẫn giải

Đưa vào hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt phẳng đi qua trung điểm OA và vuông góc OA với $A(3;3;3)$ là $(P):x+y+z-\dfrac{9}{2}=0$. Mặt phẳng này cắt hình lập phương đơn vị nếu điểm $(i;j;k)$ và $(i+1;j+1;k+1)$ nằm về hai phía (P). Vậy

$$\begin{cases}i+j+k-\dfrac{9}{2}<0\\i+1+j+1+k+1-\dfrac{9}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{3}{2}<i+j+k<\dfrac{9}{2}$$

Các họ không thỏa mãn là $i+j+k\leq\dfrac{3}{2}$ hoặc $i+j+k\geq\dfrac{9}{2}$ tức

$S=\{(0;0;0),(0;0;1),(0;1;0),(1;0;0),(1;2;2),(2;1;2),(2;2;1),(2;2;2)\}$.

Vậy có $27-8=19$ khối lập phương bị cắt.

Chọn D.

Câu 42: Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1;2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S. Với mỗi $X\in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X.

Tính $m=\dfrac{\sum_{X\in T}m(X)}{|T|}$.

A. $m=\dfrac{3003}{2}$ **B.** $m=\dfrac{2003}{21}$ **C.** $m=\dfrac{4003}{2}$ **D.** $m=\dfrac{2003}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Với mỗi $k \in \{1, 2, ..., 2002\}$ ta đặt $m_k = \sum m(X)$ ở đây lấy tổng theo $X \in T$ mà $|X| = k$.

Xét phần tử a bất kì ta có a thuộc vào C_{2001}^{k-1} tập con $X \in T$ mà $|X| = k$

Do đó: $km_k = (1 + 2 + ... + 2002) C_{2001}^{k-1} = 2001.2001.C_{2001}^{k-1}$

Suy ra $\sum_{X \in T} m(X) = \sum_{k=1}^{2002} m_k = 1001.2003.\sum_{k=1}^{2002} \frac{C_{2001}^{k-1}}{k} = \frac{2003(2^{2002} - 1)}{2}$

Mặt khác $|T| = 2^{2002} - 1$, do đó: $m = \frac{2003}{2}$.

NHỊ THỨC NEWTON

Câu 43: Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là

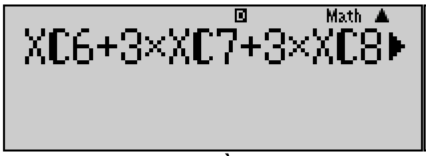
A. $n = 18$. **B.** $n = 16$. **C.** $n = 15$. **D.** $n = 14$.

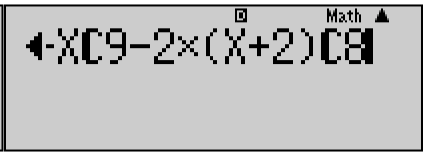
Hướng dẫn giải

Chọn C

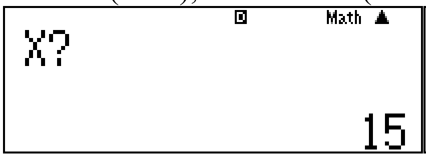
PP sử dụng máy tính để chọn đáp số đúng (PP trắc nghiệm):

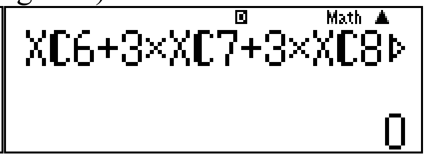
\+ Nhập PT vào máy tính: $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 - 2C_{n+2}^8 = 0$





\+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 18$ (không thoả); với $X = 16$ (không thoả); với $X = 15$ (**thoả**), với $X = 14$ (không thoả)





Câu 44: Tính giá trị của $H = C_{13}^0 - 2C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - ..... - 2^{13}C_{13}^{13}$.

A. $H = 729$. **B.** $H = 1$. **C.** $H = -729$. **D.** $H = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $(1-x)^{13} = C_{13}^0 - C_{13}^1x + C_{13}^2x^2 - .... - C_{13}^{13}x^{13}$.

Áp dụng với $x = 2$ ta được $(1-2)^{13} = C_{13}^0 - 2^1C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - .... - 2^{13}C_{13}^{13}$.

Suy ra $H = -1$.

Câu 45: Tính tổng $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2018.2^{2017}$.

A. $S = 2017.2^{2018} + 1$. **B.** $S = 2017.2^{2018}$.

C. $S = 2018.2^{2018} + 1$. **D.** $S = 2019.2^{2018} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

**** Phân tích:***

\- Có thể làm theo cách trắc nghiệm bằng cách tính $S = 1 + 2.2 + 3.2^2$ và tương ứng với bộ (hệ số, số mũ) =(3, 2) vào các phương án trả lời, suy ra **Chọn A.**

\- Bài toán tổng quát: Tính tổng $S = a_0 + a_1.q^1 + a_2.q^2 + a_3.q^3 + ... + a_n.q^n$ với $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ lập thành một cấp số cộng. Phương pháp để tính S là nhân cả 2 vế với q rồi trừ vế với vế, sử dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của một cấp số nhân là xong.

Hướng dẫn giải:

\- Ta có: $S = 1 + 2.2^1 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2018.2^{2017}$

$\Rightarrow 2.S = \quad 1.2^1 + 2.2^2 + 3.2^3 + ... + 2017.2^{2017} + 2018.2^{2017}$

\- Trừ vế với vế của hai biểu thức trên ta được:

$S - 2S = 1 + \left(2^1 + 2^2 + ... + 2^{2017}\right) - 2018.2^{2018}$

$=1+2\dfrac{2^{2017}-1}{2-1}-2018.2^{2017}=1+2^{2018}-2-2018.2^{2018}$

$=-2017.2^{2018}-1$

$\Rightarrow S=2017.2^{2018}+1..$

Câu 46: $S_2=C_{2011}^0+2^2C_{2011}^2+...+2^{2010}C_{2011}^{2010}$

A. $\dfrac{3^{2011}+1}{2}$ **B.** $\dfrac{3^{211}-1}{2}$ **C.** $\dfrac{3^{2011}+12}{2}$ **D.** $\dfrac{3^{2011}-1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét khai triển:

$(1+x)^{2011}=C_{2011}^0+xC_{2011}^1+x^2C_{2011}^2+...+x^{2010}C_{2011}^{2010}+x^{2011}C_{2011}^{2011}$

Cho $x=2$ ta có được:

$3^{2011}=C_{2011}^0+2.C_{2011}^1+2^2C_{2011}^2+...+2^{2010}C_{2011}^{2010}+2^{2011}C_{2011}^{2011}$ (1)

Cho $x=-2$ ta có được:

$-1=C_{2011}^0-2.C_{2011}^1+2^2C_{2011}^2-...+2^{2010}C_{2011}^{2010}-2^{2011}C_{2011}^{2011}$ (2)

Lấy (1) + (2) ta có:

$2\left(C_{2011}^0+2^2C_{2011}^2+...+2^{2010}C_{2011}^{2010}\right)=3^{2011}-1$

Suy ra: $S_2=C_{2011}^0+2^2C_{2011}^2+...+2^{2010}C_{2011}^{2010}=\dfrac{3^{2011}-1}{2}$.

Câu 47: Số hạng thứ 3 của khai triển $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $\left(1+x^3\right)^{30}$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

$\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.(2x)^{n-k}.\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^k$.

Vì số hạng thứ ba của khai triển trên ứng với $k=2$ nên số hạng thứ ba của khai triển là $C_n^2.2^{n-2}.x^{n-6}$.

Mà số hạng thứ ba của khai triển không chứa x nên $n-6=0\Leftrightarrow n=6$.

Số hạng thứ 2 của khai triển $\left(1+x^3\right)^{30}$ là $C_{30}^1.x^3=30x^3$.

Khi đó ta có $C_6^2.2^4=30.x^3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 48: Trong khai triển $\left(1+x\right)^n$ biết tổng các hệ số $C_n^1+C_n^2+C_n^3+.....+C_n^{n-1}=126$. Hệ số của x^3 bằng

A. 15. **B.** 21. **C.** 35. **D.** 20.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

$\left(1+x\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.x^k$.

Thay $x=1$ vào khai triển ta được

$\left(1+1\right)^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^{n-1}+C_n^n=1+126+1=128\Leftrightarrow 2^n=128\Leftrightarrow n=7$.

Hệ số của x^3 bằng $C_7^3=35$.

Câu 49: Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt{10}+\sqrt[8]{3}\right)^{300}$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 39.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

$\left(\sqrt{10}+\sqrt[8]{3}\right)^{300}=\sum\limits_{k=0}^{300}C_{300}^k\left(\sqrt{10}\right)^{300-k}.\left(\sqrt[8]{3}\right)^k$.

Các số hạng hữu tỉ sẽ thỏa mãn $\begin{cases}300-k\,\vdots\,2\\ k\,\vdots\,8\end{cases}\Leftrightarrow k\,\vdots\,8$.

Từ 0 đến 300 có 38 số chia hết cho 8.

Câu 50: Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^9$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_9^k\left(\sqrt{3}\right)^{9-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên thì $\begin{cases}k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 9\\ \left(9-k\right)\vdots\,2\\ k\,\vdots\,3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=3\Rightarrow T_4=C_9^3\left(\sqrt{3}\right)^6\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=4536\\ k=9\Rightarrow T_{10}=C_9^9\left(\sqrt{3}\right)^0\left(\sqrt[3]{2}\right)^9=8\end{array}\right.$

Vậy trong khai triển có hai số hạng nguyên là $T_4=4536$ và $T_{10}=8$.

Câu 51: Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức

$P\left(x\right)=\left(2x+1\right)^{13}=a_0x^{13}+a_1x^{12}+...+a^{13}$.

A. 8. **B.** 4536. **C.** 4528. **D.** 4520.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có số hạng tổng quát sau khi khai triển nhị thức $\left(2x+1\right)^{13}$ là $a_n=C_{13}^n.2^{13-n}$.

$\Rightarrow a_{n-1}=C_{13}^{n-1}.2^{14-n},\ \left(n=1,2,3,...,13\right)$

Xét bất phương trình với ẩn số n ta có $a_{n-1}\le a_n\Leftrightarrow C_{13}^{n-1}.2^{14-n}\le C_n^{13}.2^{13-n}$

$\Leftrightarrow\dfrac{2.13!}{\left(n-1\right)!\left(14-n\right)!}\le\dfrac{13!}{n!\left(13-n\right)!}\Leftrightarrow\dfrac{2}{14-n}\le\dfrac{1}{n}\Leftrightarrow n\le\dfrac{14}{3}\notin\mathbb{N}.$

Do đó bất đẳng thức $a_{n-1}\le a_n$ đúng với $n\in\left\{1,\ 2,\ 3,\ 4\right\}$ và dấu đẳng thức không không xảy ra.

Ta được $a_0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$ và $a_4>a_5>a_6>...>a_{13}$

Từ đây ta có hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển nhị thức là

$a_4 = C_{13}^4.2^9 = 366080.$

Câu 52: Hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $P(x) = \left(3x^2 + x + 1\right)^{10}$ là:

A. 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Với $0 \le q \le p \le 10$ thì số hạng tổng quát của khai triển $P(x) = \left(3x^2 + x + 1\right)^{10}$ là:

$T_p = C_{10}^p.C_p^q.(3x^2)^{10-p}.(x)^{p-q}.1^q = C_{10}^p.C_p^q.3^{10-p}.(x)^{p-q+20-2p}$

Theo đề bài thì $p - q + 20 - 2p = 4 \Leftrightarrow p + q = 16$

Do $0 \le q \le p \le 10$ nên $(p;q) \in \{(8;8);(9;7);(10;6)\}$.

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển $P(x) = \left(3x^2 + x + 1\right)^{10}$ là:

$C_{10}^8.C_8^8.3^{10-8} + C_{10}^9.C_9^7.3^{10-9} + C_{10}^{10}.C_{10}^6.3^{10-10} = 1695$.

Câu 53: Tìm số hạng chứa x^{13} trong khai triển thành các đa thức của $\left(x + x^2 + x^3\right)^{10}$ là:

A. 135. **B.** 45. **C.** $135x^{13}$. **D.** $45x^{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $0 \le q \le p \le 10$ thì số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + x^2 + x^3\right)^{10}$ là:

$T_p = C_{10}^p.C_p^q.(x)^{10-p}.(x^2)^{p-q}.(x^3)^q = C_{10}^p.C_p^q.3^{10-p}.(x)^{10+p+q}$

Theo đề bài thì $10 + p + q = 13 \Leftrightarrow p + q = 3$

Do $0 \le q \le p \le 10$ nên $(p;q) \in \{(2;1);(3;0)\}$.

Vậy hệ số của x^{13} trong khai triển là: $C_{10}^2.C_2^1 + C_{10}^3.C_3^0 = 210$.

Câu 54: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $S_1 = 1C_n^1 + 2C_n^2 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = n2^{n-1}$.

B. $S_2 = 1.2.C_n^1 + 2.3.C_n^2 + ... + (n-1).n.C_n^n = (n-1).n.C_{n-2}^{k-2}$.

C. $S_3 = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + (n-1)^2C_n^{n-1} + n^2C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$.

D. $S_4 = \dfrac{C_n^0}{1} + \dfrac{C_n^1}{2} + \dfrac{C_n^2}{3} + ... + \dfrac{C_n^{n-1}}{n} + \dfrac{C_n^n}{n+1} = \dfrac{1}{n+1}(2^n - 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng giải được.

Tôi xin giới thiệu cách chứng minh cụ thể như sau:

Với A: Ta sẽ dùng đẳng thức $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$$S_1 = 1C_n^1 + 2C_n^2 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} nC_{n-1}^{k-1} = n(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + ... + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}) = n(1+1)^{n-1} = n.2^{n-1}$$

Vậy A đúng.

Với B: Ta sẽ dùng đẳng thức $(k-1)kC_n^k = (n-1)nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$S_2 = 1.2C_n^1 + 2.3C_n^2 + ... + (n-1).nC_n^{n-1} = \sum_{k=2}^{n}(k-1)kC_n^k = \sum_{k=2}^{n}(n-1)nC_{n-2}^{k-2}$

$= (n-1)n(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + ... + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}) = (n-1)n.2^{n-2}$

Vậy B đúng.

Với C: Ta có $k^2C_n^k = (n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có: $S_3 = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 \ldots + (n-1)^2 C_n^{n-1} + n^2C_n^n$.

$= \sum_{k=1}^{n} k^2C_n^k = \sum_{k=1}^{n}\left[(n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}\right]$.

$= (n-1)n\left(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + C_{n-2}^2 + ... + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}\right) + n\left(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + ... + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}\right)$

.

$= (n-1)n2^{n-2} + n2^{n-1} = n(n+1)2^{n-2}$..

Vậy C đúng.

Chọn D.

Đọc thêm tính tổng S_4: Các số hạng của S_4 có dạng $\frac{C_n^k}{k+1}$ nên ta sẽ dùng đẳng thức $\frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$.

Khi đó ta có: $S_4 = \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + ... + \frac{C_n^{n-1}}{n} + \frac{C_n^n}{n+1} = \sum_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{k+1} = \sum_{k=0}^{n}\frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$.

$= \frac{1}{n+1}\left(C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + ... + C_{n+1}^n + C_{n+1}^{n+1}\right) = \frac{1}{n+1}\left(2^{n+1} - C_{n+1}^0\right) = \frac{1}{n+1}\left(2^{n+1} - 1\right)$.

Câu 55: Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau $C_{23}^0; C_{23}^1; \ldots; C_{23}^{13}$ có giá trị là

A. 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử 3 số $C_{23}^n; C_{23}^{n+1}; C_{23}^{n+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$2C_{23}^{n+1} = C_{23}^n + C_{23}^{n+2}$.

$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{23}^n + C_{23}^{n+2}$

$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{25}^{n+2}$.

$\Leftrightarrow \frac{4.23!}{(n+1)!(22-n)!} = \frac{25!}{(n+2)!(23-n)!}$.

$\Rightarrow (n+2)(23-n) = 150 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 8\ (tm) \\ n = 13\ (l) \end{array}\right.$.

Vậy $C_{23}^8 + C_{23}^9 + C_{23}^{10} = 2451570$.

Câu 56: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x} - 1\right)^{10}$ là

A. 1951. **B.** 1950. **C.** 3150. **D.** -360.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(x^2+\frac{1}{x}-1\right)^{10}$ là

$T_p=C_{10}^pC_p^q\left(x^2\right)^{10-p}\left(\frac{1}{x}\right)^{p-q}(-1)^q=C_{10}^pC_p^q(-1)^q x^{20+q-3p}$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $20+q-3p=0\Leftrightarrow 3p-q=20$. Mà $0\le q\le p\le n$ và $q,p,n\in\mathbb{N}$ nên $(p;q)\in\{(7;1),(8;4)(9;7),(10;10)\}$. Lúc này số hạng không chứa x trong khai triển là

$(-1)^1C_{10}^7C_7^1+(-1)^4C_{10}^8C_8^4+(-1)^{10}C_{10}^{10}C_{10}^{10}+(-1)^7C_{10}^9C_9^7=1951$

Câu 57: Số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3-x^2-1\right)^8$ là

A. $168x^8$. **B.** 168. **C.** $238x^8$. **D.** 238.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(x^3-x^2-1\right)^8$ là

$T_p=C_8^pC_p^q\left(x^3\right)^{8-p}\left(-x^2\right)^{p-q}(-1)^q=C_8^pC_p^qx^{24-3p}x^{2p-2q}(-1)^p$

Ta có: $24-3p+2p-2q=8\Leftrightarrow 24-p-2q=8\Leftrightarrow p+2q=16$. Suy ra $(p;q)\in\{(8;4)(6;5)\}$. Lúc này hệ số của x^8 trong khai triển là

$C_8^8C_8^4(-1)^8+C_{10}^6C_6^5(-1)^6=238$

Câu 58: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1+x+\frac{1}{x}\right)^n$ biết $n\ge 2$ là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-2}=14-14n.$

A. 73789. **B.** 73788. **C.** 72864. **D.** 56232.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $A_n^2-C_{n+1}^{n-2}=14-14n\Leftrightarrow n(n-1)-\frac{(n-1)n(n+1)}{6}=14-14\text{n}$

$\Leftrightarrow(n-1)\left[n-\frac{n(n+1)}{6}+14\right]=0\Leftrightarrow(n-1)\left(n^2-5n-84\right)=0\Leftrightarrow n=12$ vì $n\ge 2$.

Lúc này ta có $\left(1+x+\frac{1}{x}\right)^n=\left(1+x+\frac{1}{x}\right)^{12}$

Từ công thức tổng quát tam thức Newton ta có với $0\le q\le p\le 12$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $\left(1+x+\frac{1}{x}\right)^{12}$ là

$T_p=C_{12}^pC_p^q1^{12-p}(x)^{p-q}\left(\frac{1}{x}\right)^q=C_{12}^pC_p^qx^{p-q-q}=C_{12}^pC_p^qx^{p-2q}$

Ta có: $p-2q=0 \Leftrightarrow p=2q$. Kết hợp với điều kiện ở trên ta có:
$(p;q)\in\{(0;0),(2;1)(4;2),(6;3),(8;4),(10;5),(12;6)\}$. Suy ra số hạng không chứa x là $C_{12}^0C_0^0+C_{12}^2C_2^1+C_{12}^4C_4^2+C_{12}^6C_6^3+C_{12}^8C_8^4+C_{12}^{10}C_{10}^5+C_{12}^{12}C_{12}^6=73789$

Câu 59: Cho khai triển: $(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}, n\ge 2$ với $a_0,a_1,a_2,...,a_{2n}$ là các hệ số. Tính tổng $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}$ biết $\dfrac{a_3}{14}=\dfrac{a_4}{41}$.

A. $S=3^{10}$. **B.** $S=3^{12}$. **C.** $S=2^{10}$. **D.** $S=2^{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có: $P(x)=(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$

Thay $x=1$ ta được $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}=P(1)=3^n$. Như vậy ta chỉ cần xác định được n

Với $0\le q\le p\le n$ thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức $(1+x+x^2)^n$ là

$T_p=C_n^pC_p^q1^{n-p}x^{p-q}(x^2)^q=C_n^pC_p^qx^{p+q}$

Hệ số của x^3 ứng với: $\begin{cases}p+q=3\\0\le q\le p\le n\end{cases}\Rightarrow(p;q)\in\{(3;0),(2;1)\}$.

Suy ra $a_3=C_n^3C_3^0+C_n^2C_2^1=C_n^3+2C_n^2$.

Hệ số của x^4 ứng với: $\begin{cases}p+q=4\\0\le q\le p\le n\end{cases}\Rightarrow(p;q)\in\{(4;0),(3;1),(2;2)\}$.

Suy ra $a_4=C_n^4C_4^0+C_n^3C_3^1+C_n^2C_2^2=C_n^4+3C_n^3+C_n^2$.

$$\frac{a_3}{14}=\frac{a_4}{41}\Leftrightarrow\frac{1}{14}\frac{n(n-1)(n+4)}{6}=\frac{1}{41}\left(\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}+\frac{n(n-1)(n-2)}{2}+\frac{n(n-1)}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{14}\frac{(n+4)}{3}=\frac{1}{41}\left(\frac{n^2-5n+6}{12}+n-1\right)\Leftrightarrow 7n^2-33n-370=0\Leftrightarrow n=10.$$

Vậy $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}=3^{10}$

Câu 60: Số lớn nhất trong các số $C_{16}^0;C_{16}^1;C_{16}^2;...;C_{16}^{15};C_{16}^{16}$ là

A. C_{16}^7. **B.** C_{16}^6. **C.** C_{16}^9. **D.** C_{16}^8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $C_n^k=C_n^{n-k}$ nên ta có $\{C_{16}^0,C_{16}^1,...,C_{16}^8\}=\{C_{16}^{16},C_{16}^{15},...,C_{16}^8\}$, suy ra ta chỉ cần tìm số lớn nhất trong các số $C_{16}^0,C_{16}^1,...,C_{16}^7,C_{16}^8$. Bằng tính toán trực tiếp, ta có

$C_{16}^0=1,C_{16}^1=16,C_{16}^2=120,C_{16}^3=560,C_{16}^4=1820,C_{16}^5=4368,C_{16}^6=8008,C_{16}^7=11440,C_{16}^8=12870$

Như vậy $C_{16}^0<C_{16}^1<C_{16}^2<...<C_{16}^7<C_{16}^8$

Do đó: $C_{16}^8=\max\{C_{16}^0;C_{16}^1;C_{16}^2;...;C_{16}^{15};C_{16}^{16}\}$

Câu 61: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-3C_n^{n-1}=11n.$

Xét khai triển $P(x)=(x+2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Hệ số lớn nhất của $P(x)$ là

A. $C_{15}^5.2^{11}$. **B.** $C_{15}^5.2^{10}$. **C.** 252. **D.** 129024

.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$A_n^2-3.C_n^{n-1}=11n\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!}-3n=11n.$

$\Leftrightarrow n(n-1)-3n=11n\Leftrightarrow n=15.$

$(x+2)^{15}=\sum\limits_{k=0}^{15}C_{15}^k x^k.2^{15-k}$

Xét bất phương trình: $a_k\le a_{k+1}\Leftrightarrow C_{15}^k.2^{15-k}\le C_{15}^{k+1}.2^{14-k}\Leftrightarrow$

$2\dfrac{15!}{k!.(15-k)!}\le 2\dfrac{15!}{(k+1)!.(14-k)!}\Leftrightarrow$

$\dfrac{2}{15-k}\le\dfrac{1}{k+1}\Leftrightarrow k\le\dfrac{13}{3},k\in N\Rightarrow k\in\{0,1,2,3,4\}$

Từ đây ta có: $\begin{cases}a_k\le a_{k+1}\forall k\in\{0,1,2,3,4\}\\ a_k=a_{k+1}\Leftrightarrow k=\dfrac{13}{3},k\notin N\\ a_k>a_{k+1}\forall k\in\{5;6;....15\}\end{cases}$

Do đó: $a_0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5>a_6>a_7>...>a_{15}$

Vậy $a_5=max\left\{a_i\,\middle|\,i=\overline{0,15}\right\}=C_{15}^5.2^{10}$

Câu 62: Giả sử $P(x)=(2x+1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ thỏa mãn

$a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+...+\dfrac{a_n}{2^n}=2^{12}$. Hệ số lớn nhất trong các hệ số $\{a_0,a_1,a_2,...,a_n\}$ là

A. 126720. **B.** 495. **C.** 256. **D.** 591360

.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$2^{12}=a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+......+\dfrac{a^n}{2^n}=a_0+a_1\left(\dfrac{1}{2}\right)+a_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+...+a_n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

$=P\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(1+2.\dfrac{1}{2}\right)^n=2^n$

$\Rightarrow n=12$

$(2x+1)^{12}=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k(2x)^k=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k.x^k2^k.$

$\Rightarrow a_k=C_{12}^k.2^k\forall k\overline{0,12}\Rightarrow a_k\le a_{k+1}\Leftrightarrow C_{12}^k.2^k\le C_{12}^{k+1}.2^{k+1}$

$$\frac{12!}{k!.(12-k)!} \le \frac{12!}{(k+1)!.(11-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12-k} \le \frac{2}{k+1}$$

$$\Leftrightarrow k \le \frac{23}{3}, k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \in \{0,1,2,3,...7\}$$

Từ đây ta có: $\begin{cases} a_k \le a_{k+1} \forall k \in \{0,1,2,3,...7\} \\ a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow k = \dfrac{23}{3}, k \notin N \\ a_k > a_{k+1} \forall k \in \{8;9;....11\} \end{cases}$

Do đó: $a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < ..... < a_8 > a_9 > .... > a_{12}$

Vậy $a_5 = max\left\{a_i \left| i = \overline{0,12}\right.\right\} = C_{12}^8.2^8$

Câu 63: Cho khai triển $(x+2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm tất cả các giá trị của n để $\max\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n\} = a_{10}$.

A. $\{29;30;31;32\}$. **B.** 12. **C.** $\{12;13;14;15\}$. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử n là số nguyên dương sao cho:

$max\{a_0, a_1, ...a_n\} = a_{10}$

Theo công thức khai triển newton ta có:

$$P(x) = (x+2)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k 2^{n-k} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k .x^k 2^k.$$

$$\Rightarrow a_k = C_n^k.2^{n-k} \forall k\overline{0,n}$$

Ta có: $a_{10} = max\{a_0, a_1, ...a_n\} \Leftrightarrow \begin{cases} a_9 \le a_{10} \\ a_{10} \ge a_{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_n^9.2^{n-9} \le C_n^{10}.2^{n-10} \\ C_n^{10}.2^{n-10} \ge C_n^{11}.2^{n-11} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{n-9} \le \dfrac{1}{10} \\ \dfrac{1}{11} \le \dfrac{2}{n-10} \end{cases} \Leftrightarrow 29 \le n \le 32$$

Các phép biến đổi trên là đương tương nên ta không cần phải thử lại các giá trị trên.

Vậy $n \in \{29, 30, 31, 32\}$ là tất cả các giá trị thỏa mãn bài toán (thử lại thấy thỏ mãn).

Câu 64: Cho n là số nguyên dương. Gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n sao cho $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 4$. **D.** $n = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức khai triển Newton ta có:

$\left(x^2+1\right)^n\left(x+2\right)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{2k}\right)\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^i x^i 2^{n-i}\right)$.

Số hạng chứa 3^{3n-3} tương ứng với cặp (k,i) thỏa mãn:

$\begin{cases}2k+i=3n-3\\0\le k;i\le n\end{cases}\Rightarrow (k;i)\in\{(n,n-3);(n-1,n-1)\}$

Do đó hệ số của 3^{3n-3} là: $a_{3n-3}=C_n^n.2^3.C_n^{n-3}+C_n^{n-1}.2^1.C_n^{n-1}=8C_n^3+2n^2=26n$

$\Leftrightarrow 8\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}+2n^2=26n\Rightarrow 2n^2-3n-35=0\Rightarrow n=5$

Câu 65: Tính tổng $S=\dfrac{1}{2!2017!}+\dfrac{1}{4!2015!}+\dfrac{1}{6!2013!}+...+\dfrac{1}{2016!3!}+\dfrac{1}{2018!}$ theo n ta được

A. $S=\dfrac{2^{2018}-1}{2017!}$. **B.** $S=\dfrac{2^{2018}-1}{2017}$. **C.** $S=\dfrac{2^{2018}}{2017!}$. **D.** $S=\dfrac{2^{2018}}{2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Các số hạng của S có dạng:

$\dfrac{1}{(2k)!(2019-2k)!}=\dfrac{1}{2019!}\dfrac{2019!}{(2k)!(2019-2k)!}=\dfrac{1}{2019!}C_{2019}^{2k}$.

Do đó $\Rightarrow 2019!S=C_{2019}^2+C_{2019}^4+...+C_{2019}^{2016}+C_{2019}^{2018}$.

Nhận thấy C_{2019}^{2k} là hệ số của x^{2k} trong khai triển $(x+1)^{2019}$.

Vì vậy xét $P(x)=(x+1)^{2019}$, theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

$P(x)=(x+1)^{2019}=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}$

Từ đó ta có:

$P(1)=C_{2019}^0+C_{2019}^1+C_{2019}^2+...+C_{2019}^{2019}$.

$P(-1)=C_{2019}^0-C_{2019}^1+C_{2019}^2-...+C_{2019}^{2018}-C_{2019}^{2019}$

Suy ra: $2019!S+1=C_{2019}^0+C_{2019}^2+C_{2019}^4+...+C_{2019}^{2018}=\dfrac{P(1)+P(-1)}{2}=2^{2018}$

$\Leftrightarrow S=\dfrac{2^{2018}-1}{2019!}$

Câu 66: Cho số nguyên $n\ge 3$. Giả sử ta có khai triển $(x-1)^{2n}+x(x+1)^{2n-1}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Biết $T=a_0+a_2+...+a_{2n}=768$. Tính a_5.

A. $126x^5$. **B.** $-126x^5$. **C.** 126. **D.** -126.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có:

$P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$.

Khi đó $P(1)=a_0+a_1+a_2+...+a_{2n}$ và $P(-1)=a_0-a_1+a_2-...+a_{2n}$.

Suy ra $T = a_0 + a_2 + ... + a_{2n} = \dfrac{P(1)+P(-1)}{2} = \dfrac{2^{2n-1}+2^{2n}}{2} = 3.2^{2n-2}$

$\Rightarrow 768 = 3.2^{2n-2} \Leftrightarrow n = 5$

Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

$$P(x) = (x-1)^{2n} + x(x+1)^{2n-1} = \sum_{k=1}^{2n} C_{2n}^k x^k (-1)^{2n-k} + x\sum_{k=1}^{2n-1} C_{2n-k}^k x^k$$

$$= \sum_{k=1}^{2n} C_{2n}^k x^k (-1)^{2n-k} + \sum_{k=1}^{2n} C_{2n-k}^{k-1} x^k = 1 + \sum_{k=1}^{2n}\left(C_{2n}^k (-1)^k + C_{2n-1}^{k-1}\right)x^k = 1 + \sum_{k=1}^{10}\left(C_{10}^k (-1)^k + C_9^{k-1}\right)x^k$$

.

Vậy $a_5 = C_{10}^5 (-1)^5 + C_9^4 = -126.$

Câu 67: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$\frac{C_n^1}{2} - \frac{2C_n^2}{2^2} + \frac{3C_n^3}{2^3} - ... + (-1)^{n-2}\frac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}} + (-1)^{n-1}\frac{nC_n^n}{2^n} = \frac{1}{32}$$

A. $n = 10$. **B.** $n = 9$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Các số hạng của tổng vế trái có dạng:

$$(-1)^{k-1}\frac{kC_n^k}{2^k} = (-1)^{k-1}\frac{nC_{n-1}^{k-1}}{2^k} = \frac{n}{2}C_{n-1}^{k-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

Do đó ta có:

$$\frac{C_n^1}{2} - \frac{2C_n^2}{2^2} + \frac{3C_n^3}{2^3} - ... + (-1)^{n-2}\frac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}} + (-1)^{n-1}\frac{nC_n^n}{2^n} = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{kC_n^k}{2^k}$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\frac{n}{2}C_{n-1}^{k-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1} = \frac{n}{2}\sum_{k=1}^{n-1}C_{n-1}^{k}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k} = \frac{n}{2}\left(-\frac{1}{2}+1\right)^{n-1} = \frac{n}{2^n}.$$

Như vậy ta cần dùng số nguyên dương n thỏa mãn: $\dfrac{n}{2^n} = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow 2^{n-5} = n \Leftrightarrow n = 8$.

Câu 68: Cho $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + n(n+1)(n+2)$. Kết quả biểu diễn S theo n là

A. $S = \dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$. **B.** $S = \dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$.

C. $S = \dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{4}$. **D.** $S = n(n+1)(n+2)(n+3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Ta có

$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

$C_{n-1}^k = C_{n-2}^k + C_{n-2}^{k-1}$

$C_{n-2}^k = C_{n-3}^k + C_{n-3}^{k-1}$

....

$C_{k+1}^k = C_k^k + C_k^{k-1}$

$C_k^k = C_{k-1}^k + C_{k-1}^{k-1}$

Cộng các đẳng thức trên vế theo vế ta được:

$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + ... + C_k^{k-1} + C_{k-1}^{k-1}$ $(*)$

Ta có: $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + n(n+1)(n+2) = \sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)$

$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(k+2)!}{(k-1)!} = 6\sum_{k=1}^{n} \frac{(k+2)!}{3!(k-1)!} = 6\sum_{k=1}^{n} C_{k+2}^3 = 6\left(C_3^3 + C_4^3 + ... + C_{n+1}^3 + C_{n+2}^3\right)$.

Áp dụng câu $(*)$ với $k = 4$, thay n bởi $n+3$ ta được:

$C_3^3 + C_4^3 + ... + C_{n+1}^3 + C_{n+2}^3 = C_{n+3}^4$

Vậy $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + n(n+1)(n+2) = 6C_{n+3}^4 = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

Cách 2: Với bài toán này ta có thể dùng máy tính để thử trường hợp riêng.

Câu 69: Trong khai triển của $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \le k \le 10$).

A. $a_{10} = 3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **B.** $a_5 = 3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **C.** $a_4 = 3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$ **D.** $a_9 = 3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\frac{1}{3}\right)^{15-k} \left(\frac{2}{3}x\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \frac{2^k}{3^{15}} x^k$

Hệ số của x^k trong khai triển $a_k = \frac{1}{3^{15}} C_{15}^k 2^k$

Ta có: $a_{k-1} < a_k \Leftrightarrow C_{15}^{k-1} 2^{k-1} < C_{15}^k 2^k \Leftrightarrow C_{15}^{k-1} < 2C_{15}^k$

$\Leftrightarrow k < \frac{32}{3} \Rightarrow k \le 10$. Từ đó: $a_0 < a_1 < ... < a_{10}$

Đảo dấu bất đẳng thức trên, ta được:

$a_{k-1} < a_k \Leftrightarrow k > \frac{32}{3} \Rightarrow a_{10} > a_{11} > ... > a_{15}$

Vậy hệ số lớn nhất phải tìm là: $a_{10} = \frac{2^{10}}{3^{15}} C_{15}^{10} = 3003\frac{2^{10}}{3^{15}}$.

Câu 70: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{2} + ... + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^n$ là $C_n^k.2^k.x^k$, $0 \le k \le n$, $k \in \mathbb{N}$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^k là $C_n^k.2^k \Rightarrow a_k = C_n^k.2^k$.

Khi đó, ta có

$a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096 \Leftrightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096 \Leftrightarrow (1+1)^n=4096 \Leftrightarrow n=12$

.

Dễ thấy a_0 và a_n không phải hệ số lớn nhất. Giả sử a_k $(0<k<n)$ là hệ số lớn nhất trong các hệ số a_0, $a_1,a_2,...,a_n$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k.2^k \ge C_{12}^{k+1}.2^{k+1} \\ C_{12}^k.2^k \ge C_{12}^{k-1}.2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12!}{k!.(12-k)!} \ge \frac{12!.2}{(k+1)!.(12-k-1)!} \\ \frac{12!}{k!.(12-k)!} \ge \frac{12!}{(k-1)!.(12-k+1)!}.\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \ge \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \ge \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1-2(12-k) \ge 0 \\ 26-3k \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \ge \frac{23}{3} \\ k \le \frac{26}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \le k \le \frac{26}{3}$$

Do $k \in \mathbb{N} \Rightarrow k=8$

Vậy hệ số lớn nhất là $a_8=C_{12}^8.2^8=126720$.

Câu 71: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất?

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 924. **D.** 792.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^n$ là $C_n^k.2^k.x^k$, $0 \le k \le n$, $k \in \mathbb{N}$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^k là $C_n^k.2^k \Rightarrow a_k=C_n^k.2^k$.

Khi đó, ta có

$$a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096 \Leftrightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096$$

$$\Leftrightarrow (1+1)^n=4096 \Leftrightarrow n=12$$

Dễ thấy a_0 và a_n không phải hệ số lớn nhất. Giả sử a_k $(0<k<n)$ là hệ số lớn nhất trong các hệ số a_0, $a_1,a_2,...,a_n$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k.2^k \ge C_{12}^{k+1}.2^{k+1} \\ C_{12}^k.2^k \ge C_{12}^{k-1}.2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12!}{k!.(12-k)!} \ge \frac{12!.2}{(k+1)!.(12-k-1)!} \\ \frac{12!}{k!.(12-k)!} \ge \frac{12!}{(k-1)!.(12-k+1)!}.\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \ge \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \ge \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1-2(12-k) \ge 0 \\ 26-3k \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \ge \frac{23}{3} \\ k \le \frac{26}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \le k \le \frac{26}{3}.$$

Do $k \in \mathbb{N} \Rightarrow k=8$.

Vậy hệ số lớn nhất là $a_8=C_{12}^8.2^8=126720$.

Câu 72: Tính tổng $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

A. C_{2n}^n. **B.** C_{2n}^{n-1}. **C.** $2C_{2n}^n$. **D.** C_{2n-1}^{n-1}

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $(x+1)^n(1+x)^n=(x+1)^{2n}$.

Vế trái của hệ thức trên chính là:

$\left(C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}+...+C_n^n\right)\left(C_n^0+C_n^1x+...+C_n^nx^n\right)$

Và ta thấy hệ số của x^n trong vế trái là

$\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2$

Còn hệ số của x^n trong vế phải $(x+1)^{2n}$ là C_{2n}^n

Do đó $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\left(C_n^2\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2=C_{2n}^n$.

Câu 73: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-2}. **B.** 2^{n-1}. **C.** 2^{2n-2}. **D.** 2^{2n-1}.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Xét khai triển $(x+1)^{2n}=C_{2n}^0x^{2n}+C_{2n}^1x^{2n-1}+C_{2n}^2x^{2n-2}+...+C_{2n}^{2n}$.

Thay $x=1$ vào khai triển ta được $2^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}$ (1).

Thay $x=-1$ vào khai triển ta được :

$0=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-...+C_{2n}^{2n}\Leftrightarrow C_{2n}^0+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}=C_{2n}^1+C_{2n}^3+....C_{2n}^{2n-1}$ (2)

.

Từ (1) và (2) suy ra $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+.....+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

Câu 74: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng?

A. 27 **B.** 28 **C.** 29 **D.** 32

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^k(-1)^kx^{20-3k}+\sum\limits_{i=0}^{10}C_{10}^i(-1)^ix^{30-4i}$. Khai triển này bao gồm tất cả $21+11=32$ số hạng. Tuy nhiên ta xét các số hạng bị trùng lũy thừa của nhau.

Ta có: $20-3k=30-4i\Leftrightarrow\boxed{4i-3k=10}$ do đó k phải là số chẵn nhưng không chia hết cho 4. Ta có bảng:

k	2	6	10	14	18
i	4	7	10	13 (L)	16 (L)

Vậy có 3 cặp số hạng sau khi khai triển trùng lũy thừa của nhau.

Chọn C.

Câu 75: Cho khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Biết $S=|a_1|+2|a_2|+...+n|a_n|=34992$, tính giá trị của biểu thức $P=a_0+3a_1+9a_2+...+3^na_n$?

A. 390625 **B.** -78125 **C.** -1953125 **D.** 9765625

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(1+2x)^n = |a_0| + |a_1|x + |a_2|x^2 + ... + |a_n|x^n$ do vậy lấy đạo hàm hai vế ta được:

$2n(1+2x)^{n-1} = |a_1| + 2|a_2|x + ... + n|a_n|x^{n-1}$

Thay $x=1$ vào khai triển trên ta được:

$2n.3^{n-1} = |a_1| + 2|a_2| + ... + n|a_n| = 34992 \Rightarrow \boxed{n=8}$

Vậy với $n=8$ ta có: $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + ... + 3^n a_n = (1-2.3)^8 = 390625$.

Chọn A.

Câu 76: Cho đa thức: $P(x) = (x+1)^8 + (x+1)^9 + (x+1)^{10} + (x+1)^{11} + (x+1)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8.

A. 715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

Hướng dẫn giải:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton vào bài toán ta có:

$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k.x^k$

Hệ số của số hạng chứa x^k là: C_n^k. Áp dụng vào bài tập ta thấy hệ số a_8 chính là tổng tất cả hệ số của số hạng chứa x^8. Vậy hệ số a_8 trong khai triển *P(x)* là:

$C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715.$

Câu 77: Tìm số tất cả tự nhiên *n* thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n=100$ **B.** $n=98$ **C.** $n=99$ **D.** $n=101$

Hướng dẫn giải:

Ta có $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1}\left(\frac{C_{n+1}^1}{2} + \frac{C_{n+1}^2}{3} + \frac{C_{n+1}^3}{4} + ... + \frac{C_{n+1}^{n+1}}{(n+2)}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + ... + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}\left(C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + ... + C_{n+2}^{n+2}\right) = \frac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

.

Khi đó: $= \frac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow \boxed{n=98}$

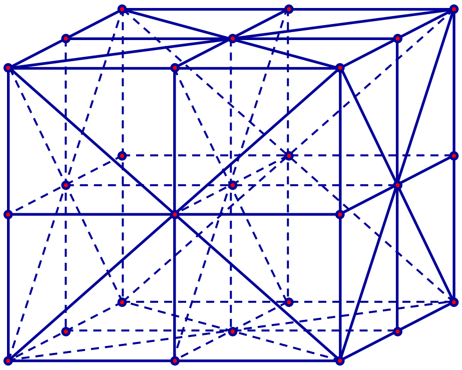
Câu 78: Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876. **B.** 2898. **C.** 2915. **D.** 2012.

Hướng dẫn giải:

Có tất cả 27 điểm. Chọn 3 điểm trong 27 có $C_{27}^3 = 2925$.

Có tất cả $(8.2+6.2+4.2+4+3+2+2+2) = 49$ bộ ba điểm thẳng hàng. Vậy $2925-49 = 2876$ tam giác.



Câu 79: Cho $u_n = -\frac{C_n^1}{2.3} + \frac{2C_n^2}{3.4} - \frac{3C_n^3}{4.5} + ... + \frac{(-1)^n .C_n^n .n}{(n+1)(n+2)}$. Tính $\lim(n.u_n) = ?$

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Xét $\frac{k.C_n^k}{(k+1)(k+2)} = \frac{k.n!}{k!(k+1)(k+2).(n-k)!}$

$= \frac{k}{(n+1)(n+2)} \cdot \frac{(n+2)!}{(k+2)!(n-k)!} = \frac{k}{(n+1)(n+2)}.C_{n+2}^{k+2} = \frac{(k+2)C_{n+2}^{k+2} - 2C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$

$= \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1} - \frac{2.C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$. Vậy $u_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k . \frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)}$

$\Rightarrow u_n = \frac{1}{n+1}.\sum_{k=1}^{n} (-1)^k .C_{n+1}^{k+1} - \frac{2}{(n+1)(n+2)}.\sum_{k=1}^{n} (-1)^k .C_{n+2}^{k+2}$

$= \frac{1}{n+1}\left(-C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 - ... + (-1)^n C_{n+1}^{n+1}\right) - \frac{2}{(n+1)(n+2)}.\left(-C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 - ... + (-1)^n C_{n+2}^{n+2}\right)$

$\Rightarrow u_n = -\frac{n}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow \lim(n.u_n) = -1$. Chọn

Chọn A.

Câu 80: Tìm n biết rằng $a_n(x-1)^n + a_{n-1}(x-1)^{n-1} + ... + a_1(x-1) + a_0 = x^n$ đồng thời $a_1 + a_2 + a_3 = 231$.

A. $n = 9$ **B.** $n = 10$ **C.** $n = 11$ **D.** $n = 12$

Hướng dẫn giải:

Ta đặt $x - 1 = y$ khi đó $a_n y^n + a_{n-1}y^{n-1} + ... + a_1 y + a_0 = (y+1)^n$.

Như vậy $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = 231 \Rightarrow \boxed{n = 11}$.

Chọn C.

XÁC SUẤT

Câu 81: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấn sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$ **B.** $\frac{189}{1003}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi A_i(i=1,2,3…) là biến cố lần thứ i học sinh B mở được cửa

Không gian mẫu $n(\omega)=C_{10}^3$

Có 8 cặp 3 số có tổng bằng 10 là:

$\{(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)\}$

Xác suất để học sinh B mở được cửa lần thứ i là $P(A_i)=\frac{8}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$

Xác suất để học sinh B không mở được cửa lần thứ i là $P(\overline{A_i})=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

Xác suất để học sinh B bấm 3 lần mở được cửa là C:

$$P(C)=P(A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2)+P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)=\frac{1}{15}+\frac{14}{15}.\frac{1}{15}+\left(\frac{14}{15}\right)^2.\frac{1}{15}=\frac{631}{3375}$$

Câu 82: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phép thử: "Rút ngẫu nhiên n tấm thẻ từ hộp"

Ta có: $n(\Omega)=C_9^n$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một tấm thẻ ghi số chia hết cho 4"

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " Không có tấm thẻ nào được ghi số chia hết cho 4"

Ta có $P(A)>\frac{5}{6}\Rightarrow 1-P(\overline{A})>\frac{5}{6}\Rightarrow P(\overline{A})<\frac{1}{6}$

Trong 9 tấm thẻ có 2 tấm thẻ chia hết cho 4.

Chọn n tấm thẻ ghi số không chia hết cho 4 từ 7 tấm thẻ còn lại: Có C_7^n cách.

Suy ra $n(\overline{A})=C_7^n\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{C_7^n}{C_9^n}$

$$P(\overline{A})<\frac{1}{6}\Leftrightarrow\frac{C_7^n}{C_9^n}<\frac{1}{6}\Leftrightarrow 6.C_7^n<C_9^n\Leftrightarrow 6.\frac{7!}{n!.(7-n)!}<\frac{9!}{n!.(9-n)!}$$

$$\Leftrightarrow 6.(9-n).(8-n)<9.8\Leftrightarrow n^2-17n+60<0\Rightarrow n>5$$

Do đó phải rút ít nhất 6 thẻ.

Câu 83: Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một chữ số có 6 chữ số khác nhau dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$ là:

A. $p=\frac{4}{85}$. **B.** $p=\frac{4}{135}$. **C.** $p=\frac{3}{20}$. **D.** $p=\frac{5}{158}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Viết ngẫu nhiên một số có 6 chữ số khác nhau từ các số đã cho $\Rightarrow n(\Omega)=6.A_6^5=4320$.

+ Theo giả thiết $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=3k \Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=3k\vdots 3$.

Mà $15 \le a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6 \le 21$ nên có 3 trường hợp là tổng của 6 chữ số bằng 21; 18 và 15.

Trường hợp 1: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=21 \Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$ nên ta không chọn số 0.

Khi đó a_1 có 6 cách chọn nên a_2 có 1 cách chọn ứng với a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 7 và có 2! cách xếp a_3,a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 6.2.2.2 = 48 số.

(Có thể viết: Bộ (a_1,a_2) có 3 cách chọn, bộ (a_3,a_4) có 2 cách chọn, bộ (a_5,a_6) có 1 chọn, sau đó hoán vị mỗi bộ ta được $3.2.1.2.2.2=48$)

Trường hợp 2: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=18 \Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$ nên ta không chọn số 3.

Do $a_1 \ne 0$ nên có 2 khả năng sau xảy ra

Nếu $a_1=6$ thì $a_2=0$.

Khi đó $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3,a_4; $(a_5;a_6)$ có 2! cách xếp. Vậy có 2.2.2 = 8 số.

Nếu $a_1 \ne 6$ thì $a_1 \in \{1;2;4;5\}$ khi đó a_1 có 4 cách chọn; a_2 có 1 cách chọn theo a_1; $(a_3;a_4)$ có 2 cách chọn để tổng bằng 6 và có 2! cách xếp a_3,a_4; (a_5; a_6) có 2! cách xếp. Có 4.2.2.2 = 32 số.

Vậy trường hợp 2 có 8 + 32 = 40 số.

(Đề xuất viết: Lập luận như trường hợp 1 có: 48 cách (kể cả $a_1=0$). Xét $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$, tương tự có $2.1.2.2=8$. **D**o đó có $48-8=40$)

Trường hợp 3: $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=15 \Rightarrow a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=5$ nên ta không chọn số 6. Làm tương tự trường hợp 2 có 40 số.

Kết hợp 3 trường hợp ta có 48 + 40 + 40 = 128 số.

Suy ra $n(A)=\frac{p(A)}{n(\Omega)}=\frac{128}{4320}=\frac{4}{135}$.

Câu 84: Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

A. $\dfrac{226}{462}$. **B.** $\dfrac{118}{231}$. **C.** $\dfrac{115}{231}$. **D.** $\dfrac{103}{231}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 11 viên bi thì số cách chọn là $n(\Omega)=C_{11}^{6}=462$

Bước 2: Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi A là biến cố: "Chọn 6 viên bi cộng các số trên 6 viên bi đó thu được là số lẻ".

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang số lẻ đó là $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 viên bi mang số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$.

* **Trường hợp 1:** 1 viên bi mang số lẻ và 5 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 1 là $C_6^1.C_5^5$ cách.

* **Trường hợp 2:** 3 viên bi mang số lẻ và 3 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 2 là $C_6^3.C_5^3$ cách.

* **Trường hợp 3:** 5 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 3 là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n(A)=C_6^1.C_5^5+C_6^3.C_5^3+C_6^5.C_5^1=6+200+30=236.$

$\Rightarrow |\Omega_A|=3!.C_6^2C_4^2.1=540.$

Bước 3: Tính xác suất $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{236}{462}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 85: Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

A. $\dfrac{212}{221}$. **B.** $\dfrac{9}{221}$. **C.** $\dfrac{59}{1326}$. **D.** $\dfrac{1267}{1326}$.

Hướng dẫn giải

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là $n(\Omega)=C_{18}^{8}$ cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có C_{13}^{8} cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có C_{12}^{8} cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có C_{11}^{8} cách.

Gọi A là biến cố " 8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh". Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_{18}^{8}-\left(C_{13}^{8}+C_{12}^{8}+C_{11}^{8}\right)=41811$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{41811}{C_{18}^{8}}=\dfrac{1267}{1326}$.

Câu 86: Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

A. $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 4 lá thư lần lượt là $A,\ B,\ C,\ D$ và 4 phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt
là $1;2;3;4$

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=4!=24$.

Gọi X là biến cố " có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ".
Ta có các trường hợp sau:
***TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có một trường hợp duy nhất
***TH2:** Có đúng 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Có 6 trường hợp xảy ra là:
$A1-B2-C4-D3;\ A1-B4-C3-D2;\ A4-B2-C3-D1; A1-B3-C2-D4;$
$A3-B2-C1-D4;$ A3 hoặc $A2-B1-C3-D4$.

***TH3:** Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có lá thư A bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp $A1-B3-C4-D2; A1-B4-C2-D3$

Tương tự với lá thư B có 2 trường hợp.
Lá thư C chỉ có đúng 2 trường hợp.
Lá thư D chỉ có đúng 2 trường hợp.
Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.
Vậy số phần tử của biến cố X là $n(X)=1+6+8=15$

Nên $P(X)=\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$.

thức nhân phù hợp.

Câu 87: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{60}$. **C.** $\dfrac{59}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega)=5!$.

Gọi A là biến cố "số tìm được không bắt đầu bởi 135".

Thì biến cố $\overline{A}$ là biến cố "số tìm được bắt đầu bởi 135"
Buộc các số 135 lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số 135 đứng đầu là $1.2.1=2$ cách $\Rightarrow n(A)=120-2=118$ cách

Nên $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{118}{120}=\dfrac{59}{60}$

Câu 88: Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

A. $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "động cơ 1 bị hỏng", gọi B là biến cố "động cơ 2 bị hỏng".
Suy ra AB là biến cố "cả hai động cơ bị hỏng" $\Leftrightarrow$ " xe không chạy được nữa".
Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.
$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là $P(AB)=0,5.0,4=0,2$.

Vậy xác suất để xe đi được là $1-0,2=0,8$.

Câu 89: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

A. $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

Hướng dẫn giải

Gọi A_t, A_d, A_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi B_t, B_d, B_x lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố A_t, A_d, A_x độc lập với B_t, B_d, B_x.

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$P\left(A_tB_t \cup A_dB_d \cup A_xB_x\right) = P\left(A_tB_t\right) + P\left(A_dB_d\right) + P\left(A_xB_x\right)$

$= P\left(A_t\right)P\left(B_t\right) + P\left(A_d\right)P\left(B_d\right) + P\left(A_x\right)P\left(B_x\right) = \frac{3}{25}.\frac{10}{25} + \frac{7}{25}.\frac{6}{25} + \frac{15}{25}.\frac{9}{25} = \frac{207}{625}$.

Câu 90: Ba xạ thủ $A,\ B,\ C$ độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của $A,\ B,\ C$ tương ứng là $0,4; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Gọi $A,\ B,\ C$ tương ứng là các biến cố "A bắn trúng"; "B bắn trúng"; "B bắn trúng".

$A,\ B,\ C$ là ba biến cố độc lập. Do $A,\ B,\ C$ là các biến cố đôi một nên:

Xác suấy để cả ba người đều bắn trượt là

STUDY TIP

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu $A,\ B,\ C$ là hai biến cố độc lập thì $P\left(\overline{A}.\overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)$

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đối một cách độc lập

$P(\overline{ABC}) = P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(\overline{C}\right) = (1-0,4)(1-0,5)(1-0,7) = 0,09$

Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trùng là $1-0,09 = 0,91$.

Câu 91: Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

Hướng dẫn giải

Đặt A là biến cố " Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn";
B là biến cố " Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn";
C là biến cố " Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C = \left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

Ta thấy $\left(A \cap B\right)$ và $\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ là hai biến cố xung khắc nên

$P\left[\left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)\right] = P\left(A \cap B\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$

$P\left[\left(A \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)\right] = P\left(A \cap B\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Vậy $P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu 92: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là $0,2$; vòng 9 là $0,25$ và vòng 8 là $0,15$. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ 28 điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

A. $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là biến cố: "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". A; B; C; D là các biến cố sau:

A: "Ba viên trúng vòng 10"

B: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"

C: "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"

D: "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"

Các biến cố A; B; C; D là các biến cố xung khắc từng đôi một và

$H=A\cup B\cup C\cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$

Mặt khác $P(A)=(0,2).(0,2).(0,2)=0,008$

$P(B)=(0,2).(0,2).(0,25)+(0,2)(0,25)(0,2)+(0,25)(0,2)(0,2)=0,03$

$P(C)=(0,2).(0,25).(0,25)+(0,25)(0,2)(0,25)+(0,25)(0,25)(0,2)=0,0375$

$P(D)=(0,2).(0,2).(0,15)+(0,2)(0,15)(0,2)+(0,15)(0,2)(0,2)=0,018$

Do đó $P(H)=0,008+0,03+0,0375+0,018=0,0935$

Câu 93: Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi A là biến cố "học sinh chọn được tăng điểm".

Gọi B là biến cố "học sinh chọn học giỏi ngoại ngữ".

Gọi C là biến cố "học sinh chọn học giỏi tin học".

Thì $A=B\cup C$ và BC là biến cố "học sinh chọn học giỏi cả ngoại ngữ lẫn tin học".

Ta có $P(A)=P(B)+P(C)-P(BC)=\frac{30}{100}+\frac{40}{100}-\frac{20}{100}=\frac{1}{2}$

Câu 94: Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

A. $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi X là tập hợp những em học khá môn Toán, Y là tập hợp những em học khá môn Văn.

$\Rightarrow$ Tập hợp những em học khá cả Toán và Văn là $X \cap Y$ $X \cap Y = 15 + 16 - 25 = 6$ học sinh.

Gọi A là biến cố "chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn".

Ta có $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

Số học sinh học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn là

$\left| X \setminus (X \cap Y) \right| = 15 - 6 = 9$.

$\Rightarrow n(A) = C_9^3 = 84$ cách.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{84}{2300} = \dfrac{21}{575}$.

Câu 95: Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số các số có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập A là $6.6.5.4.3 = 2160$ (số) $\Rightarrow |\Omega| = 2160$

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ ta có $e = 0$ hoặc $e = 5$ (do số đó phải chia hết cho 5). Khi đó ta có các trường hợp:

a) $e = 0$, chọn vị trí cho 3 số 1, 2, $3 \Rightarrow$ có 2 cách chọn, ngoài ra trong 3 số 1, 2, 3 còn có $3! = 6$ hoán vị trong đó. Cuối cùng ta chọn số còn lại có 3 cách chọn. Vậy số các số thuộc trường hợp này có $2.3.6 = 36$ số.

b) $e = 5$, các số 1, 2, 3 thuộc b, c, d $\Rightarrow$ có $3!.2 = 12$ số thỏa (do $a \neq 0$ nên chỉ có 2 cách chọn)

c) $e = 5$, các số 1, 2, 3 thuộc a, b, c $\Rightarrow$ có $3.3! = 18$ số thỏa mãn.

Số các số thỏa mãn yêu cầu là $36 + 12 + 18 = 66$ số. $\Rightarrow |\Omega_A| = 66$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{66}{2160} = \dfrac{11}{360}$.

Câu 96: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

A. $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi B là biến cố "Chọn 4 em có ít nhất một nam và một nữ".

Số cách chọn 4 bạn bất kì vào ban cán sự lớp là C_{40}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nam vào ban cán sự lớp là C_{25}^4 cách.

Số cách chọn 4 bạn nữ vào ban cán sự lớp là C_{15}^4 cách.

Vậy số cách chọn ban cán sự lớp có cả nam lẫn nữ là

$C_{40}^4 - C_{25}^4 - C_{15}^4 \Rightarrow |\Omega_B| = 77375$

Vậy xác suấtcần tìm là $P = \dfrac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \dfrac{77375}{91390} = \dfrac{15475}{18278}$.

Câu 97: Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

A. $\dfrac{9}{1225}$. **B.** $\dfrac{1216}{1225}$. **C.** $\dfrac{12}{1225}$. **D.** $\dfrac{1213}{1225}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn ra 3 học sinh mà không có điều kiện gì là C_{50}^3 cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{50}^3$

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có 1 cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn 1 cặp sinh đôi có 4 cách chọn. Sau đó chọn 1 học sinh còn lại từ 48 học sinh, có 48 cách chọn.

Vậy số cách chọn 3 em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: $C_{50}^3 - 4.48 = 19408$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{19408}{C_{50}^3} = \dfrac{1213}{1225}$.

Câu 98: Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

A. $\dfrac{6}{23!}$. **B.** $\dfrac{4!}{24!}$. **C.** $\dfrac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\dfrac{23!-6}{23!}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách xếp 24 người vào bàn là $23! \Rightarrow |\Omega| = 23!$ (do ở đây là hoán vị vòng quanh).

Gộp các thành viên cùng quốc tịch vào cùng nhóm, trước tiên ta tính số cách xếp mọi người trong các nhóm đó.

Theo nguyên tắc “buộc” các phần tử, ta buộc thành các phần tử lớn là Mỹ, Nga, Anh, Pháp.

Lúc này bài toán trở thành xếp bốn phần tử vào bốn ghế trên bàn tròn.

Cố định nhóm Mỹ, có 3 cách xếp chỗ cho nhóm Nga, 2 cách xếp chỗ cho nhóm Anh, 1 cách xếp chỗ cho nhóm Pháp.

Vậy có $3! = 6$ cách xếp.

Vậy xác suất để xếp cho các vị cùng quốc tịch ngồi cạnh nhau là $\dfrac{6}{23!}$.

Câu 99: Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x; y; z)$ với $x; y; z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x + y + z < 16$ là

A. $\dfrac{5}{108}$. **B.** $\dfrac{23}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{24}$. **D.** $\dfrac{103}{108}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nhận xét: Do con xúc xắc chỉ có 6 mặt và để ý rằng $3.6=18$ là giá trị tối đa của tổng $x+y+z$. Và 18 không lớn hơn 16 là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 6 là $|\Omega|=6^3=216$.

Xét các bộ thứ tự $(x;y;z)$ có tổng $x+y+z\geq 16$. Ta có:

$16=5+5+6=5+6+5=6+5+5=6+6+4=6+4+6=4+6+6$.

$17=5+6+6=6+5+6=6+6+5$

$18=6+6+6$

Như vậy có tổng cộng 10 bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x+y+z\geq 16$.

Số bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x+y+z<16$ là $216-10=206$.

Xác suất cần tính là $P=\dfrac{206}{216}=\dfrac{103}{108}$.

Câu 100: Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{7}{40}$. **D.** $\dfrac{33}{40}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số cách chọn 3 tấm bìa trong 6 tấm bìa và xếp thành một hang ngang là $|\Omega|=A_6^3=120$.

Số cách xếp 3 tấm bìa để không có được số có ba chữ số tức là vị trí đầu tiên là chữ số 0 là A_3^2 Số cách xếp 3 tấm bìa để tạo được số có ba chữ số là $A_6^3-A_3^2=100$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{100}{120}=\dfrac{5}{6}$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\dfrac{41}{42}$. **B.** $\dfrac{1}{42}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có điều kiện chủ chốt "tích hai số được chọn là một số chẵn" $\Leftrightarrow$ Tồn tại Doít nhất một trong hai số được chọn là chẵn.

Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho

Số cách chọn a: 6 cách; Số cách chọn b: 6 cách $\Rightarrow$ Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là $6.6=36$ số $\Rightarrow S$ có 36 phần tử.

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số từ tập S: $C_{36}^2=630$ cách

Gọi biến cố A: "Tích hai số được chọn là một số chẵn"

Gọi biến cố $\overline{A}$: "Tích hai số được chọn là một số lẻ"

Số các số lẻ trong S: $3.5=15$ (3 cách chọn chữ số hàng đơn vị là lẻ, 5 cách chọn chữ số hang chục khác 0).

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số lẻ trong 15 số lẻ: $C_{15}^2 = 105$ cách

$P(\overline{A}) = \dfrac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|} = \dfrac{105}{630} = \dfrac{1}{6}$. Vậy $P(\text{A}) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$

Câu 102: Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

A. $\dfrac{3}{28}$. **B.** $\dfrac{25}{28}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Chọn ba quả cân có $|\Omega| = C_8^3 = 56$ cách.

Chọn ba quả cân có tổng trọng lượng nhỏ hơn hoặc bằng 9 có các trường hợp sau:

TH1: Trong các quả được lấy ra không có quả cân trọng lượng 1 kg.

Ta có $2+3+4=9$ là tổng trọng lượng nhỏ nhất có thể. Do đó trong trường hợp này có đúng 1 cách chọn.

TH2: Trong các quả được lấy ra có quả cân trọng lượng 1 kg. Khi đó ta có:

$1+2+3=6; 1+2+4=7; 1+2+5=8; 1+2+6=9; 1+3+4=8; 1+3+5=9.$

Trường hợp này ta có 6 cách chọn.

Vậy số cách chọn thỏa mãn ycbt là $56-1-6=49$.

Xác suất cần tính là: $\dfrac{49}{56} = \dfrac{7}{8}$.

Câu 103: Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

A. $\dfrac{84}{1615}$. **B.** $\dfrac{101}{1938}$. **C.** $\dfrac{1882}{1983}$. **D.** $\dfrac{1531}{1615}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số cách lấy ra tùy ý 7 viên bi trong 20 viên bi đã cho là: $|\Omega| = C_{20}^7 = 77520$.

Để chọn ra không quá 2 viên bi đỏ từ 7 viên lấy ra là:

Lấy ra được 0 viên bi đỏ, 7 viên bi xanh: $C_8^7 = 8$ cách.

Lấy ra được 1 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh: $C_{12}^1 C_8^6 = 336$ cách.

Lấy ra được 2 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh: $C_{12}^2 C_8^5 = 3696$ cách.

Vậy xác suất để 7 viên bi chọn ra không quá 2 viên bi đỏ là

$\dfrac{8+336+3696}{77520} = \dfrac{101}{1938}$.

Câu 104: Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

A. $\dfrac{634}{667}$. **B.** $\dfrac{33}{667}$. **C.** $\dfrac{568}{667}$. **D.** $\dfrac{99}{667}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi biến cố A: "Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10"

Số cách lấy ngẫu nhiên 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ: C_{30}^{10} cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^{10}$.

Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn, 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 (chú ý là các thẻ chia hết cho 10 đều là số chẵn)

Số cách chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ: $C_{15}^{5}=3003$ cách.

Số cách chọn 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 $C_{3}^{1}=3$ cách

Số cách chọn 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10: $C_{12}^{4}=495$ cách

Số cách lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ chia hết cho 10: $3003.3.495=4459455$ cách.

$\Rightarrow \Omega_A=4459455$

Vậy $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{4459455}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$.

Câu 105: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\dfrac{5}{6}$

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Trong 9 thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho 4 (các thẻ ghi số 4 và 8), 7 thẻ còn lại có ghi số không chia hết cho 4.

Giả sử rút $x (1\le x\le 9; x\in\mathbb{N})$, số cách chọn x từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x, số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_9^x$.

Gọi A là biến cố "Trong số x thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4"

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\overline{A}$ là $|\overline{A}|=C_7^x$

Ta có $P(\overline{A})=\dfrac{C_7^x}{C_9^x}\Rightarrow P(\mathrm{A})=1-\dfrac{C_7^x}{C_9^x}$

Do đó $P(\mathrm{A})>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow 1-\dfrac{C_7^x}{C_9^x}>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow x^2-17x+60<0\Rightarrow 5<x<12\Rightarrow 6\le x\le 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của x là 6. Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Câu 106: Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phân tích: Cần nhớ lại kiến thức cơ bản về bất đẳng thức tam giác.

Ba đoạn thẳng với chiều dài a,b,c có thể là 3 cạch của một tam giác khi và chỉ khi $\begin{cases}a+b>c\\a+c>b\\b+c>a\end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Số phần tử của không gian mẫu là: $C_5^3=10$

Gọi A là biến cố "lấy ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác"

Các khả năng chọn được ba đoạn thẳng lập thành một tam giác là
$[3;5;7];[3;5;9];[5;7;9]$
Số trường hợp thuận lợi của biến cố A là 3. Suy ra xác suất của biến cố A là
$P(\text{A})=\dfrac{3}{10}$.

Câu 107: Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn X và Y. Xác suất để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A là biến cố "A và B có giải thưởng giống nhau". Vì mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách các loại, nên giả sử có a học sinh nhận sách (Lí và Hóa) và $5-a$ học sinh nhận sách (Toán và Hóa).

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_9^2.C_7^3.C_4^4=1260$.

TH1: X và Y nhận sách (Toán, Lí), số khả năng là $C_7^3.C_4^4=35$.

TH2: X và Y nhận sách (Toán, Hóa), số khả năng là $C_7^1.C_6^2.C_4^4=105$.

TH1: X và Y nhận sách (Lí, Hóa), số khả năng là $C_7^2.C_5^3.C_2^2=210$.

$\Rightarrow |\Omega_A|=25+105+210=350 \Rightarrow P(\text{A})=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{5}{18}$

Câu 108: Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

A. $\dfrac{5}{7}$. **B.** $\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{84}$. **D.** $\dfrac{5}{84}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Theo công thức hoán vị vòng quanh ta có: $|\Omega|=7!$

Để xếp các bạn nữ không ngồi cạnh nhau, trước hết ta xếp các bạn nam vào bàn tròn: có $4!$ cách, giữa 5 bạn nam đó ta sẽ có được 5 ngăn (do ở đây là bàn tròn).

Xếp chỉnh hợp 3 bạn nữ vào 5 ngăn đó có A_5^3 cách.

Vậy xác suất xảy ra là: $P=\dfrac{4!.A_5^3}{7!}=\dfrac{2}{7}$.

Câu 109: Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

A. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$.
B. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$.
C. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$.
D. Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

Chọn C.

Phân tích: Đề bài cho các điều kiện khá dài dòng, ta cần đưa chúng về dạng ngắn gọn dễ hiểu hơn.

+) "Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức": xác suất để Phong và Đạt thắng trong một ván là như nhau và bằng $0,5$.

+) "Khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi": nghĩa là Đạt chỉ cần thắng một ván nữa là được 5 ván, còn Phong phải thắng 3 ván nữa mới đạt được.

Hướng dẫn giải:

Để xác định xác suất thắng chung cuộc của Đạt và Phong ta tiếp tục chơi thêm các ván "giả tưởng". Để Phong có thể thắng chung cuộc thì anh phải thắng Đạt 3 ván liên tiếp (vì Đạt chỉ còn một ván nữa là thắng).

Như vậy xác suất thắng cuộc của Phong là: $P(\text{P}) = 0,5^3 = \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow$ Xác suất thắng cuộc của Đạt là $P(\text{Đ}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\Rightarrow$ Tỉ lệ chia tiền phù hợp là $\frac{7}{8} : \frac{1}{8} = 7 : 1$

Câu 110: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phân tích: Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình ching cuộc. Ví dụ như: Séc 1: An thắng; Séc 2: An thắng; Séc 3: Bình thắng; Séc 4: An thắng.

$\Rightarrow$ An thắng chung cuộc.

Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ 3.

Hướng dẫn giải:

Giả sử số séc trong trân đấu giữa An và Bình là x. Dễ dàng nhận thấy $3 \le x \le 5$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: Trận đấu có 3 séc $\Rightarrow$ An thắng cả 3 séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là:

$P_1 = 0,4.0,4.0,4 - 0,064$

TH2: Trận đấu có 4 séc $\Rightarrow$ An thua 1 trong 3 séc: $1,2$ hoặc 3 và thắng séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là: C_3^1 (Chú ý xác xuất để An thua trong 1 séc là $0,6$.)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1.0,4^3.0,6 = 0,1152$

TH3: Trận đấu có 5 séc $\Rightarrow$ An thua 2 séc và thắng ở séc thứ 5.

Số cách chọn 2 trong 4 séc đầu để An thua là C_4^2 cách.

$\Rightarrow P_3 = C_4^2.0,4^3.0,6^2 = 0,13824$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744$

Nhận xét: Trong bài này các bạn rất dễ mắc sai lầm sau: ở trường hợp 3 lại tính số cách chọn 2 ván An thua là C_5^2 mà không để ý rằng séc thứ 5 chắc chắn phải là An thắng.

Câu 111: Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

A. điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

Chọn D.

Phân tích: Với một bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất như thế này thì cách mà ta nghĩ đến đầu tiên là đặt ẩn (là số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) theo ẩn đó, việc còn lại là xử lí biểu thức.

Hướng dẫn giải:

Gọi x là số điểm bạn đó đạt được ($0 \le x \le 10$)($x \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow$ Bạn đó trả lời đúng x câu và trả lời sai $10-x$ câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: $\dfrac{1}{3}$; sai là $\dfrac{2}{3}$.

+) Có C_{10}^x cách chọn ra x câu đúng. Do đó xác suất được x điểm là:

$$P(x) = C_{10}^x.\left(\frac{1}{3}\right)^x.\left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!}$$

Do $P(x)$ là lớn nhất nên $\begin{cases} P(x) \ge P(x+1) \\ P(x) \ge P(x-1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{9-x}}{(x+1)!(9-x)!} \\ \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \dfrac{10!}{3^{10}}.\dfrac{2^{11-x}}{(x-1)!(11-x)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{10-x} \ge \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x+1) \ge 10-x \Leftrightarrow x \ge \dfrac{8}{3} \\ \dfrac{x}{11-x} \le \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \le 11-x \Leftrightarrow x \le \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{8}{3} \le x \le \dfrac{11}{3}$. Mà $x \in \mathbb{N}$ nên $x = 3$

Nên xác suất bạ đó đạt 3 điểm là lớn nhất.

Câu 112: Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

A. $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$

.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $27 = 10 + 10 + 7 = 10 + 9 + 8 = 9 + 9 + 9$

Với bộ $(10;10;7)$ có 3 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(10;9;8)$ có 6 cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(9;9;9)$ có 1 cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ được đúng 27 điểm là:

$P = 3.0,5^2.0,1 + 6.0,5.0,25.0,1 + 0,25^3 = 0,165625.$

Câu 113: Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

A. $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì đồng xu là cân đối nên xác suất sấp – ngửa của mỗi lần tung là như nhau và bằng $0,5$.

Xác suất để 5 lần tung đồng xu đều sấp là $0,5^5 = 0,03125$

Câu 114: Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

A. $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A_j là biến cố "Xạ thủ thứ j bắn trúng". Với $j = \overline{1;3}$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A_1}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$; $\Rightarrow P\left(\overline{A_2}\right) = 1 - 0,7 = 0,3; P\left(\overline{A_3}\right) = 1 - 0,8 = 0,2$

Gọi A là biến cố "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng" thì

$P(\overline{\mathrm{A}}) = P(\overline{\mathrm{A}_1}).P(\overline{\mathrm{A}_2}).P(\overline{\mathrm{A}_3}) = 0,4.0,3.0,2 = 0,024$

$\Rightarrow P(\mathrm{A}) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - 0,024 = 0,976$

Câu 115: Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

A. $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi K là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai", A_1 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần đầu", A_2 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2", A_3 là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba".

$\Rightarrow P\left(K\right) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) = P(A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)$

; $= 0,75 + 0,25.0,6 + 0,25.0,4.0,3 = 0,81$.

Câu 116: Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{169}{190}$. **C.** $\frac{21}{190}$. **D.** $\frac{9}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi X là tập hợp các học sinh giỏi Toán, Y là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

$\Rightarrow X \cap Y$ là tập hợp các học sinh giỏi cả 2 môn và $X \cup Y$ là tập hợp những học sinh giỏi một trong hai môn (tập hợp các học sinh giỏi). Theo quy tắc cộng tổng quát ta có

$|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y| = 5 + 6 - 4 = 7$

Gọi A là biến cố "chọn được 2 em là học sinh giỏi" $\Rightarrow |\Omega| = C_{20}^2 = 190$ và

$|\Omega_A| = C_7^2 = 21 \Rightarrow P(A) = \dfrac{21}{190}$.

Câu 117: Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

A. $\dfrac{8005}{8008}$. **B.** $\dfrac{11}{14}$. **C.** $\dfrac{6289}{8008}$. **D.** $\dfrac{1719}{8008}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi A là biến cố " 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ".

Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

Trường hợp 1: Không có dây nào vàng, số cách lấy là: C_{13}^6.

Trường hợp 2: Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: $C_3^1.C_5^5$.

Suy ra $n(A) = C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5 = 6289$

Nên $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5}{C_{16}^6} = \dfrac{6289}{8008}$.

Câu 118: Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

A. $\dfrac{59}{60}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{19}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{20}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt 19 là một số a. Ta có số các số có các chữ số khác nhau tạo thành từ $a,\ 3,\ 5,\ 7$ với a là chữ số đứng đầu là $1.3.2.1 = 6$ (số) $\Rightarrow |\Omega_B| = 96$

$\Rightarrow P(B) = \dfrac{6}{120}$

Câu 119: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ" thì là biến cố $\overline{A}$ " cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ" (tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh"

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $C_7^3 = 35 \Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = 35$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $455 - 35 = 420$ cách $\Rightarrow n(A) = 420$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{420}{455} = \dfrac{12}{13}$

Câu 120: Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{418}{455}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

***Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$.

***Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$.

***Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: C_8^3.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3 = 420$

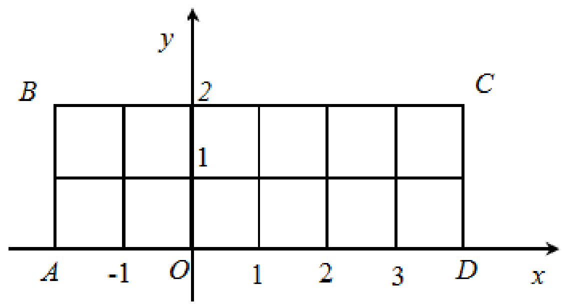
Vậy $P(A) = \dfrac{C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3}{C_{15}^3} = \dfrac{12}{13}$.

Câu 121: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; (với x, y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).

Gọi A là biến cố: "x, y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. $\dfrac{7}{21}$. **B.** $\dfrac{13}{21}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{8}{21}$.

Hướng dẫn giải



Ta có $\Omega = \{(x;y), -2 \le x \le 4, 0 \le y \le 2\}$, với $x, y \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{-2;-1;;1;2;3;4\}$ và $y \in \{0;1;2\}$.

Suy ra $n(\Omega) = 7.3 = 21$ (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có A: "x, y đều chia hết cho 2". Nên ta có

$A = \{(x;y): x \in \{-2;0;2;4\}; y \in \{0;2\}\}$

Theo quy tắc nhân ta có $n(A) = 4.2 = 8 \Rightarrow n(A) = 8 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{21}$

Câu 122: Một tổ gồm 9 em, trong đó có 3 nữ được chia thành 3 nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{27}{84}$. **C.** $\frac{53}{56}$. **D.** $\frac{19}{28}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bước 1: Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 9 em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là C_9^3

Chọn ngẫu nhiên 3 em trong 6 em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là C_6^3.

Còn 3 em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là 1 cách.

Vậy $|\Omega| = C_9^3 C_6^3.1 = 1680$

Bước 2: Tìm số kết quả thuận lợi cho A.

Phân 3 nữ vào 3 nhóm trên có $3!$ cách.

Phân 6 nam vào 3 nhóm theo cách như trên có $C_6^2 C_4^2.1$ cách khác nhau.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2 C_4^2.1 = 540.$

Bước 3: Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{540}{1680} = \frac{27}{84}$.

Câu 123: Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội củaViệt nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **B.** $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **C.** $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. **D.** $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!$.

(bốc 4 đội từ 12 đội vào bảng A – bốc 4 đội từ 8 đội còn lại vào bảng B – bốc 4 đội từ 4 đội còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng)

Gọi A: "3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu"

Khi đó: $n(A) = C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!$.

(*bốc 3 đội NN từ 9 đội NN vào bảng A – bốc 3 đội NN từ 6 đội NN còn lại vào bảng B – bốc 3 đội NN từ 3 đội NN còn lại vào bảng C – hoán vị 3 bảng – bốc 1 đội VN vào mỗi vị trí còn lại của 3 bảng*)

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_9^3.C_6^3.C_3^3.3!.3!}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4.3!} = \frac{6.C_9^3.C_6^3}{C_{12}^4.C_8^4}$.

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S)=9.9.8.7=4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2$, $b>5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7=224$ (số).

TH3. $a=2$, $b=5$, $c>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7=49$ (số).

TH4. $a=2$, $b=5$, $c=0$, $d>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7=7$ (số).

Như vậy: $n(A)=3528+224+49+7=3808$.

Suy ra: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3508}{4536}=\dfrac{68}{81}$.

Câu 125: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $P=\dfrac{1}{55}$. **B.** $P=\dfrac{1}{220}$. **C.** $P=\dfrac{1}{4}$. **D.** $P=\dfrac{1}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

(chọn 3 đỉnh bất kì từ 12 đỉnh của đa giác ta được một tam giác)

Gọi A: "3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều ".

(Chia 12 đỉnh thành 3 phần. Mỗi phần gồm 4 đỉnh liên tiếp nhau. Mỗi đỉnh của tam giác đều ứng với một phần ở trên.Chỉ cần chọn 1 đỉnh thì 2 đỉnh còn lại xác định là duy nhất).

Ta có: $n(A)=C_4^1=4$.

Khi đó: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{220}=\dfrac{1}{55}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

A. $P=\dfrac{13}{68}$. **B.** $P=\dfrac{55}{68}$. **C.** $P=\dfrac{68}{81}$. **D.** $P=\dfrac{13}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số có 4 chữ số có dạng: $\overline{abcd}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S)=9.9.8.7=4536$.

Gọi A: " tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt và lớn hơn 2500."

TH1. $a>2$

Chọn a: có 7 cách chọn.

Chọn b: có 9 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $7.9.8.7=3528$ (số).

TH2. $a=2$, $b>5$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 4 cách chọn.

Chọn c: có 8 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.4.8.7=224$ (số).

TH3. $a=2$, $b=5$, $c>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.7.7=49$ (số).

TH4. $a=2$, $b=5$, $c=0$, $d>0$

Chọn a: có 1 cách chọn.

Chọn b: có 1 cách chọn.

Chọn c: có 1 cách chọn.

Chọn d: có 7 cách chọn.

Vậy trường hợp này có: $1.1.1.7=7$ (số).

Như vậy: $n(A)=3528+224+49+7=3808$.

Suy ra: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3508}{4536}=\dfrac{68}{81}$.

Câu 127: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1, $2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 số lẻ là

A. $P=\dfrac{16}{42}$.   **B.** $P=\dfrac{16}{21}$.   **C.** $P=\dfrac{10}{21}$.   **D.** $P=\dfrac{23}{42}$

.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=A_9^6=60480$.

(mỗi số tự nhiên $\overline{abcdef}$ thuộc S là một chỉnh hợp chập 6 của 9- số phần tử của S là số chỉnh hợp chập 6 của 9).

Gọi A: "số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ". Ta có: $n(A)=C_5^3.A_6^3.A_4^3=28800$.

(bốc ra 3 số lẻ từ 5 số lẻ đã cho- chọn ra 3 vị trí từ 6 vị trí của số $\overline{abcdef}$ xếp thứ tự 3 số vừa chọn – bốc ra 3 số chẵn từ 4 số chẵn đã cho xếp thứ tự vào 3 vị trí còn lại của số $\overline{abcdef}$)

Khi đó: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{28800}{60480}=\dfrac{10}{21}$.

Câu 128: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\dfrac{100}{231}$.   **B.** $\dfrac{115}{231}$.   **C.** $\dfrac{1}{2}$.   **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$n(\Omega)=C_{11}^6=462$. Gọi A:"tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6.C_5^5=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^3=200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5.5=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$. Vậy $P(A)=\dfrac{236}{462}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 129: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x>y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$.   **B.** $P(C)=0,435$.   **C.** $P(C)=0,4525$.   **D.** $P(C)=0,4245$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=1,2,3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1)=x,\ P(A_2)=y,\ P(A_3)=0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: " Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có: $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)=0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-0,4(1-x)(1-y)=0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y)=\dfrac{3}{50}\Leftrightarrow xy-x-y=-\dfrac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B=A_1.A_2.A_3$, suy ra:

$P\left(B\right)=P\left(A_1\right).P\left(A_2\right).P\left(A_3\right)=0,6xy=0,336$ hay là $xy=\dfrac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy=\dfrac{14}{25} \\ x+y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x>y$ ta tìm được

$x=0,8$ và $y=0,7$.

Ta có: $C=\overline{A_1}A_2A_3+A_1\overline{A_2}A_3+A_1A_2\overline{A_3}$

Nên $P(C)=(1-x)y.0,6+x(1-y).0,6+xy.0,4=0,452$.

Câu 130: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A)=0,7124$. **B.** $P(A)=0,7759$. **C.** $P(A)=0,7336$. **D.** $P(A)=0,783$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\dfrac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\dfrac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10-x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x-2(10-x)=6x-20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x-20<1\Leftrightarrow x<\dfrac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: $0,1,2,3$.

Gọi A_i ($i=0,1,2,3$) là biến cố: "Học sinh trả lời đúng i câu"

A là biến cố: " Học sinh nhận điểm dưới 1"

Suy ra: $A=A_0\cup A_1\cup A_2\cup A_3$ và $P(A)=P(A_0)+P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

Mà: $P(A_i)=C_{10}^i.\left(\dfrac{1}{4}\right)^i\left(\dfrac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A)=\sum_{i=0}^{3}C_{10}^i.\left(\dfrac{1}{4}\right)^i\left(\dfrac{3}{4}\right)^{10-i}=0,7759$.

Câu 131: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;...;100\}$. Gọi *S* là tập các tập con của ***A.*** Mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của *S*. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân là?

A. $\dfrac{4}{645}$ **B.** $\dfrac{2}{1395}$ **C.** $\dfrac{3}{645}$ **D.** $\dfrac{1}{930}$

Hướng dẫn giải:

"Bài toán chia kẹo của Euler: Cho *k* cái kẹo chia cho *t* đứa trẻ hỏi có bao nhiêu cách? Bài toán tương đương với số nghiệm nguyên dương của phương trình

$x_1 + x_2 + ... + x_t = k$. Giả sử có $k-1$ chỗ trống tại *k* cái kẹo. Xếp $t-1$ vách ngăn vào $k-1$ chỗ trống có C_{k-1}^{t-1} cách."

Nếu $\begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=91 \end{cases}$, loại. Nếu $\begin{cases} a=b\neq c \\ a+b+c=91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\neq c \\ 2a+c=91 \end{cases}$.

Vậy chọn *a* có 45 cách từ 1 đến 45 và chọn *c* chỉ có 1 cách.

Tương tự cho $b=c, c=a$ nên số phần tử không gian mẫu:

$$|\Omega| = \left(\frac{C_{90}^2 - 45.3}{3!}\right) = \frac{3870}{6} = 645$$

Nếu $a + qa + qa^2 = 91 \Rightarrow 1 + q + q^2 \in Ư(91) = \{1;7;13;91\} \Rightarrow q \in \{2;3;9\}$

$\Rightarrow (a;b;c) \in (1;9;81);(7;21;63);(13;26;52)$. Vậy $|\Omega_A| = 3$.

Chọn C.