

HỌC KỲ II

CHUYÊN ĐỀ ĐẠI SỐ LỚP 7 HỌC KỲ 2

THỐNG KÊ

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

- 1) Vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra quan tâm tìm hiểu gọi là **dấu hiệu** (thường được ký hiệu bằng các chữ in hoa X, Y, ...).
- 2) Các số liệu thu thập được khi thu thập được khi điều tra về một dấu hiệu X gọi là số liệu thống kê. Mỗi số liệu được thống kê gọi là một giá trị của dấu hiệu X. Các số liệu thống kê được ghi lại trong một bảng, gọi là bảng số liệu thống kê ban đầu. Số các giá trị của dấu hiệu đúng bằng số các đơn vị điều tra (ký hiệu là N)
- 3) Số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu của dấu hiệu là **tần số** của giá trị đó (ký hiệu n).
- 4) *Khi nhận xét bảng tần số chúng ta trả lời các câu hỏi: Số các giá trị của dấu hiệu?(N=?); Số các giá trị khác nhau? Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất? Giá trị có tần số lớn nhất? Các giá trị nằm trong khoảng nào là chủ yếu?*
- 5) Số trung bình cộng được ký hiệu là \bar{X}
Công thức tính số trung bình cộng

$$\bar{X} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_kn_k}{N}$$

Trong đó x_1, x_2, \dots, x_k là k giá trị khác nhau của dấu hiệu;

n_1, n_2, \dots, n_k là k tần số tương ứng;

N là số các giá trị và $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

- 6) **Mốt** của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng “tần số” và được ký hiệu là M_o .
- 7) **Lưu ý** khi vẽ biểu đồ đoạn thẳng ta vẽ trục Ox **nằm ngang biểu diễn giá trị x**, trục Oy **thẳng đứng biểu diễn tần số n**.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Thời gian làm một bài tập toán (tính bằng phút) của 30 h/s lớp 7 được ghi lại như sau:

10	5	8	8	9	7	8	9	14	8
5	7	8	10	9	8	10	7	14	8
9	8	9	9	9	9	10	5	5	14

- a) Dấu hiệu ở đây là gì?
- b) Lập bảng tần số và nhận xét.
- c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu.
- d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 2: Điểm kiểm tra học kỳ môn toán của một lớp 30 h/s 7 được ghi lại như sau:

2	1	2	3	4	5	3	4	5	6	7	8	4	9	10
1	1	1	2	3	9	2	3	9	8	7	5	3	2	2

- a) Dấu hiệu ở đây là gì?
- b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 3: Điều tra về tuổi nghề của 40 công nhân trong 1 phân xưởng sản xuất ta có số liệu sau:

1	4	7	3	4	6	15	3	1	4
4	1	5	3	10	7	8	10	3	4
5	6	5	10	10	3	1	4	6	5
4	4	3	12	2	7	6	8	5	3

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 4 Một xạ thủ thi bắn súng. Số điểm đạt được sau mỗi lần bắn được ghi lại như sau :

8	9	10	9	9	10	8	7	9	8
10	7	10	9	8	10	8	9	8	8
8	9	10	10	10	9	9	9	8	7

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 5: Số con trong mỗi hộ gia đình ở một tổ khu phố được thống kê như sau

2	0	1	4	1	2	0	3	2	0
3	2	2	2	3	1	0	2	2	1

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 6: Khi điều tra về số con của một số hộ gia đình trong một thôn được cho bởi bảng sau:

2	1	0	3	4	2	1	3	2	2
1	2	0	4	2	1	2	3	0	1
2	0	2	3	2	2	1	0	2	3

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 7: Điểm kiểm tra môn toán HK1 của học sinh lớp 7 được ghi lại như sau:

1	6	10	6	3	6	8	8	7	3
2	2	4	5	7	4	5	4	6	5
3	5	7	8	8	9	3	2	9	4

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 8: Một GV theo dõi thời gian làm bài tập (thời gian tính theo phút) của 30 HS của một trường (ai cũng làm được) người ta lập bảng sau:

Thời gian (x)	5	7	8	9	10	14	
Tần số (n)	4	3	8	8	4	3	N = 30

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 9: Điểm kiểm tra Toán (1 tiết) của học sinh lớp 7B được lớp trưởng ghi lại ở bảng sau:

Điểm số (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	2	6	13	8	10	2	3	N = 45

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 10: Một trại chăn nuôi đã thống kê số trứng gà thu được hàng ngày của 100 con gà trong 20 ngày được ghi lại ở bảng sau :

Số lượng (x)	70	75	80	86	88	90	95	
Tần số (n)	1	1	2	4	6	5	1	N = 20

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Nhận xét.
c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 11: Chọn 30 hộp chè một cách tùy ý trong kho cửa hàng và đem cân, kết quả ghi lại trong bảng sau(sau khi đã trừ khối lượng của vỏ).

Khối lượng chè trong từng hộp (tính bằng gam)				
100	100	100	100	102
100	102	102	99	101
98	100	99	101	100
98	100	101	100	100
99	100	100	100	99
100	101	100	98	100

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 12: Số lượng nữ sinh của từng lớp trong cùng một trường trung học cơ sở ghi lại trong bảng dưới đây:

19	20	16	18	15	26	20	19	19	14
25	18	19	16	14	21	19	27	17	16

a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 13: Điều tra về “môn học ngoại khóa mà các bạn ưa thích nhất” đối với các bạn lớp 7A, bạn Hương thu được ý kiến trả lời và ghi lại dưới đây:

Nhạc	bóng bàn	bóng đá	bóng bàn	bóng đá	vẽ
bóng bàn	bơi lội	nhạc	bóng đá	bóng bàn	nhạc
bơi lội	bóng đá	bơi lội	bơi lội	bơi lội	bơi lội
bóng đá	vẽ	bóng đá	nhạc	vẽ	bơi lội
nhạc	nhạc	vẽ	nhạc	nhạc	nhạc.

Có bao nhiêu em tham gia trả lời?

Dấu hiệu cần tìm hiểu là gì?

Có bao nhiêu môn học ngoại khóa mà các bạn nêu ra? Số bạn thích đối với mỗi môn?

Bài 14: Kết quả điều tra về số tuổi nghề của 50 công nhân cho như sau:

3	5	5	1	4	5	6	4	6	3
4	4	2	4	6	3	4	6	4	6

6	5	3	7	6	6	6	5	6	6
2	3	4	5	4	4	6	4	3	5
1	6	3	6	2	5	1	6	4	7

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu.

d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 15: Theo dõi số bạn nghỉ học trong từng buổi của một tháng, bạn lớp trưởng ghi lại như sau:

0 0 1 1 2 0 3 1 0 4 1 1 1
2 1 2 0 0 0 2 1 1 0 6 0 0

Có bao nhiêu buổi học trong tháng đó?

Dấu hiệu ở đây là gì?

Lập bảng tần số và nêu nhận xét.

Bài 16 Cho bảng tần số:

Giá trị (x)	110	115	120	125	130	
Tần số (n)	4	7	9	8	2	N = 30

Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu

Bài 17 Cho bảng tần số:

Giá trị (x)	48	49	50	52	54	
Tần số (n)	3	12	20	15	4	N = 54

Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu

Bài 18: Cho bảng tần số:

Giá trị (x)	Tần số (n)
2	30
3	16
4	19
6	15
7	10
8	10
	N = 100

Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu

Bài 19: Theo dõi thời gian làm một bài toán (tính bằng phút) của 50 học sinh, thầy giáo lập được bản sau:

Thời gian (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	1	3	4	7	8	9	8	5	3	2	N = 50

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Một của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 20: Điểm kiểm tra học kì I môn Toán của học sinh lớp 7A, thầy giáo ghi lại như sau:

3	4	6	5	6	7	8	6	9	10
5	6	6	7	5	4	7	8	8	9
4	9	10	8	7	6	9	8	6	10
9	6	5	7	9	8	6	6	7	9

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Một của dấu hiệu.

d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 21 Điểm kiểm tra học kì I môn Toán của học sinh lớp 7C, được thống kê trong bảng số liệu ban đầu như sau:

3	3	10	8	7	7	9	10	6	5
7	6	8	10	10	5	9	9	6	9
7	10	8	10	4	8	8	8	5	7
9	10	5	6	10	9	10	7	8	9

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Một của dấu hiệu.

d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 22: Số cân nặng 20 học sinh (tính tròn đến kg) trong một lớp như sau:

30	36	30	32	36	28	30	36	28	32
31	30	32	31	45	28	31	31	31	30

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Một của dấu hiệu.

d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 23: Một vận động viên ném bóng rổ, số lần bóng vào rổ của mỗi phút tập lần lượt là:

10	6	9	8	9	10	12	14	9	10
14	15	5	7	9	15	13	13	12	6
13	15	9	8	6	11	12	14	6	8
8	9	5	7	15	13	12	14	8	7

a) Dấu hiệu ở đây là gì?

b) Lập bảng tần số và nhận xét.

c) Tính số trung bình cộng và tìm Một của dấu hiệu.

d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 24: Một giáo viên theo dõi thời gian làm bài tập (thời gian tính bằng phút) của 30 em học sinh làm xong bài tập như sau:

10	9	8	8	9	7	8	9	14	8
5	7	8	10	9	5	10	7	14	8
9	8	9	9	9	9	10	5	5	14

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
 c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 25: Điều tra số con trong 50 gia đình chọn ra từ 500 gia đình trong một khu vực dân cư, ta có bảng số liệu ban đầu dưới đây:

2	3	4	2	1	2	3	4	1	2
3	4	3	0	1	2	0	1	2	2
1	1	2	0	2	3	3	3	2	3
2	2	2	1	2	1	2	1	0	2
1	3	4	2	1	2	1	3	3	3

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
 c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 26: Cân thử 40 quả thang long ngẫu nhiên từ một lô hàng trái thanh long chuẩn bị xuất khẩu với kết quả như sau: (tính bằng gam)

880	850	880	850	850	850	840	840	850	840
840	860	860	850	850	860	870	860	870	860
870	880	870	870	880	850	850	870	870	870
880	890	840	850	860	880	860	860	870	860

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
 c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 27 (Tân Phú 2009-2010) Sau khi đăng ký làm thành viên của trang web www.vioympic.vn để tham gia cuộc thi “Giải toán qua Internet”, một em học sinh với tên đăng nhập và mật khẩu riêng đã hoàn thành phần thi cấp trường (thi vòng 20) với số điểm như sau:

5	8	6	8	7	8	10	7	8	5
5	6	8	7	6	7	5	7	10	8

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
 c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 28 (Tân Phú 2012-2013) Cho bảng sau:

Thông kê điểm số trong hội thi “Giải toán trên Internet-ViOlympic”											
Cấp trường (vòng 12) – Lớp 7 – Năm học 2012-2013											
Điểm (x)	100	120	150	180	200	220	240	260	280	300	
Tần số (n)	2	3	4	5	8	22	20	15	2	1	N=82

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? b) Lập bảng tần số và nhận xét.
 c) Tính số trung bình cộng và tìm Mốt của dấu hiệu. d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 29 (Tân Phú 2013-2014) Cho bảng thống kê sau:

Thông kê điểm số trong hội thi “Giải toán trên Internet-ViOlympic”							
Cấp trường (vòng 12) – Lớp 8 – Năm học 2012-2013							
Điểm (x)	15	16	17	18	19	20	
Tần số (n)	9	23	28	17	2	1	N=80

- a) Dấu hiệu điều tra là gì? Tìm mốt của dấu hiệu? Tính điểm trung bình của học sinh lớp 8 tham gia hội thi trên? (tính tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

b) Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng từ bảng thống kê trên?

GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ ĐƠN THỨC. ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

- 1) *Đơn thức* là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.
- 2) *Đơn thức thu gọn* là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương, trong đó phần số được gọi là hệ số và phần còn lại được gọi là phần biến của đơn thức thu gọn.
Trong đơn thức thu gọn, mỗi biến chỉ được viết một lần. Các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.
- 3) Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.
- 4) Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó
- Số 0 được gọi là đơn thức không có bậc.
- Số thực khác 0 là đơn thức bậc 0.
- 5) Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.
Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức đại số sau:

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{5x+2y}{x-y}$ tại $x=1$ và $y=-1$ | h) $\frac{4xy-y^2}{x^2y+x^2}$ tại $x=1020$ và $y=0$ |
| b) $\frac{-4(x+3y)}{2x+y}$ tại $x=\frac{1}{2}$ và $y=\frac{1}{4}$ | i) $\frac{2x^2+3xy^2}{4x+5y}$ tại $ x =1$ và $y=-2$ |
| c) $\frac{4x-2y}{x+y} - (5+y)^2$ tại $x=-3$ và $y=\frac{1}{2}$ | j) x^4+3x^2-5x+2 tại $x=-3$ |
| d) $\frac{y(x^2-1)}{xy+y}$ tại $x=4$ và $y=11$ | k) $x^{-2}+x-4^{-1}$ tại $x=-1$ |
| e) $3x^2-2\cdot\frac{x-1}{4}+3$ tại $x=-2$ | l) x^2y^3+xy tại $x=1$ và $y=\frac{1}{2}$ |
| f) $\frac{x^2+y^2-2xy}{xy}$ tại $x=3$ và $y=-\frac{1}{2}$ | m) $(16x-y)^2+3x-1$ tại $x=2$ và $y=1$ |
| g) $\frac{4xy}{(x+y)^2-(x-y)^2}$ tại $x=4$ và $y=-1$ | n) $\frac{-2(x+5)^2+x}{x+6y}$ tại $x=-2$ |

Bài 2: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức, sau đó xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức (nếu có):

1. $\frac{2}{5}+x^2y$ 2. 15,5 3. $-3x^5y$ 4. $9x^2yz$

$$5. 1 - \frac{5}{9}x^3 \quad 6. 5x^3y^2 \quad 7. \frac{3}{4}x^2y^5 \quad 8. 5$$

Bài 3: Thu gọn các đơn thức sau, sau đó xác định hệ số, phân biến và bậc của đơn thức (với a, b là hằng số):

$$\begin{array}{llll} 1. 2x^2y^3yz & 2. \frac{-1}{2}x^2y \cdot 2xy^3 & 3. 4xy^2 \cdot (-2ax^3y^4) & 4. -5x^4y^5 \cdot (-2xy) \\ 5. (-3x^2y) \cdot 2xy^2 & 6. 7x \cdot 8xy^3 & 7. -3\frac{1}{3}a(x^7y)^2 & 8. -\frac{1}{2} \cdot (-x^2y^5) \\ 9. 4 \cdot (-3x)x^5y & 10. 7xy^6 \cdot (-5x^3y^2) & 11. -[-23abx^4 \cdot (-y)] & 12. \left(-\frac{2}{5}x^3y^4\right) \cdot \left(\frac{15}{4}x^4y^3\right) \\ 13. (-3ay^4) \cdot (-5b^2xy) & 14. \left(-\frac{1}{5}x^2y\right) \cdot \left(\frac{2}{17}x^3y^5\right) & & 15. (-4u^7v^2) \cdot (-5uv^6) \end{array}$$

Bài 4: Thu gọn các đơn thức sau, sau đó xác định hệ số, phân biến và bậc của đơn thức (với a, b là biến):

$$\begin{array}{lll} 1. uv^2 \cdot (-5u^2v) & 2. -12x \cdot (-4x^2y^4) & 3. -\frac{7}{-8}a^2b \cdot (x^5y^3)^3 \\ 4. \frac{2}{5} \cdot (-u^3v^2)^2 & 5. 12u^7v^6 \cdot (-2u^3v^5) & 6. \left(-\frac{3}{4}x^5y^3\right) \cdot \left(\frac{8}{10}x^4y^2\right) \\ 7. \left(\frac{2y}{-9}x^3y^8\right) \cdot (-2x^6y^2)^2 & 8. \left(\frac{6xy}{-7}x^4y^2\right) \cdot (14xy^6) & 9. x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{5}x^4\right) \\ 10. -y \cdot 2x^3y \cdot \left(\frac{4x}{5}a^2b^5\right) & 11. (-u^2) \cdot \frac{3}{u}v^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}uv\right) & 12. 8(-x)^3 \cdot 5(-xy) \cdot (-3x^2)^3 \\ 13. -x^4 \cdot (yx)^2 \cdot (-x)^2 \cdot (-y)^3 & 14. -\frac{1}{4}xy^2 \cdot \frac{1}{2}(x^2y)^2 \cdot \left(-\frac{4}{5}yz^2\right) & 15. \left(\frac{12}{31}xy^2\right) \cdot (-ay)^3 \\ 16. \frac{1}{2}x^3y^2 \cdot (-ax)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}y\right)^2 & 17. \left(-\frac{1}{7}x^2yz\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}xz^3\right) \cdot (-by) & 18. 3xyx \cdot 7x^2y \cdot (-5x^2y^3) \end{array}$$

Bài 5: Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng: $\frac{5}{3}x^2y$; xy^2 ; $-\frac{1}{2}x^2y$; $-2xy^2$; x^2y ; $\frac{1}{4}xy^2$; $-\frac{2}{5}x^2y$; $\frac{3}{7}x^2y^3$; $-2x^2y^3$; $7x^3y^2$; $\frac{7}{5}x^2y^3$; $\frac{-5}{9}x^2y^3$; $-6x^3y^3$; $12x^3y^3$; $8x^2y^3$; $-19x^3y^2$

Bài 6: Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng (với a, b, c là hằng số):

$$-(abu)^2 v; \quad -86a^3bx^6y; \quad \frac{a^2}{6}(x^5uv^2); \quad -(xv)^2 x^3u; \quad 32ab^2(x^3)^2 y; \quad -(21a)(5b^2)u^2v;$$

$$3a^2bu^2v^5; \quad -ab^2c(-2b^2)u^2v^5; \quad -3abc(xv^2)^2 x^8u^2; \quad -6a^3b^3c(x^2)^3 y; \quad \frac{a^3}{bc}(x^5uv^2)^2$$

Bài 7: Thu gọn các đơn thức sau, rồi tìm bậc và hệ số:

$$1. x^3 \left(-\frac{5}{4}x^2y \right) \cdot \left(\frac{2}{5}x^3y^4 \right) \quad 2. -xy(2x^3y^4) \cdot \left(-\frac{5}{4}x^2y^3 \right) \quad 3. 5xyz \cdot 4x^3y^2(-2x^5y)$$

$$4. -2xy^5(-x^2y^4) \cdot (7x^2y) \quad 5. -xy^2 \left(-\frac{1}{2}x^3y^4 \right) \cdot \left(\frac{-4}{7}x^2y^5 \right) \quad 6. 4x^3y(-x^2y^5) \cdot (2xy)$$

$$7. (xy^2) \left(-\frac{3}{4}x^5y^4 \right) \cdot \left(-\frac{8}{9}x^2y^5 \right) \quad 8. 5x \left(-\frac{1}{3}x^2y^5 \right) \cdot \left(\frac{3}{4}xy \right) \quad 9. \frac{5}{3}x^2y^4 \left(-\frac{6}{5}xy^3 \right) \cdot (-xy)$$

Bài 8: Tính

$$1. \frac{1}{5}x^4y^3 - 3x^4y^3 \quad 2. \frac{3}{4}x^4y^7 - 3x^4y^7 \quad 3. \frac{2}{3}x^3y^4 + 3x^3y^4$$

$$4. 5x^2y^5 - \frac{1}{4}x^2y^5 \quad 5. 4x^3y + \frac{1}{2}x^3y \quad 6. 5x^5y^7 - 8x^5y^7 - 2x^5y^7$$

$$7. 3x^2y - 7xy^2 + 5x^2y \quad 8. -7x^3y^4 + 4x^3y^4 - 2x^3y^4 \quad 9. 4xy^5 - 8xy^5 + 4xy^5$$

$$10. 9x^2y^5 - 12x^2y^5 + x^2y^5 \quad 11. -6x^5y + 7x^5y - 3x^5y + x^5y \quad 12. 3xy^6 - 5xy^6 - 7xy^6 + xy^6$$

$$13. 4x^2y - 3xy^2 + 3x^2y + 2x^2y \quad 14. 5x^4y^5 - 7x^4y^5 - 5x^4y^5 + x^4y^5 \quad 15. 15x^7y^3 - 8x^7y^3 - 15x^7y^3$$

$$16. 10x^3y^5 - 5xy + 7x^3y^5 + 8xy \quad 17. 8x^2y^3 + 4x^3y^2 - x^2y^3 + 3x^3y^2$$

$$18. x^4y - 5xy^3 + 2x^4y - 5xy^3 \quad 19. 5xy^4 - 5xy + 7xy - 2xy^4$$

$$20. 3xy^3 - 7x^3y + 5xy^3 - 2x^3y \quad 21. 3xy^2 - 7x^3y + 5xy^2 - 2x^3y$$

Bài 9: Tìm bậc, hệ số, phần biến của đơn thức (a, b là hằng số):

$$1. 3xyz \cdot 7x^2y \cdot (-5x^2y^3) \quad 2. (-9x^2u) \left(-\frac{1}{2}y^2z \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}uyz^2 \right)$$

$$3. \left(-\frac{1}{3}x^2yz^3 \right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}u^5v^7 \right) \quad 4. \left(-\frac{1}{3}xy^2z \right) \left(-\frac{3}{2}x^2y \right) \cdot (2yz)^2$$

$$5. \frac{3}{8}xy^2z \left(-\frac{4}{15}yz \right) \cdot \left(\frac{5}{2}x^2z^3 \right) \quad 6. \left(-\frac{1}{7}x^2y^2 \right) \cdot (-by) \cdot \left(-\frac{2}{5}axz^7 \right)$$

$$7. (-u^2) \cdot \frac{3}{4}uv^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}u^3v^2 \right) \quad 8. \left(-\frac{2}{7}x^2y \right) \cdot (-uv^2) \cdot \left(-\frac{10}{9}xyuv \right)$$

$$9. \left(-\frac{1}{5}x^3y^5z^4\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}xy^2z^5\right)$$

$$10. \left(-\frac{1}{2}xyz\right) \cdot (-x^2y) \cdot \left(-\frac{1}{3}y^2z\right)$$

Bài 10: Tính

$$1. 2xy^2z + 7xy^2z + (-5xy^2z)$$

$$2. \frac{1}{2}y^2z^5 - \frac{3}{4}y^2z^5 + \frac{4}{3}y^2z^5$$

$$3. -\left(4uv^2 - \frac{105}{2}uv^2 + uv^2\right) + \left(-\frac{105}{2}uv^2 + uv^2\right)$$

$$4. -\frac{7}{8}x^2y - 5x^2y + 10x^2y + \frac{7}{8}x^2y$$

$$5. (3xy)^2 - 5x^2y^2 + 5xy^2(-2x)$$

$$6. 5(-2x)^2y^3 + 2xy(-3xy^2) + x^2y^3$$

$$7. \frac{1}{2}x^4y - \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}xy\right)(x^3) + \frac{1}{6}x^4y$$

$$8. \left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right)^2 - 3x^2y\left(-\frac{5}{4}x^4y^7\right) - \frac{3}{4}x^6y^8$$

$$9. -\frac{5}{2}(xy)^2x^3 + \frac{3}{7}(2x)^3\left(\frac{2}{3}x^2y^2\right) - \frac{1}{3}x^5y^2$$

$$10. \frac{3}{5}x^2y^7 - \frac{1}{2}xy\left(\frac{1}{5}xy^6\right) + (-xy)^2y^5$$

$$11. -\frac{1}{2}xy^2z + 3x^3y^2 + \frac{1}{2}xy^2z - \frac{2}{3}x^3y^2$$

$$12. (-9x^2u)\left(-\frac{1}{3}y^2u\right)^3\left(-\frac{5}{2}xyu^3\right)$$

$$13. (-2xy^2z^3)^3\left(\frac{5}{2}xy^3\right)^2\left(-\frac{4}{125}xy\right)$$

$$14. \frac{3}{2}xy^2z^2 - \frac{1}{2}xyz^2 - \frac{1}{3}xy^2z^2 + \frac{2}{5}xyz^2$$

$$15. 2\frac{1}{3}x^2y^5 - 3\frac{2}{5}x^3y - 1\frac{1}{2}x^2y^5 + 2\frac{2}{3}x^3y$$

$$16. \left(-\frac{1}{2}xyz^2\right)^2\left(-\frac{2}{3}x^2y^2\right)^3\left(\frac{9}{4}xy^3z^4\right)$$

$$17. -\frac{5}{2}(xy)^2\frac{1}{5}x^3\left(\frac{4}{7}\right)(2x)^3\left(-\frac{7}{2}xy\right)^2$$

$$18. 4\frac{3}{4}x^5y - 2\frac{1}{3}x - 3\frac{1}{2}x^5y + 1\frac{1}{4}x$$

$$19. 5\frac{3}{2}xy + 7\frac{1}{3}y^2 - 4\frac{1}{3}xy - 5\frac{3}{2}y^2$$

$$20. \left(-\frac{1}{7}x^2yz\right)^3\left(\frac{7}{5}x^2y\right)^2\left(-\frac{5}{3}x^3y^4\right)^2$$

ĐA THỨC. ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Đa thức là tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.
* Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức.
* Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó
- Có thể thực hiện phép tính cộng (hay trừ) hai hay nhiều đa thức dựa trên quy tắc dấu ngoặc và tính chất của các phép tính.
- Phép cộng các đa thức có tính chất giao hoán, kết hợp.

4. Đa thức một biến là tổng của những đơn thức của cùng một biến
 * Đa thức một biến x được ký hiệu là $f(x)$, hoặc $g(x)$ hoặc $h(x), \dots$
 * Giá trị của đa thức một biến x tại $x=a$ được ký hiệu là $f(a)$.
5. Đa thức một biến sau khi thu gọn thường được sắp xếp theo lũy thừa giảm dần hoặc tăng dần của biến.
 * Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không) là số mũ cao nhất của biến.
6. Nếu $x=a$, đa thức $f(x)$ có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hay $x=a$) là một nghiệm của đa thức $f(x)$.
 a là một nghiệm của đa thức $f(x) \Leftrightarrow f(a) = 0$
 Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$ là tìm các giá trị của x để $f(x)=0$.
7. Một đa thức khác với đa thức θ có thể có 1 nghiệm, 2 nghiệm, ... hoặc không có nghiệm nào.
 Số nghiệm của một đa thức không vượt quá bậc của nó.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Tìm bậc của đa thức: $Q = -3x^5 - \frac{1}{2}x^3y - \frac{3}{4}xy^2 + 3x^5 + 2$

Bài 2: Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức P tại $x=0,5$ và $y=1$:

$$P = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$$

Bài 3: Thu gọn và tìm bậc của đa thức:

$2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^2 + 6x^5$	$3x^5y^3 - 4x^4y^3 + 2x^4y^3 + 7xy^2 - 3x^5y^3$
$5x^5 - 3x^2 + 9 - 6x + 4x^2 - 5x^5$	$3x^2y^4 + 5x^3y^2 - 7x^2y + xy - 3x^2y^4$
$-\frac{1}{2}xy^2z + 3x^3y^2 + 2xy^2z - \frac{2}{3}xy^2z - \frac{1}{3}x^3y^2$	$7x^2y(-4x^3y^5) + 17x^2y^3 - 4x^2y + 28x^5y^6$
$-xz^2 + \frac{1}{2}yz + \frac{2}{5}xz^3 - \frac{1}{2}yz + 2xz^2 + xz^3$	$5x^4y^2 - 7x^3y^2(-2xy^2) - 5x^4y^2 + x^3 - 14x^4y^4$
$3xyz^2 - \frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2z + \frac{1}{2}xyz^2 - xy^2z$	$-3x^2y(-2xy^2) + 4xy - 2 - 6x^3y^3$

Bài 4: Thu gọn và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần và tăng dần:

$8x^5 - 6x^2 + 7x - 3x^5 + 2x^2 + 15$	$4x^5 - 2x^2 + 3x - x^5 + 4x^2 + 8$
$-9 + 5x^7 - 6x^2 - 11x^7 + 7x^2 + x^5$	$6y^3 - 8y^2 + 12 + 2y + 7y^2 - 3y^3$
$1 - 6x^7 + 5x^4 - 2 - 8x^7 + 13x^5$	$8 - 5x^2 + 3x^7 + 2x - 3x^7 - 6x^3$

Bài 5: Tính giá trị của biểu thức:

$A = x^3 - x^2 + x + 3$ tại $x = -1; 0; 1$	$F = -\frac{4}{5}uv^2 + 3u^3v^2 - \frac{1}{2}v^2 + \frac{3}{4}u^2$ tại
$B = 3x^2 - 2x - 1$ tại $x = 0; 1; 2$	$u = -2$ và $v = -1$
$C = -x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ tại $x = -2; -1; 1; 2$	$G = -3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 7x + 7$ tại $x = 1; 0; 2$
$D = 3x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 2x - 2$ tại $x = -1; 0; 1$	$H = x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 15x + 2$ tại $x = -1; 0; 1; 2$
$E = 4x^2y - \frac{2}{3}xy^2 + 5xy - x$ tại $x = 2$ và $y = \frac{-1}{3}$	

$$I = -3x^3y^5 - 1\frac{2}{5}x^2y + 5x^2y^3 - 3x + 2y \text{ tại}$$

$$x = -1 \text{ và } y = \frac{-1}{3}$$

$$J = -\frac{1}{2}u^2v - 2uv^5 - 1\frac{1}{2}vu^2 + \frac{2}{7}vu^3 \text{ tại}$$

$$u = 1 \text{ và } v = -3$$

Bài 6: Tính $A+B$; $A-B$; $B-A$, nếu biết:

$$\begin{cases} A = -5x^3 + 8x^4 + x^2 - \frac{1}{3} \\ B = -2x^3 + x^4 - x^2 - 5x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = -7x^3 + 6x + 8x^4 + 7x^2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}x \\ B = 28 - 7x^3 - 5x^4 - 3x^2 - 5x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 1 + 5x^5 - 3x^2 + \frac{1}{3}x^4 \\ B = 3x^7 + \frac{2}{3}x^4 - 6x^6 - x^5 + 8 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2x^5 + \frac{1}{2}x^3 - x^2 + 1 - 3x \\ B = x^6 - 7x^5 + 6x^2 + \frac{1}{2}x^3 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3x^3y^2 + 2x^2y - xy \\ B = 4xy - 3x^2y + 2x^3y^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3x^4 + 2y^2 - 3z^3 + 4 \\ B = -2z^3 + 5 + 3y^2 - 2x^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = -2xy^2 - 3x^2y + 5xy \\ B = xy - 3x^2y + 2x^3y^2 - 2xy^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = -x^3 - 3y^3 - z^3 + 4y \\ B = 9z^3 + 5y - 7y^3 - 6x^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3 \\ B = 6,9xy - 2,3x^2y + 8y^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2\frac{2}{5}x^2 + 1\frac{7}{10}y^2 + 2xy \\ B = \frac{2}{5}x^2 - 1\frac{3}{10}y^2 + xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2\frac{2}{5}x^2 + 1\frac{7}{10}y^2 + 2xy \\ B = \frac{2}{5}x^2 - 1\frac{3}{10}y^2 + xy \end{cases}$$

Bài 7: Tính $A+B+C$; $A+B-C$; $A-B-C$, nếu biết:

$$1. \begin{cases} A = x - y \\ B = y - z \\ C = -z + x \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} A = x^2 + y^2 - 2xy \\ B = x^2 + y^2 + 2xy \\ C = 4xy - 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} A = 3x^2 - 2xy + y^2 \\ B = x^2 - xy + 2y^2 \\ C = 4x^2 - y^2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} A = 6x^7 - 5x^3 + 1 \\ B = -3 + 2x - 4x^7 \\ C = -2x^7 - x^5 + 7x^2 + x^6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} A = 4x^3 - 5x^2 + 7x - 10 \\ B = 10x - 3x^3 - 8 + 2x^2 \\ C = 3x + 2 + 2x^3 + 3x^2 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} A = 3x^2 - 4x + 1 \\ B = 1 + 6x + 5x^2 \\ C = -4x^2 + x - 5 \end{cases}$$

Bài 8: Cho $f(x) = 5x^2 - 2xy + 3xy^2$; $g(x) = -2x^2 - 2xy^2 + xy$; $h(x) = x^2 - 3x^2y + xy - 2x^3$

Tính: $f(x) + g(x) - h(x)$; $f(x) - 2g(x) + h(x)$ và $2f(x) - g(x) + h(x)$

Bài 9: Tìm nghiệm của các đa thức sau:

1. $f(x) = -10x - 2$

2. $f(x) = -2x + 4$

3. $f(x) = 5x + 12$

4. $f(x) = 2x + 1$

5. $f(x) = 5 - 2x$

6. $f(x) = 2x - 3$

7. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

8. $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$

9. $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$

10. $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

11. $f(x) = x^2 - 2x$

12. $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x^2$

13. $f(x) = (2x - 4)(x + 1)$

14. $f(x) = x^2 + 1$

15. $f(x) = (4x - 1)(2x + 3)$

16. $f(x) = (-5x + 2)(x - 7)$

17. $f(x) = x^2 - 5x$

18. $f(x) = -4x^2 + 8x$

Bài 10: Cho đa thức $f(x) = ax + 5$. Tìm a biết:

1. $f(1) = 3$

2. $f(-3) = -2$

3. $f(-1) = 4$

4. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$

5. $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 1$

6. $f\left(\frac{3}{4}\right) = 2$

Bài 11: Tìm đa thức A biết:

1. $A + 7x^2y - 5xy^2 - xy = x^2y + 8xy^2 - 5xy$

2. $4x^2 - 7x + 1 - A = 3x^2 - 7x - 1$

3. $5x^2 - 2A + 4x - 5 = A + 4x^2 - 6x + 7$

4. $3x^2 - 8x + 5 - A = -2A + x^2 + 4x - 6$

5. $4A - 3x^2 - 6x + 7 = x^2 + 3A - 4x - 3$

6. $A - (2xy - 4y^2) = x^2 - 7y^2 + 5xy$

7. $(6x^2 - 3x^2y) + A = x^2 + y^2 - 2xy^2$

8. $(25u^2v - 13uv^2 + u^3) - A = 11u^2v - 2u^3$

9. $x^3y - 2x^2y + x - y + A = x^2y + 3x + 2y$

10. $A - (2x^3 - y^2 + 32x^2 - 4xy) = 10x^2 + 2x^3$

Bài 12: Tìm một đa thức nhận $-\frac{1}{2}$ là nghiệm (giải thích vì sao).

Bài 13: Tìm một đa thức nhận $-\frac{2017}{2018}$ là nghiệm (giải thích vì sao).

Bài 14: Tìm một đa thức nhận $\frac{5}{2014}$ là nghiệm (giải thích vì sao).

Bài 15: Tìm một đa thức nhận $\frac{5}{27}$ là nghiệm (giải thích vì sao).

Bài 16 : Cho đa thức $P(x) = mx - 3$. Xác định m biết rằng $P(-1) = 2$

Bài 17: Cho đa thức $Q(x) = -2x^2 + mx - 7m + 3$. Xác định m biết rằng $Q(x)$ có nghiệm là -1 .

Bài 18: Cho $f(x) = (x - 4) - 3(x + 1)$. Tìm x sao cho $f(x) = 4$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Kiểm tra HKII (2008-2009) - QUẬN TÂN PHÚ

Câu 1: (2đ) Cho đơn thức $M = \left(-\frac{3}{4}x^4y\right)\left(\frac{2}{9}x^2y^2\right)$

- a) Thu gọn M rồi cho biết hệ số và phần biến của đơn thức.
- b) Tính giá trị của đơn thức M tại $x = -1; y = 2$.

Câu 2: (2.25đ) Cho hai đa thức sau $P(x) = -6x^2 + 3 - 5x^4 + 2x^3 - 5x$

$$Q(x) = 3x^4 - 7 + 5x^2 - 7x + 5x^3$$

- a) Hãy sắp xếp hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- b) Tính $P(x) + Q(x)$
- c) Tìm đa thức $A(x)$ sao cho $Q(x) + A(x) = -P(x)$

Câu 3: (0.5đ) Tìm hai đa thức nhận $\frac{-1}{2}$ làm nghiệm.

(Tân Phú 2009-2010)

Bài 1: Cho đơn thức $N = \left(-\frac{3}{4}xy^4\right)\left(\frac{6}{9}x^2y^2\right)$

- a) Thu gọn N rồi cho biết hệ số và phần biến của đơn thức ?
- b) Tính giá trị của đơn thức N tại $x = -1; y = -2$

Bài 2: Cho hai đa thức sau:

$$P(x) = -5x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 3 - 5x$$

$$Q(x) = 5x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 7 + x$$

- a) Tính $P(x) + Q(x)$
- b) Tìm nghiệm của đa thức $P(x) + Q(x)$
- c) Tìm đa thức $M(x)$ sao cho $Q(x) + M(x) = -P(x)$

Bài 3: Tìm một đa thức nhận số 0 và (-1) làm nghiệm.

(Tân Phú 2012-2013)

Bài 1: Cho đơn thức $N = xy^3\left(\frac{-1}{2}x^3y\right)$

- a) Thu gọn N rồi cho biết hệ số và phần biến và bậc của đơn thức N ?

b) Tính giá trị của đơn thức N tại $x = -1; y = \frac{1}{2}$

Bài 2: Cho hai đa thức sau:

$$P(x) = 2x^2 - 5x + x^3 - 1$$

$$Q(x) = x^3 + 2x^2 - 7 + 3x$$

a) Tính $A(x) = P(x) - Q(x)$. Sau đó tìm một nghiệm của đa thức A(x).

b) Tìm đa thức B(x) sao cho $P(x) = B(x) - Q(x)$.

Bài 3: Tìm một đa thức nhận số $-\frac{1}{2}$ làm nghiệm.

(Tân Phú 2013-2014)

Bài 1: Cho đơn thức $P = (-3x^3y^2)xy^3$

a) Thu gọn P rồi cho biết hệ số và phần biến và bậc của đơn thức P?

b) Tính giá trị của đơn thức P tại $x = -1; y = \frac{1}{2}$

Bài 2: Cho hai đa thức sau:

$$M(x) = 2,5x^2 - 0,5x - x^3 - 1$$

$$N(x) = -x^3 + 2,5x^2 - 6 + 2x$$

a) Tính $A(x) = M(x) - N(x)$. Sau đó tìm một nghiệm của đa thức A(x).

b) Tìm đa thức B(x) biết $B(x) = M(x) + N(x)$. Cho biết bậc của đa thức B(x)?

Bài 3: Tìm một đa thức nhận số 0,5 làm nghiệm (giải thích vì sao).

QUẬN TÂN BÌNH - NĂM HỌC 2011 - 2012

Bài 1: Cho đơn thức: $M = \left(-\frac{2}{49}yz\right)(2x^2y)^2\left(\frac{9}{8}x^2z\right)$

1) Thu gọn đơn thức M rồi xác định hệ số và phần biến của đơn thức

2) Tính giá trị của đơn thức M tại $x = -1, y = -2$ và $z = 7$

Bài 2: Cho hai đa thức sau:

$$A(x) = -5x^3 + 3x^4 + \frac{2}{7} - 8x^2 - 10x$$

$$B(x) = -2x^4 - \frac{3}{7} + 7x^2 + 8x^3 + 6x$$

1) Hãy sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

2) Tính $A(x) + B(x)$ và $A(x) - B(x)$

Bài 3: 1) Cho $M(x) = x^2 - 2x - 15$ Chứng tỏ $x = -3$ là nghiệm của đa thức M(x) 2)
 Tìm nghiệm của đa thức A(x). Biết $A(x) = 5x - 60$.

CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC LỚP 7 HK2

Chuyên đề 1 TAM GIÁC CÂN. TAM GIÁC ĐỀU

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

2. Tính chất

- Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.
- Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Định nghĩa: Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.

3. Tam giác đều

Định nghĩa: tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

Tính chất: Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng 60^0 .

*Dấu hiệu nhận biết tam giác đều:

- Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.
- Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60^0 thì tam giác đó là tam giác đều.
- Nếu một tam giác có ba cạnh bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều (định nghĩa).

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh AC, N là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh $BM=CN$.

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm H thuộc cạnh AC, điểm K thuộc cạnh AB sao cho $AH=AK$. Gọi O là giao điểm của BH và CK. Chứng minh $\triangle OBC$ là tam giác cân.

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD=CE$. Chứng minh rằng $\triangle ADE$ là tam giác cân.

Bài 4: Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE=BC$. Chứng minh rằng $BD//EC$.

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 3cm. Gọi D là một điểm của cạnh đáy BC. Qua D, kẻ các đường thẳng song song với các cạnh bên, chúng cắt AB và AC theo thứ tự tại F và E. Tính tổng $DE+DF$.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ phân giác trong của góc B, và phân giác ngoài của góc A, chúng cắt nhau tại I. Chứng minh rằng $AI//BC$ và $\triangle ABI$ cân.

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC; trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MA=MD$.

a) Chứng minh: $\triangle AMB = \triangle DMC, AB = CD, AB // CD, \angle ACD = 90^0$

b) Chứng minh: $\triangle BCA = \triangle DAC, BC = AD$

c) Chứng minh: $AM = \frac{1}{2} BC$

Bài 8: Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $MB=MC$. Gọi N là trung điểm của BC.

a) Chứng minh AM là phân giác của góc BAC

b) Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng.

Bài 9: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD=MA$.

- a) Chứng minh $AB \parallel CD$
- b) Gọi N là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia NB lấy điểm K sao cho $NB = NK$. Chứng minh 3 điểm D, C, K thẳng hàng.
- c) Gọi I là trung điểm của AB. Từ A vẽ AP song song với BC sao cho $AP = BM$, P và K nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa đường thẳng AB. Chứng minh ba điểm M, I, P thẳng hàng.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A, trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AB = AD$. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ADC$, từ đó suy ra tam giác BCD cân.

Bài 11: Cho tam giác đều ABC, trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy M và N sao cho $AM = AN$. Chứng minh:

- a) $\triangle AMN$ đều.
- b) $MN \parallel BC$

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ đều, M là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh $AM \perp BC$
- b) Chứng minh AM là phân giác góc BAC.
- c) Tính các góc của $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$.

Bài 13: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$. Trên tia phân giác của góc A lấy điểm E sao cho $AE = AB + AC$. Chứng minh rằng tam giác BCE là tam giác đều.

Bài 14: Cho điểm M là thuộc đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB, vẽ các tam giác đều AMC, BMD. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AD, CB. Chứng minh rằng tam giác MEF là tam giác đều.

***Chuyên đề 2* ĐỊNH LÝ PYTAGO (PYTHAGORE)**

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng bình phương của hai cạnh góc vuông.
2. Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông. (**chúng ta so sánh bình phương cạnh lớn nhất với tổng bình phương của hai cạnh còn lại**).

$$\triangle ABC, A = 90^\circ \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

II. BÀI TẬP

DẠNG 1: Tính độ dài các cạnh bằng định lý Pitago

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, tính độ dài cạnh còn lại trong các trường hợp sau:

- | | |
|--|---|
| 1) $AB = 3\text{cm}, AC = 4\text{cm}$ | 4) $AB = \sqrt{12}\text{ cm}, AC = \sqrt{13}\text{ cm}$ |
| 2) $AB = 5\text{cm}, AC = 12\text{cm}$ | 5) $AB = \sqrt{7}\text{ cm}, AC = 3\text{cm}$ |
| 3) $AB = 1\text{cm}, AC = 1\text{cm}$ | |

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, tính độ dài cạnh còn lại trong các trường hợp sau:

- | | |
|--|---|
| 1) $AB = 12\text{cm}, BC = 13\text{cm}$ | 4) $AB = 2\text{cm}, BC = \sqrt{13}\text{ cm}$ |
| 2) $AB = 1\text{cm}, BC = \sqrt{2}\text{ cm}$ | 5) $AB = \sqrt{99}\text{ cm}, BC = 10\text{cm}$ |
| 3) $AB = \sqrt{3}\text{ cm}, BC = 12\text{cm}$ | |

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, tính độ dài cạnh còn lại trong các trường hợp sau:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $AB = AC$ và $AB + AC = 10$ | 4) $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}$ và $AB + AC = 14$ |
| 2) $AB = AC$ và $AB + AC = 2\sqrt{2}$ | 5) $\frac{AB}{12} = \frac{AC}{5}$ và $5AB + 8AC = 100$ |
| 3) $AB - AC = 7$ và $AB + AC = 17$ | |

DẠNG 2: Dùng định lý Pitago để chứng minh tam giác vuông:

Bài 4: Chứng minh tam giác ABC vuông trong các trường hợp sau:

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1) $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ | 4) $AB = 9, AC = 40, BC = 41$ |
| 2) $AB = 8, AC = 15, BC = 17$ | 5) $AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{3}, BC = \sqrt{5}$ |
| 3) $AB = 5, AC = 12, BC = 13$ | 6) $AB = 1, AC = \sqrt{3}, BC = 4$ |

Bài 5: Cho tam giác ABC, kẻ $AH \perp BC$ tại H (H thuộc đoạn BC). Tính các cạnh AB, AC và chứng minh tam giác ABC vuông trong các trường hợp sau:

- | | |
|--|--|
| 1) $AH = 12\text{cm}, BH = 9\text{cm}, CH = 16\text{cm}$ | 4) $AH = \sqrt{20}\text{ cm}, BH = 4\text{cm}, CH = 5\text{cm}$ |
| 2) $AH = 2\text{cm}, BH = 1\text{cm}, CH = 4\text{cm}$ | 5) $AH = \sqrt{2}\text{ cm}, BH = \sqrt{2}\text{ cm}, CH = \sqrt{2}\text{ cm}$ |
| 3) $AH = \sqrt{3}\text{ cm}, BH = 1\text{cm}, CH = 3\text{cm}$ | 6) $AH = 4\text{cm}, BH = 4\sqrt{2}\text{ cm}, CH = 2\sqrt{2}\text{ cm}$ |

Bài 6: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}, BC = 10\text{cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

- 1) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A
- 2) Tính $S_{\Delta ABC}$. ($S_{\Delta ABC}$: diện tích tam giác ABC)
- 3) Tính AH, BH, CH

Bài 7: Cho tam giác ABC có $AB = 5\text{cm}, AC = 12\text{cm}, BC = 13\text{cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

- 1) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A
- 2) Tính $S_{\Delta ABC}$. ($S_{\Delta ABC}$: diện tích tam giác ABC)
- 3) Tính AH, BH, CH.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 16\text{cm}, AC = 12\text{cm}$, . Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

- 1) Tính $S_{\Delta ABC}$.
- 2) Tính BC, AH
- 3) Tính BH, CH.

Bài 9*: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=6\text{cm}, B = 30^\circ$. Phân giác trong của góc C cắt AB tại D. Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BD.

Bài 10: Cho tam giác ABC đều có độ dài mỗi cạnh là a. Gọi H là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta ACH, AH \perp BC$

b) Tính độ dài đoạn thẳng AH và diện tích tam giác ABC theo a.

Chuyên đề 3

CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

1. Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (trường hợp cạnh – góc - cạnh).
2. Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (trường hợp cạnh góc vuông – góc nhọn).
3. Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (trường hợp cạnh huyền – góc nhọn).
4. Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (trường hợp cạnh huyền – cạnh góc vuông).

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho đoạn thẳng AB có trung điểm O. Qua O vẽ đường thẳng xy không vuông góc với AB. Vẽ AH vuông góc với xy tại H và BK vuông góc với xy tại K. Chứng minh: $\triangle AOH = \triangle BOK$.

Bài 2: Cho đoạn thẳng MN có trung điểm I, qua I vẽ đường thẳng d bất kì. Vẽ ME và NF vuông góc với d tại E và F.

- a) Chứng minh $ME = NF$
- b) Chứng minh $MF = NE$

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH. Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho $AD = AC$. Kẻ DE vuông góc với AH tại E. Chứng minh A là trung điểm của EH.

Bài 4: Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho $AD = AC$. Kẻ DE và CF cùng vuông góc với AB tại E và F.

- a) Chứng minh A là trung điểm của EF
- b) Chứng minh $DF \parallel CE$.

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB và qua C vẽ đường thẳng vuông góc với AC. Hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm I. Chứng minh rằng

- a) $\triangle ABI = \triangle ACI$
- b) Đường thẳng AI là đường trung trực của đoạn thẳng BC

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AD vuông góc với BC. Chứng minh rằng AD là tia phân giác của góc A.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ BD vuông góc với AC, kẻ CE vuông góc với AB. Gọi K là giao điểm của BD và CE. Chứng minh rằng AK là tia phân giác của góc A.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Một đường thẳng d bất kỳ luôn đi qua A. Kẻ BH và CK vuông góc với đường thẳng d. Chứng minh rằng $BH^2 + CK^2$ có giá trị không đổi.

Bài 9: Cho tam giác ABC có $A = 105^\circ; B = 60^\circ$. Phân giác của góc B cắt AC tại D. kẻ AO vuông góc với BD, AO cắt BC tại E.

- a) Chứng minh: $\triangle AOB = \triangle EOB$
- b) Tính DAE
- c) Chứng minh: Tam giác ADE vuông cân tại D

Bài 10*: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của các tia BC và CB tương ứng lấy hai điểm D và E sao cho $BD=CE$. Gọi M là trung điểm của BC. Từ B và C kẻ $BH \perp AD, CK \perp AE (H \in AD, K \in AE)$. Chứng minh rằng ba đường thẳng BH, CK và AM đồng quy.

Hướng dẫn:

Ba đường thẳng đồng quy là ba đường thẳng cùng đi qua một điểm.

Ta gọi I là giao điểm của hai đường thẳng trong ba đường thẳng đã cho, cố gắng chứng minh đường thẳng thứ 3 đi qua điểm I.

Bài 11: Cho tam giác ADE cân tại A. Trên cạnh DE lấy các điểm B và C sao cho $DB = EC < \frac{1}{2}DE$

- a) Tam giác ABC là tam giác gì? Chứng minh điều đó.
- b) Kẻ $BM \perp AD, CN \perp AE$. Chứng minh rằng $BM=CN$.
- c) Gọi I là giao điểm của MB và NC. Tam giác IBC là tam giác gì? Chứng minh điều đó.
- d) Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc BAC.

Bài 12: Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ $BH \perp AC$. Gọi D là một điểm thuộc cạnh đáy BC. Kẻ $DE \perp AC, DF \perp AB$. Chứng minh rằng $DE+DF=BH$.

Bài 13: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $BD=CE$. Gọi I là giao điểm của BE và CD.

- a) Chứng minh rằng $IB=IC, ID=IE$
- b) Chứng minh rằng BC song song với DE.
- c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm A, M, I thẳng hàng.

Bài 14: (Tân Phú 2011-2012) Cho tam giác ABC ($AB < AC$). Trên cạnh AC, lấy điểm D sao cho $AB=AD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BD.

- a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ADM$
- b) Tia AM cắt cạnh BC tại K. Chứng minh $\triangle ABK = \triangle ADK$.
- c) Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE=DC$. Chứng minh $\triangle EBK = \triangle CDK$, từ đó suy ra ba điểm E, K, D thẳng hàng.

Bài 15: Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Vẽ DE vuông góc với BC tại E

- a) Cho biết $AB=6\text{cm}, BC=10\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC.
- b) Chứng minh rằng $\triangle ABD = \triangle EBD$ và tam giác ABE cân.

Chuyên đề 4

QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG TAM GIÁC

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trong một tam giác:

- Góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn
- Cạnh đối diện với góc lớn là cạnh lớn hơn.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC có $AB = 5cm$; $AC = 7cm$. So sánh B và C.

Bài 2: Cho tam giác ABC có $AB = 3cm$; $AC = 4cm$; $BC = 5cm$. So sánh các góc của tam giác ABC.

Bài 3: Cho tam giác ABC có $B = 60^0$; $C = 40^0$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 4: Cho tam giác ABC có $AB = 5cm$; $AC = 12cm$; $BC = 13cm$.

- Tam giác ABC là tam giác gì?
- So sánh các góc của tam giác ABC.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm$; $BC = 10cm$

Tính AC.

So sánh các góc của tam giác ABC.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 50^0$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 50^0$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 10cm$; $AC = 24cm$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 9: Cho tam giác ABC cân tại A có $B = 40^0$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 10: Cho tam giác ABC cân tại A có góc ngoài đỉnh $A = 100^0$. So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 11: Cho tam giác ABC có $A = 60^0$; $B = 80^0$ và có phân giác AD.

- Tính \widehat{ADB} ?
- So sánh các cạnh của tam giác ABD.
- So sánh các cạnh của tam giác ADC.

Bài 12: Cho tam giác ABC cân tại A có góc ngoài đỉnh $A = 120^0$; $B = 70^0$. Kẻ phân giác BE.

- Tính \widehat{AEB} ?
- So sánh các cạnh của tam giác ABE.
- So sánh các cạnh của tam giác BEC.

Bài 13: Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 60^0$. Kẻ phân giác BD.

- Tính \widehat{ADB} và \widehat{BDC} ?
- So sánh các cạnh của tam giác ABD.
- So sánh các cạnh của tam giác BDC.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

Bài 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có $B > 45^0$.

- a) Chứng minh: $C < 45^0$
- b) So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 15: Cho tam giác ABC vuông tại B. Kéo dài trung tuyến AM lấy $MD = MA$.

- a) So sánh CD với AB và CD với AC.
- b) So sánh BAM và MAC.

Bài 16: Cho tam giác ABC có $AB < AC < BC$

- a) So sánh các cặp góc của tam giác ABC.
- b) Chứng minh: $C < 60^0$

Bài 17: Cho tam giác ABC cân tại A có $B < 60^0$.

- a) Chứng minh: $A > 60^0$
- b) So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 18: Cho tam giác ABC vuông tại A có $B > 45^0$.

- a) So sánh B và C
- b) So sánh các cạnh của tam giác ABC.

Bài 19: Cho tam giác ABC đều. Lấy điểm I bất kỳ trên cạnh BC.

- a) Chứng minh: $\angle AIC > 60^0$.
- b) Chứng minh: $AC > AI$.
- c) So sánh các cạnh của tam giác AIC.

Bài 20: Cho tam giác ABC có phân giác AD.

- a) Chứng minh: $\angle ADC = \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAC$
- b) So sánh: AC và DC.
- c) Cho tam giác ABC có phân giác BD.
- d) Chứng minh: $\angle ADC = \angle ABC + \frac{1}{2} \angle BAC$
- e) So sánh: AC và DC.

Bài 21: Cho tam giác ABC có phân giác BD.

- a) Chứng minh: $\angle ADB = \angle ACB + \frac{1}{2} \angle ABC$ và $\angle BDC = \angle BAC + \frac{1}{2} \angle ABC$
- b) So sánh: BC và DC.
- c) So sánh AB và AD.

Bài 22: Cho tam giác ABC có $AB < AC$ và phân giác AD. Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$

- a) Chứng minh: $\angle DEC > \angle ADB$.
- b) So sánh DB và DC.

Bài 23: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Kẻ $BD \perp AC (D \in AC)$ và $CE \perp AB (E \in AB)$. BD cắt CE tại I.

- a) So sánh $ABD > ACE$.
- b) Chứng minh: $IB < IC$.
- c) Chứng minh: $CE > BD$.

Bài 24: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên BC, lấy các điểm D, E sao cho $BD = DE = EC$

- a) Chứng minh: $AB < AD$.
- b) Trên tia đối của tia DA, lấy điểm F sao cho $DF = DA$. Chứng minh: $EF = AB$.
- c) Chứng minh: $BAD > DAE$

***NÂNG CAO

Bài 25: Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Phân giác trong của góc B và góc C cắt nhau tại I. Chứng minh: $IC < IB$

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A. D là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của tam giác sao cho $ADB > ADC$. Chứng minh: $DC > DB$.

Bài 26: Cho tam giác đều ABC. Một điểm E thuộc cạnh BC. Trong nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng BC, không chứa điểm A, ta dựng tia Bx sao cho $CBx = CAE$. Tia Bx cắt tia AE tại Điểm D. Chứng minh $DA = DB + DC$

Bài 27: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC, $BAM > ACM$. Chứng minh: $CD > BD$.

Bài 28: Cho tam giác ABC có $AB < AC$, tia phân giác $AD (D \in BC)$. Chứng minh rằng: $CD > BD$.

Chuyên đề 5

QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xét các đường vuông góc và đường xiên kẻ từ một điểm ở ngoài đường thẳng đến đường thẳng đó, ta có các định lý sau:

- (1) Đường vuông góc ngắn hơn mọi đường xiên.
- (2) Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.
- (3) Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.
- (4) Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau. Đảo lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$.

- a) Chứng minh: $AC > AH$
- b) Chứng minh: $AB > AH$.

Bài 2: Chứng minh rằng trong tam giác vuông ABC, cạnh huyền BC là cạnh lớn nhất.

Bài 3: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$.

- a) Chứng minh: $AC > AH$ và $AB > AH$
- b) Chứng minh: $AH < \frac{1}{2}(AB + AC)$.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

Bài 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ $BD \perp AC (D \in AC)$, $CE \perp AB (E \in AB)$

- Chứng minh: $AB > BD$
- Chứng minh: $AC > CE$.
- Chứng minh: $AB + AC > BD + CE$.

Bài 5: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ $BD \perp AC (D \in AC)$, $CE \perp AB (E \in AB)$

- Chứng minh: $BC > BD$
- Chứng minh: $BC > CE$.
- Chứng minh: $BC > \frac{1}{2}(BD + CE)$

Bài 6: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ $BD \perp AC (D \in AC)$, $CE \perp AB (E \in AB)$

- Chứng minh: $AB + AC > BD + CE$
- Chứng minh: $BC > \frac{1}{2}(BD + CE)$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH

- Chứng minh: $AC > AH$ và $AC < BC$.
- Chứng minh: $AH < BC$.

Bài 8: Cho tam giác ABC, D nằm giữa A và C (BD không vuông góc với AC). Gọi E và F là chân đường vuông góc hạ từ A và C đến đường thẳng BD.

- Chứng minh: $AE < AD$.
- Chứng minh: $AE + CF < AC$.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác BD. Kẻ $DH \perp BC (H \in BC)$.

- So sánh $\triangle ABD$ và $\triangle HDB$.
- Chứng minh: $DA < DC$.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Trên BC lấy K sao cho $BK = BA$, trên AC lấy I sao cho $AI = AH$.

- Chứng minh: $\triangle ABK$ cân
- Chứng minh: $\angle BAH = \angle ACB$
- Chứng minh: $\angle HAK = \angle KAI$
- Chứng minh: $AC \perp KI$
- Chứng minh: $BC - AB > AC - AH$
- Chứng minh: $AH + BC > AB + AC$

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi E và F là chân đường vuông góc vẽ từ A và C đến đường thẳng BM.

- Chứng minh: $ME = MF$
- Chứng minh: $BE + BF = 2MB$.
- Chứng minh: $AB < BM$.
- Chứng minh: $\frac{BE + BF}{2} > AB$.

Bài 12: Cho tam giác DEF, I là trung điểm của EF. Từ E và F, kẻ $EH \perp DI (H \in DI)$, $FK \perp DI (K \in DI)$.

- Chứng minh: $IH = IK$.
- Chứng minh: $DE + DF > DH + DK$.
- Chứng minh: $DH + DK = 2DI$
- Chứng minh: $DE + DF > 2DI$.

Bài 13: Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy D bất kỳ thuộc AB và E thuộc tia đối của tia CA sao cho $CE = BD$. Kẻ DH và EK cùng vuông góc đường thẳng BC ở H và K.

- So sánh $\triangle BHD$ và $\triangle CKE$
- Chứng minh: $BC = HK$.
- Chứng minh: $BC < DE$.

Bài 14: Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$ và đường cao AE. Tia phân giác của góc B cắt AE ở H. Kẻ $HF \perp AB$ ở F.

- So sánh HF và HE.
- Chứng minh: $HC > HF$.

Bài 15: Cho $xOy = 60^\circ$ và Oz là tia phân giác. Lấy M thuộc Ox và N thuộc Oy. Kẻ MH và $NK \perp Oz$ ở H và K.

- Chứng minh: $OM + ON = 2(MH + NK)$.
- So sánh $OM + ON$ với $2MN$.

Bài 16: Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$ và đường cao BD và CE. Lấy F thuộc AB với $AF = AC$. Kẻ $FI \perp AC$ ở I.

- So sánh FI và CE.
- Kẻ $FH \perp BD$ ở H. chứng minh: $FI = HD$.
- Chứng minh: $AB - AC > BD - CE$.

Bài 17: Cho tam giác đều ABC, trên BC lấy điểm D, trên AC lấy E sao cho $BD = CE$. Kẻ Cx là phân giác của góc C và từ D, E kẻ $DH \perp Cx$ ở H; $EK \perp Cx$ ở K.

- Chứng minh: $\triangle CHD$ và $\triangle CKE$ là nửa tam giác đều.
- Chứng minh: $CD = 2DH$; $CE = 2EK$.
- Chứng minh: $DE \geq \frac{BC}{2}$.
- Xác định vị trí của D, E để độ dài DE đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 18: Cho tam giác vuông ABC tại A và $B > C$. Kẻ đường cao AH. Trên BH lấy D sao cho $HD = HB$. Kẻ $DI \perp AC$ và $CK \perp AD$.

- Chứng minh: D thuộc đoạn thẳng HC.
- Chứng minh: $DI = DK$.

Bài 19: Cho tam giác ABC có $B > C$. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$, lấy điểm M; BM cắt AC tại D

- So sánh BM và MC.
- Chứng minh: $MD < DH$.

Bài 20: Cho góc xAy nhọn. Trên tia Ax lấy E, B (E nằm giữa A và B). Trên tia Ay lấy F và C sao cho EF song song với BC và tam giác AEF cân tại A.

a) Chứng minh: $BF > \frac{EF + BC}{2}$.

b) Nếu $EF < BC$. Chứng minh: $BE > \frac{BC - EF}{2}$.

Bài 21: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, kẻ $AH \perp BC$ tại H, biết rằng $HC > HB$. Chứng minh: $AC > AB$.

Bài 22: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB > AC$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H, trên AH lấy D. Chứng minh: $BH > CH$, $BD > CD$.

Bài 23: Cho tam giác ABC vuông tại A, trên tia đối của tia AC lấy D sao cho $AD < AC$.

- Tìm hình chiếu của BC và BD lên đường thẳng AC.
- So sánh BC và BD.

Bài 24: Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Kẻ $AE \perp BC$ tại E, tia phân giác của góc B cắt AE tại H. Kẻ $HF \perp AB$ tại F. Chứng minh: $HC > HF$.

Bài 25: Cho tam giác ABC cân tại A, H là trung điểm của BC, M nằm giữa H và B.

- Chứng minh: $AH \perp BC$.
- Chứng minh: $AH < AC$.
- Chứng minh: $AM < AB$.
- Chứng minh: $AH < AM < AC$.

Bài 26: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy $D \in AB$ và $E \in AC$ ($D \neq A$ và B ; $E \neq A$ và C)

- Tìm hình chiếu của DE và DC lên AC; của CD và CB lên AB.
- So sánh: DE và DC; DE và BC.

Bài 27: Cho tam giác ABC có điểm D trong tam giác và $AD = AB$. Tia BD cắt AC ở I. H là trung điểm của BD.

- Chứng minh: $AH \perp BD$.
- So sánh AD với AI.
- Chứng minh: $AB < AC$.

Bài 28: Cho tam giác ABC nhọn, góc B lớn hơn góc C. AH là đường cao, M là điểm nằm trên HB, N là điểm nằm trên tia đối của tia BC. Chứng minh:

- $HB < HC$
- $AM < AB < AN$.

Bài 29: Cho tam giác ABC cân tại A, H là trung điểm của BC.

- Tính số đo góc AHB.
- Lấy điểm M trên đoạn HB và N trên đoạn HC sao cho $HM < HN$. So sánh các đoạn AB, AM và AN.

Bài 30: Cho tam giác ABC nhọn, góc B nhỏ hơn góc C, H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng BC.

- So sánh HB và HC.
- Lấy điểm M trên tia đối của tia BC và điểm N nằm trên đoạn HC. So sánh AN và AM.

Bài 31: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác BD. Lấy điểm E trên tia đối của tia AC sao cho $AE = AC$.

- Tam giác BCE là tam giác gì?
- So sánh BE và BD.

c) So sánh DA và DC.

Bài 32: Cho tam giác ABC nhọn có góc B lớn hơn góc C và điểm H là hình chiếu của A lên BC. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho $HD = HA$.

- a) $\triangle BAD$ và $\triangle CAD$ là những tam giác gì?
- b) So sánh BH với CH và DC với DB.

Bài 33: Cho tam giác ABC cân tại A có H là trung điểm của BC. Lấy điểm D trên đoạn HB và E trên đoạn HC sao cho $BD < CE$.

- a) Chứng minh: $HD > HE$.
- b) So sánh ADE và AED .

Bài 34: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm D trên đoạn AC và E trên tia đối của tia AC sao cho $AE = AC$.

- a) So sánh AE và AD.
- b) Chứng minh: $BDE > BED$

Bài 35: Cho tam giác ABC nhọn có góc B nhỏ hơn góc C. Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên BC.

- a) So sánh BH với HC.
- b) Chứng minh: H nằm giữa hai điểm C và M.

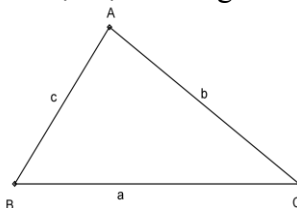
Chuyên đề 6 QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại.

Trong hình bên, ta có:

$$|b - c| < a < b + c$$



☞ *Khi làm bài, ta so sánh độ dài cạnh lớn nhất với tổng độ dài hai cạnh còn lại.*

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC có $BC = 1cm$; $AC = 7cm$. Hãy tìm độ dài cạnh AB, biết rằng độ dài này là một số nguyên. Tam giác ABC là tam giác gì?

Bài 2: Cho tam giác ABC cân có $AB = 3,9cm$; $BC = 7,9cm$.

- a) Tìm AC. c) Tính chu vi của tam giác ABC.
 b) Tam giác cân tại đỉnh nào?

Bài 3: Tính chu vi của tam giác cân ABC, biết:

- a) $AB = 5cm$; $AC = 12cm$.
 b) $AB = 7cm$; $AC = 13cm$.

Bài 4: Cho tam giác ABC có đường cao AH. Chứng minh: $2AH + BC > AB + AC$.

Bài 5: Cho tam giác OBC cân tại O. Trên tia đối của tia OC lấy điểm A. Chứng minh: $AB < AC$.

Bài 6: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy D sao cho $MD = MA$.

- a) Chứng minh: $\triangle AMB = \triangle DMC$.
 b) Chứng minh: $AM + AC > 2AM$.

Bài 7: Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Trên AC lấy F sao cho $AC = AF$. Gọi AD là đường phân giác của tam giác ABC. Trên AD lấy E tùy ý.

- a) Chứng minh: $\triangle AEC = \triangle AEF$. c) Chứng minh: $BE - EC < BF$.
 b) Chứng minh: $AB - AC = BF$.

Bài 8: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Chứng minh: $\frac{AB + AC}{2} > AM$.

Bài 9: Cho tam giác ABC có M thuộc tia phân giác ngoài của góc C. Trên tia đối của tia CA lấy $CI = CB$.

- a) So sánh MI với MB.
 b) Chứng minh: $MA + MB > AC + BC$.

Bài 10: Cho tam giác ABC có Cx là tia đối của tia CB. Gọi tia Cy là tia phân giác của góc ACx. Lấy M bất kỳ trên Cy. Trên Cx lấy N sao cho $CN = CA$.

- a) Chứng minh: $\triangle ACM = \triangle NCM$
 b) Chứng minh: $AC + BC < MA + MB$.

Bài 11: Cho tam giác ABC cân ở A có D thuộc AB. Kẻ $DE // BC (E \in AC)$.

- Tam giác ADE là tam giác gì?
- So sánh BE và CD.
- BE cắt CD ở O. Chứng minh: $OB + OC + OD + OE > DE + BC$.
- Chứng minh: $2BE > BD + EC$.

Bài 12: Cho tam giác ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Trên tia đối của tia DA lấy I sao cho D là trung điểm của AI.

- So sánh AB và CI.
- Chứng minh: $AB + AC > 2AD$.
- Chứng minh: $AB + AC + BC > AD + BE + CF$.

Bài 13: Cho tam giác ABC có AM là phân giác và $AB > AC$. Lấy I thuộc AB sao cho $AI = AC$.

- So sánh MC với MI.
- Chứng minh: $MB - MC < AB - AC$.

Bài 14: Cho $\angle xOy < 90^\circ$ và tia phân giác Oz. Lấy M trong góc xOz. Kẻ $MH \perp Ox$ ở H, $MK \perp Oy$ ở K. MK cắt Oz tại A. Từ A kẻ $AI \perp Ox$ ở I

- So sánh AI với AK.
- So sánh MH với MI và MI với MK.
- Chứng minh: $MH < MK$.

Bài 15: Cho tam giác ABC có M nằm trong tam giác. BM cắt AC ở D.

- Chứng minh: $MB + MC < DB + DC$.
- So sánh $DB + DC$ với $AB + AC$.
- Chứng minh: $MB + MC < AB + AC$.
- So sánh $MA + MB + MC$ với $AB + AC + BC$.

Bài 16: Cho B, C thuộc AD sao cho $AB = CD$. Lấy điểm M nằm ngoài đường thẳng AD. Gọi I là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia IM lấy $IJ = IM$.

- Chứng minh: $MA // DJ$ và $MC // BJ$.
- MB kéo dài cắt AJ ở H. So sánh $MA + AH + HJ$ với $MB + BJ$.
- Chứng minh: $MA + MD > MB + MC$.

Bài 17*: Cho tam giác ABC ($AC > AB$), tia phân giác của góc BAC cắt BC tại D, điểm E nằm trên đoạn thẳng AD. Chứng minh $AC - AB > EC - EB$.

Bài 18*: Cho tam giác ABC, M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh rằng:

$$\frac{AB + AC - BC}{2} < AM < \frac{AB + AC}{2}$$

Bài 19: Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác đó. Chứng minh rằng $MB + MC < AB + AC$

Bài 20: Cho tam giác ABC, M là điểm trên tia phân giác ngoài của góc C. Chứng minh rằng $MA + MB > AC + BC$

Chuyên đề 7

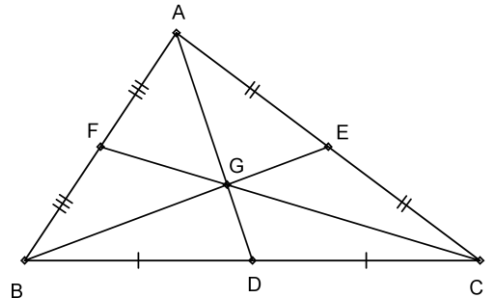
TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- ☞ Đường trung tuyến của tam giác là đoạn thẳng nối đỉnh của tam giác với trung điểm của cạnh đối diện.
- ☞ Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến. Ba đường trung tuyến của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.
- ☞ Giao điểm của các đường trung tuyến gọi là *trọng tâm* của tam giác.

Trong hình bên, ta có G là trọng tâm của tam giác ABC và:

$$\frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{GF} = \frac{2}{1}$$



II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A có đường phân giác AD.

- a) Chứng minh: $\triangle ADB = \triangle ADC$. Điểm D là gì?
- b) Chứng minh đường phân giác AD và 2 đường trung tuyến BE, CF của tam giác ABC đồng qui tại một điểm.

Bài 2: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau ở G. D là trung điểm BC. Đường AD là đường gì và điểm G là điểm gì trong tam giác ABC? Chứng minh: A, G, D thẳng hàng.

Bài 3: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau ở G. AG kéo dài cắt BC tại M. Chứng minh: $MB = MC$.

Bài 4: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và CF cắt nhau ở G. AG kéo dài cắt BC tại H.

- a) So sánh $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$.
- b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GA và GC. Chứng minh: AK, BD, CI đồng qui.

Bài 5: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD và BE cắt nhau ở G. Kéo dài GD thêm một đoạn $DI = DG$. Chứng minh: G là trung điểm của AI.

Bài 6: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và đường trung tuyến AD. Kéo dài GD thêm một đoạn $DI = DG$. Gọi E là trung điểm của AB. IE cắt BG tại M. Chứng minh: M là trọng tâm của tam giác ABI.

Bài 7: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Kéo dài từ B đến A thêm một đoạn $AD = AB$. AC cắt DM ở G. BG kéo dài cắt CD ở I.

- a) Chứng minh: $GC = 2GA$
- b) Đoạn BI là gì của tam giác BCD.

Bài 8: Cho tam giác ABC có $AB = AC = 5cm$; $BC = 6cm$. D là trung điểm BC.

- a) Tam giác ABD là tam giác gì? Tính AD.
- b) Trung tuyến BE cắt AD tại G. Tính AG.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8cm$; $BC = 10cm$. Trung tuyến AD cắt trung tuyến BE ở G.

- Tính AC và AE.
- Tính BE và BG.

Kéo dài CG cắt AB tại K. Tính CK.

Bài 10: Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AO. Kéo dài từ A đến O thêm một đoạn $OD = OA$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BD và CD. AH và AK lần lượt cắt BC ở E và F.

- Trong $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$, điểm E và F được gọi là gì?
- So sánh EO với BO, OF với OC. Chứng minh: $EF = \frac{1}{3}BC$.

Bài 11: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD và BE cắt nhau ở K. Gọi I là trung điểm của AK. CI cắt KE tại G.

- Điểm G là gì của tam giác ACK. So sánh EG với EK.
- So sánh EK với EB và EG với EB.

Bài 12: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BI và CK cắt nhau ở G. Kéo dài AG thêm một đoạn $GD = GA$ và AD cắt BC tại M.

- Chứng minh: $\triangle MBD = \triangle MCG$.
- So sánh BD với CK.

Bài 13: Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AD. Lấy điểm G trên đoạn AD sao cho $AG = 2GD$. Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh: $AG = \frac{2}{3}AD$ và B, G, E thẳng hàng.

Bài 14: Cho tam giác ABC, vẽ 2 đoạn BI và CK dài bằng nhau và cùng vuông góc với BC sao cho I và K ở hai bên đường thẳng BC. IK cắt BC ở D.

- Chứng minh: D là trung điểm của BC.
- Lấy G trên AD sao cho $AG = \frac{2}{3}AD$. Điểm G là gì của tam giác ABC và tam giác AIK.

Bài 15: Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AD. Trên AD lấy hai điểm I và G sao cho $AI = IG = GD$. Gọi E là trung điểm của AC.

- Chứng minh: B, G, E thẳng hàng và so sánh BE và GE.
- CI cắt GE ở O. Điểm O là gì của tam giác ACG? Chứng minh: $BE = 9OE$.
- Cho tam giác ABC. Trên BC lấy T sao cho $BT = 2TC$. Kéo dài từ A đến C thêm một đoạn $CD = CA$.
- Điểm T là gì của tam giác ABD?
- DT cắt AB ở E. Chứng minh: E là trung điểm của AB.

Bài 16: Cho tam giác ABC có M và G lần lượt là trung điểm của AB và AC. Kéo dài MG thêm một đoạn $GD = 2GM$.

- Điểm G là gì của tam giác ABD?
- BD cắt AC ở O. Chứng minh: O là trung điểm của BD và của GC.

Bài 17: Cho hai tam giác ABC và ADC, có chung cạnh AC, hai đỉnh B, D nằm trong hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng AC và $AB \parallel DC$, $BC \parallel AD$. Gọi M, N, P là các trung điểm của các đoạn AD, DC, BC và E, F là giao điểm của BD với AP, CM.

- Chứng minh: A, F, N thẳng hàng.
- Chứng minh: $BE = EF = FD$.

Bài 18: Cho tam giác ABC. Trong nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC, có chứa điểm B, ta vẽ tia $Ax' \parallel BC$ và trên Ax' một điểm D sao cho $AD = CB$. Trong nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC,

không chứa điểm B, ta vẽ tia $Ax \parallel BC$ và trên Ax một điểm E sao cho $AE = CB$. Hai tia BD và EC cắt nhau tại điểm F.

- Chứng minh: 3 đường thẳng AF, BE, CD đồng qui tại một điểm G.
- Chứng minh: $\triangle ABC$ và $\triangle FDE$ có cùng trọng tâm.

Bài 19: Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM, BI cắt AC tại D.

- Chứng minh: $AC = 3AD$.
- Chứng minh: $ID = \frac{1}{4}BD$.

Bài 20*: Cho tam giác ABC, ba đường trung tuyến AD, BE, CF. Từ F kẻ đường thẳng song song với AD cắt ED tại I.

- Chứng minh $IC \parallel BE$ và $IC = BE$
- Cho biết $AD \perp BE$, chứng minh tam giác ICF là tam giác vuông và chu vi của tam giác này bằng tổng độ dài ba đường trung tuyến của tam giác ABC.

Chuyên đề 8

TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó. Ngược lại, điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.
- Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm, điểm này cách đều ba cạnh của tam giác.
- Giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác đó (đường tròn nội tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác)
- Đối với tam giác cân, đường trung tuyến ứng với cạnh đáy cũng là đường phân giác của tam giác đó.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho điểm M nằm trên tia phân giác At của góc xAy nhọn. Kẻ $MH \perp Ax$ ở H và $MK \perp Ay$ ở K.

- So sánh MH và MK.
- Chứng minh: $\triangle AMH = \triangle AKM$

Bài 2: Cho tam giác ABC, có trung tuyến AM cũng là đường phân giác. Kẻ $MH \perp AB$ ở H và $MK \perp AC$ ở K.

- So sánh MH và MK.
- Chứng minh: $\triangle BMH = \triangle CKM$
- Tam giác ABC là tam giác gì?

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A có hai đường phân giác BD và CE cắt nhau tại H. đường thẳng AH cắt BC ở M.

- Đường thẳng AM là đường đặt biệt gì của tam giác ABC.
- So sánh $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$.
- Tính số đo góc AMB.

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A có AM là đường trung tuyến.

- So sánh góc BAM và góc CAM.
- Lấy điểm D trên AM. Kẻ $DH \perp AB$ ở H và $DK \perp AC$ ở K. Chứng minh: $\triangle DHK$ cân.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 80^\circ$ và AM là đường trung tuyến.

- Tính số đo góc B và góc C.
- Tia phân giác của góc B cắt AM ở I. Tính số đo góc ACI.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Hai tia phân giác góc B và góc C cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh: A, I, M thẳng hàng.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = 5cm; BC = 8cm$. Đường phân giác AD cắt đường trung tuyến BM ở I.

- Chứng minh: $ADB = 90^\circ$ và tính BD.
- Tính AD, ID.

Bài 8: Cho tam giác ABC đều cạnh 10cm có phân giác AD.

- Tính BD và AD.
- Đường trung tuyến CE cắt AD ở I. Tính DI.
- Kéo dài BI cắt AC tại F. Tính AF, EC.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau ở I.

- Tính số đo của góc BAI và góc CAI.
- Kẻ $ID \perp AB$ ở D; $IE \perp AC$ ở E; $IF \perp BC$ ở F. Chứng minh: điểm I cách đều ba cạnh của tam giác ABC.

Bài 10: Cho tam giác ABC có phân giác của hai góc ngoài đỉnh B và đỉnh C cắt nhau ở I. Kẻ $ID \perp AB$ ở D; $IE \perp BC$ ở E; $IF \perp AC$ ở F.

- Chứng minh: $ID = IE = IF$.
- AI là gì của góc BAC.

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác trong của góc B và góc C cắt nhau ở I. Kẻ $ID \perp AB$ ở D; $IE \perp AC$ ở E; $IF \perp BC$ ở F. Chứng minh: $AD = AE; BD = BF; CE = CF$

Bài 12: Cho tam giác ABC cân tại A có hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại I.

- Chứng minh: tam giác AMN cân.
- So sánh $\triangle AMI$ và $\triangle ANI$.
- Kéo dài AI cắt BC tại P. Biết $AB = 10cm; BC = 16cm$. Tính BP, AI, BI, CN.

Bài 13: Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$. Tia phân giác trong của góc A và góc B cắt nhau ở I.

- Tia CI là gì của góc ACB?
- Tính góc BIC.
- Kéo dài CI cắt AB tại E. Tính góc BIE và góc CID.
- Tia phân giác của góc BIC cắt BC ở F. Chứng minh: $IE = IF = ID$.

Bài 14: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy D thuộc AC và E thuộc AB sao cho $ABD = \frac{1}{3}ABC; ACE = \frac{1}{3}ACB$. BD cắt CE ở I.

- So sánh EBI với IBC và DCI với ICB .
- Tính $BIC; EIB; DIC$.
- Hai tia phân giác của IBC và ICB cắt nhau ở F. So sánh: $\triangle EIB$ và $\triangle FBI$ và $\triangle DCI$ và $\triangle FCI$.
- Tam giác DIE là tam giác gì?

Bài 15: Cho tam giác ABC có $AB < AC < BC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Trên tia PC lấy D sao cho $PD = PM$, trên tia PB lấy E sao cho $PE = PN$ và trên tia NA lấy F sao cho $NF = PE$. Chứng minh: ba đường thẳng MD, NE, PF đồng qui tại một điểm.

Bài 16: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên hai cạnh AB và AC về phía ngoài tam giác, ta vẽ các tam giác đều ADB, AEC.

a) Chứng minh: $BE = CD$.

b) Kẻ phân giác AH của tam giác ABC. Chứng minh: ba đường thẳng BE, CD và AH đồng qui.

Bài 17: Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia BC, lấy M sao cho $MB = AB$ và trên tia đối của tia CB, lấy N sao cho $NC = AC$. Qua M kẻ đường thẳng song song với AB và qua N kẻ đường thẳng song song với AC. Hai đường này cắt nhau tại P.

a) Chứng minh: MA là phân giác của PMB và NA là phân giác của PNC .

b) PA cắt BC tại D. Chứng minh: PD là phân giác của MPN và đồng thời cũng là phân giác của góc BAC .

Bài 18: Cho tam giác ABC, kẻ phân giác AD của góc A. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt cạnh AC tại E, qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt cạnh AB tại F. Chứng minh: $CE = BF$

Chuyên đề 9 TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- (1) Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó. Đảo lại, điểm cách đều hai mút của đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của tam giác đó.
- (2) Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác và là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác đó (ta gọi đó là *đường tròn ngoại tiếp tam giác*). Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là tam giác cân.
- (3) Đường cao của một tam giác là đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện. Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là *trực tâm* của tam giác đó. Trực tâm của tam giác nhọn nằm trong tam giác. Trực tâm của tam giác vuông nằm tại đỉnh góc vuông. Trực tâm của tam giác tù nằm ngoài tam giác.
- (4) Trong một tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến và đường cao cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó.
- (5) Trong một tam giác, nếu hai trong bốn loại đường (đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.
- (6) Trong tam giác đều, trọng tâm, trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh là bốn điểm trùng nhau.

II. BÀI TẬP

***Tính chất ba đường trung trực của tam giác**

Bài 1: Cho C và D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh: $DCA = DCB$

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ và có đường cao AH. Kéo dài AH thêm một đoạn $HD = HA$. Chứng minh: tam giác BCD vuông ở D.

Bài 3: Cho ba điểm không thẳng hàng. Đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại O. Chứng minh: $OB = OC$.

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A và tam giác DBC cân tại D. M là trung điểm BC. Chứng minh: A, M, D thẳng hàng.

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A. M là trung điểm BC. Đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại D. Chứng minh:

- $DB = DC$.
- A, D, M thẳng hàng.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Hai tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I.

- Chứng minh: tam giác BIC cân tại I.
- Chứng minh: AI là đường trung trực của BC.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ $Bx \perp BA$, $Cy \perp CA$. Bx và Cy cắt nhau tại D. Chứng minh: $\triangle ADB = \triangle ADC$ và $AD \perp BC$.

Bài 8: Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Lấy D trên cạnh AC sao cho $CD = AB$. Đường trung trực của BD cắt đường trung trực của AC tại M.

- So sánh $\triangle MAB$ và $\triangle MCD$.
- $\triangle MAC$ là tam giác gì? Chứng minh: AM là tia phân giác của góc BAC.

Bài 9: Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Đường trung trực của BC cắt tia phân giác của góc BAC tại M. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống hai tia AB và AC tương ứng. So sánh $\triangle MBH$ và $\triangle MCK$.

Bài 10: Cho tam giác ABC nhọn có AH là đường cao. Vẽ $HD \perp AB$ ở D, $HE \perp AC$ ở E. Kéo dài HD thêm một đoạn $DI = DH$, kéo dài HE thêm một đoạn $EK = EH$.

- AB và AC là gì của đoạn IH và HK? Chứng minh: $\triangle AIK$ cân ở A.
- IK cắt AB và AC tại G và M. Chứng minh: $\triangle AGH = \triangle AGI$; $\triangle AMH = \triangle AMK$.
- Chứng minh: HA là tia phân giác của góc GHM.

Bài 11: Cho d là đường trung trực của đoạn thẳng AC. Lấy B sao cho A và B ở về một bên đường thẳng d. BC cắt d tại I. Điểm M di động trên d.

- So sánh MA + MB với BC.
- Tìm vị trí của M trên d để MA + MB nhỏ nhất.

Bài 12: Cho tam giác ABC có các đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, EF, AH. Chứng minh: M, N, P thẳng hàng.

Bài 13: Cho tam giác ABC có đường phân giác AD. Từ điểm P thuộc DC, ta kẻ đường thẳng song song với AD cắt AC tại M và cắt tia đối của tia AB tại N. Chứng minh: đường trung trực của đoạn MN đi qua đỉnh A của tam giác ABC.

Bài 14: Cho tam giác ABC, lấy D thuộc tia đối tia BA và E thuộc tia đối tia AC sao cho $CE = BD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của BC, DE, BE, CD.

- Chứng minh: tam giác PMQ cân.
- Chứng minh: $MN \perp PQ$.
- Gọi Ax là tia phân giác của góc BAC. Chứng minh: $Ax \parallel MN$.

Bài 15: Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung trực của AC cắt tia CB tại D nằm ngoài đoạn thẳng BC. Trên tia đối của tia AD lấy E sao cho $AE = BD$. Chứng minh: $AD = CE$.

*Tính chất ba đường cao của tam giác

Bài 1: Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao AD, BE cắt nhau ở H. Chứng minh: $CH \perp AB$.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy H thuộc AB, vẽ $HE \perp BC$ ở E. Tia EH cắt tia CA tại D. Điểm H là gì của tam giác BDC? Chứng minh: $CH \perp BD$.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy H thuộc AB, vẽ tia $Bx \perp CH$ và cắt CA tại D. Chứng minh: $DH \perp BC$.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ và D là trung điểm BC. Vẽ tia $Bx \perp AD$ tại E và cắt AC tại H. Vẽ tia $Dy \parallel AB$ cắt AC và Bx lần lượt tại I và K. Điểm H là gì của tam giác ADK? Chứng minh: $DH \perp AK$.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AD. Lấy H thuộc AD và E thuộc CD sao cho $HE \parallel AC$. Chứng minh: $BH \perp AE$.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Lấy H thuộc AC, kéo dài BA thêm một đoạn $AD = AH$. Kéo dài DH cắt BC ở I. Chứng minh: $BH \perp CD$.

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông ở A và có đường cao AH, AD là đường phân giác của $\triangle ABH$; CI là đường phân giác của $\triangle ACH$; CI cắt AD tại K.

- Chứng minh: $HCA = HAB$; $KCA = KAB$.
- Chứng minh: $\triangle AKC$ vuông ở K. Điểm I là gì của $\triangle ACD$.
- Chứng minh: $DI \parallel AB$.

Bài 8: Cho tam giác BHC có $\angle BHC$ là góc tù và có đường cao HD. Vẽ $BF \perp CH$ tại F, $CE \perp BH$ tại E. Chứng minh: ba đường thẳng BF, CE, DH đồng qui.

Bài 9: Cho tam giác ABC cân ở A có trung tuyến AM. Từ M kẻ $MD \perp AC$. Gọi E, F là trung điểm của DC, MD. Chứng minh: $AF \perp BD$.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông ở A và có đường cao AH. M, N là trung điểm của BC và AB. Đường thẳng MN cắt tia AH tại D. Kẻ $HE \perp AC$; $HF \perp AB$.

- Chứng minh: $AM \perp EF$.
- Chứng minh: $EF \parallel BD$.

Bài 11: Cho góc xOy nhọn. Trên cạnh Ox, lấy A và trên Oy lấy B sao cho $OA = OB$. Từ A kẻ $AC \perp Oy$ tại C, từ B kẻ $BD \perp Ox$ tại D, AC và BD cắt nhau tại N. Đường thẳng vuông góc với Ox kẻ từ A cắt đường thẳng vuông góc với Oy kẻ từ B tại M.

- Chứng minh: N nằm trên tia phân giác của góc xOy.
- Chứng minh: O, M, N thẳng hàng.
- Chứng minh: $OM \perp AB$, suy ra $AB \parallel CD$.

MỘT SỐ ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài 1 (Tân Phú HK2 2009-2010) Cho ba điểm H, B, C thẳng hàng và $BC = 15\text{cm}$, $BH = 3\text{cm}$, $HC = 12\text{cm}$. Từ H vẽ tia Hx vuông góc với đường thẳng BC. Lấy A thuộc tia Hx sao cho $HA = 6\text{cm}$.

- Tính độ dài AB, AC
- Chứng minh tam giác ABC vuông.
- Trên tia HC, lấy $HD = HA$. Từ D vẽ đường thẳng song song với AH cắt AC tại E. Vẽ $EK \perp AH$ ($K \in AH$), chứng minh $\triangle HDE = \triangle EKH$
- Vẽ AD cắt HE tại G, chứng minh $3HG > BE$.

Bài 2: (Tân Phú HK2 2012-2013) Cho tam giác ABC với $AB = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$

- Chứng minh tam giác ABC vuông
- Trên tia AB lấy điểm D sao cho $AD = 3\text{cm}$. Chứng minh $\angle ACD = \angle ADC$
- Tia phân giác của góc CAD cắt BC tại M. So sánh MC và MD? Giải thích vì sao?
- Cho AM cắt CD tại K. Chứng minh $AK < \frac{BC}{2}$

Bài 3: (Tân Phú HK2 2013-2014) Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$.

- Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

- b) Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AB=AD$. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ADC$, từ đó suy ra $\triangle BCD$ cân.
- c) Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh DE đi qua trung điểm I của BC
- d) Chứng minh $DI + \frac{3}{2}DC > DB$

Bài 4: (Tân Bình 2010-2011) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB=12\text{cm}$; $BC=20\text{cm}$

- a) Tính độ dài cạnh AC và so sánh các góc của tam giác ABC.
- b) Vẽ AH vuông góc BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho H là trung điểm của đoạn thẳng AD. Chứng minh $\triangle AHC = \triangle DHC$
- c) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh DC, AC. Đường thẳng DF cắt cạnh HC tại M. Chứng minh ba điểm A, M, E thẳng hàng.
- d) Vẽ tia phân giác của góc BAH cắt cạnh BH tại N. Chứng minh $\triangle ANC$ cân và $NH < NB$

Bài 5: (Quận 1 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Vẽ DE vuông góc với BC tại E.

- a) Cho biết $AB=6\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC.
- b) Chứng minh rằng $\triangle ABD = \triangle EBD$ và tam giác ABE cân.
- c) Chứng minh rằng $DA < DC$
- d) Gọi M là giao điểm của AE và BD, N là trung điểm của đoạn thẳng CE, G là điểm trên đoạn thẳng CM sao cho $CG=2GM$. Chứng minh A, G, N thẳng hàng.

Bài 6 (Tân Bình 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB=9\text{cm}$, $BC=15\text{cm}$.

- a) Tính độ dài cạnh AC và so sánh các góc của tam giác ABC.
- b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng BD. Chứng minh tam giác BCD cân.
- c) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh DC, BC. Đường thẳng BE cắt cạnh AC tại M. Chứng minh ba điểm D, M, F thẳng hàng và tính độ dài cạnh CM
- d) Trên cạnh DC lấy điểm H, trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $DH=BK$. Đường thẳng HK cắt cạnh BD tại N. Chứng minh $NH=NK$.

Bài 7 (Quận 7 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB=6\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$.

- a) Tính AC
- b) Kẻ đường phân giác BD. Kẻ AE vuông góc với BD tại E, tia AE cắt BC tại K. Tam giác ABK là tam giác gì?
- c) Chứng minh DK vuông góc với BC.
- d) Lấy điểm M trên tia BA sao cho $BM=BC$. Chứng minh M, D, K thẳng hàng.

Bài 8: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$. Gọi M là giao điểm của BE và CD.

- a) Chứng minh $BE = CD$
- b) Chứng minh Tam giác BMD = Tam giác CME
- c) Chứng minh AM là tia phân giác góc BMC

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông góc ở A, phân giác BD. Vẽ DE vuông góc với BC. Chứng minh:

- a) $\triangle BAD = \triangle BED$
- b) $DF = DC$ (F là giao điểm của hai đường thẳng BA và ED)
- c) $AD < DC$

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân có $AB = AC = 5\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. Kẻ AH vuông góc BC ($H \in BC$)

- a) Chứng minh: $HB = HC$.
- b) Tính độ dài AH.
- c) Kẻ HD vuông góc với AB ($D \in AB$), kẻ HE vuông góc với AC ($E \in AC$).

Trên bậc đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

Chứng minh $\triangle HDE$ cân.

d) So sánh HD và HC.

Bài 11: (Tân Phú HK2 2008-2009) Cho tam giác ABC cân tại A, gọi hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Hai đoạn BN và CM cắt nhau tại G.

- Chứng minh $AM = AN$.
- Trên tia đối của tia NB, lấy điểm K sao cho $NK = NG$. Chứng minh $\triangle ANG = \triangle CNK$. Từ đó suy ra $AG \parallel CK$.
- Chứng minh: $BG = GK$
- Chứng minh $BC + AG > 2MN$

Kiểm tra HKII (2008-2009) - QUẬN TÂN PHÚ

Câu 1: Cho đơn thức $M = \left(-\frac{3}{4}x^4y\right)\left(\frac{2}{9}x^2y^2\right)$

- Thu gọn M rồi cho biết hệ số và phần biến của đơn thức.
- Tính giá trị của đơn thức M tại $x = -1; y = 2$.

Câu 2: Cho hai đa thức sau $P(x) = -6x^2 + 3 - 5x^4 + 2x^3 - 5x$

$$Q(x) = 3x^4 - 7 + 5x^2 - 7x + 5x^3$$

- Hãy sắp xếp hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính $P(x) + Q(x)$
- Tìm đa thức $A(x)$ sao cho $Q(x) + A(x) = -P(x)$

Câu 3: Tìm hai đa thức nhận $\frac{-1}{2}$ làm nghiệm.

Câu 4: Sau khi đăng kí là thành viên của trang web www.violypic.vn để tham gia cuộc thi giải toán qua internet, một em học sinh với tên đăng nhập và mật khẩu riêng đã hoàn thành phần thi cấp trường (thi vòng 20) với số điểm toán như sau:

5	8	6	8	7	8	10	7	8	5
5	6	8	7	6	7	5	7	10	8

Em hãy cho biết dấu hiệu ở đây là gì? Lập bảng tần số và tìm một của dấu hiệu và tính điểm trung bình mà em học sinh đó đạt được.

Câu 5 Cho tam giác ABC cân tại A, gọi hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Hai đoạn BN và CM cắt nhau tại G.

- Chứng minh $AM = AN$.
- Trên tia đối của tia NB, lấy điểm K sao cho $NK = NG$. Chứng minh $\triangle ANG = \triangle CNK$. Từ đó suy ra $AG \parallel CK$.
- Chứng minh: $BG = GK$
- Chứng minh $BC + AG > 2MN$

Kiểm tra HKII (2013-2014) - QUẬN TÂN PHÚ

Bài 1: Cho đơn thức $P = (-3x^3y^2)xy^3$

- Thu gọn P rồi cho biết hệ số và phần biến và bậc của đơn thức P?
- Tính giá trị của đơn thức P tại $x = -1; y = \frac{1}{2}$

Bài 2: Cho hai đa thức sau:

$$M(x) = 2,5x^2 - 0,5x - x^3 - 1$$

$$N(x) = -x^3 + 2,5x^2 - 6 + 2x$$

- Tính $A(x) = M(x) - N(x)$. Sau đó tìm một nghiệm của đa thức A(x).
- Tìm đa thức B(x) biết $B(x) = M(x) + N(x)$. Cho biết bậc của đa thức B(x)?

Bài 3: Tìm một đa thức nhận số 0,5 làm nghiệm (giải thích vì sao).

Bài 4: Cho bảng thống kê sau:

Thống kê điểm số trong hội thi “Giải toán trên Internet-ViOlympic”							
Cấp trường (vòng 12) – Lớp 8 – Năm học 2012-2013							
Điểm (x)	15	16	17	18	19	20	
Tần số (n)	9	23	28	17	2	1	N=80

- Dấu hiệu điều tra là gì? Tìm một của dấu hiệu? Tính điểm trung bình của học sinh lớp 8 tham gia hội thi trên? (tính tròn đến chữ số thập phân thứ 2).
- Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng từ bảng thống kê trên?

Bài 5 Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB=3\text{cm}, BC=5\text{cm}$.

- Tính độ dài đoạn thẳng AC.
- Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AB=AD$. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$, từ đó suy ra ΔBCD cân.
- Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh DE đi qua trung điểm I của BC
- Chứng minh $DI + \frac{3}{2}DC > DB$

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN TÂN PHÚ**

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2

Năm học: 2015-2016

Môn Toán – Lớp 7

Thời gian làm bài : 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2 điểm) Cho đơn thức $M = \left(\frac{4}{5}x^2y^2\right)\left(-\frac{10}{12}x^4y\right)$

- Thu gọn M rồi cho biết hệ số và phần biến của đơn thức?
- Tính giá trị của đơn thức M tại $x = 0 ; y = 1$.

Câu 2: (2,5 điểm) Cho hai đa thức:

$$A(x) = -2x^5 - x^3 - 3x^2 + 5x + 9 + 2x^5 - 6x^2 - 2.$$

$$B(x) = -4x^3 + 9x^2 - 2x + 4x^3 - 7 + x^3 + 2x + 5.$$

- Thu gọn mỗi đa thức trên rồi sắp xếp chúng theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính $P(x) = A(x) + B(x)$ và $Q(x) = A(x) - B(x)$
- Chứng tỏ $x = -1$ là nghiệm của đa thức $P(x)$.

Câu 3: (0,5 điểm) Để giúp đỡ những bạn vượt khó trong lớp, Hùng đã nghĩ ra một cách như sau: Cứ mỗi ngày mẹ cho Hùng 15 000 đồng để ăn sáng thì Hùng chỉ sử dụng 10 000 đồng và để dành số tiền còn lại. Sau 1 tháng để dành tiền, Hùng mua được 20 cuốn tập và gửi cô giáo chủ nhiệm để giúp đỡ các bạn vượt khó. Hỏi giá tiền một cuốn tập mà bạn Hùng mua là bao nhiêu? (Biết rằng tháng đó có 30 ngày và Hùng mua cùng một loại tập)

Câu 4: (2 điểm) Điểm kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 7A được ghi lại như sau:

10	9	7	8	9	1	4	9
1	5	10	6	4	8	5	3
5	6	8	10	3	7	10	6
6	2	4	5	8	10	3	5
5	9	10	8	9	5	8	5

- Lập bảng tần số và tính số trung bình cộng.
- Dấu hiệu cần tìm ở đây là gì? Tìm một của dấu hiệu?

Câu 5: (3 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A và hai đường trung tuyến BD, CE cắt nhau tại G (trong đó $D \in AC, E \in AB$).

- Chứng minh $BE = DC$ và $\triangle BEC = \triangle CDB$.
- Chứng minh $\triangle BGC$ cân.
- Chứng minh $BC < 4GD$.

- HẾT -

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN TÂN PHÚ**

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Năm học 2016 – 2017

Môn Toán – Lớp 7

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2 điểm) Điểm kiểm tra miệng môn Toán của một nhóm học sinh lớp 7A được ghi lại như sau:

8	7	4	4	6	7	10	7	6	9
5	6	6	7	5	8	8	6	6	9

- a) Lập bảng tần số và tính số trung bình cộng.
b) Dấu hiệu cần tìm ở đây là gì? Tìm một của dấu hiệu.

Bài 2: (2,5 điểm) Cho hai đa thức sau:

$$A(x) = 3x^2 + 5x^4 - x + 2x^2 + 3x - 1 \quad \text{và} \quad B(x) = 2x^3 + 4x^2 - x^4 + x^3 - 2x - 4x^4 + 1$$

- a/ Thu gọn, sắp xếp các đa thức A(x) và B(x) theo lũy thừa giảm dần của biến.
b) Tính M(x) = A(x) + B(x) và N(x) = A(x) - B(x).
c) Tìm nghiệm của đa thức M(x).

Bài 3: (1,5 điểm) Cho đơn thức $C = \frac{-6}{5}(x^2y)^2 \cdot \frac{25}{4}xy^2$

- a/ Thu gọn C rồi cho biết hệ số, phần biến và bậc của đơn thức C.
b/ Tính giá trị của C tại $x = -1; y = 2$.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC). Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho AB = AM. Gọi AD là phân giác của tam giác ABC (D thuộc cạnh BC).

- a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADM$.
b) Kẻ DI vuông góc với AB, DK vuông góc với AC (I thuộc cạnh AB, K thuộc cạnh AC). Giả sử BD = 13cm, ID = 12cm. Tính độ dài của BI và KM.
c) Trên tia đối của tia AB lấy điểm P sao cho A là trung điểm của IP. Chứng minh tam giác AIK cân. Tính góc IKP.
d) Gọi Q là trung điểm của PD. S là giao điểm của AD và IQ. Trên tia đối của tia QI lấy điểm T sao cho Q là trung điểm của IT. Chứng minh $IQ = \frac{1}{2} \cdot PD$ và $2 \cdot AK < 3 \cdot IS$.

Bài 5: (0,5 điểm)

Trung bình cộng số học sinh của bốn lớp 7A, 7B, 7C, 7D là 46 học sinh. Chênh lệch số học sinh giữa lớp 7A với lớp 7B là 4 học sinh, giữa lớp 7B với lớp 7C là 3 học sinh, giữa lớp 7C với lớp 7D là 2 học sinh. Biết mỗi lớp có ít hơn 50 học sinh và lớp A có nhiều học sinh nhất trong 4 lớp. Tính số học sinh của lớp 7A.

- HẾT -

UBND QUẬN BÌNH TÂN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
MÔN TOÁN LỚP 7 NĂM HỌC 2016-2017

Ngày kiểm tra: 24/04/2017

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1 (1,5 điểm): Số học sinh nữ của tất cả các lớp của một trường THCS được ghi nhận như sau:

21	23	19	22	23	22	22	23	20	21
20	22	20	21	21	20	20	21	19	23
19	20	23	19	19	23	21	22	23	22

- a) Lập bảng tần số các giá trị của dấu hiệu.
b) Tính trung bình cộng và tìm mốt của dấu hiệu.

Câu 2 (3 điểm): Cho hai đa thức:

$$A(x) = -3x^5 - x^4 - 4x + 2x^3 - 1$$

$$B(x) = 2x^4 - 3x - 3x^5 + 4 - x$$

- a) Sắp xếp A(x) và B(x) theo giảm dần của biến.
b) Tính: A(x) + B(x) và A(x) - B(x).

Câu 3 (1,5 điểm): Thu gọn, tìm bậc rồi tính giá trị của đơn thức sau:

$$-2 \left(-\frac{2}{3} x^3 y^2 \right) \left(\frac{-9}{4} x^2 y \right) \text{ tại } x = -1 \text{ và } y = -2$$

Câu 4 (0,5 điểm): Tìm nghiệm của đa thức $P(x) = -\frac{1}{2}x - 6$

Câu 5 (0,5 điểm): Trong một khu vườn trồng cỏ hình chữ nhật có chiều rộng bằng 6m, chiều dài bằng $\frac{4}{3}$ chiều rộng. Tại một góc của hình chữ nhật người ta cắm cọc có cột dây, đầu dây còn lại cột vào con Dê. Cần dùng sợi dây dài tối thiểu bao nhiêu mét để con Dê có thể ăn cỏ ở mọi nơi trong khu vườn ?

Câu 6 (3 điểm): Cho ΔABC cân tại A có điểm H là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh: $\Delta ABH = \Delta ACH$. Từ đó suy ra $AH \perp BC$.
b) Kẻ $HD \perp AB$ và $HE \perp AC$ ($D \in AB, E \in AC$). Chứng minh: $BD = CE$.
c) Chứng minh: $DE \parallel BC$.

d) Lấy điểm M tùy ý trên cạnh HE, trên tia đối của tia EH lấy điểm N sao cho $HM = EN$. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với HE cắt BC tại I. Chứng minh: $IN \perp AN$.

ỦY BAN NHÂN DÂN QUẬN 1

ĐỀ THI

Bài 1: (1,5 điểm)

Khảo sát tổ 1 và tổ 2 của lớp 7A, mỗi tổ có 10 học sinh. Kết quả điểm kiểm tra Toán của hai tổ này

được ghi lại như sau:

Tổ 1	6	7	7	8	7	8	7	6	8	7
Tổ 2	4	10	6	9	10	2	6	5	10	9

- Tính điểm trung bình cộng của mỗi tổ.
- Có nhận xét gì về kết quả điểm kiểm tra Toán của hai tổ trên?

Bài 2: (2 điểm)

Cho đơn thức $A = (-2a^2x^3y)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}by^3\right)^2$ (a, b : hằng số)

- Thu gọn rồi cho biết phần hệ số và phần biến của A.
- Tìm bậc của đơn thức A.

Bài 3 : (2,5 điểm)

Cho hai đa thức : $P(x) = -7x^4 + 11 + 5x - 3x^2$ và $Q(x) = 3x^2 + 7x^4 + x - 5$.

- Tính $M(x) = P(x) + Q(x)$, rồi tìm nghiệm của đa thức $M(x)$.
- Tìm đa thức $N(x)$ sao cho : $N(x) = P(x) - Q(x)$.

Bài 4 : (0,5 điểm) Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là đường thẳng (d) đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ mà $(x_0 + 4)^2 + (y_0 - 2)^2 = 0$, hãy tìm a vẽ (d) trên mặt phẳng tọa độ.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc ACB cắt AB tại D.

- Cho biết $BC = 15\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $BD = 5\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, CD.
- Vẽ DE vuông góc với BC tại E. Chứng minh rằng $\triangle ACD = \triangle ECD$ và tam giác CAE cân.
- Chứng minh rằng tam giác DAE cân, so sánh DA và DB
- Gọi K là giao điểm của AE và CD, điểm M trên đoạn thẳng BK sao cho $BM = 2MK$. Điểm M là điểm đặc biệt gì của tam giác ABE? Giải thích.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN TÂN BÌNH**

**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2016 - 2017**

MÔN TOÁN - LỚP 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Điểm kiểm tra môn Văn của một số học sinh lớp 7 được ghi lại ở bảng sau:

5	7	8	6	5	7	5	8	9	6
4	6	2	8	7	9	5	8	6	8
6	7	8	6	7	8	9	4	5	6

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

7	9	8	4	8	8	7	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1) Lập bảng tần số. (1đ)

2) Tính Một M_0 và trung bình cộng \bar{X} (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). (0,75đ)

Bài 2: Thu gọn đơn thức M, xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức. (1đ)

$$M = \left(-\frac{2}{3}x^3yz\right)^2 \left(\frac{3}{8}x^2y\right)$$

Bài 3: Cho 2 đa thức sau: $A(x) = -\frac{4}{3} + 10x^3 - 4x^2 + \frac{3}{5}x - 5x^3$

$$B(x) = 2x^3 + 6x^2 - \frac{4}{5}x + 2x^2 + \frac{1}{3}$$

1) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến. (1đ)

2) Tính $A(x) + B(x)$ và $A(x) - B(x)$ (1,5đ)

Bài 4:

1) Tìm nghiệm của đa thức: $Q(x) = 2x - 12$ (0,5đ)

2) Tìm hệ số a để đa thức $P(x) = ax - 6$ có nghiệm là 2 (0,25đ)

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm M sao cho $CM = CA$. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với AC cắt cạnh BM tại K.

1) Tính độ dài AC, so sánh số đo $\angle ABC$ và số đo $\angle ACB$ (1đ)

2) Chứng minh $\Delta AKC = \Delta MKC$. (1đ)

3) Chứng minh ΔAKB cân tại K. (0,5đ)

4) Gọi G là giao điểm AK và BC. Tính độ dài đoạn thẳng BG. (0,5đ)

5) Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BM, đường thẳng này cắt tia MA tại D.

Trên tia MA lấy điểm H sao cho $MH = MB$. Chứng minh tia BH là tia phân giác của góc ABD. (0,5đ)

Bài 6: Gia đình Bạn An có 3 người lớn và 2 trẻ em mua vé bơi hết 130 000đ. Gia đình Bạn Bình có 3 người lớn và 3 trẻ em cũng mua vé bơi đó hết 150 000đ. Hỏi gia đình Bạn Phúc có 4 người lớn và 5 trẻ em mua vé bơi thì tốn bao nhiêu tiền? (Biết rằng cả ba gia đình cùng bơi ở một hồ bơi) (0,5đ)

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN PHÚ NHUẬN

BẢN CHÍNH

TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2016-2017

N lớp 7

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (2 điểm). Cho các đơn thức $A = (-2x^2yz^3)^4$ và $B = \frac{-5}{16}x^4y^3z$

a) Tính biểu thức $C = A.B$

b) Xác định hệ số và bậc của C.

c) Tính giá trị của B tại $x = 2$; $y = -1$; $z = -2$.

Bài 2 (2 điểm). Cho hai đa thức:

$$P(x) = -5x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 3 \text{ và } Q(x) = 3x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 7x - 7$$

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

a) Tính $P(x) + Q(x)$

b) Tìm đa thức $A(x)$ sao cho $A(x) + Q(x) = P(x)$

Bài 3 (1 điểm). Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$

Chứng minh rằng nếu đa thức có nghiệm là -1 thì $a-b+c = 0$

Bài 4 (2 điểm)

Số con trong 30 gia đình ở một phường được ghi trong bảng sau :

2	2	1	2	2	2	3	2	2	2
2	0	2	2	3	3	0	2	3	2
2	2	1	1	2	3	3	2	2	2

a) Dấu hiệu là gì?

b) Lập bảng tần số và tính số con trung bình trong mỗi gia đình

c) Tìm một của dấu hiệu.

d) Theo thống kê một gia đình hạnh phúc nếu chỉ có hai con. Từ những thống kê trên, em có nhận xét gì về các gia đình ở phường đã thống kê

Bài 5 (3 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$.

a) Tính độ dài cạnh BC.

b) Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD=BC$. Kẻ DE vuông góc với BC tại E. Chứng minh : tam giác BAC = tam giác BED.

Chứng

c) Chứng minh : tam giác ABE cân và $AE // DC$

d) Gọi M là trung điểm của AC. Hai đường thẳng AE và MD cắt nhau tại F. Chứng minh : CF vuông góc với AC.

PHÒNG GD VÀ ĐT GÒ VẤP <u>TỔ PHỔ THÔNG</u> <u>ĐỀ CHÍNH THỨC</u> (<i>Đề chỉ có một trang</i>)	ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2016 - 2017 Môn thi: TOÁN - LỚP 7 Ngày kiểm tra: 10/05/2017 Thời gian làm bài: 90 phút (<i>không kể thời gian phát đề</i>) (<i>Lưu ý: Học sinh làm bài trên giấy thi</i>)
---	---

ĐỀ BÀI:

Bài 1: (2 điểm)

Số học sinh giỏi cuối năm học của mỗi lớp trong số 30 lớp tại một trường trung học cơ sở được ghi lại như sau:

18	19	17	16	18	21
16	21	19	20	18	20
20	16	20	18	17	17
17	19	16	17	20	21
18	16	17	18	21	18

Lập bảng tần số, tính số học sinh giỏi trung bình của một lớp tại trường nói trên và một của dấu hiệu.

Bài 2: (1,5 điểm)

Cho đơn thức: $M = \frac{5}{9}a^2b^3 \cdot \left(\frac{-3}{10}ab^2\right) \cdot (-ab)$

a) Thu gọn rồi xác định bậc và hệ số của đơn thức M.

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

b) Tính giá trị của đơn thức M tại $a = 2$; $b = - 1$

Bài 3: (2 điểm)

Cho hai đa thức:

$$P(x) = 3x - 2x^3 + 6x^2 - 5 \quad \text{và} \quad Q(x) = x^4 - 5 - 6x^2 + 2x^3$$

- a) Sắp xếp đa thức P(x) và Q(x) theo lũy thừa giảm dần của biến.
- b) Tính P(x) + Q(x) và P(x) - Q(x)

Bài 4: (1 điểm)

Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- a) $4x + 6$
- b) $20 - 5x^2$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$), vẽ BD là tia phân giác của góc ABC (D thuộc AC). Trên đoạn BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

- a) Chứng minh: $\Delta ABD = \Delta EBD$. Từ đó suy ra góc BED là góc vuông.
- b) Tia ED cắt tia BA tại F. Chứng minh: ΔBFC cân.
- c) Chứng minh: $\Delta AFC = \Delta ECF$.
- d) Chứng minh: $AB + AC > DE + BC$.

UBND QUẬN BÌNH THẠNH

ĐỀ KIỂM TRA

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỌC KỲ 2 NĂM HỌC 2016-2017

MÔN TOÁN LỚP 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1) (2 điểm). Kết quả điểm bài kiểm tra 1 tiết môn Toán ở lớp 7A được ghi lại ở bảng sau:

8	5	8	5	1	10	9	8	8	7
8	4	6	7	3	6	7	7	3	5
9	8	10	9	7	8	8	7	8	10
9	10	6	7	7	9	9	8	3	4

- a) Dấu hiệu ở đây là gì?
- b) Lập bảng tần số.
- c) Tính số trung bình cộng và tìm một của dấu hiệu.

Bài 2) (2 điểm).

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

a) Thu gọn đơn thức: $(-\frac{4}{35}z^6x^3y^5) \cdot (-5y^4xz^2)^2$

b) Cho biểu thức $M = 3x^2y - (4x^2 - 2x^2y) + (x^2 - 5x^2y + 6xy)$

Thu gọn và tính giá trị của biểu thức M tại $x = -1$ và $y = \frac{1}{2}$.

Bài 3) (1,5 điểm). Cho hai đa thức: $A(x) = -7x^3 + \frac{5}{6} - 8x^2 + x^4 + 10x$ và $B(x) = -2x^4 - 9x^2 - \frac{1}{3} + 4x^3$.

a) Tính $A(x) + B(x)$.

b) Tính $A(x) - B(x)$.

Bài 4) (1.5 điểm). Tìm nghiệm của các đa thức:

a) $M(x) = 6 - 3x$

b) $N(x) = x^3 - 9x$

Bài 5) (3 điểm). Cho ΔABC cân tại A. Vẽ $AH \perp BC$ ($H \in BC$).

a) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta ACH$ và H là trung điểm BC.

b) Cho biết $AC = 13\text{cm}$, $AH = 12\text{cm}$. Tính BC.

c) Gọi M là trung điểm AB. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt AH tại E.

Chứng minh ΔAEB cân.

d) Trên các cạnh AB, AC lấy các điểm D, F sao cho $BD = AF$. Chứng minh $EF > \frac{DF}{2}$.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

QUẬN TÂN BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

NĂM HỌC 2015 - 2016

MÔN TOÁN - LỚP 7

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Điểm kiểm tra môn Toán của một số học sinh lớp 7 được ghi lại ở bảng sau:

10	7	7	6	5	5	10	8	9	6
8	6	6	8	7	9	5	8	6	8
7	9	8	8	10	8	7	10	6	10

Trên bước đường thành công không có dấu chân của người lười biếng

1) Lập bảng tần số. (1đ)

2) Tính Một M_0 và trung bình cộng \bar{X} (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). (1đ)

Bài 2: Thu gọn đơn thức M, xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức. (1đ)

$$M = \left(-\frac{2}{5}xyz\right)\left(\frac{4}{5}x^3y\right)\left(\frac{7}{8}x^2yz\right)$$

Bài 3: Cho 2 đa thức sau: $A(x) = 3 + 5x^3 - 4x^2 - 7x - 2x^3$

$$B(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + x^2 + 6$$

1) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến. (1đ)

2) Tính $A(x) + B(x)$ và $A(x) - B(x)$ (1,5đ)

Bài 4: Tìm nghiệm của các đa thức sau (0,5đ)

1) $P(x) = 3x - 9$

2) $Q(x) = 2x - 5 + (x + 17)$

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có $\angle ACB = 65^\circ$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H, trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Gọi M là trung điểm cạnh BC, trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$

6) Tính số đo $\angle ABC$ và so sánh AB và AC. (1đ)

7) Chứng minh được $\Delta ABH = \Delta EBH$, từ đó suy ra ΔABE cân tại B. (1,25đ)

8) Chứng minh ΔBEC vuông tại E. (0,75đ)

9) Chứng minh $ED \parallel BC$. (0,5đ)

Bài 6: Nhân dịp sinh nhật bạn cùng lớp, hai bạn An và Bình cùng đến nhà sách mua quà tặng bạn. Tổng số tiền ban đầu của hai bạn là 100 nghìn đồng. Số tiền bạn An mua quà lưu niệm tặng bạn bằng 30% tổng số tiền ban đầu của hai bạn. Số tiền bạn Bình mua bút tặng bạn bằng $\frac{2}{3}$ số tiền bạn An mua quà lưu niệm. Khi đó, số tiền còn lại của hai bạn bằng nhau. Hỏi ban đầu mỗi bạn có bao nhiêu tiền? (0,5đ)