

Đề chính thức

Câu 1: (4,0 điểm).

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 3 \cdot \{5 \cdot [(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2026$ b) $B = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$

2. Chứng minh: $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$

Câu 2: (4,0 điểm) Tìm x biết:

1. $(19x + 2 \cdot 5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$

2. $\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \right) \cdot x = \frac{119}{720}$

3. Tìm số tự nhiên có ba chữ số biết rằng khi chia số đó cho các số 25, 28, 35 thì được các số dư lần lượt là 4, 7, 14.

Câu 3: (4,0 điểm).

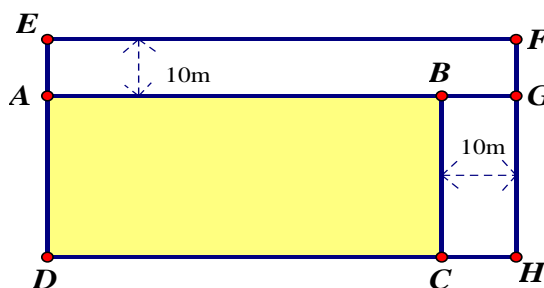
1. Cho a, b là các số tự nhiên thỏa mãn a + 4b chia hết 13.

Chứng minh (a + 4b) · (10a + b) chia hết cho 169.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho 7p + q; pq + 11 đều là số nguyên tố.

Câu 4: (6,0 điểm).

1) Một khu vườn hình chữ nhật ABCD có chu vi 120m, người ta mở rộng khu vườn như hình vẽ để được một vườn hình chữ nhật có diện tích lớn hơn như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần mới mở thêm.



2) Đoạn thẳng AB = 36 cm được chia thành bốn đoạn thẳng có độ dài không bằng nhau theo thứ tự là các đoạn thẳng AM, MN, NP và PB. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AM, MN, NP, PB. Biết độ dài của đoạn thẳng EH = 30 cm. Tính độ dài của đoạn thẳng FG.

3) Vẽ 101 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi số giao điểm (của hai đường thẳng hay nhiều đường thẳng) ít nhất, nhiều nhất là bao nhiêu?

Câu 5: (2,0 điểm). Cho bốn số nguyên a, b, c, d sao cho $2b = a + c$, $2c = b + d$, $c^2 + d^2 < 4$. Tìm số nguyên a biết b = 2.

Câu 1: (4,0 điểm).

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 3 \cdot \{5 \cdot [(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2026$

b) $B = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$

2) Chứng minh: $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$

Lời giải

1.

a)

$$3 \cdot \{5 \cdot [(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2026$$

$$= 3 \cdot \{5 \cdot [33 : 11] - 16\} + 2026$$

$$= 3 \cdot \{15 - 16\} + 2026$$

$$= 3 \cdot (-1) + 2026 = 2023$$

b)

$$B = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18} \cdot 2^{12} - 2 \cdot 2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} (5 - 7 \cdot 2)}$$

$$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

2. Ta có

$$A = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$$

$$A = \frac{1}{(2 \cdot 2)^2} + \frac{1}{(2 \cdot 3)^2} + \frac{1}{(2 \cdot 4)^2} + \dots + \frac{1}{(2 \cdot n)^2}$$

$$A = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$$

$$A < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{(n-1)} - \frac{1}{n} \right)$$

$$A < \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{4}. \text{ Vậy } \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{2n^2} < \frac{1}{4}$$

Câu 2. (4,0 điểm) Tìm x biết:

1. $(19x + 2 \cdot 5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$

2. $\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \right) \cdot x = \frac{119}{720}$

3. Tìm số tự nhiên có ba chữ số biết rằng khi chia số đó cho các số 25, 28, 35 thì được các số dư lần lượt là 4, 7, 14.

Lời giải

1.

$$(19x + 2.5^2) : 14 = (13 - 8)^2 - 4^2$$

$$\Rightarrow (19x + 50) : 14 = 25 - 16$$

$$\Rightarrow 19x + 50 = 9 \cdot 14 = 126$$

$$\Rightarrow 19x = 76$$

$$\Rightarrow x = 4$$

Vậy $x = 4$

2.

$$\left(\frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{7.8.9.10} \right) \cdot x = \frac{119}{720} \quad (1)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{7.8.9.10} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{2.3.4} - \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{7.8.9} - \frac{1}{8.9.10} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{720} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{119}{720} \end{aligned}$$

$$\text{Nên từ (1) suy ra: } \frac{1}{3} \cdot \frac{119}{720} \cdot x = \frac{119}{720} \Rightarrow x = 3$$

3. Ta gọi số cần tìm là $x = \overline{abc}$, ($0 < a \leq 9$, $0 \leq b, c \leq 9$, $a, b, c \in N$)

Theo bài ra số đó chia cho các số 25, 28, 35 thì được các số dư lần lượt là 4, 7, 14 nên Ta có:

$$\begin{cases} x = 25m + 4 \\ x = 28n + 7 \\ x = 35p + 14 \end{cases} \quad (m, n, p \in N) \rightarrow \begin{cases} x + 21 : 25 \\ x + 21 : 28 \\ x + 21 : 35 \end{cases}$$

Suy ra $x + 21$ là BC (25; 28; 35) mà BCNN (25; 28; 35) = 700 nên $(x + 21)$ chia hết 700

$$\text{Do: } 100 \leq x = \overline{abc} \leq 999 \rightarrow 121 \leq x + 21 \leq 1020 \Rightarrow x + 21 = 700 \rightarrow x = 679$$

Vậy $x = 679$.**Câu 3: (4,0 điểm).**1. Cho a, b là các số tự nhiên thỏa mãn $a + 4b$ chia hết 13.Chứng minh $(a + 4b) \cdot (10a + b)$ chia hết cho 169.2. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho $7p + q; pq + 11$ đều là số nguyên tố.**Lời giải:**

1.

$$\text{Do } a + 4b : 13 \rightarrow 10(a + 4b) : 13 \rightarrow 10a + 40b : 13$$

$$\text{Lại có } (10a + 40b) - (10a + b) = 10a + 40b - 10a - b = 39b : 13$$

Suy ra $10a + b$ chia hết 13.

Vậy $(a + 4b) \cdot (10a + b)$ chia hết cho 169

2.

Ta có p, q là số nguyên tố nên $pq + 11$ là số nguyên tố lớn hơn 11

$\Rightarrow pq + 11$ là số lẻ nên pq là số chẵn

Do $7p + q$ là số nguyên tố lớn hơn 7 nên p, q không thể cùng chẵn

*)Th1: $p = 2 \rightarrow 7p + q = 14 + q$. Ta thấy 14 chia 3 dư 2

+)Nếu q chia hết cho 3, do q nguyên tố nên $q = 3 \rightarrow 7p + q = 17$;

$pq + 11 = 17$ đều nguyên tố (thỏa mãn).

+)Nếu q chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow 14 + q$ chia hết cho 3 $\rightarrow 7p + q$ là hợp số (loại)

+)Nếu q chia cho 3 dư 2 thì $2q$ chia cho 3 dư 1 $\rightarrow pq + 11$ chia hết cho 3 nên $pq + 11$ là hợp số

*)Th2: $q = 2 \rightarrow 7p + q = 7p + 2$ và $pq + 11 = 2p + 11$

+)Nếu p chia hết cho 3 thì $p = 3$ khi đó $7p + q = 7p + 2 = 23$ và $pq + 11 = 2p + 11 = 17$ đều nguyên tố (thỏa mãn)

+)Nếu p chia 3 dư 1 thì $7p$ chia 3 dư 1 nên $7p + 2$ chia hết cho 3 nên

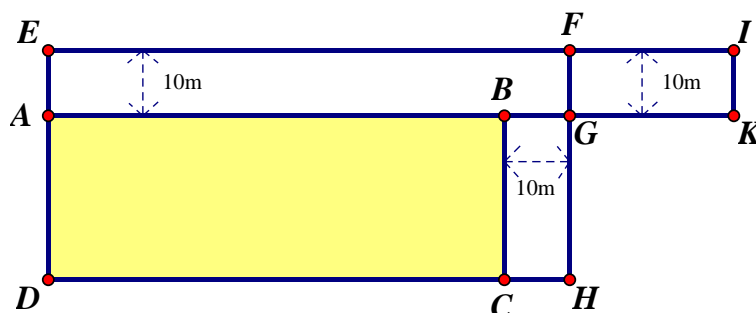
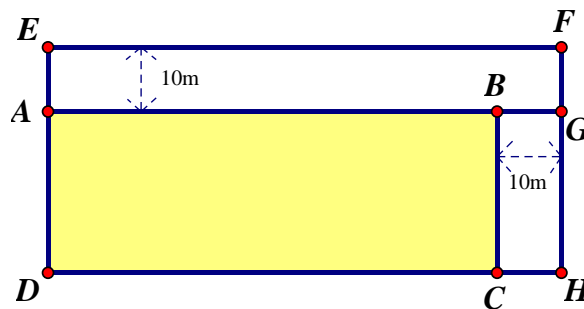
$7p + 2$ là hợp số (loại)

+)Nếu p chia cho 3 dư 2 thì $2p$ chia 3 dư 1 \Rightarrow suy ra $2p + 11$ chia hết cho 3 nên $pq + 11$ là hợp số (loại)

Vậy (p, q) là $(2 ; 3)$ hoặc $(3 ; 2)$

Câu 4: (6,0 điểm). Lời giải

1.



Nửa chu vi ABCD là $AB + BC = 60\text{m}$

Chuyển hình chữ nhật BGHC thành hình chữ nhật FIKG

(vì $BG = FG = 10\text{m}$)

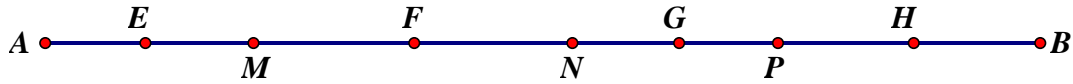
Khi đó phần diện tích mở rộng chính là diện tích hình chữ nhật AEIK.

Chiều rộng AEIK là $AE = 10\text{m}$

Chiều dài AEIK là $AK = AB + BG + GK = AB + BC + CH = 70\text{m}$

Vậy diện tích phần mới mở thêm là : $70 \times 10 = 700$ (m²)

2.



Do $AB = 36\text{cm}$ mà $EH = 30\text{cm}$ nên $AE + BH = 6\text{cm}$

Do E và H là trung điểm của AM và PB nên:

$$AM + PB = 2(AE + BH) = 12\text{cm}.$$

Suy ra $MP = 36 - 12 = 24\text{cm}$.

Lại có F, G là trung điểm của MN và NP nên:

$$FG = (MN + NP) : 2 = MP : 2 = 12\text{cm}. \text{ Vậy } FG = 12\text{cm}$$

3. Số giao điểm ít nhất là khi 101 đường thẳng đó cùng đi qua 1 điểm (đồng quy). Khi đó số giao điểm là 1 (giao điểm)

Số giao điểm nhiều nhất là khi 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. **Khi đó:**

Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm.

Có 101 đường thẳng nên có: $101 \cdot 100 = 10100$ (giao điểm).

Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là:

$$10100 : 2 = 5050 \text{ (giao điểm)}.$$

Vậy số giao điểm ít nhất là 1, nhiều nhất là 5050 (giao điểm)

Câu 5: (2,0 điểm). Cho bốn số nguyên a, b, c, d sao cho $2b = a + c$, $2c = b + d$, $c^2 + d^2 < 4$. Tìm số nguyên a biết $b = 2$.

Lời giải Ta có: $2b = a + c$ nên $b - a = c - b$

$$2c = b + d \text{ nên } d - c = c - b$$

Do đó $d - c = b - a = c - b$

Vì a, b, c, d là bốn số nguyên nên $d - c$, $b - a$, $c - b$ là các số nguyên

Đặt $d - c = b - a = c - b = k$ nguyên,

suy ra $a = b - k$, $c = b + k$, $d = c + k = b + 2k = 2 + 2k$

Do $c^2 + d^2 < 4$ nên $d^2 < 4 \rightarrow (2 + 2k)^2 < 4 \rightarrow (1 + k)^2 < 1 \rightarrow 0 \leq 1 + k < 1$ mà $1 + k$ nguyên nên

$$1 + k = 0 \rightarrow k = -1 \rightarrow a = 3, c = 1, d = 0.$$

Thử lại thấy $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 0$ thỏa mãn. Vậy $a = 3$

UBND HUYỆN LANG CHÁNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ 2

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6
CẤP HUYỆN NĂM HỌC: 2022 - 2023
Môn: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 01 tháng 4 năm 2023

(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (4,0 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $(-2013) \cdot 2014 + 1007 \cdot 26$

b) $2^3 \cdot 5^3 - 3 \cdot \{400 - [673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0)]\}$

c) $2023 - \frac{1}{2.6} - \frac{1}{4.9} - \frac{1}{6.12} - \dots - \frac{1}{36.57} - \frac{1}{38.60}$

Câu 2. (4.0 điểm). Tìm số nguyên x biết:

1) Tìm x biết: $(3x - 7)^3 = 2^3 \cdot 3^2 + 53$

2) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}) \cdot x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$