

## 500 đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 9

### ĐỀ 01

Câu 1: ( 5,0 điểm)

a) Cho  $A = \sqrt{2012} - \sqrt{2011}$ ;  $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$ . So sánh A và B?

b) Tính giá trị biểu thức:  $C = \sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26} - \sqrt[3]{15\sqrt{3} - 26}$ .

c) Cho  $2x^3 = 3y^3 = 4z^3$ . Chứng minh rằng:  $\frac{\sqrt[3]{2x^2 + 3y^2 + 4z^2}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = 1$

Câu 2: ( 3,0 điểm) Giải phương trình :  $\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} + \frac{1}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{5}{4}$ .

Câu 3: ( 4,0 điểm) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 8(2x+y)^2 - 10(4x^2 - y^2) - 3(2x-y)^2 = 0 \\ 2x+y - \frac{2}{2x-y} = 2 \end{cases}.$$

Câu 4: ( 3,0 điểm) Cho tam giác ABC. Gọi Q là điểm trên cạnh BC ( Q khác B; C). Trên AQ lấy điểm P ( P khác A; Q). Hai đường thẳng qua P song song với AC, AB lần lượt cắt AB; AC tại M, N.

a) Chứng minh rằng :  $\frac{AM}{AB} + \frac{AN}{AC} + \frac{PQ}{AQ} = 1$

b) Xác định vị trí điểm Q để  $\frac{AM \cdot AN \cdot PQ}{AB \cdot AC \cdot AQ} = \frac{1}{27}$

Câu 5: ( 3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc bán kính OA. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại D. Đường tròn tâm I tiếp xúc với nửa đường tròn (O) và tiếp xúc với các đoạn thẳng CA, CD. Gọi E là tiếp điểm của AC với đường tròn (I). Chứng minh : BD = BE.

Câu 6: ( 2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = 1 - xy$ , trong đó x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện :  $x^{2013} + y^{2013} = 2x^{1006}y^{1006}$

### ĐỀ 02

Bài 1:

1) Cho biểu thức  $P = \frac{2m + \sqrt{16m + 6}}{m + 2\sqrt{m - 3}} + \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{3}{\sqrt{m} + 3} - 2$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.

**2)** Cho biểu thức  $P = (a+b)(b+c)(c+a) - abc$  với a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu  $a+b+c$  chia hết cho 4 thì P chia hết cho 4.

### Bài 2:

a) Chứng minh rằng: với mọi số thực x, y dương, ta luôn có  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$

b) Cho phương trình  $2x^2 + 3mx - \sqrt{2} = 0$  (m là tham số) có hai nghiệm  $x_1; x_2$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = (x_1 - x_2)^2 + \left( \frac{1+x_1^2}{x_1} - \frac{1+x_2^2}{x_2} \right)^2$

**Bài 3:** Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh

rằng  $\frac{1}{x^2+yz} + \frac{1}{y^2+zx} + \frac{1}{z^2+xy} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$

### Bài 4:

1) Cho tam giác DEF nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn đó.

a) Chứng minh  $MB + MC = MA$

b) Gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB, BC, CA. Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC, MBC. Chứng minh rằng: Khi M di động ta luôn có đẳng thức  $MH + MI + MK = \frac{2\sqrt{3}(S + 2S')}{3R}$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. AD, BE, CF là các đường cao. Lấy M trên đoạn FD, lấy N trên tia DE sao cho  $\widehat{MAN} = \widehat{BAC}$ . Chứng minh MA là tia phân giác của góc  $\widehat{NMF}$

## **ĐỀ 03**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho biểu thức:  $P = \frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{3a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

### **Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), cho parabol ( $P$ ) có phương trình  $y = x^2$  và đường thẳng  $d$  có phương trình  $y = kx + 1$  ( $k$  là tham số). Tìm  $k$  để đường thẳng  $d$  cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt  $M, N$  sao cho  $MN = 2\sqrt{10}$ .

2. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} (x+y)(x+z) = 12 \\ (y+x)(y+z) = 15 \\ (z+x)(z+y) = 20 \end{cases}$  (Với  $x, y, z$  là các số thực dương).

### Câu 3. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm nguyên:  $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$ .

2. Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a+b+c=1; a^2+b^2+c^2=1; a^3+b^3+c^3=1$

Chứng minh rằng:  $a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1$ .

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường thẳng  $d$  không đi qua  $O$  cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Từ một điểm  $M$  tùy ý trên đường thẳng  $d$  và nằm ngoài đường tròn  $(O)$ , vẽ hai tiếp tuyến  $MN, MP$  của đường tròn  $(O)$  ( $N, P$  là hai tiếp điểm).

1. Dựng điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  sao cho tứ giác  $MNOP$  là hình vuông.

2. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua ba điểm  $M, N, P$  luôn thuộc đường thẳng cố định khi  $M$  di động trên đường thẳng  $d$ .

### Câu 5. (3,0 điểm)

1. Tìm hai số nguyên dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = [a,b] + 7(a,b)$  (với  $[a,b] = \text{BCNN}(a,b)$ ,  $(a,b) = \text{UCLN}(a,b)$ ).

2. Cho tam giác  $ABC$  thay đổi có  $AB = 6, AC = 2BC$ . Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác  $ABC$ .

-----Hết-----

## ĐỀ 04

### Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \sqrt{x - \sqrt{50}} - \sqrt{x + \sqrt{50}} \right) \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 50}}$  với  $x \geq \sqrt{50}$

b) Cho  $x + \sqrt{3} = 2$ . Tính giá trị của biểu thức:  $B = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2018$

### Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình  $\frac{4x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{3x}{x^2 - 7x + 6} = 6$

b) Giải hệ phẳng sau:  $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$

### Câu 3 (2,0 điểm):

a) Với  $a, b$  là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu  $4a^2 + 3ab - 11b^2$  chia hết cho 5 thì  $a^4 - b^4$  chia hết cho 5.

b) Cho phương trình  $ax^2 + bx + 1 = 0$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tìm  $a, b$  biết  $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  là nghiệm của phương trình.

**Câu 4 (3,0 điểm):** Cho 3 điểm  $A, B, C$  cố định nằm trên một đường thẳng  $d$  ( $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ ). Vẽ đường tròn tâm  $O$  thay đổi nhưng luôn đi qua  $B$  và  $C$  ( $O$  không nằm trên đường thẳng  $d$ ). Kẻ  $AM$  và  $AN$  là các tiếp tuyến với đường tròn tâm  $O$  tại  $M$  và  $N$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $AO$  cắt  $MN$  tại  $H$  và cắt đường tròn tại các điểm  $P$  và  $Q$  ( $P$  nằm giữa  $A$  và  $O$ ),  $BC$  cắt  $MN$  tại  $K$ .

- a) Chứng minh 4 điểm  $O, M, N, I$  cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Chứng minh điểm  $K$  cố định khi đường tròn tâm  $O$  thay đổi.
- c) Gọi  $D$  là trung điểm  $HQ$ , từ  $H$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $MD$  cắt đường thẳng  $MP$  tại  $E$ . Chứng minh  $P$  là trung điểm  $ME$ .

**Câu 5 (1,0 điểm):**

Cho  $A_n = \frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Chứng minh rằng:  $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n < 1$ .

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 05

**Bài 1:**

- a) Cho  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$ . Rút gọn  $P = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{2} - 6} + \frac{\sqrt{2x} - 6}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{2} + 6}$
- b) Tìm tất cả các giá trị  $m$  để đường thẳng  $y = x + 2m - 2$  cắt đường thẳng  $y = 2x + m - 13$  tại một điểm trên trực hoành. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $y = 2x + m - 13$  ứng với  $m$  vừa tìm được (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet)

**Bài 2:**

- a) Cho  $x \geq 2$ ;  $y \geq 0$  thỏa mãn  $y^2\sqrt{x-2} + \sqrt{x-2} = 2y$ . Chứng minh rằng  $x^3 \leq 27$
- b) Cho tam giác ABC có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$  và  $CA = 5\text{cm}$ . Gọi  $H, D, P$  lần lượt là chân đường cao, phân giác, trung tuyến kẻ từ B xuống cạnh AC. Tính diện tích của các tam giác CBD, BDP, HBD

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Lấy điểm D trên cung BC (không chứa điểm A) của đường tròn đó. Gọi H, K, I lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ D xuống các đường thẳng BC, AB, CA

a) Chứng minh rằng K, H, I thẳng hàng

b) Chứng minh rằng  $\frac{BC}{DH} = \frac{AC}{DI} + \frac{AB}{DK}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x^3y + 3x^2 = 5y \\ 1 + 6xy = 7y^3 \end{cases}$

b) Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $xy^2 + 2xy - 243y + x = 0$

-----Hết-----

## ĐỀ SỐ 06

Bài 1: a) Tính giá trị của  $A = \frac{4\sqrt{3-2\sqrt{2}}+10}{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})+1}$

b) Cho  $B = n^4 + n^3 - n^2 - n$ . Chứng minh rằng B chia hết cho 6 với mọi số nguyên n

Bài 2: Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{5-2x}{x-1}$

a) Tìm điều kiện của x để P xác định và rút gọn P

b) Tìm x để  $P = 7$

Bài 3:

a) Cho  $a, b, c > 0$ . Chứng minh rằng  $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

b) Cho  $x, y, z > 0$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tìm GTLN của  $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x+y}} + \frac{5}{\sqrt{x-y}} = 6 \\ \frac{3}{\sqrt{x+y}} - \frac{4}{\sqrt{x-y}} = -3 \end{cases}$

b) Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60km nữa thì mới được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng

thêm vận tốc 10km/h trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B sớm hơn dự định 1 giờ.

Tính quãng đường AB

**Bài 5:** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ C và B của tam giác ABC. D là điểm đối xứng của A qua O, M là trung điểm BC, H là trực tâm tam giác ABC

- Chứng minh rằng M là trung điểm HD
- Gọi L là giao điểm thứ hai của CE với đường tròn tâm O. Chứng minh rằng H, L đối xứng nhau qua AB

**Bài 6:** Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 4. Trên hai cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho EC là phân giác của góc BEF. Trên tia AB lấy K sao cho BK = DF

- Chứng minh rằng CK = CF
- Chứng minh rằng EF = EK và EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định
- Tìm vị trí của E, F sao cho diện tích tam giác CEF lớn nhất

-----Hết-----

Cần bô coi thi không giải thích gì thêm.

## ĐỀ SỐ 07

**Câu 1:** (4,0 điểm)

- Tìm các hệ số b, c của đa thức  $P(x) = x^2 + bx + c$  biết P(x) có giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi  $x=2$ .

b. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x^2 + xy^2 - xy - y^3 = 0 \\ 2\sqrt{y} - 2(x^2 + 1) - 3\sqrt{x}(y+1) - y = 0 \end{cases}$

**Câu 2:** (4,0 điểm)

- Giải phương trình  $x + 2 = 3\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x}$
- Cho các số dương a, b, c thỏa mãn  $ab+bc+ca=1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$ .

**Câu 3:** (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có  $\widehat{BAC} = 135^\circ$ , BC=5 cm và đường cao AH=1 cm. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

**Câu 4:** (5,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, D là điểm trên cung DC không chứa A. Dựng hình bình hành ADCE. Gọi H,K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC, ACE; P,Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên đường thẳng BC, AB và I là giao điểm của EK với AC.

- a) Chứng minh rằng 3 điểm P, I, Q thẳng hàng.
- b) Chứng minh rằng đường thẳng PQ đi qua trung điểm HK.

**Câu 5:** (4,0 điểm).

- a. Tìm tất cả các số nguyên tố khác nhau m,n,p,q thoả mãn  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{mnpq} = 1$
- b. Trên một hàng có ghi 2 số 1 và 5. Ta ghi các số tiếp theo lên bảng theo nguyên tắc. Nếu có 2 số x, y phân biệt trên bảng thì ghi thêm số  $z = xy + x + y$ . Chứng minh rằng các số được ghi trên bảng (trừ số 1 ra) có dạng  $3k+2$  (với k là số tự nhiên).

-----Hết-----

*Cần bô coi thi không giải thích gì thêm.*

### ĐỀ SỐ 08

**Câu 1.**(3,0 điểm) Cho  $2x = \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2} + 1}$ . Tính  $P = \sqrt{\frac{x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 12x - 11}{2x^2 - 6x + 2}}$

**Câu 2.**(3,0 điểm) Cho hai hàm số:  $y = (m^2 + 2)x - m^3 - 3m + 1$  và  $y = x - 2m + 1$  có đồ thị lần lượt là  $d_1, d_2$ . Gọi  $A(x_0, y_0)$  là giao điểm của  $d_1, d_2$ .

- a) Tìm tọa độ điểm A
- b) Tìm m nguyên để biểu thức  $T = \frac{x_0^2 + 3x_0 + 3}{y_0^2 - 3y_0 + 3}$  nhận giá trị nguyên

**Câu 3.**(4,0 điểm)

1) Giải phương trình:  $2x^2 - 11x + 21 = 3\sqrt[3]{4x - 4}$

2) Giải hệ phương trình sau:  $\begin{cases} 2x^2y^2 + x^2y - xy - x - 1 = 0 \\ x^2y^2 - x^2y + 6x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$

**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho tam giác MNP cân tại P. Gọi H là trung điểm của MN, K là hình chiếu vuông góc của H trên PM. Dựng đường thẳng qua P vuông góc với NK và cắt HK tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của HK.

**Câu 5.(4,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên tia đối tia AC lấy điểm M sao cho  $0 < AM < AC$ . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM, K là hình chiếu vuông góc của M trên BC, MK cắt AB tại H. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của CH và BM

- Chứng minh rằng tứ giác AFKE là hình vuông
- Chứng minh rằng AK,EF,OH đồng quy

**Câu 6.(2,0 điểm)** Tìm số nghiệm nguyên dương  $(x;y)$  của phương trình  $x^2 - y^2 = 100 \cdot 110^{2^n}$  với  $n$  là số nguyên dương cho trước. Chứng minh rằng số nghiệm này không thể là số chính phuong

**Câu 7.(2,0 điểm)** Cho các số thực dương  $a,b,c$  thỏa mãn  $ab+bc+ca=abc$ . Tìm giá trị nhỏ nhất

$$\text{của biểu thức } P = \frac{a^4 + b^4}{ab(a^3 + b^3)} + \frac{b^4 + c^4}{bc(b^3 + c^3)} + \frac{c^4 + a^4}{ac(c^3 + a^3)}$$

-----Hết-----

### ĐỀ SỐ 09

**Bài 1:** a) Chứng minh rằng với mọi  $n$  nguyên thì  $n^5 + 1999n + 2017$  không phải là số chính phuong

- Giải phương trình nghiệm nguyên  $x^2 + 5y^2 + 2xy + 4y = 12$
- Cuối học kỳ, một học sinh có 11 bài kiểm tra đạt các điểm 8, 9, 10. Biết tổng điểm các bài kiểm tra là 100. Hỏi học sinh đó có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8, điểm 9, điểm 10

**Bài 2:**

- Giải phương trình  $\sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x-2} = 1$

- Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$

**Bài 3:**

- Cho  $\frac{-5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$ ;  $x \neq 0$  và  $\sqrt{5+3x} - \sqrt{5-3x} = a$ . Tính  $P = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{25-9x^2}}}{x}$

b) Cho  $x, y, z > 0$  và  $x + y + z = 12$ . Tìm GTNN  
 của  $M = \frac{2x+y+z-15}{x} + \frac{x+2y+z-15}{y} + \frac{x+y+2z-15}{z}$

#### Bài 4:

- 1) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 9cm, AC = 12 cm. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính độ dài đoạn thẳng IG.
- 2) Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh a. Gọi M, N, P là 3 điểm lần lượt lấy trên cạnh BC, CD và DA sao cho tam giác MNP ĐỀ u.
  - a) Chứng minh rằng  $CN^2 - AP^2 = 2DP \cdot BM$
  - b) Xác định vị trí của M, N, P để tam giác MNP có diện tích bé nhất .

#### Bài 5:

- a) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có bán kính R, biết  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$  và thỏa mãn hệ thức  $R(b+c) = a\sqrt{bc}$ . Hỏi tam giác ABC là tam giác gì ?
- b) Trên mặt phẳng cho 6 điểm bất kỳ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng không thể phủ cả 6 điểm này bằng một hình tròn có bán kính bằng 1.

-----Hết-----

*Cần bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....

## ĐỀ SỐ 10

#### Bài 1

- a) Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(y-1)^2}$  với  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
- b) Cho  $x, y, z$  thỏa mãn  $x+y+z=0$  và  $xyz \neq 0$ . Chứng minh  $\sum \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2} = 0$

#### Bài 2

- a) Giải phương trình:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} = 3-x$
- b) Giải hệ phương trình . 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 - 4x^2 + 3y^2 + 8x + 4y - 16 = 0 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{y+3} = -1 \end{cases}$$

#### Bài 3

- a) Tìm các số tự nhiên  $n$  sao cho  $3n^3 + 2n^2 + 17n + 6$  chia hết cho  $n^2 + 4$

b) Tìm các số nguyên  $x,y$  thỏa mãn  $x^2 + 5y^2 + 4xy + 6x + 12y + 8 = 0$

#### Bài 4

Cho 2 đường tròn  $(O; r)$  và  $(O'; r')$  với  $r > r'$  cắt nhau tại A; B. Tiếp tuyến tại A của  $(O)$  cắt  $(O')$  tại E. Tiếp tuyến tại A của  $(O')$  cắt  $(O)$  tại C. N là trung điểm của CE. M là giao của AB với CE. Trường hợp B nằm giữa A và M

- Chứng minh  $AB^2 = BE \cdot BC$  và  $BC \cdot ME = BE \cdot MC$
- Chứng minh  $\widehat{CAN} = \widehat{EAM}$

Bài 5 Cho tứ giác ABCD nội tiếp  $(O; R)$  và  $(O'; r')$ . Chứng minh  $R \geq R' \sqrt{2}$

Bài 6 Cho  $x,y,z$  thỏa mãn  $x+y+z=0$ ;  $x+1>0$ ;  $y+1>0$  và  $z+4>0$ . Tìm GTLN

$$\text{của } A = \frac{xy-1}{(x+1)(y+1)} + \frac{z}{z+4}$$

-----Hết-----

#### **ĐỀ SỐ 11**

#### Câu 1:

1) Cho các số thực a, b, c khác nhau từng đôi một vào thỏa mãn điều kiện:

$a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$ . Chứng minh rằng:  $(a+b+1)(b+c+1)(c+a+1) = -1$

2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn:  $ab+bc+ca=1$

Chứng minh rằng:  $\frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1}\sqrt{c^2+1}} = 1$

#### Câu 2:

1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{y^2 - 3x} + \sqrt{x^2 + 8y} = 5 \\ x(x-3) + y(y+8) = 13 \end{cases}$

2) Giải phương trình:  $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 3x^2 - 4x - 2$

#### Câu 3:

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên không âm  $(x;y;z)$  thỏa mãn đẳng thức:

$$2012^x + 2013^y = 2014^z$$