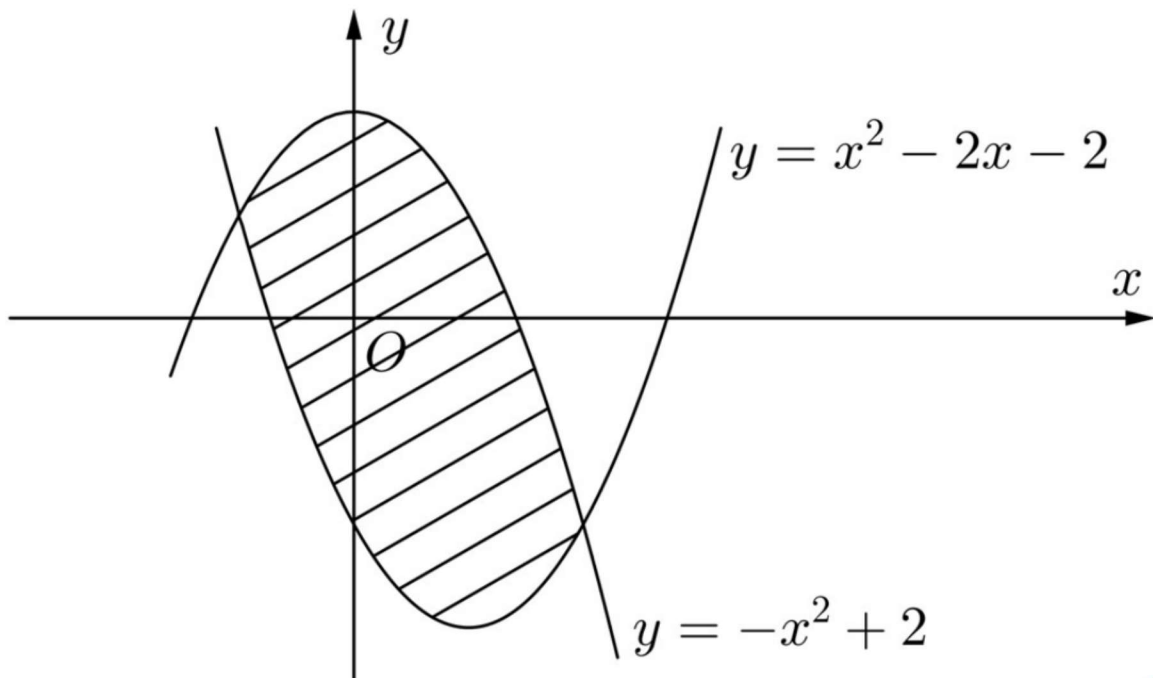


PHAN NHẬT LINH

# NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN ỨNG DỤNG

## TÀI LIỆU MỚI NĂM 2024

File word cho giáo viên liên hệ Zalo: 0817.098.716



NĂM TRỌN CÁC CHUYÊN ĐỀ NĂM 2024 - PHAN NHẬT LINH

### A // TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định nghĩa

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  ký hiệu là  $\int f(x) = F(x) + C$ .

**Chú ý:** Mọi hàm số liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

#### 2. Tính chất

Nếu  $f, g$  là hai hàm số liên tục trên  $K$  thì  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$ .

$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  (với  $k \neq 0$ )  $\Rightarrow \int [k.f(x) + l.g(x)] dx = k \int f(x) dx + l \int g(x) dx$

$\left( \int f(x) dx \right)' = f(x) + C$

3. Công thức đổi biến số:  $\int f[u(x)]u'(x) dx = F[u(x)] + C$

4. Công thức nguyên hàm từng phần:  $\int u dv = uv - \int v du$

#### 5. Bảng nguyên hàm và vi phân

Hàm số sơ cấp	Hàm hợp $u = u(x)$	Thường gặp
$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$	Vi phân $\frac{1}{a} d(ax + b) = dx$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ( $\alpha \neq -1$ )	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ( $\alpha \neq -1$ )	$\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{\alpha+1} (ax + b)^{\alpha+1} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$ ( $x \neq 0$ )	$\int \frac{du}{u} = \ln u  + C$ ( $u(x) \neq 0$ )	$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln ax + b  + C$ ( $a \neq 0$ )
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$	$\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$	$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2(ax + b)} = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + C$

**CHƯƠNG 05: NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN, ỨNG DỤNG**

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ Với $x \neq k\pi$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$ Với $u(x) \neq k\pi$	$\int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = \frac{-1}{a} \cot(ax+b) + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$	$\int a^{px+q} dx = \frac{1}{p \cdot \ln a} a^{px+q} + C \quad (0 < a \neq 1)$

**6. Một số nguyên tắc tính nguyên hàm cơ bản**

Tích của đa thức hoặc lũy thừa  $\xrightarrow{PP}$  khai triển.

Tích các hàm mũ  $\xrightarrow{PP}$  khai triển theo công thức mũ.

Bậc chẵn của sin hoặc cos  $\xrightarrow{PP}$  hạ bậc:  $\sin^2 a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a$ ;  $\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$

Chứa tích các căn thức của  $x \xrightarrow{PP}$  chuyển về lũy thừa.

**• Phương pháp đổi biến số**

Nếu  $\int f(x) dx = F(x) + C$  thì  $\int f[u(x)]u'(x) dx = F[u(x)] + C$

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm  $I = \int f(x) dx$ , trong đó ta có thể phân tích hàm số đã cho

$f(x) = g[u(x)]u'(x)$  thì ta thực hiện phép đổi biến đặt  $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$ . Khi đó, ta thấy

$I = \int g(t) dt = G(t) + C = G[u(x)] + C$ .

**Chú ý:** Sau khi ta tìm được họ nguyên hàm theo  $t$  thì ta phải thay  $t = u(x)$ .

**• Phương pháp tính nguyên hàm, tích phân của hàm số hữu tỷ  $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ .**

Nếu bậc của tử số  $P(x) \geq$  bậc của mẫu số  $Q(x) \xrightarrow{PP}$  Chia đa thức.

Nếu bậc của tử số  $P(x) \leq$  bậc của mẫu số  $Q(x) \xrightarrow{PP}$  phân tích mẫu  $Q(x)$  thành tích số, rồi sử dụng phương pháp chia để đưa về công thức nguyên hàm số.

Nếu mẫu không phân tích được thành tích số  $\xrightarrow{PP}$  thêm bớt để đổi biến hoặc lượng giác hóa bằng cách đặt  $X = a \tan t$ , nếu mẫu đưa được về dạng  $X^2 + a^2$ .

**• Nguyên hàm từng phần**

Cho hai hàm số  $u$  và  $v$  liên tục trên  $[a;b]$  và có đạo hàm liên tục trên  $[a;b]$ . Khi đó ta có được

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (*)$$

Để tính nguyên hàm  $\int u dv = uv - \int v du$  bằng phương pháp từng phần ta làm như sau:

**Bước 1:** Chọn  $u, v$  sao cho  $f(x) dx = u dv$  (Chú ý:  $dv = v'(x) dx$  và), tính  $v = \int dv$  và  $du = u' dx$ .

**Bước 2:** Thay vào công thức (\*) và tính  $\int v du$ .

Cần phải lựa chọn  $u$  và  $dv$  hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được  $v$  và tích phân  $\int vdu$  để tính hơn  $\int u dv$ .

Mẹo nhớ: “**Nhất lô, nhì đả, tam lượng, tứ mũ**”

**B // VÍ DỤ MINH HỌA**

**Câu 1:** Nếu  $\int f(x)dx = 2x^3 + 3x^2 + C$  thì hàm số  $f(x)$  bằng:

A.  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + Cx.$

B.  $f(x) = 6x^2 + 6x + C.$

C.  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3.$

D.  $f(x) = 6x^2 + 6x.$

☞ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\int a^x dx = a^x \ln a + C \ (0 < a \neq 1).$

B.  $\int \cos x dx = \sin x + C.$

C.  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1.$

D.  $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

☞ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  thỏa mãn  $f(1) = 1$  và  $f(3) = 2$ .

Giá trị của biểu thức  $f(0) + 2f(4)$  bằng

A. 3.

B. 5.

C.  $7 + 3 \ln 2.$

D.  $-5 + 7 \ln 2.$

☞ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 4:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

A. 2

B. 6.

C. 8.

D. 4.

☞ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 3$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ , khi đó  $F(1)$  bằng

A. -3.

B. 1.

C. 2.

D. 7.

☞ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

- Câu 1:** Cho  $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x}$                       B.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x} + C$ .  
 C.  $F'(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$ .                      D.  $F'(x) = -\frac{1}{\ln^2 x}$
- Câu 2:** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu:
- A.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$ .                      B.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .  
 C.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .                      D.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$ .
- Câu 3:** Cho  $\int \frac{1}{x^2} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $F(x) = -\frac{1}{x}$ .                      B.  $F(x) = \frac{1}{x}$ .                      C.  $F(x) = \ln x$ .                      D.  $F(x) = \ln x^2$ .
- Câu 4:** Cho hàm số  $y = x^3$  có một nguyên hàm là  $F(x)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $F(2) - F(0) = 16$ .                      B.  $F(2) - F(0) = 1$ .                      C.  $F(2) - F(0) = 8$ .                      D.  $F(2) - F(0) = 4$ .
- Câu 5:** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$ ?
- A.  $F(x) = 3x^2$ .                      B.  $F(x) = 3x^4$ .                      C.  $F(x) = 4x^4$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{4}x^4$ .
- Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn:  $\int f(x)dx = 2x^2 + x + 1 + C, \forall x \in \mathbb{R}, C$  là hằng số. Tính  $f(2023)$ .
- A. 4047.                      B. 4046.                      C. 8093.                      D. 8092.
- Câu 7:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2$ . Biểu thức  $F'(25)$  bằng
- A. 5.                      B. 625.                      C. 25.                      D. 125.
- Câu 8:** Tìm nguyên hàm  $F(t) = \int t x dt$ .
- A.  $F(t) = x + t + C$ .                      B.  $F(t) = \frac{x^2 t}{2} + C$ .  
 C.  $F(t) = \frac{xt^2}{2} + C$ .                      D.  $F(t) = \frac{(tx)^2}{2} + C$ .
- Câu 9:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  thỏa mãn  $F(5) = 2$  và  $F(0) = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $F(-1) = 2 - \ln 2$ .                      B.  $F(2) = 2 - 2 \ln 2$ .                      C.  $F(3) = 1 + \ln 2$ .                      D.  $F(-3) = 2$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A.  $\int f(x)dx = 2 \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C$ .  
 C.  $\int f(x)dx = -\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = -4 \sin[2(x + \pi)] - 6x + C$ .

**Câu 11:** Tính  $\int \sin^2 2x dx$

- A.  $\frac{\sin 4x}{8} + C$ .      B.  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C$ .      C.  $-\frac{\cos^3 2x}{3} + C$ .      D.  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + C$ .

**Câu 12:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x+1} - 2x^2$  là

- A.  $\frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$ .      B.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - x^3$ .      C.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - 2x^3$ .      D.  $\frac{e^{3x+1} - x^3}{3}$ .

**Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$  trên  $(0; +\infty)$  là

- A.  $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C$ .      B.  $3 \cos x + \frac{1}{x} + C$ .      C.  $3 \cos x + \ln x + C$ .      D.  $3 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 14:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2$  là

- A.  $H(x) = 6x$ .      B.  $G(x) = x^3 + 1$ .      C.  $F(x) = x^3 + x$ .      D.  $K(x) = 3x^3$ .

**Câu 15:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$  là

- A.  $2x^4 - 3x^3 - x + C$ .      B.  $2x^2 - 3x + C$ .      C.  $\frac{1}{2}x^4 - x^3 - x + C$ .      D.  $6x^2 - 6x + C$ .

**Câu 16:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  trên  $(0; +\infty)$  và  $F(1) = 1$ . Tính  $F(3)$ ?

- A.  $F(3) = \ln 3$ .      B.  $F(3) = \ln 3 + C$ .      C.  $F(3) = \ln 3 + 1$ .      D.  $F(3) = \ln 3 + 3$ .

**Câu 17:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^{-\frac{4}{5}}$  là

- A.  $-\frac{5}{9}x^{-\frac{9}{5}} + C$ .      B.  $\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}} + C$ .      C.  $5x^{\frac{1}{5}} + C$ .      D.  $-\frac{9}{5}x^{-\frac{9}{5}} + C$ .

**Câu 18:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4^x + \cos 2x$  là

- A.  $\frac{4^x}{\ln 4} - \frac{\sin 2x}{2} + C$ .      B.  $4^x \ln 4 + \frac{\sin 2x}{2} + C$ .  
C.  $4^x \ln 4 - \frac{\sin 2x}{2} + C$ .      D.  $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{\sin 2x}{2} + C$ .

**Câu 19:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  là

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = 3x^{\frac{1}{3}} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = x^2$ . Tính  $F'(25)$ .

- A. 5.      B. 25.      C. 625.      D. 125.

**Câu 21:** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 x$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ . Giá trị của



biểu thức  $S = F(-\pi) + 2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng

A.  $S = \frac{3}{4} - \frac{\pi}{4}$ .      B.  $S = \frac{3}{2} - \frac{3\pi}{8}$ .      C.  $S = \frac{1}{4} + \frac{3\pi}{8}$ .      D.  $S = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{8}$ .

**Câu 22:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$  là

A.  $1 - x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$ .      B.  $x - x^2 - \sqrt{x} + C$ .      C.  $x - x^2 - \sqrt{x} + C$ .      D.  $1 - x^2 + \sqrt{x} + C$ .

**Câu 23:** Tìm nguyên hàm  $L$  của hàm số  $f(x) = (x+1)^2$ .

A.  $L = 2(x+1) + C$ ,  $C$  là hằng số.      B.  $L = 2x + C$ ,  $C$  là hằng số.  
C.  $L = \frac{(x+1)^3}{3} + C$ ,  $C$  là hằng số.      D.  $L = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + C$ ,  $C$  là hằng số.

**Câu 24:** Họ các nguyên hàm  $\int \sin(2x+1) dx$  là

A.  $-\frac{\cos(2x+1)}{2} + C$ .      B.  $\frac{\cos(2x+1)}{2} + C$ .      C.  $\frac{\sin(2x+1)}{2} + C$ .      D.  $-\cos x + C$ .

**Câu 25:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + e^x$  là

A.  $x^5 + x^4 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .      B.  $20x^3 + 12x^2 + e^x + C$ .  
C.  $x^5 + x^4 + e^x + C$ .      D.  $x^5 + x^4 + e^{x+1} + C$ .

**Câu 26:** Nguyên hàm  $I = \int \frac{1}{2x+3} dx$  bằng

A.  $-\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$ .      B.  $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$ .      C.  $-\ln|2x+3| + C$ .      D.  $\ln|2x+3| + C$ .

**Câu 27:** Kết quả  $\int (x + e^{2020x}) dx$  bằng

A.  $x^2 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$ .      B.  $x^3 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$ .      C.  $\frac{x^2}{2} + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$ .      D.  $x + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = (2x+1)^3$  có một nguyên hàm là  $F(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ . Hãy tính

$P = F\left(\frac{3}{2}\right)$ .  
A.  $P = 32$ .      B.  $P = 34$ .      C.  $P = 18$ .      D.  $P = 30$ .

**Câu 29:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{-x} \left( 2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right)$ .

A.  $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$ .      B.  $F(x) = 2e^x - \tan x + C$ .  
C.  $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C$ .      D.  $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C$ .

**Câu 30:**  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{5x+9}$  bằng

A.  $\frac{1}{5} \ln \frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{2}{5} \ln \frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{1}{10} \ln \frac{3}{2}$ .

D.  $10 \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 31:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x + \sin 3x$  và  $F(0) = \frac{2}{3}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1$ .

B.  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}$ .

C.  $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} - 1$ .

D.  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^4 + 3x^3 + 2x$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\int f(x) dx = 8x^3 + 9x^2 + 2 + C$ .

B.  $\int f(x) dx = 2x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 2 + C$ .

C.  $\int f(x) dx = 2x^5 + 3x^4 + 2x^2 + C$ .

D.  $\int f(x) dx = \frac{2x^5}{5} + \frac{3x^4}{4} + x^2 + C$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $f(x) = \cos x - 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -\sin x - x^2$ .

C.  $\int f(x) dx = \sin x - x^2$ .

D.  $\int f(x) dx = -\sin x - x^2 + C$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^2 x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sin 2x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$ .

**Câu 35:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (3x-1)^4$  là

A.  $\int f(x) dx = \frac{(3x-1)^5}{15} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = 12(3x-1)^3 + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{(3x-1)^4}{5} + C$ .

D.  $\int f(x) dx = \frac{(3x-1)^5}{12} + C$ .

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} - 1$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = \tan x + \cot x + x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \tan x - \cot x - x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \tan x + \cot x - x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = -\tan x + \cot x - x + C$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 11$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = 3x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} - 11x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + 11x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = x^4 - 11x + C$ .