
CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

Chuyên đề 1: TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp. Tập hợp con

- Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học. Để kí hiệu một tập hợp, ta dùng các chữ cái in hoa A, B, ... còn để viết một tập hợp, ta có thể sử dụng một trong hai cách:

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

- Một tập hợp có thể có một phần tử, nhiều phần tử, vô số phần tử nhưng cũng có thể không có phần tử nào. Tập hợp không có phần tử nào gọi là *tập rỗng*, kí hiệu là \emptyset . Để minh họa một tập hợp cùng các phần tử của nó, người ta dùng biểu đồ Ven.

- Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì ta nói A là *tập hợp con* của B. kí hiệu: $A \subset B$.

- Hai tập hợp A và B gọi là bằng nhau nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B và ngược lại. Kí hiệu: $A = B$.

- Một số tính chất:

- Với mọi tập hợp A, ta có: $\emptyset \subset A$ và $A \subset A$.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$ (tính chất bắc cầu).

2. Tập hợp các số tự nhiên

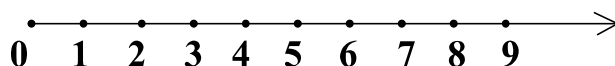
- Tập hợp các số tự nhiên được kí hiệu là N.

$$N = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Tập hợp các số tự nhiên khác 0 kí hiệu là N^* .

$$N^* = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$$

- Tia số tự nhiên:



Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Điểm biểu diễn số tự nhiên a trên tia số gọi là điểm a .

- Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân, ta dùng 10 chữ số là: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Trong hệ La Mã, ta dùng bảy kí hiệu: I, V, X, L, C, D, M với giá trị tương ứng trong hệ thập phân lần lượt là: 1; 5; 10; 50; 100; 500; 1000.

- Thứ tự trong tập hợp số tự nhiên: Với hai số tự nhiên a và b bất kì, xảy ra một trong ba khả năng sau: $a < b$; $a = b$; $a > b$.

Nếu $a < b$ thì trên tia số tự nhiên, điểm a nằm bên trái điểm b .

II. MỘT SỐ VÍ DỤ

Dạng 1. Viết tập hợp, tập hợp con và sử dụng các kí hiệu \in , \notin , \subset

Ví dụ 1: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 4; 5; 7; 9\}$ và $B = \{2; 3; 5; 6; 7\}$.

- Viết tập hợp C gồm các phần tử thuộc tập hợp A mà không thuộc tập hợp B .
- Viết tập hợp D gồm các phần tử thuộc tập hợp B mà không thuộc tập hợp A .
- Viết tập hợp E gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp A và B .
- Viết tập hợp G gồm các phần tử hoặc thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B .

Giải

a) Ta thấy phần tử $1 \in A$ mà $1 \notin B$, do đó $1 \in C$. Tương tự, ta cũng có: $4; 9 \in C$

Vậy $C = \{1; 4; 9\}$

b) Làm tương tự câu a), ta có: $D = \{3; 6\}$

c) Ta thấy phần tử 2 vừa thuộc A , vừa thuộc B nên $2 \in E$. Tương tự, ta có: $5; 7 \in E$.

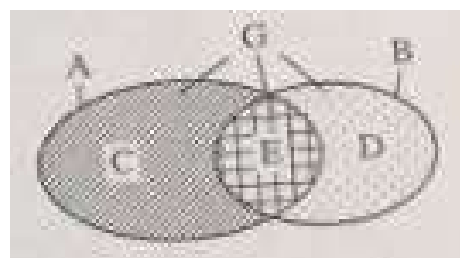
Vậy $E = \{2; 5; 7\}$.

d) Ta thấy phần tử $1 \in A$ nên $1 \in G$; $3 \in B$ nên $3 \in G$; ...

Vậy $G = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 9\}$

Nhận xét:

Tập hợp C gồm những phần tử thuộc tập hợp A , trừ những phần tử của A mà cũng thuộc B . Trên biểu đồ Ven, tập hợp C có minh họa là miền gạch chéo. Kí hiệu: $C = A \setminus B$ (đọc là C là hiệu của A và B).



Tương tự, tập hợp D có minh họa là miền chấm $D = B \setminus A$ (đọc là: D là *hiệu* của B và A).

Tập hợp E gồm những phần tử chung của hai tập hợp A và B. Trên biểu đồ Ven, E có minh họa là miền kẻ carô. Kí hiệu: $E = A \cap B$ (đọc là: E là *giao* của A và B).

Tập hợp G gồm những phần tử hoặc thuộc A, hoặc thuộc B nên có minh họa là cả hai vòng kín. Kí hiệu: $G = A \cup B$ (đọc là: G là *hợp* của A và B).

Ví dụ 2. Cho tập hợp $A = \{a, b, c\}$. Hỏi tập hợp A có tất cả bao nhiêu tập hợp con?

Giải

Tập hợp con của A không có phần tử nào là: \emptyset

Các tập hợp con của A có một phần tử là: $\{a\}, \{b\}, \{c\}$

Các tập hợp con của A có hai phần tử: $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}$

Tập hợp con của A có ba phần tử là: $\{a, b, c\}$

Vậy A có tất cả tám tập hợp con.

Nhận xét:

Để tìm các tập hợp con của một tập hợp có n phần tử ($n \in \mathbb{N}$), ta lần lượt tìm các tập hợp con có 0; 1; 2; 3; ...; n phần tử của tập hợp đó.

Tập hợp A	Các tập hợp con của A	Số tập hợp con của A
\emptyset ($n = 0$)	\emptyset	1
$\{a\}$ ($n = 1$)	$\emptyset; \{a\}$	$2 = 2$
$\{a, b\}$ ($n = 2$)	$\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{a, b\}$	$4 = 2.2$
$\{a, b, c\}$ ($n = 3$)	$\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{c\}; \{a, b\};$ $\{b, c\}; \{c, a\}; \{a, b, c\}$	$8 = 2.2.2$
...		

Từ đó ta rút ra kết luận sau:

- Tập hợp rỗng chỉ có một tập hợp con duy nhất là chính nó.

- Tập hợp có n phần tử ($n \geq 1$) thì có $\underbrace{2,2,\dots,2}_{n \text{ thừa số } 2}$ tập hợp con.

Dạng 2: Tính số phần tử của một tập hợp

Ví dụ 3. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ có ba chữ số. Hỏi A có bao nhiêu phần tử?

Giải

Khi liệt kê các phần tử của tập hợp A theo giá trị tăng dần ta được một dãy số cách đều có khoảng cách 2:

$$101; 103; 105; \dots; 999$$

Từ đó, số phần tử của tập hợp A bằng số các số hạng của dãy số cách đều:

$$(999 - 101):2 + 1 = 898:2 + 1 = 450$$

Vậy tập hợp A có 450 phần tử.

Ví dụ 4. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ lớn hơn 5 và không lớn hơn 79.

- Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.
- Giả sử các phần tử của A được viết theo giá trị tăng dần. Tìm phần tử thứ 12 của A .

Giải

- Số tự nhiên n lớn hơn 5 và không lớn hơn 79 là số thỏa mãn điều kiện: $5 < n \leq 79$.

Vậy ta có: $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ lẻ và } 5 < n \leq 79\}$.

- Khi giá trị của n tăng dần thì giá trị các phần tử của A tạo thành một dãy số cách đều tăng dần (bắt đầu từ số 7, khoảng cách giữa hai số liên tiếp là 2). Giả sử phần tử thứ 12 của A là x thì ta có:

$$\begin{aligned}(x - 7): 2 + 1 &= 12 \\ \Rightarrow (x - 7): 2 &= 11 \\ \Rightarrow (x - 7) &= 11 \cdot 2 = 22 \\ \Rightarrow x &= 22 + 7 = 29\end{aligned}$$

Vậy phần tử thứ 12 cần tìm của A là 29

Nhận xét:

Số phần tử của tập hợp A là: $(79 - 7): 2 + 1 = 37$ nên A có phần tử thứ mười hai.

Ở câu b), ta có thể viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử cho tới phần tử thứ mười hai. Tuy nhiên cách này có nhược điểm là ta phải liệt kê được tất cả các phần tử đứng trước phần

từ cần tìm. Vậy với cách làm này, bài toán yêu cầu tìm phần tử ở vị trí càng lớn thì sẽ càng khó khăn.

Dạng 3. Đếm số chữ số

Ví dụ 5. Cần bao nhiêu số để đánh số trang (bắt đầu từ trang 1) của một cuốn sách có 1031 trang?

Giải

Ta chia số trang của cuốn sách thành 4 nhóm:

- Nhóm các số có một chữ số (từ trang 1 đến trang 9): Số chữ số cần dùng là 9.

- Nhóm các số có hai chữ số (từ trang 10 đến trang 99): Số trang sách là:

$(99 - 10) : 1 + 1 = 90$ số. Số chữ số cần dùng là $90 \cdot 2 = 180$.

- Nhóm các số có ba chữ số (từ trang 100 đến trang 999): Số trang sách là: $(999 - 100) : 1 + 1 = 900$. Số chữ số cần dùng để đánh số trang nhóm này là: $900 \cdot 3 = 2700$.

- Nhóm các số có bốn chữ số (từ trang 1000 đến trang 1031): Số trang sách là: $(1031 - 1000) : 1 + 1 = 32$. Số chữ số cần dùng là: $32 \cdot 4 = 128$

Vậy tổng số chữ số cần dùng để đánh số trang của cuốn sách đó là:

$$9 + 180 + 2700 + 128 = 3017.$$

Nhận xét:

Việc chia các số trang thành các nhóm giúp chúng ta dễ dàng tính được số chữ số cần dùng trong mỗi nhóm, từ đó tính được tổng số chữ số cần dùng. Một câu hỏi ngược lại là: Nếu ta biết số chữ số cần dùng để đánh số trang của một cuốn sách thì ta có thể tìm được số trang của cuốn sách đó hay không? Ta có *bài toán ngược* của ví dụ trên.

Ví dụ 6. Tính số trang sách của một cuốn sách biết rằng để đánh số trang của cuốn sách đó (bắt đầu từ trang 1) cần dùng đúng 3897 chữ số.

Giải

Để đánh các số trang có một chữ số (từ trang 1 đến trang 9), cần 9 chữ số.

Để đánh các số trang có hai chữ số (từ trang 10 đến trang 99, gồm 90 trang), cần $90 \cdot 2 = 180$ chữ số.

Để đánh các số trang có ba chữ số (từ trang 100 đến trang 999, gồm 900 trang), cần $900 \cdot 3 = 2700$ chữ số

Vì $9 + 180 + 2700 = 2889 < 3897$ nên cuốn sách có nhiều hơn 999 trang, tức là số trang của cuốn sách có nhiều hơn ba chữ số. Số chữ số còn lại là: $3897 - 2889 = 1008$.