

ThS. TRẦN THANH YÊN

# NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN

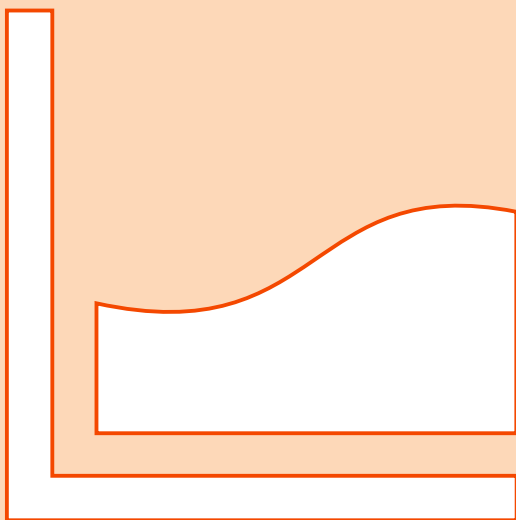
CHƯƠNG 4

12

## TOÁN

Chân trời sáng tạo

(có thể dùng chung cả 3 bộ sách)



Lý thuyết và bài tập tự luận

Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Trắc nghiệm đúng sai

Trắc nghiệm trả lời ngắn

# MỤC LỤC

<b>CHƯƠNG 4. NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN</b>	<b>TRANG</b>
<b>BÀI 1. NGUYÊN HÀM</b>	<b>1</b>
A. LÝ THUYẾT	1
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	5
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	11
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	14
E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	17
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	20
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	24
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	27
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	31
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	35
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	38
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	42
<b>BÀI 2. TÍCH PHÂN</b>	<b>46</b>
A. LÝ THUYẾT	46
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	53
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	59
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	63
E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	67
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	71
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	75
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	79
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	83
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	87
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	91
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	95
<b>BÀI 3. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN</b>	<b>101</b>
A. LÝ THUYẾT	101
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	112
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	128
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	135

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	143
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	150
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	158
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	166
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	173
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	181
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	189
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	197
<b>ĐÁP ÁN</b>	<b>205</b>

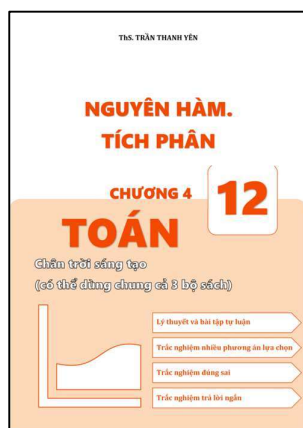
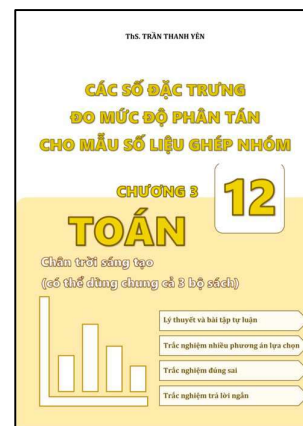
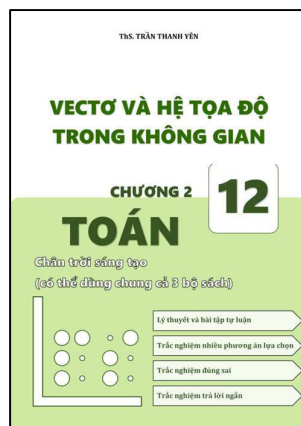
Giáo viên cần file word liên hệ:

**ThS. Trần Thanh Yên**

Facebook: <https://www.facebook.com/thanhhendhsp>

Email: [tthanhyen@gmail.com](mailto:tthanhyen@gmail.com)

Mời các bạn tìm đọc:



Mặc dù rất cố gắng để tài liệu có thể chẵn chu và chính xác hết mức có thể nhưng không thể tránh khỏi một số sai sót. Các bạn đọc xem sửa lỗi mới nhất của tất cả các chương đến thời điểm hiện tại ở:

<https://www.yenmaths.com/p/fix.html>

# CHƯƠNG 4. NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN

## BÀI 1. NGUYÊN HÀM

### A. LÝ THUYẾT

#### 1. Khái niệm nguyên hàm

Kí hiệu  $K$  là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng của  $\mathbb{R}$ .

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là **nguyên hàm** của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:

- Với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $F(x) + C$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ ;
- Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì tồn tại hằng số  $C$  sao cho  $G(x) = F(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

Như vậy, mọi nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là một hằng số. Ta gọi  $F(x) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ , kí hiệu  $\int f(x) dx$  và viết

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

**Chú ý:** Biểu thức  $f(x) dx$  gọi là **vi phân** của nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$ , kí hiệu là  $dF(x)$ .

Vậy  $dF(x) = F'(x) dx = f(x) dx$ .

#### Chú ý:

a) Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

Bài toán tìm nguyên hàm của một hàm số mà không chỉ rõ khoảng  $K$  thì được hiểu là tìm nguyên hàm trên từng khoảng xác định của hàm số đó.

b) Từ định nghĩa nguyên hàm, ta có  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

#### 2. Nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

##### Nguyên hàm của hàm số lũy thừa

- $\int 0 dx = C$ ;
- $\int 1 dx = x + C$ ;
- $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $\alpha \neq -1$ ).

**Chú ý:** Người ta thường viết  $\int dx$  thay cho  $\int 1 dx$ .

##### Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$

- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ .

**Nguyên hàm của một số hàm số lượng giác**

- $\int \cos x dx = \sin x + C$  ;
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$  ;
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$  ;
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$  .

**Nguyên hàm của hàm số mũ**

- $\int e^x dx = e^x + C$  ;
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  ( $a > 0, a \neq 1$ ).

**3. Tính chất cơ bản của nguyên hàm****Nguyên hàm của tích một số với một hàm số**

- $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ , với  $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ .

**Nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số**

- $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$  ;
- $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

**DẠNG TOÁN: KHÁI NIỆM NGUYÊN HÀM**

**Ví dụ 1.** Chứng minh rằng:

a)  $F(x) = 5x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5 + 2x$  trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $G(x) = \tan x$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

c)  $H(x) = e^{2x+1}$  là một nguyên hàm của hàm số  $h(x) = 2e^{2x+1}$  trên  $\mathbb{R}$ .

**Ví dụ 2.** a) Chứng minh  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = x^2$  trên  $\mathbb{R}$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = x^2$  trên  $\mathbb{R}$ .

b) Chứng minh  $F(x) = x^5$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 5x^4$  trên  $\mathbb{R}$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = 5x^4$  trên  $\mathbb{R}$ .

c) Chứng minh  $F(x) = -\cot x$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  với mọi  $x \in (0; \pi)$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  trên  $(0; \pi)$ .

**Ví dụ 3.** a) Hàm số  $F(x) = \frac{x^5}{5}$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào trên  $\mathbb{R}$ ?

b) Hàm số  $F(x) = \sin x$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào trên  $\mathbb{R}$ ?

c) Hàm số  $F(x) = \cot x$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?

**Ví dụ 4.** a) Cho  $\int f(x)dx = x^3 - e^{2x} + C$ . Tìm  $f(x)$ .

b) Cho  $\int f(x)dx = \sin x + \cos x + C$ . Tính  $f(\pi)$ .

### DẠNG TOÁN: TÌM HỢNGUYÊN HÀM BẰNG CÔNG THỨC

**Ví dụ 5.** Tìm:

a)  $\int x^6 dx$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int x^4 dx$

d)  $\int \frac{1}{x^3} dx$

e)  $\int \sqrt{x} dx$

f)  $\int \sqrt[3]{x} dx$

g)  $\int \sqrt[5]{x^2} dx$

h)  $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} dx$

i)  $\int \sqrt[5]{x^2 \cdot \sqrt{x} \sqrt{x}} dx$

**Ví dụ 6.** Tìm:

a)  $\int 3^x dx$

b)  $\int 3^{2x} dx$

c)  $\int 2^{x+1} dx$

d)  $\int e^{2x} dx$

e)  $\int 5^{1-2x} dx$

f)  $\int 2^x \cdot 3^x \cdot 5^{2x} dx$

g)  $\int \frac{5^x}{2^{x+1}} dx$

h)  $\int \frac{3^{2x-1}}{4^x} dx$

i)  $\int (2^x + 3 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+2}) dx$

**Ví dụ 7.** Tìm:

a)  $\int 3 \cos x dx$

b)  $\int 8 \sin x dx$

c)  $\int 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$

d)  $\int (\sin x + \cos x) dx$

e)  $\int (2 \sin x - 5 \cos x) dx$

f)  $\int \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} dx$

g)  $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx$

h)  $\int \left( \frac{3}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$

i)  $\int \tan^2 x dx$

**Ví dụ 8.** Tìm:

a)  $\int (2x+5) dx$

b)  $\int (2x^2 - 3x + 5) dx$

c)  $\int (2x+1)^3 dx$

d)  $\int 3x^2 dx$

e)  $\int (2x-1)^2 dx$

f)  $\int (4x^3 - 3x^2) dx$

g)  $\int \frac{(x+1)^2}{2x} dx$

h)  $\int \frac{x^3-1}{x-1} dx$

i)  $\int \left( \frac{x+2}{x} \right)^2 dx$

**Ví dụ 9.** Tìm:

a)  $\int \left( 3x^3 + \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} \right) dx$

b)  $\int \left( 2x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$

c)  $\int \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - 2x^2 \right)^2 dx$

d)  $\int \left( 3 \cos x - \frac{4}{x} \right) dx$

e)  $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x+1} dx$

f)  $\int \frac{8^x+1}{2^x+1} dx$

$$g) \int \left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right) dx \quad h) \int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx \quad i) \int \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$$

**Ví dụ 10.** Tìm:

$$a) \int \frac{2x^2 - 5x + 2}{2x - 1} dx \quad b) \int \frac{x^3 + x^2 + x + 6}{x + 2} dx$$

$$c) \int (\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) dx \quad d) \int (x + 2)xe^x dx$$

### DẠNG TOÁN: TÌM NGUYÊN HÀM THỎA ĐIỀU KIỆN

**Ví dụ 11.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  với  $x \neq 0$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ .

**Ví dụ 12.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \cos x$  thỏa mãn  $F(0) + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

**Ví dụ 13.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2^x$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ .

**Ví dụ 14.** Cho hàm số  $f(x) = (1 - 3x)^2$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 10$ .

**Ví dụ 15.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 5$ .

### DẠNG TOÁN: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG

**Ví dụ 16.** Khi được thả từ độ cao 20 m, một vật rơi với gia tốc không đổi  $a = 10 \text{ m/s}^2$ . Sau khi rơi được  $t$  giây thì vật có tốc độ bao nhiêu và đi được quãng đường bao nhiêu?

**Ví dụ 17.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 19 m/s thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ  $v(t) = 19 - 2t$  (m/s). Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 1 giây, 2 giây, 3 giây là bao nhiêu?

**Ví dụ 18.** Một hòn đá rơi từ mỏm đá có độ cao 150 m so với mặt đất theo phương thẳng đứng. Biết tốc độ rơi của hòn đá (tính theo đơn vị m/s) tại thời điểm  $t$  (tính theo giây) được cho bởi công thức  $v(t) = 9,8t$ . Quãng đường rơi được  $S$  của hòn đá tại thời điểm  $t$  được cho bởi công thức nào? Sau bao nhiêu giây thì hòn đá chạm đến mặt đất?

**Ví dụ 19.** Một quả bóng được ném lên từ độ cao 24,5 m với vận tốc được tính bởi công thức  $v(t) = -9,8t + 19,6$  (m/s).

- Viết công thức tính độ cao của quả bóng theo thời gian  $t$ .
- Sau bao nhiêu lâu kể từ khi ném lên thì quả bóng chạm đất?

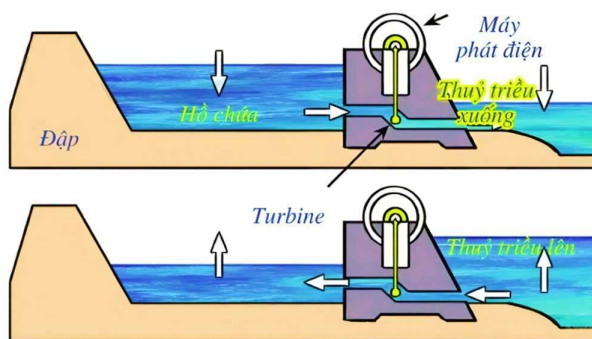
**Ví dụ 20.** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 80 m. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- Lập công thức biểu diễn hàm số  $s(t)$ .

- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu giây?
- c) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét? Xe ô tô liệu có gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật trên đường hay không?

**Ví dụ 21.** Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên) (xem hình). Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số  $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ),  $h'(t)$  tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm  $t = 0$ , mực nước trong hồ chứa là 6 m. (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1*, Cornelsen 2016)

- a) Viết công thức xác định hàm số  $h(t)$ .
- b) Mực nước trong hồ chứa cao nhất và thấp nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)?
- c) Mực nước trong hồ chứa thay đổi nhanh nhất khi nào? Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa khi đó là bao nhiêu?



## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $F(x) = xe^x$ , suy ra nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)e^x$ .
- Câu 2:** Hàm số  $F(x) = x^3 + 5$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?
- Câu 3:** Trong mỗi trường hợp sau, hàm số  $F(x)$  có là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng tương ứng không? Vì sao?
- a)  $F(x) = x \ln x$  và  $f(x) = 1 + \ln x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ ;
- b)  $F(x) = e^{\sin x}$  và  $f(x) = e^{\cos x}$  trên  $\mathbb{R}$ .
- Câu 4:** Trong các cặp hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số còn lại?
- a)  $xe^x$  và  $(x-1)e^x$                       b)  $\frac{1}{2}\ln^2 x$  và  $\frac{\ln x}{x}$ .
- Câu 5:** Tìm hàm số  $f(x)$ , biết một nguyên hàm của  $f(x)$  là:
- a)  $F(x) = x \sin x + \sqrt{2}$                       b)  $F(x) = e^x - \sqrt{x}$



**Câu 6:** Biết  $F(x) = e^x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Tìm  $\int f'(x) dx$ .

**Câu 7:** Tìm:

a)  $\int x^5 dx$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx (x > 0)$

c)  $\int 7^x dx$

d)  $\int \frac{3^x}{5^x} dx$

e)  $\int x^4 dx$

f)  $\int x^{\sqrt{3}} dx$

g)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

h)  $\int x^{\frac{1}{2}} dx$

i)  $\int x^{\frac{3}{5}} dx$

**Câu 8:** Tìm:

a)  $\int \frac{3}{x} dx$

b)  $\int \frac{4}{9x} dx$

c)  $\int \frac{1}{x^4} dx$

d)  $\int x\sqrt{x} dx (x > 0)$

e)  $\int \left( \frac{3}{x} - 5\sqrt[3]{x} \right) dx (x > 0)$

f)  $\int x^{\sqrt{2}} dx$

g)  $\int x^{-1} dx$

h)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx (x > 0)$

i)  $\int x^{\frac{2}{3}} dx$

**Câu 9:** Tìm:

a)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$

b)  $\int \frac{3x}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int 2^{3x} \cdot 3^x dx$

d)  $\int e^{3x} dx$

e)  $\int 4^x dx$

f)  $\int 2^x \cdot 3^x dx$

g)  $\int \frac{2^x}{5^x} dx$

h)  $\int 4^{\frac{x}{2}} dx$

i)  $\int \frac{8}{x} dx$

**Câu 10:** Tìm:

a)  $\int \frac{21}{8x} dx$

b)  $\int 2^{3x} dx$

c)  $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

d)  $\int 2^x dx$

e)  $\int \frac{1}{3^x} dx$

f)  $\int \frac{1}{e^x} dx$

g)  $\int 6x^3 dx$

h)  $\int 4^{x+1} dx$

i)  $\int e^{2x+1} dx$

**Câu 11:** Tìm:

a)  $\int (2x^5 + 3) dx$

b)  $\int \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{2}{x} \right) dx$

c)  $\int x(2x-3)^2 dx$

d)  $\int (3x^2 + x) dx$

e)  $\int (9x^2 - 2x + 7) dx$

f)  $\int (4x-3)(x^2+3) dx$

$$\text{g) } \int \left( 3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx \quad \text{h) } \int \left( 2^x + \frac{3}{x^2} \right) dx \quad \text{i) } \int \sqrt{x}(7x^2 - 3) dx \quad (x > 0)$$

**Câu 12:** Tìm:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{(2x+1)^2}{x^2} dx & \text{b) } \int \left( 2 \cdot 3^x - \frac{1}{3} \cdot 7^x \right) dx & \text{c) } \int (x^3 - 3^x) dx \\ \text{d) } \int x(x^2 - 2) dx & \text{e) } \int (7x^6 - 4x^3 + 3x^2) dx & \text{f) } \int 2x(x-3) dx \\ \text{g) } \int \frac{2x+1}{x} dx & \text{h) } \int \frac{x^4+2}{x^2} dx & \text{i) } \int (2 \cdot 3^{2x} - e^{x+1}) dx \end{array}$$

**Câu 13:** Tìm:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int (5 \cos x - 3 \sin x) dx & \text{b) } \int 6(1 + \cot^2 x) dx & \text{c) } \int \left( e^{x-2} - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx \\ \text{d) } \int (2 \sin x - 3 \cos x) dx & \text{e) } \int \sin^2 \frac{x}{2} dx & \text{f) } \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx \\ \text{g) } \int e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{3 \cos^2 x} \right) dx & \text{h) } \int \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx & \text{i) } \int 4 \sin^2 \frac{x}{2} dx \end{array}$$

**Câu 14:** Tìm:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int (1 + \tan^2 x) dx & \text{b) } \int (1 - \tan^2 x) dx & \text{c) } \int \left( 2 \cos x - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx \\ \text{d) } \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx & \text{e) } \int (x + \tan^2 x) dx & \text{f) } \int (2 + \cot^2 x) dx \\ \text{g) } \int (5 \sin x + 6 \cos x) dx & \text{h) } \int (\cos x + \sin x) dx & \text{i) } \int (3 \cos x - 4 \sin x) dx \end{array}$$

**Câu 15:** Tìm:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \left( 2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx & \text{b) } \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx & \text{c) } \int (3x^2 - \cos x) dx \\ \text{d) } \int \left( 3 \sin x - \frac{2}{\sqrt{x^3}} \right) dx & \text{e) } \int \left( \frac{2}{\cos^2 x} - 5^x \right) dx & \text{f) } \int \left( \frac{1}{x} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx \end{array}$$

**Câu 16:** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = 6x^4 - \frac{e^x}{2} + \sin x & \text{b) } f(x) = 4x^5 + \frac{x}{2} & \text{c) } f(x) = 5^x - \frac{4}{x\sqrt{x}} + 3 \\ \text{d) } f(x) = 2e^x - 5^x & \text{e) } f(x) = 3x^2 + 2x - 1 & \text{f) } f(x) = x^3 - x \end{array}$$

**Câu 17:** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = (2x+1)^2 & \text{b) } f(x) = \left( 2x - \frac{1}{x} \right)^2 & \text{c) } f(x) = 3x(1-x) \end{array}$$