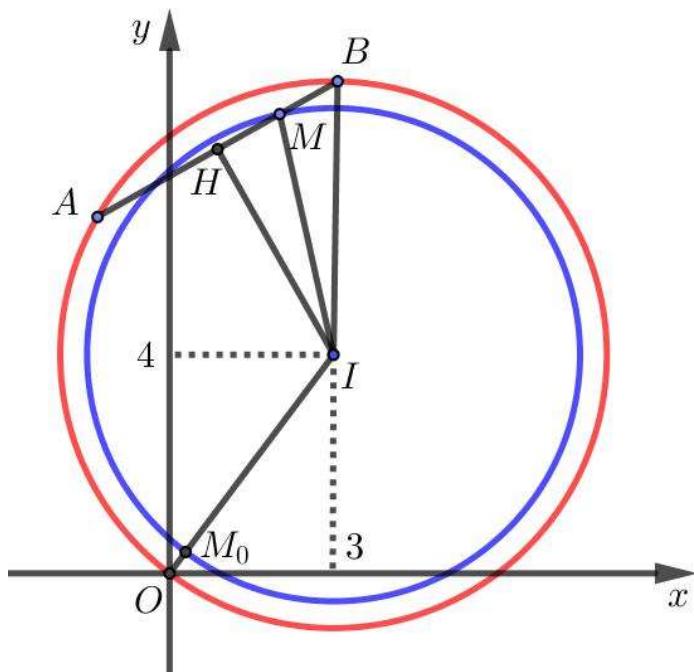


# TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG



## CHUYÊN ĐỀ SỐ PHÚC VẬN DỤNG CAO

### HIỆU THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM SỐ PHÚC VẬN DỤNG CAO

- BIẾN ĐỘI SỐ PHÚC NÂNG CAO (P1 – P8)
- QUÝ TÍCH SỐ PHÚC NÂNG CAO (P1 – P8)
- PHƯƠNG TRÌNH PHÚC NÂNG CAO (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC CÓ YẾU TỐ ĐƯỜNG TRÒN (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC CÓ YẾU TỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TIA, NỬA MẶT PHẲNG (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC CÓ YẾU TỐ BA ĐƯỜNG CONIC (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC CÓ YẾU TỐ ĐÔI XỨNG, TÂM TỈ CỤ, TÍCH VÔ HƯỚNG, TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC CÓ YẾU TỐ HÌNH HỌC HỖN HỢP (P1 – P8)
- CỰC TRỊ SỐ PHÚC SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC ĐẠI SỐ, LUỢNG GIÁC, KHẢO SÁT HÀM SỐ (P1 – P8)

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK)  
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 4/2023

# HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM SỐ PHỨC VẬN DỤNG CAO

---

DUNG LƯỢNG	NỘI DUNG BÀI TẬP
8 FILE	BIẾN ĐỔI SỐ PHỨC NÂNG CAO
8 FILE	QUỸ TÍCH SỐ PHỨC NÂNG CAO
8 FILE	PHƯƠNG TRÌNH PHỨC NÂNG CAO
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC CÓ YẾU TỐ ĐƯỜNG TRÒN
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC CÓ YẾU TỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TIA, NỬA MẶT PHẲNG
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC CÓ YẾU TỐ BA ĐƯỜNG CONIC
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC CÓ YẾU TỐ ĐÓI XỨNG, TÂM TỈ CỰ, TÍCH VÔ HƯỚNG, TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC CÓ YẾU TỐ HÌNH HỌC HỖN HỢP
8 FILE	CỰC TRỊ SỐ PHỨC SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC ĐẠI SỐ, LƯỢNG GIÁC, KHẢO SÁT HÀM SỐ

**VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI SỐ PHỨC LỚP 12 THPT  
(LỚP BÀI TOÁN BIẾN ĐỘI SỐ PHỨC NÂNG CAO – PHẦN 1)**

- Câu 1.** Rút gọn biểu thức  $A = 1+i + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{2020}$  ta thu được số phức có phần ảo bằng  
 A.  $-4^{505} - 1$       B. 2020      C.  $-4^{505} + 1$       D.  $4^{505} + 1$
- Câu 2.** Rút gọn biểu thức  $B = 1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{10}$  ta được số phức có phần ảo bằng  
 A. 410      B.  $-410$       C. 200      D. 205
- Câu 3.** Số phức  $z = 1 + 2i + 3i^2 + \dots + 2018i^{2017}$  có phần thực a và phần ảo b. Tính b – a.  
 A. 2      B. 1      C.  $-1$       D. 1010
- Câu 4.** Số phức  $z = i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2019i^{2019}$  có phần thực a và phần ảo b. Tính b – a.  
 A. 2      B. 1      C.  $-1$       D. 0
- Câu 5.** Số phức z có phần thực là số nguyên và thỏa mãn  $|z| - 2\bar{z} = 3i + z - 7$ . Tính  $|1 - z + z^2|$ .  
 A.  $\sqrt{457}$       B. 10      C.  $\sqrt{37}$       D.  $\sqrt{426}$
- Câu 6.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $2|z| + \sqrt{3}iz - 4 = 0$ . Tính ab.  
 A. 1      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$       C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\sqrt{3}$
- Câu 7.** Số phức  $z = a + bi$  có phần thực dương thỏa mãn  $z\bar{z} - 12|z| + z - \bar{z} = 13 + 10i$ . Tính a + b.  
 A. 17      B.  $-17$       C. 7      D. 5
- Câu 8.** Số phức z thỏa mãn  $2|z+1|^2 = |z-i|^2$ . Tìm modul số phức  $z + 2 + i$ .  
 A. 1      B. 3      C. 4      D. 2
- Câu 9.** Số phức z thỏa mãn  $z - \frac{\bar{z}}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$ . Phần thực của số phức  $z^{2017}$  có bao nhiêu ước nguyên dương  
 A. 40      B. 1009      C. 1008      D. 2020
- Câu 10.** Số phức  $\frac{i^{2006}}{(1+2i)^2}$  có phần thực bằng  
 A. 0,12      B.  $-0,12$       C. 0,16      D. 0,15
- Câu 11.** Tồn tại bao nhiêu số phức z thỏa mãn  $\left|\frac{z+1}{i-z}\right| = \left|\frac{z-i}{2+z}\right| = 1$ ?  
 A. 4      B. 1      C. 2      D. 3
- Câu 12.** Tìm modul số phức z khi  $|z| - 2\bar{z} = z - 7 + 3i$ .  
 A. 5      B. 3      C. 3,25      D. 6,25
- Câu 13.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $z + 4\bar{z} = \left(\frac{5}{3} - 2\sqrt{2}i\right)|z|$ . Khi đó  $\frac{2a+b}{2a-b}$  gần nhất với số nào  
 A. 5,82      B.  $-5,82$       C. 0,82      D. 4,92
- Câu 14.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $\bar{z}(2+i-z) = |z|^2$ . Tính  $a^2 + 2b^2 - ab$ .  
 A. 3      B.  $-1$       C. 1      D. 2
- Câu 15.** Tồn tại bao nhiêu số phức z thỏa mãn  $|z|(z - 2 + 3i) + 4i = (4 + 5i)z$ .  
 A. 1      B. 2      C. 0      D. 3
- Câu 16.** Tồn tại bao nhiêu số phức z thỏa mãn  $\begin{cases} 3|z+\bar{z}| + 2|z-\bar{z}| = 12 \\ |z+2-3i| = |\bar{z}-4+i| \end{cases}$   
 A. 1      B. 4      C. 3      D. 2
- Câu 17.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$ . Tính a + b.  
 A. 7      B.  $-5$       C.  $-1$       D. 1
- Câu 18.** Tìm modul số phức z khi  $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$ .  
 A. 4      B. 2      C.  $-1$       D. 16
- Câu 19.** Cho số phức z có modul bằng 1. Khi đó  $z - \frac{1}{z}$  có đặc điểm

A. Là số thực

B. Là số thuần ảo

C. Là số phức

D. Bằng 0

**Câu 20.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z - 3i| = \sqrt{5}$ ;  $\frac{z}{z - 4}$  thuần ảo.

A. 0

B. Vô số

C. 2

D. 1

**Câu 21.** Số phức  $z = x + yi$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z - 2 + 3i| = |z - 2 - 3i| \\ |z - 1 - 2i| + |z - 7 - 4i| = 6\sqrt{2} \end{cases}$ . Giá trị  $x$  thuộc khoảng

A.  $(0; 2)$

B.  $(2; 4)$

C.  $(4; 8)$

D.  $(1; 3)$

**Câu 22.** Có tất cả bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|^2 i = 1 + 0,75i$  ?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

**Câu 23.** Tồn tại bao nhiêu số phức thỏa mãn đồng thời  $|z - 1 + i| = \sqrt{10}$ ;  $\frac{z - 2}{z - 4}$  thuần ảo.

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

**Câu 24.** Tồn tại bao nhiêu số nguyên  $m$  thuộc  $[1; 50]$  để số phức  $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$  là số thuần ảo ?

A. 24

B. 26

C. 25

D. 50

**Câu 25.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i\sqrt{3})z = 4i$ . Phần ảo của số phức  $z^{2017}$  có số ước nguyên dương là

A. 2018

B. 2017

C. 2019

D. 2016

**Câu 26.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z + 8 - 3i| = |z - i| \\ |z + 8 - 7i| = |z + 4 - i| \end{cases}$ . Tính  $2a + 3b + 4$ .

A. 21

B. 20

C. 9

D. 14

**Câu 27.** Số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z \bar{z} - z| = 2$ ;  $|z| = 2$ . Số phức  $z^2 - z - 3i$  có phần ảo bằng

A. -3

B. -2

C. 2

D. 1

**Câu 28.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = \sqrt{13}$ ;  $|z_1 - z_2| = 5\sqrt{2}$ . Tính  $|z_1 + z_2|$ .

A. 3

B. 2

C.  $\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{3}$

**Câu 29.** Hai số phức  $z_1, z_2$  liên hợp của nhau và thỏa mãn  $\frac{z_1}{z_2}$  là số thực và  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$ . Tính  $|z_1|$ .

A. 2

B. 3

C.  $\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{5}$

**Câu 30.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z + 1 - 3i| = 2\sqrt{2}$ ;  $(z + 2i)^2$  là số thuần ảo.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

**Câu 31.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $2(\bar{z} + 1) + z - 1 = (1 - i)|z|^2$  và có modul nhỏ hơn 1. Phần ảo của  $z$  có thể là

A. 0,2

B. 0,1

C. 0,5

D. 1

**Câu 32.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$  và  $(z - 1)^2$  là số thuần ảo?

A. 0

B. 2

C. 4

D. 3

**Câu 33.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6$ , biết  $z$  có môđun bằng  $\sqrt{5}$  ?

A. 3

B. 4

C. 2

D. 0

**Câu 34.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $i(z^2 - |z|) = \sqrt{|z|^2 + 3}$ , khi đó

A.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$

B.  $2 < |z| < \frac{5}{2}$

C.  $\frac{9}{25} < |z| < \frac{5}{2}$

D.  $1 < |z| < 2$

**Câu 35.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z| = 3 \\ |z + 2 - 3i| + |z - 6 - i| = 2\sqrt{17} \end{cases}$

A.2

B. 3

C. 4

D. 1

**Câu 36.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$  và  $z \bar{z} = 25$ .

A. 2 .

B. 3 .

C. 1.

D. 4 .

**VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI SỐ PHỨC LỚP 12 THPT  
(LỚP BÀI TOÁN BIẾN ĐỘI SỐ PHỨC NÂNG CAO – PHẦN 2)**

- Câu 1.** Số phức  $z$  có modul bằng 2017 và  $w$  là số phức thỏa mãn  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$ . Modul số phức  $w$  là
- A. 2      B. 2017      C. 2016      D. 1
- Câu 2.** Tìm phần thực số phức  $\frac{z}{w}$  khi hai số phức  $z$  và  $w$  khác 0 thỏa mãn  $\begin{cases} |z+3w|=5|w| \\ |z-2wi|=|z-2w-2wi| \end{cases}$
- A. -1      B. 1      C. -3      D. 3
- Câu 3.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+i)|z| = \frac{14i-2}{z} + 1-3i$ . Khi đó modul số phức  $z$  gần nhất số nào
- A. 1,8      B. 2,6      C. 3,5      D. 0,7
- Câu 4.** Hai số phức  $u, v$  thỏa mãn  $|u|=|v|=10; |3u-4v|=\sqrt{2016}$ . Tính  $|4u+3v|$ .
- A.  $2\sqrt{746}$       B. 40      C.  $3\sqrt{123}$       D.  $2\sqrt{721}$
- Câu 5.** Tồn tại duy nhất số phức  $z=a+bi$  thỏa mãn  $(3+i)|z| = \frac{14-2i}{z} + 1-3i$ . Tính  $a+b$ .
- A. -0,4      B. 2      C. 5      D. 2,8
- Câu 6.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $1+(1-i)\sqrt{z\bar{z}} = \frac{2}{\bar{z}} - i$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng
- A.  $|z| > 2$       B.  $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$       C.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$       D.  $|z| < \frac{1}{2}$
- Câu 7.** Cho số phức  $z = \frac{m+i}{1+m(2i-1)}$ . Tồn tại bao nhiêu số nguyên  $m$  để  $|z-i| < 1$ .
- A. 0      B. 1      C. 4      D. Vô số
- Câu 8.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| \leq 1$ , tìm khẳng định đúng đối với modul số phức  $w = \frac{2z-i}{2+iz}$ .
- A.  $|w| \leq 1$       B.  $|w| > 1$       C.  $|w| < 1$       D.  $|w| > 2$
- Câu 9.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $z[(1+3i)|z|-3+i] = 4\sqrt{10}$ ,  $|z| > 1$ . Khi đó  $|z|$  có giá trị gần nhất với
- A. 1,87      B. 2,56      C. 1,24      D. 2,12
- Câu 11.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i$ . Modul số phức  $z$  thuộc khoảng
- A.  $(0;1)$       B.  $(0;2)$       C.  $(2;4)$       D.  $(4;6)$
- Câu 12.** Tồn tại duy nhất số phức  $z = a+bi$  thỏa mãn  $(3-i)|z| = \frac{1+i\sqrt{7}}{z} + 5-i$ . Tính  $a+b$ .
- A. 2      B. 1      C. -1      D. 3
- Câu 13.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|(2+i)|z|z - (1-2i)z| = \sqrt{10}$  và  $|z_1 - z_2| = 1$ . Tính  $|2z_1 + 3z_2|$ .
- A. 25      B. 5      C.  $\sqrt{19}$       D.  $5\sqrt{3}$
- Câu 14.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 2; |z_2| = 3; |z_1 - z_2| = 4$ . Tính  $|z_1 + 3z_2|$ .
- A.  $2\sqrt{19}$       B. 4      C.  $\sqrt{19}$       D.  $6\sqrt{2}$
- Câu 15.** Tính tổng tất cả các giá trị tham số  $m$  để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời
- $$|z| = m; |z - 3m + 3mi| = m^2.$$
- A. 4      B. 6      C. 9      D. 10
- Câu 16.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thỏa mãn  $z\bar{z} = 1; |z - \sqrt{3} + i| = m$  ?
- A. 0      B. 2      C. 1      D. 3
- Câu 17.** Ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1; z_1 + z_2 + z_3 = 0$ . Tính  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ .
- A. 0      B. 2      C. -1      D.  $1 + i$

**Câu 18.** Ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ ;  $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Trong ba số có hai số đối nhau  
C. Trong ba số có nhiều nhất hai số bằng 1

- B. Trong ba số có một số bằng 1  
D. Tích của ba số bằng 1

**Câu 19.** Ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017$ ;  $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ . Tính  $P = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right|$ .

- A. 2017      B. 6051      C. 1008,5      D.  $2017^2$

**Câu 20.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 3; |z_2| = 4; |z_1 - z_2| = \sqrt{37}$ . Tính  $|b|$  biết rằng  $\frac{z_1}{z_2} = a + bi$ .

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$       B. 2      C.  $\frac{\sqrt{3}}{8}$       D.  $\frac{\sqrt{39}}{8}$

**Câu 21.** Cho ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = 2; |z_2| = 3; |z_3| = 5$  và  $|75z_1z_2 + 16z_2z_3 + 27z_1z_3| = 90$ . Hãy tính modul  $|3z_1 + 4z_2 + 3z_3|$ .

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

**Câu 22.** Cho  $z_1, z_2$  là các số phức thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = 1$  và  $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$ . Tính giá trị  $P = |2z_1 + z_2|$ .

- A.  $P = 2$ .      B.  $P = \sqrt{3}$ .      C.  $P = 3$ .      D.  $P = 1$ .

**Câu 23.** Cho hai số phức  $z, w$  thỏa mãn  $\frac{1}{z+w} = \frac{2}{z} + \frac{1}{w}$ . Tính  $\left| \frac{z}{w} \right| + \left| \frac{w}{z} \right|$ .

- A. 2      B.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 24.** Hai số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z + 2w| = 3; |2z + 3w| = 6; |z + 4w| = 7$ . Tính  $|z|^2 + 2|w|^2 + z\bar{w} + w\bar{z}$ .

- A. -14      B. 21      C. 5      D. 18

**Câu 25.** Hai số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z + w| = \sqrt{17}; |z + 2w| = \sqrt{58}; |z - 2w| = 5\sqrt{2}$ . Tính  $z\bar{w} + w\bar{z}$ .

- A. 1      B. 2      C. 4      D. 3

**Câu 26.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|2z - i| = |2 + iz|$  và  $|z_1 - z_2| = 1$ . Tính  $|z_1 + z_2|$ .

- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D.  $2\sqrt{5}$

**Câu 27.** Hai số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z + 4w| = 3; |2z + 5w| = 6; |z + 3w| = 1$ . Tính  $|z| + |w| + z\bar{w} + w\bar{z}$ .

- A. -54      B. -87      C. 51      D. -27

**Câu 28.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$ ?

- A. 1      B. 3      C. 4      D. 2

**Câu 29.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $\begin{cases} |z+2| + |z-2| = 10 \\ |z+2-3i| + |z-6-i| = 2\sqrt{17} \end{cases}$

- A.2      B. 1      C. 3      D. 4

**Câu 30.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z\bar{z} + z| = 2$  và  $|z| = 2$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 4.

**Câu 31.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = 1$  và  $z_1 z_2 \neq 1$ . Tìm phần ảo của số phức  $w = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ .

- A. 1.      B. 0.      C. -1.      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 32.** Cho ba số phức  $z, w, t$  thỏa mãn  $z + w + t = 0$  và  $|z| = |w| = |t| = 2\sqrt{506}$ . Gọi  $s = z^2 + w^2 + t^2$ . Tìm khẳng định đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $s$  là số thực âm.  
C.  $s$  là số thuần ảo.  
B.  $s = 0$ .  
D.  $s$  là số thực dương.

**Câu 33.** Cho số phức  $z$  có phần ảo khác 0 và thỏa mãn  $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2}$  là số thực. Tìm môđun của  $z$ .

- A.  $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $|z| = 1$ .      C.  $|z| = \sqrt{3}$ .      D.  $|z| = 2$ .

**VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI SỐ PHỨC LỚP 12 THPT  
(LỚP BÀI TOÁN BIỂN ĐỔI SỐ PHỨC NÂNG CAO - PHẦN 3)**

**Câu 1.** Số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ ;  $|z + 2|^2 - |z - i|^2 = 33$ . Modul số phức  $z - 2 - i$  bằng

- A. 5                      B. 9                      C. 6                      D.  $\sqrt{5}$

**Câu 2.** Số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z + 3| = 5$ ;  $|z - 2i| = |z - 2 - 2i|$ . Tìm modul số phức  $z$ .

- A.  $\sqrt{10}$               B. 10                      C.  $\sqrt{17}$                       D.  $\sqrt{5}$

**Câu 3.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 5$ ;  $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$ . Tìm modul số phức  $w = z - 4 + 3i$ .

- A.  $4\sqrt{5}$               B.  $3\sqrt{5}$                       C. 6                              D.  $2\sqrt{10}$

**Câu 4.** Tính tổng bình phương phần thực tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ ;  $z^2$  là số thuần ảo.

- A. 5                      B. 4                              C. 3                              D. 2

**Câu 5.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1|^2 + |z - \bar{z}|i + (z + \bar{z})i^{2009} = 1$  ?

- A. 4                      B. 2                              C. 3                              D. 1

**Câu 6.** Số phức  $z = a + bi$  không là số thực thỏa mãn đồng thời:  $|z - 1| = 1$ ;  $(1+i)(\bar{z}-1)$  có phần thực bằng 1.

Giá trị tích  $ab$  bằng

- A. 1                      B. -2                              C. 2                              D. -1

**Câu 7.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{1+i}{z}$  là số thực và  $|z - 2| = m$  với tham số  $m$  thực. Biết rằng tồn tại duy nhất một số phức  $z$  thỏa mãn bài toán, khi đó  $m$  thuộc khoảng

- A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$               B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$                       C.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$                       D. (2;3)

**Câu 8.** Tập hợp  $S$  gồm tất cả các số thực  $m$  sao cho với một giá trị  $m$  có đúng một số phức  $z$  thỏa mãn đồng

thời các điều kiện:  $|z - m| = 6$ ;  $\frac{z}{z-4}$  là số thuần ảo. Tổng các phần tử tập hợp  $S$  là

- A. 6                      B. 10                              C. 8                              D. 16

**Câu 9.** Có tất cả bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = |z + \bar{z}| = 1$ .

- A. 0                      B. 3                              C. 4                              D. 1

**Câu 10.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z, \bar{z} + z| = 2$ ;  $|z| = 2$  ?

- A. 2                      B. 1                              C. 4                              D. 3

**Câu 11.** Cho  $z_1 = 4\cos^3 a - i \cdot 4\sin 3a$ ;  $z_2 = -3\cos a + i \cdot 3\sin a$ . Tính  $|z_1 + z_2|$ .

- A. 7                      B. 1                              C. 3                              D. 4

**Câu 12.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + \frac{1}{z} = 1$ . Tính  $z^{2019} + \frac{1}{z^{2019}}$ .

- A. 3                      B. 1                              C. 2                              D. 1,5

**Câu 13.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + \frac{4}{z} = 2$ . Tìm phần nguyên của thực  $505z^3 + \frac{1}{z^{2019}}$ .

- A. 4040                      B. 2020                              C. 2010                              D. 4020

**Câu 14.** Số phức  $z \neq 0$  không phải là số thực thỏa mãn  $w = \frac{z}{1+z^2}$  là số thực. Tính  $\frac{|z|}{1+|z|^2}$ .

- A. 0,5                      B. 1,5                              C. 2                                      D. 1

**Câu 15.** Số phức  $z \neq 0$  không phải là số thực thỏa mãn  $w = \frac{z}{4+3z^2}$  là số thực. Tính  $\frac{|z|}{1+|z|^2}$ .

- A. 4                      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{7}$                               C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                               D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**Câu 16.** Hai số phức  $z, w$  khác 0 thỏa mãn  $|z - w| = 2|z| = |w|$ . Tìm phần thực của số phức  $\frac{z}{w}$ .

- A. 0,125                      B. -0,125                              C. 0,5                              D. 1

**Câu 17.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $z$  không là số thực và  $\frac{z^2 + z + 1}{z^2 - z + 1}$  là số thực. Tính giá trị  $M = \frac{1 - a^4 - b^4}{1 - a^6 - b^6}$ .

- A. 0,5      B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 18.** Cho hai số thực  $z, w$  bất kỳ. Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{|z|^2 + |w|^2}{|z-w|^2 + |z+w|^2}$ .

- A. 0,5      B. 1      C. 2      D. 1,5

**Câu 19.** Cho hai số thực  $z, w$  thỏa mãn  $|z| = 1; |w| = 2$ . Tính giá trị biểu thức  $|2z - 3w|^2 + |3z + 2w|^2$ .

- A. 40      B. 39      C. 18      D. 50

**Câu 20.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$  ?

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 4

**Câu 21.** Tìm modul số phức  $z$  biết  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z-1| = 5; 15(z + \bar{z}) = 5z\bar{z}$ .

- A. 4      B.  $\sqrt{34}$       C.  $\sqrt{29}$       D.  $\sqrt{17}$

**Câu 22.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$  ?

- A. 3      B. 2      C. 4      D. 1

**Câu 23.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $z|z| + 2z + i = 0$ . Khi đó  $a + b^2$  gần nhất giá trị nào ?

- A. 0,17      B. 0,52      C. 0,97      D. 0,41

**Câu 24.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4 \\ |z-1-i| = |z-3+3i| \end{cases}$

- A. 4      B. 3      C. 1      D. 2

**Câu 25.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn đồng thời  $(1-3i)z$  là số thực và  $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$ . Tính  $a + b$ .

- A. 8      B. 9      C. 6      D. 7

**Câu 26.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn đồng thời  $z + 2 + i = (1+i)|z|; |z| > 1$ . Tính  $a + b$ .

- A. 4      B. -5      C. 7      D. -1

**Câu 27.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $z + 1 + 3i = |z|i$ . Tính  $a + 3b$ .

- A. -5      B. 5      C. 4      D.  $\frac{7}{3}$

**Câu 28.** Tồn tại bao nhiêu số nguyên  $m$  để có đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn

$$|z - (2m-1) - i| = 10; |z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|.$$

- A. 41      B. 165      C. 164      D. 40

**Câu 29.** Cho  $z_1 = 2 + i; z_2 = 1 - 2i$ . Tìm modul số phức  $\frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$ .

- A. 2      B. 5      C.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       D.  $\sqrt{3}$

**Câu 30.** Số phức  $z$  có modul bằng 3 và  $w$  là số phức thỏa mãn  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$ . Modul số phức  $w$  là

- A. 2      B. 3      C. 0,5      D. 1

**Câu 31.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z-1+2i|=5; |z_1-z_2|=8$ . Modul số phức  $z_1 + z_2 - 2 + 4i$  bằng

- A. 13      B. 6      C. 10      D. 16

**Câu 32.** Cho ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1|=4; |z_2|=3; |z_3|=2$  và  $|4z_1z_2 + 16z_2z_3 + 9z_1z_3|=48$ . Hãy tính modul  $|z_1 + z_2 + z_3|$ .

- A. 2      B. 6      C. 1      D. 8

**VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI SỐ PHỨC LỚP 12 THPT**  
**(LỚP BÀI TOÁN BIỂN ĐỔI SỐ PHỨC NÂNG CAO - PHẦN 4)**

**Câu 1.** Tính  $|2z_1 + z_2|$  khi  $|z_1| = 1; |z_2| = 1; |z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 1

**Câu 2.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 3i| = \sqrt{13}; \frac{z}{z+2}$  là số thuần ảo ?

- A. Vô số      B. 2      C. 0      D. 1

**Câu 3.** Ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z_1| = |z_2| = |z_3| = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ z_1 + z_2 + z_3 = 0 \end{cases}$ . Tính  $|z_1 + z_2|^2 + |z_3 + z_2|^2 + |z_1 + z_3|^2$ .

- A.  $\frac{8}{3}$       B. 3      C.  $\frac{8}{\sqrt{3}}$       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 4.** Hai số phức  $u, v$  thỏa mãn  $|u| = |v| = 10; |3u - 4v| = \sqrt{2019}$ . Khi đó  $|4u + 3v|$  gần nhất giá trị nào

- A. 55      B. 36      C. 63      D. 27

**Câu 5.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$  ?

- A. 1      B. 3      C. 4      D. 2

**Câu 6.** Có tất cả bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $\begin{cases} |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4 \\ |z - 2 - 3i| = 3\sqrt{2} \end{cases}$

- A. 7      B. 2      C. 5      D. 3

**Câu 7.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời:  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2; z^2$  là số thuần ảo ?

- A. 5      B. 2      C. 3      D. 4

**Câu 8.** Số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}} = i$ . Khi đó  $a^2 + b^2$  gần nhất giá trị nào

- A. 5,82      B. 4,65      C. 3,81      D. 2,74

**Câu 9.** Tính tổng phần thực của tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn  $\left(z + \frac{5}{|z|}\right)i = 7 - z$ .

- A. 2      B. -2      C. 3      D. -3

**Câu 10.** Cho số phức  $z$  có phần thực là số nguyên và  $z$  thỏa mãn  $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$ . Môđun của số phức  $w = 1 - z + z^2$  bằng

- A.  $|w| = \sqrt{445}$ .      B.  $|w| = \sqrt{425}$ .      C.  $|w| = \sqrt{37}$ .      D.  $|w| = \sqrt{457}$

**Câu 11.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời  $|z| = \sqrt{5}; |z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6$  ?

- A. 4      B. 2      C. 0      D. 3

**Câu 12.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  có phần ảo, phần thực đều là số nguyên và thỏa mãn đồng thời

$$|z - 3 - 4i| \leq 2; |z + \bar{z}| \leq |z - \bar{z}|.$$

- A. 13      B. 10      C. 12      D. 11

**Câu 13.** Tính tổng tất cả các giá trị  $m$  xảy ra để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thỏa mãn:  $z\bar{z} = 1; |z - 3 - 3i| = m$ .

- A. 10      B. 42      C. 52      D. 40

**Câu 14.** Tồn tại bao nhiêu số nguyên  $m$  để có đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời

$$|z - (m-1) + i| = 8; |z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|.$$

- A. 66      B. 130      C. 131      D. 63

**Câu 15.** Điểm  $M$  trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $i(z^2 - |z|) = \sqrt{|z|^2 + 3}$ . Khi đó độ dài đoạn thẳng  $OM$  thuộc khoảng

A.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

B.  $(1; 2)$

C.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$

D.  $\left(\frac{9}{5}; \frac{5}{2}\right)$

**Câu 16.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $3\bar{z} = 4i(1 - \bar{z}) + \sqrt{2z\bar{z} + 7}$ . Tính modul số phức  $w = (1 + 2i)z$ .

A. 1

B. 2

C.  $2\sqrt{5}$

D.  $\sqrt{5}$

**Câu 17.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z - 4| + |z - 2i| = \sqrt{5}(1 + i)$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b$ .

A.  $T = 2$ .

B.  $T = 3$ .

C.  $T = 1$ .

D.  $T = -1$ .

**Câu 18.** Tồn tại bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $\begin{cases} 2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2| \\ |z + 2 - 3i| + |z - 6 - i| = 2\sqrt{17} \end{cases}$

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

**Câu 19.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{i + \sqrt{z\bar{z} + 5}}{|z|} = \frac{6|z|}{z} - i$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $|z| > 3$

B.  $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$

C.  $\frac{3}{2} < |z| < 3$

D.  $|z| < \frac{1}{2}$

**Câu 20.** Tồn tại duy nhất số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn  $1 - i = (1 + i)|z| - \frac{2i + 6}{z}$ . Tính  $a^2 + b$ .

A. 6,24

B. 7,32

C. 6

D. 5

**Câu 21.** Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị thực của  $m$  để tồn tại 4 số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$  và  $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$  là số thuần ảo. Tổng các phần tử của  $S$  là

A. 1.

B.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

C.  $\frac{3}{2}$ .

D.  $\frac{3}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 22.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 2; 2\bar{z} \neq |z|^2$ . Phần ảo của số phức  $w = \frac{\bar{z}}{2\bar{z} - |z|^2}$  bằng

A. 0,5

B. 0,25

C. 1

D. 2

**Câu 23.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $\sqrt{z_1 \cdot \bar{z}_1} = |z_2| = 1; |z_1 + \bar{z}_2| = \sqrt{2}$ . Tìm phần thực của  $\frac{z_1}{z_2}$ .

A. -1

B. 2

C. 0

D. 1

**Câu 24.** Biết rằng có bốn số phức thỏa mãn  $|z - \bar{z} + 1 - i| = \sqrt{5}$ ;  $(2 - i)(i + \bar{z})$  là số thuần ảo. Tìm tổng các phần thực của bốn số phức đó.

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

**Câu 25.** Tính tổng phần ảo của hai số phức  $z$  thỏa mãn  $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ ;  $(2 - i)(i + \bar{z})$  là số thực.

A. 9

B. 7

C. 5

D. 3

**Câu 26.** Hai số phức  $z, w$  khác 0 thỏa mãn  $\frac{1}{z + w} = \frac{1}{z} + \frac{2}{w}$ . Tính  $\left|\frac{z}{w}\right|$ .

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 2

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

**Câu 27.** Hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = \sqrt{3}; |z_2| = \sqrt{3}; |z_1 - z_2| = 2$ . Tính  $|2z_1 + 3z_2|$ .

A.  $\sqrt{51}$

B. 6

C.  $6\sqrt{2}$

D.  $5\sqrt{3}$

**Câu 28.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - i)|z| = \frac{4\sqrt{10}}{z} + 3 + i$ . Tính  $|z|^4 + |z|^2$ .

A. 1

B. 16

C. 9

D. 25

**Câu 29.** Phần thực của  $z = 1 + 1 + i + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{26}$  là số nguyên dương  $M$ ,  $M$  có số ước nguyên dương là

A. 15

B. 16

C. 14

D. 27