TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

KHOA CÔNG NGHỆ TỰ ĐỘNG HÓA

Th.S. Nguyễn Thị Thu Hiền

Th.S. Phạm Thị Hồng Anh

BÀI GIẢNG

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Tài liệu lưu hành nội bộ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG
KHOA CÔNG NGHỆ TỰ ĐỘNG HÓA

Th.S. Nguyễn Thị Thu Hiền
Th.S. Phạm Thị Hồng Anh

BÀI GIẢNG

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2022

MỤC LỤC

DANH MỤC HÌNH ẢNH

CÁC TỪ VIẾT TẮT

STT	Từ viết tắt	Ý nghĩa của từ
1	ĐKTĐ	Điều khiển tự động
2	ĐC	Điều chỉnh
3	HTTĐ	Hệ thống tự động
4	HST	Hàm số truyền
5	ĐTTS	Đặc tính tần số
6	PT	Đặc tính pha tần số
7	BT	Đặc tính biên độ tần số
8	BTL	Đặc tính biên độ tần số logarit
9	TB	Thiết bị
10	TBĐK	Thiết bị điều khiển
11	HT ĐKTĐ	Hệ thống điều khiển tự động
12	PID	Bộ điều khiển tỉ lệ, vi, tích phân
12	PI	Bộ điều khiển tỉ lệ tích phân
14	PD	Bộ điều khiển tỉ lệ vi phân

MỞ ĐẦU

Bài giảng Lý thuyết điều khiển tự động được tập thể giảng viên thuộc bộ môn Kỹ thuật điện, điện tử biên soạn nhằm phục vụ cho việc giảng dạy của giảng viên và học tập của sinh viên Trường Đại học Công nghệ thông tin và Truyền thông - Đại học Thái Nguyên. Tập bài giảng này được biên soạn theo nội dung đề cương chi tiết học phần Lý thuyết điều khiển tự động ở trình độ đại học.

Bài giảng Lý thuyết ĐKTĐ dùng cho ngành Kỹ thuật Điện – Điện tử nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức về phân tích, đánh giá và hiệu chỉnh một hệ thống lý thuyết ĐKTĐ.

Bài giảng này là tài liệu học tập cho sinh viên ngành Kỹ thuật Điện – Điện tử, ngành Tự động hóa cũng như tài liệu giảng dạy tham khảo cho giảng viên của các trường kỹ thuật đồng thời là nguồn tài liệu quý giá cho những sinh viên học tập qua mạng trong nhà trường.

Nội dung của giáo trình gồm 8 chương:

Chương 1. Mô tả một hệ thống điều khiển cơ bản[1]

Chương 2. Mô hình toán học hệ thống điều khiển

Chương 3. Đáp ứng thời gian

Chương 4. Các phương pháp giảm thiểu hóa hệ thống đa cấp

Chương 5. Sự ổn định của hệ thống

Chương 6. Chất lượng hệ thống

Chương 7. Tổng hợp hệ thống điều khiển[1]

Chương 8. Hệ thống điều khiển số

Nhóm tác giả chân thành cám ơn sự đóng góp những ý kiến quý báu của các thầy cô giáo trong khoa Công nghệ Tự động hóa, các phòng ban chức năng trong việc xây dựng bài giảng này.

Mặc dù tập thể tác giả đã dành nhiều thời gian và công sức để biên soạn, song khó tránh khỏi thiếu sót. Vậy, chúng tôi kính mong quý thầy cô và các bạn sinh viên đóng góp ý kiến để cuốn bài giảng được hoàn thiện hơn. Xin trân trọng cảm ơn.

Nhóm tác giả

CHƯƠNG 1: MÔ TẢ MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN CƠ BẢN

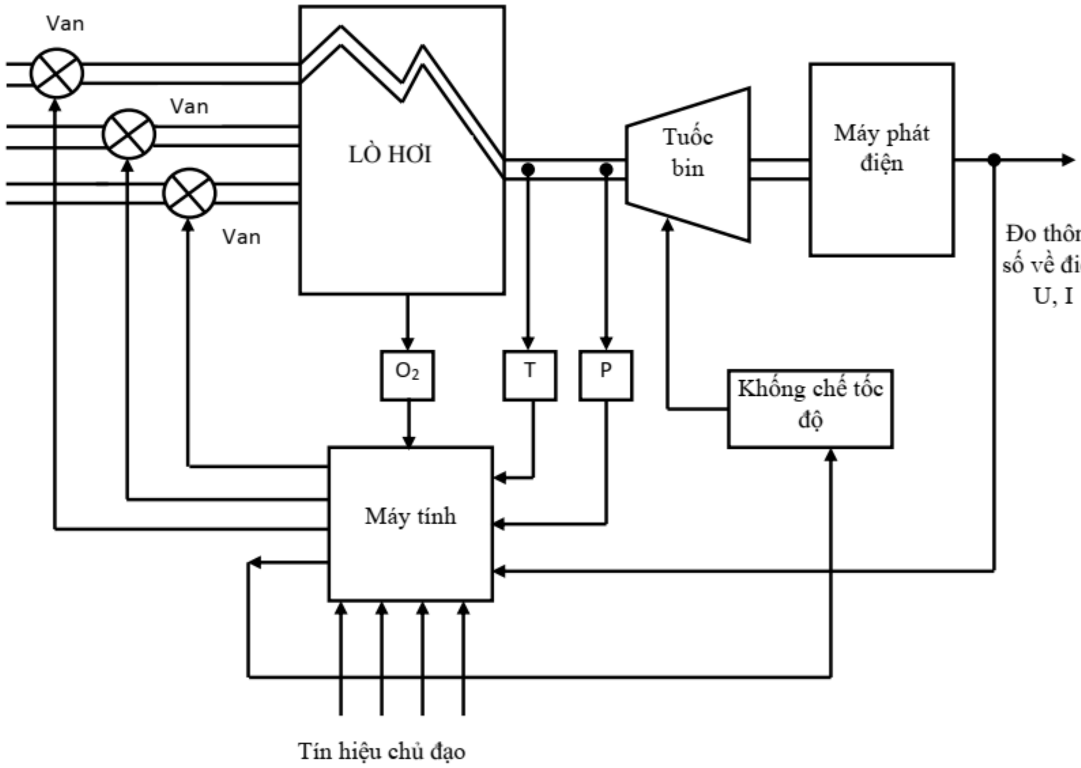
Nội dung chính của chương: Nêu lên một số khái niệm về hệ thống điều khiển tự động, cấu trúc, nguyên tắc điều khiển và phân loại các hệ thống điều khiển tự động hiện nay.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Sinh viên phân biệt được các khái niệm về hệ thống điều khiển từ đó có thể nhìn vào cấu trúc của hệ thống nhận biết được hệ thống điều khiển thuộc loại nào và cũng từ đó thiết lập được các bước thiết kế hệ thống điều khiển

Bài 1: Khái niệm về hệ thống điều khiển tự động (Số tiết: 03 tiết)

1.1 Các khái niệm cơ bản

Để hiểu được khái niệm về hệ thống điều khiển tự động trước hết ta xem ví dụ sau



Hình 1.1: Sơ đồ điều khiển của lò hơi để phát điện

Điều khiển là tập hợp tất cả các tác động có mục đích nhằm điều khiển một quá trình này hay quá trình kia theo một quy luật hay một chương trình cho trước.

Điều khiển học là một bộ môn khoa học nghiên cứu nguyên tắc xây dựng các hệ điều khiển.

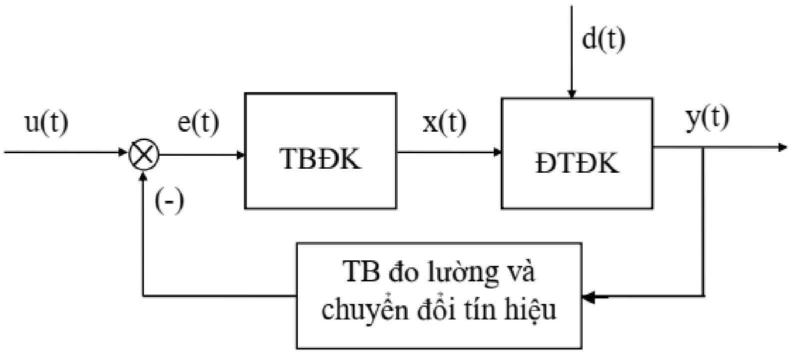
Quá trình điều khiển hoặc điều chỉnh được thực hiện mà không có sự tham gia trực tiếp của con người, thì chúng ta gọi đó là quá trình điều khiển và điều chỉnh tự động.

Tập hợp tất cả các thiết bị mà nhờ đó quá trình điều khiển được thực hiện gọi là hệ thống điều khiển .

Tập hợp tất cả các thiết bị kỹ thuật, đảm bảo ĐK hoặc ĐC tự động một quá trình nào đó được gọi là hệ thống ĐK hoặc ĐC tự động (đôi khi gọi tắt là hệ thống tự động – HTTĐ).

1.2 Các phần tử cơ bản của hệ thống điều khiển tự động

Một cách tổng quát hệ thống điều khiển tự động được mô tả bởi sơ đồ cấu trúc như sau:



Hình 1.2: Sơ đồ tổng quát hệ thống điều khiển tự động

Trong đó:

- ĐTĐK: Đối tượng điều khiển (Cơ cấu chấp hành), có thể là các thiết bị kỹ thuật, dây chuyền sản xuất, quy trình công nghệ… là mục tiêu điều khiển của con người trong các lĩnh vực khác nhau.

Các phần tử chấp hành thường dùng trong điều khiển tự động là các loại động cơ bước, động cơ DC, động cơ servo, động cơ AC, động cơ thuỷ lực khí nén…

Một loại đối tượng điều khiển cũng thường gặp khác trong công nghiệp là hệ thống nhiệt, ví dụ như: lò nung trong dây truyền công nghiệp sản xuất gạch men lò sấy trong dây chuyền chế biến thực phẩm, hệ thống làm lạnh trong dây chuyền chế biến thuỷ sản. Yêu cầu điều khiển đối với hệ thống nhiệt thường là điều khiển ổn định nhiệt độ hoặc điều khiển theo chương trình.

- TBĐK: Thiết bị điều khiển, là thiết bị gia công tín hiệu điều khiển, nó có nhiệm vụ tạo ra tín hiệu điều khiển tác động lên ĐTĐK theo một quy luật nào đó để thoả mãn các yêu cầu công nghệ.

- Tín hiệu: là một hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin về các thông số kỹ thuật và được truyền tải bởi các đại lượng vật lý.

u(t): Tín hiệu đầu vào (tín hiệu đặt)

y(t): Tín hiệu đầu ra.

x(t): Tín hiệu điều khiển tác động lên đối tượng.

d(t): Tín hiệu nhiễu loạn tác động vào hệ thống.

- Hệ thống điều khiển đơn điệu: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dx}$ không đảo dấu.

- Hệ thống điều khiển dao động: là hệ mà đại lượng $\frac{dy}{dx}$ có đảo dấu.

- Phản hồi: Là mối liên hệ ngược trích một phần năng lượng ở đầu ra đưa ngược trở lại đầu vào. Có các loại phản hồi như sau:

+ Phản hồi âm: tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt ngược dấu nếu là một chiều và ngược pha nếu là xoay chiều. Phản hồi này có tác dụng giữ ổn định giá trị của đại lượng được phản hồi.

+ Phản hồi dương: tín hiệu phản hồi và tín hiệu đặt luôn cùng dấu nếu là một chiều và cùng pha nếu là xoay chiều, có tác dụng nâng cao hệ số khuyếch đại và tạo nên hệ tự kích.

+ Phản hồi cứng: là phản hồi tham gia làm việc trong hệ cả ở chế độ quá độ và chế độ xác lập nhưng hiệu quả cơ bản là ở chế độ xác lập còn ở chế độ quá độ ít hiệu quả (thường bỏ qua). Phản hồi cứng có tác dụng nâng cao chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập. Các thiết bị có tính tỷ lệ như máy phát tốc, can nhiệt, mạch điện tử... thường được sử dụng cho phản hồi loại này.

+ Phản hồi mềm: là phản hồi chỉ tham gia làm việc trong hệ ở chế độ quá độ còn chế độ xác lập thì không tham gia. Loại phản hồi này có tác dụng nâng cao chất lượng của hệ thống ở chế độ quá độ. Để tạo phản hồi mềm phải dùng các thiết bị có tính vi, tích phân như mạch R - C, R - L, cầu mềm (cầu động), biến áp vi phân...

Tổ hợp của bốn loại phản hồi trên tạo ra: Phản hồi âm cứng, dương mềm; âm mềm, dương cứng tuỳ theo yêu cầu cụ thể của từng hệ thống thực tế.

- TB đo lường và chuyển đổi tín hiệu: là thiết bị gia công tín hiệu phản hồi để đưa trở lại đầu vào của hệ thống.

Thông thường các tín hiệu phản hồi lấy về là các tín hiệu không điện như: tốc độ quay, nhiệt độ, lực, ứng suất, quang thông… Do đó cần phải có các thiết bị đo các tín hiệu đó và chuyển thành các tín hiệu điện tương ứng với tín hiệu đầu vào của hệ thống.

Cấu trúc của thiết bị đo gồm có 3 phần chính: bộ phận chuyển đổi hay cảm biến, cơ cấu đo điện, và các sơ đồ mạch khuếch đại trung gian hay mạch gia công tín hiệu như mạch khuếch đại, chỉnh lưu ổn định.

Các thiết bị đo tốc độ như DC Tachometer, AC Tachometer, Optical Tachometer... Cảm biến nhiệt độ như Pt 56Ω, Pt 100Ω,Themorcouple…

Ngoài các thiết bị kể trên, để lấy tín hiệu phản hồi tốc độ và dòng điện người ta còn sử dụng hệ thống máy phát tốc và máy biến dòng.

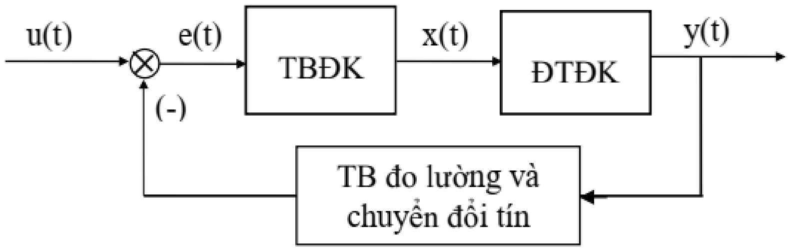
1.3. Các nguyên tắc điều khiển cơ bản

1.3.1. Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển u(t) được thành lập dựa trên sự sai lệch của lượng ra thực tế (y(t)) so với lượng ra yêu cầu (tín hiệu đặt ở đầu vào r(t))

$$x(t) = f\left[u(t) - y(t)\right] = f\left[e(t)\right]$$

Sơ đồ cấu trúc của nguyên tắc điều khiển theo sai lệch như sau:



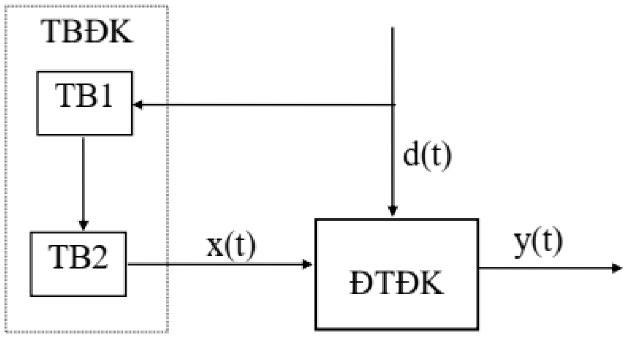
Hình 1.3: Sơ đồ cấu trúc của nguyên tắc điều khiển theo sai lệch bám

1.3.2. Nguyên tắc điều khiển theo tín hiệu nhiễu loạn (bù nhiễu)

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển u(t) được thành lập theo tín hiệu nhiễu tác động với mục đích để khử nhiễu ở đầu ra:

$$x(t) = f\left[d(t)\right]$$

Những hệ thống được xây dựng theo nguyên tắc này là những hệ thống hở (không có phản hồi). Sơ đồ cấu trúc như sau:



Hình 1.4: Sơ đồ cấu trúc của nguyên tắc điều khiển theo tín hiệu nhiễu

Trong đó:

TB1: là thiết bị để đo tín hiệu nhiễu.

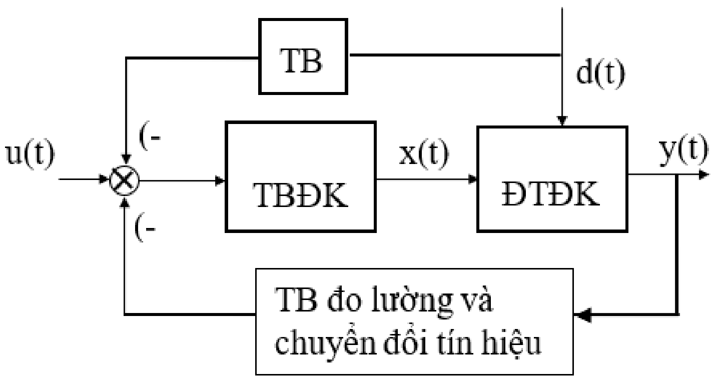
TB2: là thiết bị để tạo ra tín hiệu điều khiển u(t).

1.3.3. Nguyên tắc điều khiển hỗn hợp (theo sai lệch và bù nhiễu)

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển u(t) được thành lập dựa vào sự tổng hợp của hai phương pháp trên với

$$x(t) = f\left[e(t), d(t)\right]$$

Sơ đồ cấu trúc tổng quát như sau:

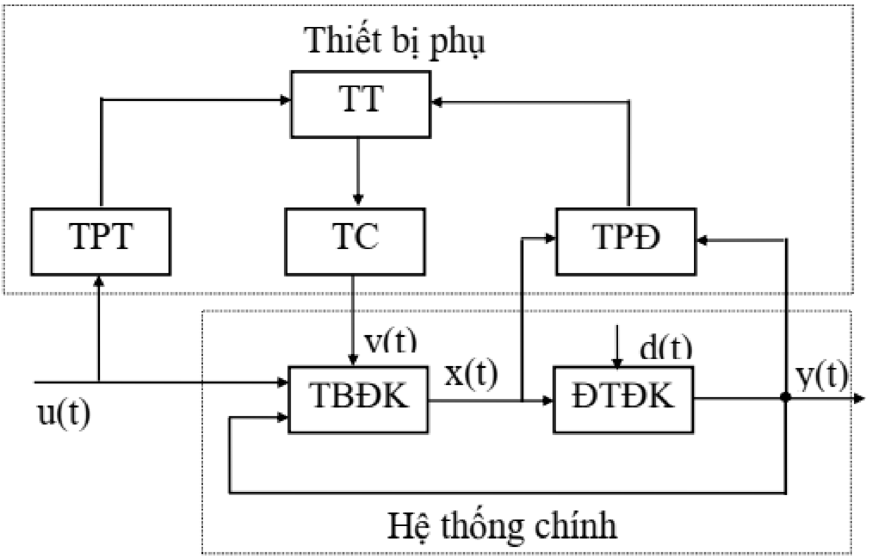


Hình 1.5: Sơ đồ cấu trúc của nguyên tắc điều khiển hỗn hợp

1.3.4. Nguyên tắc điều khiển thích nghi

Là nguyên tắc mà tín hiệu điều khiển u(t) được thành lập có tính đến tất cả các yếu tố ảnh hưởng đến đại lượng cần điều khiển.

Sơ đồ tổng quát của hệ điều khiển thích nghi như sau:



Hình 1.6: Sơ đồ cấu trúc của nguyên tắc điều khiển thích nghi

Trong đó:

TPT : Thiết bị phân tích tín hiệu vào (xác định tính chất của tín hiệu vào như tốc độ, gia tốc ...).

TPĐ: Thiết bị phân tích đối tượng (xác định đặc tính động học của đối tượng cần điều khiển).

TT: Thiết bị tính toán (xác định phương pháp biến đổi đặc tính của thiết bị điều khiển chính).

TC: Thiết bị chấp hành (có nhiệm vụ chỉnh định thiết bị điều khiển theo các tín hiệu nhận được từ thiết bị tính toán).

V(t) : Là hàm tự chỉnh, nó là hàm đa tham số.

$$v(t) = f\left[u(t), r(t), y(t)...\right]$$

Ngoài các nguyên tắc điều khiển đã nêu trên thì còn có các nguyên tắc điều khiển khác như : Điều khiển mờ, điều khiển tối ưu, điều khiển bền vững …

1.4. Phân loại các hệ thống điều khiển tự động.

1.4.1 Phân loại theo nguyên lý xây dựng.

Các phần tử được phân chia thành các loại: hệ thống ĐK theo mạch hở, hệ thống ĐK theo mạch kín và hệ thống ĐK hỗn hợp .

Ngoài những nguyên lý trên, từ những năm 60 của thế kỷ XX, trên cơ sở áp dụng điều khiển học trong cơ thể sống vào kỹ thuật đã ra đời một loại hình hệ thống tự động mô phỏng hoạt động của cơ thể sống: đó là các hệ tự chỉnh, thích nghi. Nguyên lý tự chỉnh và thích nghi không đòi hỏi phải biết đầy đủ các đặc tính của quá trình điều khiển và trong quá trình làm việc, các hệ thống này tự chỉnh và thích nghi với các điều kiện bên ngoài thay đổi.

Lý thuyết các hệ ĐK tự chỉnh và thích nghi đã trở thành một nhánh phát triển quan trọng của lý thuyết ĐKTĐ.

Vì hầu hết các hệ thống ĐKTĐ trong kỹ thuật là những hệ mạch kín và quá trình điều khiển các thiết bị kỹ thuật chung quy lại là quá trình điều chỉnh các tham số của nó, nếu dưới đây chúng ta sẽ đề cập đến sự phân loại các hệ thống ĐKTĐ mạch kín và lý thuyết về các hệ đó.

1.4.2. Phân loại theo tính chất của lượng vào.

Tuỳ theo tính chất của tác động đầu vào, các hệ thống ĐKTĐ có 3 loại:

Hệ thống ổn định tự động (điều chỉnh theo hằng số) là hệ thống có lượng vào không đổi. Nhiệm vụ của hệ thống là duy trì một hoặc một vài đại lượng vật lý ở giá trị không đổi. Thí dụ như hệ thống ĐKTĐ tốc độ động cơ nhiệt, hệ thống ĐKTĐ điện áp, tần số của máy phát, hệ ổn định đường bay của máy bay khi góc lái không thay đổi ...

Hệ thống điều chỉnh theo chương trình là hệ thống có lượng vào là các hàm đã biết trước, có thể dưới dạng chương trình.Thí dụ hệ điều khiển đường bay định trước của máy bay không người lái, hệ thống điều khiển các máy công cụ: bào, phay với chương trình định trước trong bộ nhớ máy tính...

Hệ tự động bám, gọi tắt là hệ bám là hệ thống có lượng vào là các hàm thời gian không biết trước, có thể thay đổi theo quy luật bất kỳ. Nhiệm vụ của hệ là bảo đảm lượng ra phải „bám“ theo sự thay đổi của lượng vào. Thí dụ các hệ như là hệ bám đồng bộ góc, các hệ bám vô tuyến điện tử của các đài radar...

1.4.3. Phân loại theo dạng tín hiệu sử dụng trong hệ thống.

Theo dạng tín hiệu sử dụng trong hệ thống, chúng ta có các tác động liên tục và các hệ thống gián đoạn (hay hệ rời rạc).

Hệ tác động liên tục (gọi tắt là hệ liên tục) là hệ mà tất cả các phần tử của hệ có lượng ra là các hàm liên tục theo thời gian.

Tín hiệu dưới dạng hàm liên tục có thể là tín hiệu một chiều (chưa biến điệu) hoặc tín hiệu xoay chiều (đã được biến điệu) tương ứng chúng ta có hệ ĐKTĐ một chiều (DC) và hệ thống ĐKTĐ xoay chiều (AC) (thí dụ hệ thống bám đồng bộ công suất nhỏ dùng động cơ chấp hành 2 p ha).

Hệ tác động gián đoạn (gọi tắt là hệ gián đoạn hay hệ rời rạc) là các hệ có chứa ít nhất một phần tử gián đoạn, tức là phần tử có lượng vào là một hàm liên tục và lượng ra là một hàm gián đoạn theo thời gian.

Tuỳ theo tính chất gián đoạn của lượng ra, các hệ gián đoạn có thể phân chia thành các loại: hệ thống ĐKTĐ xung, hệ thống ĐKTĐ kiểu rơ le và hệ thống ĐKTĐ số.

Nếu sự gián đoạn của tín hiệu ra xảy ra qua những thời gian xác định (ta gọi là gián đoạn theo thời gian) khi tín hiệu vào thay đổi, thì ta có hệ ĐKTĐ xung.

Nếu sự gián đoạn của tín hiệu xảy ra khi tín hiệu vào qua những giá trị ngưỡng xác định nào đó (chúng ta gọi là gián đoạn theo mức), thì có thể ĐKTĐ kiểu rơle. Hệ rơle thực chất là hệ phi tuyến, vì đặc tính tĩnh của nó là hàm phi tuyến. Đây là đối tượng nghiên cứu của một phần quan trọng trong lý thuyêt ĐK .

Nếu phần tử gián đoạn có tín hiệu ra dưới dạng mã số (gián đoạn cả theo mức và cả theo thời gian), thì ta có hệ ĐKTĐ số. Hệ thống ĐKTĐ số là hệ chứa các thiết bị số (các bộ biến đổi A/D, D/A, máy tính điện tử (PC), bộ vi xử lý.

1.4.4. Phân loại theo dạng phương trình toán học mô tả hệ thống.

Về mặt toán học, các hệ thống ĐKTĐ đều có thể mô tả bằng các phương trình toán học: phương trình tĩnh và phương trình động. Dựa vào tính chất của các phương trình, chúng ta phân biệt hệ thống ĐKTĐ tuyến tính và hệ ĐKTĐ không tuyến tính (phi tuyến).

Hệ thống ĐKTĐ tuyến tính là hệ thống được mô tả bằng phương trình toán học tuyến tính. Tính chất tuyến tính của các phần tử và của cả hệ thống ĐKTĐ chỉ là tính chất lý tưởng. Vì vậy, các phương trình toán học của hệ thống là các phương trình đã được tuyến tính hoá, tức là thay các sự phụ thuộc gần đúng tuyến tính.

Hệ tuyến tính có phương trình động học với các tham số không thay đổi thì gọi là *hệ ĐKTĐ tuyến tính có tham số không thay đổi*, hay hệ ĐKTĐ tuyến tính dừng, còn nếu hệ thống có phương trình với tham số thay đổi thì gọi là *hệ ĐKTĐ tuyến tính có tham số biến thiên*, hay hệ ĐKTĐ tuyến tính không dừng.

Hệ thống ĐKTĐ phi tuyến là hệ thống được mô tả bằng phương trình toán học phi tuyến. Hệ phi tuyến là hệ có chứa các phần tử phi tuyến điển hình, thí dụ đó là hệ có chứa các phần tử rơle.

1.4.5. Phân loại theo tính chất của các tác động bên ngoài.

Các tác động bên ngoài vào hệ tự động có quy luật thay đổi đã biết trước hoặc mang tính chất ngẫu nhiên.

Hệ thống tiền định là các hệ có các tác động bên ngoài là tiền định, tức là đã biết trước các quy luật thay đổi của nó (thí dụ xét hệ thống với các tác động điển hình).

Hệ thống không tiền định (hay hệ ngẫu nhiên) là các hệ được xem xét nghiên cứu khi các tác động bên ngoài là các tín hiệu ngẫu nhiên.

1.4.6. Phân loại theo số lượng đại lượng cần điều khiển.

Tuỳ theo số lượng cần điều khiển (lượng ra của hệ) chúng ta có: hệ một chiều và hệ nhiều chiều.

Hệ thống ĐKTĐ một chiều có chứa một đại lượng cần điều khiển, còn hệ ĐKTĐ nhiều chiều là hệ có chứa từ hai đại lượng cần điều khiển trở lên. Thí dụ về hệ nhiều chiều có thể là hệ thống ĐKTĐ một máy phát điện, nếu hệ thống ĐKTĐ cùng một lúc điều khiển tự động điện áp và tần số của nó.

Ngoài các cách phân loại chính đã xét ở trên, tuỳ thuộc vào sự tồn tại sai số của hệ ở trạng thái cân bằng, chúng ta phân biệt hai loại hệ thống: hệ thống tĩnh (có sai số tĩnh) và hệ phiếm tĩnh (không có sai số tĩnh). Tuỳ thuộc vào quy luật (định luật) điều khiển (tức là dạng của tín hiệu điều khiển x(t) do cơ cấu điều khiển tạo ra), chúng ta phân biệt các bộ điều khiển tỷ lệ (bộ điều khiển P), bộ điều khiển tỷ lệ vi phân (bộ điều khiển PD), bộ điều khiển vi phân – tích phân (bộ điều khiển PID).

1.5. Quá trình thiết lập một hệ thống điều khiển

- Bước 1: Chuyển đổi các yêu cầu kỹ thuật thành một hệ thống vật lý.
- Bước 2: Vẽ sơ đồ khối chức năng. Chuyển đổi sự miêu tả đặc tính hệ thống thành một sơ đồ khối chức năng. Đây là sự miêu tả về các phần chi tiết của hệ thống và mối quan hệ giữa chúng.
- Bước 3: Thiết lập sơ đồ nguyên lí.
- Bước 4: Sử dụng sơ đồ nguyên lý thiết lập sơ đồ khối hoặc graph tín hiệu hoặc biểu diễn không gian trạng thái.
- Bước 5: Rút gọn sơ đồ khối.
- Bước 6: Phân tích và thiết kế.

Câu hỏi, bài tập chương 1

Câu 1. Hệ thống điều khiển tự động có thể phân loại như thế nào?

Câu 2. Hệ thống điều khiển có mấy phần tử cơ bản?

Câu 3. Hãy nêu các quy tắc điều khiển cở bản để điều khiển một hệ thống điều khiển?

Câu 4. Nêu các bước thiết lập một hệ thống điều khiển?

Câu 5: Hãy nêu một số khái niệm về điều khiển tự động?

Câu 6: Phân biệt hệ thống hở (Open-Loop System)

a. Là hệ thống điều khiển theo các tín hiệu đầu vào

b. Là hệ thống mà không có khả năng bù bất cứ nhiễu nào tác động lên hệ thống

c. Là hệ thống chỉ bù nhiều của bộ điều khiển

d. Là hệ thống mà sơ đồ khối là một đường thẳng và tín hiệu đầu ra luôn thay đổi theo tín hiệu vào

Câu 7: Hệ thống điều khiển được gọi là hệ thống tuyến tính được phân loại theo

a. Số lượng đại lượng cần điều khiển

b. Tính chất của các tác động bên ngoài

c. Dạng tín hiệu sử dụng trong hệ thống

d. Dạng phương trình toán học mô tả hệ thống

Câu 8: Hệ thống điều khiển hở được sử dụng khi nào?

a. Sử dụng trong các quá trình đơn giản và chi phí điều khiển thấp, và có mô hình toán học thể hiện mối quan hệ giữa tín hiệu đầu vào và tín hiệu đầu ra.

b. Sử dụng trong các hệ thống có chí phí xây dựng thấp.

c. Sử dụng trong cáchệ thống công nghiệp ngành dầu khí.

d. Chủ yếu sử dụng trong ngành sản xuất xi măng.

Câu 9: Điều khiển tự động là gì?

a. Là quá trình điều khiển mà có sự tham gia trực tiếp của các thiết bị điều khiển và con người

b. Là quá trình điều khiển mà không có sự tham gia trực tiếp của bộ điều khiển và con người

c. Là quá trình điều khiển mà không có sự tham gia trực tiếp của con người

d. Là quá trình điều khiển mà không sự tham gia trực tiếp của của các bộ điều khiển

Câu 10: Các thành phần cơ bản trong hệ thống diều khiển tự động

a. Thiết bị điều khiển, đối tượng điều khiển, cơ cấu chấp hành và thiết bị đo lường

b. Thiết bị hiệu chỉnh, đối tượng điều khiển, cơ cấu chấp hành và thiết bị đo lường

c. Thiết bị điều khiển, cơ cấu cơ khí và thiết bị đo lường

d. Thiết bị điều khiển, đối tượng điều khiển cục bộ và thiết bị đo lường

Câu 11: Các tín hiệu r(t), c(t) và e(t) được viết tắt từ

a. Regular Input, Controlled Output, Error

b. Reference Input, Controlled Output, Error

c. Reference Input, Carried Output, Error

d. Refresh Input, Controlled Output, Error

CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

Nội dung chính của chương: Nêu lên các phương pháp mô tả toán học hệ thống điều khiển tự động trong miền thời gian và trong miền tần sô bằng mối quan hệ vào ra.

Xây dựng hệ dưới dạng phương tình vi phân.

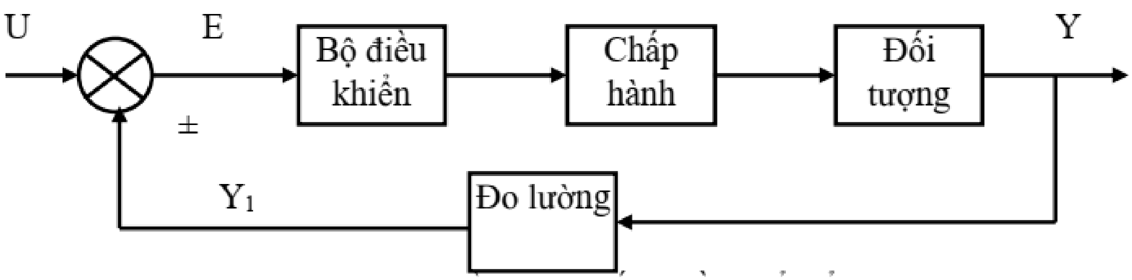
Biểu diện dưới dạng phương trình trạng thái, dạng hàm truyền đạt và từ đó biểu diện hệ dưới dạng sơ đồ cấu trúc

Mục tiêu cần đạt được của chương: Sinh viên sau khi học xong chương này biết cách biểu diễn hệ thống điều khiển ở dạng phương trình vi phân, hàm truyền đạt và phương trình trạng thái.

Bài 2: Hàm truyền đạt của hệ thống điều khiển (Số tiết: 03)

2.1 Các khâu cơ bản

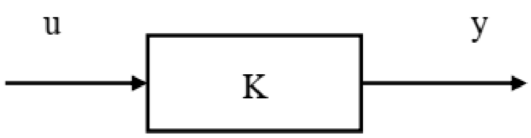
Ta có một hệ thống điều khiển:



Hình 2.1: Sơ đồ một hệ thống điều khiển tổng quát

Đa phần các mạch phản hồi của hệ thống điều khiển là mạch phản hồi âm. Khi chúng ta tiến hành phân tích hệ thống tốt hay xấu hay thiết kế bộ điều khiển cho hệ thống đều phải xuất phát từ mô hình toán học của hệ thống hay nói cách khác ta phải tìm được quan hệ giữa đầu vào và đầu ra của hệ thống.

2.1.1 Khâu khuếch đại



Hình 2.2: Sơ đồ khâu khuếch đại tĩnh

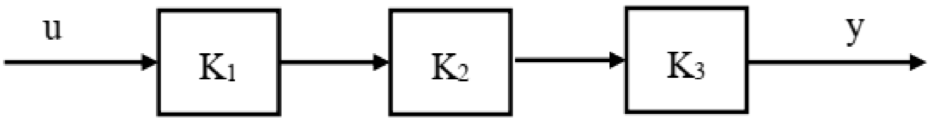
- Khâu khuếch đại là tín hiệu đầu ra là khuếch đại của tín hiệu đầu vào

$$y = K.x \tag{2.1}$$

trong đó: K là hệ số khuếch đại

(Khuếch đại tĩnh là cứ có tín hiệu đầu vào thì tìm được tín hiệu đầu ra)

- Cũng có hệ thống có khuếch đại nhiều tầng



Hình 2.3: Sơ đồ khâu khuếch đại tầng

2.1.2 Khâu tích phân

$$y(t) = \frac{1}{T_i}\int_{t_0}^{t} u(t)dt(+y_0) \tag{2.2}$$

Với T_i là thời gian tích phân

2.1.3 Khâu vi phân

$$y = T_D \frac{du}{dt} \tag{2.3}$$

T_D là hằng số thời gian vi phân

2.1.4 Khâu bậc nhất

$$T\frac{dy}{dt} + y = K.u \tag{2.4}$$

trong đó: K là hệ số truyền của khâu

T là hằng số thời gian của khâu

Phản ứng của hệ thống tốt hay xấu phụ thuộc vào hệ số K, nhanh hay chậm phụ thuộc vào T.

2.1.5 Khâu bậc hai

$$T^2\frac{dy}{dt} + 2\zeta T\frac{dy}{dt} + y(t) = Ku(t) \tag{2.5}$$

Trong đó: K là hệ số khuếch đại

T là hằng số thời gian

ξ độ suy giảm tín hiệu

Đây là mô hình toán học của mạch RLC.

2.1.6 Khâu bậc n

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + ... + a_{n-1}\frac{d\ y}{dt} + a_n y(t) = b_0\frac{d^m u}{dt^m} + b_1\frac{d^{m-1}u}{dt^{m-1}} + ... + b_{m-1}\frac{d\ u}{dt} + b_m u(t) \quad 2.6)$$

thông thường n≥m.

2.2 Mô hình trong miền tần sô

2.2.1 Khái niệm về phép biến đổi Laplace và ứng dụng

2.2.1.1 Khái niệm và bản chất của phép biến đổi Laplace

Khi sử dụng các phép biến đổi tín hiệu hệ thống từ miền thời gian sang miền khác để thuận tiện trong việc xử lý tín hiệu. Như trong hệ thống liên tục người ta hay sử dụng phép biến đổi Lpalace để biến đổi từ miền thời gian sang miền tần số phức. Các phương trình vi tích phân sẽ chuyển đổi thành các phương trình đại số thông thường.

Trong các hệ thống rời rạc người ta hay sử dụng phép biến đổi Z để chuyển tín hiệu tự miền thời gian sang miền tần số phức. Trong thực tế người ta còn sử dụng các phép biến đổi khác để xử lý tín hiệu như giải tương quan, mã hoá có hiệu quả, chống nhiễu,….

Thực hiện các phép biến đổi có công cụ toán học như máy tính số, công cụ phổ biến và hiệu quả là phần mềm Matlab hay thực hiện biến đổi bằng tay.

a) Biến đổi Laplace thuận

Định nghĩa: Gọi F(s) là biến đổi Laplace của hàm f(t), khi đó ta có:

$$F(s) = \mathrm{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \tag{2.7}$$

trong đó:

- $s = \sigma + j\omega$
- e^{-st} là hạt nhân của phép biến đổi.
- F(s) là hàm phức.
- f(t) là hàm biểu diễn trên miền thời gian xác định trên R.

Để thực hiện được biến đổi Laplace hàm f(t) phải là hàm thực và thoả mãn một số điều kiện sau:

- f(t) là hàm gốc khi thoả mãn các điều kiện sau:

1. f(t) = 0 khi t < 0

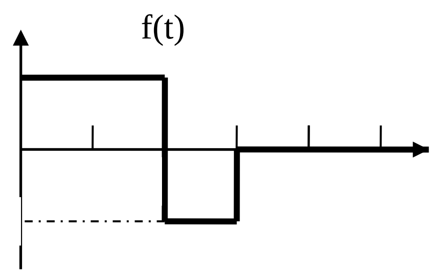
2. f(t) liên tục khi t≥0, trong khoảng hữu hạn bất kỳ cho trước chỉ có hữu hạn các điểm cực trị.

3. Hàm f(t) gọi là hàm bậc số mũ khi t → ∞ nếu tồn tại một số thực α ≥ 0 và M >0 thì $|f(t)| \le Me^{\alpha t}, \forall t > 0$, α được gọi là chỉ số tăng của hàm f(t). Khi đó hàm f(t) là hàm bậc số mũ nếu hàm f(t) tăng không nhanh hơn hơn hàm e^t.

- Nếu f(t) là hàm gốc có chỉ số tăng α thì tích phân $I = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt$ sẽ hội tụ trong miền Re(s) = σ > α. Khi đó $I = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt = F(s)$ sẽ là một hàm phức.

Ví dụ 1: Tìm ảnh của hàm gốc sau

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } 0 \le t < 2 \\ -1 & \text{khi } 2 \le t < 3 \\ 0 & \text{khi } t \ge 3 \end{cases}$$

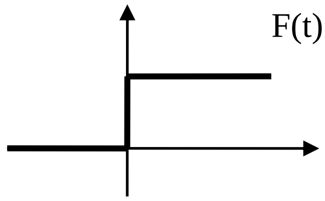


Áp dụng công thức biến đổi ta có

$$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt = \int_0^{2} e^{-st} f(t)dt - \int_2^{3} e^{-st} f(t)dt = -\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^2 + \frac{1}{s}e^{-st}\Big|_2^3 = \frac{1}{s}(1 - 2e^{-2p} + e^{-3p})$$

Ví dụ 2: Cho hàm

$$f(t)=\begin{cases}1 & \text{khi } t \geq 0\\ 0 & \text{khi } t < 0\end{cases}$$



Tìm biến đổi Laplace?

Giải

$$F(s)=\int_{0}^{+\infty} e^{-st} f(t)dt = -\left.\frac{e^{-st}}{s}\right|_{0}^{+\infty} = \frac{1}{s}$$

Ví du 3: Tìm ảnh Laplace của hàm $f(t) = 4t^2$

Từ bảng biến đổi Laplace ta có

$$L\{t^n\}=\frac{n!}{s^{n+1}}$$

Áp dụng biến đổi tìm ảnh Laplace của hàm $f(t) = 4t^2$

$$L\{4t^2\}=4.\frac{2!}{s^{2+1}}=\frac{8}{s^3}$$

b) Biến đổi Laplace ngược:

Biến đổi Laplace ngược là xác định tín hiệu f(t) từ ảnh Laplace F(s) của nó.

Gọi f(t) là gốc của ảnh F(s) Khi đó ta có:

$$L^{-1}[F(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}ds \qquad (2.8)$$

nhưng công thức (2.8) này ít dùng, ta hay áp dụng phương pháp biến đổi ngược hàm F(s) có dạng hàm hữu tỷ.

Giả sử f(t) có ảnh Laplace dạng sau

$$F(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b_0+b_1s+\cdots+b_ms^m}{a_0+a_1s+\cdots+a_ns^n} \qquad (2.9)$$

với $n \geq m$.

Các bước thực hiện như sau:

Bước 1: Phân tích F(s) thành tổng các hàm phân thức tối giản

$$F(s)=A+\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{r_k}\frac{A_{ki}}{(s-a_k)^i}+\sum\frac{B_k(s-\sigma_k)+C_k\omega_k}{(s-\sigma_k)^2+\omega_k^2} \qquad (2.10)$$

trong đó A, A_{ki}, B_k, C_k là các hằng số. a_k là điểm cực thực bội r_k và $\sigma_k + j\omega_k$ là điểm cực phức của F(s), nói cách khác chúng là điểm mà tại đó F(s) = ± ∞.

Bước 2: Xác định hàm gốc cho từng phần tử.

- $L^{-1}\{A\} = A\delta(t)$

- $$L^{-1}\left\{\frac{A_{ki}}{(s-a_k)^i}\right\} = A_{ki}\frac{t^{i-1}e^{a_k t}}{(i-1)!}1(t)$$

- $$L^{-1}\left\{\frac{B_k(s-\sigma_k)}{(s-\sigma_k)^2+\omega_k^2}\right\} = B_k e^{\sigma_k t}\cos(\omega_k t)1(t)$$

- $$L^{-1}\left\{\frac{C_k\omega_k}{(s-\sigma_k)^2+\omega_k^2}\right\} = C_k e^{\sigma_k t}\sin(\omega_k t)1(t)$$

Ví dụ 1: Tìm hàm gốc f(t) của ảnh Laplace sau:

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

Giải:

Bước 1: Phân tích thành tổng các phân thức tối giản

$$F(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2}$$

Bước 2: Xác định hàm gốc cho từng thành phần

$$f(t) = (e^{-t} - 1 + t)1(t)$$

Ví dụ 2: Tìm hàm gốc f(t) của ảnh Laplace sau:

$$F(s) = \frac{s^3+2s^2+6s+7}{s^2+s+2}$$

Ta thực hiện chia tử số cho mẫu số cho đến khi số dư còn lại có bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu.

$$F(s) = s + 1 + \frac{2}{s^2+s+2}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược có sử dụng bảng biến đổi Laplace

$$f(t) = \frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t) + L^{-1}\left\{\frac{2}{s^2+s+5}\right\}$$

Sử dụng phương pháp phân tích $X(s) = \dfrac{2}{s^2+s+5}$ thành tổng các phân thức đơn giản.

Ta xét một số trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nghiệm của mẫu thức T(s) là thực và riêng biệt. Giả sử nghiệm của mẫu thức T(s) có hai nghiệm s_1 = -1 và s_2 = - 2.

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

Nghiệm của mẫu thức là riêng biệt nên từng phân thức sẽ có bậc là 1.

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)} = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{s+2}$$

Để tìm K_1 ta nhân (2.) với (s+1) để tách K_1 riêng ra

$$\frac{2}{(s+2)} = K_1 + \frac{(s+1)K_2}{(s+2)}$$

Sau đó cho s → - 1, rút ra được $K_1 = 2$. Làm tương tự và cho s → - 2 ta rút ra được

$K_2 = - 2$.

Lúc đó

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)} = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược của X(s) ta được

$$x(t) = (2e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)$$

Một cách tổng quát khi mẫu số của F(s) cos nghiệm thực và riêng biệt, ta thực hiện như sau:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_m)\cdots(s+p_n)} \quad (2.11)$$
$$= \frac{K_1}{(s+p_1)} + \frac{K_2}{(s+p_2)} + \cdots + \frac{K_m}{(s+p_m)} + \cdots + \frac{K_n}{(s+p_n)}$$

Nếu bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu ta thực hiện tìm các hệ số K_i như sau:

- Nhân hai vế với (s + p_i) để tìm hệ số K_i.
- Cho s → - p_i, rút ra được K_i.

Trường hợp 2: Mẫu số có nghiệm thực và lặp lại. Giả sử nghiệm của mẫu thức T(s) có ba nghiệm $s_1 = -1$ và $s_{2,3} = - 2$. Lúc đó ta phân tích X(s) như sau:

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)^2} = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{(s+2)^2} + \frac{K_3}{(s+2)}$$

Tìm các hệ số K_1, K_2 và K_3

$$K_1 = \left.\frac{2}{(s+2)^2}\right|_{s\to -1} = 2$$

Để tìm K_2 ta nhân hai vế của (2.) với $(s + 2)^2$

$$\frac{2}{(s+1)} = \frac{(s+2)^2 K_1}{s+1} + K_2 + (s+2)K_3$$

Khi cho s → - 2 ta tìm được $K_2 = - 2$

Tìm K_3 bằng cách lấy đạo hàm (2.) theo biến s ta có

$$\frac{-2}{(s+1)^2} = \frac{(s+2)s}{(s+1)^2} K_1 + K_3$$

Cho s → - 2 ta rút ra được $K_3 = - 2$.

Thay K_1, K_2 và K_3 ta có

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)^2} = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{(s+2)^2} - \frac{2}{(s+2)}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược ta được

$$x(t) = (2e^{-t} - 2te^{-2t} - 2e^{-2t})u(t)$$

Tổng quát cho trường hợp này

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{(s+p_1)^r(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \qquad (2.12)$$

$$= \frac{K_1}{(s+p_1)^r} + \frac{K_2}{(s+p_1)^{r-1}} + \cdots + \frac{K_r}{(s+p_1)} + \frac{K_r}{(s+p_2)} + \cdots + \frac{K_n}{(s+p_n)}$$

Để thực hiện được phải có điều kiện bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu và có r nghiệm bội tại - p_1. Để tìm K_1 đến K_r cho phân thức có nghiệm bội, đầu tiên ta nhân hai vế (2. 12) với $(s + p_1)^r$ ta có

$$F_1(s) = (s+p_1)^r F_1(s) = \frac{(s+p_1)^r B(s)}{(s+p_1)^r(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \qquad (2.13)$$

$$= K_1 + (s+p_1)K_2 + (s+p_1)^2 K_3 + \cdots + (s+p_1)^{r-1}K_r +$$

$$+ \frac{(s+p_1)^r K_{r+1}}{(s+p_2)} + \cdots + \frac{(s+p_1)^r K_n}{(s+p_n)}$$

Ta có thể tìm ngay được K_1 khi cho s → - p_1. Để tìm K_2 ta lấy đạo hàm (2.12) theo biến s và cho s → - p_1. Lần lượt lấy đạo ta tìm được K_3 đến K_r. Công thức chung để tìm K_1 đến K_r là:

$$K_i = \frac{1}{(i-1)!}\left.\frac{d^{i-1}F_1(s)}{ds^{i-1}}\right|_{s\to -p_1} \qquad i = \overline{1,r} \qquad 0! = 1$$

Trường hợp 3: Mẫu thức có nghiệm phức hay nghiệm ảo. Giả sử mẫu số của F(s) có nghiệm phức.

$$F(s) = \frac{3}{s(s^2+2s+5)}$$

F(s) có thể phân tích thành các phân thức như sau

$$\frac{3}{s(s^2+2s+5)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2 s + K_3}{s^2+2s+5}$$

Dễ dàng tìm được $K_1 = 3/5$ khi cho s→ 0. Để tìm K_2 và K_3 ta quy đồng phân thức với mẫu số chung nhỏ nhất là $s(s^2+2s+5)$ bỏ được các phân thức

$$3 = \left(K_2 + \frac{3}{5}\right)s^2 + \left(K_3 + \frac{6}{5}\right)s \; + 3$$

Thực hiện đồng nhất thức hai vế ta có

$$\left(K_2 + \frac{3}{5}\right) = 0 \rightarrow K_2 = -\frac{3}{5}$$

$$\left(K_3 + \frac{6}{5}\right) = 0 \rightarrow K_3 = -\frac{6}{5}$$

Thay các hệ số ta được

$$F(s)=\frac{3}{s(s^2+2s+5)}=\frac{3/5}{s}-\frac{3}{5}\frac{s+2}{s^2+2s+5}$$

Từ bảng tra ảnh của tích hàm mũ và hàm sin và cos

$$\mathcal{L}\left\{Ae^{-at}\cos\omega t\right\}=\frac{A(s+a)}{(s+a)^2+\omega^2}$$

Và

$$\mathcal{L}\left\{Be^{-at}\sin\omega t\right\}=\frac{B\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$$

Cộng hai công thức trên ta có

$$\mathcal{L}\left\{Ae^{-at}\cos\omega t+Be^{-at}\sin\omega t\right\}=\frac{A(s+a)+B\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$$

Ta đưa công thức trên về dạng sau:

$$F(s)=\frac{3}{s(s^2+2s+5)}=\frac{3/5}{s}-\frac{3}{5}\frac{(s+1)+\left(1/2\right).2}{(s+1)^2+2^2}$$

Tra bảng ta tìm được hàm gốc như sau

$$f(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-t}\left(\cos 2t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)$$

Trong trường hợp trên ta cũng có thể thưc hiện đơn giản bằng cách phân tích thông thường

$$F(s)=\frac{3}{s(s^2+2s+5)}=\frac{3}{s(s+1+j2)(s+1-j2)}$$
$$=\frac{K_1}{s}+\frac{K_2}{s+1+j2}+\frac{K_3}{s+1-j2}$$

K_1 dễ dàng tính được và bằng 3/5.

$$K_2=\left.\frac{3}{s(s+1-j2)}\right|_{s\to -1-j2}=\frac{3}{20}(2+j)$$

Tương tự ta tìm được K_3 là nghiệm phức liên hợp của K_2.

Ta có

$$F(s)=\frac{3/5}{s}+\frac{3}{20}\left(\frac{2+j}{s+1+j2}+\frac{2-j}{s+1-j2}\right)$$

Từ đó ta tìm được hàm gốc như sau

$$f(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{20}\left[(2+j)e^{-(1+2j)}+(2-j)e^{-(1-2j)t}\right]$$
$$=\frac{3}{5}-\frac{3}{20}e^{-t}\left[4\left(\frac{e^{j2t}+e^{-j2t}}{2}\right)+2\left(\frac{e^{j2t}-e^{-j2t}}{2j}\right)\right]$$

Áp dụng công thức ơle của hàm sin và cos

$$\cos\theta = \frac{e^{j2t} + e^{-j2t}}{2}$$
$$\sin\theta = \frac{e^{j2t} - e^{-j2t}}{2j}$$

Suy ra

$$f(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}e^{-t}\left(\cos 2t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)$$

Bảng 1.1. Biến đổi Laplace một số hàm đơn giản:

f(t)	F(s)	x(t)	F(s)
δ(t)	1	$\frac{t^{n-1}e^{-\alpha t}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$
1(t)	$\frac{1}{s}$	sinωt	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
tu(t)	$\frac{1}{s^2}$	cosωt	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin(\omega t)e^{-\alpha t}$	$\frac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\cos(\omega t)e^{-\alpha t}$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$		
$\frac{1}{ab} - \frac{e^{-at}}{a(b-a)} - \frac{e^{-bt}}{b(b-a)}$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$		

2.2.1.2 Các tính chất của phép biến đổi Laplace

1. Tính chất tuyến tính: $L[a.f(t)] = a.L[f(t)] = a.F(s)$

2. Tính chất xếp chồng: Nếu $f_1(t)$ và $f_2(t)$ có ảnh biến đổi Laplace là $F_1(s)$ và $F_2(s)$ thì ta có:

$$L[f_1(t) \pm f_2(t)] = L[f_1(t)] \pm L[f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$$

Ví dụ : Tìm ảnh của hàm hàm f(t) = cosat trong đó a là hằng số.

Theo công thức Ơle ta có

$$\cos at = \frac{e^{jat} + e^{-jat}}{2} = \frac{1}{2}e^{jat} + \frac{1}{2}e^{-jat}$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace

$$\mathrm{L}\{\cos at\} = \mathrm{L}\left\{\frac{1}{2}e^{jat} + \frac{1}{2}e^{-jat}\right\} = \frac{1}{2}\frac{1}{s-ja} + \frac{1}{2}\frac{1}{s+ja} = \frac{1}{2}\frac{s+ja+s-ja}{s^2+a^2} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

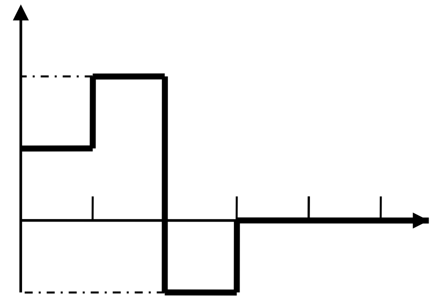
3. Tính chất trễ (Chuyển dịch thời gian -Translation in time):

Nếu f(t) có ảnh là F(s), a là một số thực và f(t-a) =0 khi 0<t<a thì:

$$L\left[f(t-a)\right]=e^{-as}F(s)$$

Ví dụ: Tìm ảnh Laplace của hàm gốc có đồ thị như sau

$$f(t)=\begin{cases}1 & 0\le t<1\\ 2 & 1\le t<2\\ -1 & 2\le t<3\\ 0 & t\ge 3\end{cases}$$



Ta có $f(t)=\left[h(t)-h(t-1)\right]+2\left[h(t-1)-h(t-2)\right]-\left[h(t-2)-h(t-3)\right]$

Áp dụng tính chất trễ ta có

$$F(s)=\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-s}\right]+2\left[\frac{1}{s}e^{-s}-\frac{1}{s}e^{-2s}\right]-\left[\frac{1}{s}e^{-2s}-\frac{1}{s}e^{-3s}\right]$$

$$=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}e^{-s}-\frac{3}{s}e^{-2s}+\frac{1}{s}e^{-3s}=\frac{1+e^{-s}-3e^{-2s}+e^{-3s}}{s}$$

4. Tính chất vi phân phức (Complex diffirentiation):

Nếu f(t) có ảnh là F(s) thì:

$$L[tf(t)]=-\frac{d}{ds}F(s)$$

Ví dụ: $L[t.e^{-as}]=-\frac{dL\left[e^{-as}\right]}{ds}=-\frac{d[1/(s+a)]}{ds}=\frac{1}{(s+a)^2}$

5. Tính chất chuyển dịch ảnh: Nếu f(t) có ảnh là F(s), a là một số thực bất kỳ hay là một số phức khi đó:

$$L[e^{-as}\,\mathrm{f(t)}]=F(s+a)$$

6. Tính chất vi phân thực: Nếu f(t) có ảnh là F(s) thì :

$$L[\mathrm{f}'(\mathrm{t})]=sF(s)-f(0^+)$$

Tính chất tích phân thực. Nếu F(s) là ảnh của f(t) thì

$$L[\int f(t)dt]=\frac{F(s)}{s}+\frac{\int f(0)}{s}$$

7. Tính chất giá trị cuối:

Nếu biến đổi Laplace của f(t) là F(s) và nếu giới hạn f(t) tồn tại khi t $\rightarrow\infty$ khi đó:

$\lim_{s\to 0} sF(s)=\lim_{t\to\infty} f(t)=f(\infty)$

8. Tính chất giá trị đầu: Nếu tồn tại $\lim_{t\to 0} f(t)$ thì

$$f(+0)=\lim_{t\to 0} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s)$$

2.2.1.3 Ứng dụng của phép biến đổi Laplace

a) Ứng dụng giải phương trình vi phân tuyết tính.

Khi chuyển phương trình vi phân từ miền thời gian sang miền ảnh phức trở thành phương trình đại số. Sau khi giải ra được nghiệm ta chuyển ngược về miền thời gian.

Ví dụ 1: Giải phương trình vi phân sau với các sơ kiện đều bằng không.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 12\frac{dy}{dt} + 32y = 32u$$

chuyển sang miền ảnh Laplace với y(0-) = 0 và $\dot{y}(0-) = 0$

$$s^2Y(s) + 12sY(s) + 32Y(s) = \frac{32}{s}$$

Rút Y(s) ra ta được

$$Y(s) = \frac{32}{s(s^2 + 12s + 32)} = \frac{32}{s(s+4)(s+8)}$$

Phân tích Y(s) thành tổng các phân thức tối giản

$$Y(s) = \frac{32}{s(s+4)(s+8)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+4} + \frac{K_3}{s+8}$$

Tìm các hệ số K_1, K_2 và K_3.

$$K_1 = \left.\frac{32}{(s+4)(s+8)}\right|_{s\to 0} = 1$$

$$K_1 = \left.\frac{32}{s(s+8)}\right|_{s\to -4} = -2$$

$$K_1 = \left.\frac{32}{(s+4)s}\right|_{s\to -8} = 1$$

Vậy

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+4} + \frac{1}{s+8}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược ta tìm được

$$y(t) = (1 - 2e^{-4t} + e^{-8t})u(t)$$

Trong công thức trên có chứa u(t) nói lên rằng các đáp ứng sẽ bằng 0 cho đến khi t = 0. Vì vậy các đáp ứng đầu ra cũng bằng 0 cho đến kho t = 0. Để thuận tiện ta có thể bỏ ký hiệu u(t) đi, vậy đáp ứng đầu ra có thể viết như sau

$$y(t) = 1 - 2e^{-4t} + e^{-8t}$$

Ví dụ 2: Giải phương trình vi phân bằng toán tử Laplace sau

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 0$$

với sơ kiện y(+0) = a và $\frac{dy(+0)}{dt} = b$

Chuyển cả hai vế sang miền ảnh phức nhờ toán tử Laplace

$$\left[s^2Y(s) - sy(+0) - \frac{dy(+0)}{dt}\right] + 3[sY(s) - y(+0)] + 2Y(s) = 0$$

$$\Leftrightarrow (s^2 + 3s + 2)Y(s) = as + (3a + b)$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{as + (3a + b)}{(s^2 + 3s + 2)} = \frac{as + (3a + b)}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{2a + b}{s + 1} - \frac{a + b}{s + 2}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược rút ra được y(t)

$$y(t) = (2a + b)e^{-t} - (a + b)e^{-2t} \text{ với } t \geq 0.$$

Ví dụ 3: Giải phương trình vi phân sau

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 3$$

với sơ kiện $y(+0) = \frac{dy(+0)}{dt} = 0$

Thực hiện biến đổi Laplace

$$\Leftrightarrow (s^2 + 2s + 5)Y(s) = \frac{3}{s}$$

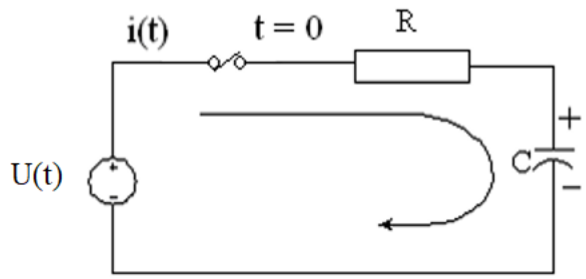
$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 5} = \frac{3}{5s} - \frac{3 \times 2}{10\left[(s + 1)^2 + 2^2\right]} - \frac{3(s + 1)}{5\left[(s + 1)^2 + 2^2\right]}$$

Suy ra

$$y(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{10}e^{-t}\sin(2t) - \frac{3}{5}e^{-t}\cos(2t) \text{ với } t \geq 0.$$

b) Giải mạch điện

Cho mạch điện sau



Giả sử khi mạch điện đóng tại thời điểm t – 0 thì $u_C(0)$ = 1.0V. Tìm dòng điện i(t) chạy trong mạch điện. (trong đó U(t) = 5V, C = 1μF, R = 1kΩ)

Giải:

Ta có phương trình sau

$$u(t) = Ri + \frac{1}{C}\int idt$$

hay

$$Cu(t) = RCi + \int idt$$

thay các thông số đầu bài đã cho vào

$$5.10^{-6} = 10^3.10^{-6}i + \int idt$$

$$\Leftrightarrow 5.10^{-6} = 10^{-3}i + \int idt$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace

$$\frac{5.10^{-6}}{s} = 10^{-3}I + \left(\frac{I}{s} + \frac{\left[\int idt\right]_{t=0}}{s}\right)$$

Theo đầu bài $u_C(0) = 1.0V$ nên ta có

$$U_C(0) = \frac{1}{C}\left[\int idt\right]_{t=0} = \frac{1}{10^{-6}}\left[\int idt\right]_{t=0} = 1$$

$$\Rightarrow \left[\int idt\right]_{t=0} = 10^{-6}$$

Thay vào công thức trên ta có

$$\frac{5.10^{-6}}{s} = 10^{-3}I + \left(\frac{I}{s} + \frac{10^{-6}}{s}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{s} + 10^{-3}\right)I = \frac{5.10^{-6}}{s} - \frac{10^{-6}}{s} = \frac{4.10^{-6}}{s}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + 10^{-3}s\right)I = 4.10^{-6}$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{4.10^{-6}}{1 + 10^{-3}s} = 4.10^{-3}\frac{1}{s + 1000}$$

Thực hiện tra bảng biến đổi Laplace ta tìm được i(t) như sau

$$i(t) = 4.10^{-3}e^{-1000t}$$

2.2.2 Hàm số truyền của hệ thống ĐKTĐ.

Nhằm đơn giản hoá các phương pháp phân tích và tổng hợp hệ thống tự động người ta thường chuyển phương trình động học của hệ ở dạng phương trình vi phân viết với các nguyên hàm u(t), y(t) thành phương trình viết dưới dạng các hàm số U(s), Y(s) thông qua phép biến đổi Laplace.

Ví dụ xét hàm số u(t) – hàm số của biến số t (biến số thực, ở đây t là thời gian) ta gọi là nguyên hàm. Ta cho phép biến đổi hàm số x(t) thông qua tích phân:

$$U(s) = \int_0^\infty u(t).e^{-st}.dt \tag{2.15}$$

trong đó: s = α+ jβ - biến số phức, biến đổi (2.15) hàm u(t) thành hàm biến số X(s) được gọi là là biến Laplace, và U(s) được gọi hàm ảnh. Như vậy hàm ảnh là một hàm biến số phức s. Phép biến đổi Laplace được ký hiệu sau:

L{u(t)}=U(s) hoặcu(t) → U(s)

Giả sử nguyên hàm u(t) có các điều kiện ban đầu không, tức là với t=0 giá trị của hàm u(t) và các bậc đạo hàm $d_iu(t) / dt_i$ với i = 1, 2, 3, …, (n-1) đều bằng 0, tính theo tính chất của phép biến đổi Laplace (định lý về ảnh đạo hàm của nguyên hàm) chúng ta có:

$$L\left\{a_i \frac{d^i u(t)}{dt^i}\right\} = a_i.s^i.U(s) \tag{2.16}$$
$$i = 1, 2, 3, \cdots, n$$

Nhân hai vế của phương trình (2.16) với e^{-st} , sau đó lấy tích phân theo t từ 0 đến ∞, tức là lấy biến đổi Laplace của hai vế phương trình, với giả thiết rằng các hàm u(t), y(t) có các điều kiện ban đầu bằng 0, dựa theo tính chất tuyến tính của phép biến đổi Laplace , phương trình (2.16) sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} &a_0 s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \cdots + a_{n-1} s Y(s) + a_n Y(s) = \\ &= b_0 s^m U(s) + b_1 s^{m-1} U(s) + \cdots + b_{m-1} U(s) + b_m U(s) \end{aligned} \tag{2.17}$$

Ở đây, Y(s), U(s) – là các biến đổi Laplace của hàm lượng ra và hàm lượng vào của hệ.

Phương trình (2.17) được gọi là phương trình động học mô tả quan hệ vào ra của hệ viết dưới dạng toán tử Laplace. Đây là phương trình đại số, với n và m là các số mũ của biến số s giải phương trình (2.17) ứng với lượng ra Y(s).

$$Y(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} U(s) \tag{2.18}$$

Chúng ta ký hiệu:

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \tag{2.19}$$

và gọi biểu thức đại số này là hàm số truyền (hoặc hàm truyền đạt) của hệ thống tự động (hay của một phần tử của nó).

Khi đó $$Y(s) = W(s).U(s) \tag{2.20}$$

Hoặc $$\mathrm{W}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \tag{2.21}$$

Vậy hàm số truyền (H S T) của hệ thống (hay của một phần tử) tự động là tỷ số hàm ảnh của lượng ra với hàm ảnh của lượng vào của nó (qua phép biến đổi Laplace) với giả thiết tất cả các điều kiện đều bằng không.

Biểu thức (2.19) cho chúng ta thấy, HST là một hàm phân số hữu tỷ của biến s, có bậc các đa thức thoả mãn m ≤ n. Giả thiết điều kiện ban đầu của các hàm lượng vào và lượng ra đều bằng không là phù hợp với điều kiện thường gặp trong các hệ thống ĐKTĐ.

Phương trình (2.20) cho phép xác định hàm ảnh của lượng ra nếu biết hàm ảnh của lượng vào và biểu thức HST của hệ. Như vậy HST hoàn toàn xác định các tính chất động học của hệ thống. Để xác định nguyên hàm của lượng ra, tức là xác định y(t) khi biết x(t) có thể biến đổi ngược Laplace, theo đó:

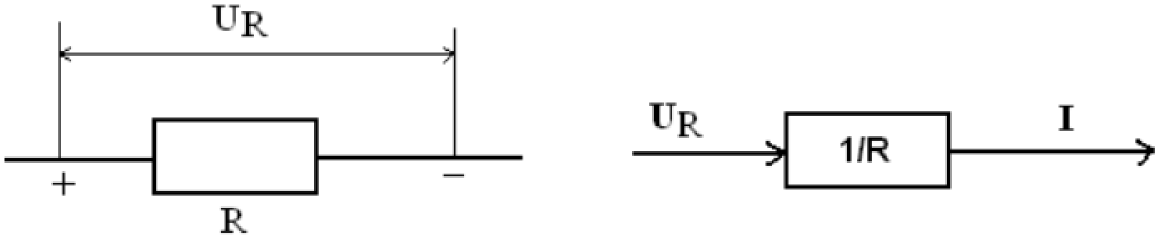
$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] = \frac{1}{2\pi j} \sum_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} Y(s).e^{st} ds \tag{2.22}$$

Đó là phương pháp toán tử để giải phương trình vi phân. Nếu Y(s) là hàm đơn giản, chúng ta có thể sử dụng bảng biến đổi Laplace của các hàm đơn giản điển hình, có trong phụ lục các sách nói về biến đổi Laplace, để tra cứu nguyên hàm y(t). Nếu hàm ảnh Y(s) là hàm phức tạp, cần phân tích chúng thành tổ hợp tuyến tính các hàm đơn giản, mà chúng ta đã biết nguyên hàm của nó. Nguyên hàm y(t) chính là tổ hợp tuyến tính của các nguyên hàm thành phần.

2.2.3 Hàm truyền đạt của mạch điện

Trong mạch điện có các phần tử cơ bản là điện trở (R), điện cảm (L) và tụ điện (C).

a) Điện trở R



Hình 2.4: Điện trở

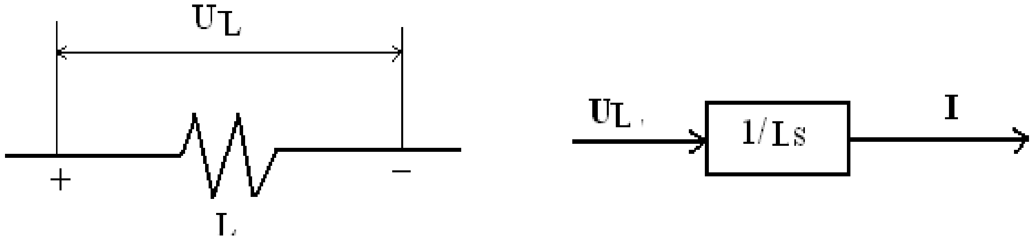
Điện áp rơi tỷ lệ thuận với cường độ dòng điện I chạy qua điện trở:

$u(t) = Ri \qquad i(t) = \frac{1}{R} u(t) \qquad Z = R$

Thông qua phép biến đổi Laplace ta có được hàm truyền của điện trở là

$$W_R = \frac{I}{U} = \frac{1}{R} \tag{2.23}$$

b) Điện cảm L



Hình 2.5: Điện cảm L

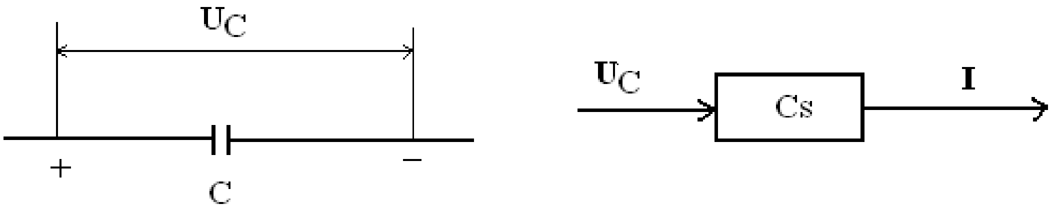
Điện áp rơi trên điện cảm là:

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{L}\int_0^{\tau} u(t)dt \tag{2.24}$$

Thông qua biến đổi Laplace ta tính được trở kháng Z và hàm truyền của điện cảm L:

$$Z = Ls \qquad W_L = \frac{I}{U_L} = \frac{1}{Ls} \tag{2.25}$$

c) Tụ điện C



Hình 2.6: Tụ điện C

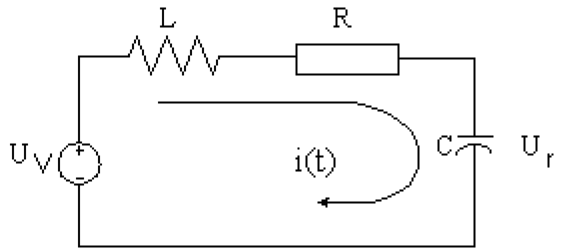
Điện áp rơi trên điện dung là:

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_0^{\tau} i(t)dt \Rightarrow i(t) = C\frac{du(t)}{dt} \tag{2.26}$$

Trở kháng và hàm truyền đạt của tụ điện:

$$Z = \frac{1}{C} \qquad W_C = \frac{I}{U_C} = Cs \tag{2.27}$$

d) Các phần tử R, L và C mắc nối tiếp



Hình 2.7: Sơ đồ các phần tử mạch điện RLC mắc nối tiếp

$$U_V = Ri + L\frac{di}{dt} + U_r$$

$$U_r = \frac{1}{C}\int_0^{\infty} idt \Rightarrow i = C\frac{dU_r}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2U_r}{dt^2} \tag{2.28}$$

$$\Rightarrow LC\frac{d^2U_r}{dt^2} + RC\frac{dU_r}{dt} + U_r = U_V$$

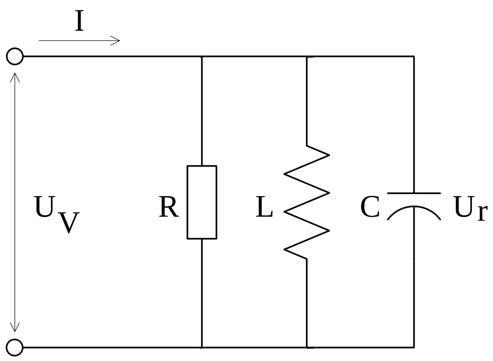
Thực hiện phép biến đổi Laplace ta có:

$$(LCs^2 + RCs + 1)U_r = U_v \tag{2.29}$$

Rút ra được hàm truyền là:

$$\mathrm{W}(s) = \frac{U_r}{U_V} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \tag{2.30}$$

e) Các phần tử mắc song song



Hình 2.8: Sơ đồ các phần tử mạch điện RLC mắc song song

Dòng điện của mạch điện là

$$I = \frac{U}{Z} \tag{2.31}$$

Tổng trở của mạch song song được tính là

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls} + \frac{1}{1/Cs} = \frac{RLCs^2 + Ls + R}{RLs} \tag{2.32}$$

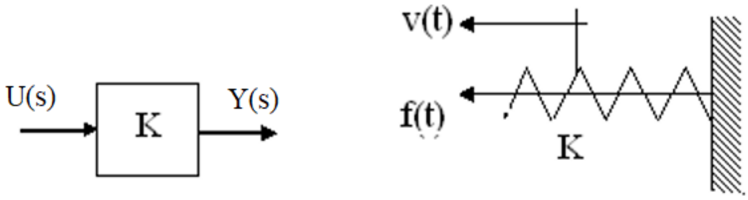
Hàm truyền của hệ thống là

$$\mathrm{W}(s) = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = \frac{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}{\frac{1}{C}s} \tag{2.33}$$

2.2.4 Hàm truyền của hệ thống cơ khí

2.2.4.1 Phần tử chuyển động thẳng

a) Lò xo



Hình 2.9: Sơ đồ biểu diễn lò xo

trong đó : K là hệ số đàn hồi của lò xo

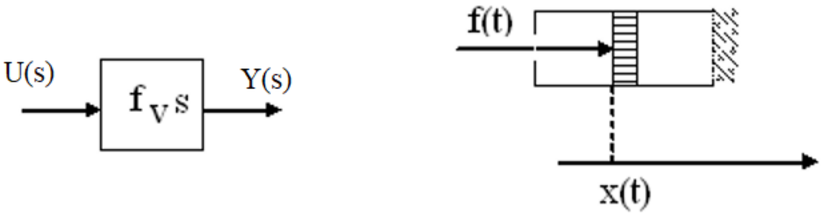
Nếu ta ấn lò xo có chiều dài L, di động được một lượng X thì cần một lực tác động lên là:

$$f(t) = K.u(t) \tag{2.34}$$

Thông qua biên đổi Laplace to có hàm truyền của lò xo như sau:

$$W_{loxo} = \frac{Y(s)}{U(s)} = K \tag{2.35}$$

b) Bộ giảm chấn dầu ép (không khí)



Hình 2.10: Sơ đồ biểu diễn bộ giảm chấn dầu ép

Để di động pít tông với vận tốc v, ta cần tác động lên một lực là f

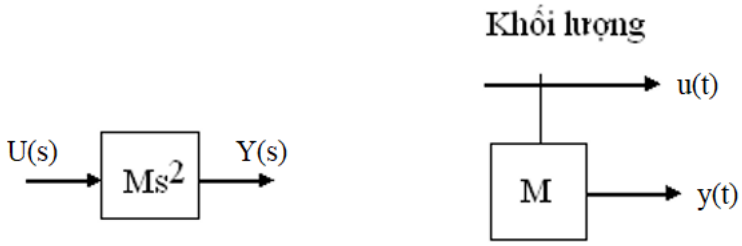
$$f(t) = f_v v(t) = f_v \frac{du(t)}{dt} \tag{2.36}$$

trong đó f_v là hệ số giảm chấn

Thực hiện biến đổi Laplace

$$W_{VD} = \frac{Y(s)}{U(s)} = f_v s \tag{2.37}$$

c) Trọng khối



Hình 2.11: Sơ đồ biểu diễn trọng khối

Theo định luật II Newton tổng các lực ở bên ngoài tác động vào một trọng khối sẽ bằng tích của trọng khối và gia tốc ta có:

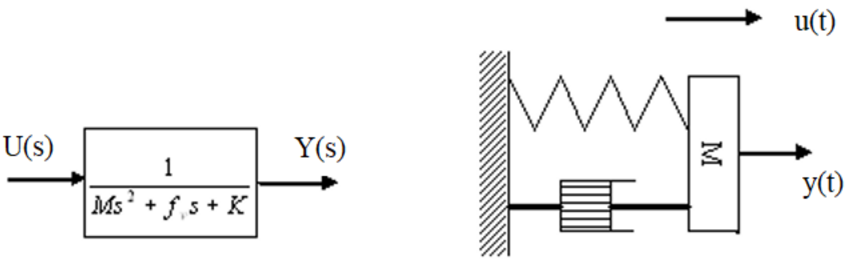
$$\sum f = Ma = M\frac{dv(t)}{dt} = M\frac{d^2u(t)}{dt^2} \tag{2.38}$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace ta có hàm truyền của trọng khối là:

$$W_M = \frac{Y(s)}{U(s)} = Ms^2 \tag{2.39}$$

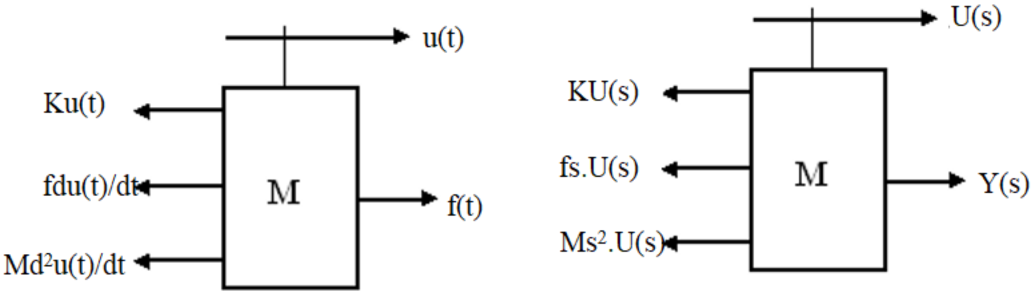
d) Thiết bị giảm chấn

Thiết bị giảm chấn bao gồm trọng khối – lò x0 - bộ giảm chấn



Hình 2.12: Sơ đồ biểu diễn thiết bị giảm chấn

Để tìm được hàm truyền của hệ thống trước tiên ta vẽ biẻu diễn các lực tác động trọng khối



Hình 2.13: Sơ đồ biểu diễn lực tác độnglên trọng khối

Sử dụng định luật Newton để viết phương trình chuyển động:

$$M\frac{d^2u(t)}{dt^2}+f_v\frac{du(t)}{dt}+Ku(t)=f(t) \tag{2.40}$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace:

$$\left(Ms^2+f_vs+K\right)U(s)=Y(s) \tag{2.41}$$

Từ đó ta rút ra hàm truyền của hệ thống là:

$$\mathrm{W}(s)=\frac{U(s)}{Y(s)}=\frac{1}{Ms^2+f_vs+K} \tag{2.42}$$

2.2.4.2 Phần tử chuyển động quay

Theo định luật II Newton về chuyển động quay thì gia tốc góc của vật quay tỉ lệ thuận với tổng momen tác động lên nó, ta có phương trình sau:

$$\Sigma \mathrm{M} = \mathrm{J}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{dt}^2} \tag{2.43}$$

trong đó :

J là mômen quán tính tác động lên vật.

φ là vị trí góc quay của vật thể

M là mô men tác động lên vật

Các mômen bên ngoài được tạo bởi động cơ do tải trọng tác động của lò xo hoặc vật giảm chấn. Hình biểu diễn sơ đồ của một đĩa quay trong chất lỏng làm cho trục lắp trên nó bị biến dạng đi một góc φ.

Nếu ta quay đĩa với mômen xoắn x, trục sẽ quay đi một góc φ tạo nên mômen của lò xo xoắn:

$$M_1=k\varphi \tag{2.44}$$

Mômen cần thiết để thắng lực ma sát của chất lỏng:

$$M_2=C\frac{d\varphi}{dt} \tag{2.45}$$

trong đó C là hệ số ma sát của chất lỏng

Như vậy ta có phương trình:

$$\sum M = x - M_1 - M_2 = J\frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad (2.46)$$

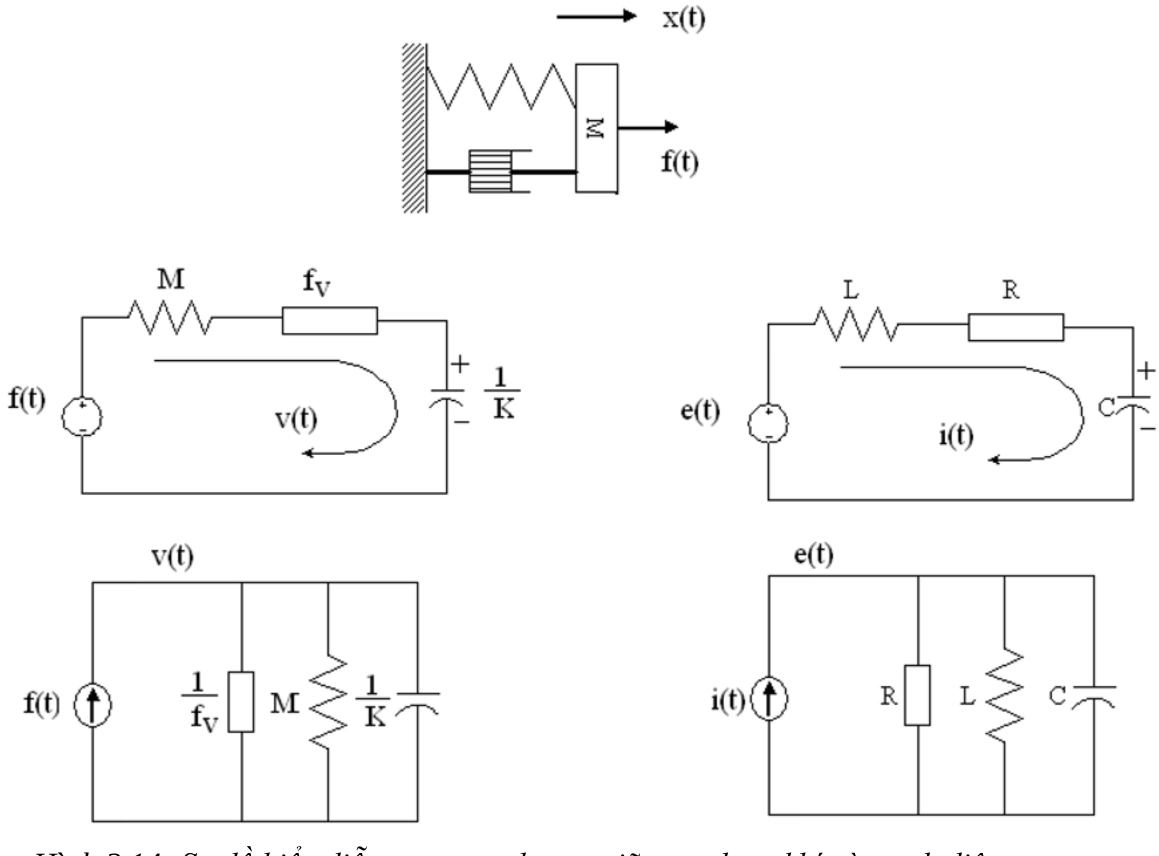
Thay vào ta được:

$$x = J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + C\frac{d\varphi}{dt} + k\varphi \qquad (2.47)$$

2.2.5 Sự tương đương giữa hệ cơ khí với một mạch điện

Sự tương đương giữa mạch cơ khí và mạch điện

Trọng khối	= M	↔	điện cảm	= M
Bộ giảm chấn	= f_v	↔	điện trở	= $1/f_v$
Lò xo	= K	↔	điện dung	= 1/ K
lực tác động	= f(t)	↔	nguồn áp	= f(t)
vận tốc	= v(t)	↔	dòng vòng	= v(t)



Hình 2.14: Sơ đồ biểu diễn sự tương đương giữa mạch cơ khí và mạch điện

Khi so sánh với dòng vòng ta có mạch tương đương nối tiếp, nếu dùng phương pháp nút, thì mạch tương đương đương là mạch song song.

Phương trình chuyển động là:

$$(Ms^2 + f_v s + K)X(s) = F(s) \qquad (2.48)$$

Đối với mạch RLC nối tiếp là:

$$\left(Ls + R + \frac{1}{Cs}\right)I(s) = E(s) \tag{2.49}$$

hai công thức trên không tương thích với nhau do khoảng cách và dòng điện không tương thích với nhau. Ta biến đổi sự tương thích bằng cách chuyển đổi từ khoảng cách sang vận tốc:

$$\frac{Ms^2 + f_v s + K}{s} sX(s) = (Ms + f_v + \frac{K}{s})V(s) = F(s) \tag{2.50}$$

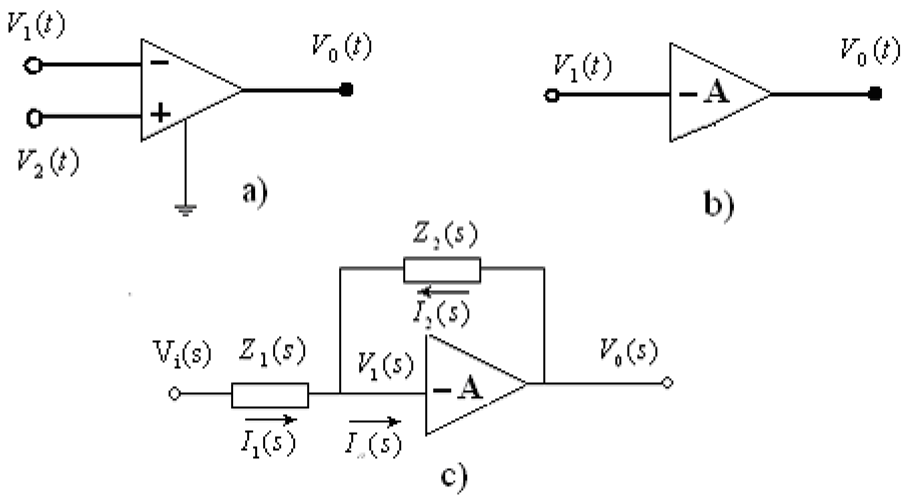
Ta cũng có thể chuyển đổi sang hệ song song

Trọng khối	= M	↔	Điện cảm = M
Bộ giảm chấn	= f_v	↔	Điện trở = $1/f_v$
Lò xo	= K	↔	Điện dung = 1/ K
Lực tác động	= f(t)	↔	Nguồn dòng = f(t)
Vận tốc	= v(t)	↔	Điện áp nút = v(t)

Công thức mạch song song là;

$$(Cs + \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls})E(s) = I(s) \tag{2.51}$$

2.2.6 Hàm truyền của các phần tử điện tử



Hình 2.15: Biểu diễn phần tử khuếch đại thuật toán

- Sai lệch điện áp đầu vào: $v_2(t) - v_1(t)$.
- Trở kháng đầu vào cao: $Z_1 = \infty$ (lý tưởng).
- Trở kháng đầu ra thấp: $Z_0 = 0$ (lý tưởng).
- Hệ số khuếch đại cao $A = \infty$ (lý tưởng).

Điện áp đầu ra được tính là:

$$v_0(t) = A(v_2(t) - v_1(t)) \tag{2.52}$$

Nếu $v_2(t)$ được nối đất thì bộ khuếch đại được gọi là khuếch đại đảo.

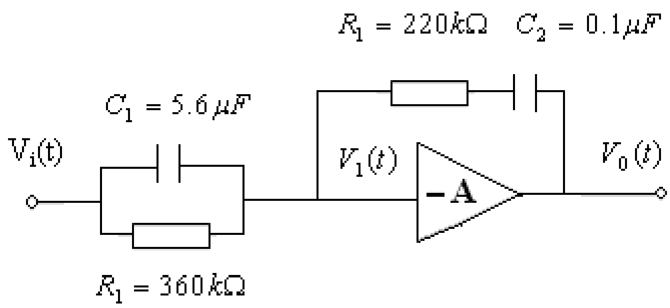
Lúc đó $v_0(t) = -Av_1(t)$

Trong hình 2.16 c, nếu trở kháng đầu vào cao thì ta có $I_a(s) = 0$ suy ra $I_1(s) = -I_2(s)$. Khi hệ số khuếch đại A lớn, $v_1(t) = 0$ thì $I_1(s) = V_1(s)/Z_1(s)$ và $-I_2(s) = -V_0(s)/Z_2(s)$.

Cho hai dòng điện này bằng nhau ta có:

$$\frac{V_0(s)}{Z_2(s)} = -\frac{V_1(s)}{Z_1(s)} \text{ hay là } \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \qquad (2.53)$$

Ví dụ : Tìm hàm truyền của mạch khuếch đại đảo sau



Hình 2.16: Sơ đồ hệ thống khuếch đại đảo

Tổng trở $Z_1(s)$ là

$$Z_1(s) = \frac{1}{C_1 s + \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{5.6x10^{-6}s + \frac{1}{360x10^3}} = \frac{360x10^3}{2.016s + 1}$$

Tổng trở $Z_2(s)$ là

$$Z_2(s) = R_2 + \frac{1}{C_2 s} = 220x10^3 + \frac{10^7}{s}$$

Thay $Z_1(s)$ và $Z_2(s)$ vào công thức 2.

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = -1.232\frac{s^2 + 45.951s + 22.547}{s}$$

Câu hỏi, bài tập

Bài 1: Giải phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 12\frac{dy}{dt} + 32y = 32$$

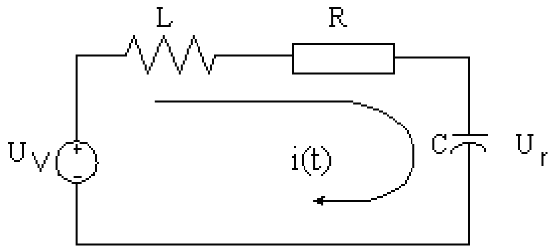
Bài 2: Cho hàm truyền của hệ thống như sau:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3(s+2)}{(s+4)(s+1)^2}$$

Tìm đáp ứng đầu ra của hệ thống khi tín hiệu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị

Bài 3:

Tìm hàm truyền của mạch điện sau, biết tín hiệu vào là $U_V(t)$, tín hiệu ra $U_r(t) = U_C(t)$



Cho: L =5(H), C = 1(F), R = 10(Ω)

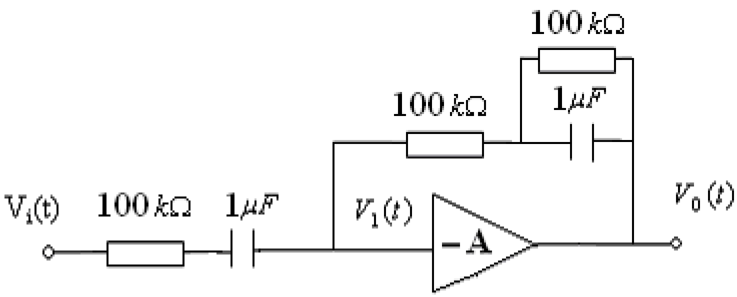
Bài 4: Cho phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 4\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 12\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 5u(t)$$

Trong đó: y(t) là tín hiệu đầu ra, u(t) là tín hiệu đầu vào.

Tìm hàm truyền đạt với giả thiết các sơ kiện đầu bằng không.

Bài 5: Tìm hàm truyền của hệ thống sau; $W(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$



Bài 3: Mô hình toán học trong miền thời gian (3 tiết)

2.3 Mô hình toán học trong miền thời gian

2.3.1 Khái niệm trạng thái và biến trạng thái

2.3.1.1 Khái niệm về trạng thái

Khái niệm trạng thái có trong cơ sở của cách tiếp cận hiện đại trong mô tả động học của các hệ thống đã được Turing lần đầu tiên đưa ra năm 1936. Sau đó khái niệm này được các nhà khoa học ở Nga và Mỹ ứng dụng rộng rãi để giải các bài toán điều khiển tự động.

Trạng thái của hệ thống được đặc trưng như là lượng thông tin tối thiểu về hệ, cần thiết để xác định hành vi của hệ trong tương lai khi biết tác động vào. Nói một cách khác, trạng thái của hệ được xác định bởi tổ hợp các toạ độ mở rộng đặc trưng cho hệ.

Trạng thái của một hệ thống là tập hợp nhỏ nhất các biến (gọi là biến trạng thái) mà nếu biết giá trị của các biến này tại thời điểm t_0 và biết các tín hiệu vào thời điểm $t>t_0$ ta hoàn toàn có thể xác định được đáp ứng của hệ thống tại mọi thời điểm $t>t_0$.

Hệ thống bậc n có n biến trạng thái. Các biến trạng thái có thể chọn là biến vật lý hoặc không phải là biến vật lý.

Theo quan điểm phân tích và tổng hợp hệ thống thường, người ta chia các biến đặc trưng hệ thống hay có quan hệ nhất định với nó và các nhóm như sau:

- Các biến vào hay các tác động vào u_i được tạo ra bởi các hệ thống nằm ngoài các hệ được xét.
- Các biến ra y_i đặc trưng cho đáp ứng của hệ theo các biến vào đã định.
- Các biến trung gian x_i đặc trưng trạng thái bên trong của hệ.

2.3.1.2 Khái niệm véc tơ trạng thái:

n biến trạng thái hợp thành véc tơ cột

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T \tag{2.54}$$

gọi là véc tơ trạng thái.

- Không gian trạng thái: không gian n chiều là không gian hợp bởi các trục của các biến trạng thái.

Ví dụ ta có các biến trạng thái điện áp của điện trở v_R và điện áp của tụ điện v_C các biến này sẽ hình thành 2 trục của không gian trạng thái.

Để thuận lợi trong thao tác với các đại lượng nhiều chiều, tổ hợp các biến vào có thể trình bày dưới dạng véc tơ các tác động vào:

$$u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_n(t)]^T \tag{2.55}$$

Tổ hợp các biến ra trình bày dưới dạng véctơ ra

$$y(t) = [y_1(t) \quad y_2(t \quad .... \quad y_n(t)]^T$$
(2.56)

Các tổ hợp các toạ độ trung gian, đặc trưng nội dung bên trong của hệ được viết dạng véc tơ trạng thái của hệ .

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad ... \quad x_n]^T$$
(2.57)

Theo định nghĩa trạng thái của hệ tại thời điểm bất kỳ t > t_0, trạng thái của hệ là một hàm của trạng thái ban đầu $x(t_0)$và véc tơ vào $r(t_0,t)$, tức là:

$$x(t) = F\left[x(t_0), u(t_0, \mathrm{t})\right]$$
(2.58)

Véc tơ ra tại thời điểm t có quan hệ đơn trị với $x(t_0)$ và $u(t_0\,,t)$

$$y(t) = \Psi\left[x(t_0), u(t_0, \mathrm{t})\right]$$
(2.59)

Các phương trình (2.58) và (2.59) thường gọi là phương trình trạng thái của hệ.

Nếu hệ thống được mô tả bởi các phương trình vi phân tuyến tính ,thì phương trình trạng thái của hệ được viết dưới dạng sau : (Bằng cách sử dụng các biến trạng thái, ta có thể chuyển phương trình vi phân bậc n mô tả hệ thống thành hệ gồm n phương trình vi phân bậc nhất)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t).x(t) + B(t).u(t) \\ y(t) = C(t).x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \tag{2.60}$$

trong đó: x (n x1) véc tơ các biến trạng thái,

u (m x 1) véc tơ các biến đầu vào

y (r x 1) véc tơ các biến đầu ra.

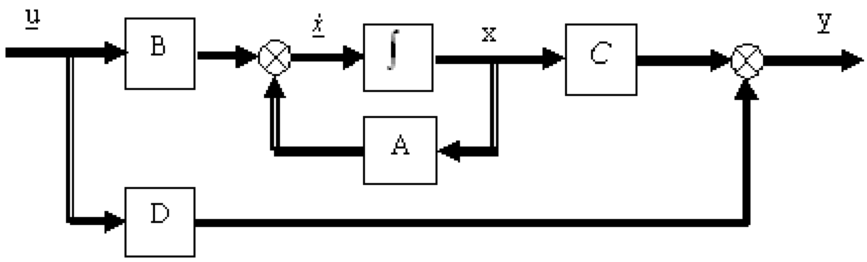
A(t) - Ma trận hệ thống.

B(t) - Ma trận điều khiển hay mạ trận đầu vào.

C(t) - Ma trận ra.

D(t) - Ma trận vòng.

Các ma trận có các phần tử phụ thuộc vào biến t, lần lượt có kích thước là: A(n x n), B(n x m), C(r x n), D(r x m).



Hình 2.17: Sơ đồ khối biểu diễn hệ thống điều khiển trong không gian trạng thái

Thực tế các hệ thống thức đều có tính quán tính, do đó D là một ma trận có các phần tử đều bằng không.

2.3.2 Hệ tuyến tính hệ số hằng.

Hệ thống có mô hình trạng thái là:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} &= C\underline{x} + D\underline{u} \end{aligned} \tag{2.61}$$

Trong đó các ma trận A, B, C và D là các ma trận hằng số.

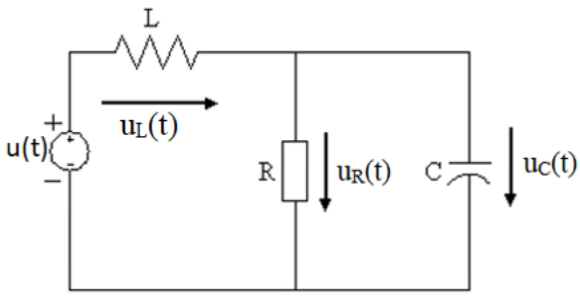
A được gọi là ma trận hệ thống. Nếu s làm cho phương trình det(sI - A) = 0 thì s được gọi là giá trị riêng của ma trận A (đây chính là điểm cực của hệ thống). I là ma trận đơn vị, s là một số phức, det là kí hiệu của phép tính định thức ma trận.

2.3.3 Ứng dụng biểu diễn mô hình toán học trên không gian trạng thái

Ứng dụng hệ phương trình trạng thái để biểu diễn các hệ vật lý phức tạp. Bước đầu tiên là chọn véctơ trạng thái, việc lựa chọn này phải tuân theo các yêu cầu sau:

- Các biến trạng thái phải là tối thiểu nhưng vẫn phải đảm bảo biểu diễn đầy đủ trạng thái của hệ thống.
- Các biến trạng thái phải độc lập tuyến tính.

Ví dụ 1: Cho hệ thống vật lý có sơ đồ như sau:



Hình 2.18: Sơ đồ mạch RLC mắc hỗn hợp

Xây dựng mô hình trạng thái cho đối tượng.

Giải:

Bước 1: Đặt tên các dòng điện nhánh bao gồm i_R, i_L và i_C.

Bước 2: Chọn các biến trạng thái bằng các viết phương trình vi phân cho các phần tử chứa năng lượng bao gồm tụ điện C và điện cảm L

$$C\frac{du_C}{dt} = i_C \qquad\qquad L\frac{di}{dt} = u_L \tag{2.62}$$

Ta chọn i_L và u_C là các biến trạng thái, nhưng do i_C và u_L không phải là các biến trạng thái nên ta phải viết dưới dạng tổ hợp tuyến tính của các biến trạng thái i_L và u_C , biến đầu vào là u(t).

Bước 3: Sử dụng lý thuyết về mạch điện cụ thể là viết phương trình dựa vào định luật Kirchhoff. Tại nút 1 ta có

$$i_C = -i_R + i_L$$
$$= -\frac{1}{R}u_C + i_L \qquad (2.53)$$

Mặt khác ta có

$$u_L = -u_C + u(t) \qquad (2.64)$$

Bước 4: Thay công thức trên với nhau ta thu được công thức như sau:

$$C\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R}u_C + i_L$$
$$L\frac{di}{dt} = -u_C + u(t) \qquad (2.65)$$

hoặc

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C + \frac{1}{C}i_L$$
$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{L}u_C + \frac{1}{L}u(t) \qquad (2.66)$$

Bước 5: Rút ra công thức của tín hiệu đầu ra $i_R(t)$

$$i_R = \frac{1}{R}u_C \qquad (2.67)$$

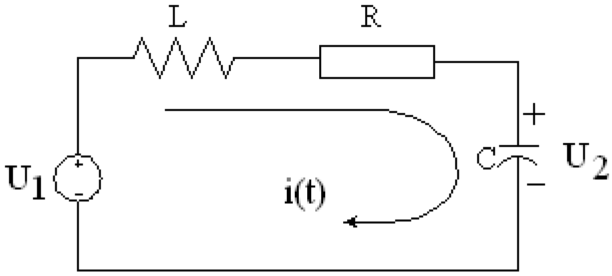
kết quả cuối cùng là

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u(t) \qquad (2.68)$$

tín hiệu đầu ra

$$i_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ i_L \end{bmatrix} \qquad (2.69)$$

Ví dụ 2: Cho mạch điện gồm ba phần tử R, Lvà C mắc nối tiếp



Hình 2.19: Sơ đồ mạch RLC mắc nối tiếp

U_1 là điện áp đặt vào mạch. Tìm mô hình trạng thái.

Giải:

Ta có phương trình điện áp của mạch là:

$$u_1 = u_R + u_L + u_C \tag{2.70}$$

thay các công thức tính điện áp của các phần tử

$$u_1 = i\mathrm{R} + \mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} + u_2 \tag{2.71}$$

trong đó $$u_2 = u_C = \frac{1}{C}\int i dt \tag{2.72}$$

Trạng thái của mạch được quyết định bởi điện áp ra u_2 và dòng điện i. Ta gọi u_2 và i là các biến trạng thái.

Đặt: $u_2 = x_1$

$i = x_2$

Từ công thức (2.71) và (2.72) ta rút ra công thức tính dòng điện là

$$\begin{aligned} & i = C\frac{du_2}{dt} && \dot{x}_1 = \frac{1}{C}x_2 \\ & \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}u_2 + \frac{1}{L}u_1 && \dot{x}_2 = -\frac{1}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 \end{aligned} \tag{2.73}$$

Dạng chính tắc được viết như sau:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0.x_1 + \frac{1}{C}x_2 + 0.u_1 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}u_1 \end{aligned} \tag{2.74}$$

Viết hệ trên dưới dạng véctơ ma trận

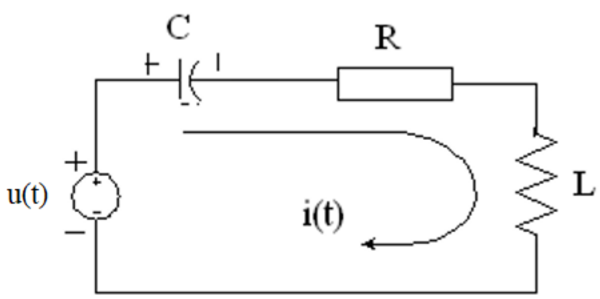
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u_1 \tag{2.75}$$

hay viết gọn lại

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \tag{2.76}$$

gọi là phương trình trạng thái của hệ thống. Không gian hai chiều gồm trạng thái dòng điện i = x_2 và điện áp trên tụ là $u_2 = x_1$ được gọi là không gian trạng thái.

Ví dụ 3:



Hình 2.20: Sơ đồ mạch RLC mắc nối tiếp

Ta có

$$iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u(t) \qquad (2.77)$$

Thay $i(t) = \frac{dq}{dt}$ vào công thức trên ta được

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = u(t) \qquad (2.78)$$

Ta đặt i(t), q(t) là các biến trạng thái

$$\frac{dq}{dt} = i \qquad (2.79)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{LC}q - \frac{R}{L}i + \frac{1}{L}u(t)$$

viết dưới dạng véctơ ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \qquad (2.80)$$

Điện áp u_L là biến trạng thái đầu ra

$$u_L = -\frac{1}{C}q - Ri + u \qquad (2.81)$$

hay

$$u_L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ i \end{bmatrix} + u \qquad (2.82)$$

2.4 Chuyển từ hàm truyền đạt sang không gian trạng thái và ngược lại

2.4.1 Chuyển từ hàm truyền đạt sang không gian trạng thái

Để có thể mô phỏng được một hệ thống trên máy tính thì mô hình toán học của đối tượng phải được biểu diễn trên không gian trạng thái. Vì vậy khi ta đa mô hình của đối tượng biểu diễn bằng hàm truyền đạt ta phải chuyển sang phương trình trạng thái.

- Chọn các biến trạng thái, mỗi biến trạng thái được xác định bởi đạo hàm của biến trạng thái trước đó.

- Ta xét phương trình vi phân sau:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{ni1}} + \ldots + a_1\frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 u \qquad (2.83)$$

Cách thuận tiện chọn biến trạng thái là chọn biến đầu ra

$$
\begin{aligned}
&x_1 = y \\
&x_2 = \frac{dy}{dt} \\
&x_3 = \frac{d^2 y}{dt^2} \\
&... \\
&x_{n-1} = \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}
\end{aligned}
\tag{2.84}
$$

Lấy đạo hàm hai vế

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = \frac{dy}{dt} \\
&\dot{x}_2 = \frac{d^2 y}{dt^2} \\
&\dot{x}_3 = \frac{d^3 y}{dt^3} \\
&... \\
&\dot{x}_{n-1} = \frac{d^n y}{dt^n}
\end{aligned}
\tag{2.85}
$$

Biểu diễn trên không gian trạng thái

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2 \\
&\dot{x}_2 = x_3 \\
&\dot{x}_3 = x_4 \\
&... \\
&\dot{x}_{n-1} = x_n \\
&\dot{x}_n = -a_0 x_1 - a_1 x_2 ... - a_{n-1} x_n + b_0 u
\end{aligned}
\tag{2.86}
$$

Biểu diễn dưới dạng véctơ ma trận

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u
\tag{2.87}
$$

Viết phương trình trạng thái đầu ra

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Các bước thực hiện biến đổi từ hàm truyền sang hệ phương trình trạng thái:

- **B1:** chuyển từ hàm truyền về phương trình vi phân và thực hiện phép biến đổi Laplace ngược với các điều kiện đầu bằng không.
- **B2:** Thực hiện chọn các biến trạng thái và biểu diễn trong không gian trạng thái.

Ví dụ 1: Một đối tượng có hàm truyền đạt là $W(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{25}{s^2 + 5s + 4}$.

Xây dựng mô hình trạng thái cho đối tượng. Xác định các giá trị riêng.

<u>Giải</u>

Bước 1: Tìm phương trình vi phân

$$Y(s).(s^2 + 5s + 4) = 5.U(s) \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 4y = 25u \quad (2.89)$$

Bước 2: Lựa chọn các biến trạng thái

$$\begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = \dfrac{dy}{dt} = \dot{x}_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 25u - 4x_1 - 5x_2 \end{cases} \quad (2.90)$$

Viết đưới dạng véctơ ma trận

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases} \quad (2.91)$$

Tìm giá trị riêng

$$sI - A = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 4 & s+5 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

$$\det(sI - A) = s(s+5) + 4 = s^2 + 5s + 4 = 0 \quad (2.93)$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9 \quad (2.94)$$

$$s_1 = -1, s_2 = -4 \quad (2.95)$$

Ví dụ 2: Cho hàm truyền sau:

$$\mathrm{W}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{24}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24}$$

Chuyển đổi sang hệ phương trình trạng thái.

<u>Giải:</u>

Bước 1: Tìm phương trình vi phân

Thực hiện phép nhân chéo

$$\left(s^3+9s^2+26s+24\right)Y(s)=24U(s) \tag{2.96}$$

Chuyển đổi thành phương trình vi phân bằng cách dùng phép biến đổi Laplace ngược với điều kiện đầu bằng 0

$$\dddot{y}+9\ddot{y}+26\dot{y}+24y=24u \tag{2.97}$$

Bước 2: Lựa chọn biến trạng thái

Chọn các biến trạng thái như sau:

$$x_1=y \tag{2.98}$$

$$x_2=\dot{y}$$

$$x_3=\ddot{y}$$

Lấy đạo hàm cả hai vế phương trình (2.89) ta sẽ thu được hệ phương trình trạng thái

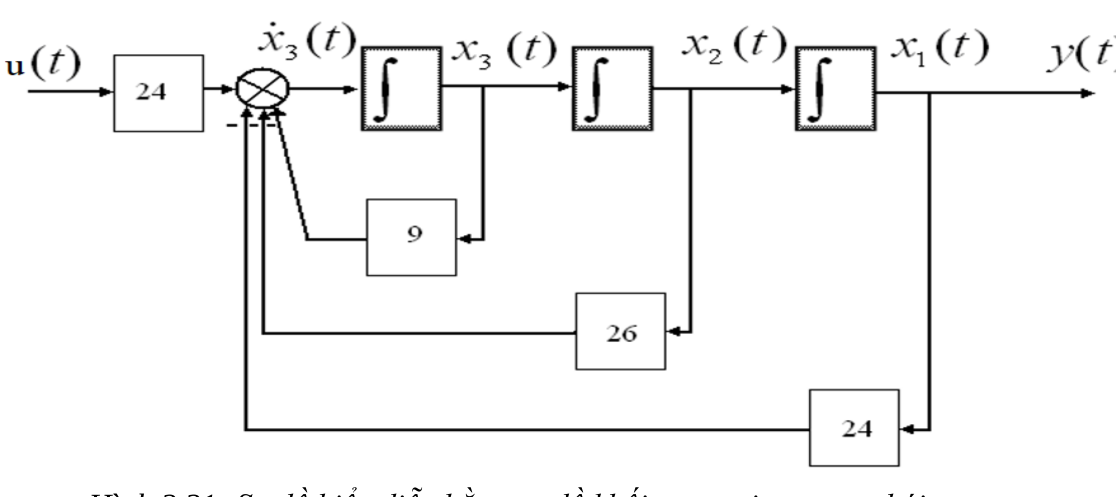
$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2\\ \dot{x}_2&=x_3\\ \dot{x}_3&=-24x_1-26x_2-9x_3+24u\\ y&=x_1\end{aligned} \tag{2.99}$$

Viết dưới dạng véctơ ma trận

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-24&-26&-9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\24\end{bmatrix}u \tag{2.100}$$

$$y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

Mô hình được biểu diễn như sau:



Hình 2.21: Sơ đồ biểu diễn bằng sơ đồ khối trong gian trạng thái

2.4.2 Chuyển từ không gian trạng thái sang hàm truyền đạt

Mô hình toán học trong gian trạng thái được biểu diễn như sau:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du \tag{2.101}$$

Thực hiện chuyển đổi Laplace với điều kiện đầu bằng 0

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \tag{2.102}$$
$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

Từ rút X(s) ra:

$$(sI - A)X(s) = BU(s) \tag{2.103}$$
$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s)$$

Trong đó I là ma trận đơn vị

Thay X(s) vào (2.94) rút ra được

$$\mathrm{Y(s)} = \mathrm{C}(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) \tag{2.104}$$

Ta gọi [C(sI – A)$^{-1}$BU(s) + DU(s)] là ma trận hàm truyền bởi vì nó quan hệ với véctơ biến ra Y(s) và véctơ biến vào U(s).

Nếu U(s) = *U(s)* và Y(s) = *Y(s)* là các đại lượng vô hướng ta có thể tìm hàm truyền như sau:

$$\mathrm{W(s)} = \frac{Y(s)}{U(s)}\mathrm{C}(sI - A)^{-1}B + D \tag{2.105}$$

Vi dụ: Cho phương trình trạng thái biết đầu ra là Y(s) và đầu vào là U(s)

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\underline{u} \tag{2.106}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\underline{x}$$

Giải: Từ đầu bài ta xác định các ma trận A, B, C và D

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.107}$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

Ta tìm (sI - A)$^{-1}$

$$(sI-A)=\begin{bmatrix} s & 0 & 0\\ 0 & s & 0\\ 0 & 0 & s\end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & -2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} s & -1 & 0\\ 0 & s & -1\\ 1 & 2 & s+3\end{bmatrix} \tag{2.108}$$

$$(sI-A)^{-1}=\frac{adj(sI-A)}{\det(sI-A)}=\frac{\begin{bmatrix} s^2+3s+2 & s+3 & 1\\ -1 & s(s+3) & s\\ -s & -(2s+1) & s^2\end{bmatrix}}{s^3+3s^2+2s+1}$$

Thay (sI - A)$^{-1}$, B, C, D vào ta được hàm truyền

$$\mathrm{W}(s)=\frac{10(s^2+3s+2)}{s^3+3s^2+2s+1} \tag{2.109}$$

2.5 Tuyến tính hóa

- Các hệ thống mà ta đã xét với giả thuyết là tuyến tính. Trên thực tế hầu hết các đối tượng là phi tuyến.

- Trong hệ thống cũng có thể bao gồm cả đại lượng phi tuyến và tuyến tính.

- Do thực tế yêu cầu người thiết kế phía tuyến tính hóa một số đại lượng phi tuyến để sử dụng.

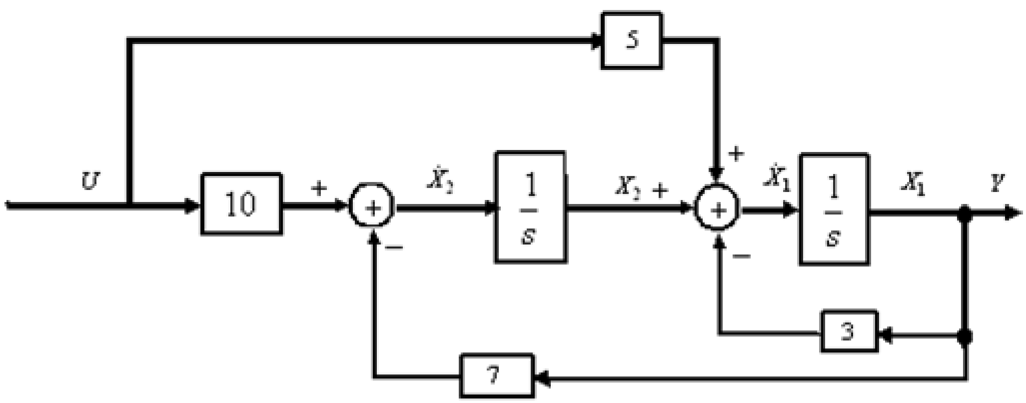
- Các bước thực hiện tuyến tính hóa

+ **Bước 1**: Viết phương trình vi phân của hệ thống. Với giả thiết tín hiệu đầu vào nhỏ

+ **Bước 2:** Tuyến tính hóa phương trình vi phân, dùng biến đổi Laplace với điều kiện đầu = 0.

Câu hỏi bài tập chương 2:

Câu 1: Viết phương trình trạng thái của hệ có sơ đồ cấu trúc sau:



Câu 2: Giải phương trình vi phân sau:

$$y(+0)=\frac{dy(+0)}{dt}=0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5y(t)=3$$

với sơ kiện:

Câu 3: Cho đối tượng có hàm truyền:

$$W(s)=\frac{\mathrm{Y(s)}}{\mathrm{U(s)}}=\frac{20}{s^2+5s+4}.$$

Xây dựng mô hình trạng thái cho đối tượng. Xác định các giá trị riêng của ma trận A.

Câu 4: Tìm hàm truyền của hệ có phương trình trạng thái sau, biết đầu ra là y(t) và đầu vào là u(t):

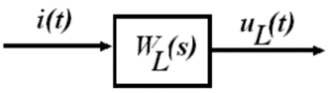
$$\underline{\dot{x}}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & -2 & -3\end{bmatrix}\underline{x}(t)+\begin{bmatrix}2\\0\\0\end{bmatrix}\underline{u}(t)$$

$$\underline{y}(t)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\underline{x}(t)$$

Câu 5: Giải phương trình vi phân sau với các sơ kiện ban đầu bằng không.

$$\frac{d^2y}{dt^2}+12\frac{dy}{dt}+32y=32$$

Câu 6: Cho phần tử mạch điện là cuộn cảm L.Xác định hàm truyền đạt của phần tử cuộn cảm.



a. $W_L(s)=\frac{U_L(s)}{I(s)}=Ls$

b. $W_L(s)=\frac{U_L(s)}{I(s)}=\frac{1}{Ls}$

c. $W_L(s)=\frac{I(s)}{U_L(s)}=\frac{1}{Ls}$

d. $W_L(s)=\frac{I(s)}{U_L(s)}=Ls$

Câu 7: Chất lượng điều khiển có phụ thuộc vào yếu tố nào

a. Độ chính xác của mô hình toán học
b. Nhiễu tác động vào tín hiệu đầu ra của hệ thống
c. Công suất tiêu thụ của các thiết bị
d. Nhà sản xuất các thiết bị điều khiển

Câu 8: Cho hàm gốc

$f(t)=4t^2+8t^4$ tìm ảnh Laplace F(s)

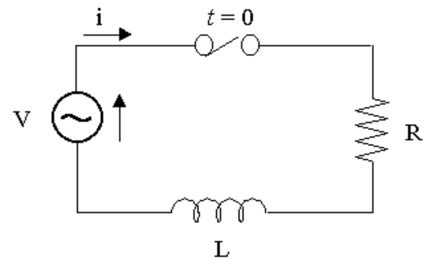
a. $F(s)=\frac{8}{s^3}\left[1+\frac{24}{s^2}\right]$

c. $F(s)=\frac{8}{s^2}\left[1+\frac{24}{s^3}\right]$

b. $F(s)=\frac{8}{s^3}+\frac{32}{s^2}$

d. $F(s)=\frac{8}{s^3}\left[1+\frac{4}{s^2}\right]$

Câu 9: Cho mạch điện sau



$v(t)$ = sin3t V, R = 6Ω , L = 3 H và các sơ kiện ban đầu bằng không. Tìm dòng điện i(t).

a. $f(t)=\frac{1}{13}\left[e^{-2t}-\cos(3t)+\frac{2}{3}\sin(3t)\right]$

b. $f(t)=\frac{1}{13}\left[e^{2t}-\cos(3t)+\frac{2}{3}\sin(3t)\right]$

c. $f(t)=\frac{1}{13}\left[e^{-2t}-\cos(3t)+2\sin(3t)\right]$

d. $f(t)=\frac{1}{13}\left[e^{-2t}+\cos(3t)-\frac{2}{3}\sin(3t)\right]$

Câu 10: Cho phương trình vi phân sau

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+4\frac{d^2y(t)}{dt^2}+12\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=\frac{dx(t)}{dt}+5x(t)$$

trong đó y(t) là tín hiệu đầu ra, x(t) là tín hiệu đầu vào. Tìm hàm truyền đạt với giả thiết các sơ kiện bằng không.

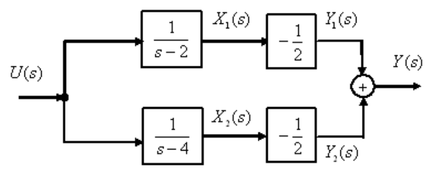
a. $W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{s+5}{s^3+4s^2+12s+1}$

b. $W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{5}{s^3+4s^2+12s+1}$

c. $W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=-\frac{s+5}{s^3+4s^2+12s+1}$

d. $W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{s-5}{s^3+4s^2+12s+1}$

Câu 11: Cho hệ thống sau. Tìm phương trình trạng thái của hệ thống.



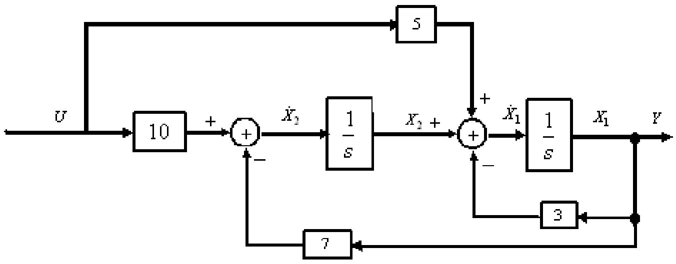
a. $\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}-1/2 & 1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+[0]u\end{cases}$

b. $\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}-1/2 & 1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+[0]u\end{cases}$

c. $\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1/2 & -1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+[0]u\end{cases}$

d. $\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}-1/2 & 1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+[0]u\end{cases}$

Câu 12: Tìm phương trình trạng thái của hệ thống sau



a.
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 10 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u \end{cases}$$

CHƯƠNG 3: ĐÁP ỨNG THỜI GIAN

Nội dung chính của chương: Cung cấp cho người học biết được các đáp ứng đầu ra của hệ thống điều khiển khi đầu vào có các tín hiệu tác động là khác nhau.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Xác định được đặc tính thời gian đặc tính tần số của các khâu động học điển hình trong hệ thống điều khiển

Bài 4: Đặc tính của các khâu động học (3 tiết)

3.1 Các đặc tính của hệ thống ĐKTĐ

Với mỗi một khâu hay hệ thống tín hiệu tác động vào thường có hai loại. Tín hiệu tiền định và tín hiệu ngẫu nhiên. Trong phạm vi bài giảng này chúng ta chỉ xét tín hiệu vào khâu hay hệ là tín hiệu tiền định.

3.1.1 Đặc tính thời gian

Đặc tính thời gian của phần tử hay hệ thống là sự thay đổi tín hiệu ra theo thời gian khi tín hiệu vào là các hàm 1(t), δ(t) hoặc tín hiệu bất kỳ x(t).

Trong đặc tính thời gian người ta quan tâm đến hai đặc tính cơ bản: Đặc tính quá độ và đặc tính xung (Hàm trọng lượng).

Hàm trọng lượng

Hàm trọng lượng k (t): Là phản ứng của phần tử khi tín hiệu vào là hàm xung đơn vị δ(t).

Tín hiệu vào: $u(t) = \delta(t) \rightarrow U(s) = 1$

Tín hiệu ra: $y(t) = k(t) \rightarrow Y(s) = K(s)$

Hàm truyền của phần tử:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(s)}{1} = K(s) \qquad (3.1)$$

Hay: $$K(s) = W(s) \qquad (3.2)$$

Từ H (s) và K (s) ta có mối liên hệ giữa h (t) và k (t):

$$h(t) = \int_0^t k(t)dt \quad \text{hay} \quad k(t) = \frac{dh(t)}{dt} \qquad (3.3)$$

Hàm quá độ

Hàm quá độ h(t): Mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra khi tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị 1(t).

Tín hiệu vào: $u(t) = 1(t) \rightarrow U(p) = \frac{1}{s}$

Tín hiệu ra: $y(t) = h(t) \rightarrow Y(s) = H(s)$

Hàm truyền của phần tử:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{H(s)}{\frac{1}{s}} = s.H(s) \qquad \text{hay} \qquad H(s) = \frac{1}{s}.W(s) \tag{3.4}$$

3.1.4 Đặc tính tần số.

Đặc tính tần số của phần tử hay hệ thống là mối liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào ở trạng thái xác lập khi thay đổi tần số của tín hiệu vào. Với tín hiệu vào biến đổi theo qui luật điều hoà.

Giả sử ở đầu vào phần tử cho tác động u(t) có dạng: $u(t) = A_V Sin\omega t$

thì sau thời gian quá độ, đầu ra của nó nhận được một dao động điều hoà khác có cùng tần số, khác biên độ và lệch pha so với u(t) 1 góc φ.

$y(t) = A_R Sin(\omega t + \varphi)$

Nếu giữ A_V = Const và thay đổi ω thì A_R và φ sẽ thay đổi theo.

- Sự phụ thuộc của φ vào ω được gọi là đặc tính pha tần số (PT) ký hiệu là φ(ω).

- Sự thay đổi của $A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$ theo ω được gọi là đặc tính biên độ tần số (BT) .

- Hàm truyền tần số của phần tử:

Nếu đầu vào phần tử có dạng: $u(t) = A_V.e^{j\omega t}$, thì ở trạng thái xác lập đầu ra của phần tử là: $y(t) = A_R.e^{j(\omega t + \varphi)}$

Đồng thời:

$$\frac{d^m u}{dt^m} = A_V (j\omega)^m e^{j\omega t}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} = A_R (j\omega)^n e^{j(\omega t+\varphi)}$$

Mặt khác theo phần trước ta có:

$$a_o.\frac{d^n y}{dt^n} + a_1.\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_{n-1}.\frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0.\frac{d^m u}{dt^m} + b_1.\frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + ... + b_{m-1}.\frac{du}{dt} + b_m u(t)$$

Thay vào biến đổi ta được:

$$[a_o.(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1}. + ... + a_{n-1}.(j\omega) + a_n] A_R e^{j[\omega t+\phi]}$$
$$= b_0.(j\omega)^m + b_1.(j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1}.(j\omega) + b_m] A_V e^{j\omega t}$$

Chuyển đổi biểu thức trên và đặt:

$$W(j\omega) = \frac{A_R}{A_V} e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + ... + b_{m-1} (j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + ... + a_{n-1} (j\omega) + a_n} \tag{3.5}$$

W(jω) được gọi là hàm truyền tần số của phần tử với:

$A(\omega) = \frac{A_R}{A_V}$: Là biên độ của W (jω).

φ(ω) : Là góc pha của W (jω).

Mặt khác ta có hàm truyền đạt của phần tử là:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + ... + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_{n-1}s + a_n}$$

So sánh ta thấy rằng có thể nhận được hàm truyền tần số của phần tử từ hàm truyền đạt của nó bằng cách thay s = jω.

- Đặc tính tần số phần thực và phần ảo:

Tách phần thực và phần ảo của W(jω) ta được:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j.\varphi(\omega)} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} = \frac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j\frac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$$

Trong đó:

$R(\omega) = \dfrac{R_1(\omega).R_2(\omega) + I_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần thực của phần tử.

$I(\omega) = \dfrac{R_2(\omega).I_1(\omega) - R_1(\omega).I_2(\omega)}{R_2^2(\omega + I_2^2(\omega)}$ được gọi là đặt tính tần số phần ảo của phần tử.

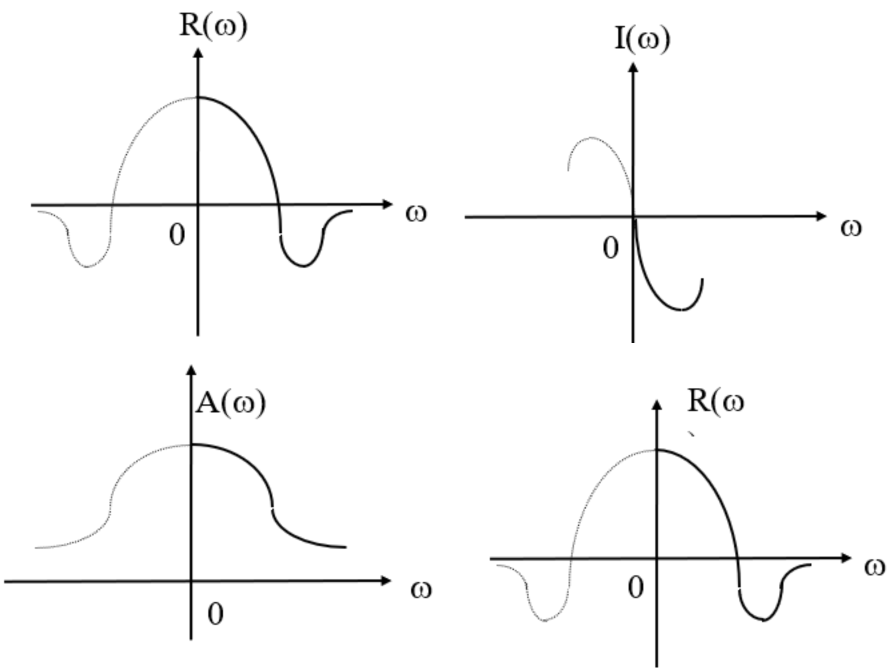
Khi đó đặc tính biên độ tần số và đặc tính pha tần số xác định theo biểu thức:

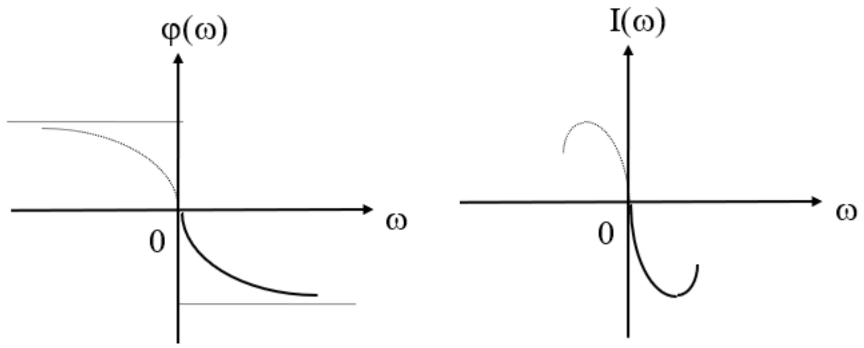
$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \tag{3.6}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \tag{3.7}$$

Đặc tính A (ω), R(ω) là các hàm chẵn đối xứng qua trục tung.

Đặc tính φ(ω), I(ω) là các hàm lẻ đối xứng qua gốc toạ độ.





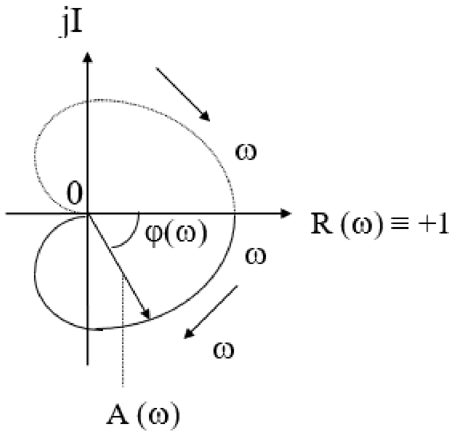
Hình 3.1: Đặc tính của các hàm trong đặc tính tần số

- Đặc tính tần số biên pha: (ĐTBP)

Cho ω biến thiên (từ - ∞ → + ∞) biểu diễn hàm truyền đạt tần số

W(jω) = R(ω) + j.I(ω) $w(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ trên mặt phẳng phức ta sẽ được đặc tính tần số biên pha.

Đặc tính tần số biên pha gồm hai nhánh đối xứng nhau qua trục thực. Nên khi khảo sát và vẽ ĐTBP ta chỉ cần xét trong đoạn ω = 0 → + ∞.



Hình 3.2: Đặc tính tần số biên độ pha

- Đặc tính tần số logarit:

Lấy logarit 2 vế hàm truyền tần số W (jω) = A(ω).$e^{j\varphi(\omega)}$ ta được:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\,\varphi(\omega)$$

Người ta gọi:

- lnA(ω) : đặc tính biên độ tần số logarit (BTL). Để đơn giản cho tính toán chuyển từ ln sang lg.

- φ(ω) : đặc tính pha logarit (PTL).

Đặc tính biên độ tần số logarit L(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với:

- Trục tung biểu diễn biên độ đơn vị tính là đêcibel (db). 1 Đêxiben bằng $\frac{1}{10}$ bel. Bel là đơn vị đo logarit thập phân của hệ số khuếch đại công suất của tín hiệu. 1 bel ứng với khuếch đại công suất lên 10 lần, 2 bel khuếch đại lên 100 lần ...Mà công suất của tín hiệu lại tỷ lệ với bình phương biên độ tín hiệu nên:

$$1 \text{ bel} \rightarrow \lg A^2(\omega) = 2\lg A(\omega)$$

Nếu tính đơn vị là Đêxibel:

$$1\text{bl} = 10 \text{ db} \rightarrow 10.2\lg A(\omega) = 20 \lg A(\omega) \text{ (db)}.$$

Đặc tính biên độ tần số Logarit tính theo đơn vị Đexibel được ký hiệu là L(ω)

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) \quad \text{(db)} \tag{3.7}$$

- Trục hoành biểu diễn tần số ω và có thể dùng các đơn vị:

Radian (rad): biểu diễn trục tiếp tần số ω (rad/s) đơn giản dễ hiểu nhưng phải chia phi tuyến theo hàm logarit cơ số 10 nên khó áp dụng, chỉ nên dùng khi có tọa độ chia sẵn.

Đecac (dec): là đơn vị đo logarit thập phân của độ tăng tần số 10 lần:

$$1 \text{ dec} \sim \lg\omega_2 - \lg\omega_1, \text{ nếu } \omega_2 = 10\omega_1$$

Chọn $\omega_1 = 1 \text{ rad}$ làm gốc muốn tìm giá trị dec của ω bất kỳ ta có:

$$\lg\omega - \lg\omega_1 = \lg\frac{\omega}{\omega_1} = \lg\omega \text{ (dec)}$$

Và $\omega_1 = 1 \text{ rad} \Rightarrow \lg\omega_1 = 0 \text{ (dec)}$: gốc toạ độ

Khi đó trục hoành được chia đều, đây là đơn vị thường dùng

Đặc tính pha tần số logarit φ(ω): được vẽ trên hệ trục toạ độ vuông góc, với trục tung biểu diễn góc pha φ với đơn vị đo bằng độ hoặc radian trục hoành đo theo đơn vị đecac (dec).

Để sử dụng thuận lợi thường vẽ L(ω), φ(ω) cùng chung trục hoành hoặc trục hoành là tịnh tiến của nhau.

Khi xây dựng ĐTTS logarit thì cần lưu ý là trục tung và trục hoành không cắt nhau tại tần số ω = 0. Hai trục sẽ cắt nhau tại một tần số thích hợp nào đó, bởi vì khi ω → 0 thì lg(ω) → - ∞: nghĩa là ω = 0 thì sẽ tương ứng với điểm xa vô cùng. Trên thực tế, người ta thường sử dụng ĐTTS biên độ logarit tiệm cận. Độ nghiêng của đặc tính tiệm cận thường dùng là db/dc hay db/oc. Khi tác động lên đầu vào hệ thống TĐ là một tín hiệu điều hoà thì lượng ra của hệ thống cũng thay đổi theo quy luật điều hoà, nhưng biên độ và pha của lượng ra và lượng vào sẽ khác nhau. Nói chung, biên độ và pha lượng ra sẽ phụ thuộc vào tần số của lượng vào. Người ta gọi tỷ số giữa biên độ lượng ra với biên độ lượng vào là mô đun, còn góc lệch pha giữa lượng ra với lượng vào là argument của hàm số truyền tần số. Vì thế, *đặc tính tần số biên độ diễn tả sự thay đổi của tỷ số các biên độ lượng ra với lượng vào, còn ĐTTS pha diễn tả góc lệch pha giữa lượng ra với lượng vào*. Đó là ý nghĩa vật lý đối ĐTTS.

3.2 Các khâu động học điển hình

3.2.1 Định nghĩa các khâu động học điển hình

Các khâu động học mà phương trình vi phân mô tả quá trình động học của chúng có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2, được gọi là khâu động học điển hình.

Đặc điểm của các khâu động học điển hình là chỉ có một đầu vào và một đầu ra, tín hiệu đầu ra không ảnh hướng đến tín hiệu đầu vào.

Hình 3.3: Biểu diễn khâu động học điển hình.

Các khâu động học điển hình bao gồm: Khâu nguyên hàm, khâu tích phân, khâu vi phân, khâu trễ. Khâu nguyên hàm gồm các khâu: Khâu khuếch đại (khâu không quán tính), khâu quán tính bậc một, khâu quán tính bậc hai (Khâu giao động). Sau đây ta khảo sát các khâu động học điển hình trên.

3.2.2.Các khâu nguyên hàm.

a) *Khâu khuếch đại*

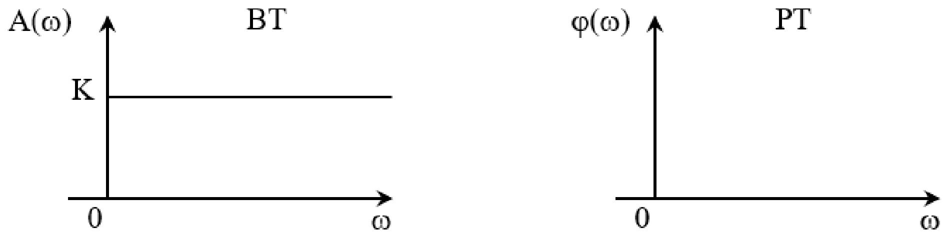
- Khâu không quán tính là khâu mà phương trình động học có dạng: y = K.x
- Hàm truyền đạt của khâu. W(s) = K
- Các đặc tính thời gian.

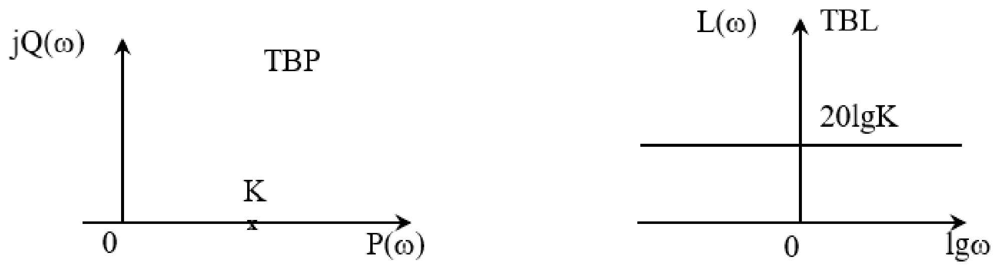
Hàm quá độ :h(t) = K.1(t).

Hàm trọng lượng : g(t) = K.δ(t).

Hình 3.4. Đặc tính thời gian của khâu không quán tính

- Các đặc tính tần số.





Hình 3.5: Đặc tính tần số của khâu không quán tính

Hàm truyền tần số : W(jω) = K.

Đặc tính BT : A(ω) = K.

Đặc tính PT : φ(ω) = 0.

Đặc tính BTL : L(ω) = 20.lgK

b) *Khâu quán tính bậc nhất:*

- Phương trình vi phân:

$$T\frac{dy}{dt} + y = K.u \tag{3.8}$$

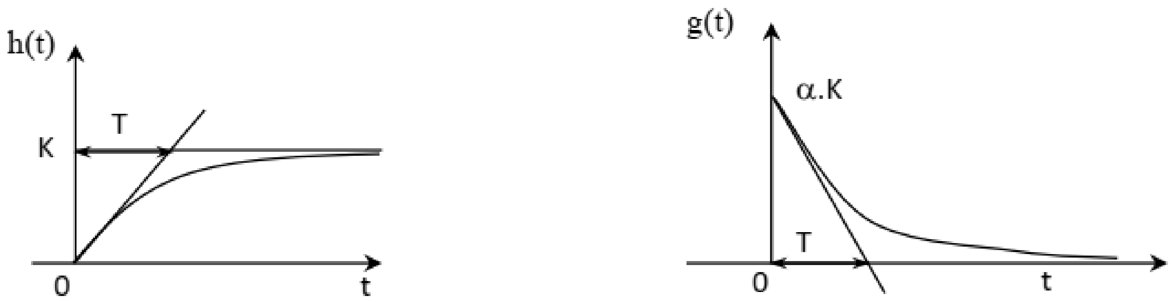
Trong đó K là hệ số truyền của khâu.

T là hằng số thời gian của khâu.

- Hàm truyền đạt : $W(s) = \frac{K}{Ts+1}$
- Các đặc tính thời gian :

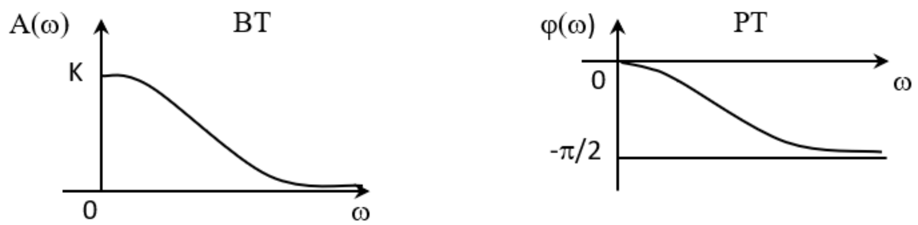
Hàm quá độ : $h(\text{t}) = K(1-e^{-t/T}).1(t)$

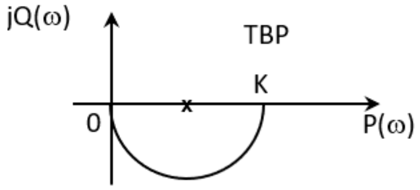
Hàm trọng lượng : $g(\text{t}) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K.e^{-t/T}.1(t)}{T}$

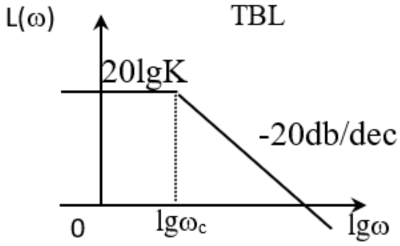


Hình 3.6: Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất

- Các đặc tính tần số:







Hình 3.7: Đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất

ĐTTS biên độ pha : $W(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \dfrac{K}{Tj\omega + 1}$

ĐTTS biên độ: $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \dfrac{K}{\sqrt{(T^2\omega^2 + 1)}}$

ĐTTS pha φ (ω) = arctgTω

ĐTTS biên độ logarit (ĐTBL) L(ω) = 20lg A(ω)

c) *Khâu quán tính bậc hai:*

- Phương trình:

$$T^2 \frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = K.u \qquad (3.9)$$

Trong đó: *T là hằng số thời gian.*

K là hệ số truyền.

ξ là hệ số tắt dần tương đối (ξ ≥ 0).

- Hàm truyền đạt: $W(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{K}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$

- Các đặc tính thời gian:

Trường hợp thứ nhất: 0 < ξ < 1.

Hàm quá độ: $h(t) = K[1 - e^{-\alpha t}(\cos\beta t - \dfrac{\alpha}{\beta}\sin\beta t)]$

Hàm trọng lượng: $g(t) = h'(t) = \dfrac{Ke^{-\alpha t}}{T\beta}.\sin\beta t$

Trong đó: $\alpha = \dfrac{\xi}{T}$ và $\beta = \dfrac{\sqrt{1-\xi}}{T}$

Trường hợp này đặc tính quá độ có dạng dao động tắt dần và được gọi là khâu dao động.

Trường hợp thứ hai: ξ = 0.

Hàm quá độ: $h(t) = K(1 - \cos\omega_1 t)$

Hàm trọng lượng : $g(t) = K\omega_1\sin\omega_1 t$

Với $\omega_1 = 1/T$: Tần số riêng dao động. Đặc tính quá độ dao động điều hoà và được gọi là khâu dao động điều hoà.

Trường hợp thứ ba : $\xi \geq 1$.

Hàm quá độ :

Khi ξ = 1 với α là nghiệm kép của phương trình đặc trưng.

$$h(t) = K(1-(1-\alpha t)e^{-\alpha t})$$

Khi ξ > 1 với α_1, α_2 là hai nghiệm thực của phương trình đặc trưng.

$$h(t) = K\left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} e^{-\alpha_1 t} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} e^{-\alpha_2 t}\right)$$

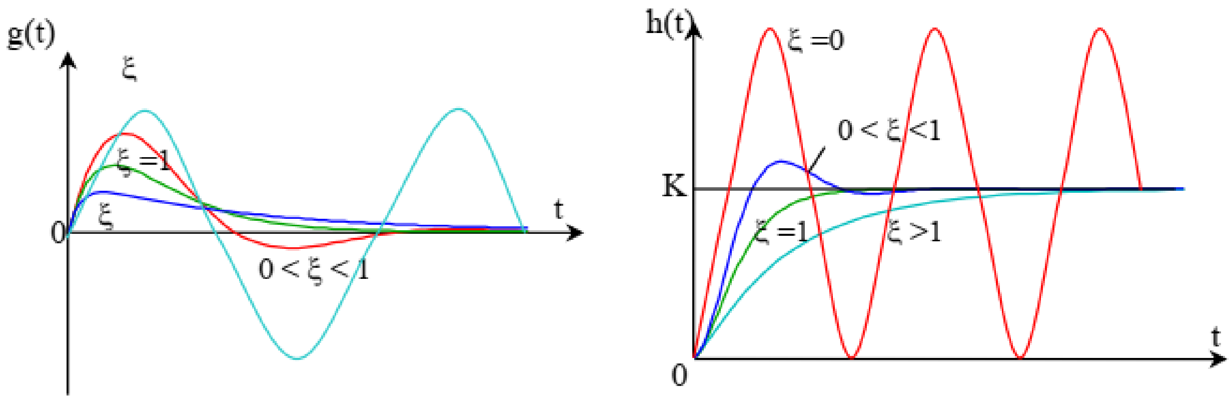
Hàm trọng lượng:

Khi ξ = 1 với α là nghiệm kép của phương trình đặc trưng.

$$k(t) = K\alpha^2 t e^{-\alpha t}$$

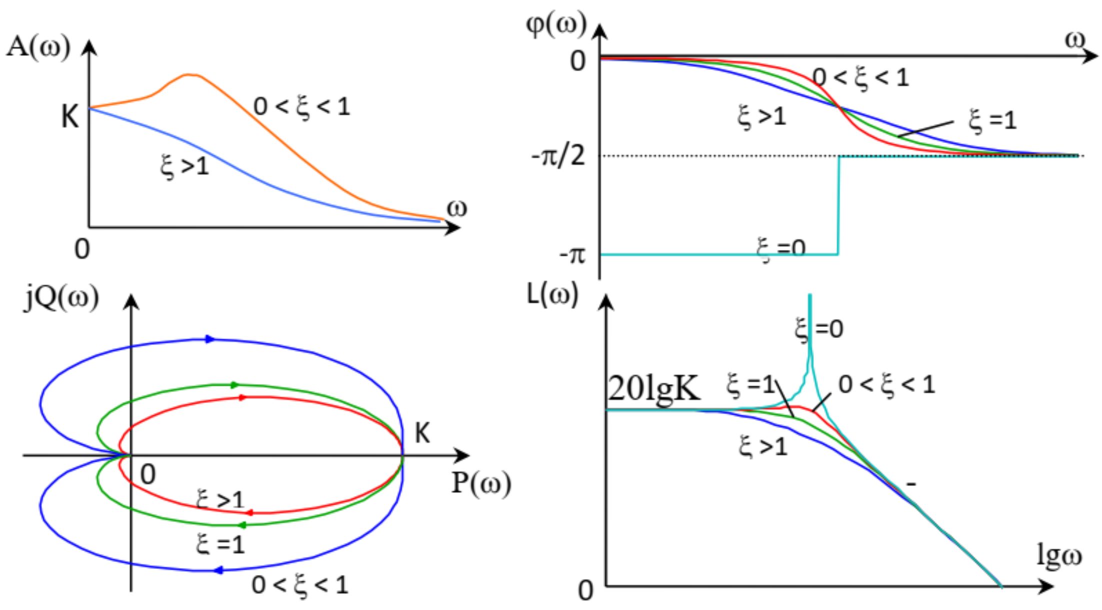
Khi ξ >1 với α_1, α_2 là hai nghiệm thực của phương trình đặc trưng.

$$k(t) = K\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1}(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})$$



Hình 3.8: Đặc tính thời gian của khâu bậc hai

- Các đặc tính tần số:



Hình 3.9: Đặc tính tần số của khâu bậc hai

ĐTTS biên độ pha : $W(j\omega)=\dfrac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}=\dfrac{K}{1-T^2\omega^2+j2\xi T\omega}$

ĐTTS biên độ: $A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}=\dfrac{K}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}}$

ĐTTS pha $\varphi(\omega)=-\text{arctg}\dfrac{2\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)}$

ĐTTS biên độ logarit (ĐTBL) L(ω) = 20lg A(ω).

3.2.3 Khâu tích phân.

Phương trình vi phân của khâu tích phân.

$$y=K\int udt \text{ hoặc } \frac{dy}{dt}=Ku=\frac{u}{T} \qquad (3.10)$$

Trong đó T = 1/K được gọi là hằng số thời gian tích phân.

- Hàm truyền đạt của khâu.

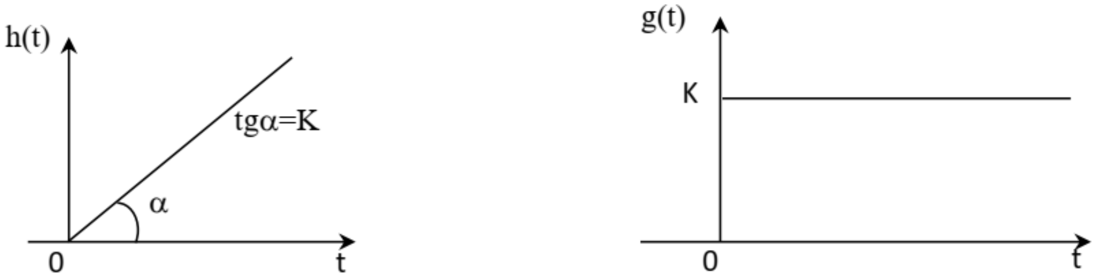
Biến đổi phương trình vi phân sang toán tử Laplace ta có :

$$W(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{Ts}$$

- Các đặc tính thời gian.

Hàm quá độ *: h(t) = Kt.*

Hàm trọng lượng : k(t) = h'(t) = K.



Hình 3.10: Đặc tính thời gian của tích phân

- Các đặc tính tần số.

Hàm truyền tần số : $W(j\omega)=\dfrac{1}{Tj\omega}=-j\dfrac{1}{T\omega}=j\dfrac{K}{\omega}$

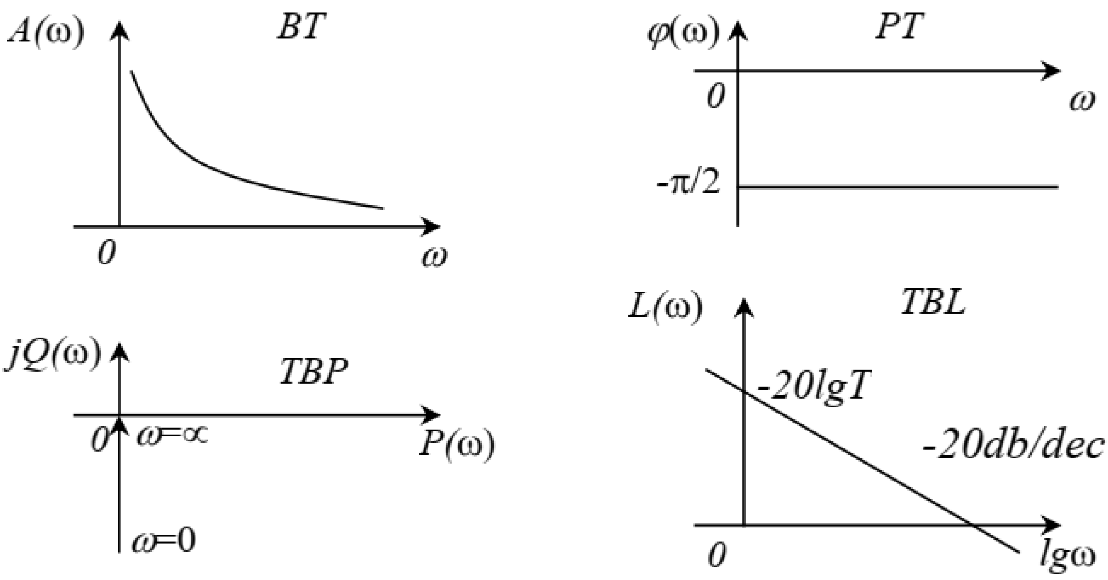
Như vậy hàm truyền tần số của khâu tích phân chỉ có pần ảo âm khi ω thay đổi từ 0 đến ∝ mà không có phần thực.

Đặc tính BT: $A(\omega)=\dfrac{1}{T\omega}$

Đặc tính PT : $\varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{2}$

Đặc tính BTL : L(ω) = lgA(ω) = -20lgT - 20lgω

Đây là phương trình của một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng - 20lgT và có độ nghiêng bằng - 20db/dec.



Hình 3.11: Đặc tính tần số của khâu tích phân

3.2.4 Khâu vi phân

- Phương trình khâu vi phân lý tưởng: $y(t) = K\dfrac{du(t)}{dt}$

- Phương trình khâu vi phân bậc một: $y(t) = KT\dfrac{du(t)}{dt} + Ku(t)$

- Hàm truyền đạt:

Khâu vi phân lý tưởng: $\mathrm{W}(s) = Ks$

Khâu vi phân bậc một: $\mathrm{W}(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = K(Ts+1)$

- Các đặc tính thời gian:

Khâu vi phân lý tưởng:

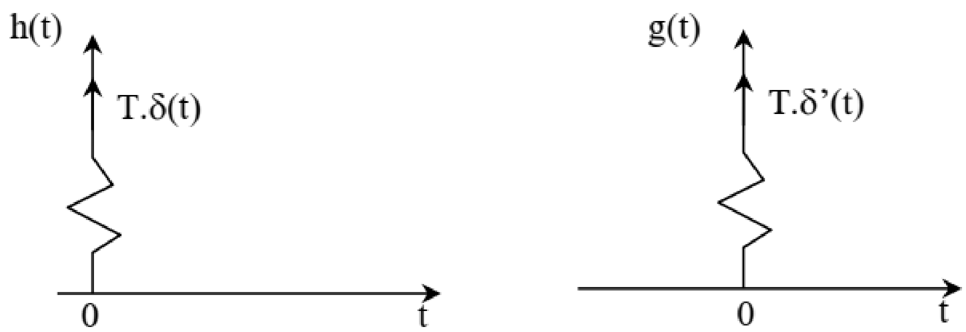
Hàm quá độ: $h(t) = K\delta(t)$

Hàm trọng lượng: $g(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = K\dfrac{d\delta(t)}{dt}$

Khâu vi phân bậc một:

Hàm quá độ: $h(t) = K.1(t) + \mathrm{KT}\,\delta(\mathrm{t})$

Hàm trọng lượng: $g(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = \dfrac{\mathrm{K}\,d\delta(\mathrm{t})}{dt} + K\delta(\mathrm{t})$



Hình 3.12: Đặc tính thời gian của khâu vi phân lý tưởng

- Các đặc tính tần số:

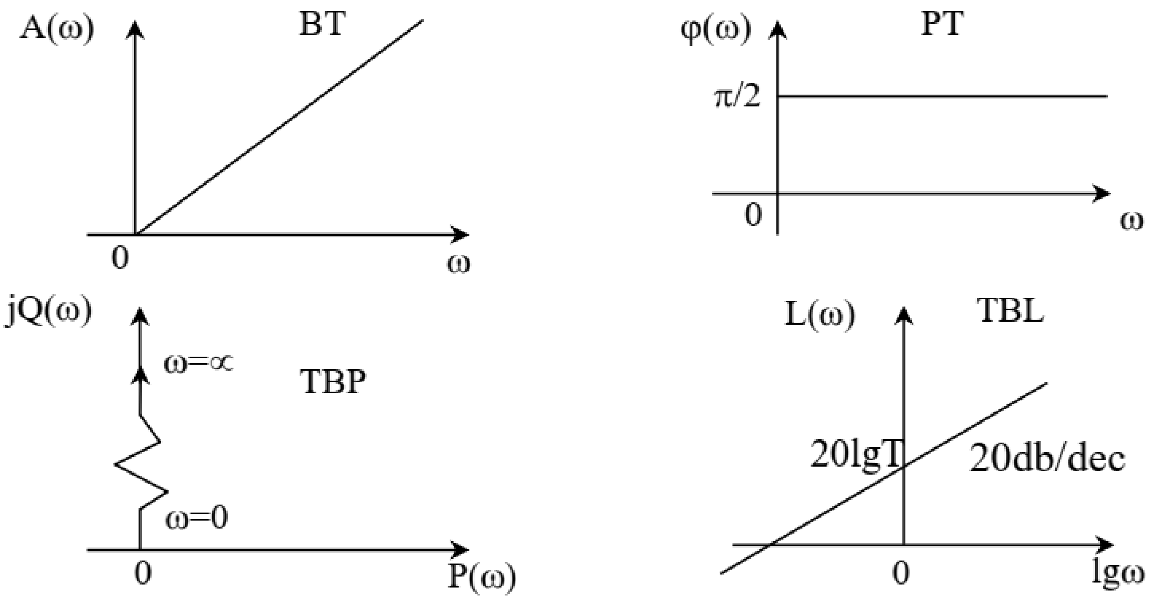
Khâu vi phân lý tưởng :

ĐTTS biên độ pha : $W(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = -j\omega K$

ĐTTS biên độ: $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = K\omega$

ĐTTS pha $\varphi(\omega) = \pi/2$

ĐTTS biên độ logarit (ĐTBL) $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K\omega$



Hình 3.13: Đặc tính tần số của khâu vi phân lý tưởng

Khâu vi phân bậc một :

ĐTTS biên độ pha : $W(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = -j\omega KT + K$

ĐTTS biên độ: $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = K(1 + \omega^2 T^2)^{1/2}$

ĐTTS pha $\varphi(\omega) = \text{arctg } T\omega$.

ĐTTS biên độ logarit (ĐTBL) $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K\omega$

3.2.5 Khâu trễ

Khâu chậm sau là khâu động học mà sau một khoảng thời gian xác định thì lượng ra lặp lại lượng vào và tín hiệu không bị méo.

Phương trình động học của khâu trễ có dạng:

$$y(t) = u(t-\tau)$$

Các phần tử thuộc khâu trễ như băng tải, đường ống dẫn nhiệt, đường ống dẫn chất lỏng …

- Hàm truyền đạt của khâu trễ:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-s\tau}$$

- Đặc tính thời gian:

Hàm quá độ: h(t) = 1(t-τ)

Hàm trọng lượng: $g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \delta(t-\tau)$

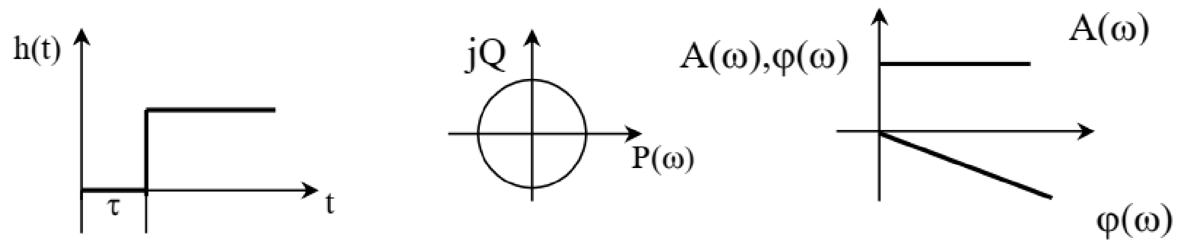
- Các đặc tính tần số:

ĐTTS biên độ pha : $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$

ĐTTS biên độ : A (ω) = 1

ĐTTS pha : φ(ω) = - ωτ

ĐTTS biên độ lôgarit : L(ω) = 20lgA(ω) = 0



Hình 3.14. Đặc tính quá độ và các đặc tính tần số của khâu trễ

3.3 Mô hình ZPK (Zero, Pole and Gain)

Ta xét hàm truyền sau:

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + b_2 s^{m-2} + \ldots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \ldots + a_n} = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)(\ldots)(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)(\ldots)(s-p_n)} \quad (3.11)$$

$n \geq m$

Đặt

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \ldots + a_n \quad (3.12)$$

$$B(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + b_2 s^{m-2} + \ldots + b_m$$

A(s) là mẫu số của hàm truyền, B(s) là tử số của hàm truyền.

- Điểm không (Zeros) là là các giá trị làm cho hàm truyền W (s) bằng 0 hay là nghiệm của phương trình B(s) = 0. Các điểm không được kí hiệu là z_i (i: 1÷m).

- Điểm cực (Poles) là các giá trị làm cho hàm truyền không xác định hay là nghiệm của phương trình A(s) = 0. Các điểm cực được kí hiệu là p_i (i: 1÷m).

- Hệ số khuếch đại tĩnh (Gain) kí hiệu là K.

Ví dụ 1: Tìm các điểm cực, điểm không và hệ số khuếch đạicủa hệ thống của hàm truyền sau:

$$W(s) = \frac{5(s+1)(s+2)}{(s+5)(s+3)} \quad (3.13)$$

Hệ số khuếch đại K = 5.

- Điểm cực: A(s) = (s+5)(s+3) = 0 suy ra p_1 = -5 và p_2 = -3

- Điểm không: B(s) = (s+1)(s+2) = 0 suy ra z_1 =-1 và z_2 = -2

Ví dụ 2:

Ta có hàm truyền sau

$$W(s) = \frac{s+2}{s(s+5)} \tag{3.14}$$

Phân tích thành tổng các phân số bậc nhất

$$\frac{s+2}{s(s+5)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5} \tag{3.15}$$

Quy đồng mẫu số và đồng nhất hai vế ta có

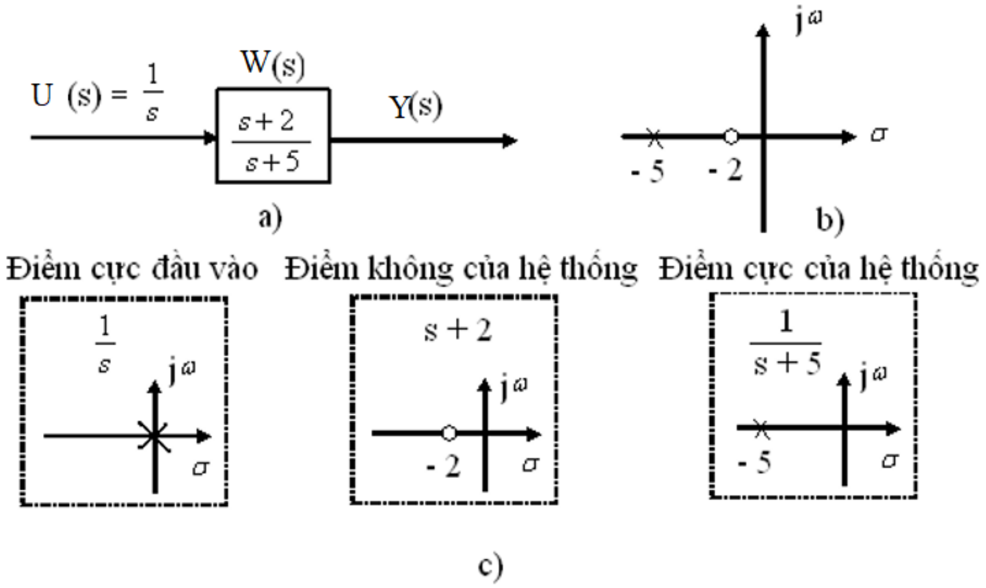
$$(A+B)s + 5A = s+2 \tag{3.16}$$

Giải hệ phương trình:

$$A + B = 1$$
$$5A = 2$$

Suy ra: A = 2/5, B = 3/5

$$W(s) = \frac{s+2}{s(s+5)} = \frac{2/5}{s} + \frac{3/5}{s+5} \tag{3.17}$$



Hình 3.15: Sơ đồ bố trí các điểm cực và điểm không

Đáp ứng đầu ra:

$$y(t) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}e^{-5t} \tag{3.18}$$

trong đó: $\frac{2}{5}$ là thành phần cưỡng bức

$\frac{3}{5}e^{-5t}$ là thành phần tự do.

Một số kết luận:

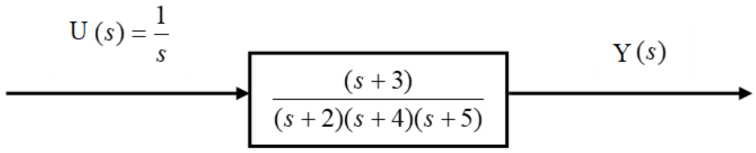
1. Điểm cực của hàm truyền đầu vào của hệ thống quyết định dạng của đáp ứng cưỡng bức.

2. Điểm cực của hàm truyền hệ thống quyết định dạng của đáp ứng tự do.

3. Đáp ứng đầu ra có dạng hàm mũ $e^{-\alpha t}$ nếu có điểm cực nằm trên trục thực.

4. Điểm cực và điểm không quyết định biên độ của cả đáp ứng cưỡng bức và đáp ứng tự do.

Ví dụ 3: Cho hệ thống có hàm truyền như sau:



Hình 3.16: Hệ thống đối tượng làm ví dụ 3

Tìm hàm đáp ứng đầu ra y(t) bao gồm hai thành phần đáp ứng tự do và đáp ứng cưỡng bức.

Giải:

- Kiểm tra xem các điểm cực của hệ thống tạo ra thành phần đáp ứng tự do tuân theo quy luật hàm mũ.
- Điểm cực đầu vào tạo ra thành phần đáp ứng cưỡng bức.

$$\text{Ta có: } Y(s) = \underbrace{\frac{K_1}{s}}_{\substack{\text{Đáp ứng} \\ \text{cưỡng bức}}} \underbrace{+\frac{K_2}{s+2} + \frac{K_3}{s+4} + \frac{K_4}{s+5}}_{\substack{\text{Đáp ứng} \\ \text{tự do}}} \tag{3.19}$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược ta được:

$$\underbrace{y(t) = K_1}_{\substack{\text{Đáp ứng} \\ \text{cưỡng bức}}} + \underbrace{K_2e^{-2t} + K_3e^{-4t} + K_4e^{-5t}}_{\substack{\text{Đáp ứng} \\ \text{tự do}}} \tag{3.20}$$

Câu hỏi và bài tập:

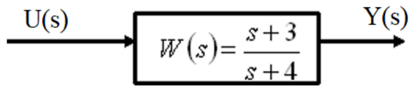
Câu 1: Cho hàm truyền đạt sau: W(s) = k(Ts+1); với k, T là hằng số; s là biến phức của toán tử Laplace. Hãy tính g(t), h(t), L(ω), A(ω), ϕ(ω)

Câu 2: Cho hàm truyền đạt của khâu tích phân lý tưởng, với k là hằng số; s là biến phức của toán tử Laplace.

$$W(s) = \frac{k}{s}$$

Hãy tính g(t), h(t), L(ω), A(ω), ϕ(ω)

Câu 3: Cho hệ thống sau:



a, Tìm đáp ứng đầu ra y(t) khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm 1(t).

b, Xác định điểm cực, điểm không của hệ thống và biểu diễn trên mặt phẳng phức

Câu 4: Cho hàm truyền đạt sau: $W(s)=\dfrac{k}{Ts-1}$; với k, T là hằng số; s là biến phức của toán tử Laplace. Hãy tính g(t), h(t), L(ω), A(ω), ϕ(ω)

Câu 5: Tìm các điểm cực, điểm không và hệ số khuếch đại của hệ thống có hàm truyền sau:

$$G(s)=\frac{5(s+1)(s+2)}{(s+4)(s+3)}$$

Biểu diễn điểm cực, điểm không trên mặt phẳng phức.

Câu 6: Các tín hiệu thường dùng để khảo sát động học của hệ thống

a. Tín hiệu bậc thang đơn vị 1(t), tín hiệu xung đơn vị $\delta(t)$, tín hiệu điều hòa

b. Tín hiệu có dạng bất kỳ mô tả là x(t)

c. Tín hiệu số

d. Tín hiệu tương tự

Câu 7: Tín hiệu bậc thang được biểu diễn như sau với

a. $1(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t\le 0\\ 1 & \text{khi } t>0\end{cases}$

b. $1(t)=\begin{cases}1 & \text{khi } t\le 0\\ 0 & \text{khi } t>0\end{cases}$

c. $1(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t=0\\ 1 & \text{khi } t\ne 0\end{cases}$

d. $1(t)=\begin{cases}0 & \text{khi } t\ge 0\\ 1 & \text{khi } t=0\end{cases}$

Câu 8: Hàm trọng lượng là

a. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung đơn vị 1(t)

b. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị 1(t)

c. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung Dirac $\delta(t)$

d. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu khác 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung Dirac $\delta(t)$

Câu 9: Biểu diễn đơn vị đo là decibel (db)

a. $1\text{ bel}\to \lg A^2=2\lg A\Rightarrow 10.2\lg A=20\lg A\to (db)$

b. $1\text{ bel}\to \lg A^2=2\lg A\Rightarrow 100.2\lg A=200\lg A\to (db)$

c. $1\,\text{bel} \to \lg A^2 = 2\lg A \Rightarrow 10\lg 10A = 20\lg A \to (db)$

d. $1\,\text{bel} \to \lg A^2 = 2\lg A \Rightarrow 10.2\lg A = 2\lg 10A \to (db)$

Câu 10: Cho hàm truyền đạt sau. Xác định hàm quá độ h(t).

$$W(s) = \frac{k}{Ts-1}$$

a. $h(t) = k(1 - e^{t/T}).1(t)$

b. $h(t) = k(e^{t/T} - 1).1(t)$

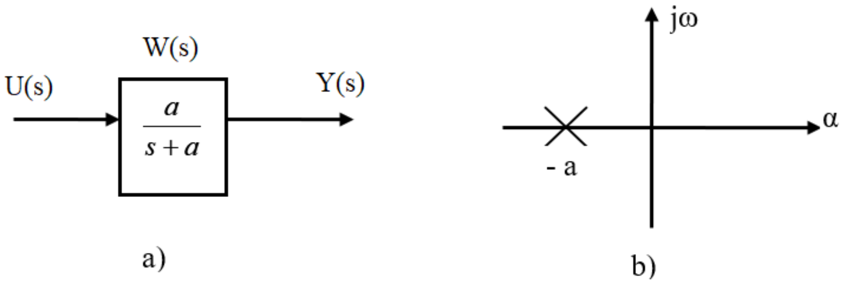
c. $h(t) = k(e^{-t/T} - 1).1(t)$

d. $h(t) = k(e^{t/T} + 1).1(t)$

Bài 5: Một số vấn đề hệ thông bậc 1 và bậc 2 (số tiết 03)

3.4 Hệ thống bậc nhất

Hệ thống bậc 1 không có điểm không được biểu diễn như sau:



Hình 3.17: Hệ tthống bậc nhất và phân bố điểm cực

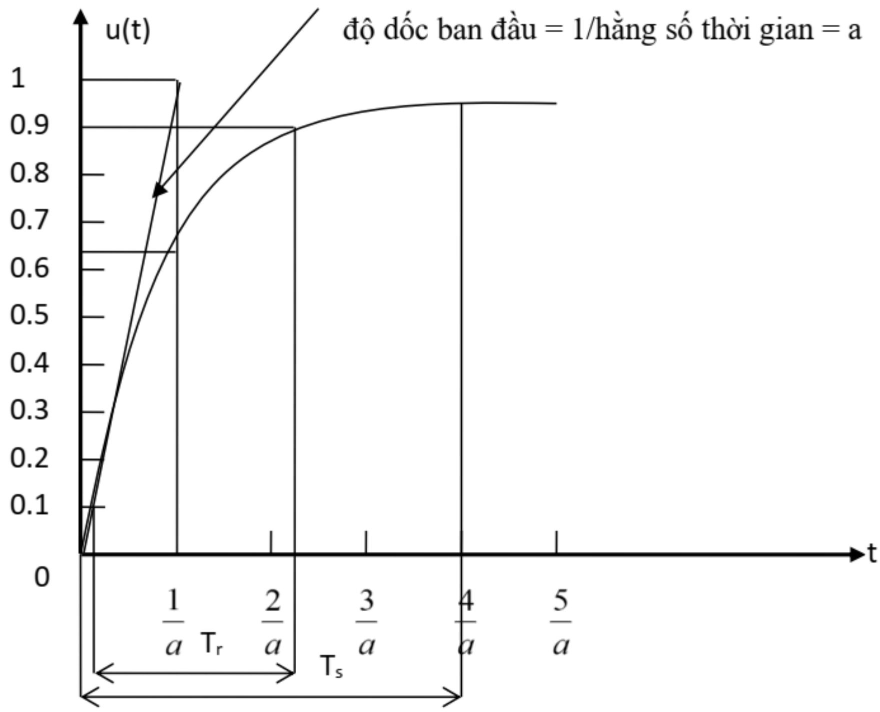
nếu tín hiệu đầu vào là bậc thang đơn vị *U(s) = 1/s* thì đáp ứng đầu ra Y(s) là:

$$Y(s) = U(s).W(s) = \frac{a}{s(s+a)} \qquad (3.21)$$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược ta có đáp ứng đầu ra biểu diễn trên miền thời gian là

$$y(t) = y_f(t) + y_n(t) = 1 - e^{-at} \qquad (3.22)$$

- Điểm cực đầu vào tại thời điểm ban đầu tạo ra đáp ứng cưỡng bức $y_f(t) = 1$
- Điểm cực hệ thống tại – a tao ra đáp ứng tự do $y_n(t) = e^{-at}$



Hình 3.18: Đáp ứng đầu ra của hệ thống bậc 1 với tín hiệu bậc thang đơn vị

tại thời điểm t = 1/a ta có

$$\begin{aligned} &e^{-at}\Big|_{t=1/a} = e^{-1} = 0.37 \\ &x(t)\Big|_{t=1/a} = 1 - e^{-1}\Big|_{t=1/a} = 1 - 0.37 = 0.63 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Từ việc khảo sát đặc tính của đối tượng bậc ta có các khái niệm sau:

- Hằng số thời gian (constant time): gọi 1/a là hằng số thời gian của đáp ứng. Hằng số thời gian có thể được hiểu như là khoảng thời gian mà e^{-at} giảm 37% giá trị ban đầu hay là khoảng thời gian đáp ứng tín hiệu bậc thang dơn vị tăng tới 63% giá trị xác lập.

Nghịch đảo của hằng số thời gian gọi là tần số (1/s). Vì vậy ta có thể gọi hằng số a là tần số hàm mũ. Hằng số thời gian được xem như là đặc tính đáp ứng thời gian của hệ thống bậc 1 vì vậy nó có quan hệ với tốc độ của hệ thống tương ứng vời tín hiệu bậc thang đơn vị ở đầu vào.

- Thời gian tăng T_r (rise time): thời gian tăng được định nghĩa là thưòi gian mà được đạc tính mấp mô đi từ 01. đến 0.9 giá trị xác lập.

Thời gian tăng được tính bằng sự sai lệch giữa hai thời điểm y(t) = 0.9 và y(t) = 0.1.

$$T_r = \frac{2.31}{a} - \frac{0.11}{a} = \frac{2.2}{a} \quad (3.24)$$

- Thời gian xác lập hay thời gian ổn định T_s (settling time): thời gian xác lập là khoảng thời gian mà đáp ứng đạt đến và sai số trong khoảng 2%. Với y(t) = 0.98 thay vào công thức và rút ra được

$$T_s = \frac{4}{a} \tag{3.25}$$

Hàm truyền của hệ thống bậc 1 qua thực nghiệm:

Trên thực tế không dễ dàng tìm được hàm truyền của hệ thống bởi vì các thiết bị trong hệ thống khó có thể xác định được. Vì vậy hàm truyền của hệ thống có thể xác định được bằng cách xác định quan hệ giữa đầu vào và đầu ra thông qua phân tích đường đặc tính của đối tượng khi cho đáp ứng đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị. Hàm truyền có thể xác định ngay car khi ta không biết được cấu trúc bên trong của đối tượng.

Với tín hiệu vào là hàm bậc thang đơn vị ta có thể tính được hàng số thời gian và các giá trị xác lập.

Xét ví dụ sau:

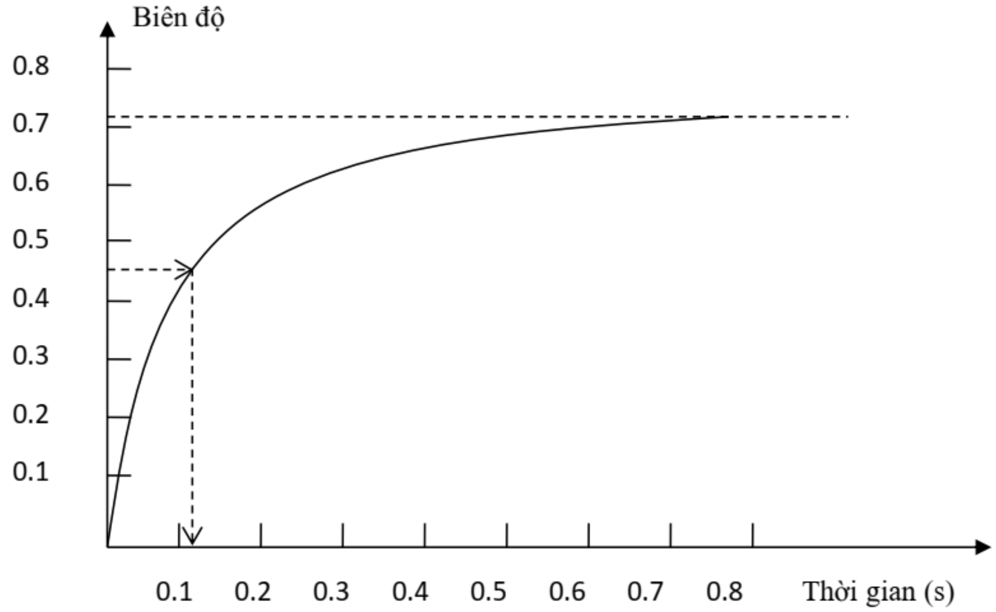
$$\mathrm{W}(s) = \frac{K}{s+a} \tag{3.26}$$

Các đáp ứng đầu ra:

$$Y(s) = \frac{K}{s(s+a)} = \frac{K/a}{s} + \frac{K/a}{s+a} \tag{3.27}$$

Nếu ta xác định được hệ số khuếch đại K và a từ phòng thí nghiệm ta sẽ xác định được hàm truyền của đối tượng.

Giả sử ta có đáp ứng sau:



Hình 3.19: Đường đặc tính đáp ứng của hệ thống bậc nhất

Đáp ứng của hệ thống bậc nhất không có độ quá điều chỉnh và độ sai lệch điểm không. Từ đường đáp ứng ta xác định hằng số thời gian

- Giá trị xác lập là giá trị mà đường đáp ứng đạt đến bằng 0.72.

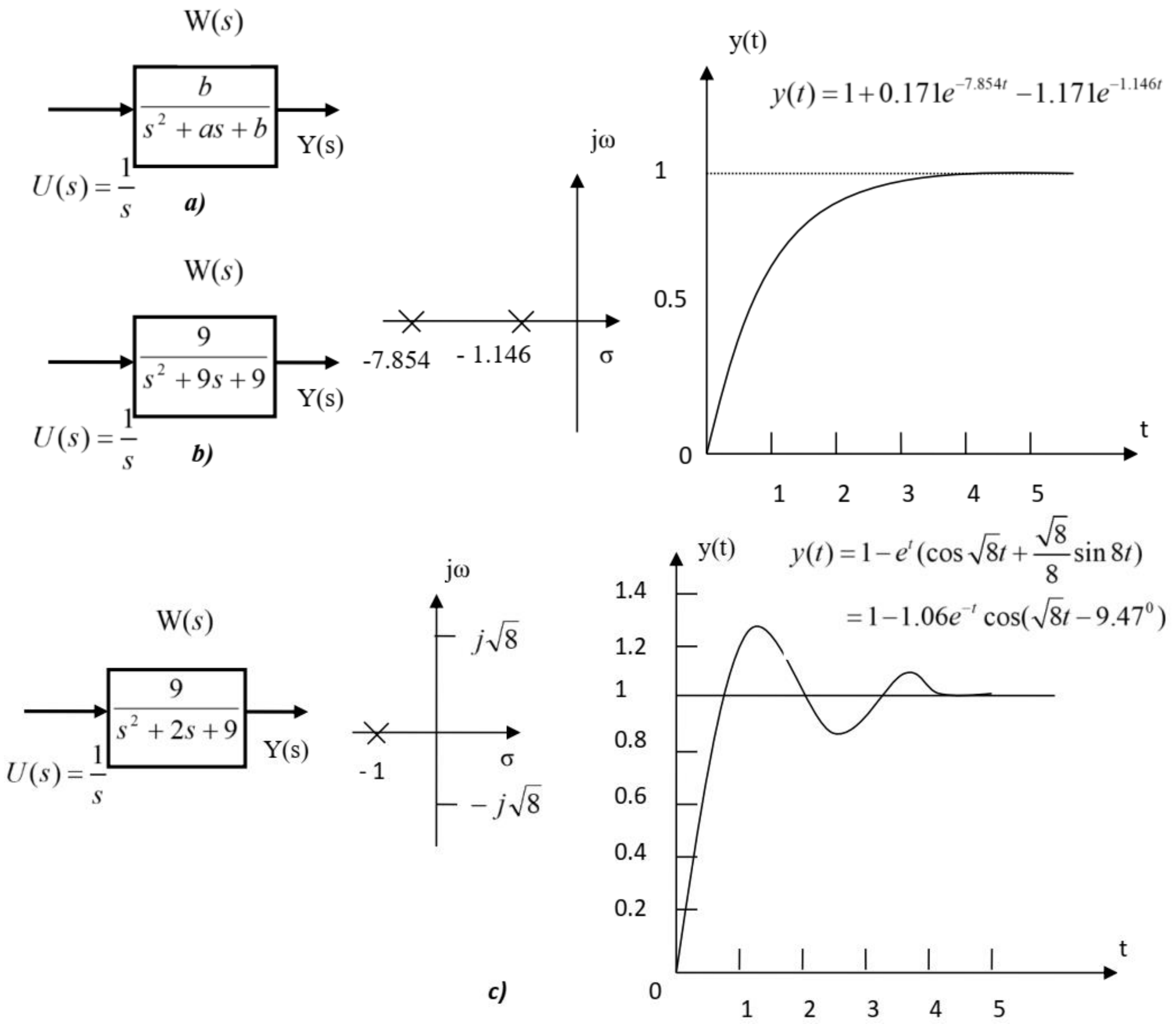
- Hằng số thời gian là thời gian mà độ lớn bằng 63% giá trị xác lập và bằng 0.63 x 0.72 = 0.45 hay bằng 0.13 (s) suy ra a = 1/0.13 = 7.7
- Đáp ứng cưỡng bức đạt đến giá trị xác lập K/a = 0.72 suy ra K = 5.54
- Lúc đó ta có hàm truyền của hệ thống là

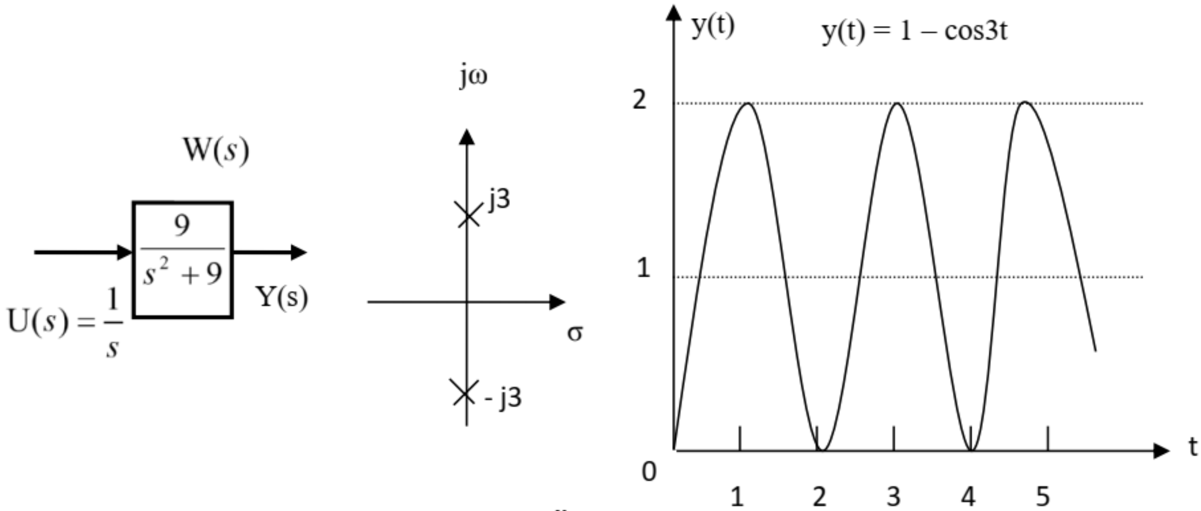
$$W(s) = \frac{5.54}{s+7.7} \tag{3.28}$$

Hàm truyền này cũng rất gàn với hàm truyền của đáp ứng trên

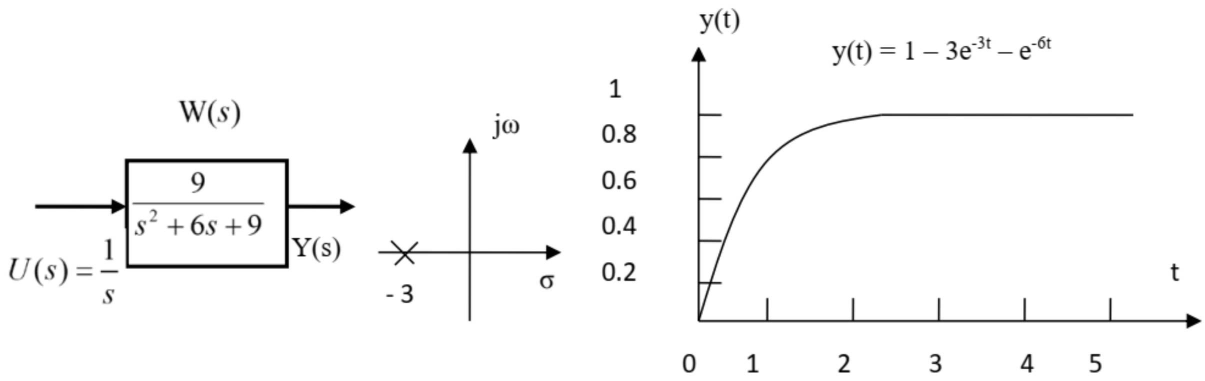
$$W(s) = \frac{5}{s+7} \tag{3.29}$$

3.5 Hệ thống bậc 2





d)



e)

Hình 3.20: Các hệ thống bậc hai và đáp ứng với tín hiệu bậc thang đơn vị

Ta có hàm truyền tổng quát của hệ thống bậc hai :

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \tag{3.30}$$

trong đó: K là hệ số khuếch đại.

T là hằng số thời gian.

ξ là độ suy giảm.

3.5.1 Hệ thống đáp ứng xung tắt dần (Overdamped)

Đây là đáp ứng không có dao động trong khoảng giá trị ổn định nhưng để đạt tới dao động giới hạn tắt dần lâu hơn.

Khi khâu quán tính bậc hai có hai điểm cực thực thì bao gồm 2 khâu quán tính bậc một nối tiếp nhau. Với điều kiện $\xi > 1$ta có

$$W(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1} + \frac{K_2}{T_2 s + 1} \tag{3.31}$$

Hai điểm cực là: $s_1 = -1/T_1$ và $s_2 = -1/T_2$

Xét đáp ứng đầu ra sau:

$$Y(s) = \frac{9}{s(s^2 + 9s + 9)} = \frac{9}{s(s + 7.854)(s = 1.1.46)} \tag{3.32}$$

- Đáp ứng đầu ra có một điểm cực tạ gốc toạ độ (do có đáp ứng tín hiệu bậc thang đơn vị).

- Hai điểm cực thực của hệ thống.

- Điểm cực đầu vào sẽ tạo ra thành phần đáp ứng cưỡng ức. Mỗi điểm cực của hệ thống sẽ tạo ra đáp ứng tự do có dạng hàm mũ trong đó tần số hàm mũ chính bằng vị trí các điểm cực.

Đáp ứng đầu ra sẽ có dạng:

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-7.854t} + K_3 e^{-1.146t} \tag{3.33}$$

Đường đặc tính của hệ thống bậc hai tắt dần thể hiện ở hình 3.19b

3.5.2 Hệ thống đáp ứng dưới tắt dần (Underdamped)

Đây là đáp ứng có dao động trong khoảng đường bao suy giảm. Hệ thống càng có nhiều đường bao thì đáp ứng đạt tời trạng thái ổn định càng lâu. (Xem hình 3.19c)

Ta xét phương trình đặc tính:

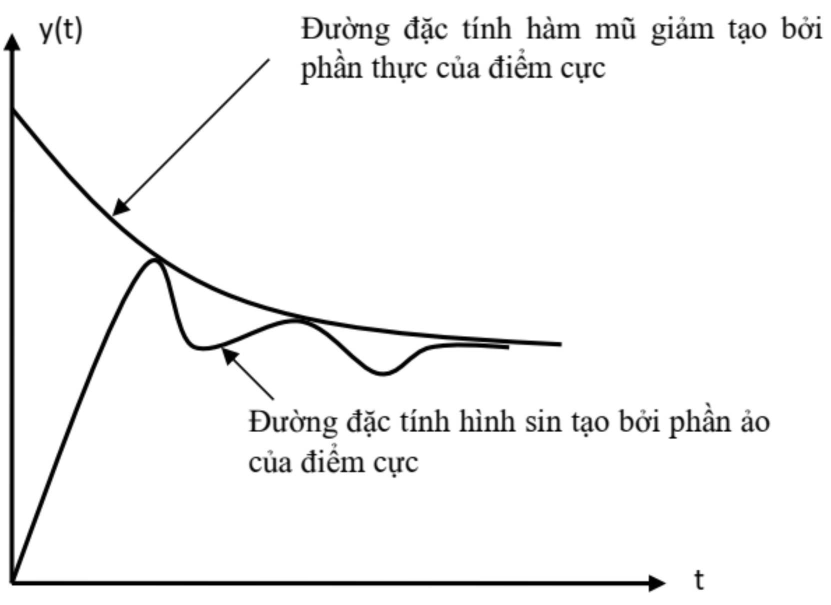
$$T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1 = 0 \tag{3.34}$$

Khi $\xi < 1$ thi phương trình (3.34) sẽ có hai nghiệm phức liên hợp hai nghiệm này là hai điểm cực của hàm truyền.

$$\begin{cases} s_1 = -\dfrac{\xi}{T} + j\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\sigma + j\omega_1 \\ s_2 = -\dfrac{\xi}{T} - j\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\sigma - j\omega_2 \end{cases} \tag{3.35}$$

$$\alpha = \frac{\xi}{T}; \omega_{1,2} = \pm j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$$

Quá trình qúa độ xảy ra trong khâu bậc hai là quá trình dao động $\omega_{1,2} = \pm j\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ là khâu dao động bậc 2. Đáp ứng thời gian bao gồm biên độ hàm mũ giảm tạo bởi phần thực của điểm cực hệ thống và dạng sóng hình sin tạo bởi phàn ảo của điểm cực hệ thống.



Hình 3.21: Đáp ứng bậc hai tạo bởi các nghiệm phức

Hằng số thời gian của hàm mũ bằng phần thực của điểm cực hệ thống. Giá trị của phần ảo là tần số thực của dao động hình sin. Tần số dao đông hình sin được gọi là tần số suy giảm của dao động w_d. đáp ứng ổn định được quyết định bởi điểm cực đầu vào đặt ở gốc toạ độ. Chúng ta gọi đáp ứng này là đáp ứng dưới tắt dần mà tiến tới giá trị ổn định qua đáp ứng thời gian gọi là dao động suy giảm.

3.5.3 Hệ thống đáp ứng không bị nhụt (Undamped)

Nếu điểm cực tiến gần về không σ càng bé, đường bao giảm càng lâu, lúc đó ta có dao đông không tắt.

Hệ thống bậc hai này sẽ có: điểm cực nằm ở gốc toạ độ do đáp ứng tín hiệu bậc thang đầu vào và hai điểm cực của hệ thống chỉ có phần ảo (σ = 0).

Từ hình 3.19d

$$Y(s) = \frac{9}{s(s^2+9)} \tag{3.36}$$

Hai điểm cực $s_{1,2} = \pm j3$ tạo ra đáp ứng dao động hình sin mà tần số của nó bằng vị trí của các điểm cực nằm trên trục ảo.

Đáp ứng đầu ra là:

$$y(t) = K(1-e^{-\sigma t}(\cos\omega t + \frac{\sigma}{\omega}\sin\omega t)) = K[1-\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)^2}(\cos(\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{\omega}\right)))] \tag{3.37}$$

Thay vào ta có

$$y(t) = 1-\cos t3t \tag{3.38}$$

3.5.4 Hệ thống đáp ứng tắt dần tới hạn (Critically Damped Response)

Đây là đáp ứng đạt tới giá trị ổn định nhanh nhất. Giá trị giới hạn luôn luôn bằng 1.

Ta có đáp ứng sau:

$$Y(s)=\frac{9}{s(s^2+6s+9)}=\frac{9}{s(s+3)^2} \quad (3.39)$$

Đáp ứng này có một điểm cực nằm tại gốc toạ độ và hai điểm cực thực.

$$y(t)=1-ete^{-3t}-e^{-3t} \quad (3.40)$$

Xem dạng đáp ứng hình 3.19d

3.5.5 Tìm đáp ứng tự do

- Đáp ứng tắt dần:

Các điểm cực: hai điểm thực $-\sigma_1$, σ_2

Đáp ứng: $$y(t)=K_1e^{-\sigma_1 t}+K_2e^{-\sigma_2 t} \quad (3.41)$$

- Đáp ứng dưới tắt dần

Các điểm cực: 2 nghiệm phức $-\sigma_d \pm j\omega_d$

Đáp ứng: $$y(t)=Ae^{-\sigma_d t}\cos(\omega_d t-\varphi); \qquad \varphi=\tan^{-1}\left(\frac{\sigma_d}{\omega_d}\right) \quad (3.42)$$

- Đáp ứng không bị nhụt

Các điểm cực: 2 điểm cực ảo $\pm j\omega$

- Đáp ứng tắt dần tới hạn

Các điểm cực: 2 điểm cực thực (kép) σ_1

Đáp ứng: $$y(t)=K_1e^{-\sigma_1 t}+K_2e^{-\sigma_1 t} \quad (3.43)$$

3.6 Một số vấn đề chung về hệ thống bậc hai

Trong phần này ta sẽ xem xét hai khái niệm của hai thông số hệ thống bậc 2 được dùng để miêu tả đường đặc tính đáp ứng thời gian. Đó là tần số tự do (natural frequency) và hệ số tắt dần (damping ratio).

- *Tần số tự do* (Natural Frequency, ω_n): là tần số của dao đông trong hệ thống mà không có sự tắt dần.

- *Hệ số tắt dần* (Damping ratio ξ):

$$\xi=\frac{\text{Tần số suy giảm hàm mũ}}{\text{Tần số tự do (rad/second)}}=\frac{1}{2\pi}\,\frac{\text{Chu kì tự do (seconds)}}{\text{Hằng số mũ}} \quad (3.44)$$

Biểu diễn hệ thống bậc hai theo hai thông số ω_n và ξ

$$\mathrm{W}(s)=\frac{b}{s^2+as+b} \quad (3.45)$$

Đối với hệ thống không bị nhụt ta có các điểm cực nằm trên trục ảo

$$\mathrm{W}(s)=\frac{b}{s^2+b} \quad (3.46)$$

Theo đinh nghĩa tần số dao động tự do ω_n là tần số của dao động trong hệ thống. Vì vậy các điểm cực nằm trên trục ảo là $\pm j\sqrt{b}$. Suy ra

$$\omega_n = j\sqrt{b} \qquad hay \qquad b = \omega_n^2 \tag{3.47}$$

Với giả thiết hệ thống dưới tắt dần điểm cực phức có phần thực là –a/2. Độ lớn của giá trị này chính là tần số giảm hàm mũ

$$\xi = \frac{\text{Tần số suy giảm hàm mũ}}{\text{Tần số tự do (rad/second)}} = \frac{|\sigma|}{\omega_n} = \frac{a/2}{\omega_n} \tag{3.48}$$

suy ra

$$a = 2\xi\omega_n \tag{3.49}$$

Vậy hàm truyền là

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \tag{3.50}$$

Ví dụ:

Cho hàm truyền sau:

$$W(s) = \frac{36}{s^2 + 4.2s + 36} \tag{3.51}$$

So sánh hai công thức (3.50) và (3.51) ta có:

$$\omega_n^2 = 36 \Rightarrow \omega_n = 6$$

$$2\xi\omega_n = 4.2 \Rightarrow \xi = 0.35$$

Ta tìm các điểm cực của hệ thống:

Phương trình đặc trưng là: $s^2 + 4.2s + 36 = 0$

Có hai nghiệm phức:

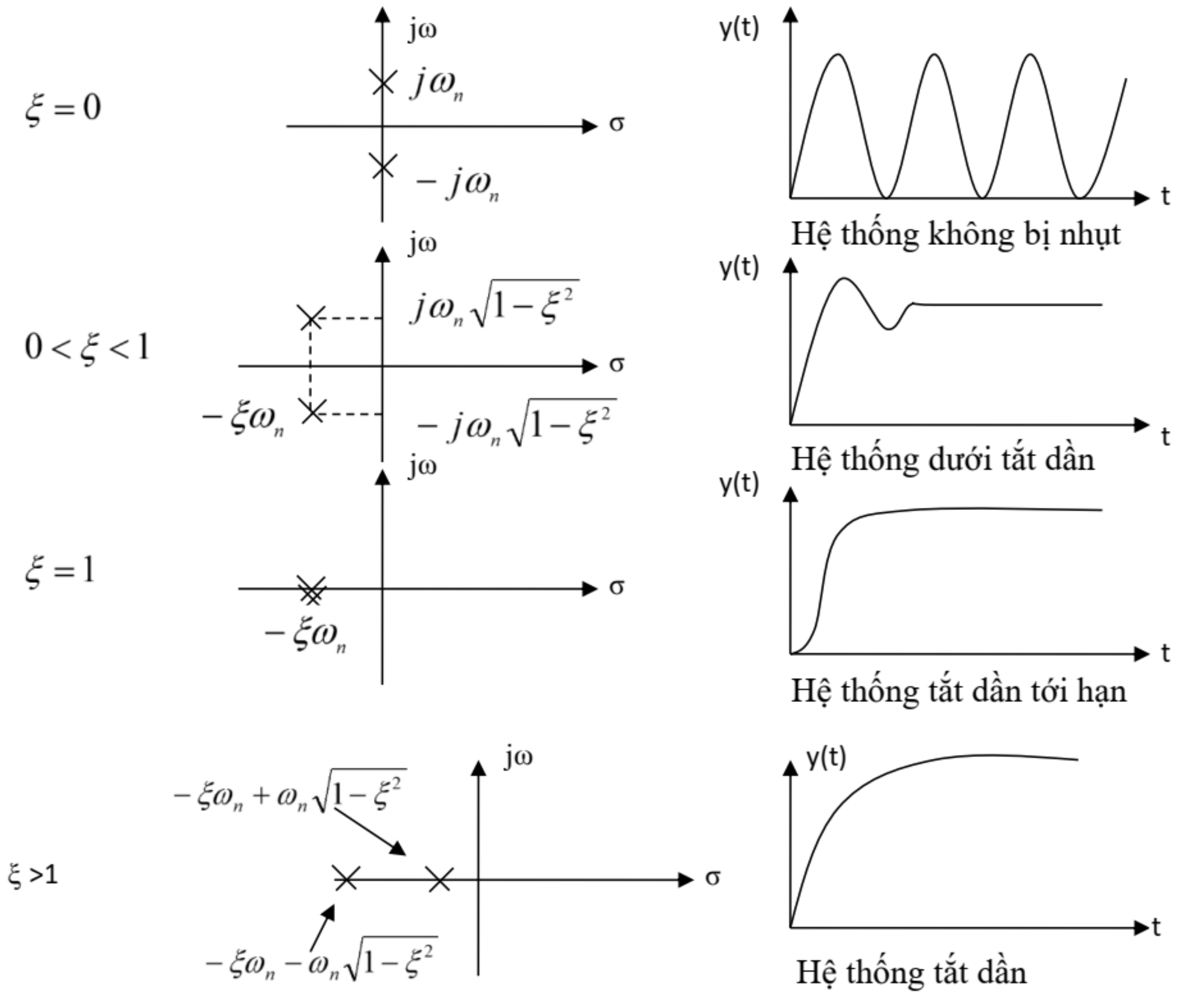
$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \tag{3.52}$$

Đường đặc tính đáp ứng từ giá trị của ξ

Từ $a = 2\xi\omega_n$ và $\omega_n = \sqrt{b}$ suy ra

$$\xi = \frac{a}{2\sqrt{b}} \tag{3.53}$$

Ta có các đáp ứng tương ứng với giá trị của ξ như sau:



Hình 3.22: Đáp ứng bậc hai theo hệ số tắt dần

3.7 Hệ thống bậc hai dưới tắt dần (Underdamped)

Hệ thống dưới tắt dần, mô hình vật lí phổ biến, có các đáp ứng đơn nhất nên được xem xét cụ thể hơn. Định nghĩa các thông số đáp ứng của hệ thống dưới tắt dần theo thời gian và xem xét mối quan hệ với vị trí các điểm cực.

Trước tiên ta tìm đáp ứng của hệ thống bậc hai với đáp ứng tín hiệu bậc thang đơn vị

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2 s + K_3}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad (3.54)$$

giá thiết ξ < 1 và thực hiện biến đổi ta được

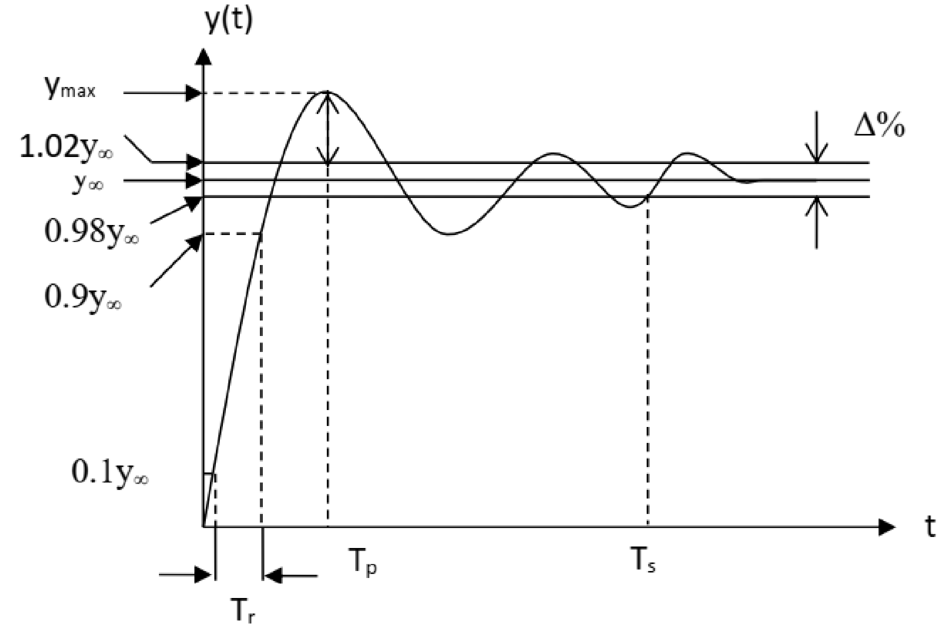
$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{(s + \xi\omega_n) + \dfrac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}{(s+\xi\omega_n)^2 + \omega_n^2(1-\xi^2)} \qquad (3.55)$$

Thực hiện phép biến đổi Laplace ngược

$$y(t) = 1 - e^{-\xi\omega_n t}\left(\cos\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)$$
$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}\cos(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t - \varphi) \qquad (3.56)$$

trong đó: $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$

Khi ξ càng nhỏ thì đáp ứng dao động càng nhiều.



Hình 3.23: Đáp ứng bậc hai của hệ thống dưới tắt dần

Ngoài hai khái niệm hệ số suy giảm ξ và tần số đáp ứng tự do ω_n ta có thêm các khái niệm sau:

- Thời gian đỉnh T_p (Peak Time): là thời gian mà c(t) đạt max đầu tiên.

- Phần trăm độ quá điều chỉnh: %OS (Percent Overshoot): là khoảng mà dạng sóng vượt quá giá trị ổn định y_∞.

- Thời gian tăng T_r (rise time): thời gian tăng được định nghĩa là thuời gian mà được đạc tính mấp mô đi từ 0.1 đến 0.9 giá trị xác lập.

- Thời gian xác lập hay thời gian ổn định T_s (settling time): thời gian xác lập là khoảng thời gian mà đáp ứng đạt đến và sai số trong khoảng ±2%.

a) Tính T_p

$$L\left\{\dot{y}(t)\right\} = sY(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$
$$= \frac{\omega_n^2}{(s+\xi\omega_n)^2 + \omega_n^2(1-\xi^2)} = \frac{\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}}\sqrt{1-\xi^2}}{(s+\xi\omega_n)^2 + \omega_n^2(1-\xi^2)} \qquad (3.57)$$

Biến đổi Laplace ngược ta có:

$$\dot{y}(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin\sqrt{1-\xi^2}\, t \tag{3.58}$$

Cho $\dot{y}(t) = 0$ suy ra

$$\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t = n\pi \tag{3.59}$$

hay

$$t = \frac{n\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \tag{3.60}$$

Khi n = 1 đường đặc tính đạt giá trị max

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \tag{3.61}$$

b) Tính phần trăm độ quá điều chỉnh

Từ hình vẽ 3.22 ta có

$$\%OS = \frac{y_{\max} - y_\infty}{y_\infty}.100 \tag{3.62}$$

y_{max} là giá trị khi đường đặc tính đạt giá trị max tại thời điểm T_p

$$y_{\max} = y(T_p) = 1 - e^{-\xi\omega_n / \sqrt{1-\xi^2}} \left(\cos\pi + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\pi \right) = 1 + e^{-\xi\omega_n / \sqrt{1-\xi^2}} \tag{3.63}$$

Đối với tín hiệu bậc thang đơn vị

$$e_\infty = 1 \tag{3.64}$$

Thay vào công thức (3.62) ta tìm được phần trăm độ quá điều chỉnh

$$\%OS = e^{-\xi\omega_n / \sqrt{1-\xi^2}}.100 \tag{3.65}$$

Suy ra

$$\xi = \frac{-\ln\left(\%OS/100\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\%OS/100\right)}} \tag{3.66}$$

c) Tính T_s

Để tìm được T_s ta phải tìm được thời gian mà y(t) đạt đến và giữ ổn định trong khoảng ± 2%

Từ công thức (3.56) ta tính biên độ của y(t) đạt đến 0.02

$$\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} = 0.02 \tag{3.67}$$

với giả thiết $\cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t - \phi) = 1$ tại T_s.

Suy ra $$T_s = \frac{-\ln\left(0.02\sqrt{1-\xi^2}\right)}{\xi\omega_n} \quad (3.68)$$

Lấy xấp xỉ công thức (3.68)

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{2}{a} \quad (3.69)$$

d) Tính T_r

Tìm $\omega_n t$ bằng cách cho y(t) = 0.9 và y(t) = 0.1. Lấy gần đúng ta được thời gian tăng $\omega_n T_r$.

Ví dụ: Cho hàm truyền sau

$$W(s) = \frac{100}{s^2 + 15s + 100} \quad (3.70)$$

Tính T_p, %OS, T_s và T_r.

Giải:

Từ hàm truyền ta tính được $\omega_n = 10, \xi = 0.75$

Thay vào công thức tính T_p

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{3,14}{10\sqrt{1-0,75^2}} = 0,475$$

$$\%OS = e^{-\xi\omega_n / \sqrt{1-\xi^2}}.100 = e^{-0,75.10 / \sqrt{1-0,75^2}}.100 = 2,838$$

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{0,75.10} = 0,533$$

Ta có bảng sau:

Hệ số suy giảm	Thời gian tăng thông thường
0.1	1.104
0.2	1.203
0.3	1.321
0.4	1.463
0.5	1.638
0.6	1.854
0.7	2.126
0.8	2.467
0.9	2.883

Dựa vào bảng trên ta tính được thời gian tăng thông thường xấp xỉ 2.3 suy ra $T_r = 0.23$ vì $\omega_n = 10$.

Câu hỏi và bài tập:

Câu 1: Cho hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 15s + 100}$$

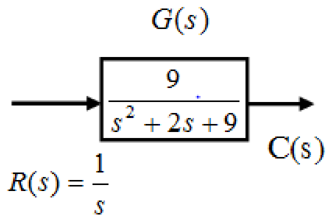
Tính: T_p, %OS, T_s.

Câu 2: Cho hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{120}{s^2 + 12s + 120}$$

Tìm các thông số của hệ thống bậc 2: ζ, ω_n, T_s, T_p, %OS

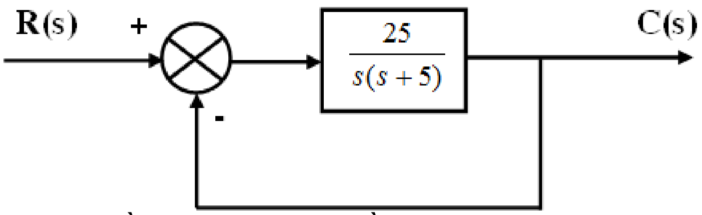
Câu 3: Cho hệ thống sau:



a, Tìm các thông số của hệ thống bậc 2: ζ, ω_n, T_s, T_p

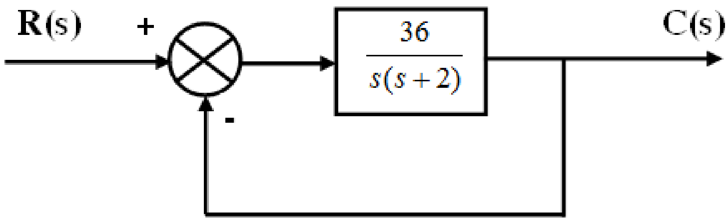
b, Tìm các điểm cực của hệ thống và cho biết hệ thống là loại gì?

Câu 4: Cho hệ thống sau:



Tìm hằng số thời gian đỉnh, phần trăm độ quá điều chỉnh và thời gian xác lập.

Câu 5: Cho hệ thống sau:



Tìm các thông số của hệ thống bậc 2: ζ, ω_n, T_s, T_p

Câu 6: Cho hàm truyền đạt của hệ thống

$$W(s) = \frac{1}{s^3 + 18s^2 + 101s + 168}$$

Xác định các điểm cực của hệ thống.

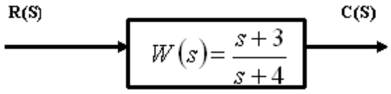
a. $p_1 = -3, p_1 = -7, p_1 = -8$

b. $p_1 = -3, p_1 = -5, p_1 = -8$

c. $p_1 = -2, p_1 = -3, p_1 = -4$

d. $p_1 = -6, p_1 = -7, p_1 = -8$

Câu 7: Cho hệ thống



Tìm đáp ứng đầu ra c(t) khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm 1(t).

a. $c(t)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}e^{-4t}$

b. $c(t)=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}e^{-4t}$

c. $c(t)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}e^{4t}$

d. $c(t)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}e^{-4t}$

Câu 8: Nếu điểm cực nằm trên trục thực ở bên trái trục ảo càng xa thì.

a. Dao động của đáp ứng tự do càng nhanh giảm về 0

b. Dao động của đáp ứng tự do càng nhanh đạt trạng thái xác lập

c. Dao động của đáp ứng tự do càng tăng chậm

d. Dao đông của đáp ứng cưỡng bức càng nhỏ

Câu 9: Công thức tính độ quá điều chỉnh của hệ thống bậc 2

a. $\%OS = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} x100$

b. $\%OS = e^{\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} x100$

c. $\%OS = e^{-\xi\pi/\sqrt{1+\xi^2}} x100$

d. $\%OS = e^{-\xi^2\pi/\sqrt{1-\xi^2}} x100$

Câu 10: Điểm không của hệ thống

a. Là các giá trị làm cho hàm truyền bằng không hay là nghiệm của đa thức của tử số khi cho tử số bằng không

b. Là các giá trị làm cho hàm truyền không xác định hay là nghiệm của đa thức của tử số khi cho tử số bằng không

c. Là các giá trị làm cho hàm truyền bằng không hay là nghiệm của đa thức của tử số khi cho tử số bằng một hằng số khác không

d. Là các giá trị làm cho hàm truyền bằng không hay là nghiệm của đa thức của mẫu số khi cho mẫu số bằng không

Câu hỏi và bài tập chương 3:

Câu 1. Hãy xác định hàm trọng lượng g(t) và hàm quá độ h(t) của những hệ tuyến tính có hàm truyền đạt sau

a) $\mathrm{W}(s)=\frac{s+1}{2s^2+3s+4}$ b) $\mathrm{W}(s)=\frac{2s+1}{(1+3s)(1+5s)}$

Câu 2. Tìm vị trí các điểm cực, điểm không và vẽ trên mặt phẳng phức

a) $\mathrm{W}(s)=\frac{2}{s+2}$ b) $\mathrm{W}(s)=\frac{1}{(s+3)(s+4)}$

c) $\mathrm{W}(s)=\frac{5(s+2)}{(s+7)(s+14)}$

Câu 3. Tìm hàm truyền và điểm cực của hệ thống sau:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \qquad x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Câu 4. Tìm các thông số của hệ thống bậc 2 $\zeta, \quad \omega_n, \quad T_s \quad T_r \quad T_p \quad$ %OS

a) $\mathrm{W}(s) = \dfrac{120}{s^2 + 12s + 120}$ b) $\mathrm{W}(s) = \dfrac{0.01}{s^2 + 0.002s + 0.01}$

Câu 5. Tìm đáp ứng đầu ra y(t) khi biết tín hiệu tác động là tín hiệu bậc thang đơn vị

a) $Y(s) = \dfrac{5}{s(s+5)}$ b) $Y(s) = \dfrac{4}{s(s+4)}$

c) $Y(s) = \dfrac{16}{s(s^2+16)}$ d) $Y(s) = \dfrac{16}{s(^2+8s+16)}$

Câu 6: Hàm trọng lượng là

a. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung đơn vị 1(t)

b. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị 1(t)

c. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu bằng 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung Dirac $\delta(t)$

d. Phản ứng của hệ thống khi hệ thống ở trạng thái có các điều kiện ban đầu khác 0 và tín hiệu tác động ở đầu vào là tín hiệu xung Dirac $\delta(t)$

Câu 7: Khi muốn tìm hàm truyền đạt tần số ta cần

a. Thay $s = j\omega$ vào hàm truyền đạt của hệ thống ta thu được $W(j\omega)$

b. Thay $s = \omega$ vào hàm truyền đạt của hệ thống ta thu được $W(j\omega)$

c. Thay $s = \sigma + j$ vào hàm truyền đạt của hệ thống ta thu được $W(j\omega)$

d. Thay $s = j$ vào hàm truyền đạt của hệ thống ta thu được $W(j\omega)$

Câu 8: Cho khâu quán tính bậc nhất. Hãy xác định hàm quá độ của khâu quán tính bậc nhất.

$$W(s) = \frac{k}{Ts+1}$$

a. $h(t) = \mathrm{L}^{-1}\left\{\dfrac{k}{Ts+1}.\dfrac{1}{s}\right\} = k\left(1 - e^{-t/T}\right).1(t)$ b. $h(t) = \mathrm{L}^{-1}\left\{\dfrac{k}{Ts+1}.\right\} = ke^{-t/T}.1(t)$

c. $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{k}{Ts+1}.\frac{1}{s}\right\} = k\left(1 - e^{-T/t}\right).1(t)$

d. $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{k}{Ts+1}.\frac{1}{s}\right\} = k\left(e^{-t/T} - 1\right).1(t)$

Câu 9: Cho hàm truyền đạt của khâu tích phân lý tưởng. Xác đặc tính tần số biên độ lô ga rit.

$$W(s) = \frac{k}{s}$$

a. $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\omega$

b. $L(\omega) = 20\lg\omega - 20\lg k$

c. $L(\omega) = 20\lg k + 20\lg\omega$

d. $L(\omega) = 20\lg\omega + 20\lg k$

Câu 10: Cho hàm truyền đạt của khâu tích phân lý tưởng $W(s) = \frac{k}{s}$

Xác định hàm quá độ h(t) và hàm trọng lượng g(t) nếu tín hiệu đầu vào là 1(t).

a. $h(t) = kt.1(t), g(t) = k.1(t)$

b. $h(t) = k.1(t), g(t) = k.t.1(t)$

c. $h(t) = k.1(t), g(t) = k.1(t)$

d. $h(t) = kt.1(t), g(t) = k.t.1(t)$

CHƯƠNG 4: CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢM THIỂU HỆ THỐNG ĐA CẤP

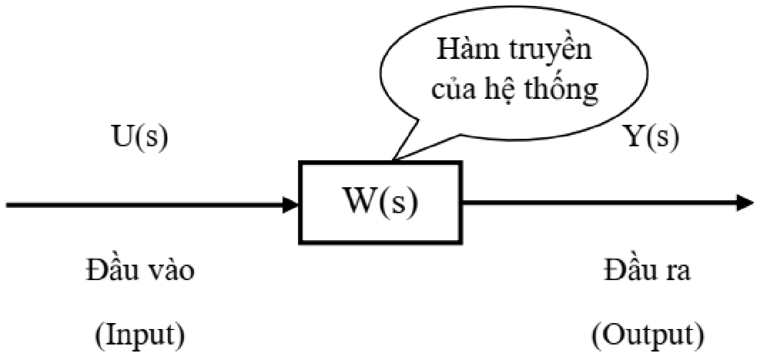
Nội dung chính của chương: Cung cấp cho sinh viên các phương pháp rút gọn hệ thống điều khiển khi được biểu diễn dưới dạng sơ đồ cấu trúc hoặc dưới dạng grap tín hiệu.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Phải rút gọn được hệ thống khi được biểu diễn dưới dạng sơ đồ cấu trúc hay dưới dạng grap tín hiệu để tính được hàm truyền của hệ thống.

Bài 6: Các phương pháp giảm thiểu hàm đa cấp(số tiết 03)

Trên thực tế các hệ thống kỹ thuat được biểu diễn bằng các sô đồ khối rất phức tạp, để tìm được quan hệ giữa tín hiệu đầu vào và đầu ra của hệ thống tức là phải tìm được hàm truyền đạt của hệ thống. Do đó ta phải tìm cách rút gọn hệ thống tìm được hàm truyền chung của toàn bộ hệ thống.

4.1 Sơ đồ khối của một hệ thống



Hình 4.1: Sơ đồ khối của hệ thống

Quy định:

- Kí hiệu tín hiệu đầu vào: U(s).
- Kí hiệu tín hiệu đầu ra: Y(s).
- Kí hiệu các hàm truyền con: $W_i(s)$
- Kí hiệu hàm truyền hệ thống: W(s).

Quan hệ của tín hiệu đầu vào và đầu ra được biểu diến dưới dạng hàm truyền (transferfunction):

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (4.1)$$

Hai dạng biểu diễn:

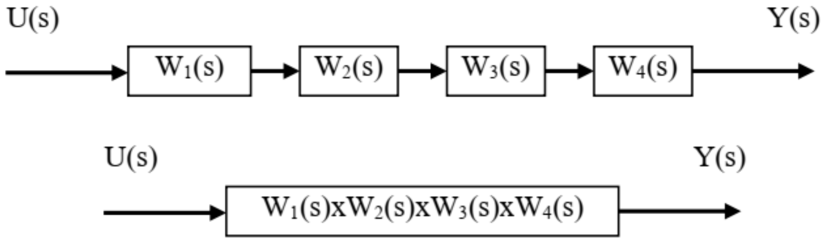
- Sơ đồ khối.
- Đồ hình tín hiệu Graph

4.1.1 Hệ thống dạng nối tiếp

Hệ thống được gọi là mắc nối tiếp nếu tín hiệu ra của phần tử trước là tín hiệu vào của phần tử sau.

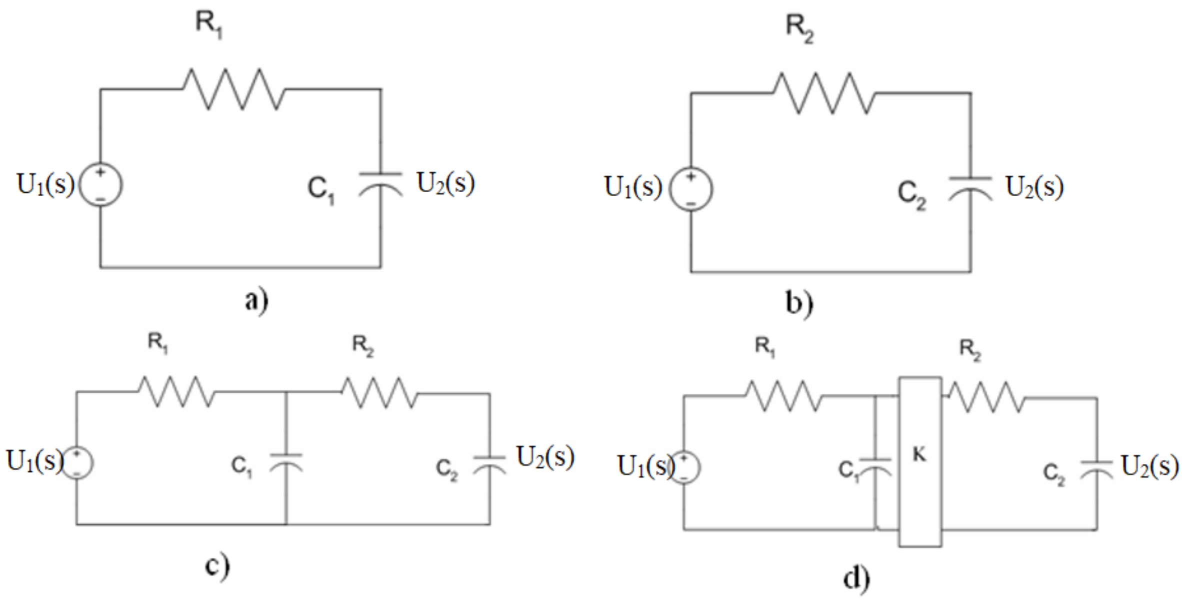
Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên.

Tín hiệu ra của hệ thống là tín hiệu ra của phần tử cuối cùng.



Hình 4.2: Sơ đồ khối của hệ thống nối tiếp

Ví dụ: Ta có mô hình như sau:



Hình 4.3: Hệ thống ghép nối tiếp.

Hình 4.3a) hàm truyền được tính:

$$W_1(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\dfrac{1}{R_1C_1}}{s + \dfrac{1}{R_1C_1}} \tag{4.2}$$

Hình 4.3b) hàm truyền được tính:

$$W_2(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\dfrac{1}{R_2C_2}}{s + \dfrac{1}{R_2C_2}} \tag{4.3}$$

Hình 4.3c) ta tính được hàm truyền của hệ thống bằng mạch vòng hoặc theo nút:

$$W_T(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{s^2 + \left(\dfrac{1}{R_1C_1} + \dfrac{1}{R_2C_2} + \dfrac{1}{R_2C_1}\right)s + \dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}} \tag{4.4}$$

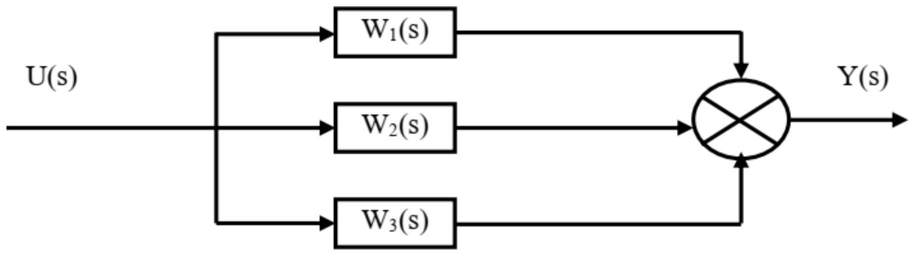
Nhưng nếu tính theo công thức của sơ đồ nối mắc nối tiếp

$$W_T(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=W_2(s)\,W_1(s)=\frac{\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{s^2+\left(\dfrac{1}{R_1C_1}+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)s+\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}} \tag{4.5}$$

Ta thấy sự khác nhau là do giữa hai hệ thống tồn tại một hệ số tỷ lệ. Để khắc phục giưa hai hệ thống ta mắc thêm một khâu khuếch đại như hình 4.3 d).

4.1.2 Hệ thống dạng song song(Parallel Form)

Hệ thống mắc song song là hệ thống có tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phần tử thành phần, còn tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số của các tín hiệu thành phần.



Hình4.4: Sơ đồ khối của hệ thống mắc song song

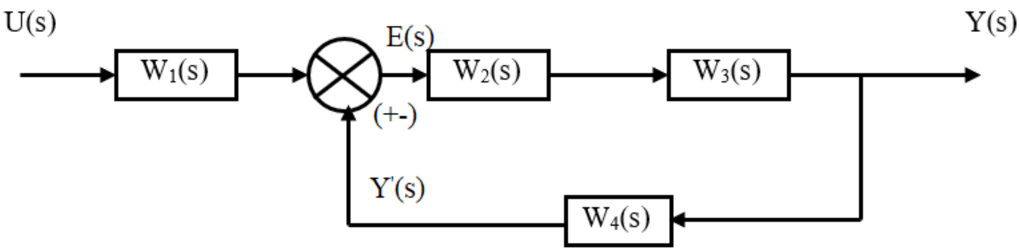
$$Y(s)=U(s)\left[W_1(s)+W_2(s)+W_3(s)\right] \tag{4.6}$$

4.1.3. Hệ thống dạng phản hồi (Feedback Form)

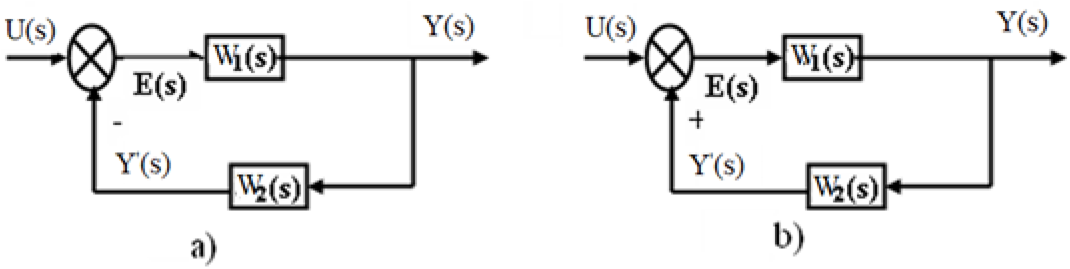
Hệ thống có mạch mắc phản hồi gồm hai mạch: mạch thuận và mạch phản hồi. Tín hiệu ra của mạch thuận là tín hiệu ra của hệ thống và là tín hiệu vào của mạch phản hồi.

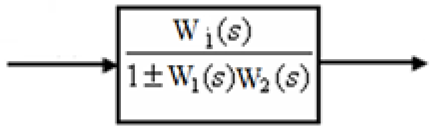
Hệ thống có hai dạng phản hồi:

- Phản hồi âm: E(s) = U(s) – Y'(s) .
- Phản hồi dương: E(s) = U(s) + Y'(s).



Hình 4.5: Sơ đồ khối của hệ thống có phản hồi

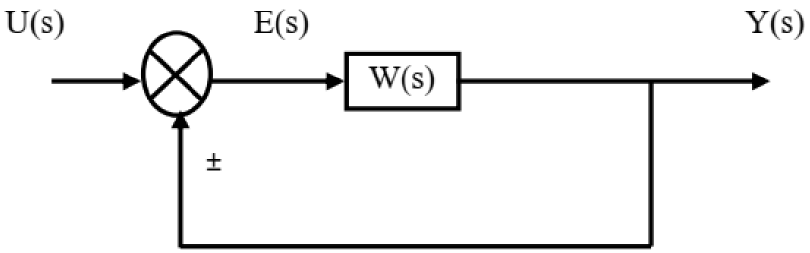




c)

Hình 4.6: a) Hệ thống phản hồi âm b) Hệ thống phản hồi dương
c) Hàm truyền của hệ thống có phản hồi

- Mạch phản hồi đơn vị:



Hình 4.7: Sơ đồ khối hệ thống phản hồi đơn vị

$$E(s) = U(s) \pm Y(s) \tag{4.7}$$

Mặt khác:

$$E(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} \tag{4.8}$$

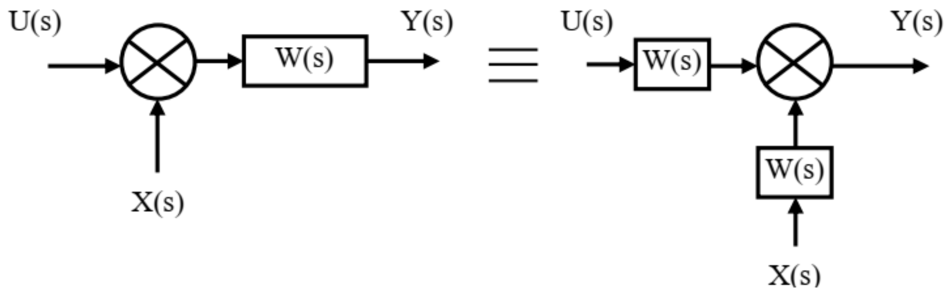
Hàm truyền của hệ thống được tính là:

$$W_e(s) = \frac{W(s)}{1 \mp W(s)} \tag{4.9}$$

Các kỹ năng biến đổi sơ đồ cơ bản:

- *Chuyển tín hiệu đầu vào:*

Từ trước ra sau một khối:



Từ sau một khối ra trước một khối:

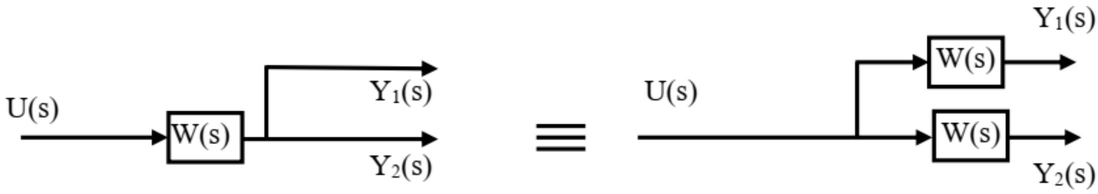
- *Chuyển đổi tín hiệu ra:*

Từ trước một khối ra sau khối đó:

$Y_1(s) = U(s)$

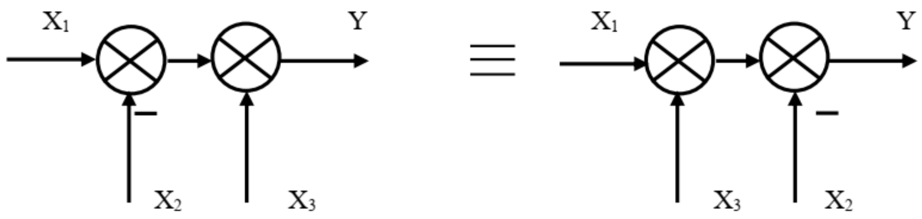
$Y_2\ (s) = U(s).W(s)$

Từ sau một khối ra trước khối đó:

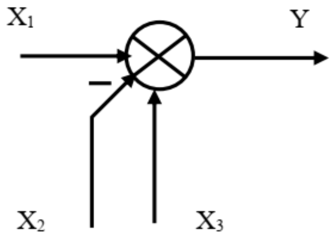


$Y_1(s) = Y_2(s) = U(s).W(s)$

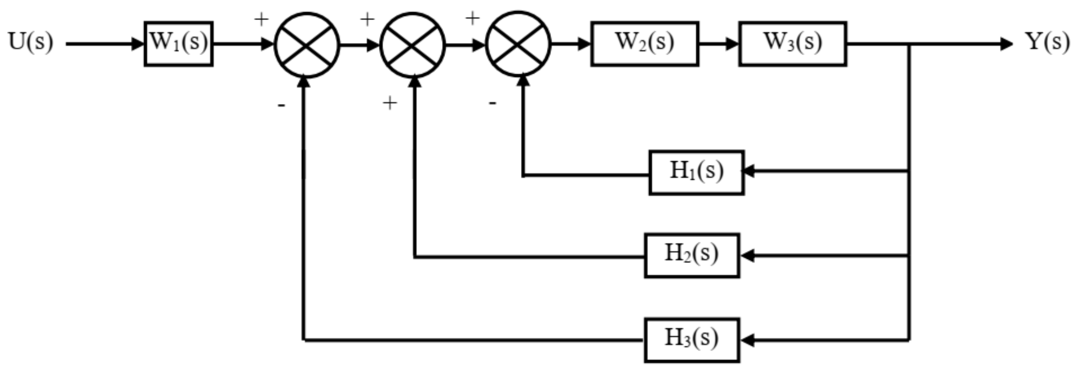
- *Các bộ cộng liền nhau có thể đổi chỗ cho nhau hoặc cộng xếp chồng lại:*

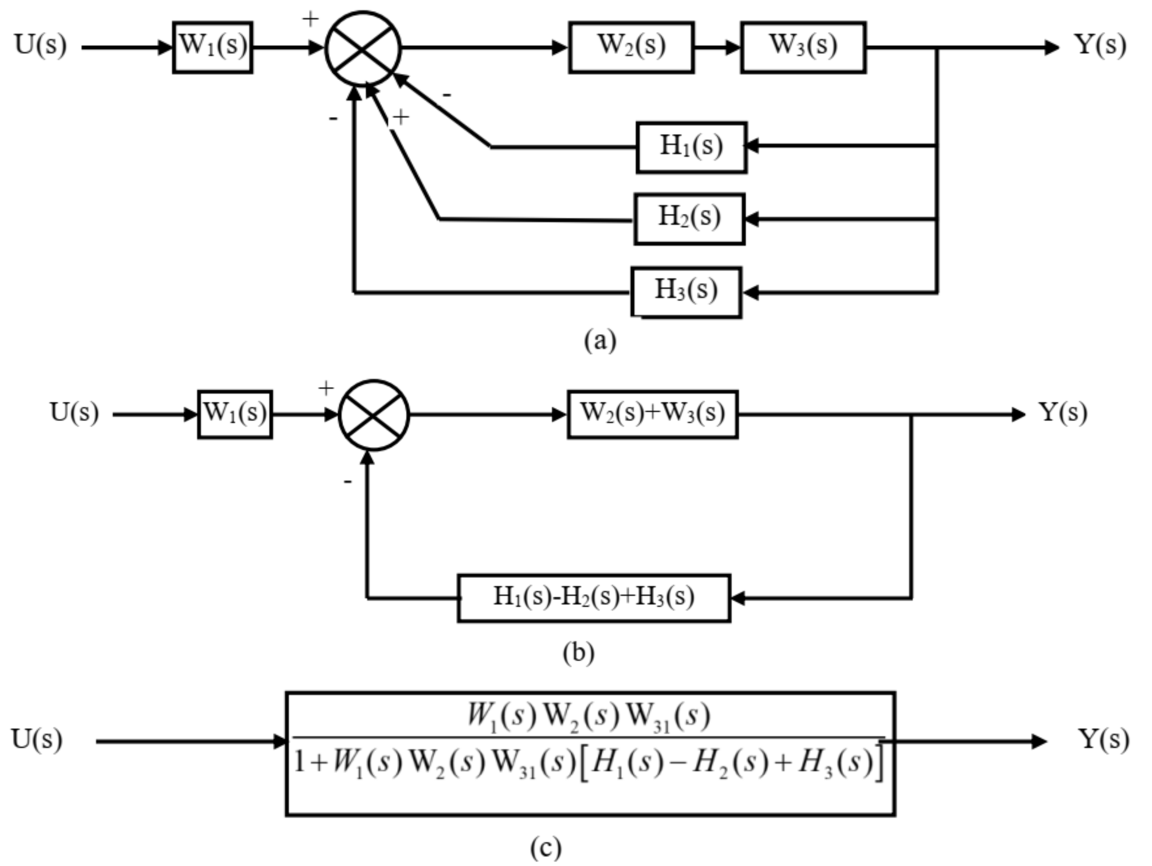


Hoặc là: $Y = X_1 - X_2 + X_3$



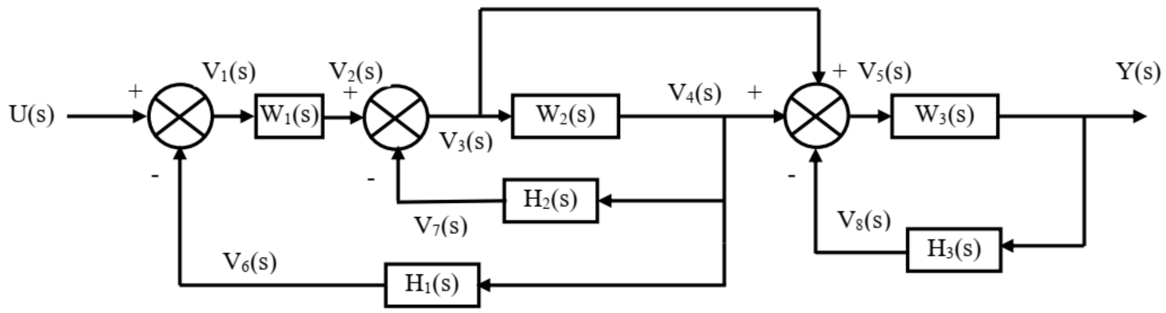
Ví dụ 1: Rút gọn hệ thống như hình sau

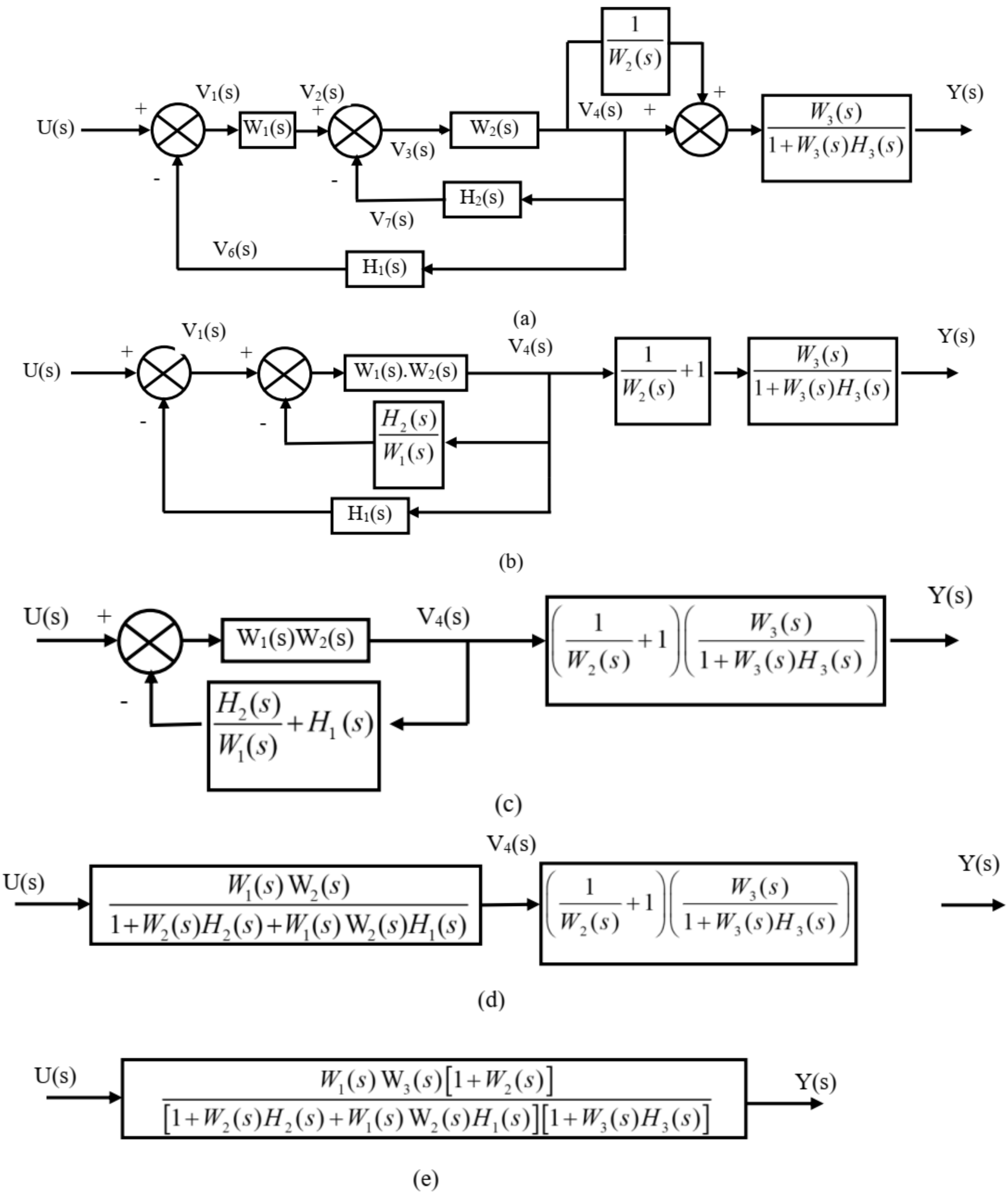




Hình 4.8: Hình biến đổi các sơ đồ khối cơ bản.

Ví dụ 2: Rút gọn sơ đồ khối áp dụng các quy tắc di chuyển tín hiệu



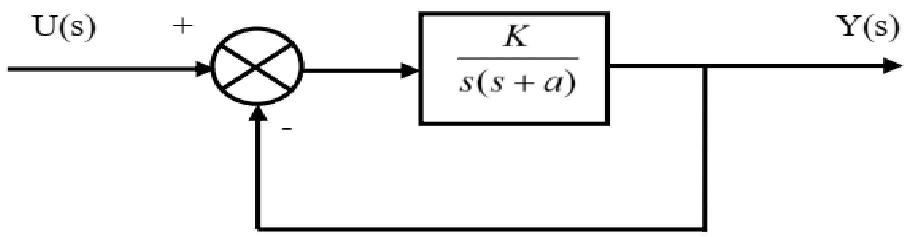


Hình 4.9: Rút gọn sơ đồ áp dụng các quy tắc biến đổi

4.2 Phân tích và thiết kế hệ thống phản hồi

Mục đích: ứng dụng các quy tắc trên để phân tích và thiết kế hệ thống bậc 2. Phần trăm độ quá điều chỉnh, thời gian đỉnh, thời gian tăng có thể được tính toán từ hàm truyền của hệ thống.

Xét hệ thống:



Hình 4.10: Hệ thống có phản hồi âm

Đối tượng có hàm truyền là: $$W(s) = \frac{K}{s(s+a)} \quad (4.10)$$

Hàm truyền của hệ thống được tính là:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + as + K} \quad (4.11)$$

Trong đó:

K: Hệ số khuếch đại (tỷ lệ giữa điện áp đầu vào và đầu ra)

Khi hệ số K thay đổi, các điểm cực thay đổi qua 3 chế độ hoạt động của hệ thống bậc hai: dao động tắt dần, tắt tắt dần tới hạn và dưới tắt dần. Ví dụ K biến đổi trong rải giữa 0 và $a^2/4$, các điểm cực của hệ thống là thực và được tính toán là:

$$s_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 4K}}{2} \quad (4.12)$$

Khi hệ số K tăng lên, các điểm cực di chuyển dọc theo trục thực và hệ thống vẫn dao động tắt dần cho đến khi K = $a^2/4$. Tại hệ số khuếch đại này, cả hai nghiệm đều là thực và bằng nhau, hệ thống là tắt dần tới hạn.

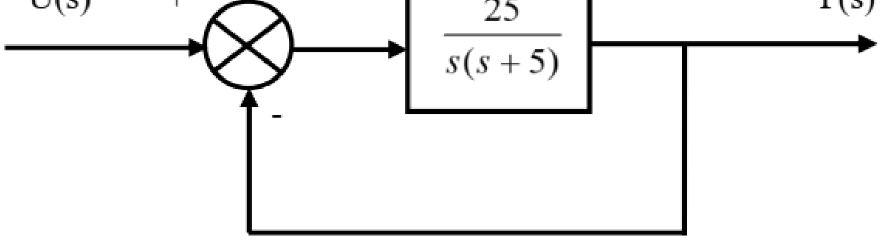
Đối với hệ số khuếch đại lớn hơn $a^2/4$, hệ thống là dưới tắt dần với các nghiệm hức là:

$$s_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm j\frac{\sqrt{4K - a^2}}{2} \quad (4.13)$$

Khi hệ số khuếch đại tăng lên, phần thực là hằng số và phần ảo tăng lên. Do vậy, thời gian đỉnh giảm xuống lên và phần trăm độ quá điều chỉnh tăng lên, trong khi settling time vẫn là hằng số.

- Tính thời gian đáp ứng nhanh.

Bài toán: cho hệ thống



Hình 4.11: Sơ khối hệ thống phản hồi biết trước hệ số khuếch đại

Tìm hằng số thời gian đỉnh T_p, phần trăm độ quá điều chỉnh $\sigma\%$ và thời gian T_s

Giải:

Hàm truyền của hệ thống có phản hồi là:

$$T(s) = \frac{25}{s^2 + 5s + 25} \tag{4.14}$$

Từ công thức:

$$w_n = \sqrt{b} = \sqrt{25} = 5 \tag{4.15}$$

Mặt khác:

$$a = 2\zeta w_n \text{ với a = 5 ta có } 5 = 2\zeta w_n \tag{4.16}$$

Suy ra $\zeta = 0.5$

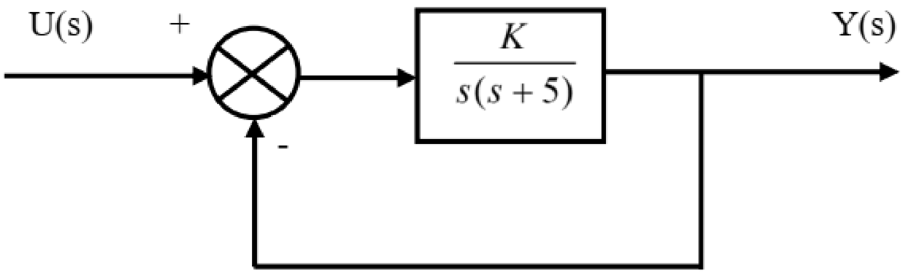
Ta có công thức tính như sau:

$$T_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.726s \tag{4.17}$$

$$\%OS = e^{-\zeta\pi\sqrt{1-\zeta^2}} x100 = 16.303 \tag{4.18}$$

$$T_s = \frac{4}{\zeta w_n} = 1.6s \tag{4.19}$$

- Tìm hệ số khuếch đại của hệ thống khi biết phần trăm độ quá điều chỉnh



Hình 4.12: Sơ đồ khối của hệ thống phản hồi khi hệ số khuếch đại K chưa biết

Hàm truyền của hệ kín là:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + K} \tag{4.20}$$

Từ công thức $5 = 2\zeta w_n$ và $w_n = \sqrt{K}$ ta tính được:

$$\zeta = \frac{5}{2\sqrt{K}} \tag{4.21}$$

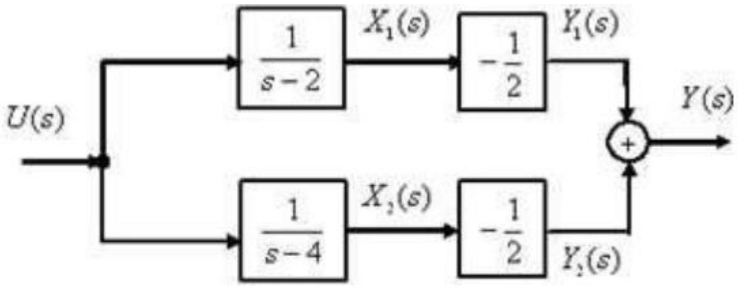
Như ta đã biết phần trăm độ quá điều chỉnh %OS là hàm của ζ mà ở đây ζ lại là hàm phụ thuộc hệ số K. Do vậy khi ta thay công thức (4.21) vào công thức tính σ (4.18) , σ lại là hàm phụ thuộc hệ số khuếch đại K.

Với chỉ tiêu chất lượng σ cho trước ta dễ dàng tính được hệ số ζ = 0.591. Thay vào công thức (4.21) ta tìm được hệ số khuếch đại K = 17.892.

Mặc dù ta thiết kế theo độ quá điều chỉnh nhưng ta không thể lựa chọn được thời gian dao động được bởi vì phần thực luôn là -2.5 (không cần tính đến hệ số khuếch đại K).

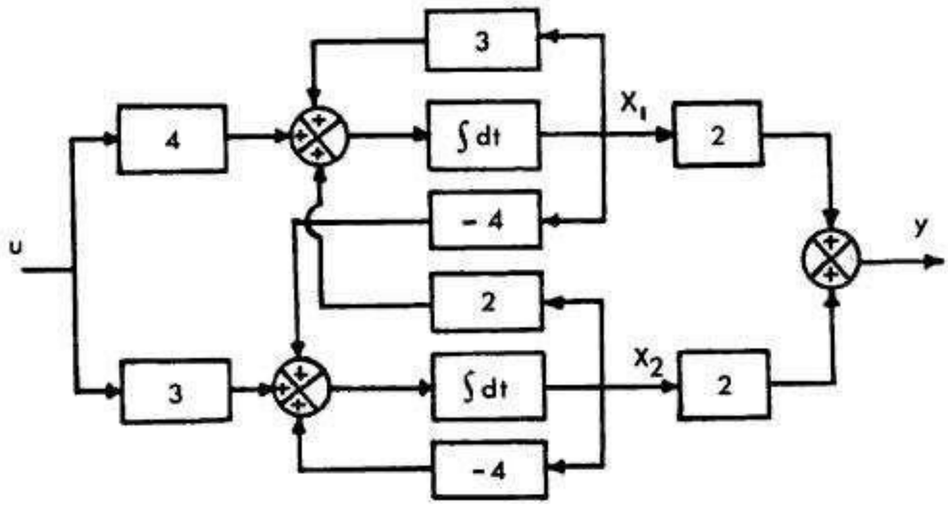
Câu hỏi và bài tập:

Câu 1: Cho hệ thống sau:

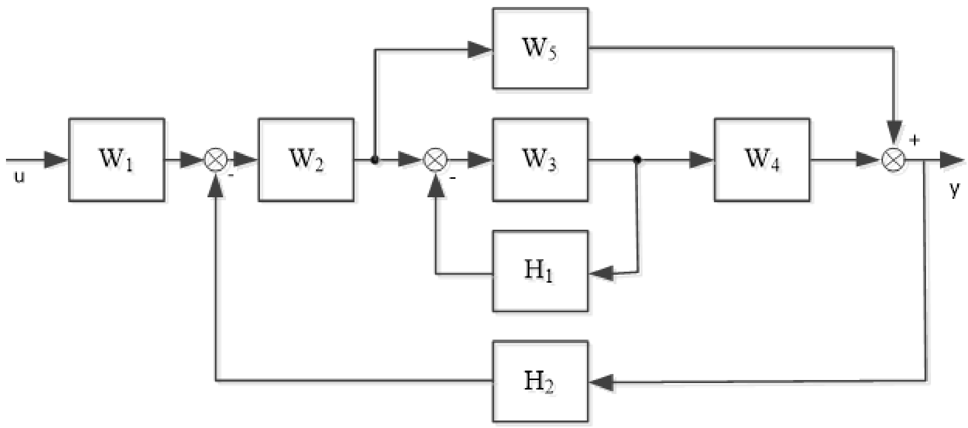


Tìm hàm truyền của hệ.

Câu 2: Tìm hàm truyền của hệ thống có sơ đồ khối sau:

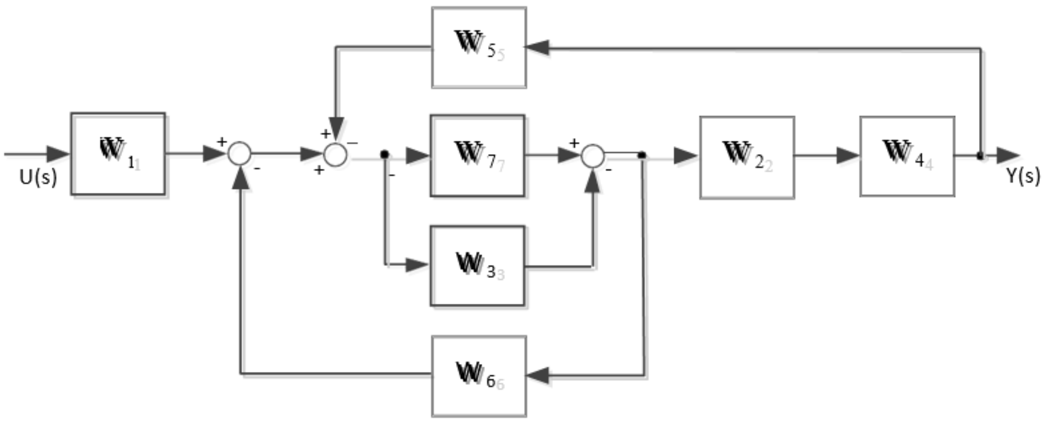


Câu 3: Cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc sau:



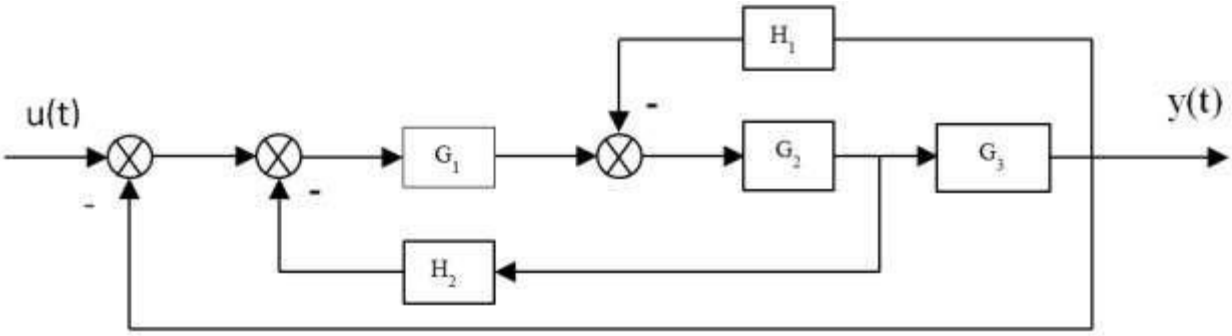
Rút gọn sơ đồ xác định hàm truyền của hệ

Câu 4: Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau:



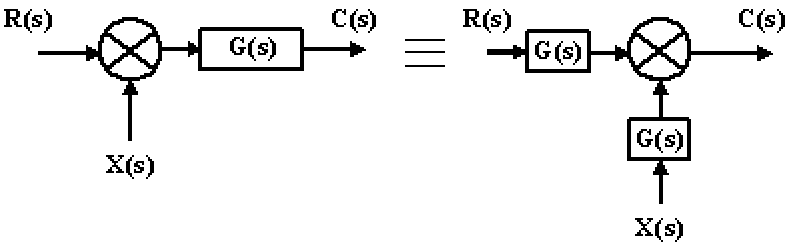
Sử dụng các quy tắc biến đổi sơ đồ, xác định hàm truyền của hệ

Câu 5: Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau:

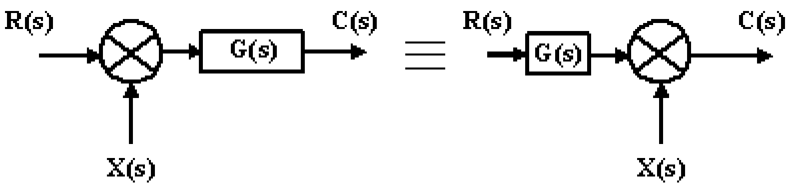


Sử dụng các quy tắc biến đổi sơ đồ, xác định hàm truyền của hệ.

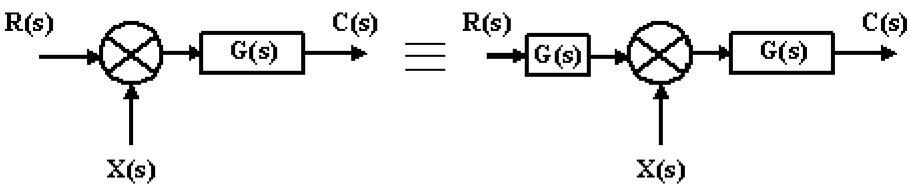
Câu 6: Hình vẽ nào thể hiện biến đổi một tín hiệu vào từ trước một khâu ra sau một khâu



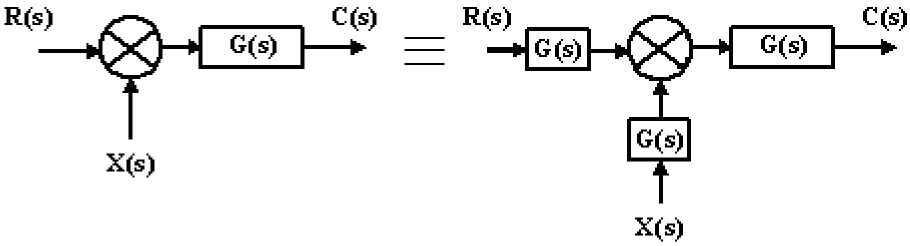
a.



b.

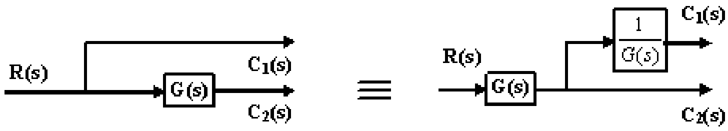


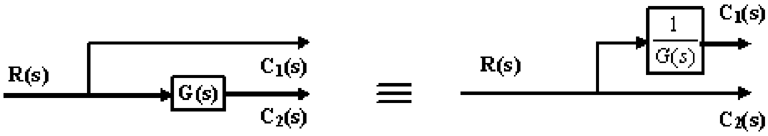
c.

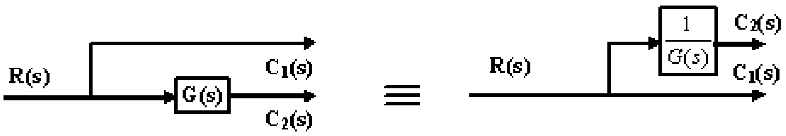


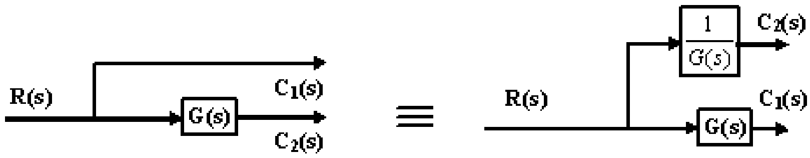
d.

Câu 7: Hình vẽ nào thể hiện biến đổi một tín hiệu ra từ trước một khâu ra sau một khâu

a.


b.


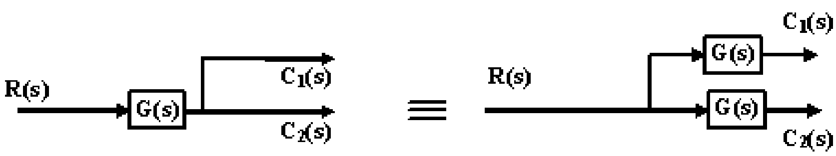
c.


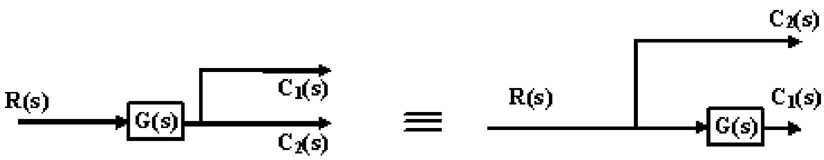
d.


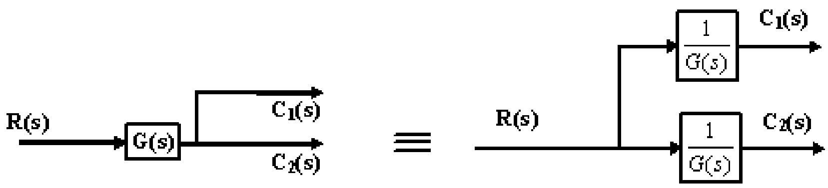
Câu 8: Ưu điểm của quy tắc Masson so với quy tắc sơ đồ khối

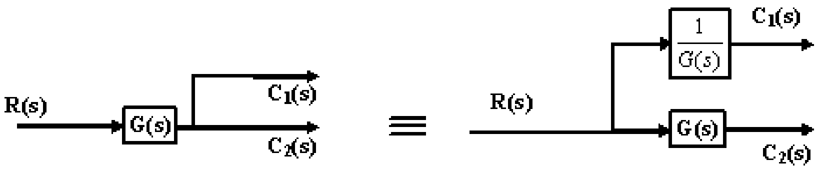
a. Mang tính hệ thống
b. Xác định đặc tính quá độ thuận tiện
c. Khảo sát tính điều khiển được nhanh
d. Tính phương trình đặc tính của hệ thống đơn giản

Câu 9: Hình vẽ nào thể hiện biến đổi một tín hiệu ra từ sau một khâu ra trước một khâu.

a.


b.


c.


d. 

Câu 10: Hàm truyền đạt của một nhánh

a. Là tỷ số của giá trị nút ngọn và giá trị nút gốc

b. Là tỷ số của giá trị nút ngọn trước nó và giá trị nút gốc liền kề

c. Là tỷ số của giá trị nút gốc chia cho giá trị của nút ngọn

d. Là tỷ số giữa nhánh gốc và nhánh ngọn

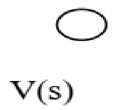
Bài 7: Grap tín hiệu (số tiết 03)

4.3 Grap tín hiệu

4.3.1 Các khái niệm cơ bản

- Graph là một đồ hình gồm các nhánh và các nút.

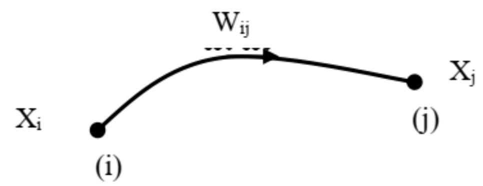
- Mỗi nút của Graph được biểu diễn bằng một điểm và ghi tên một đại lượng nào đó trong hệ thống điều khiển.



Hình 4.13: Một nút cơ bản

- Nút gốc là lượng vào, nút ngọn là lượng ra của một khâu nào đó.

- Một nhánh nối nút gốc và nút ngọn có mũi tên, trên đó ghi giá trị của hàm truyền đạt tương ứng với một khâu nào đó.



Hình 4.14: Biểu diễn một nhánh cơ bản

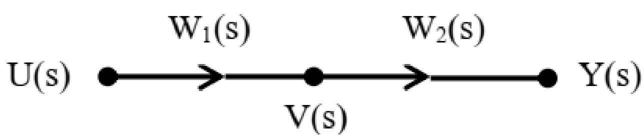
Hàm truyền đạt của một nhánh bằng tỷ số của giá trị nút ngọn và giá trị nút gốc:

$$W_{ij} = \frac{X_j}{X_i} \qquad (4.22)$$

Sự liên kết của các nhánh riêng lẻ tạo thành một Graph tín hiệu cho một hệ thống điều khiển.

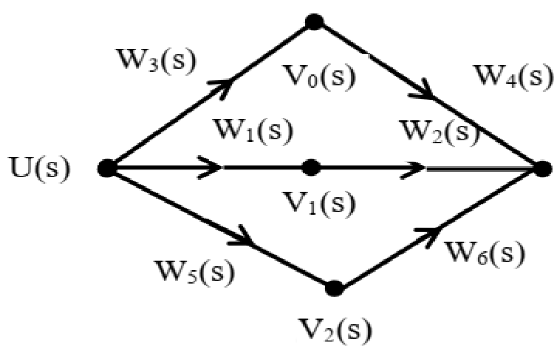
4.3.2 Các dạng biểu diễn Graph tín hiệu

- Dạng nối tiếp:



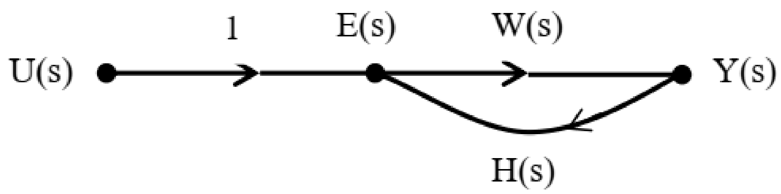
Hình 4.15: Graph biểu diễn hệ thống nối tiếp

- Dạng song song:



Hình 4.16: Graph biểu diễn hệ thống song song

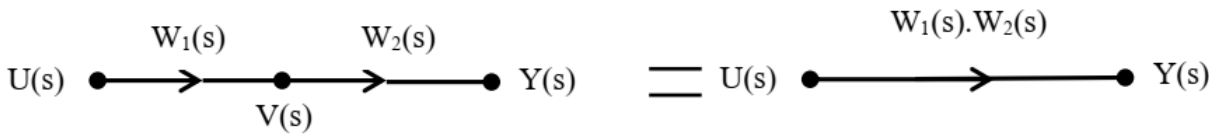
- Dạng phản hồi:



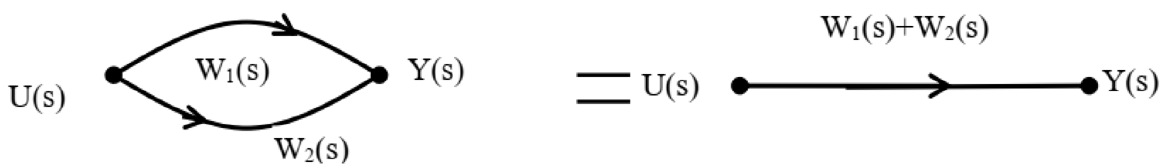
Hình 4.17: Graph biểu diễn hệ thống có phản hồi

4.3.3 Các quy tắc biến đổi Graph

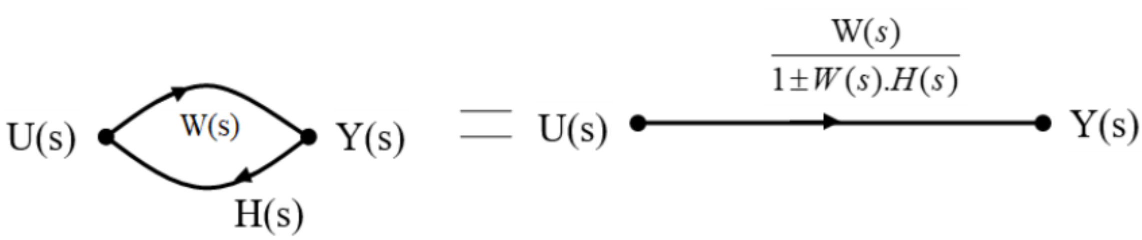
- Các nhánh nối tiếp:



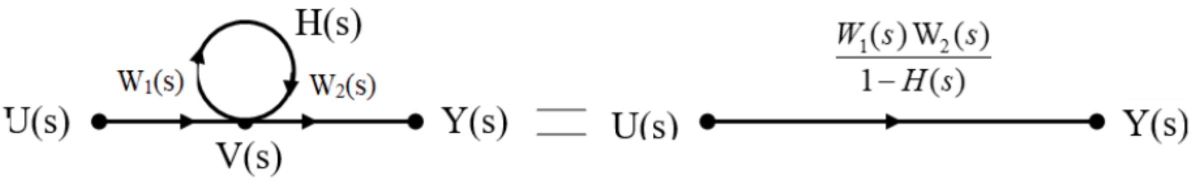
- Các nhánh song song:



- Phản hồi dương hoặc âm



- Khử nhánh tạo vòng kín.



4.3.4 Quy tắc Masson

Hàm truyền đạt Y(s)/U(s) trong một hệ thống được biểu diễn bằng Graph được tính theo công thức sau:

$$\mathrm{W}(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{\sum_{k} T_k \Delta_k}{\Delta} \qquad (4.23)$$

trong đó:

- k là số đường dòng hướng từ đầu vào cho đến đầu ra. Đường dòng là một đường liên tục bao gồm các nhánh có cùng một hướng khi đi đầu vào cho đến đầu ra mà khi tín hiệu truyền đạt qua một nút của nó từ gốc đến ngọn chỉ được một lần.

- T_k là hàm truyền đạt của dòng thứ k hướng từ đầu vào đến đầu ra.

- Δ_k là định thức con của Graph suy ra từ Δ bằng cách bỏ đi các vòng kín. L_i có dính với đường dòng thứ k.

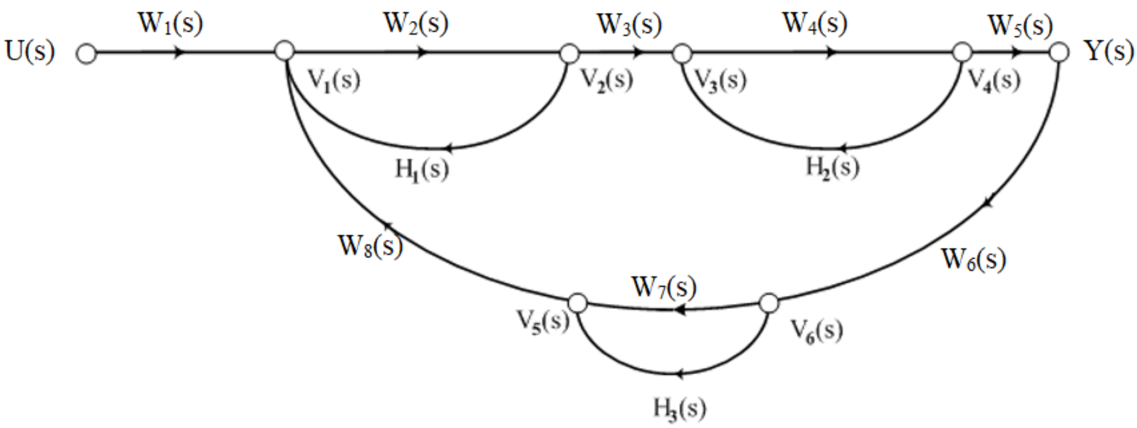
$$\Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{i,j} L_i L_J - \sum_{i,j,k} L_i L_J L_k + ... \qquad (4.24)$$

+ $\sum_i L_i$ là tổng số tất cả các hàm truyền đạt của các vòng kín có trong Graph. Vòng kín là một đường khép kín bao gồm các nhánh liên tiếp có cùng một hướng mà tín hiệu đi qua một nút của một nhánh nào nó chỉ được một lần.

+ $=\frac{1}{2\pi}\sum_{i,j} L_i L_J$ là tổng số các tích hàm truyền đạt của hai vòng kín không dính vào nhau ở trong Graph.

+ $\sum_{i,j,k} L_i L_J L_k$ là tổng số các tích hàm truyền đạt của ba vòng kín không dính vào nhau ở trong Graph.

Ví dụ:



Hình 4.18: Sơ khối minh hoạ quy tắc Masson

Bước 1: Xác định đường tiến trước

trong ví dụ này chỉ có một đường duy nhất là:

$P = W_1(s).W_2(s).W_3(s).W_4(s).W_5(s)$

Bước 2: Xác định hàm truyền của các vòng kín

$L_1 = W_2(s).H_1(s)$

$L_2 = W_4(s).H_2(s)$

$L_3 = W_7(s).H_4(s)$

$L_4 = W_2(s).W_3(s).W_4(s).W_5(s).W_6(s).W_7(s).W_8(s)$

Bước 3: Xác định tích các hàm truyền của hai vòng kín không dính vào nhau

$L_1L_2 = W_2(s).H_1(s).W_4(s).H_2(s)$

$L_1L_3 = W_2(s).H_1(s).W_7(s).H_4(s)$

$L_2L_3 = W_4(s).H_2(s).W_7(s).H_4(s)$

Bước 4: Xác định tích các hàm truyền của ba vòng kín không dính vào nhau

$L_1L_2L_3 = W_2(s).H_1(s).W_4(s).H_2(s).W_7(s).H_4(s)$

Bước 5: Tính Δ

$$\Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{i,j,k} L_i L_j L_k$$

$$= 1 - [W_2(s).H_1(s) + W_4(s).H_2(s) + W_7(s).H_4(s) + W_2(s).W_3(s).W_4(s).W_5(s).W_6(s).W_7(s).W_8(s)] +$$

$$+ [W_2(s).H_1(s).W_4(s).H_2(s) + W_2(s).H_1(s).W_7(s).H_4(s) + W_4(s).H_2(s).W_7(s).H_4(s)] -$$

$$- [W_2(s).H_1(s).W_4(s).H_2(s).W_7(s).H_4(s)]$$

Bước 6: Xác định Δ_k

Ở đây chỉ có L_3 là không dính đến P

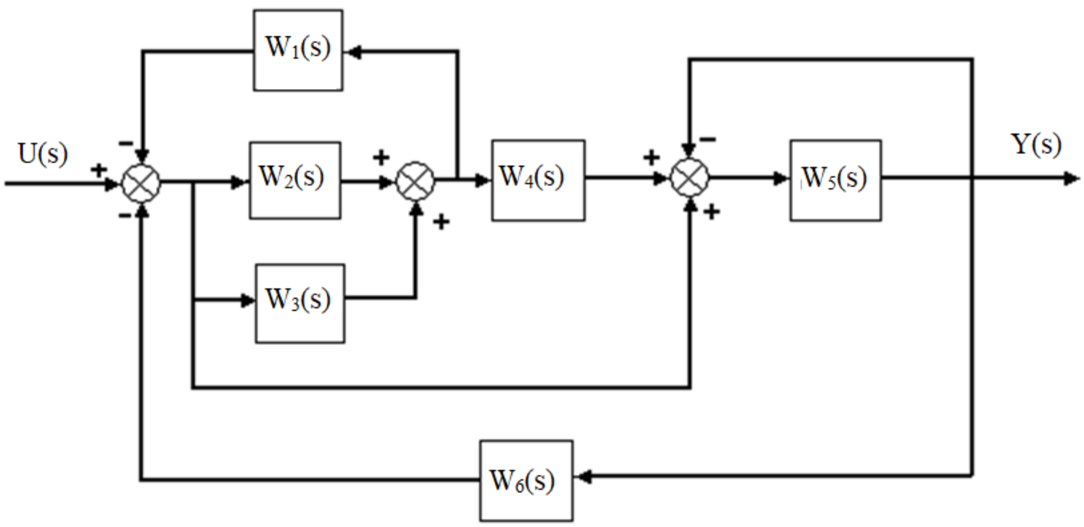
$$\Delta_1 = 1 - W_7(s).H_4(s)$$

Từ các công thức tính toán trên ta thay vào công thức tính G(s) ta được:

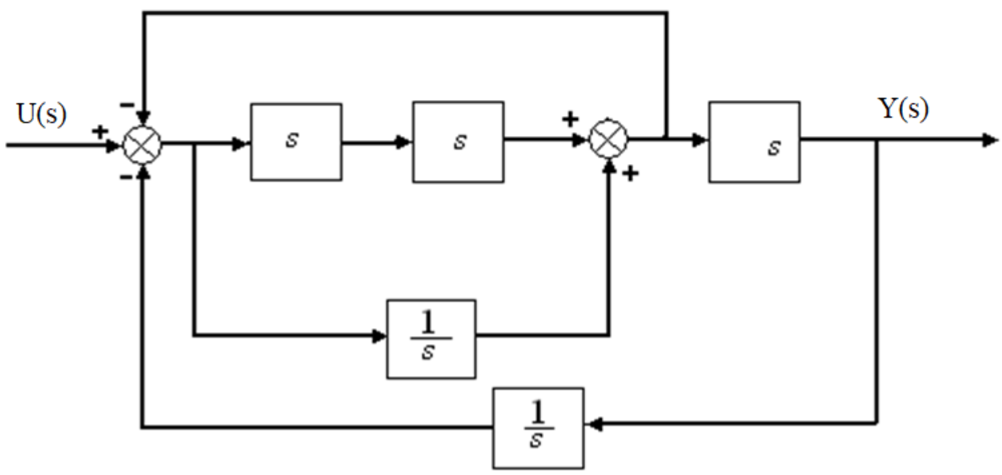
$$W(s) = \frac{T_k.\Delta_k}{\Delta} = \frac{W_1(s).W_2(s).W_3(s).W_4(s).W_5(s)[1 - W_7(s).H_4(s)]}{\Delta}$$

Câu hỏi và bài tập chương 4:

Câu 1: Rút gọn sơ đồ hệ thống sau:

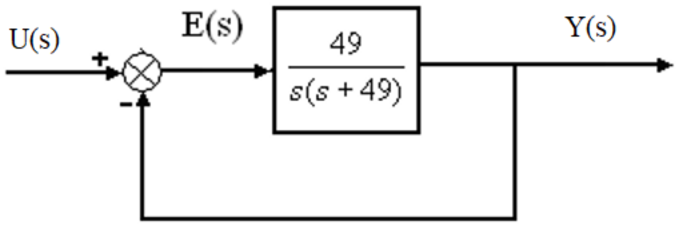


a)

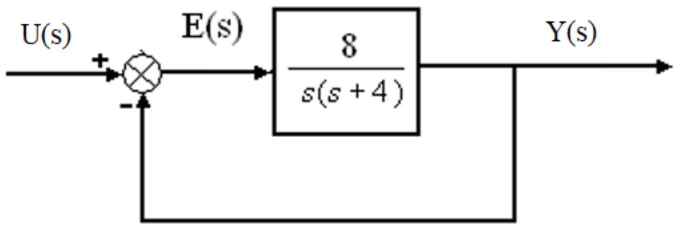


b)

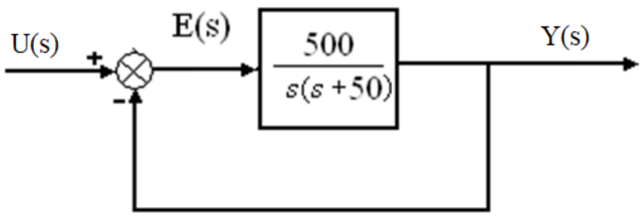
Câu 2: Cho hệ thống sau



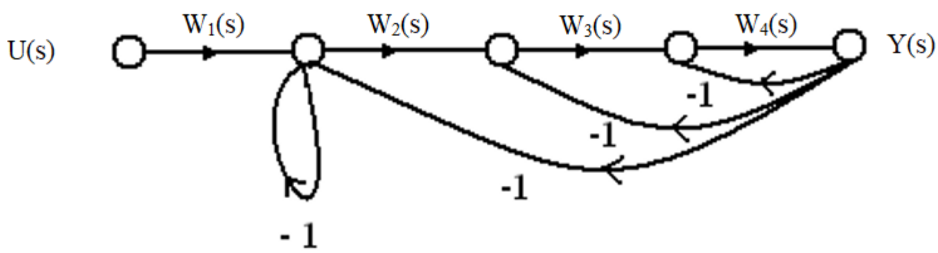
Tìm độ quá điều chỉnh OS%, thời gian quá độ và thời gian đỉnh khi tín hiệu đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị.
Tìm tín hiệu c(t) khi tín hiệu đầu vào r(t) là tín hiệu bậc thang đơn vị.



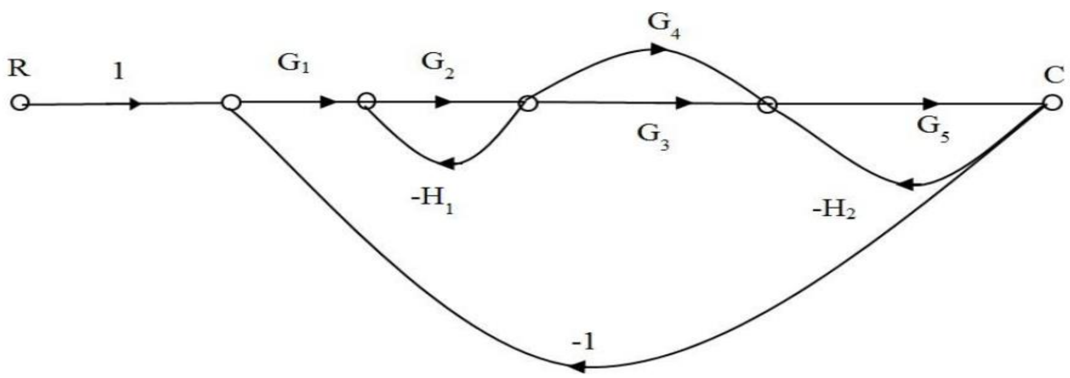
Câu 3: Tìm $\zeta, \omega_{n,}$OS%, thời gian đỉnh và thời gian quá độ của hệ thống sau



Câu 4: Sử dụng quy tắc Masson tìm hàm truyền W(s) của hệ thống cho dưới đây



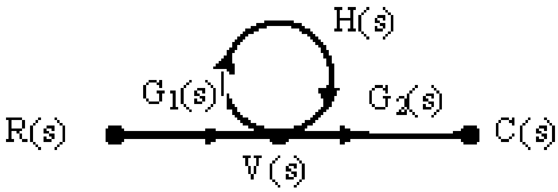
Câu 5: Sử dụng công thức Mason, xác định hàm truyền của hệ có graph tín hiệu như sau:



Câu 6: Khái niệm vòng kín là

a. Là một đường cong khép kín không phụ thuộc vào chiều mũi tên của các nhánh
b. Là một đường khép kín bao gồm các nhánh và các nút liên tiếp nhau có cùng hướng mà tín hiệu đi qua mỗi nút của một nhánh một lần
c. Là một đường khép kín bao gồm các nhánh và các nút liên tiếp nhau có cùng hướng mà tín hiệu đi qua một nút gốc và một lần
d. Là một đường khép kín bao gồm nhánh liên tiếp nhau của một đường tiến có cùng hướng mà tín hiệu đi qua mỗi nút của một nhánh một lần

Câu 7: Tìm hàm truyền đạt của vòng kín



a. $W(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1-H(s)}$

b. $W(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1+H(s)}$

c. $W(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G_2(s)}{1-G_1(s)H(s)}$

d. $W(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G_2(s)}{1+G_1(s)H(s)}$

Câu 8: Δ_k là định thức con của Graph được tính bằng

a. Bỏ đi các vòng kín có dính với đường tiến thứ k

b. $\Delta_k = 1 - L_i L_j$

c. $\Delta_k = 1 + \sum L_i$

d. $\Delta_k = 1 + \sum L_i - L_j$

Câu 9: Công thức nào được dùng để tính hàm truyền đạt của hệ thống theo quy tắc Masson

a. $W(s)=\dfrac{\sum T_k\Delta_k}{\Delta}$ với Δ là một biểu thức bậc hai dã biết

b. $W(s)=\dfrac{\sum T_k\Delta_k}{1-\sum\limits_i L_i+\sum\limits_{i,j} L_iL_j-\sum\limits_{i,j,l} L_iL_jL_l}$

c. $W(s)=\dfrac{\sum T_k\Delta_k}{1-\sum\limits_i L_i+\sum\limits_{i,j} L_iL_j-\sum\limits_{i,j,l} L_iL_jL_l+\ldots}$ với T_k là đường tiến, Δ_k là định thức con của Graph

d. $W(s)=\dfrac{\sum T_k\Delta_k}{1-\sum\limits_i L_i+\sum\limits_{i,j} L_iL_j-\sum\limits_{i,j,l} L_iL_jL_l-\ldots}$ với T_k là đường tiến, Δ_k là định thức con của Graph

Câu 10: Đường tiến là

a. Một đường liên tục bao gồm các nhánh và nút có cùng hướng đi từ đầu vào cho đến đầu ra mà khi tín hiệu truyền đạt qua nút gốc và nút ngọn chỉ một lần

b. Một đường liên tục bao gồm các nhánh và nút có cùng hướng đi từ đầu vào cho đến đầu ra mà khi tín hiệu truyền đạt qua một nút từ gốc đến ngọn ít nhất một lần

c. Một đường liên tục bao gồm các nhánh và nút trên một đường thẳng

d. Một đường liên kết giữa nút gốc và nút ngọn

CHƯƠNG 5: SỰ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

Nội dung chính của chương: Xét ổn định cho hệ thống điều khiển tuyến tính theo các tiêu chuẩn đại số (Tiêu chuẩn Routh, Tiêu chuẩn Hurwitz) và các tiêu chuẩn tần số (Tiêu chuẩn Nyquist, Tiêu chuẩn Mikhailov).

Mục tiêu cần đạt được của chương: Sau khi học xong Chương 5, sinh viên hiểu được khái niệm sai số của hệ thống điều khiển tự động và biết vận dụng các tiêu chuẩn ổn định đại số, tiêu chuẩn ổn định tần số để xét ổn định cho hệ thống.

Bài 8: Tiêu chuẩn ổn định đại số (Số tiết: 03)

5.1 Khái niệm về ổn định hệ thống điều khiển tự động

Định nghĩa:

Ổn định của hệ thống là khả năng của hệ thống tự trở lại trạng thái xác lập sau khi các tác động phá vỡ trạng thái xác lập đã có mất đi. Thực chất khi nói tới ổn định là nói tới một đại lượng được điều khiển nào đó ổn định.

Một hệ thống ĐKTĐ là một hệ thống động học, thường được mô tả bằng phương trình vi phân bậc cao:

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m y(t)}{dt^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{dx(t)}{dt}+b_m x(t) \quad (5.1)$$

Nghiệm của phương trình vi phân này gồm hai thành phần:

$$y(t) = y_{qđ}(t) + y_0(t) \quad (5.2)$$

- $y_{qđ}$ (t): là nghiệm tổng quát của (5.1) khi vế phải bằng 0, đặc trưng cho quá trình quá độ.

- y_0 (t): là nghiệm riêng của (5.1) khi có vế phải, nó đặc trưng cho quá trình xác lập.

Quá trình xác lập là quá trình ổn định, vì vậy chỉ cần xét quá trình quá độ. Nếu quá trình quá độ theo thời gian bị triệt tiêu thì hệ ổn định, nếu không triệt tiêu thì hệ không ổn định. Mà nghiệm quá độ được biểu diễn bằng biểu thức tổng quát sau:

$$y_{qd} = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{s_i t} \quad (5.3)$$

Trong đó s_i là nghiệm của phương trình đặc trưng :

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ .\ .\ .\ + a_n = 0 \quad (5.4)$$

Từ những nhận xét trên ta có thể kết luận như sau: Một hệ thống được gọi là ổn định nếu quá trình quá độ tắt dần theo thời gian. Hệ thống không ổn định nếu quá trình quá độ tăng dần theo thời gian. Hệ thống ở biên giới ổn định nếu quá trình quá độ không đổi hoặc dao động không tắt dần.

Biểu diễn bằng biểu thức toán học định nghĩa trên ta có hệ thống ổn định khi:

$$\lim_{t\to\infty} y_{qd}(t) = \lim \sum_{i=1}^{n} C_i e^{s_i t} = 0 \quad (5.5)$$

và hệ không ổn định khi:

$$\lim_{t\to\infty} y_{qd}(t) = \lim \sum_{i=1}^{n} C_i e^{s_i t} = \infty \tag{5.6}$$

Hệ thống được xét là hệ dừng, nghĩa là các hệ số a_i không biến đổi theo thời gian.

$$\lim_{t\to\infty} \sum C_i e^{s_i t} = \lim_{t\to\infty} \sum C_i e^{\alpha_i t} = 0 \tag{5.7}$$

Nếu $\alpha_i < 0$ Hệ ổn định, nếu $\alpha_i = 0$ hệ ở biên giới ổn định, nếu $\alpha_i > 0$ hệ không ổn định.

Khi s_i là cặp nghiệm phức liên hợp $s_i = \alpha_i \pm j\beta_i$

$$C_i e^{(\alpha_i + j\beta)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i + j\beta)t} = 2Ae^{\alpha_i t}\cos(\beta t + \varphi) \tag{5.8}$$

Nếu $\alpha_i < 0$ Hệ ổn định , nếu $\alpha_i = 0$ hệ ở biên giới ổn định , nếu $\alpha_i > 0$ hệ không ổn định.

5.2. Nhận xét chung

Hệ thống sẽ ổn định khi và chỉ khi tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực âm (tất cả các nghiệm nằm ở nửa bên trái mặt phẳng phức).

- Hệ thống sẽ ở biên giới ổn định nếu phương trình đặc tính có ít nhất một nghiệm thuần ảo còn tất cả các nghiệm khác là nghiệm thực âm hoặc nghiệm phức có phần thực âm (có ít nhất một nghiệm nằm trên trục ảo còn các nghiệm còn lại nằm ở nửa trái mặt phẳng phức).

- Hệ thống sẽ không ổn định nếu phương trình đặc tính có ít nhất một nghiệm có phần thực dương (có ít nhất một nghiệm nằm ở nửa phải mặt phẳng phức).

Như vậy để xét tính ổn định của hệ thống ta cần phải tìm nghiệm của phương trình vi phân (5.1) rồi lấy giới hạn. Việc này rất khó khăn, nên để xét ổn định chỉ cần tìm nghiệm của phương trình đặc trưng (5.3). Trong thực tế người ta tìm mối quan hệ giữa các hệ số của phương trình đặc trưng với các nghiệm có phần thực âm để đánh giá tính ổn định của hệ. Đó là các tiêu chuẩn ổn định. Có hai tiêu chuẩn ổn định:

- Tiêu chuẩn ổn định đại số: Tìm điều kiện ràng buộc giữa các hệ số của phương trình đặc tính để hệ ổn định. Đó là tiêu chuẩn Routh và tiêu chuẩn Hurwitz.
- Tiêu chuẩn ổn định tần số: Thông qua đặc tính tần số của hệ thống để xét tính ổn định. Đó là tiêu chuẩn ổn định Mikhailôp và tiêu chuẩn Nyquist.

5.3 Tiêu chuẩn ổn định đại số.

Điều kiện ổn định cần thiết của HT ĐKTĐ:

Giả sử hệ thống có phương trình đặc tính: $a_0s^n + a_1s^{n-1} + ... + a_{n-1}s + a_n = 0$

Như vậy, phương trình đặc tính có hai loại nghiệm :

Có m nghiệm thực ($s_i = -\alpha_i$) và (n - m)/2 nghiệm phức ($s_i = -\alpha_k \pm j\omega_k$).

Với α_i, α_k, ω_k đều dương.

Phương trình đặc tính được chuyển sang dạng:

$$a_0\prod_{i=1}^{m}(s+\alpha_i).\prod_{k=1}^{\frac{n-m}{2}}(s+\alpha_k-j\omega_k)(s+\alpha_k+j\omega_k)=0 \tag{5.9}$$

suy ra:

$$a_0\prod_{i=1}^{m}(s+\alpha_i).\prod_{k=1}^{\frac{n-m}{2}}((s+\alpha_k)^2+\omega_k^2)=0 \tag{5.10}$$

Nếu ta khai triển phương trình trên sẽ được một đa thức có tất cả các hệ số đều dương. *Như vậy, điều kiện cần thiết để hệ thống ổn định là tất cả các hệ số của phương trình đặc tính phải dương (phải cùng dấu).*

5.3.1 Tiêu chuẩn Routh

5.3.1.1. Phát biểu tiêu chuẩn

Điều kiện cần và đủ để cho hệ thống tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh dương.

Ví dụ 1:

Hệ thống có phương trình đặc tính: $s^4 - s^3 + 5s^2 + 4s + 1 = 0$ không ổn định vì không thỏa mãn điều kiện cần (do có hệ số âm).

Hệ thống có phương trình đặc tính: $s^4 + 2s^3 + s + 2 = 0$ không ổn định vì không thỏa mãn điều kiện cần (do có hệ số bằng 0)

5.3.1.2. Cách thành lập bảng Routh

Giả sử cho phương trình đặc tính sau:

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + a_3 s^{n-3} + \ldots + a_{n-1}s + a_n = 0 \tag{5.11}$$

Hai hàng đầu bảng Routh được sắp xếp như sau :

$$\begin{array}{lllll} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \ldots \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \ldots \\ b_0 & b_2 & b_4 & b_6 & \ldots \\ b_1 & b_3 & b_5 & b_7 & \ldots \\ c_0 & c_2 & c_4 & c_6 & \ldots \end{array}$$

Các số hạng trong các hàng được tính theo biểu thức sau :

$$b_0=-\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1}=\frac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1};b_2=-\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1}=\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}$$

$$b_1=-\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0}=\frac{b_0a_3-a_1b_2}{b_0};b_3=-\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & b_4 \end{vmatrix}}{b_0}=\frac{b_0a_5-a_1b_4}{b_0}$$

$$c_0=-\frac{\begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1}=\frac{b_1b_2-b_0b_3}{b_1};c_2=-\frac{\begin{vmatrix} b_0 & b_4 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix}}{b_1}=\frac{b_1b_4-b_0b_5}{b_1}$$

5.3.1.3. Nhận xét

Mỗi một số hạng trong một hàng của bảng Routh là một thương số có:

- Tử số: Là một định thức hạng hai mang dấu âm với cột thứ nhất của nó cũng là cột thứ nhất của hai hàng đứng sát trên hàng có số hang đang tính ,còn cột thứ hai của định thức chính là cột đứng sát bên phải số hạng đang tính cũng của hai hàng trên.

- Mẫu số: Trong tất cả các số hạng của một hàng có chung mẫu số chính là số hạng đứng ở cột thứ nhất và ở hàng sát ngay trên số hạng đang tính.

Ví dụ 2: Cho phương trình đặc tính của hệ thống :

$$s^4 + 2s^3 + 8s^2 + 4s + 3 = 0 \qquad (5.12)$$

Xét ổn định cho hệ thống trên theo tiêu chuẩn Routh.

Giải:

Ta thấy các hệ số của phương trình đặc tính trên đều dương nên thỏa mãn điều kiện cần. Để xét điều kiện đủ, ta tiến hành lập bảng Routh.

Lập bảng Routh:

1	8	3
2	4	0
6	3	
3	0	
3		

Ta thấy tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh dương nên ta kết luận hệ thống trên ổn định.

5.3.1.4. Một số tính chất của bảng Routh

- Khi lập bảng Routh, để giản đơn trong tính toán, có thể nhân hay chia các hệ số trong cột với cùng một đại lượng, kết quả vẫn không thay đổi.

- Trong trường hợp hệ không ổn định, bao nhiêu lần đổi dấu ở cột 1 thì có bấy nhiêu nghiệm ở nửa phải mặt phẳng phức.

- Nếu trị số gần cuối ở cột một bằng 0 ($C_{1n} = 0$) có nghĩa là nghiệm kép thuần ảo. Trị số cuối cùng sẽ không tính được vì $r_{n+1} = \propto$. Nếu trị số cuối cùng bằng 0 ($C_{1n+1} = 0$) thì phương trình đặc trưng có một nghiệm bằng 0 vì $a_n = 0$.

- Nếu các hệ số của một hàng bằng 0, hệ có nghiệm phải hoặc cặp nghiệm nằm trên trục ảo.

5.3.2 Tiêu chuẩn Hurwitz

5.3.2.1. Phát biểu tiêu chuẩn.

Điều kiện cần và đủ để hệ tuyến tính ổn định là hệ số $a_0 > 0$ và các định thức Hurwitz dương.

5.3.2.2. Thành lập định thức Hurwtiz.

- Định thức Hurwitz lập từ ma trận hệ số theo quy tắc sau:

Theo đường chéo của ma trận, viết các hệ số từ a_1 đến a_n.

Phía trên đường chéo, các hệ số tăng dần, phía dưới giảm dần.

Các hệ số nhỏ hơn a_0 và lớn hơn a_n đều bằng 0.

- Ma trận có dạng như sau:

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \cdots & \Delta_n \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots\cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots\cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & a_n \end{vmatrix} \end{array} \tag{5.13}$$

Các định thức Hurwitz dương tương ứng với :

$\Delta_1 = a_1 > 0$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \tag{5.14}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_3^2 a_0 + a_5 a_1 a_0 > 0$$

....

$\Delta_{n-1} > 0$

$\Delta_n = a_n.\ \Delta_{n-1} > 0$

Lưu ý: Khi khảo sát tính ổn định với $a_0 > 0$, nếu có hệ số bất kỳ nào âm ($a_i < 0$) thì đủ để kết luận là hệ không ổn định.

Với điều kiện $a_i > 0$ (i = 0,1,2...n) thì chỉ cần xét $\Delta_i > 0$ với i = 2, ... n-1 là được, vì $\Delta_1 = a_1$, $\Delta_n = a_n.\ \Delta_{n-1}$.

Chú ý: Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz chỉ là một dạng biểu diễn khác của tiêu chuẩn Routh. Nó chỉ dùng với hệ thống có phương trình đặc tính bậc thấp (dưới bậc 4).

5.3.3 Một số trường hợp đặc biệt của tiêu chuẩn Routh.

Hai trường hợp đặc biệt có thể xảy ra:

- Xuất hiện số 0 ở cột thứ nhất.
- Xuất hiện một hàng toàn số 0.

a) Số 0 ở cột thứ nhất

Nếu có số 0 ở cột thứ nhất thì việc tạo ra hàng tiếp theo sẽ chia cho số 0. Để tránh trường hợp này, ta thay hệ số bằng 0 ở cột 1 bởi số ε dương, nhỏ tùy ý. Sau đó dùng ε để tính toán và xét dấu cho cột đầu tiên.

Ví dụ : Xác định tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc tính sau:

$$s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 8s + 3 = 0 \quad (5.16)$$

Lập bảng Routh và xét dấu:

Lấy ε = ½

s^4	1	4	3
s^3	2	8	0
s^2	$0\ (\varepsilon) > 0$	3	
s^1	$(8 - 6/\varepsilon) < 0$	0	
s^0	3		

Ta thấy bảng Routh đổi dấu hai lần lần có nghĩa là phương trình đặc tính có hai nghiệm nằm bên phải trục ảo. Vì vậy hệ thống trên không ổn định.

b) Có một hàng toàn số không

Khi gặp trường hợp này, đầu tiên ta quay lại hàng phía trên hàng có toàn số 0 và thành lập một đa thức phụ P(s) mà sử dụng các giá trị của hàng đó làm hệ số. Đa thức bắt đầu với lũy thừa của s ở cột kí hiệu s và bỏ biến tiếp theo và thực hiện hạ bậc đa thức phụ, ta được đa thức dP(s)/ds. Thay hàng có tất cả các hệ số bằng 0 bởi một hàng khác có các hệ số chính là hệ số của đa thức dP(s)/ds, sau đó quá trình tính toán tiếp tục.

Ví dụ: Xác định số nghiệm nằm bên phải, bên trái trục ảo của hệ kín có phương trình đặc tính sau:

$$s^5 + 4s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 7s + 4 = 0 \quad (5.17)$$

Lập bảng Routh

s^5	1	8	7
s^4	4	8	4
s^3	6	6	0
s^2	4	4	0
s^1	$\cancel{0}$ 8	0	
s^0	4		

Đa thức phụ : $P(s) = 4s^2 + 4$ (5.18)

Lấy vi phân đa thức P(s) ta được:

$$dP(s)/ds = 8s + 0 \quad (5.19)$$

Sử dụng các hệ số trong đa thức (5.19) để thay thế hàng có toàn số 0. Sau khi thay và tính toán ta thấy cột đầu tiên các hệ số đều dương, do vậy, không có điểm cực nào nằm bên phải trục ảo.

Đa thức phụ có nghiệm là j và –j cũng chính là nghiệm của phương trình đặc tính nên hệ kín có 2 nghiệm nằm trên trục ảo.

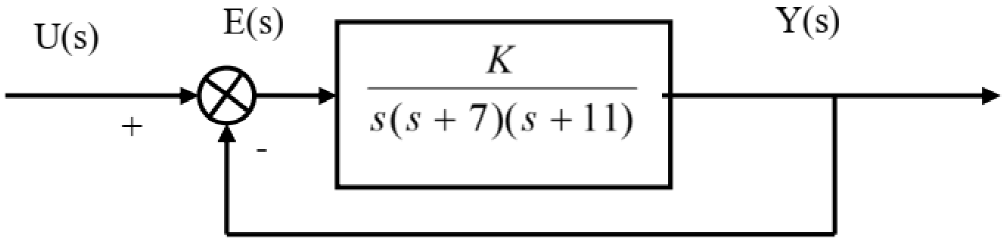
Số nghiệm nằm bên trái trục ảo là: 5 – 2 = 3

Hệ thống ở biên giới ổn định.

Chú ý: Nghiệm của đa thức phụ cũng chính là nghiệm của phương trình đặc tính.

5.3.4. Sử dụng tiêu chuẩn Routh – Hurwitz để thiết kế sự ổn định

Ví dụ: Cho hệ thống sau:



Hình 5.1. Hệ thống có hệ số khuếch đại K chưa biết

Tìm phạm vi của hệ số khuếch đại K để hệ thống ổn định, không ổn định hay ở biên giới ổn định.

Giải:

Hàm truyền của hệ kín là:

$$W(s)=\frac{K}{s^3+18s^2+77s+K} \tag{5.20}$$

Thành lập bảng Routh

s^3	1	77	0
s^2	18	K	0
s^1	$\frac{1386-K}{18}$	0	
s^0	K		

Giả thiết K > 0: Các phần tử trong cột đầu tiên đều dương ngoại trừ hàng thứ ba. Giá trị có thể dương, âm hay bằng không tuỳ thuộc vào giá trị của K.

Nếu K < 1386 thì tất cả các phần tử của cột đầu tiên đều dương, không có sự đổi dấu, do vậy các điểm cực nằm bên trái trục ảo. Vậy hệ thống ổn định với K < 1386.

Nếu K > 1386 thì phần tử ở hàng thứ 3 âm và trong cột đầu tiên có sự đổi dấu hai lần, do vậy, có hai nghiệm nằm bên phải trục ảo và một nghiệm nằm bên trái trục ảo. Điều này có nghĩa là hệ thống không ổn định khi K > 1386.

Nếu K = 1386 thì sẽ xuất hiện số 0 ở hàng thứ 3 (hàng s^1), quay lại hàng s^2 và thay K = 1386.

Sau đó lập đa thức phụ: $P(s) = 18s^2 + 1386$ (5.21)

Lấy vi phân:

$$\frac{dP(s)}{ds}=36s+0 \tag{5.22}$$

Thay các hệ số trong đa thức (5.22) vào bảng Routh, ta được:

s^3	1	77	0
s^2	18	1386	0
s^1	36	0	
s^0	1386		

Nhận xét:

- Các phần tử trong cột thứ nhất đều dương và không có sự đổi dấu.

- Đa thức phụ có hai nghiệm nằm trên trục ảo và nghiệm còn lại nằm bên trái trục ảo.

Do vậy hệ thống ở biên giới ổn định khi K = 1386.

Câu hỏi và bài tập

Câu 1: Nêu khái niệm ổn định của hệ thống. Trình bày cách xét ổn định cho hệ thống điều khiển tự động dựa vào nghiệm của phương trình đặc tính.

Câu 2: Cho phương trình đặc tính của hệ thống

a) $A(s) = s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 6s^2 + 8s + 6$

b) $A(s) = s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 9s + 1$

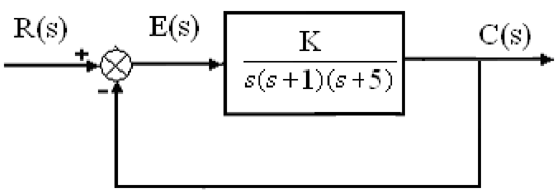
Dùng tiêu chuẩn Routh xét ổn định của hệ thống.

Câu 3: Hệ thống có hàm truyền sau:

$$W(s) = \frac{1}{s^4 + 8s^3 + 3s^2 + 11s + 9}$$

Dùng tiểu chuẩn Hurwitz xét tính ổn định của hệ thống.

Câu 4: Xét tính ổn định của hệ thống sau theo hệ số K



Câu 5: Trình bày các trường hợp đặc biệt của Tiêu chuẩn Routh và cho ví dụ minh họa.

Câu 6: Điều kiện cần của các tiêu chuẩn đại số là:

a. Tất cả các hệ số của phương trình hệ số khác không và cùng dấu

b.Tất cả các hệ số của phương trình đại số khác không và cùng dấu

c.Tất cả các hệ số của phương trình tuyến tính cùng dấu

d.Tất cả các hệ số của phương trình đặc tính khác không và cùng dấu

Câu 7: Trên đường chéo chính của ma trận Hurwitz bao gồm:

a. Các hệ số từ a_1 đến a_{n+1}

b. Các hệ số từ a_0 đến a_{n-1}

c. Các hệ số từ a_0 đến a_n

d. Các hệ số từ a_1 đến a_n

Câu 8: Tiêu chuẩn Routh áp dụng cho hệ thống nào?

a. Hệ kín và hệ hở

*b.*Chỉ cho hệ thống kín

c. Chỉ cho hệ thống hở

d. Hệ thống phản hồi âm

Câu 9: Tiêu chuẩn ổn định Routh cho biết điều gì ?

a. Có bao nhiêu điểm cực và điểm không

b. Có bao nhiêu điểm cực nằm bên trái, bên phải hay trên trục ảo của mặt phẳng s

c. Hệ thống là tuyến tính hay là phi tuyến

d. Hệ thống làm việc được trong thời gian bao nhiêu lâu

Câu 10: Số lần đổi dấu trong cột thứ nhất của bảng Routh thể hiện điều gì ?

a. Số điểm cực của hệ thống

b. Số nghiệm nằm bên trái trục ảo

c. Số nghiệm của phương trình đặc tính

d. Số nghiệm nằm bên phải trục ảo

Câu 11: Cho hệ thống kín có hàm truyền đạt sau:

$$W(s) = \frac{12(s+1)}{4s(3s^3 + 6s^2 + 18s + 9)}$$

Hệ thống đó là:

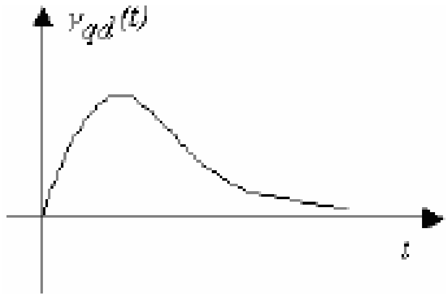
a. Ổn định

b. Không ổn định

c. Ở biên giới sự ổn định

d. Không kết luận được gì

Câu 12: Cho đặc tính quá độ của một hệ thống như sau



Hỏi hệ thống làm việc như thế nào ?

a. Hệ thống ổn định

b. Hệ thống không ổn định

c. Hệ thống ở biên giới sự ổn định

d. Hệ thống có dao động không tắt dần

Bài 9: Tiêu chuẩn ổn định tần số (Số tiết: 03)

5.4. Tiêu chuẩn ổn định tần số

5.4.1.Tiêu chuẩn ổn định Nyquist

Tiêu chuẩn này áp dụng để xét ổn định cho hệ thống kín với phản hồi (-1) dựa vào đặc điểm của đặc tính tần số hệ thống hở.

5.4.1.1. Sử dụng đặc tính tần số biên pha: $W_H(j\omega)$

Phát biểu: Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là:

- Khi hệ hở ổn định hoặc ở biên giới ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ không được bao điểm (-1, j0) khi ω biến đổi từ $0 \to \infty$.

- Khi hệ hở không ổn định thì đặc tính tần số biên pha hệ hở $W_H(j\omega)$ phải bao điểm (-1,j0) m/2 vòng khi ω biến đổi từ $0 \to \infty$. Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương.

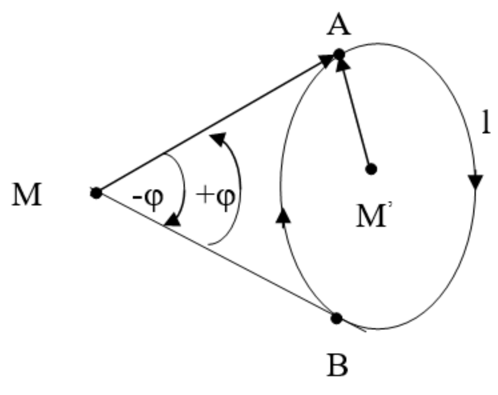
Nguyên lý bao:

- Cho đường cong kín l và 1 điểm M nằm ngoài đường cong. Từ M kẻ vector MA tiếp xúc với đường cong l. Cho vector MA trượt trên đường cong từ A →B theo chiều mũi tên vector này quay đi được góc -φ như hình vẽ.

- Tiếp tục cho MB trượt trên l từ B →A theo chiều mũi tên, vector này quay đi 1 góc +φ. Như vậy, khi vector này trượt trên toàn đường cong l, tổng góc quay mà nó đạt được là: $\Delta\varphi = -\varphi + \varphi = 0$

- Cho điểm M' nằm trong đường cong kín l. Từ M' kẻ vector M'A và cho nó trượt trên toàn đường cong kín l. Tổng góc quay mà nó đạt được là: $\Delta\varphi = 2\pi$

Như vậy: khi điểm M' được bao 1 vòng thì vector M'A quay đi góc 2π. Nếu M' được bao k vòng thì vector M'A quay đi góc $2k\pi$.



Hình 5.2. Vòng bao của đường cong $W_H(j\omega)$

Kết luận: Muốn tìm số vòng bao của đường cong $W_H(j\omega)$ với điểm (-1,j0) thì từ điểm (1,j0) kẻ vector tới đầu đường cong (ứng với $\omega = 0$) và cho trượt trên toàn đường cong nếu tổng góc quay = 0 thì kết luận là không bao. Nếu tổng góc quay là

$2k\pi$ thì kết luận là bao k vòng.

Nguyên lý điểm chuyển đổi:

- Điểm chuyển đổi: Là các điểm mà đường cong $W_H(j\omega)$ cắt trục hoành trong khoảng từ $(-\infty \rightarrow -1)$.

- Nguyên lý điểm chuyển đổi: Đi theo chiều tăng của ω (từ $0\rightarrow\infty$) nếu tại các điểm chuyển đổi đặc tính $W_H(j\omega)$ chuyển từ góc thứ 3 sang góc thứ 2 ta có điểm chuyển đổi dương (ký hiệu là c^+), còn chuyển từ góc thứ 2 sang góc thứ 3 ta có điểm chuyển đổi âm (ký hiệu c^-). Khi đó số vòng bao được tính:

$$k = \left|c^+ - c^-\right| \quad (5.23)$$

Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.

Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

- Bước 1: Xét ổn định cho hệ hở. Nếu hệ hở không ổn định ta phải tìm xem phương trình đặc tính có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (tìm m). Có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Bước 2: Vẽ đặc tính $W_H(j\omega)$ xác định số vòng bao của nó với (-1,j0) theo nguyên lý bao hoặc nguyên lý điểm chuyển đổi. Dựa vào 2 bước này kết luận hệ kín ổn định hay không.

5.4.1.2. Sử dụng đặc tính tần số Logarit: $L_H(\omega)$và $\varphi_H(\omega)$

Phát biểu:

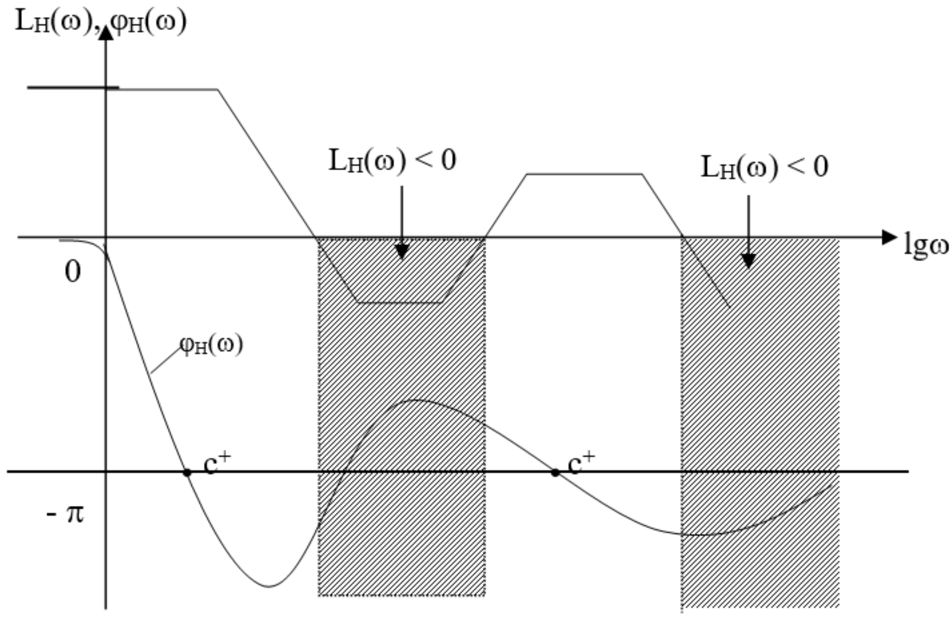
Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tự động tuyến tính ổn định ở trạng thái kín là: hiệu số giữa điểm chuyển đổi dương và điểm chuyển đổi âm trên đặc tính tần số loga hệ hở phải bằng m/2 khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow +\infty$ (Với m là số nghiệm của phương trình đặc tính hệ hở có phần thực dương).

Điểm chuyển đổi:

Theo chiều tăng của ω từ $0 \rightarrow +\infty$ nếu đường đặc tính $\varphi_H(\omega)$ cắt đường $(-\pi)$ trong khoảng $L_H(\omega) > 0$ thì điểm đó gọi là điểm chuyển đổi.

Nếu tại điểm chuyển đổi $\varphi_H(\omega)$ chuyển từ trên đường $(-\pi)$ xuống dưới đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi dương c^+, chuyển từ dưới đường $(-\pi)$ lên trên đường $(-\pi)$ thì ta có điểm chuyển đổi âm c^-

Điều kiện để hệ kín ổn định là: $\left|c^+ + c^-\right| = \dfrac{m}{2}$ (5.24)



Hình 5.3. Điểm chuyển đổi trên đặc tính tần số Logarit

Theo hình trên ta có $c^+ = 2$, $c^- = 0 \rightarrow c^+ - c^- = 2$

Nếu phương trình đặc tính hệ hở có 4 nghiệm có phần thực dương (m = 4) thì hệ kín ổn định.

Chú ý:

Tiêu chuẩn này chỉ áp dụng xét ổn định cho hệ kín với phản hồi đơn vị (-1). Nếu hệ có phản hồi khác (-1) thì ta phải biến đổi về phản hồi (-1) sau đó mới được áp dụng.

Để áp dụng tiêu chuẩn này ta làm theo các bước sau:

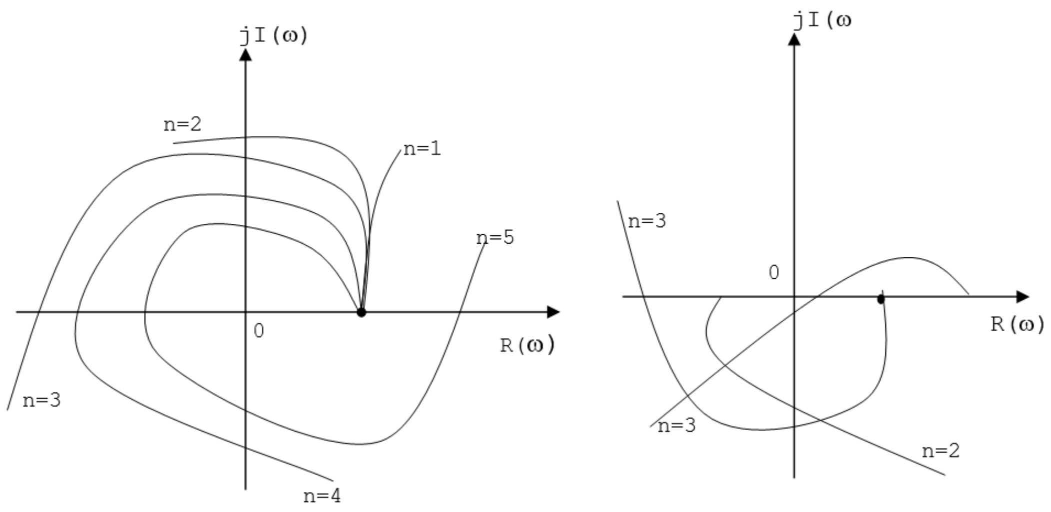
- Bước 1: Tìm xem phương trình đặc tính hệ hở có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương (tìm m). Có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc giải trực tiếp phương trình đặc tính.

- Bước 2: Vẽ đặc tính $L_H(\omega)$ và $\varphi_H(\omega)$. Xác định điểm chuyển đổi, dựa vào 2 bước này kết luận tính ổn định cho hệ kín.

5.4.2. Tiêu chuẩn ổn định Mikhailov

5.4.2.1 Phát biểu

Điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển tuyến tính ổn định là véc tơ đa thức đặc tính $A(j\omega)$ phải xuất phát từ 1 điểm trên trục thực có giá trị dương quay lần lượt n góc phần tư ngược chiều kim đồng hồ khi ω biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$. Với n là số bậc của phương trình đặc tính hệ thống.



Hệ ổn định

Hệ không ổn định

Hình 5.4. Véc tơ đa thức đặc tính A(jω)

5.4.2.2 Cách vẽ A(jω)

Để vẽ vector A(jω) ta xuất phát từ phương trình đặc tính hệ thống, thay p = jω sau đó tách thành phần thực và phần ảo: A(jω) = R(ω) + j I(ω). Cho ω biến thiên từ 0 → ∞ lập bảng biến thiên từ đó vẽ A(jω).

Chú ý:

Tiêu chuẩn này áp dụng cho cả hệ hở và kín với phương trình đặc tính có bậc bất kỳ. Trong trường hợp không cần vẽ A(jω) mà vẫn có thể áp dụng tiêu chuẩn này bằng cách:

Giải 2 phương trình R(ω) = 0 và I(ω) = 0 được các nghiệm ω_{Ri} và ω_{Ii} và đặt các nghiệm này nên trục tần số, nếu:

- Các tần số làm R (ω) = 0 hoặc I (ω) = 0 lần lượt xen kẽ nhau
- Khi ω = 0 thì R (ω) >0.
- Số nghiệm số = số bậc của phương trình

Thì kết luận hệ ổn định. Nếu không kết luận hệ không ổn định.

5.5. Xét ổn định cho hệ có mô tả toán học dưới dạng mô hình trạng thái.

Cho hệ thống có mô hình trạng thái như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) &= C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t) \end{aligned} \qquad (5.25)$$

Điều kiện cần và đủ để cho hệ thống ổn định là các giá trị riêng của ma trận A phải nằm bên trái trục ảo của mặt phẳng phức.

Trong đó: Giá trị riêng của ma trận A được tìm bằng cách giải phương trình.

$$\det(sI - A) = 0 \qquad (5.26)$$

Ví dụ : Cho hệ thống có mô hình trạng thái:

$$\dot{\underline{x}}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\underline{x}(t)+\begin{bmatrix}0\\ 5\end{bmatrix}\underline{u}(t)$$

$$\underline{y}(t)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\underline{x}(t)$$

Ta có: $\det(sI-A)=\left|s\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\right|=\begin{vmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{vmatrix}=s(s+3)+2=s^2+3s+2=0$

Có hai nghiệm là: s_1 = -1 và s_2 = -2, đây là các giá trị riêng của ma trận A. Vì các giá trị riêng này đều nằm bên trái trục ảo cho nên hệ thống ổn định.

Câu hỏi và bài tập

Câu 1. Tiêu chuẩn Nyquist áp dụng cho hệ thống nào?

a. Hệ kín và hệ hở

b. Chỉ cho hệ thống kín

c. Chỉ cho hệ thống hở

d. Hệ thống kín phản hồi đơn vị âm

Câu 2. Cho hệ thống điều khiển biểu diễn bằng mô hình toán học sau:

$$\dot{\underline{x}}(t)=A\underline{x}(t)+B\underline{u}(t)$$
$$\underline{y}(t)=C\underline{x}(t)+D\underline{u}(t)$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống ổn định là gì?

a. Các giá trị riêng của ma trận hệ thống $\det(sI-A)=0$ nằm bên trái trục ảo

b. Các giá trị riêng của ma trận hệ thống $\det(sA)=0$ nằm bên trái trục ảo

c. Các giá trị riêng của ma trận hệ thống $\det(sI-A)=0$ nằm bên phải trục ảo

d. Định thức của ma trận A lớn hơn 0

Câu 3. Tiêu chuẩn Mikhailov áp dụng cho hệ thống nào?

a. Cả hệ hở và kín với phương trình đặc tính có bậc bất kỳ

b. Chỉ hệ hở

c. Chỉ hệ kín

d. Hệ kín phản hồi đơn vị âm

Câu 4. Tiêu chuẩn ổn định tần số Nyquist được hiểu như thế nào?

a. Khi biết được đặc tính của hệ hở ta có thể suy đặc tính của hệ có phản hồi

b. Vẽ được đặc tính tần số khi $-\infty<\omega<+\infty$

c. Xác định được điểm không và điểm cực của hệ thống kín

d. Xác định được đặc tính tần số pha

Câu 5. Khi hệ hở ổn định thì theo tiêu chuẩn Nyquist thì đường đặc tính của hệ kín phải như thế nào để hệ kín ổn định?

a. Không bao điểm (-1+j0)

b. Bao điểm (-1+j0) 1 lần theo chiều dường

c. Đường đặc tính tần số đi qua gốc tọa độ khi $\omega=2\pi$

d. Trên mạch phản hồi có một khâu vi phân

Câu 6. Khi hệ hở không ổn định thì đường đặc tính của hệ kín phải bao điểm (-1+j0) như thế nào?

a. Bao điểm (-1+j0) m/2 lần theo chiều dương khi ω biến thiên từ $-\infty$ đến $+\infty$ (m là nghiệm nằm bên phải trục ảo)

b. Bao điểm (-1+j0) m/2 lần theo chiều âm khi ω biến thiên từ $-\infty$ đến $+\infty$ (m là nghiệm nằm bên phải trục ảo)

c. Bao điểm (-1+j0) m/2 lần theo chiều dương khi ω biến thiên từ $-\infty$ đến $+\infty$ (m là nghiệm nằm bên trái trục ảo)

d. Bao điểm (-1+j0) m/2 lần theo chiều dương khi ω biến thiên từ $-\infty$ đến $+\infty$ (m là nghiệm nằm bên phải trục thực)

Câu 7. Nếu hệ hở ở biên giới sự ổn định và có đường đặc tính bao điểm (-1+j0) 1 lần theo chiều dương thì kết luận được điều gì

a. Hệ kín ổn định

b. Hệ kín ở biên giới sự ôn định

c. Hệ kín không ổn định

d. Chưa kết luận được điều gì

Câu hỏi và bài tập chương 5:

Câu 1. Cho phương trình đặc tính của hệ thống:

a) $A(s) = s^5 + 3s^4 + 5s^3 + 6s^2 + 8s + 4$

b) $A(s) = s^4 + 2s^3 + 7s^2 + 9s + 1$

Dùng tiêu chuẩn Routh xét ổn định cho hệ thống.

Câu 2. Cho hệ thống mô tả bằng phương trình trạng thái như sau:

a,
$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{u}(t)$$
$$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}(t)$$

b,
$$\dot{\underline{x}}(\mathrm{t}) = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -10 & -5 & -2 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
$$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}(t)$$

Tìm xem hệ thống có bao nhiêu điểm cực nằm trên, bên trái và bên phải trục ảo.

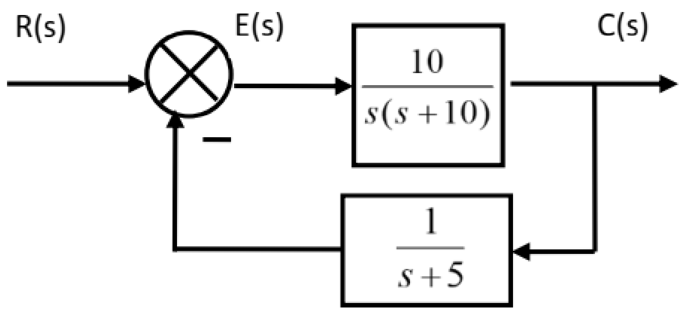
Câu 3. Cho hệ có phương trình đặc tính $A(s) = s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 6s + 4$. Xét ổn định cho hệ.

Câu 4. Cho hệ có phương trình đặc tính $A(s) = s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 7s + 16$. Viết định thức Hurwitz của phương trình đặc tính trên.

Câu 5. Cho hệ thống có PTTT:
$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \underline{u}(t)$$
$$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x}(t)$$

Hãy kết luận tính ổn định của hệ thống.

Câu 6. Xét ổn định cho hệ thống sau theo tiêu chuẩn Hurwitz.

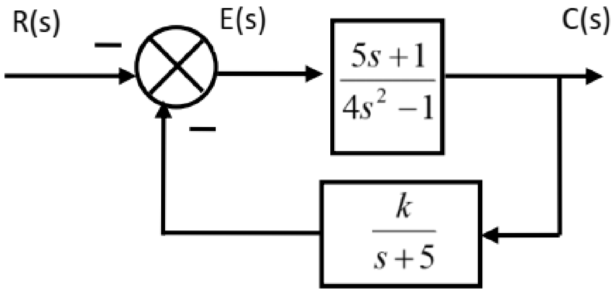


Câu 7. Cho hệ thống có phương trình đặc tính $A(s) = 2s^4 + s^3 + 4s^2 + 6s + 5$

- Xét tính ổn định hệ thống theo tiêu chuẩn Routh.

- Hệ có mấy nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức? Vì sao?

Câu 8. Với giá trị nào của k để hệ thống sau ổn định?



Câu 9. Trình bày nguyên lý bao, nguyên lý điểm chuyển đổi và các lưu ý khi sử dụng Tiêu chuẩn Nyquist.

Câu 10. Trình bày cách vẽ vector A(jω) và các lưu ý khi sử dụng Tiêu chuẩn Mikhailov.

CHƯƠNG 6: CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG

Nội dung chính của chương: Tính sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống phản hồi đơn vị, hệ thống phản hồi và hệ thống hở. Xác định các hằng số sai số tĩnh và loại hệ thống.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Sau khi học xong Chương 6, sinh viên hiểu được khái niệm sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống điều khiển tự động và biết vận dụng kiến thức để tính sai số đó; xác định được các hằng số sai số tĩnh và loại hệ thống.

Bài 10: Sai số ở trạng thái xác lập và loại hệ thống (Số tiết: 03)

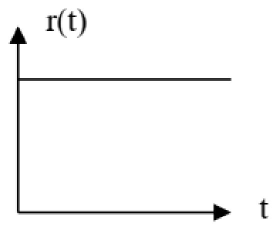
6.1 Mở đầu

Trong chương 5 ta đã xét ổn định của hệ thống là chỉ tiêu đầu tiên để nói rằng hệ thống có hoạt động hay không, còn chất lượng quá trình quá độ mới đề cập đến hệ thống có sử dụng được hay không. Hệ thống điều khiển được thiết kế phải cân bằng giữa đáp ứng thời gian như mong muốn, sai số ở trạng thái xác lập và các yêu cầu về sự ổn định của hệ thống. Cụ thể ở đây ta xem xét đến sai số ở trạng thái xác lập và cách thức điều khiển.

Trước hết xem xét sai số ở trạng thái xác lập là gì?

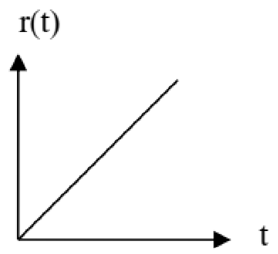
Sai số ở trạng thái xác lập (steady-state error) là sự sai lệch giữa tín hiệu đầu vào với tín hiệu đầu ra của hệ thống điều khiển sau khi trạng thái ổn định đã đạt được.

Các tín hiệu thử đầu vào được sử dụng để thiết kế và phân tích sai số xác lập:



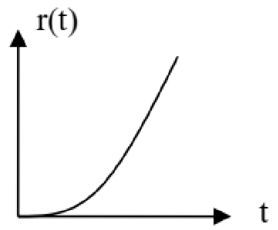
Tín hiệu bậc thang đơn vị r(t) = 1(t) $\rightarrow R(s) = \frac{1}{s}$

(đặc trưng cho hằng số vị trí)



Tín hiệu có sườn dốc r(t) = t $\rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$

(đặc trưng cho hằng số vận tốc)



Tín hiệu bậc hai (Parabol) $r(t) = \frac{1}{2}t^2 \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3}$

(đặc trưng cho hằng số gia tốc)

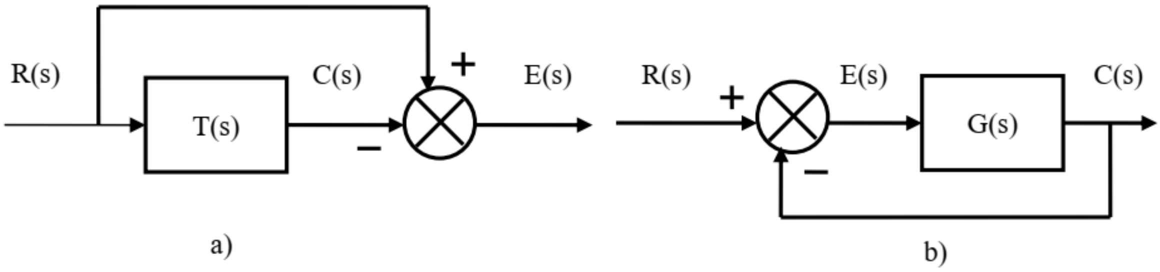
Hình 6.1. Các tín hiệu thử đầu vào

Trong chương này chỉ xét đến hệ thống ổn định mà đáp ứng tự do tiến về không khi t → ∞. Việc tính toán sai số ở trạng thái xác lập có thể áp dụng sai cho hệ thống không ổn định. Vì vậy, khi phân tích và thiết kế ta phải kiểm tra tính ổn định của hệ thống.

Ta có hai dạng sau:

- Sai lệch giữa đầu vào và đầu ra thuần tuý (hình 6.2 a)
- Sai lệch trong hệ thống phản hồi đơn vị (hình 6.2 b)

G(s) là hàm truyền của mạch thuận, E(s) là sai số, C(s) là tín hiệu đầu ra, R(s) là tín hiệu đầu vào.



Hình 6.2. Các dạng hệ thống tính sai số ở trạng thái xác lập

Nguồn gốc gây sai số

Rất nhiều sai số ở trạng thái xác lập là do từ các nguồn phi tuyến như là khe hở trong hộp số hay động cơ sẽ không chạy khi có sự vượt quá điện áp.

Nếu G(s) trong hình 6.2b là hệ số khuếch đại K thì sai số E(s) = R(s) – C(s). Xét hệ thống với tín hiệu đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị. Ở trạng trạng thái xác lập, nếu c(t) = r(t) thì e(t) = 0. Nhưng K là hệ số khuếch đại thuần nên sai số e(t) không thể bằng không được, nó nhất định tồn tại trong hệ thống.

Nếu ta gọi $c_{steady\text{-}state}$ là giá trị xác lập của đầu ra và $e_{steady\text{-}state}$ giá trị xác lập của sai số thì:

$$c_{steady\text{-}state} = K.e_{steady\text{-}state} \tag{6.1}$$

6.2 Sai số ở trạng thái xác lập (SSE)

6.2.1. SSE đối với hệ hở (T(s))

Từ hình 6.2a) ta có:

$$E(s) = R(s) - C(s) \tag{6.2}$$

Và:

$$C(s) = R(s)T(s) \tag{6.3}$$

Thay công thức (6.3) vào (6.2) ta được:

$$E(s) = R(s)[1 - T(s)] \tag{6.4}$$

Ta cần tìm e(∞) ta áp dụng định lý giá trị xác lập được tính toán từ biến đổi Laplace

$$L[\dot{f}(t)] = \int_{0-}^{\infty} \dot{f}(t)e^{-st}dt = sF(s) - f(0-)$$

$$s \to 0 \qquad (6.5)$$

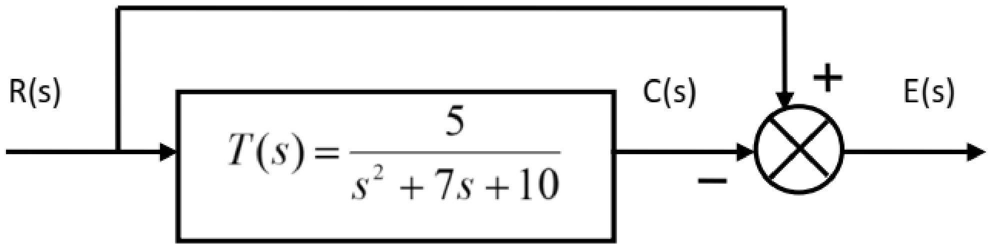
$$\int_{0-}^{\infty} \dot{f}(t)dt = f(\infty) - f(0-) = \lim_{s\to 0} sF(s) - f(0-)$$

$$hay \quad f(\infty) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

Nên ta có:

$$e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sR(s)[1 - T(s)] \qquad (6.6)$$

Ví dụ: Tìm sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống sau:



Hình 6.3. Hệ thống có sai số ở trạng thái xác lập với T(s)

Với tín hiệu đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị.

Giải:

Tín hiệu vào R(s) = 1/s

Thay R(s) và T(s) vào công thức (6.4), ta có:

$$E(s) = R(s)[1 - T(s)] == \frac{s^2 + 7s + 5}{s(s^2 + 7s + 10)} \qquad (6.7)$$

Vì T(s) là ổn định nên E(s) không có các điểm cực bên phải trục ảo hay là nằm trên trục ảo, hay là ở gốc toạ độ. Vì vậy, ta có thể áp dụng định lý giá trị xác lập suy ra:

$$e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^2 + 7s + 5}{s^2 + 7s + 10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad (6.8)$$

6.2.2. SSE đối với hệ thống phản hồi đơn vị

Xem xét hệ thống phản hồi đơn vị ở hình 6.2b). Khi hàm truyền phản hồi H(s) = 1 nên ta có hệ thống phản hồi đơn vị. Thực chất E(s) vẫn là sai số giữa đầu ra C(s) và đầu vào R(s). Do vậy, ta tìm công thức biểu diễn E(s) sau đó áp dụng định lý giá trị xác lập.

$$E(s) = R(s) – C(s) \qquad (6.9)$$

Mà

$$C(s) = E(s)G(s) \qquad (6.10)$$

Thay công thức (6.10) vào (6.9) ta rút ra được:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)} \qquad (6.11)$$

Áp dụng định lý giá trị xác lập với giả thiết hệ kín ổn định:

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)} \tag{6.12}$$

Ta xem xét mối quan hệ giữa hệ hở G(s) và sai số xác ở trạng thái xác lập của đáp ứng tự do bằng cách cho đầu vào lần lượt là các tín hiệu sau:

a) Tín hiệu bậc thang đơn vị (Step Input) R(s) = 1/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s\left(1/s\right)}{1+G(s)} = \frac{1}{1+\lim\limits_{s\leftarrow 0} G(s)} \tag{6.13}$$

Xét $\lim\limits_{s\leftarrow 0} G(s)$ như là hệ số khuếch đại một chiều của hàm truyền mạch thuận. Khi s là biến tần số tiến tới không. Để có sai số ở trạng thái xác lập bằng không thì:

$$\lim_{s\to 0} G(s) = \infty \tag{6.14}$$

Để thoả mãn được công thức (6.14) ta biểu diễn G(s) dưới dạng sau:

$$G(s) \equiv \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots}{s^n(s+p_1)(s+p_2)\cdots} \tag{6.15}$$

Nếu n ≥ 1 thì có ít nhất một điểm cực nằm ở gốc toạ độ. Nên việc chia cho s trong miền tần số cung như là lấy tích phân trong miền thời gian, chúng ta thường nói rằng có ít nhất một bộ tích phân trong mạch thuận.

Nếu không có bộ tích phân nào thì n = 0, khi đó ta có

$$\lim_{s\to 0} G(s) = \frac{z_1 z_2 \cdots}{p_1 p_2 \cdots} \tag{6.16}$$

Tóm lại: đối với tín hiệu vào hệ thống phản hồi đơn vị là bậc thang đơn vị thì sai số ở trạng thái xác lập bằng không khi có ít nhất một bộ tích phân ở trong mạch thuận.

b) Tín hiệu sườn dốc (Ramp Input) R(s) = 1/s²

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s\left(1/s^2\right)}{1+G(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s+sG(s)} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)} \tag{6.17}$$

Để có SSE = 0 đối với R(s) = 1/s² thì

$$\lim_{s\to 0} sG(s) = \infty \tag{6.18}$$

Để thoả mãn công thức (6.18) và G(s) được biểu diễn như (6.15) thì n ≥ 2 hay nói cách khác trong mạch thuận phải có ít nhất hai bộ tích phân.

Nếu chỉ có một bộ tích phân trong mạch thuận ta có:

$$\lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{z_1 z_2 \cdots}{p_1 p_2 \cdots} \tag{6.19}$$

Trong trường hợp này sai số sẽ là một hằng số.

Nếu không có bộ tích phân nào trong mạch thuận thì:

$$\lim_{s\to 0} sG(s) = 0 \tag{6.20}$$

Lúc đó sai số sẽ là vô hạn, đường đáp ứng sẽ tách khỏi được đặc tính đầu vào.

c) Tín hiệu bậc hai Parabol (Parabolic Input) R(s) = 1/s³

$$e(\infty) = e_{parabol}(\infty) = \lim_{s\to 0}\frac{s\left(1/s^3\right)}{1+G(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s^2+s^2G(s)} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} s^2G(s)} \tag{6.21}$$

Để có SSE = 0 đối với R(s) = 1/s³ thì:

$$\lim_{s\to 0} s^2G(s) = \infty \tag{6.22}$$

Như trong trường hợp trên để thoả mãn thì trong mạch thuận phải có ít nhất 3 bộ tích phân.

Nếu trong mạch thuận có 2 bộ tích phân thì:

$$\lim_{s\to 0} s^2G(s) = \frac{z_1z_2\cdots}{p_1p_2\cdots} \tag{6.23}$$

và sai số sẽ là hằng số.

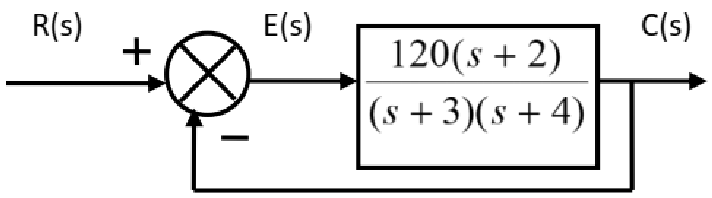
Nếu không có bộ tích phân nào thì:

$$\lim_{s\to 0} s^2G(s) = 0 \tag{6.24}$$

và sai số sẽ là không xác định.

Ví dụ 1: SSE đối với hệ thống không có bộ tích phân.

Cho tín hiệu đầu vào là 5u(t), 5tu(t) và 5t²u(t) và u(t) là tín hiệu bậc thang đơn vị



Hình 6.4. Hệ thống phản hồi đơn vị không có bộ tích phân

Tính sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập.

Giải:

Đầu tiên phải chỉ ra hệ thống kín là ổn định.

r(t) = 5u(t) → R(s) = 5/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{5}{1+\lim_{s\to 0} G(s)} = \frac{5}{1+20} = \frac{5}{21} \tag{6.25}$$

r(t) = 5tu(t) → R(s) = 5/s²

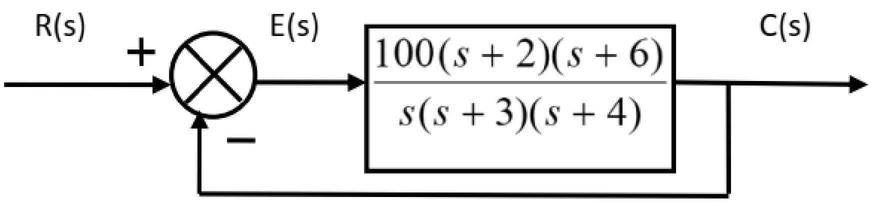
$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{5}{\lim_{s\to 0} sG(s)} = \frac{5}{0} = \infty \tag{6.26}$$

r(t) = 5t²u(t) → R(s) = 10/s³

$$e(\infty) = e_{parabol}(\infty) = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 G(s)} = \frac{10}{0} = \infty \qquad (6.27)$$

Ví dụ 2: SSE đối với hệ thống có một khâu tích phân.

Cho tín hiệu đầu vào là 5u(t), 5tu(t) và $5t^2u(t)$ và u(t) là tín hiệu bậc thang đơn vị.



Hình 6.5. Hệ thống phản hồi đơn vị có một bộ tích phân

Tính sai số của hệ thống ở trạng thái xác lập.

Giải:

Đầu tiên phải chỉ ra hệ thống kín là ổn định.

r(t) = 5u(t) → R(s) = 5/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{5}{1+\lim\limits_{s\to 0} G(s)} = \frac{5}{\infty} = 0 \qquad (6.28)$$

r(t) = 5tu(t) → R(s) = $5/s^2$

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{5}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \qquad (6.29)$$

r(t) = $5t^2u(t)$ → R(s) = $10/s^3$

$$e(\infty) = e_{parabol}(\infty) = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 G(s)} = \frac{10}{0} = \infty \qquad (6.30)$$

6.3. Hằng số sai số tĩnh và loại hệ thống

6.3.1. Hằng số sai số tĩnh

Ta tiếp tục xét hệ thống phản hồi âm đơn vị với các thông số sử dụng là: sai số ở trạng thái xác lập và các thông số hoạt động (hệ số suy giảm, tần số tự do, thời gian xác lập, phần trăm độ quá điều chỉnh)….như là các thông số hoạt động đối với đáp ứng thời gian. Các thông số hoạt động ở trạng thái xác lập được gọi là hằng số sai số tĩnh.

Hằng số sai số tĩnh

Ta đã xác định được mối quan hệ giữa SSE với G(s) khi tín hiệu đầu vào r(t) là các tín hiệu chuẩn.

+ r(t) = 1(t) → R(s) = 1/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0} G(s)} \qquad (6.31)$$

+ r(t) = t→ R(s) = $1/s^2$

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)} \tag{6.32}$$

$$+\, r(t) = \frac{1}{2}t^2 \to R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2G(s)} \tag{6.33}$$

Ta có các khái niệm từ giới hạn của mẫu số gọi là các hằng số sai số tĩnh:

+ Hằng số vị trí K_p

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s) \tag{6.34}$$

+ Hằng số vận tốc K_v

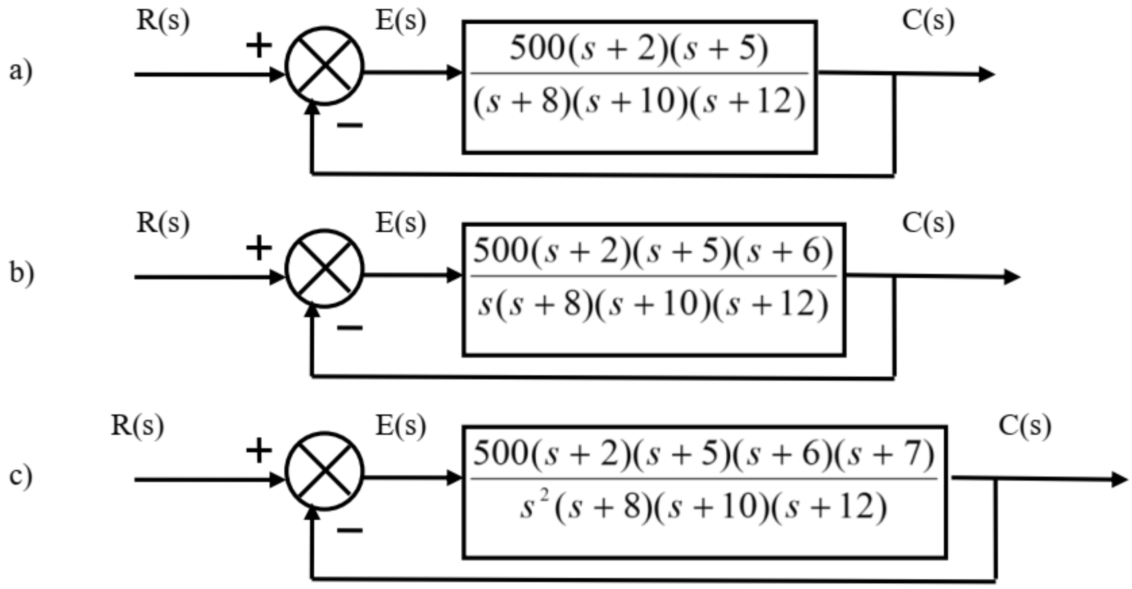
$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) \tag{6.35}$$

+ Hằng số gia tốc K_a

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s) \tag{6.36}$$

Khi hằng số sai số ở trạng thái xác lập giảm thì hằng số sai số tĩnh tăng.

Ví dụ: Cho các hệ thống sau:



Hình 6.6. Hệ thống không có và có bộ tích phân

Tìm các hằng số sai số tĩnh và sai số khi cho các tín hiệu đầu vào chuẩn.

Giải:

- Chỉ ra rằng các hệ thống kín ổn định.
- Xét hình 6.6 a)

Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí K_p

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \frac{500\times 2\times 5}{8\times 10\times 12} = 5.208 \tag{6.37}$$

Hằng số vận tốc K_v

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = 0 \tag{6.38}$$

Hằng số gia tốc K_a

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) \; = 0 \tag{6.39}$$

Sai số ở trạng thái xác lập:

r(t) = 1(t) → R(s) = 1/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = 0.161 \tag{6.40}$$

r(t) = t→ R(s) = $1/s^2$

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty \tag{6.41}$$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \to R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty \tag{6.42}$$

- Xét hình 6.6b)

Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí K_p

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \infty \tag{6.43}$$

Hằng số vận tốc K_v

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = \frac{500\times 2\times 5\times 6}{8\times 10\times 12} = 31.25 \tag{6.44}$$

Hằng số gia tốc K_a

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) \; = 0 \tag{6.45}$$

Sai số ở trạng thái xác lập:

r(t) = u(t) → R(s) = 1/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = 0 \tag{6.46}$$

r(t) = tu(t) → R(s) = $1/s^2$

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{31.25} = 0.032 \tag{6.47}$$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \to R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty \tag{6.48}$$

- Xét hình 6.6c)

Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí K_p

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \infty \tag{6.49}$$

Hằng số vận tốc K_v

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \infty \tag{6.50}$$

Hằng số gia tốc K_a

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \frac{500\times 2\times 5\times 6\times 7}{8\times 10\times 12} = 875 \tag{6.51}$$

Sai số ở trạng thái xác lập:

r(t) = u(t) → R(s) = 1/s

$$e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = 0 \tag{6.52}$$

r(t) = tu(t) → R(s) = 1/s^2

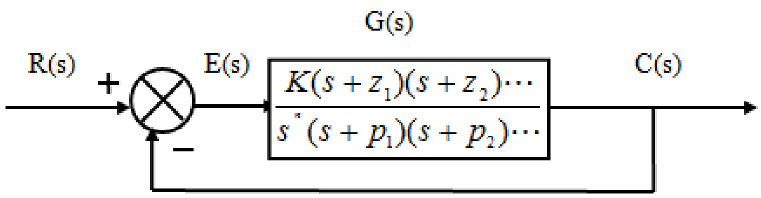
$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = 0 \tag{6.53}$$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \to R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{875} = 1.14\times 10^{-3} \tag{6.54}$$

6.3.2. Loại hệ thống

Xét mạch phản hồi đơn vị âm. Các giá trị của các hằng số sai số tĩnh phụ thuộc vào dạng của hàm truyền G(s), đặc biệt là số bộ tích phân có trong mạch thuận. Các loại hệ thống được định nghĩa theo giá trị n ở mẫu số hoặc số lượng bộ tích phân có trong mạch thuận. Vì vậy, hệ thống với n = 0 là hệ thống loại 0. Nếu n = 1 hoặc n = 2 thì hệ thống tương ứng là loại 1 hoặc loại 2.



Hình 6.7. Hệ thống có n bộ tích phân

Ta có bảng sau thể hiện mối quan hệ giưa các thông số sai số tĩnh và loại hệ thống như sau:

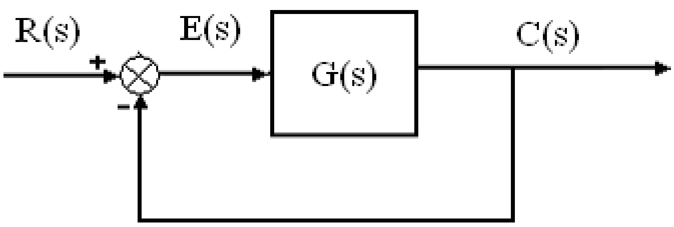
Bảng 6.1. Mối quan hệ giữa các thông số sai số tĩnh và loại hệ thống

Tín hiệu đầu vào r(t)	Công thức tính SSE	Hệ thống loại 0		Hệ thống loại 1		Hệ thống loại 2	
		Hằng số sai số tĩnh	SSE	Hằng số sai số tĩnh	SSE	Hằng số sai số tĩnh	SSE
1(t)	$\frac{1}{1+K_p}$	K_p = constant $K_v = 0$ $K_a = 0$	$\frac{1}{1+K_p}$	$K_p = \infty$ K_v = constant $K_a = 0$	$e_\infty = 0$	$K_p = \infty$ $K_v = \infty$ K_a = constant	$e_\infty = 0$
t	$\frac{1}{K_v}$	K_p = constant $K_v = 0$ $K_a = 0$	$e_\infty = \infty$	$K_p = \infty$ K_v = constant $K_a = 0$	$e_\infty = \frac{1}{K_v}$	$K_p = \infty$ $K_v = \infty$ K_a = constant	$e_\infty = 0$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{K_a}$	K_p = constant $K_v = 0$ $K_a = 0$	$e_\infty = \infty$	$K_p = \infty$ K_v = constant $K_a = 0$	$e_\infty = \infty$	$K_p = \infty$ $K_v = \infty$ K_a = constant	$e_\infty = \frac{1}{K_a}$

Chú ý: Hằng số sai số tĩnh phụ thuộc vào loại hệ thống còn SSE phụ thuộc vào tín hiệu đầu vào của hệ.

Câu hỏi và bài tập

Câu 1. Cho hệ thống phản hồi đơn vị sau:



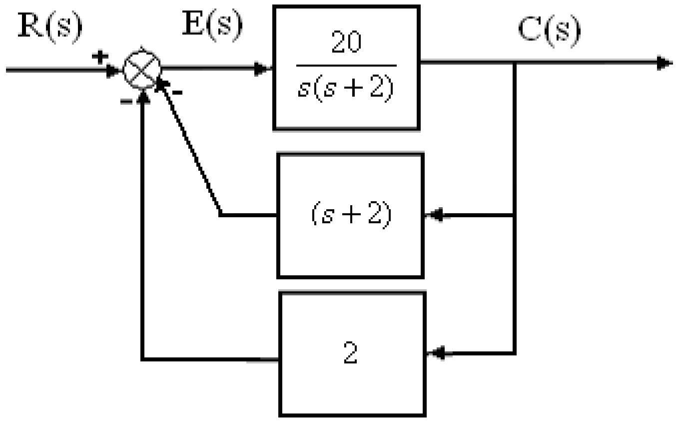
a.Tìm sai số tĩnh SSE với: $G(s) = \frac{250}{s(s+10)}$ và tín hiệu đầu vào lần lượt là:1(t), t, t^2

b.Tìm độ quá điều chỉnh OS% và thời gian quá độ T_s.

c.Tìm sai số tĩnh SSE với $G(s) = \frac{10(s+1)(s+3)(s+5)}{s^2(s+4)(s+6)}$ và tín hiệu đầu vào là $20t^2$.

d. Tìm giá trị của hằng số K với $G(s) = \frac{K(s+2)}{s^2(s+4)}$ và tín hiệu đầu vào là $10t^2$, sai số ở trạng thái ổn định là 0.01.

Câu 2. Cho hệ thống sau:

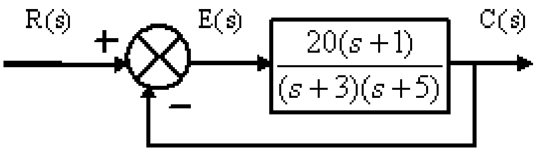


a) Tìm K_p, K_v và K_a

b) Tìm sai số tĩnh SSE nếu tín hiệu đầu vào là 100, 100t và $100t^2$.

c) Hệ thống là loại mấy?

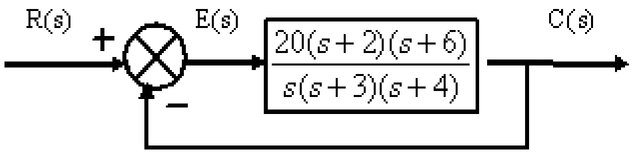
Câu 3. Cho hệ thống sau:



a) Tính sai lệch tĩnh với tín hiệu tác động ở đầu vào là 4.1(t), 4.t.1(t).

b) Tính các hằng số sai số tĩnh của hệ.

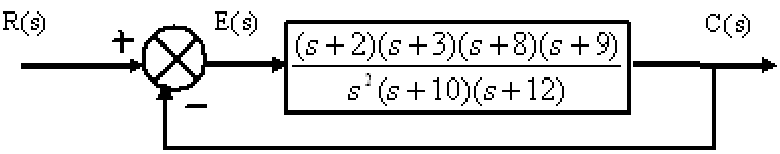
Câu 4. Cho hệ thống sau:



a) Tính sai lệch tĩnh với tín hiệu tác động ở đầu vào là $3t^2$

b) Tính các hằng số sai số tĩnh của hệ.

Câu 5. Tìm các hằng số sai số tĩnh của hệ thống sau:



Câu 6. Sai lệch tĩnh giữa tín hiệu đầu vào và đầu ra thuần túy được tính theo công thức nào dưới đây? với R(s) là hàm truyền đầu vào, W(s) hàm truyền của hệ kín.

a. $e(\infty)=\lim_{t\to\infty} e(t)=\lim_{s\to 0} sR(s)[1-W(s)]$

b. $e(\infty)=\lim_{t\to\infty} e(t)=\lim_{s\to 0} sR(s)[1+W(s)]$

c. $e(\infty)=\lim_{t\to 0} e(t)=\lim_{s\to 0} sR(s)[1-W(s)]$

d. $e(\infty)=\lim_{t\to 0} e(t)=\lim_{s\to 0} R(s)[1-W(s)]$

Câu 7. Nhân tố nào ảnh hưởng đến việc xác định sai lệch tĩnh của hệ hệ thống?

a. Hệ số khuếch đại

b. Các điểm cực của hệ thống

c. Khâu tích phân

d. Khâu vi phân

Câu 8. Muốn triệt tiêu sai lệch tĩnh cho hệ thống phản hồi âm đơn vị khi có tín hiệu tác động là tín hiệu sườn dốc thì:

a. Trong cấu trúc có ít nhất một khâu tích phân

b. Trong cấu trúc có ít nhất hai khâu tích phân

c. Trong cấu trúc có ít nhất ba khâu tích phân

d. Trong cấu trúc có ít nhất một khâu vi phân

Câu 9. Cho hàm truyền đạt hệ hở là:

$$W(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 5s + k}$$

Với tác động đầu vào u(t) = 1(t) thì SSE bằng bao nhiêu ?

a. k b. $\frac{k}{1+k}$ c. $\frac{1}{k}$ d. $\frac{k+1}{k}$

Câu 10. Trước khi tính sai số ở trạng thái xác lập ta phải làm gì?

a. Xét đặc tính động học của hệ thống

b. Xét đặc tính tần số biên độ pha

c. Chỉ ra hệ thống làm việc ổn định

d. Tính độ quá điều chỉnh

Câu 11. Loại hệ thống phụ thuộc vào :

a. Số khâu tích phân có trong mạch thuận

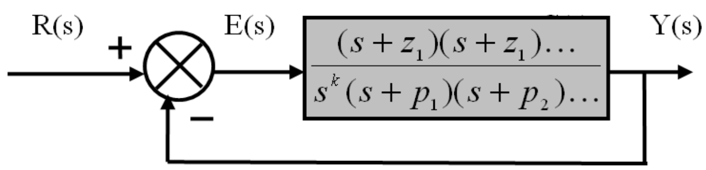
b. Giá trị của các hằng số sai lệch tĩnh

c. Sự tồn tại giới hạn của hàm truyền đạt

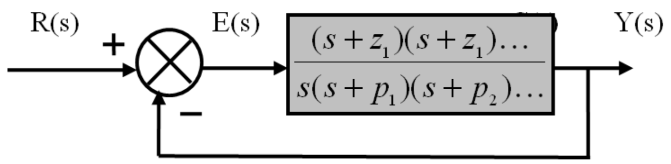
d. Bậc của dao động tự do

Câu 12. Khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm 1(t), muốn triệt tiêu sai lệch tĩnh thì trong hệ thống có cấu trúc như sau:

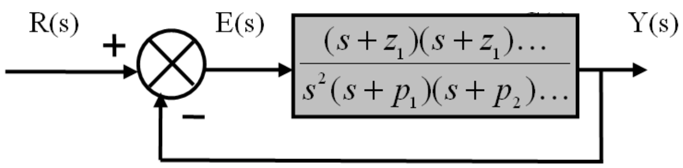
a.



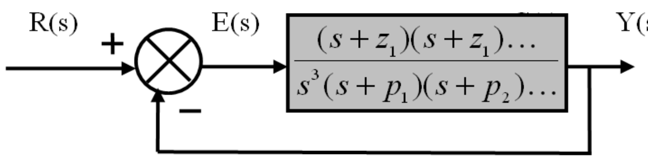
b.



c.



d.



Câu 13. Muốn triệt tiêu sai lệch tĩnh của hệ thống người ta sử dụng thêm khâu

a. Quán tính bậc nhất
b. Vi phân
c. Tích phân
d. Trễ

Bài 11: Các tham số kỹ thuật rút ra từ SSE và tính SSE cho hệ thống phản hồi, hệ thống có nhiễu (Số tiết: 03)

6.4. Các tham số kỹ thuật rút ra từ SSE

- Các hằng số sai số tĩnh có thể sử dụng để xác định các đặc tính của hệ thống điều khiển.

- Hệ số suy giảm ξ, thời gian quá độ T_s, thời gian đỉnh (thời gian cực đại) T_p và phần trăm độ quá điều chỉnh %OS được sử dụng như là các thông số của đáp ứng thời gian của hệ thống điều khiển.

- Hằng số vị trí K_p, hằng số vận tốc K_v và hằng số gia tốc K_a được sử dụng như là các thông số sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống điều khiển. Ta có thể rút ra được nhiều thông tin chứa đựng trong các đặc tính của hằng số sai số tĩnh.

Ví dụ 1: Ta có K_v = 1000, có thể rút ra các kết luận sau:

- Hệ thống là ổn định.

- Hệ thống là loại 1, bởi vì chỉ có hệ thống loại 1 mới có hằng số K_v xác định.

- Tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu xung sườn dốc vì K_v được xác định như là một hằng số xác định.

- SSE là: $1/K_v$ = 1/1000.

Ví dụ 2: Ta có K_p = 1000, có thể rút ra các kết luận sau:

- Hệ thống là ổn định.

- Hệ thống là loại 0, bởi vì chỉ có hệ thống loại 0 mới có hằng số K_p xác định.

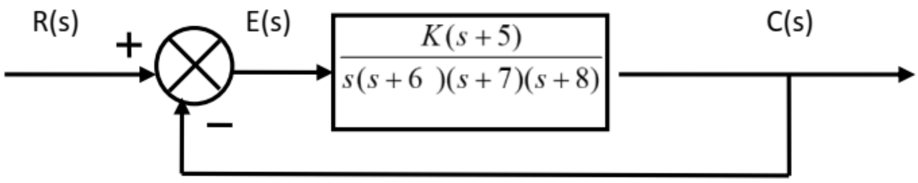
- Tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu bậc thang đơn vị vì K_p được xác định như là một hằng số xác định.

- SSE là:

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+1000} = \frac{1}{1001} \quad (6.55)$$

Ví dụ 3: Thiết kế hệ số khuếch đại thông qua đặc tính của SSE

Cho hệ thống sau:



Tìm hệ số khuếch đại K biết có 10% sai số ở trạng thái xác lập.

Giải:

Hệ thống là loại 1. Sai số của hệ là hằng số nên tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu sườn dốc.

$$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = 10\% = 0.1 \quad (6.56)$$

Vì vậy:

$$K_v = 10 = \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{K\times 5}{6\times 7\times 8} \quad (6.57)$$

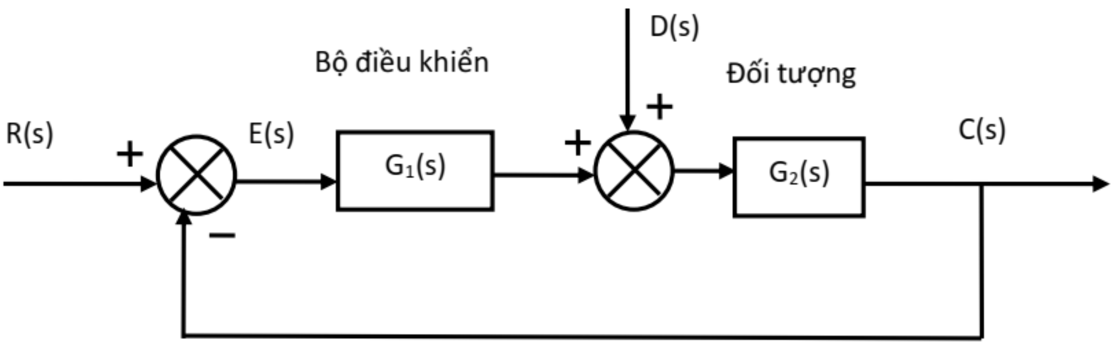
Từ công thức (6.57) rút ra:

K = 672 (6.58)

6.5. SSE cho nhiễu

Các hệ thống phản hồi được sử dụng để bù nhiễu hoặc các tín hiệu đầu vào không mong muốn. Ưu điểm của việc sử dụng phản hồi là không chú ý đến nhiễu, hệ thống có thể được thiết kế theo tín hiệu đầu vào, có sai số nhỏ hoặc bằng 0.

Xét hệ thống sau:



Hình 6.8. Hệ thống phản hồi âm có nhiễu tác động

Hàm truyền đầu ra là: $C(s) = E(s)G_1(s)G_2(s) + D(s)G_2(s)$ (6.59)

Mà: $C(s) = R(s) - E(s)$ (6.60)

Thay thế công thức (6.60) vào (6.59) ta được:

$$E(s) = \frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)}R(s) - \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}D(s) \quad (6.61)$$

Trong đó:

$\dfrac{1}{1+G_1(s)G_2(s)}$ coi là hàm truyền quan hệ giữa E(s) và R(s)

$\dfrac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$ coi là hàm truyền quan hệ giữa E(s) và D(s)

Để tìm giá trị xác lập của sai số, ta áp dụng định lý xác định giá trị xác lập ở phần trước.

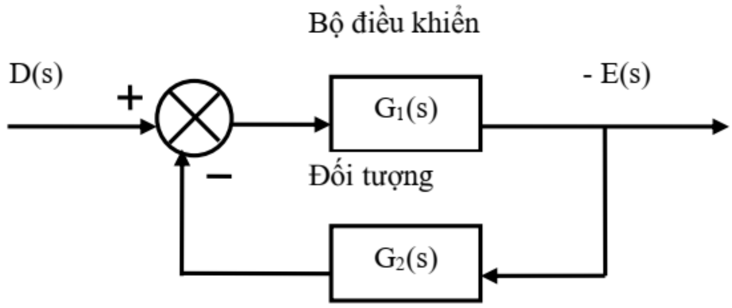
$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0}\frac{s}{1+G_1(s)G_2(s)}R(s) - \lim_{s\to 0}\frac{sG_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}D(s) \\ &= e_R(\infty) + e_D(\infty) \end{aligned} \quad (6.62)$$

Trong đó: $e_R(\infty) = \lim_{s\to 0}\dfrac{s}{1+G_1(s)G_2(s)}R(s)$

$$e_D(\infty) = -\lim_{s\to 0}\frac{sG_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}D(s)$$

$e_R(\infty)$ là sai số ta có thể xác định được.

$e_D(\infty)$ là sai số do nhiễu tác động ta phải đi xác định.



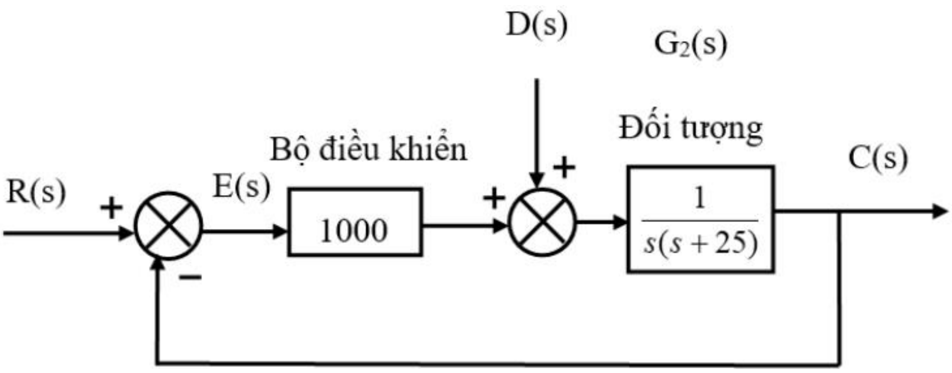
Hình 6.9. Hệ thống phản hồi nhiễu

Giả sử tín hiệu nhiễu là tín hiệu bậc thang đơn vị D(s) = 1/s

$$e_D(\infty) = -\lim_{s\to 0}\frac{sG_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}D(s) = -\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{1}{G_2(s)} + \lim\limits_{s\to 0}G_1(s)} \quad (6.63)$$

Sai số ở trạng thái xác lập do nhiễu bậc thang đơn vị tác động có thể giảm bằng cách tăng hệ số khuếch đại một chiều của $G_1(s)$ hoặc giảm hệ số khuếch đại một chiều của $G_2(s)$.

Ví dụ: Tìm SSE khi có nhiễu tác động vào hệ thống sau:



Hình 6.10. Hệ thống phản hồi âm có nhiễu tác động với các đối tượng thực

Giải:

Hệ thống là ổn định.

Áp dụng công thức (6.63) ta có:

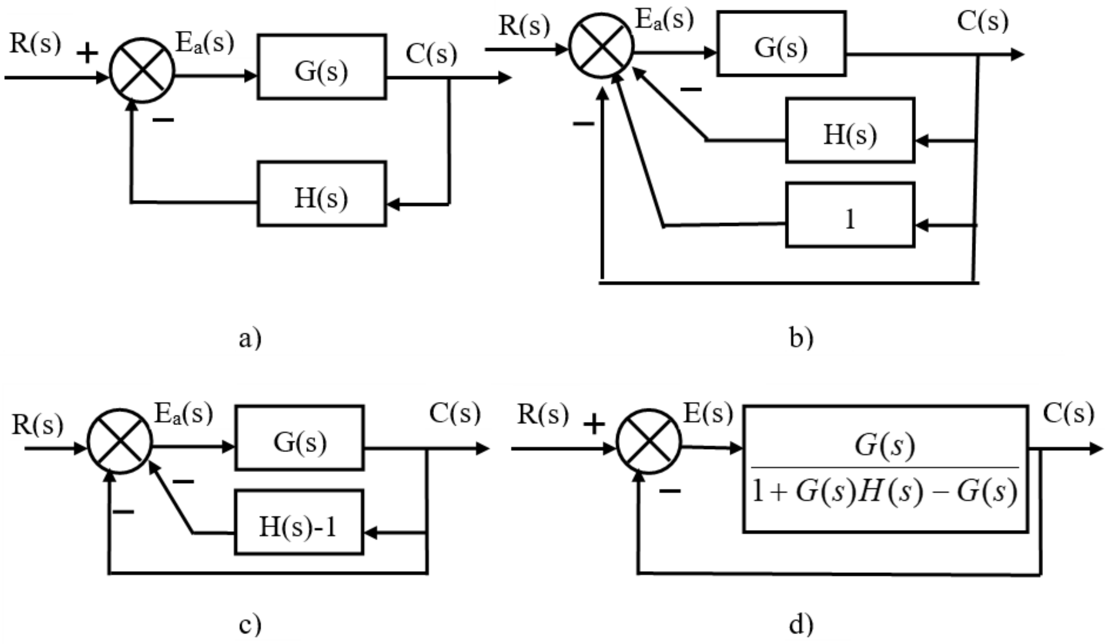
$$e_D(\infty) = -\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}\frac{1}{G_2(s)} + \lim\limits_{s\to 0} G_1(s)} = \frac{1}{0+1000} = -\frac{1}{1000} \tag{6.64}$$

Sai số trong trượng hợp này tỷ nghịch với hệ số khuếch đại của $G_1(s)$. Hệ số khuếch đại của $G_2(s)$ là không xác định trong ví dụ này.

6.6. SSE cho hệ thống phản hồi không phải là đơn vị

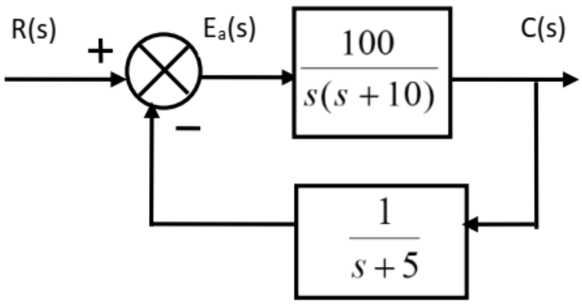
Hệ thống phản hồi không phải là đơn vị dùng để bù nhiễu cải thiện hoạt động của hệ thống hoặc là mô hình vật lí của hệ thống. Mạch phản hồi có thể là hệ số khuếch đại thuần tuý hoặc là hệ thống động học.

Để tính được sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống phản hồi không phải là đơn vị, ta biến đổi đưa về hệ thống có mạch phản hồi đơn vị để tính. Gọi $E_a(s)$ là tín hiệu thực tế của đối tượng và sai số thực tế là E(s) = R(s) – C(s). Thực hiện biến đổi sơ đồ về như sơ đồ 6.11d thì ta áp dụng được cách tính như trong hệ thống phản hồi đơn vị.



Hình 6.11. Biến đổi hệ thống phản hồi không phải là đơn vị thành hệ thống phản hồi đơn vị.

Ví dụ: Cho hệ thống sau:



Hình 6.12. Hệ thống phản hồi không phải là đơn vị

Tìm hằng số sai số tương ứng với loại hệ thống và SSE khi tín hiệu đầu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị.

Giải:

- Chỉ ra hệ thống là ổn định.
- Biến đổi hệ thống về hệ phản hồi đơn vị

Ta có: $$G(s) = \frac{100}{s(s+10)} \tag{6.65}$$

Và $$H(s) = \frac{1}{s+5} \tag{6.66}$$

Tính hàm truyền có sai số thực tế là:

$$G_e(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)-G(s)} = \frac{100(s+5)}{s^3+10s^2-50s-400} \tag{6.67}$$

Hệ thống là loại 0 vì không có một bộ tích phân đơn trong hệ thống, do vậy, hằng số tương ứng là K_p

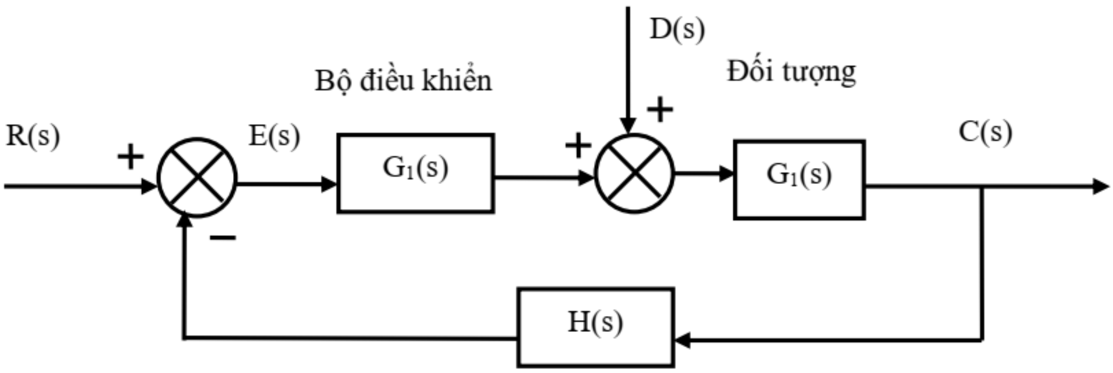
$$K_p = \lim_{s\to 0} G_e(s) = \frac{100 \times 5}{-400} = -\frac{5}{4} \tag{6.68}$$

SSE là:

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+\left(-5/4\right)} = -4 \tag{6.69}$$

SSE nhận giá trị âm có nghĩa là tín hiệu bậc thang đơn vị của đầu ra lớn hơn đầu vào.

Khi có nhiễu tác động vào hệ thống



Hình 6.13. Hệ thống phản hồi âm không phải là đơn vị có nhiễu tác động

SSE của hệ thống: e(∞) = r(∞) – c(∞) được tính như sau:

$$\begin{aligned} e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\Bigg\{&\left[1 - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\right]R(s) \\ &- \left[\lim_{s\to 0}\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)\right]\Bigg\} \end{aligned} \tag{6.70}$$

Trong giới hạn R(s) = D(s) = 1/s công thức (6.70) sẽ là:

$$\begin{aligned} e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \Bigg\{&\left[1 - \frac{\lim_{s\to 0}[G_1(s)G_2(s)]}{\lim_{s\to 0}[1+G_1(s)G_2(s)H(s)]}\right] \\ &- \left[\frac{\lim_{s\to 0} G_2(s)}{\lim_{s\to 0}[1+G_1(s)G_2(s)H(s)]}\right]\Bigg\} \end{aligned} \tag{6.71}$$

Để sai số bằng không thì:

$$\frac{\lim_{s\to 0}[G_1(s)G_2(s)]}{\lim_{s\to 0}[1+G_1(s)G_2(s)H(s)]} = 1 \text{ và } \frac{\lim_{s\to 0} G_2(s)}{\lim_{s\to 0}[1+G_1(s)G_2(s)H(s)]} = 0 \tag{6.72}$$

(6.72) thỏa mãn nếu:

- Hệ thống ổn định.

- $G_1(s)$ là hệ thống loại 1, $G_2(s)$ là hệ thống loại 0 và H(s) là hệ thống loại 1có hệ số khuếch đại đơn vị.

6.7 Độ nhạy

Mức độ thay đổi của các thông số trong hệ thống, ảnh hưởng đến hàm truyền và hoạt động của nó được gọi là độ nhạy. Độ nhạy bằng 0 được coi là lý tưởng.

Ví dụ: Ta có hàm truyền sau:

$$F = \frac{K}{K + a} \tag{6.73}$$

Nếu K = 10 và a = 100 thì F = 0.091

Nếu tăng a lên gấp 3 lần, tức a = 300 thì F = 0.032

Sự thay đổi của thông số là: $\frac{300 - 100}{100} = 2$ có nghĩa là thay đổi 200%

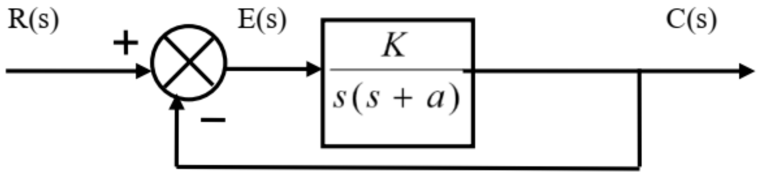
Sự thay đổi của hàm truyền là: $\frac{0.032 - 0.091}{0.091} = -0.65$ có nghĩa là thay đổi -65%

Qua đây ta thấy rằng độ nhạy của hàm truyền đã giảm khi có sự thay đổi thông số a.

Vậy: Độ nhạy là tỷ số giữa phân thức thay đổi của hàm truyền với phân thức thay đổi của các thông số khi phân thức thay đổi của thông số tiến tới 0.

$$S_{F:P} = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{\Delta F / F}{\Delta P / P} = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{P \Delta F}{F \Delta P} = \frac{P}{F} \frac{\delta F}{\delta P} \tag{6.74}$$

Độ nhạy của hàm truyền hệ kín



Hình 6.14. Độ nhạy đối với hệ kín

Hàm truyền của hệ kín:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + as + K} \tag{6.75}$$

Độ nhạy:

$$S_{T:a} = \frac{a}{T} \frac{\delta T}{\delta a} = \frac{a}{\left(\frac{K}{s^2 + as + K}\right)} \left(\frac{-Ks}{s^2 + as + K}\right) = \frac{-as}{s^2 + as + K} \tag{6.76}$$

Vậy khi tăng K thì làm giảm độ nhạy của hàm truyền hệ kín đối với sự thay đổi của thông số a.

Độ nhạy của SSE với tín hiệu sườn dốc ở đầu vào

SSE của hệ thống là:

$$e(\infty)=\frac{1}{K_v}=\frac{a}{K} \tag{6.77}$$

Độ nhậy của e(∞) đối với sự thay đổi của a là:

$$S_{e:a}=\frac{a}{e}\frac{\delta e}{\delta a}=\frac{a}{a/K}\left(\frac{1}{K}\right)=1 \tag{6.78}$$

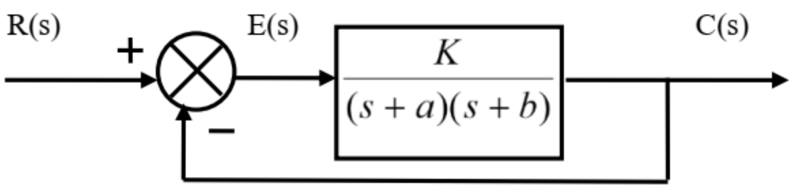
Độ nhậy của e(∞) đối với sự thay đổi của K là:

$$S_{e:K}=\frac{K}{e}\frac{\delta e}{\delta K}=\frac{K}{a/K}\left(\frac{-a}{K^2}\right)=-1 \tag{6.79}$$

Khi thay đổi thông số K và a làm ảnh hưởng trực tiếp đến e(∞). Không có sự tăng lên hay giảm xuống của độ nhạy, dấu âm thể hiện e(∞) giảm khi mà K tăng.

Độ nhạy của SSE với tín hiệu bậc thang đơn vị ở đầu vào

Cho hệ thống sau:



Hình 6.15. Độ nhạy đối với SSE

SSE của hệ thống loại 0 là:

$$e(\infty)=\frac{1}{1+K_p}=\frac{1}{1+\frac{K}{ab}}=\frac{ab}{ab+K} \tag{6.80}$$

Độ nhậy của e(∞) đối với sự thay đổi của a là:

$$S_{e:a}=\frac{a}{e}\frac{\delta e}{\delta a}=\frac{a}{\left(\frac{ab}{ab+K}\right)}\left(\frac{(ab+K)b+ab^2}{(ab+K)^2}\right)=\frac{K}{ab+K} \tag{6.81}$$

Độ nhậy của e(∞) đối với sự thay đổi của K là:

$$S_{e:K}=\frac{K}{e}\frac{\delta e}{\delta K}=\frac{K}{\left(\frac{ab}{ab+K}\right)}\left(\frac{-ab^2}{(ab+K)^2}\right)=\frac{-K}{ab+K} \tag{6.82}$$

Ta thấy rằng độ nhạy khi có sự thay đổi của thông số K và a là nhỏ hơn nếu a và b đều dương. Thực chất, phản hồi trong trường hợp này làm giảm độ nhạy của hệ thống khi có sự thay đổi của cả hai thông số.

Câu hỏi và bài tập chương 6:

Câu 1. Khi cho K_p = 25 ta có thể kết luận được điều gì ?

a. Là hệ thống loại 0, làm việc ổn định và sse = 0.0384

b. Là hệ thống loại 0,làm việc ổn định và sse = 1/25

c. Là hệ thống loại 0, làm việc không ổn định và sse = 0.384

d. Là hệ thống loại 0, làm việc không ổn định và sse = 0,05

Câu 2. Khi cho K_v = 200 ta có thể kết luận được điều gì ?

a. Là hệ thống loại 1, làm việc không ổn định và sse = 0

b. Là hệ thống loại 1, làm việc ổn định và sse = 0.005

c. Là hệ thống loại 1, làm việc ổn định và sse = 0.05

d. Là hệ thống loại 1, làm việc ổn định và sse = 0.5

Câu 3. Khi cho K_a = 420 ta có thể kết luận được điều gì ?

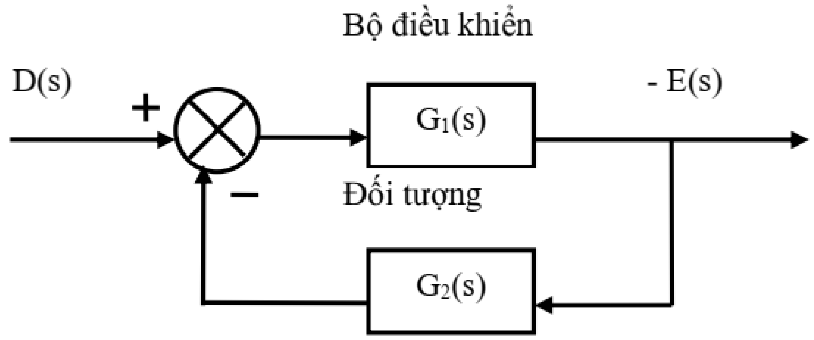
a. Là hệ thống loại 2, làm việc ổn định và sse = 0

b. Là hệ thống loại 2, làm việc ổn định và sse = 0.125

c. Là hệ thống loại 2, làm việc ổn định và sse = 0.0125

d. Là hệ thống loại 2, làm việc không ổn định và sse = 0.0125

Câu 4. Cho hệ thống phản hồi nhiễu như hình vẽ:



Sai số ở trạng thái xác lập do nhiễu bậc thang đơn vị tác động có thể giảm bằng cách nào?

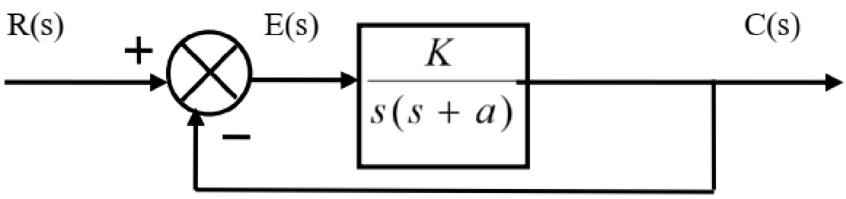
a. Tăng hệ số khuếch đại một chiều của $G_1(s)$ hoặc giảm hệ số khuếch đại một chiều của $G_2(s)$.

b. Giảm hệ số khuếch đại một chiều của $G_1(s)$ hoặc tăng hệ số khuếch đại một chiều của $G_2(s)$.

c. Tăng hệ số khuếch đại một chiều của $G_1(s)$ hoặc tăng hệ số khuếch đại một chiều của $G_2(s)$.

d. Giảm hệ số khuếch đại một chiều của $G_1(s)$ hoặc giảm hệ số khuếch đại một chiều của $G_2(s)$.

Câu 5. Cho hệ thống kín sau:



Muốn giảm độ nhạy của hàm truyền hệ kín đối với sự thay đổi của thông số a ta phải làm gì?

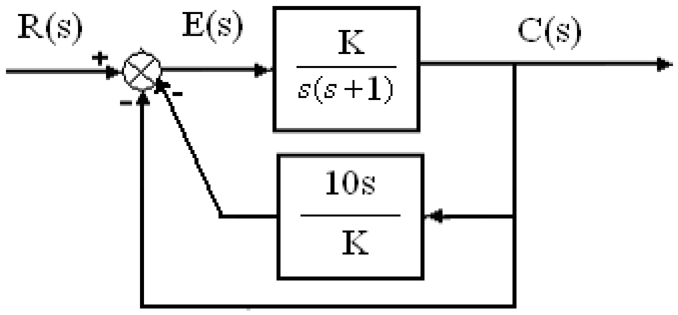
a. Tăng hệ số K

b. Giảm hệ số K

c. Tăng E(s)

d. Giảm E(s)

Câu 6. Tìm giá trị K trong hệ thống nếu biết tín hiệu đầu vào là 100tu(t) và sai số ở trạng thái xác lập là 0.01



Câu 7. Cho hàm truyền đạt hệ hở là:

$$W(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 5s + k}$$

Với tác động đầu vào là u(t) = 1(t) thì SSE bằng bao nhiêu ?

Câu 8. Cho hàm truyền đạt hệ hở là:

$$W(s) = \frac{4}{s(2s^2 + 5s + k)}$$

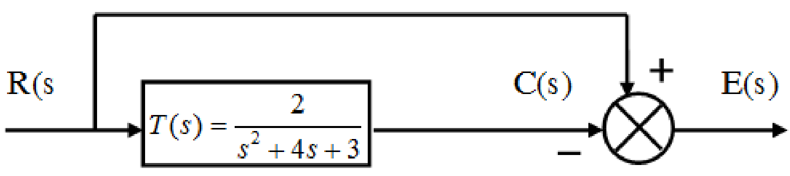
Với tác động đầu vào là u(t) = t.1(t) thì SSE bằng bao nhiêu ?

Câu 9. Cho hàm truyền đạt hệ hở là:

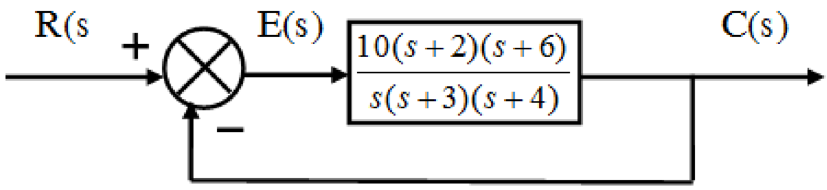
$$W(s) = \frac{24}{s(15s^3 + 24s^2 + 3ks)}$$

Với tác động đầu vào là u(t) = t^2.1(t) thì SSE bằng bao nhiêu ?

Câu 10. Tìm sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống sau, với tín hiệu đầu vào là tín hiệu parabol .



Câu 11. Tìm các hằng số sai số tĩnh của hệ thống sau:



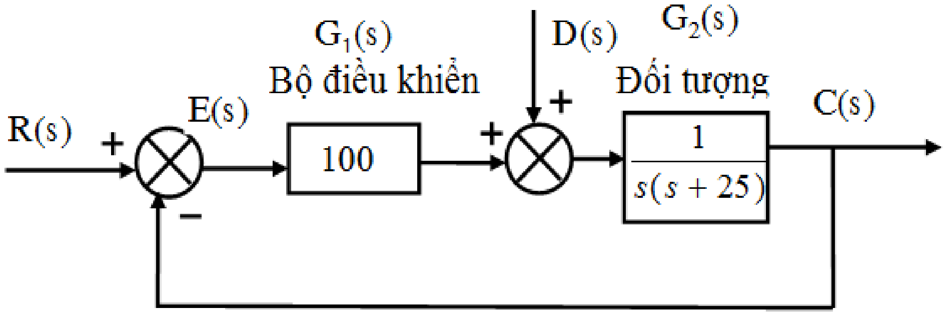
Câu 12.

a, Nêu khái niệm loại hệ thống.

b, Cho hằng số sai số tĩnh K_v = 100. Có thể rút ra được kết luận gì? Vì sao?

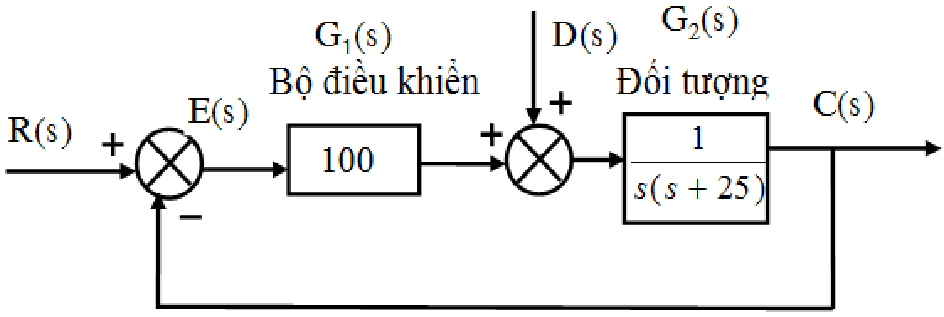
c, Cho hằng số sai số tĩnh K_p= 2000. Có thể rút ra được kết luận gì? Vì sao?

Câu 13. Tìm SSE cho hệ kín ổn định sau, biết tín hiệu nhiễu là tín hiệu sườn dốc.

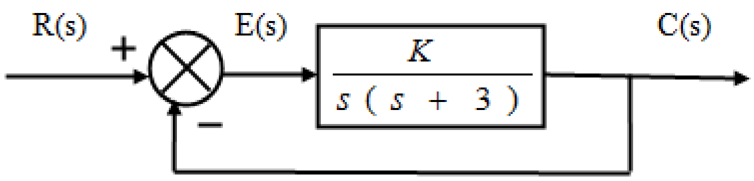


Câu 14. Cho SSE = 0,1; Hằng số sai số tĩnh K_p= const. Có thể rút ra được kết luận gì? Vì sao?

Câu 15. Tìm SSE cho hệ kín ổn định sau, biết tín hiệu nhiễu là tín hiệu parabol.



Câu 16. Cho hệ thống sau:

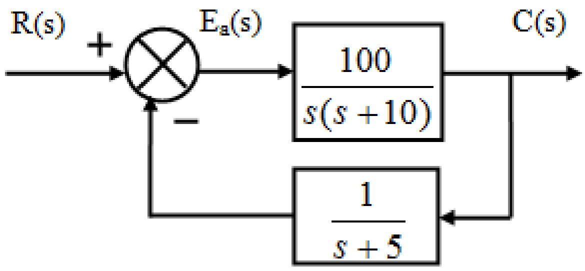


a, Tìm điều kiện cho K để hệ thống ổn định.

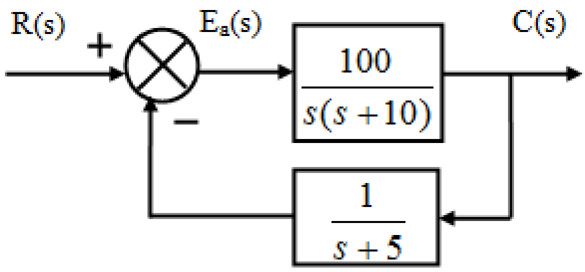
b, Khi hệ ổn định, tìm giá trị K trong hệ thống nếu biết tín hiệu đầu vào là 100t và sai số ở trạng thái xác lập là 0.02.

c, Với giá trị tìm được của K, xác định K_v, K_p, K_a.

Câu 17. Tìm sai lệch tĩnh của hệ thống sau, khi tín hiệu đầu vào là 10t.



Câu 18. Tìm sai lệch tĩnh của hệ thống sau, khi tín hiệu đầu vào là $5t^2$.



CHƯƠNG 7: TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

Nội dung chính của chương: Xác định các tham số cho bộ điều khiển PID. Xét tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống điều khiển tự động.

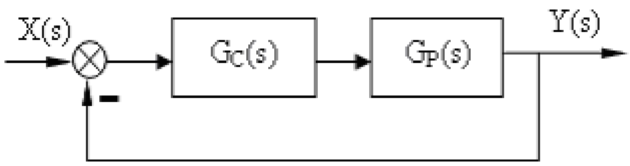
Mục tiêu cần đạt được của chương: Sau khi học xong Chương 7, sinh viên hiểu được khái niệm tổng hợp hệ thống; các luật điều khiển; tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống điều khiển tự động. Vận dụng được các phương pháp tổng hợp bộ điều khiển PID cho các đối tượng điều khiển và xác định tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống điều khiển tự động.

Bài 12: Tổng hợp hệ thống điều khiển(số tiết 03)

7.1. Khái niệm

Tổng hợp hệ điều khiển là quá trình chọn cấu trúc bộ điều chỉnh và xác định tham số của nó để cho hệ thống làm việc ổn định và đáp ứng yêu cầu đặt ra.

Xét hệ thống điều khiển có cấu trúc như hình 7.1.



Hình 7.1. Cấu trúc cơ bản của một hệ thống điều khiển

Hàm truyền của đối tượng là $G_P(s)$, được giả thiết là đã biết. Hàm truyền đạt của hệ kín khi đó sẽ là: $W_k(s) = \dfrac{G_C(s).G_p(s)}{1+G_C(s).G_p(s)}$ (7.1)

Trong thực tế, người ta cố gắng chọn cấu trúc của bộ điều khiển $G_C(s)$ sao cho hàm truyền của hệ kín có dạng bậc hai như sau:

$$W_k(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \qquad (7.2)$$

Khi đó hàm quá độ là:

$$h(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{\zeta\omega_0 t} \cos\left(\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}\,t + \theta\right)$$

$$\Rightarrow t_\sigma = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad (7.3)$$

$$\sigma\% = 100.e^{\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\ \%$$

$$t_{qd} \approx \frac{4}{\zeta\omega_0} = \frac{4}{\alpha}$$ ứng với vùng giới hạn $a = \pm 2\%$

Bảng 7.1. Bảng phần trăm độ quá điều chỉnh $\sigma_{\%}$

ξ	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
$\sigma_{\%}$	0,2	0,5	4,6	9,5	16,3	25,4	37,2

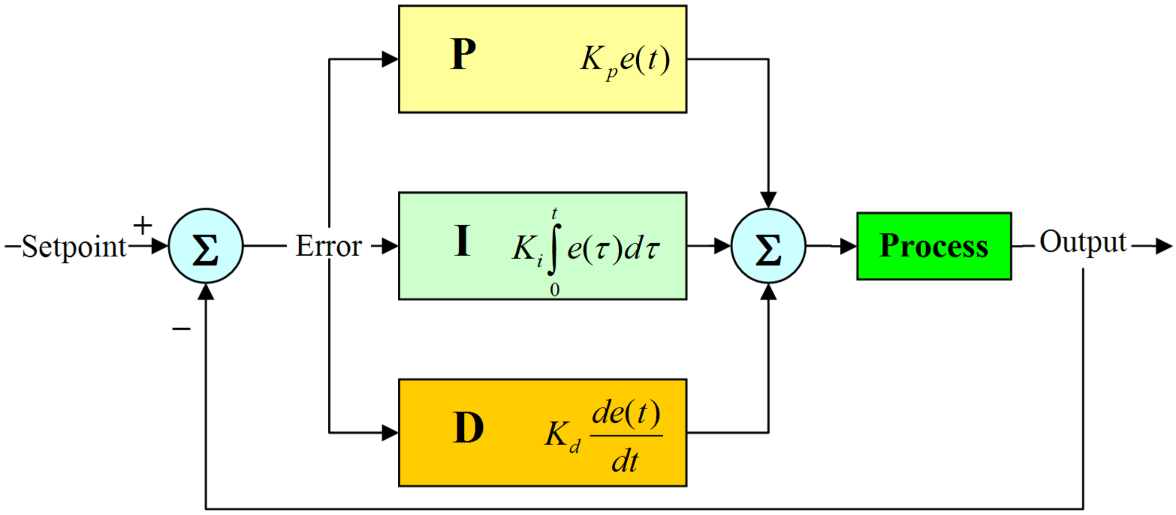
Trên cơ sở yêu cầu độ quá điều chỉnh của hệ thống, ta sẽ chọn ξ, sau đó sẽ xác định tham số của bộ điều chỉnh.

7.2. Bộ điều khiển PID

Trong ngành công nghiệp hiện nay, bộ điều khiển PID (Proportional Intesgral Derivative) được sử dụng rất rộng rãi và phổ biến. Luật điều khiển PID đưa vào hệ thống với mục đích làm cho hệ thống đảm bảo tính ổn định và đáp ứng chỉ tiêu chất lượng theo yêu cầu. Có thể khẳng định, trong hệ thống điều khiển tự động hoá quá trình sản xuất, thiết bị điều khiển PID luôn giữ vai trò quan trọng và không thể thiếu.

7.2.1. Định nghĩa

Một bộ điều khiển tỉ lệ vi tích phân (bộ điều khiển PID - Proportional Integral Derivative) là một cơ chế phản hồi vòng điều khiển (bộ điều khiển) tổng quát được sử dụng rộng rãi trong các hệ thống điều khiển công nghiệp – bộ điều khiển PID là bộ điều khiển được sử dụng nhiều nhất trong các bộ điều khiển phản hồi. Bộ điều khiển PID sẽ tính toán giá trị "sai số" là hiệu số giữa giá trị đo thông số biến đổi và giá trị đặt mong muốn. Bộ điều khiển sẽ thực hiện giảm tối đa sai số bằng cách điều chỉnh giá trị điều khiển đầu vào. Trong trường hợp không có kiến thức cơ bản (mô hình toán học) về hệ thống điều khiển thì bộ điều khiển PID sẽ là bộ điều khiển tốt nhất. Tuy nhiên, để đạt được kết quả tốt nhất, các thông số PID sử dụng trong tính toán phải điều chỉnh theo tính chất của hệ thống - trong khi kiểu điều khiển là giống nhau, các thông số phải phụ thuộc vào đặc thù của hệ thống.



Hình 7.2. Sơ đồ khối của bộ điều khiển PID

Giải thuật tính toán bộ điều khiển PID bao gồm 3 thông số riêng biệt, do đó đôi khi nó còn được gọi là điều khiển ba khâu: các giá trị tỉ lệ, tích phân và đạo hàm viết tắt là P, I, và D. Giá trị tỉ lệ xác định tác động của sai số hiện tại, giá trị tích phân xác định tác động của tổng các sai số quá khứ, và giá trị vi phân xác định tác động của tốc độ biến đổi sai số. Tổng chập của ba tác động này dùng để điều chỉnh quá trình thông qua một phần tử điều khiển như vị trí của van điều khiển hay bộ nguồn của phần tử gia nhiệt. Nhờ vậy, những giá trị này có thể làm sáng tỏ về quan hệ thời gian: P phụ thuộc vào sai số hiện tại, I phụ thuộc vào tích lũy các sai số quá khứ, và D dự đoán các sai số tương lai, dựa vào tốc độ thay đổi hiện tại.

Bằng cách điều chỉnh 3 hằng số trong giải thuật của bộ điều khiển PID, bộ điều khiển có thể dùng trong những thiết kế có yêu cầu đặc biệt. Đáp ứng của bộ điều khiển có thể được mô tả dưới dạng độ nhạy sai số của bộ điều khiển, giá trị mà bộ điều khiển vọt lố điểm đặt và giá trị dao động của hệ thống. Lưu ý là công dụng của giải thuật PID trong điều khiển không đảm bảo tính tối ưu hoặc ổn định cho hệ thống.

Vài ứng dụng có thể yêu cầu chỉ sử dụng một hoặc hai khâu tùy theo hệ thống. Điều này đạt được bằng cách thiết đặt độ lợi của các đầu ra không mong muốn về 0. Một bộ điều khiển PID sẽ được gọi là bộ điều khiển PI, PD, P hoặc I nếu vắng mặt các tác động bị khuyết. Bộ điều khiển PI khá phổ biến, do đáp ứng vi phân khá nhạy đối với các nhiễu đo lường, trái lại nếu thiếu giá trị tích phân có thể khiến hệ thống không đạt được giá trị mong muốn.

Về lý thuyết, một bộ điều khiển có thể được sử dụng để điều khiển bất kỳ một quá trình nào mà có một đầu ra đo được, một giá trị lý tưởng biết trước cho đầu ra và một đầu vào chu trình sẽ tác động . Các bộ điều khiển được sử dụng trong công nghiệp để điều chỉnh nhiệt độ, áp suất, tốc độ dòng chảy, tổng hợp hóa chất, tốc độ và các đại lượng khác có thể đo lường được. Xe hơi điều khiển hành trình là một ví dụ cho việc áp dụng điều khiển tự động trong thực tế.

Các bộ điều khiển PID thường được lựa chọn cho nhiều ứng dụng khác nhau, vì lý thuyết tin cậy, được kiểm chứng qua thời gian, đơn giản và dễ cài đặt cũng như bảo trì của chúng.

Trong các hệ thống điều chỉnh tự động trong công nghiệp hiện nay thường sử dụng các quy luật điều chỉnh chuẩn, đó là: quy luật tỉ lệ, quy luật tích phân, quy luật tỉ lệ tích phân, quy luật tỉ lệ vi phân.

7.2.2. Các Luật Điều Khiển

7.2.2.1. Luật điều khiển tỷ lệ (P)

Phương trình vi phân trong miền thời gian:

$$y(t) = K_p . u(t) \tag{7.4}$$

Trong đó:

$y(t)$: tín hiệu ra của bộ điều khiển

K_p: hệ số khuếch đại của bộ điều khiển

$u(t)$: tín hiệu vào của bộ điều khiển

Hàm truyền: $W(s) = K_p$ (7.5)

Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = K_p$ (7.6)

Hàm quá độ: $h(t) = K_p.1(t)$ (7.7)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = K_p \delta(t)$ (7.8)

Đặc tính biên tần: $A(\omega) = K_p$ (7.9)

Đặc tính pha tần số: $\varphi(\omega) = 0$ (7.10)

Nhận xét:

Quy luật tỷ lệ phản ứng như nhau đối với tín hiệu ở mọi tần số. Góc lệch pha giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào bằng không. Vì vậy, tín hiệu ra (tín hiệu điều khiển sẽ xuất hiện ngay khi có tín hiệu vào (tín hiệu sai lệch). Giá trị và tốc độ thay đổi của tín hiệu ra tỷ lệ với giá trị và tốc độ thay đổi của tín hiệu vào.

Ưu điểm: Tốc độ tác động nhanh, vì vậy trong công nghiệp quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với tất cả các đối tượng.

Nhược điểm: Quy luật tỷ lệ không triệt tiêu được sai lệch tĩnh.

Như vậy, quy luật tỷ lệ không thể thiết kế các bộ điều khiển theo chương trình được. Chúng ta biết muốn giảm sai lệch tĩnh,ta phải tăng hệ số khuếch đại,nhưng khi tăng hệ số khuếch đại tính dao động của hệ thống sẽ tăng lên và có thể đưa hệ thống tới mất ổn định.

7.2.2.2. Quy luật tích phân (I)

Phương trình vi phân trong miền thời gian:

$$y(t) = \frac{1}{T_i}\int_0^t u(t)dt \qquad (7.11)$$

Trong đó:

y(t): tín hiệu ra của bộ điều khiển

T_i: hằng số thời gian tích phân

u(t): tín hiệu vào của bộ điều khiển

Hàm truyền trong miền ảnh Laplace: $W(s) = \frac{1}{T_i s}$ (7.12)

Hàm truyền trong miền tần số: $W(j\omega) = \frac{1}{T_i j\omega} = \frac{1}{T_i \omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$ (7.13)

Đặc tính biên tần, pha tần: $A(\omega) = \frac{1}{T_i \omega}; \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ (7.14)

Hàm quá độ: $h(t) = \frac{1}{T_i} t$ (7.15)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = \frac{1}{T_i}$ (7.16)

Nhận xét:

Quy luật tích phân phản ứng kém với các tín hiệu tần số cao. Trong tất cả dải tần số, tín hiệu ra luôn chậm pha hơn so với tín hiệu vào một góc $\frac{\pi}{2}$ nên luật điều khiển tích phân tác động chậm. Hệ thống tự động sử dụng luật điều chỉnh theo quy luật tích phân sẽ dễ bị dao động, phụ thuộc vào hằng số thời gian tích phân T_i.

T_i càng nhỏ thì quá trình điều chỉnh càng dao động mạnh.

Ưu điểm: Bộ điều khiển tích phân triệt tiêu được sai lệch dư của hệ thống, ít chịu ảnh hưởng tác động của nhiễu cao tần.

Nhược điểm: Bộ điều khiển tác động chậm nên tính ổn định của hệ thống kém.

7.2.2.3. Quy luật vi phân (D)

Phương trình vi phân trong miền thời gian:

$$y(t) = T_d \frac{du(t)}{dt} \tag{7.17}$$

Trong đó:

y(t): tín hiệu ra của bộ điều khiển

T_d: hằng số thời gian vi phân

u(t): tín hiệu vào của bộ điều khiển

Hàm truyền trong miền ảnh Laplace: $W(s) = T_d s$ (7.18)

Hàm truyền trong miền tần số: $W(j\omega) = T_d j\omega = T_d \omega e^{-j\frac{\pi}{2}}$ (7.19)

Đặc tính biên tần, pha tần: $A(\omega) = T_d \omega; \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$ (7.20)

Hàm quá độ: $h(t) = T_d \delta(t)$ (7.21)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = T_d \delta(t)$ (7.22)

Nhận xét:

Luật điều khiển vi phân tác động mạnh với các tín hiệu ccso tần số cao. Trong tất cả các dải tần số, tín hiệu ra phản ứng sớm pha với tín hiệu vào một góc 90^0 nên luật điều khiển vi phân tác động nhanh.

Ưu điểm: Bộ điều khiển vi phân đáp ứng tính tác động nhanh

Nhược điểm: Khi trong hệ thống dùng bộ điều khiển có luật vi phân thì hệ thống dễ bị tác động bởi nhiễu cao tần.

7.2.2.4. Luật điều khiển tỉ lệ - vi phân (PD).

Bộ điều chỉnh PD lí tưởng là cấu trúc ghép song song của khâu P và khâu D. Tín hiệu ra của khâu PD là tổng tín hiệu ra của hai thành phần.

Phương trình vi phân:

$$y(t) = K_1 u(t) + K_2 \frac{du(t)}{dt} = K_p (u(t) + T_d \frac{du(t)}{dt}) \tag{7.23}$$

Trong đó:

y(t): tín hiệu ra của bộ điều khiển

u(t): tín hiệu vào của bộ điều khiển

$K_p = K_1$: hệ số khuếch đại

$T_d = K_2/K_1$: hằng số thời gian vi phân

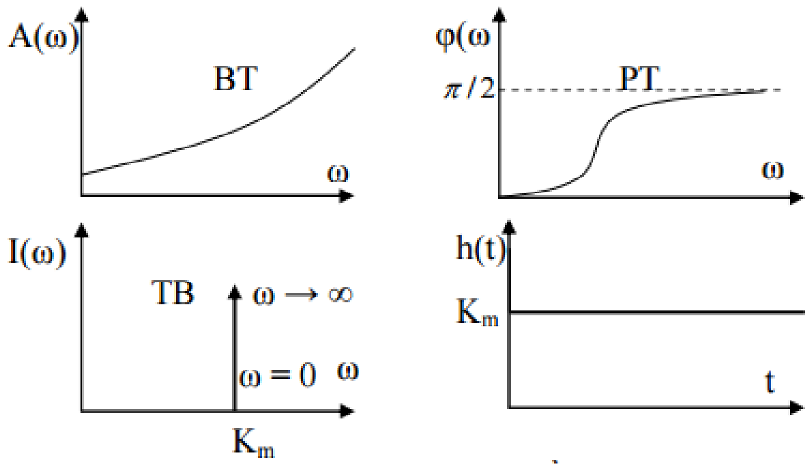
Hàm truyền trong miền ảnh Laplace: $W(s) = K_p(1 + T_d s)$ (7.24)

Hàm truyền trong miền tần số: $W(j\omega) = K_p(1 + jT_d\omega)$ (7.25)

Đặc tính biên tần, pha tần: $A(\omega) = K_p\sqrt{1 + T_d^2\omega^2}; \varphi(\omega) = \text{ar}\tan\varphi(T_d\omega)$ (7.26)

Hàm quá độ: $h(t) = K_p(1(t) + T_d\delta(t))$ (7.27)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = K_p(\delta(t) + T_d\delta(t))$ (7.28)



Hình 7.3. Các đặc tính của quy luật điều chỉnh tỷ lệ vi phân

Nhận xét:

Quy luật PD có hai tham số hiệu chỉnh là K_p và T_d.

Nếu $T_d = 0$ thì quy luật PD trở thành quy luật tỷ lệ, nếu $K_p = 0$ thì quy luật PD trở thành quy luật vi phân.

Tín hiệu ra lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$

Trong toàn dải tần số, tín hiệu ra luôn luôn vượt trước tín hiệu vào nên quy luật PD tác động nhanh hơn quy luật tỷ lệ nhưng quá trình điều chỉnh vẫn không có khả năng triệt tiêu sai lệch dư giống như quy luật tỷ lệ. Phần tử vi phân tăng tốc độ tác động nhưng đồng thời cũng rất nhạy cảm với nhiễu ở tần số cao.

Vì vậy, trong công nghiệp, quy luật tỷ lệ vi phân chỉ sử dụng khi quy trình công nghệ cho phép có sai lệch dư và đòi hỏi tốc độ tác động rất nhanh.

7.2.2.5. Luật điều khiển tỉ lệ - tích phân (PI)

Bộ điều chỉnh PI là cấu trúc ghép song song của khâu P và khâu I . Tín hiệu ra của bộ PI là tổng tín hiệu ra của 2 khâu thành phần.

Để vừa tác động nhanh,vừa triệt tiêu sai lệch tĩnh, người ta kết hợp quy luật tỉ lệ và quy luật tích phân để tạo ra quy luật tỉ lệ- tích phân.

Phương trình vi phân:

$$y(t) = K_1 u(t) + K_2 \int_0^t u(t)dt = K_p (u(t) + \frac{1}{T_i} \int_o^t u(t)dt) \qquad (7.29)$$

Trong đó:

y(t): tín hiệu ra của bộ điều khiển

u(t): tín hiệu vào của bộ điều khiển

$K_p = K_1$: hệ số khuếch đại

$T_i = K_1/K_2$: hằng số thời gian tích phân

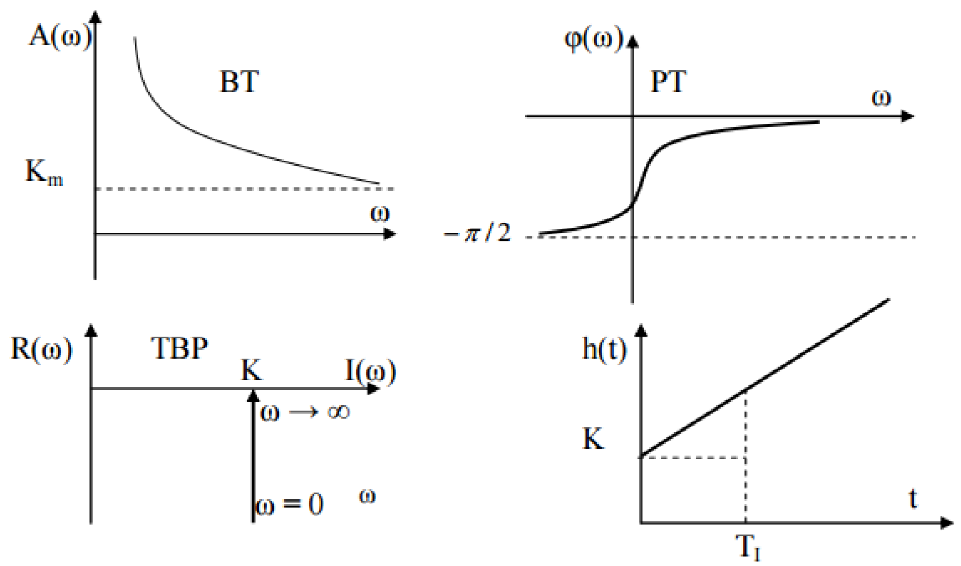
Hàm truyền trong miền ảnh Laplace: $W(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$ (7.30)

Hàm truyền trong miền tần số: $W(j\omega) = K_p(1 + \frac{1}{T_i j\omega})$ (7.31)

Đặc tính biên tần, pha tần: $A(\omega) = K_p \sqrt{1 + \frac{1}{T_i^2 \omega^2}}; \varphi(\omega) = \text{ar}\tan\varphi(-\frac{1}{T_i \omega})$ (7.32)

Hàm quá độ: $h(t) = K_p(1 + \frac{1}{T_i} t)$ (7.33)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = K_p(\delta(t) + \frac{1}{T_i})$ (7.34)



Hình 7.4. Các đặc tính của quy luật điều chỉnh tỷ lệ tích phân

Nhận xét:

Từ các đặc tính trên ta thấy: Khi tần số tín hiệu thấp, tác động của phần tích phân là lớn nên biên độ lớn. Tần số càng tăng tác động của tích phân càng giảm xuống, còn tác động của tỷ lệ tăng lên, góc lệch pha giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào giảm xuống.

Quy luật PI có hai tham số hiệu chỉnh là K_p và T_i.

Khi $T_i = \infty$ thì quy luật PI trở thành quy luật P, khi $K_p = 0$, quy luật PI trở thành

I.

Khi tần số biến thiên từ 0 đến ∞, góc lệch pha giữa tín hiệu ra so với tín hiệu vào biến thiên trong khoảng -π / 2 đến 0. Do đó, quy luật PI tác động nhanh hơn quy luật tích phân song chậm hơn quy luật tỷ lệ.

Tín hiệu ra lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0)$

Ưu điểm: Quy luật tỷ lệ tích phân là tác động nhanh do có thành phần tỷ lệ và có khả năng triệt tiêu sai lệch tĩnh do có thành phần tích phân.

Nếu ta chọn được tham số K_p, T_i thích hợp thì quy luật điều chỉnh PI có thể áp dụng cho phần lớn các đối tượng trong công nghiệp.

Nhược điểm: Quy luật tích phân là tốc độ tác động nhỏ hơn quy luật tỷ lệ. Vì vậy, nếu đối tượng yêu cầu tốc độ tác động nhanh do nhiễu thay đổi liên tục thì quy luật tích phân không đáp ứng được yêu cầu.

7.2.2.6. Luật điều khiển tỉ lệ - vi tích phân (PID)

Để cải thiện chất lượng của các bộ điều khiển PI, PD, người ta kết hợp ba luật điều khiển tỷ lệ, vi phân, tích phân để tổng hợp thành bộ điều khiển PID

Phương trình vi phân:

$$y(t) = K_1 u(t) + K_2 \int_0^t u(t)dt + K_3 \frac{du(t)}{dt} = K_p (u(t) + \frac{1}{T_i}\int_o^t u(t)dt + T_d \frac{du(t)}{dt}) \quad (7.35)$$

Trong đó:

y(t): tín hiệu ra của bộ điều khiển

u(t): tín hiệu vào của bộ điều khiển

$K_p = K_1$: hệ số khuếch đại

$T_i = K_1/K_2$: hằng số thời gian tích phân

$T_d = K_3/K_1$: hằng số thời gian vi phân

Hàm truyền trong miền ảnh Laplace: $\mathrm{W}(s) = K_p (1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$ (7.36)

Hàm truyền trong miền tần số: $\mathrm{W}(j\omega) = K_p (1 + \frac{1}{T_i j\omega} + jT_d \omega)$ (7.37)

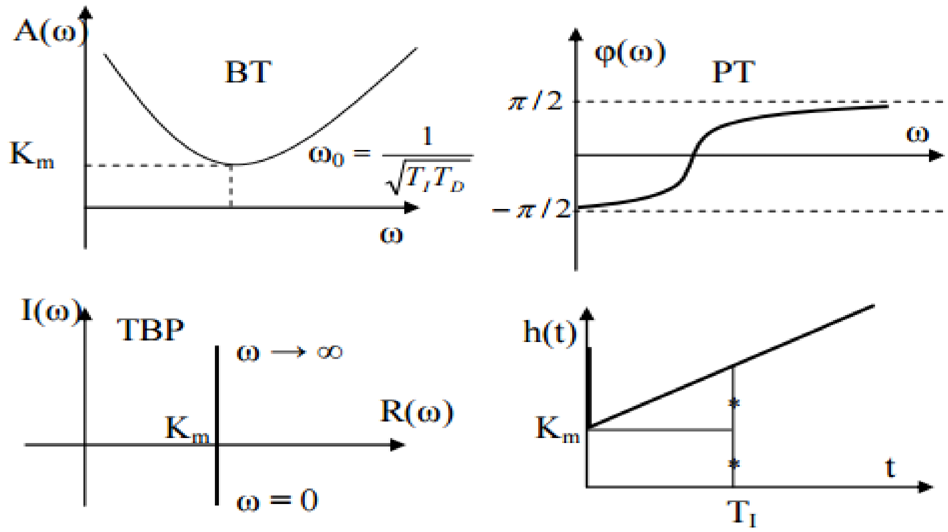
Đặc tính biên tần, pha tần:

$$A(\omega) = K_p \sqrt{1 + (T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega})^2}; \varphi(\omega) = \mathrm{ar}\tan\varphi(T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega}) \quad (7.38)$$

Hàm quá độ: $h(t) = K_p (1 + \frac{1}{T_i} t + T_d \delta(t))$ (7.39)

Hàm quá độ xung (hàm trọng lượng): $g(t) = K_p (\delta(t) + \frac{1}{T_i} + T_d \delta(t))$ (7.40)

Các đặc tính của quy luật điều chỉnh PID được mô tả trên hình 7.5.



Hình 7.5. Các đặc tính của quy luật điều chỉnh tỷ lệ vi tích phân

Nhận xét:

Ở dải tần số thấp quy luật PID mang đặc trưng gần như quy luật PI. Khi $\omega = \omega_k$ quy luật PID mang đặc tính quy luật, ở dải tần số cao PID có đặc tính gần như PD, tại $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{T_d T_i}}$, PID mang đặc tính của P.

Tín hiệu ra lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{\pi}{2})$

Quy luật PID có 3 tham số cần hiệu chỉnh : K_p, T_i, T_d.

Xét ảnh hưởng của 3 tham số:

+ Khi $T_d = 0$ và $T_i \rightarrow 0$, quy luật PID trở về quy luật P.

+ Khi $T_d = 0$ và $T_i = 0$, quy luật PID trở về quy luật I.

+ Khi $T_i \rightarrow \infty$ quy luật PID trở về quy luật PD.

+ Khi $T_d = 0$ quy luật PID trở về quy luật PI

Quy luật PID có tốc độ tác động nhanh và có khả năng triệt tiêu sai lệch tĩnh. Về tốc độ tác động, quy luật PID còn có thể nhanh hơn cả quy luật tỷ lệ, điều đó phụ thuộc vào thông số T_i, T_d .

Nếu ta chọn được tham số tối ưu thì quy luật PID sẽ đáp ứng được mọi yêu cầu về điều chỉnh chất lượng của các quy trình công nghệ. Tuy nhiên, việc chọn được bộ ba thông số tối ưu là rất khó khăn. Do đó trong công nghiệp, quy luật PID thường chỉ được sử dụng khi đối tượng điều chỉnh có nhiều thay đổi liên tục và quy trình công nghệ đòi hỏi độ chính xác cao mà quy luật PI không đáp ứng được.

7.3. Các phương pháp tổng hợp Bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID có các ưu điểm nổi bật, vấn đề là với mỗi hệ thống khác nhau ta phải chọn được luật điều khiển, các bộ tham số K_p, T_i, T_d thích hợp cho hệ thống. Chất lượng hệ thống phụ thuộc vào các tham số K_p, T_i , T_d. Muốn hệ thống có được chất lượng như mong muốn thì phải phân tích đối tượng rồi trên cơ sở đó chọn các tham số cho phù hợp. Hiện nay, có khá nhiều các phương pháp xác định các tham số K_p, T_i , T_d cho bộ điều khiển PID, song tiện ích hơn cả trong ứng dụng vẫn là:

- Phương pháp Ziegler – Nichols.
- Phương pháp Tổng hằng số thời gian Kuhn.

7.3.1. Phương pháp Ziegler–Nichols

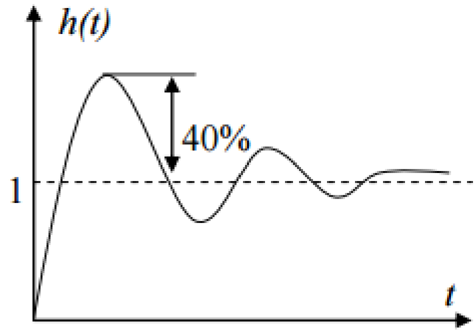
Phương pháp Ziegler- Nichols, được đưa ra bởi John G.Ziegler và Nathaniel B. Nichols vào những năm 1940. Ziegler và Nichols đã đưa ra hai phương pháp thực nghiệm để xác định tham số bộ điều khiển PID.

a) Phương pháp Ziegler – Nichols thứ nhất

Đặc điểm phương pháp, đối tượng áp dụng:

Phương pháp thực nghiệm này có nhiệm vụ xác định các tham số số K_p, T_i , T_d cho bộ điều khiển PID trong trường hợp không xác định mô hình đối tượng, trên cơ sở xấp xỉ hàm truyền đạt W(s) của đối tượng: $W(s)=\frac{ke^{-Ls}}{1+Ts}$ (7.41) để hệ kín nhanh chóng trở về chế độ xác lập và độ quá điều chỉnh Δh không vượt quá một giới hạn cho phép, khoảng 40% so với $h_\infty=\lim_{t\to\infty}h(t)$ tức là có $\left|\frac{\Delta h_{max}}{h_\infty}\right|\le 0,4$ (7.42)

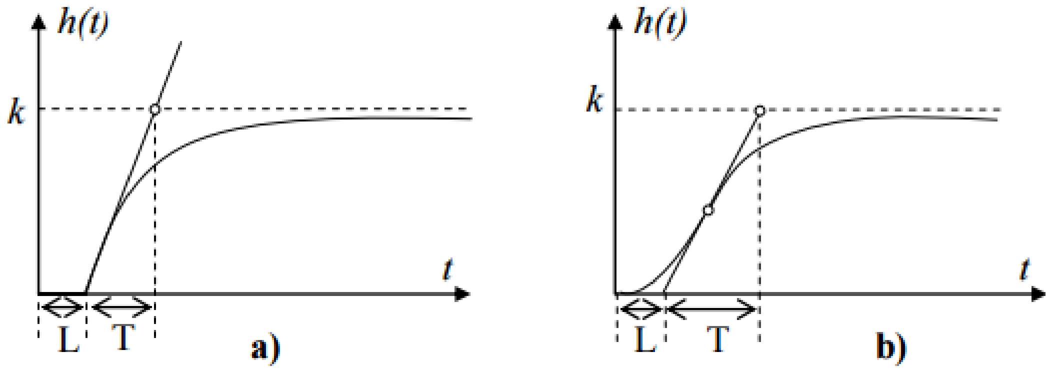
Điều kiện để áp dụng được phương pháp xấp xỉ mô hình bậc nhất có trễ của đối tượng là đối tượng đã phải ổn định, không có giao động và ít nhất hàm quá độ của nó phải có dạng chữ S.



Hình 7.6. hàm quá độ của mô hình bậc nhất có trễ của đối tượng

Nội dung phương pháp:

Ba tham số L (hằng số thời gian trễ), k (hệ số khuếch đại) và T (hằng số thời gian quán tính) của mô hình xấp xỉ có thể được xác định gần đúng từ đồ thị hàm quá độ h(t) của đối tượng.



Hình 7.7. Xác định tham số cho mô hình xấp xỉ

- L là khoảng thời gian đầu ra h(t) chưa có phản ứng ngay với kích thích 1(t) tại đầu vào.

- k là giá trị giới hạn h(t)

- Gọi A là điểm kết thúc thời gian trễ, tức là điểm trên trục hoành có hoành độ bằng L. Khi đó, T là khoảng thời gian cần thiết sau L để tiếp tuyến của h(t) tại A đạt giá trị k.

Trường hợp hàm quá độ h(t) không có dạng lý tưởng như ở Hình 7.7 a), song có dạng gần giống là hình chữ S của khâu quán tính bậc hai hoặc bậc n như ở Hình 7.7 b) mô tả, thì ba tham số k, L, T được xác định xấp xỉ như sau:

- k là giá trị giới hạn $h_\infty = \lim_{t\to\infty} h(t)$ (7.43)

- Kẻ đường tiếp tuyến của h(t) tại điểm uốn của nó. Khi đó L sẽ là hoành độ giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành và T là khoảng thời gian cần thiết để đường tiếp tuyến đi được từ giá trị 0 đến giá trị k.

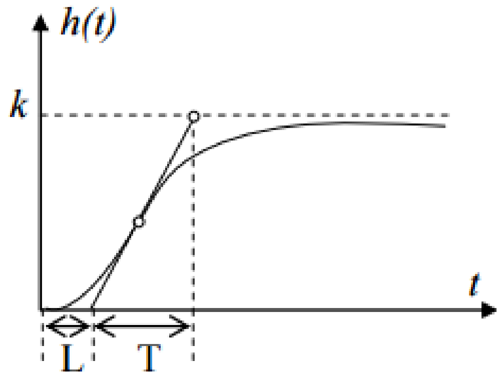
Sau khi đã có các tham số cho mô hình xấp xỉ (7.41) của đối tượng, Ziegler – Nichols đã đề nghị sử dụng các tham số k_p, T_i , T_d cho bộ điều khiển như sau:

- Nếu chỉ sử dụng bộ điều khiển khuếch đại P, thì chọn: $k_p = \dfrac{T}{k.L}$ (7.44)

- Nếu sử dụng bộ PI, thì chọn: $k_p = \dfrac{0,9.T}{k.L}$ và $T_i = \dfrac{10}{3}.L$ (7.45)

- Nếu sử dụng bộ điều khiển PID,thì chọn: $k_p = \dfrac{1,2.T}{k.L}$, $T_i = 2L$, $T_d = L/2$. (7.46)

Ví dụ: Cho đối tượng có hàm quá độ như hình vẽ:



Với: k = 3, L = 0,75, T = 1,5. Chọn cac tham so cho bộ điều khiển P, PI, PID theo phương pháp Thực nghiệm Ziegler - Nichols để điều khiển đối tượng trên.

Giải:

Sử dụng bộ điều khiển khuếch đại P:

$$k_p = \frac{T}{k.L} = \frac{1,5}{3.0,75} = 0,67$$

Sử dụng bộ điều khiển PI:

$$k_p = \frac{0,9T}{k.L} = \frac{0,9.1,5}{3.0,75} = 0,6$$

$$T_I = \frac{10}{3}L = 2,5$$

Sử dụng bộ điều khiển PID:

$$k_p = \frac{1,2T}{k.L} = \frac{1,2.1,5}{3.0,75} = 0,8$$

$$T_I = 2L = 2.0,75 = 1,5$$

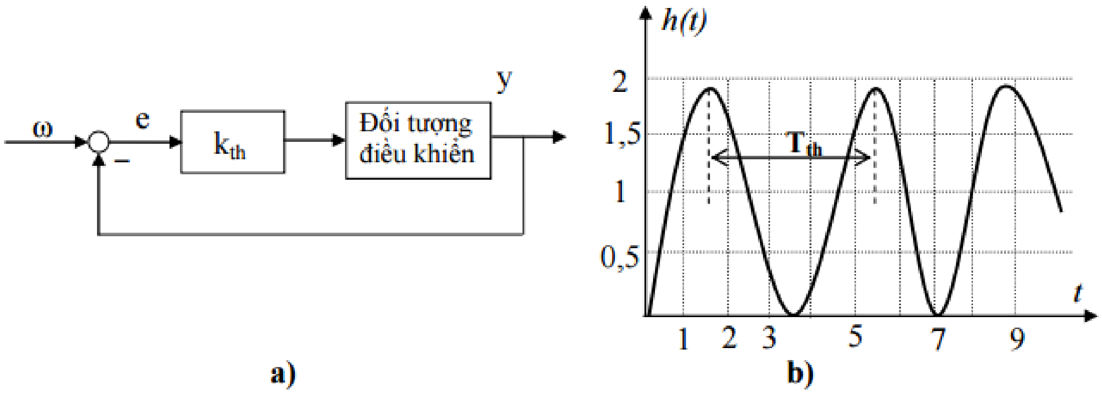
$$T_D = L/2 = 0,75/2 = 0,375$$

b) Phương pháp Ziegler – Nichols thứ hai (Phương pháp thực nghiệm)

Đặc điểm phương pháp, đối tượng áp dụng:

Phương pháp thực nghiệm thứ hai này có đặc điểm là không sử dụng mô hình toán học của đối tượng, ngay cả mô hình xấp xỉ gần đúng (7.41).

Phương pháp thực nghiệm thứ hai có một nhược điểm là chỉ áp dụng được cho những đối tượng có được chế độ biên giới ổn định khi hiệu chỉnh hằng số khuếch đại trong hệ kín.



Hình 7.8. Xác định hằng số khuếch đại tới hạn

Nội dung phương pháp:

Bước 1: Thay bộ điều khiển PID trong hệ kín Hình 7.7a bằng bộ khuếch đại. Sau đó, tăng hệ số khuếch đại tới giá trị tới hạn k_{th} để hệ kín ở biên giới ổn định, tức là h(t) có dạng dao động điều hoà Hình 7.7b. Xác định chu kỳ tới hạn T_{th} của dao động.

Bước 2: Xác định tham số cho bộ điều khiển P, PI hay PID như sau:

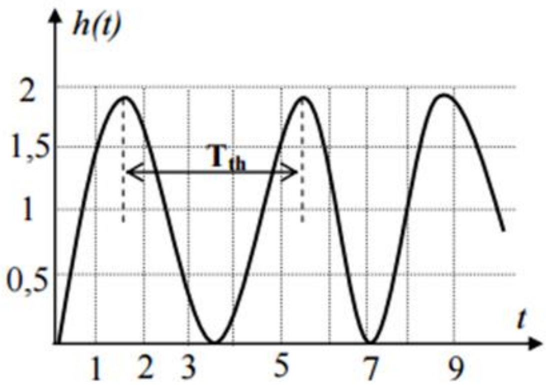
+ Nếu sử dụng bộ điều khiển P, thì chọn: $k_p = \frac{1}{2}.k_{th}$ (7.47)

+ Nếu sử dụng bộ điều khiển PI, thì chọn: $k_p = 0,45.k_{th}$ và $T_i = 0,85.T_{th}$ (7.48)

+ Nếu sử dụng bộ điều khiển PID, thì chọn:

$$K_p = 0,6.k_{th},\ T_i = 0,5.T_{th},\ T_d = 0,12.T_{th} \qquad (7.49)$$

Ví dụ: Giả sử khuếch đại hệ thống đến giá trị: $k_{th} = 25,6$ ta đạt được chế độ dao động cho hệ kín như hình vẽ. Chọn các tham số cho bộ điều khiển PI, PID theo phương pháp Thực nghiệm Ziegler - Nichols để điều khiển đối tượng.



Giải:

Sử dụng bộ điều khiển PI:

$$k_p = 0,45.k_{th} = 0,45.25,6 = 11,52$$

$$T_I = 0,85.T_{th} = 0,85.4 = 3,4$$

Sử dụng bộ điều khiển PID:

$$k_p = 0.6.k_{th} = 0,6.25,6 = 15,36$$
$$T_I = 0,5T_{th} = 0,5.4 = 2$$
$$T_D = 0,1.T_{th} = 0,1.4 = 0,4$$

7.3.2. Phương pháp tổng hằng số thời gian (Kuhn)

Đặc điểm phương pháp, đối tượng áp dụng:

Phương pháp Tổng hằng số thời gian của Kuhn được ứng dụng để thiết kế luật điều khiển cho lớp đối tượng có điểm không và điểm cực nằm trên trục thực về bên trái trục ảo. Đối tượng với mô hình toán học dạng tổng quát:

$$W(s) = k_{dt}.\frac{(1+T_{t1}s)(1+T_{t2}s)...(1+T_{tk}s)}{(1+T_{m1}s)(1+T_{m2}s)...(1+T_{mn}s)}e^{-sT_t} \tag{7.50}$$

Nội dung phương pháp:

Nếu k < n và các hằng số thời gian ở tử số T_{ti} phải nhỏ hơn so với hằng số thời gian tương ứng ở mẫu số T_{mi}, nói cách khác nếu ta có:

$T_{t1} \geq T_{t2} \geq ... \geq T_{tk}$ và $T_{m1} \geq T_{m2} \geq ... \geq T_{mn}$

Thì: $T_{t1}<T_{m1}$, $T_{t2}<T_{m2}$,…, $T_{tk}<T_{mn}$

Hằng số thời gian tổng được tính theo công thức sau:

$$\begin{aligned} T_\Sigma &= \sum_{i=1}^{n} T_{mi} - \sum_{i=1}^{k} T_{ti} + T_t \\ T_\Sigma &= (T_{m1}+T_{m2}+...+T_{mn}) - (T_{t1}+T_{t2}+...+T_{tk}) - T_t \end{aligned} \tag{7.51}$$

Phương pháp hằng số thời gian tổng của Kuhn bao gồm hai bước sau:

Bước 1: Xác định k_{dt},T_t, T_Σ từ hàm truyền đạt W(s) của đối tượng.

Bước 2: Xác định tham số cho bộ điều khiển:

+ Nếu sử dụng bộ điều khiển PI: chọn $k_p = \frac{1}{2.k_{dt}}$ và $T_i = \frac{T_\Sigma}{2}$ (7.52)

+ Nếu sử dụng bộ điều khiển PID:

chọn $k_p = 1/k_{dt}$; $T_i = \frac{2.T_\Sigma}{3}$ và $T_d = 0,167.T_\Sigma$ (7.53)

Chất lượng hệ thống đạt được là:

+ Độ quá điều chỉnh cực đại: $\sigma_{\max} = 4,32\%$

+ Thời gian đạt được giá trị xác lập đầu tiên: $T_{kt} = 1,571.T_\Sigma$ (7.54)

Ví dụ:

Cho đối tượng có hàm truyền đạt như sau: $W(s) = \frac{10e^{-2s}}{(50s+1)(10s+1)(5s+1)}$

Xác định tham số cho bộ điều khiển PI, PID theo phương pháp tổng hằng số thời gian (Kuhn)

Giải:

Từ hàm truyền của đối tượng ta xác định được: $k_{đt} = 10$, $T_t = 2$

Hằng số thời gian tổng được tính như sau: $T_\Sigma = 50 + 10 + 5 + 2 = 67$

- Nếu ta chọn bộ điều khiển có cấu trúc là PI, thì tham số của bộ điều chỉnh được xác định như sau:

$K_p = 1/(2k_{đt}) = 1/(2.10) = 0,05$

$T_I = T_\Sigma/2 = 67/2 = 33,5$

- Nếu ta chọn bộ điều khiển có cấu trúc PID, thì tham số của nó được xác định như sau:

$K_p = 1/k_{đt} = 1/10 = 0,1$

$T_i = 2T_\Sigma/3 = (2.67)/3 = 44,67$

$T_d = 0,167.T_\Sigma = 0,167.67 = 11,189$

Trong thiết kế, ta cố gắng chọn cấu trúc bộ điều chỉnh càng đơn giản càng tốt, cho nên ta sẽ chọn cấu trúc của bộ điều chỉnh là PI, nếu như bộ PI không đáp ứng được các yêu cầu đặt ra thì ta sẽ chọn cấu trúc PID

7.4. Tính điều khiển được và quan sát được

Cho hệ thống có mô hình trạng thái như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} &= C\underline{x} + D\underline{u} \end{aligned} \tag{7.55}$$

Hệ thống được gọi là điều khiển được nếu và chỉ nếu tồn tại tín hiệu điều khiển u có thể đưa hệ từ trạng thái ban đầu $\underline{x}(0)$ tới trạng thái $\underline{x}(T)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn T.

Hệ thống là điều khiển được khi và chỉ khi ma trận:

$$P = [B\ AB\ A^2B\ ...A^{n-1}B] \tag{7.56}$$

có hạng bằng n hay ma trận P không suy biến.

Hệ thống được gọi là quan sát được nếu biến trạng thái $\underline{x}(0)$ được xác định khi biết được u và y trong thời gian hữu hạn $0 < t < T$.

Hệ thống là quan sát được khi và chỉ khi ma trận:

$$Q = [C^T\ A^TC^T\ ...\ (A^T)^{n-1}C^T] \tag{7.57}$$

có hạng bằng n hay định thức của Q khác không.

Ví dụ:

Xét tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau đây:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u \end{cases}$$

Giải:

Tính ma trận P để xét tính điều khiển được của hệ thống, ta có:

$$P = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\det(P) = -9 + 9 = 0, Rank(P) = 2$$

Ta thấy hệ thống này không điều khiển được.

Tính ma trận Q để xét tính quan sát được của hệ thống, ta có:

$$Q = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\det(Q) = -1 \neq 0, Rank(Q) = 2$$

Ta thấy hệ thống này quan sát được.

Câu hỏi và bài tập chương 7:

Câu 1. Tổng hợp bộ điều khiển là gì? Tại sao phải tổng hợp bộ điều khiển?

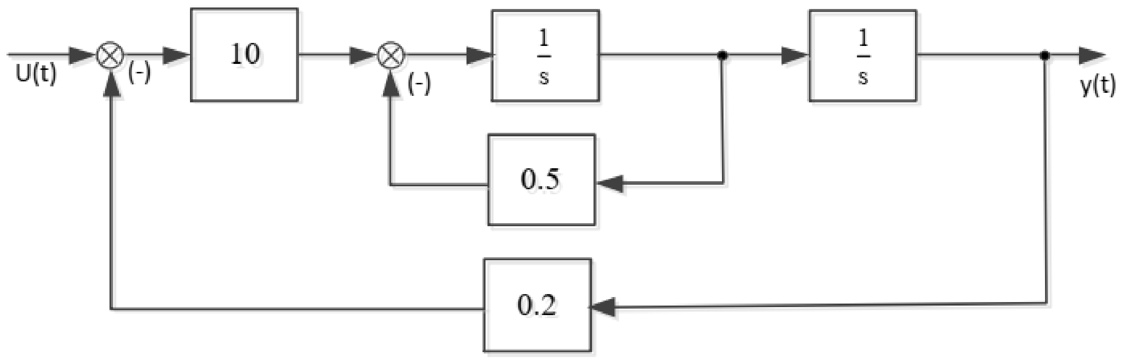
Câu 2. Có mấy cách phân loại bộ điều khiển? Nêu chi tiết các cách đó.

Câu 3. Nêu cách tổng hợp bộ điều khiển theo phương pháp Ziegler-Nichols.

Câu 4. Tại sao phải xét tính điều khiển được và quan sát được? Hệ thống điều khiển được, quan sát được khi nào?

Câu 5. Trình bày nội dung phương pháp tổng hằng số thời gian (Kuhn).

Câu 6. Xét tính điều khiển được của hệ thống có sơ đồ cấu trúc sau:

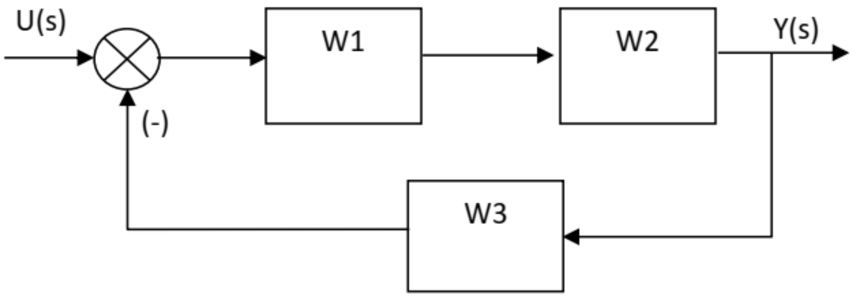


Câu 7. Cho hệ thống có hàm truyền sau:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(s+2)}{s^2 + s + 5}$$

Xét tính quan sát được, điều khiển được của hệ thống.

Câu 8. Cho hệ có cấu trúc như hình vẽ:

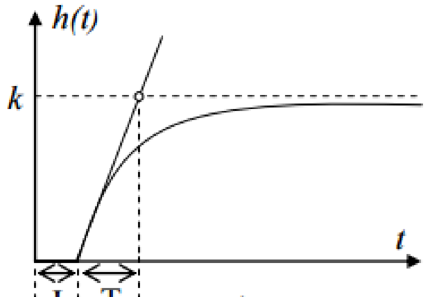


Với: W_1 là hàm truyền bộ điều khiển PID; $W_2 = \dfrac{2}{(3s+2)^2}$; $W_3 = 1$

Hãy xác định các tham số cho bộ điều khiển PID.

Câu 9. Cho đối tượng có hàm quá độ như hình vẽ, với: k = 4, L = 1, T = 1,2.

Chọn các tham số cho bộ điều khiển P, PI, PID theo phương pháp Thực nghiệm Ziegler - Nichols để điều khiển đối tượng trên.

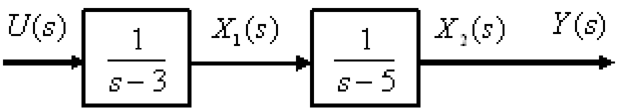


a)

Câu 10. Xác định tham số K_P, Ti, T_D cho bộ điều khiển PID theo phương pháp Tổng hằng số thời gian (Kuhn) để điều khiển đối tượng có hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{10(s+1)e^{-2s}}{(20s+1)(10s+1)(5s+1)}$$

Câu 11. Xét tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống sau:



Câu 12. Bộ điều khiển tỉ lệ P có tác dụng như một khâu:

a. Tích phân

b. Vi phân

c. Quán trính bậc nhất

d. Khuếch đại

Câu 13. Khi đã xác định được các tham số tối ưu của bộ điều khiển mà hệ thống vẫn không thỏa mãn các yêu cầu đặt ra, thì ta phải làm gì ?

a. Chấp nhận các tham số tối ưu và cho hệ thống hoạt động tạm thời

b. Thay đổi lại cấu trúc hệ thống điều khiển

c. Thay đổi toàn bộ các thiết bị trong hệ thống
d. Loại bỏ hệ thống đó

Câu 14. Từ các luật điều khiển P, I, D ta có thể có các bộ điều khiển nào ?
a. P, I, D, PI, PD, PID
b. P, I, D, PID
c. P, I, D
d. P, I, D, PI, PD, PID, IDP, DIP

Câu 15. Bô điều chỉnh PID có ưu điểm gì?
a. Giảm thời gian quá độ, sai lệch tĩnh giảm và giảm độ quá điều chỉnh
b. Giảm thời gian xác lập
c. Tối ưu, ổn định hệ thống
d. Tác động nhanh

Câu 16. Tác dụng của khâu tích phân trong hệ thống là gì?
a. Nhanh đạt trạng thái cân bằng
b. Rút ngắn thời gian quá độ
c. Tăng độ quá điều chỉnh
d. Triệt tiêu sai lệch tĩnh

Câu 17. Ưu điểm của quy luật P là gì?
a. Tác động nhanh
b. Thời gian quá độ rất chậm
c. Độ quá điều chỉnh lý tưởng
d. Sai lệch tĩnh tăng nhanh

Câu 18. Tác động của quy luật PI là:
a. Nhanh hơn quy luật tỷ lệ và chậm hơn quy luật tích phân
b. Nhanh hơn quy luật tích phân và chậm hơn quy luật tỷ lệ
c. Nhanh hơn quy luật vi phân và chậm hơn quy luật tích phân
d. Nhanh hơn quy luật tỷ lệ và chậm hơn quy luật vi phân

Câu 19. Đặc tính của quy luật tích phân là tín hiệu ra luôn chậm pha so với tín hiệu vào cho biết điều gì ?
a. Quy luật tích phân tác động nhanh
b. Quy luật tích phân tác động chậm
c. Quy luật tích phân có dao động bậc cao
d. Quy luật tích phân có sai lệch tĩnh lớn

Câu 20. Ưu điểm của quy luật tích phân là:
a. Triệt tiêu nhiễu
b. Triệt tiêu sai lệch tĩnh
c. Triệt tiêu dao động tự do

d. Triệt tiêu dao động cưỡng bức

Câu 21. Ưu điểm của quy luật vi phân là:

a. Tác động tối ưu

b. Sớm pha so với nhiễu

c. Tốc độ tác động nhanh

d. Triệt tiêu quá trình quá độ

Câu 22. Khi hệ số K_p càng lớn thì:

a. Sai lệch tĩnh càng nhỏ, độ quá điều chỉnh càng lớn và hệ thống làm việc ổn định cao

b. Sai lệch tĩnh càng nhỏ, độ quá điều chỉnh càng lớn và hệ thống làm việc kém ổn định

c. Sai lệch tĩnh càng lớn, độ quá điều chỉnh càng lớn và hệ thống làm việc ổn định

d. Sai lệch tĩnh càng nhỏ, độ quá điều chỉnh càng nhỏ và hệ thống làm việc ổn định

Câu 23. Khi tăng K_p thì:

a. Sai lệch tĩnh giảm, dao động tăng lên và có thể hệ thống mất ổn định

b. Sai lệch tĩnh tăng, dao động tăng lên và có thể hệ thống mất ổn định

c. Sai lệch tĩnh giảm, dao động giảm và hệ thống mất định

d. Sai lệch tĩnh bằng 0, dao động tăng lên và hệ thống ổn định

Câu 24. Quy luật PID tác động nhanh hơn quy luật nào?

a. Quy luật tỷ lệ P

b. Quy luật I

c. Quy luật PD

d. Quy luật D

Câu 25. Nhược điểm của luật PD là gì?

a. Phản ứng với nhiễu điều hòa

b. Nhiễu cao tần có biên độ nhỏ

c. Độ quá điều chỉnh rất lớn

d. Hằng số vận tốc vô cùng lớn

Câu 26. Điều kiện để hệ thống điều khiển mô tả bằng phương trình trạng thái điều khiển được và quan sát được (n biến trạng thái) là:

a. rank P = 0, rank Q =0

b. rank P = 1, rank Q =1

c. rank P = n+1, rank Q = n+1

d. rankP = n, rank Q =n

Câu 27. Hệ thống được gọi là điều khiển được khi nào?

a. Nếu và chỉ nếu tồn tại tín hiệu điều khiển u đưa hệ từ trạng thái ban đầu $\underline{x}(0)$ tới trạng thái $\underline{x}(T)$ trong một khoảng thời gian hữu hạn T

b. Nếu và chỉ nếu tồn tại tín hiệu điều khiển u đưa hệ từ trạng thái ban đầu $\underline{x}(0)$ tới trạng thái x(T) trong một khoảng thời gian ngắn nhất

c. Khi tồn tại ít nhất hai bộ điều khiển

d. Khi xác định đầy đủ các thống số kỹ thuật

CHƯƠNG 8: HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ [1]

Nội dung chính của chương: Khảo sát tính ổn định và tính sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống điều khiển số.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Sau khi học xong Chương 8, sinh viên hiểu được khái niệm hệ thống điều khiển số và phép biến đổi Z. Vận dụng được phép biến đổi Z để khảo sát tính ổn định và tính sai số ở trạng thái xác lập của hệ thống điều khiển số.

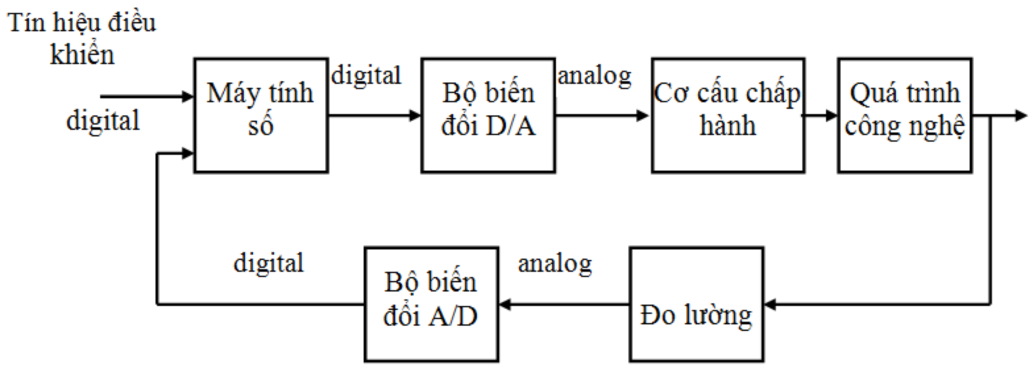
Bài 13: Hệ thống điều khiển số (số tiết 03)

8.1 Mở đầu

Máy tính có thể hoạt động như một bộ bù hay bộ điều khiển trong hệ thống điều khiển phản hồi. Các quá trình và hệ thống có sử dụng máy tính số, có bộ điều khiển, có thiết bị biến đổi xung đều thuộc hệ lớp hệ thống xung số. Máy tính chỉ nhận dữ liệu tại một khoảng thời gian nhất định. Việc phát triển phương pháp để miêu tả và phân tích sự hoạt động của hệ thống điều khiển có máy tính là rất cần thiết.

Hệ thống máy tính sử dụng dữ liệu được trích mẫu trong khoảng thời gian xác định, kết quả là tín hiệu được lấy mẫu liên tục. Các tín hiệu đã được trích mẫu có thể biến đổi từ miền s sang miền z theo mối quan hệ $z = e^{sT}$. Biến z trong miền tần số phức cũng có các tính chất tương tự như trong miền s biến đổi Laplace.

Ta sử dụng hàm truyền có biến đổi z để phân tích sự ổn định và đáp ứng tức thời của hệ thống. Vì vậy chúng ta có thể xác định được đáp ứng của hệ thống điều khiển có phản hồi của máy tính số mà hoạt động như là một bộ bù hay bộ điều khiển. Hệ thống điều khiển có sử dung máy tính số như sau:

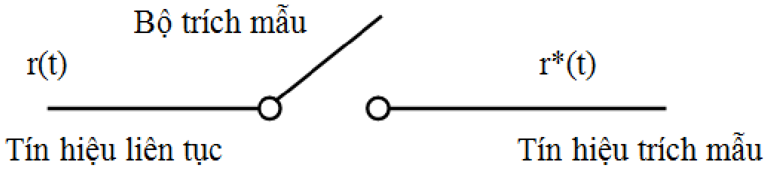


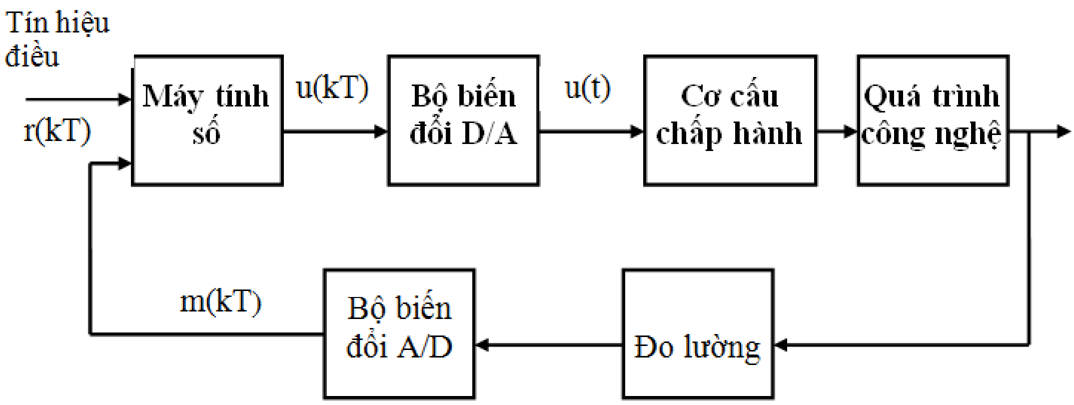
Hình 8.1. Sơ đồ điều khiển phản hồi có sử dụng máy tính

Ngày nay, máy tính số được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp nó giữ một vai trò quan trong trong quá trình công nghiệp, máy tính được sử dụng với cơ cấu chấp hành để thực hiện các nhiệm vụ điều khiển.

Máy tính không được nối trực tiếp với cơ cấu chấp hành hay các quá trình mà qua bộ biến đổi số / tương tự (Digital/Analog Converter). Chúng ta đã biết tất cả các con số truyền vào máy tính hay truyền ra đều được thực hiện trong một khoảng thời gian cố định và bằng nhau, T được gọi là chu kỳ lấy mẫu. Vì vậy, tín hiệu chủ đạo sẽ có dạng là r(kT). Các biến r(kT), m(kT) và u(kT) là các tín hiệu rời rạc.

Bộ lấy mẫu lý tưởng là:

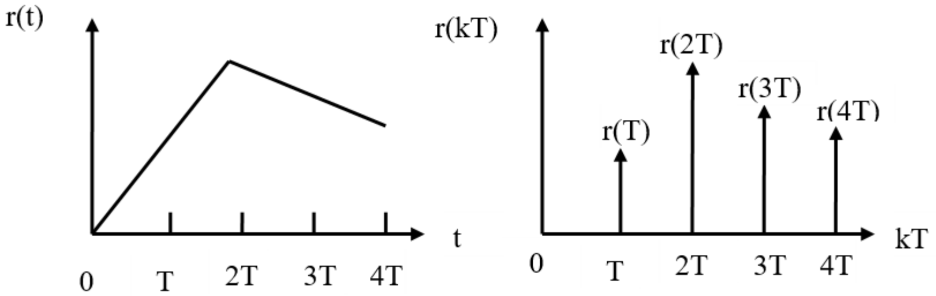




Hình 8.2. Tín hiệu được trích mẫu sử dụng trong máy tính số

Tín hiệu ra là r*(t), tại nT là thời gian lấy mẫu hiện thời và giá trị r*(t) là r(nT), tổng quát tín hiệu ra là:

$$r^*(nT) = r(nT)\delta(t-nT) \tag{8.1}$$



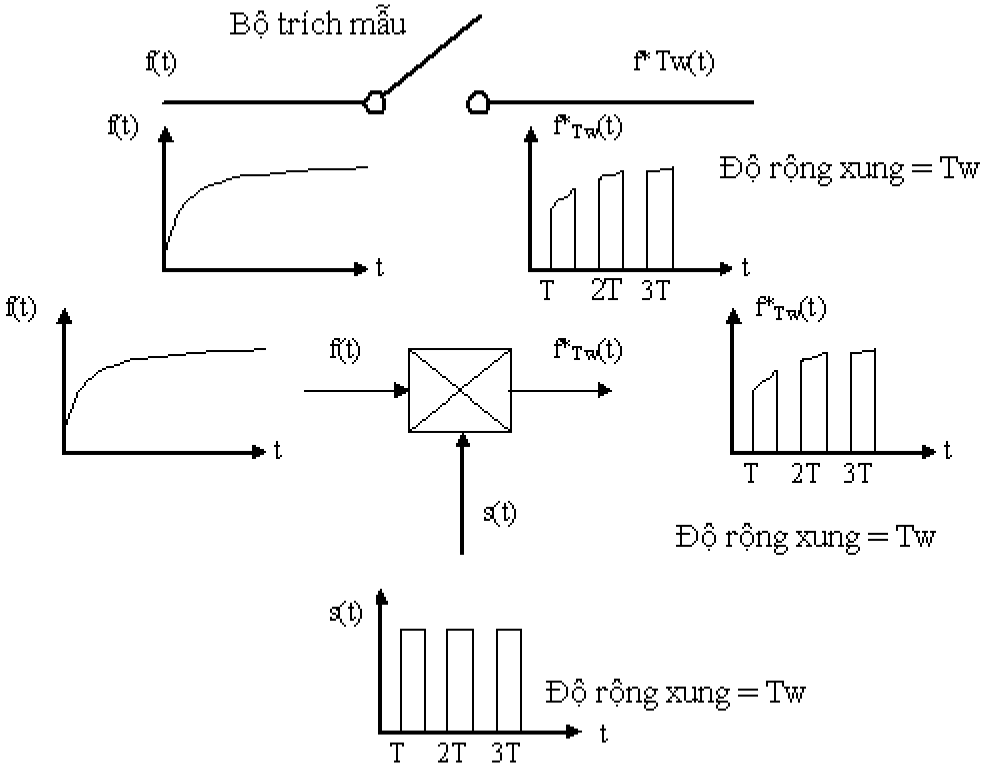
Hình 8.3. Tín hiệu r(t) được trích mẫu

Tín hiệu không liên tục mà ta quan tâm ở đây là dãy các giá trị $\{r_k\}$ cách đều nhau với $r_k = r(kT)$, trong đó T được gọi là chu kỳ trích mẫu (hay là chu kỳ lượng tử hoá). Đây là loại tín hiệu chỉ có giá trị tại những điểm {t=kT}, k là các số nguyên và ngoài các điểm này thì không được định nghĩa. Nếu mỗi giá trị r_k được xem như tích r(t)δ(t-T) thì toàn bộ dãy $\{r_k\}$ sẽ là :

$$\begin{aligned}(r_k) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(t)\delta(t-kT) = r(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT) = r(t)s(t)\\ s(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)\end{aligned} \tag{8.2}$$

Lúc này $\{r_k\}$ gọi là tín hiệu xung .

Để hiểu rõ hơn ta xem mô hình trích mẫu như sau



Hình 8.4. Tích của dạng sóng theo thời gian và tín hiệu trích mẫu

f(t) là dạng sóng liên tục, s(t) là hàm mẫu có độ rộng xung bằng nhau và bằng T_w (có biên độ là một hằng số), $f^*_{Tw}(t)$ là tín hiệu đầu ra.

$$f^*_{T_w}(t) = f(t)s(t) = f(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty} u(t-kT) - u(t-kT-T_w) \tag{8.3}$$

k là số nguyên chạy từ - ∞ → +∞, T là chu kỳ trích mẫu, T_w là độ rộng xung.

Giả sử rằng T_w rất nhỏ so với T, f(t) có thể coi là hằng số trong khoảng thời gian trích mẫu và f(t) = f(kT).

$$f^*_{T_w}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left[u(t-kT) - u(t-kT-T_w)\right] \tag{8.4}$$

Thực hiện biến đổi Laplace:

$$F^*_{T_w}(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left[\frac{e^{-kTs}}{s} - \frac{e^{-kTs-T_w s}}{s}\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left[\frac{1-e^{-T_w s}}{s}\right]e^{-kTs} \tag{8.5}$$

Thay e $^{-Tws}$ đã khai triển, ta có:

$$F^*_{T_w}(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left[\frac{1-\left\{1-T_w s+\frac{(T_w s)^2}{2!}-\cdots\right\}}{s}\right]e^{-kTs} \tag{8.6}$$

Vì Tw là bé nên:

$$F_{T_w}^*(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left[\frac{T_w s}{s}\right]e^{-kTs} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)T_w e^{-kTs} \quad (8.7)$$

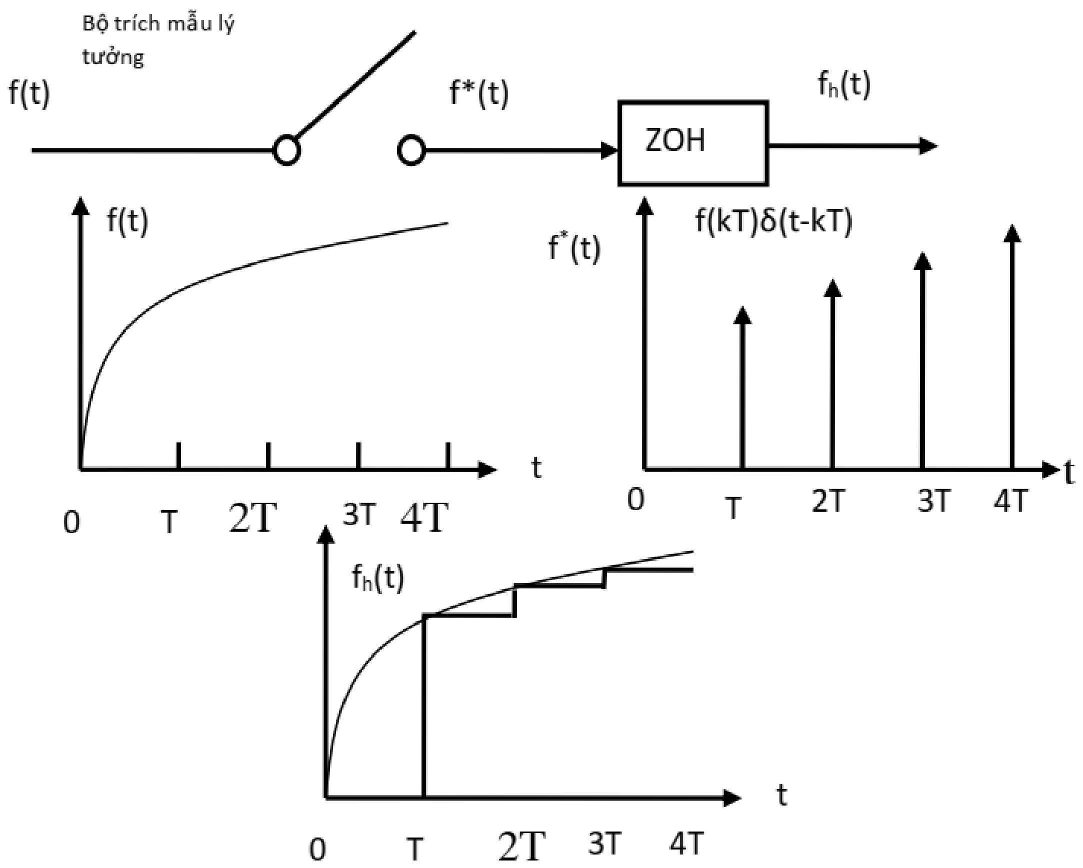
Cuối cùng thực hiện biến đổi về miền thời gian:

$$f_{T_w}^*(t) = T_w \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\delta(t-kT) \quad (8.8)$$

8.2. Mô hình giữ mẫu bậc không (ZOH – zero order hold)

Bước cuối cùng trong việc xây dựng mô hình của máy tính số là mô hình giữ mẫu bậc không. Nếu coi bộ trích mẫu là lý tưởng thì T_w=1 và xét tại thời điểm t = 0 và t = T ta có:

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts} \quad (8.9)$$



Hình 8.5. Tín hiệu r(t) được trích mẫu

8.3. Biến đổi Z

Mục đích của biến đổi Z là đưa về hàm truyền đạt chứa đựng thông tin về hệ thống mà ta có thể phân tích và thiết kế được sự ổn định của hệ thống.

Thực hiện biến đổi Laplce với bộ trích mẫu là lý tưởng:

$$F_{T_w}^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs} \quad (8.10)$$

Thay thế $z = e^{Ts}$

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} \tag{8.11}$$

Ví dụ 1: Xác định hàm truyền Z của bộ lấy mẫu sườn dốc.

Giải:

Đối với tín hiệu có sườn dốc f(kT) = kT

$$f^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty} kT\delta(t-kT) \tag{8.12}$$

Thực hiện biến đổi Laplace:

$$F^*(s)=\sum_{k=0}^{\infty} kTe^{-kTs} \tag{8.13}$$

Thực hiện biến đổi z = e ^{Ts}

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty} kTz^{-k}=T\sum_{k=0}^{\infty} kz^{-k}=T(z^{-1}+2z^{-2}+3z^{-3}+\cdots) \tag{8.14}$$

Biến đổi đưa về dạng zF(z)

$$zF(z)=T(1+2z^{-1}+3z^{-2}+\cdots) \tag{8.15}$$

Lấy công thức (8.15) trừ (8.14) ta được:

$$zF(z)-F(z)=(z-1)F(z)=T(1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots) \tag{8.16}$$

Mặt khác:

$$\frac{1}{1-z^{-1}}=1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots \tag{8.17}$$

Thay (8.17) vào (8.16)

$$F(z)=T\frac{z}{(z-1)^2} \tag{8.18}$$

Chú ý: Nếu muốn thực hiện phép biến đổi Z ngược ta có hai cách:

- Phân tích thành các phân thức thành phần.
- Hạ bậc phân thức.

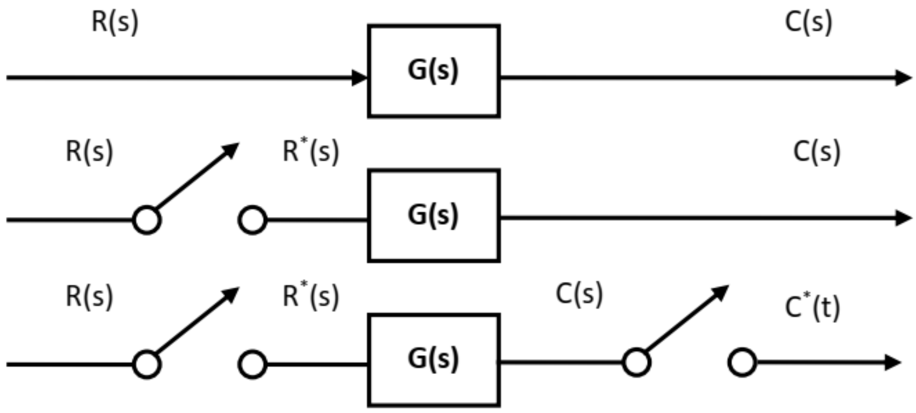
8.4 Hàm truyền đạt

Ta có dạng của tín hiệu:

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\delta(t-kT) \tag{8.19}$$

Tín hiệu trích mẫu đầu vào là:

$$r^*(t)=\sum_{n=0}^{\infty} f(nT)\delta(t-nT) \tag{8.20}$$



Hình 8.6. Hệ thống tín hiệu trích mẫu

Đáp ứng xung của hệ thống G(s) là g(t), tín hiệu ra của G(s) có thể được viết bằng tổng các xung được tạo ra khi cho tín hiệu tác động ở đầu vào.

$$c(t) = \sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g(t - nT) \tag{8.21}$$

Sử dụng công thức (8.11) ta có:

$$C(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c(kT)z^{-k} \tag{8.22}$$

Sử dụng công thức (8.21) với t = kT

$$c(kT) = \sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g(kT - nT) \tag{8.23}$$

Thay công thức (8.23) vào công thức (8.22) ta được:

$$C(z) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g[(k-n)T]z^{-k} \tag{8.24}$$

Đặt m = k – n

$$\begin{aligned} C(z) &= \sum_{m+n=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g[mT]z^{-(m+n)} \\ &= \left\{\sum_{m=0}^{\infty} g[mT]z^{-m}\right\}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g[mT]z^{-n}\right\} \end{aligned} \tag{8.25}$$

Tại giới hạn dưới m + n → m. Mặt khác: m + n = 0 khi m < 0 và n > 0. Nhưng khi m < 0 thì g(mT) = 0, m không nhỏ hơn 0. Bên cạnh đó g(t) = 0 khi t < 0.

Áp dụng định nghĩa biến đổi z ta có:

$$C(z) = \left\{\sum_{m=0}^{\infty} g[mT]z^{-m}\right\}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} r(nT)g[mT]z^{-n}\right\} = G(z)R(z) \tag{8.26}$$

Ví dụ: Ta có khâu giữ mẫu bậc không ghép nối tầng với $G_1(s) = \dfrac{s+2}{s+1}$ (8.27)

Tìm hàm truyền G(z) nếu như chu kỳ trích mẫu là 0.5s.

Giải:

Vì khâu ZOH được mắc nối tầng với $G_1(s)$ nên ta có thể viết như sau:

$$G(s)=\left(1-e^{-Ts}\right)\frac{G_1(s)}{s}=\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right)\frac{s+2}{s+1} \tag{8.28}$$

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\}=\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\} \tag{8.29}$$

Đặt: $G_2(s)=\dfrac{G_1(s)}{s}=\dfrac{s+2}{s(s+1)}=\dfrac{A}{s}+\dfrac{B}{s+1}=\dfrac{2}{s}+\dfrac{1}{s+1}$ (8.30)

Biến đổi Laplace ngược ta được:

$$g_2(t)=2-e^{-t} \tag{8.31}$$

và khi t = kT thì:

$$g_2(kT)=2-e^{-kT} \tag{8.32}$$

Tra bảng ta tìm được $G_2(z)$

$$G_2(z)=\frac{2z}{z-1}-\frac{z}{z-e^{-T}} \tag{8.33}$$

Thay T = 0.5 vào (8.33) ta có:

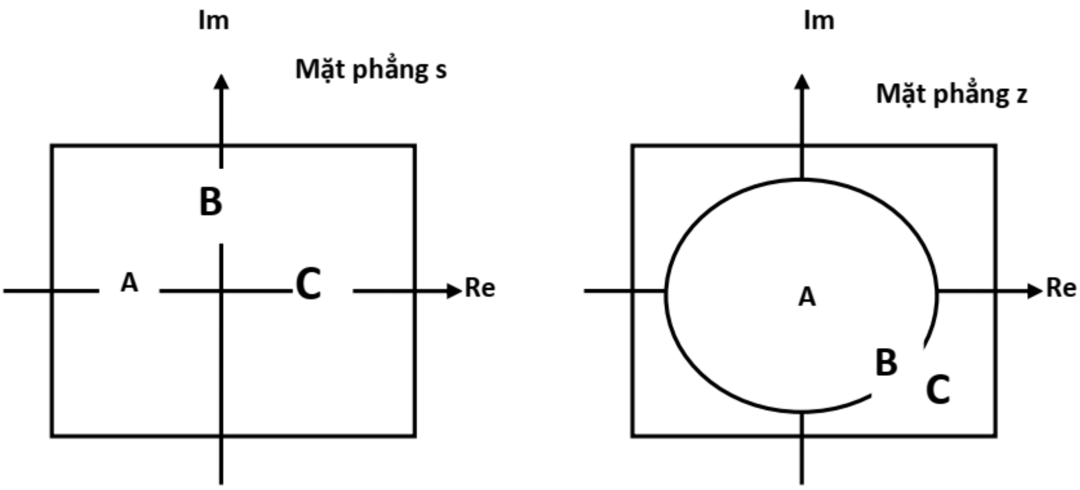
$$G_2(z)=Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\}=\frac{2z}{z-1}-\frac{z}{z-0.607}=\frac{z^2-0.214z}{(z-1)(z-0.607)} \tag{8.34}$$

Thay (8.34) vào (8.29) ta tìm được G(z)

$$G(z)=\frac{z-1}{z}G_2(s)=\frac{z-0.214}{z-0.607} \tag{8.35}$$

8.5 Sự ổn định

Sự khác nhau về sự ổn định giữa hệ thống điều khiển phản hồi tương tự và số như sau:



Hình 8.7. Mặt phẳng phân bố sự ổn định

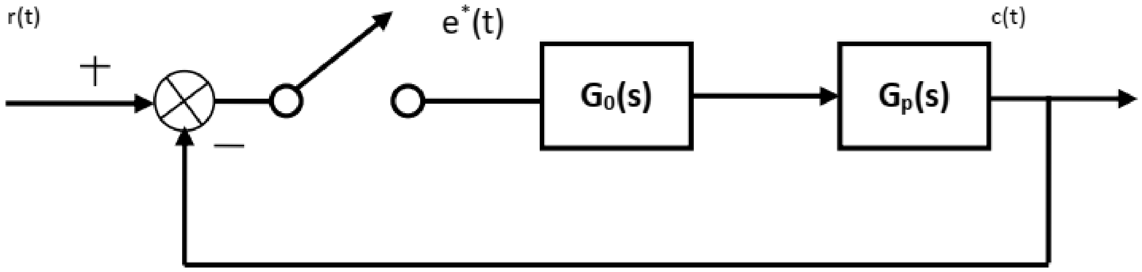
Trong mặt phẳng phức s thì miền ổn định nằm bên trái trục ảo. Hệ thống có hàm truyền G(s) được chuyển sang miền gián đoạn là G(z), miền ổn định được xác định như sau:

$$z=e^{sT}=e^{(\sigma+j\omega)T}=e^{\sigma T}\angle\omega T \tag{8.36}$$

Trong đó: s = σ + jω

Ở bên trái mặt phẳng phức s, σ <0 tương ứng với 0 < z < 1 thì hệ thống ổn định.

Ví dụ: cho hệ thống sau:



Hình 8.8. Hệ thống điều khiển phản hồi đã được trích mẫu

Với T = 1 và $G_p(s) = \dfrac{K}{s(s+1)}$ (8.37)

Thực hiện biến đổi Z ta có:

$$G(z) = \frac{K(0.3678z + 0.2644)}{z^2 - 1.3678z + 0.3678} = \frac{K(az+b)}{z^2 - (1+a)z + a} \quad (8.38)$$

Với a = 0.3678 và b = 0.2644

Điểm cực của hệ thống kín là nghiệm của phương trình:

$$q(z) = 1 + G(z) = 0 \quad (8.39)$$

$$q(z) = 1 + G(z) = z^2 - (1-a)z + a + Kaz + Kb = 0 \quad (8.40)$$

Khi K = 1:

$$q(z) = z^2 - z + 0.6322 = (z - 0.50 + j0.6182)(z - 0.50 - j0.6182) = 0 \quad (8.41)$$

Hệ thống ổn định vì các nghiệm đều nằm trong đường tròn đơn vị.

Khi K = 10:

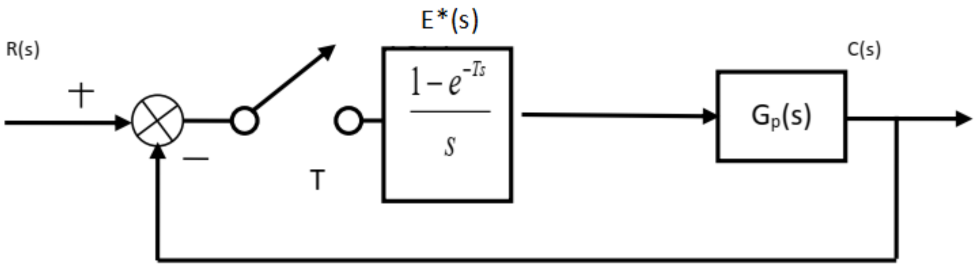
$$q(z) = z^2 + 2.310z + 3.012 = (z + 1.155 + j1.295)(z + 1.155 - j1.295) = 0 \quad (8.42)$$

Hệ thống không ổn định vì các nghiệm nằm ở bên ngoài đường tròn đơn vị.

Với 0 < K < 2.39 thì hệ thống ổn định.

8.6. Sai số xác lập

Chúng ta xem sự ảnh hưởng của việc trích mẫu đến sai số xác lập trong hệ thống số. Để đưa ra được các kết luận tổng quát về sai số xác lập là rất khó bởi vì vị trí trích mẫu có thể làm thay đổi hàm truyền đạt của hệ hở. Trong phần này ta giả thiết vị trí của bộ trích mẫu nằm sau tín hiệu sai lệch.



Hình 8.9. Sai số xác lập của hệ điều khiển số

Sai số trích mẫu là $E^*(s) = E(z)$

Từ sơ đồ ta có:

$$E(z) = R(z) - E(z)G(z)$$

$$hay \;\; E(z) = \frac{R(z)}{1+G(z)} \tag{8.43}$$

Và áp dụng định lý về giá trị xác lập:

$$e^*(\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})E(z) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{R(z)}{1+G(z)} \tag{8.44}$$

Nếu tín hiệu vào là tín hiệu bậc thang đơn vị:

$$R(z) = \frac{z}{z-1} \tag{8.45}$$

Thay R(z) vào ta có:

$$e^*(\infty) = \frac{1}{1+\lim\limits_{z\to 1} G(z)} \tag{8.46}$$

Lúc đó hằng số sai số tính là:

$$K_p = \lim_{z\to 1} G(z) \tag{8.47}$$

Viết lại theo K_p

$$e^*(\infty) = \frac{1}{1+K_p} \tag{8.48}$$

Nếu tín hiệu vào là tín hiệu có sườn dốc thì:

$$R(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2} \tag{8.49}$$

Sai số là:

$$e\;(\infty) = \frac{1}{K_v} \tag{8.50}$$

Trong đó $$K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)G(z) \tag{8.51}$$

Nếu tín hiệu vào là đường Parabol thì:

$$R(z) = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \tag{8.52}$$

Sai số là:

$$e\;(\infty) = \frac{1}{K_a} \tag{8.53}$$

Trong đó: $$K_a = \frac{1}{T^2}\lim_{z\to 1}(z-1)^2 G(z) \qquad (8.54)$$

Ví dụ: Tìm sai số xác lập của hệ thống khi:

$$G_p(s) = \frac{10}{s(s+1)} \qquad (8.55)$$

Giải:

Đầu tiên tìm G(s)

$$G(s) = \frac{10(1-e^{-Ts})}{s^2(s+1)} = 10(1-e^{-Ts})\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}\right] \qquad (8.56)$$

Thực hiện biến đổi Z

$$G(z) = 10(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{z}{(z-1)} + \frac{z}{z-e^{-T}}\right] = 10\left[\frac{Tz}{z-1} - 1 + \frac{z-1}{z-e^{-T}}\right] \qquad (8.57)$$

Đối với tín hiệu bậc thang đơn vị:

$$K_p = \lim_{z\to 1} G(z) = \infty; \qquad e^*(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = 0 \qquad (8.58)$$

Đối với tín hiệu sườn dốc:

$$K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)G(z) = 10;\ e\ (\infty) = \frac{1}{K_v} = 0.1 \qquad (8.59)$$

Đối với tín hiệu Parabol: $K_a = \frac{1}{T^2}\lim_{z\to 1}(z-1)^2 G(z) = 0;\ e\ (\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$ (8.60)

Câu hỏi bài tập chương 8

Câu 1. Tìm f(kT) của các hàm truyền F(z) sau:

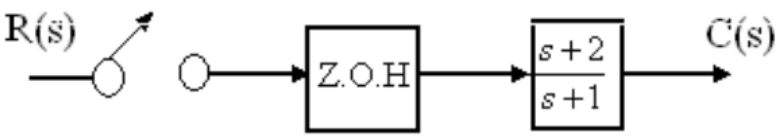
a, $F(z) = \frac{z(z+1)}{(z-0.5)(z-0.7)}$ b, $F(z) = \frac{(z+1)(z+2)}{z(z-0.5)(z-0.7)}$

Câu 2. Tìm hàm truyền G(z) từ các hàm truyền trong miền phức G(s) với T = 0.5 (s)

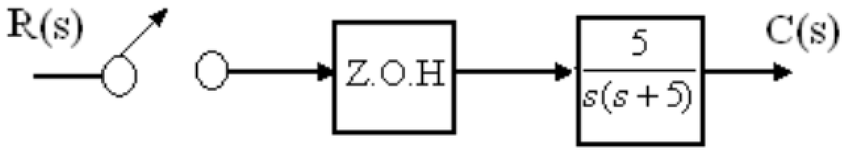
a, $G(s) = \frac{s+5}{(s+1)(s+3)}$ b, $G(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+3)(s+4)}$

c, $G(s) = \frac{s+2}{s+1}$ d, $G(s) = \frac{30}{(s+2)(s^2+4s+13)}$

Câu 3. Tìm hàm truyền G(z) của các hệ thống sau:

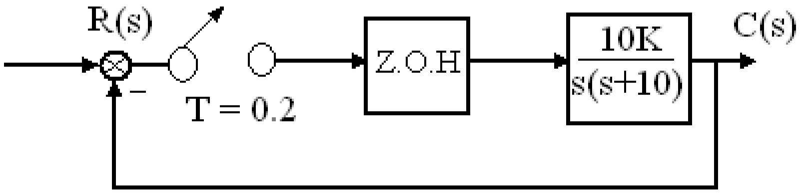


a,

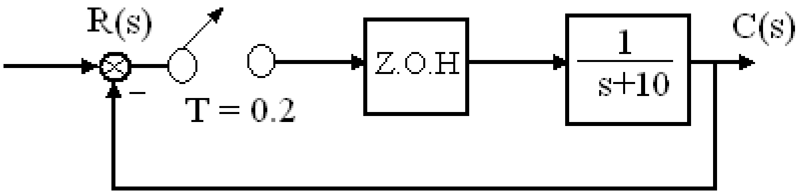


b,

Câu 4. Tìm K để hệ thống sau là ổn định.



Câu 5. Tìm hằng số sai số tĩnh SSE của hệ thống sau:



Nếu tín hiệu đầu vào là:

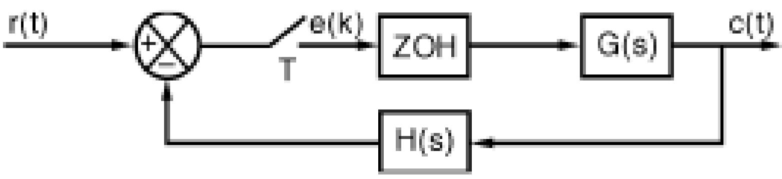
a, $u(t)$

b, $tu(t)$

c, $\frac{1}{2}t^2u(t)$

Câu 6. Tìm $f^*(t)$ của hàm F(z) sau: $F(z)=\dfrac{0.5z}{(z-0.5)(z-0.7)}$

Câu 7. Cho hệ thống sau:



$G(s)=\dfrac{a}{s+a}$; $H(s)=\dfrac{1}{s+1}$; r(t) =1(t)

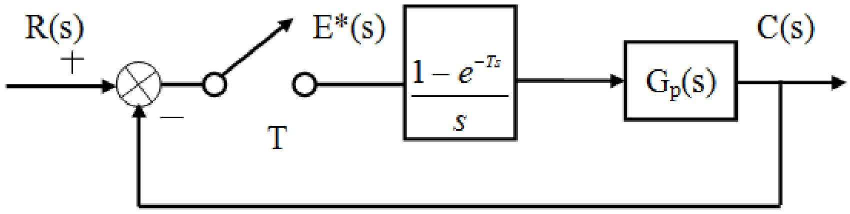
Xác định sai lệch tĩnh của hệ thống.

Câu 8. Tìm f(kT) của các hàm truyền sau:

a, $F(z)=\dfrac{z(z+1)}{(z-0.5)(z-0.7)}$

b, $F(z)=\dfrac{(z+1)(z+2)}{z(z-0.5)(z-0.7)}$

Câu 9. Cho hệ thống sau, với: $G_p(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$, T = 1



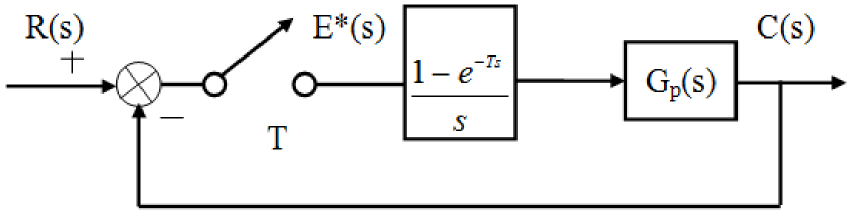
Tìm sai số xác lập của hệ thống khi tín hiệu r(t) lần lượt là tín hiệu bậc thang đơn vị, tín hiệu sườn dốc.

Câu 10. Hãy xác định hàm truyền đạt W(z) theo toán tử Z khi biết hàm truyền đạt theo toán tử s là:

$$W(s) = \frac{s+2}{s+1}$$

Cho T = 0,5.

Câu 11. Cho hệ thống sau, với: $G_p(s) = \frac{s}{s+1}$, T = 0,5



Tìm sai số xác lập của hệ thống khi tín hiệu r(t) là tín hiệu parabol.

Câu 12. Nếu bỏ qua sai số lượng tử hóa thì khâu nào được coi là khâu ZOH

a. Khâu chuyển đổi D/A

b. Khâu vi phân

c. Khâu trễ

d. Khâu quán tính bậc nhất

Câu 13. Ảnh biến đổi Z của hàm 1(t)

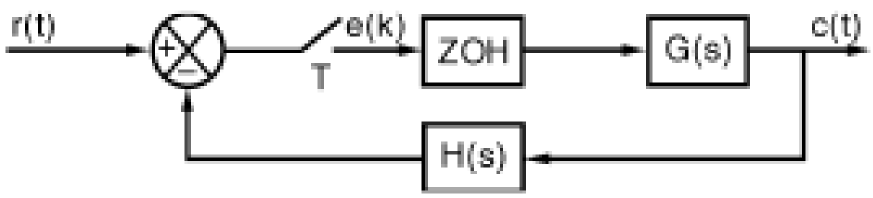
a. $F(z) = \frac{1}{z^{-1} - 1}$

b. $F(z) = \frac{z}{1-z}$

c. $F(z) = \frac{1}{z-1}$

d. $F(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

Câu 14. Cho hệ thống sau:



Xác định sai lệch tĩnh của hệ thống ?

a. $e(\infty) = \lim_{z\to 1}(1 - z^{-1})\frac{R(z)}{1+G.H(z)}$

b. $e(\infty) = \lim_{z\to 1}(1 + z^{-1})\frac{R(z)}{1+G.H(z)}$

c. $e(\infty) = \lim_{z\to \infty}(1 - z)\frac{R(z)}{1+G.H(z)}$

d. $e(\infty) = \lim_{z\to \infty}(1 - z^{-1})\frac{R(z)}{1-G.H(z)}$

Câu 15. Quá trình chuyển đổi từ tín hiệu tương tự sang tín hiệu gián đoạn gọi là gì?

a. Lượng tự hóa   *b.* Phi tuyến hóa

c. Tuyến tính hóa   *d.* Rời rạc hóa từng đoạn

Câu 16. Lượng tử hóa theo thời gian là gì?

a. Phép lượng tử được thực hiện sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ lấy mẫu

b. Phép lượng tử được thực hiện sau khi rời rạc hóa

c. Chia nhỏ đường cong

d. Chia đường quá độ của hệ thống theo hình bậc thang

Câu 17. ZOH viết tắt của:

a. Zero Of Handle   b. Zero Of Hold

c. Zero OfF Hold   d. Zero Order Hold

Câu 18. Mối quan hệ giữa miền ảnh Z và Laplace

a. $z = e^{s}$ b. $z = e^{sT}$

c. $z = e^{-sT}$ d. $z = e^{T}$

Câu 19. Quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của hệ thống rời rạc được biểu diễn bằng

a. Phương trình vi phân   b. Phương trình sai phân

c. Bằng khâu ZOH   d. Phương trình tuyến tính liên tục

Câu 20. Hệ thống điều khiển rời rạc ổn định khi nào?

a. Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm trong vòng tròn đơn vị

b. Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm ngoài vòng tròn đơn vị

c. Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm trên vòng tròn đơn vị

d. Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng nằm trong một nửa dương của vòng tròn đơn vị

Câu 21. Hệ thống rời rạc ở biên giới sự ổn định khi nào?

a. Có một nghiệm nằm trên đường tròn đơn vị và các nghiệm còn lại nằm bên trong đường tròn đơn vị

b. Có một nghiệm nằm trên đường tròn đơn vị và các nghiệm còn lại nằm ngoài đường tròn đơn vị

c. Tất cả các nghiệm đều lớn hơn 1

d. Tất các các nghiệm đều âm và nhỏ hơn -2

Câu 22. Hệ thống rời rạc không ổn định khi nào?

a. Tất cả các nghiệm nằm ngoài đường tròn đơn vị

b. Chỉ cần ít nhất một nghiệm nằm ngoài đường tròn đơn vị

c. Phải có từ hai nghiệm trở lên nằm ngoài đường tròn đơn vị

d. Tất cả các nghiệm đều âm và nhỏ hơn 1

Câu 23. Biến đổi Z của khâu $\frac{1}{s+a}$ là:

a. $\frac{1}{1-e^{-a}z^{-1}}$ b. $\frac{1}{1-e^{-aT}z}$

c. $\frac{1}{1-e^{aT}z^{-1}}$ d. $\frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$

Câu 24. Hàm truyền đạt của khâu giữ mẫu bậc 0

a. $W_{ZOH}(s)=\frac{1-z^{-1}}{z}$ b. $W_{ZOH}(s)=\frac{1-z}{s}$

c. $W_{ZOH}(s)=\frac{1+z^{-1}}{s}$ d. $W_{ZOH}(s)=\frac{1-z^{-1}}{s}$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Dương Chính Cương (2016), *Giáo trình Lý thuyết điều khiển tự động 1*, NXB ĐH Thái Nguyên.

[2] Phan Xuân Minh (2011), *Giáo trình lý thuyết điều khiển tự động,* NXB Giáo dục Việt Nam.

[3] Nguyễn Văn Hòa (2006), *Cơ sở Lý thuyết điều khiển tự động,* NXB Khoa học và Kỹ thuật.

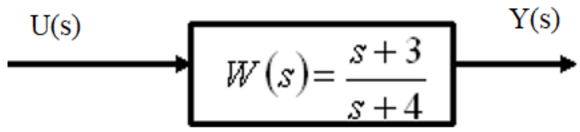
[4] Nguyễn Thương Ngô (2000), *Lý thuyết điều khiển tự động hệ tuyến tính*, NXB Khoa học & Kỹ thuật.

[5] Nguyễn Doãn Phước (2002), *Lý thuyết điều khiển tuyến tính*, NXB Khoa học & Kỹ thuật.

CÁC CÂU HỎI THƯỜNG GẶP

1. Nội dung câu hỏi 1

Cho hệ thống sau:



a, Tìm đáp ứng đầu ra y(t) khi tín hiệu tác động ở đầu vào là hàm 1(t).

b, Xác định điểm cực, điểm không của hệ thống và biểu diễn trên mặt phẳng phức.

Câu trả lời:

$$\mathrm{W}(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = U(s).\mathrm{W}(s) = \frac{1}{s}.\frac{s+3}{s+4} = \frac{s+3}{s(s+4)}$$

$$y(t) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}e^{-4t}$$

Tìm điểm cực: giải phương trình: (s+4) = 0 suy ra p_1 = -4

Tìm điểm không: giải phương trình: (s+3) = 0 suy ra z_1 = - 3 Biểu diễn điểm cực, điểm không trên mặt phẳng phức

2. Nội dung câu hỏi 2

Giải phương trình vi phân với sơ kiện đầu bằng không.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 12\frac{dy}{dt} + 32y = 32$$

Câu trả lời:

Chuyển sang miền ảnh Laplace với y(0-) = 0 và $\dot{y}(0-) = 0$

$$s^2Y(s) + 12sY(s) + 32Y(s) = \frac{32}{s}$$

Rút Y(s) ra ta được

$$Y(s) = \frac{32}{s(s^2 + 12s + 32)} = \frac{32}{s(s+4)(s+8)}$$

Phân tích Y(s) thành tổng các phân thức tối giản

$$Y(s) = \frac{32}{s(s+4)(s+8)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+4} + \frac{K_3}{s+8}$$

Tìm các hệ số K_1, K_2 và K_3.

$$K_1 = \left.\frac{32}{(s+4)(s+8)}\right|_{s\to 0} = 1$$

$$K_2 = \left.\frac{32}{s(s+8)}\right|_{s\to -4} = -2$$

$$K_3 = \left.\frac{32}{(s+4)s}\right|_{s\to -8} = 1$$

Vậy $Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+4} + \frac{1}{s+8}$

Thực hiện biến đổi Laplace ngược ta tìm được: $y(t) = 1 - 2e^{-4t} + e^{-8t}$

3. Nội dung câu hỏi 3

Cho hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{120}{s^2 + 12s + 120}$$

Tìm các thông số của hệ thống bậc 2: ζ, ω_n, T_s, T_p, %OS

Câu trả lời:

Từ hàm truyền ta tính được: $\omega^2_n = 120 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{120} = 10,95$

$$2\zeta\omega_n = 12 \Rightarrow \zeta = \frac{12}{2\omega_n} = \frac{12}{2.10,95} = 0,55$$

Thay vào công thức tính T_p

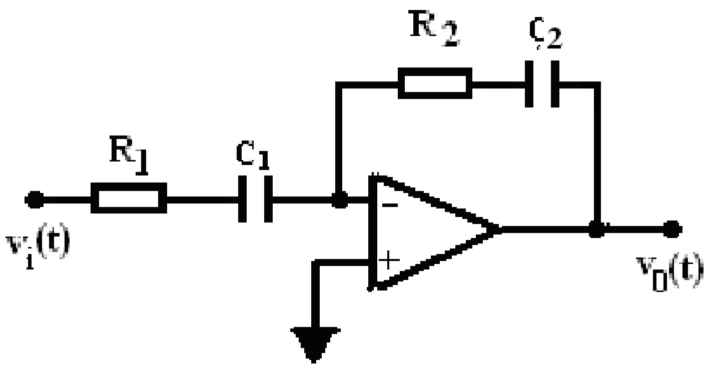
$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{3,14}{10,95\sqrt{1-0,55^2}} = 0,34\,(s)$$

$$\%OS = e^{-\xi\omega_n/\sqrt{1-\xi^2}} x100 = e^{-0,55x10,95/\sqrt{1-0,55^2}} x100 = 0,075\,(\%)$$

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{0,55x10,95} = 0,66(s)$$

4. Nội dung câu hỏi 4

Tìm hàm truyền của mạch khuếch đại sau:



Câu trả lời:

Tổng trở $Z_2(s)$ là:

$$Z_2(s) = R_2 + \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s}$$

Tổng trở $Z_1(s)$ là:

$$Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_1 C_1 s + 1}{C_1 s}$$

Hàm truyền là:

$$\mathrm{W}(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_1 C_1 s + C_2/C_1}$$

5. Nội dung câu hỏi 5

Cho hàm truyền sau:

a, Chuyển đổi sang hệ phương trình trạng thái.

$$\mathrm{W}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{24}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24}$$

b, Vẽ sơ đồ khối trong không gian trạng thái.

Câu trả lời:

Bước 1: Tìm phương trình vi phân Thực hiện phép nhân chéo:

$$\left(s^3 + 9s^2 + 26s + 24\right)Y(s) = 24R(s)$$

Chuyển đổi thành phương trình vi phân bằng cách dùng phép biến đổi Laplace ngược với điều kiện đầu bằng 0

$$\dddot{y}(t) + 9\ddot{y}(t) + 26\dot{y}(t) + 24y(t) = 24r(t)$$

Bước 2: Lựa chọn biến trạng thái Chọn các biến trạng thái như sau:

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \dot{y}(t)$$

$$x_3(t) = \ddot{y}(t)$$

Lấy đạo hàm cả hai vế phương trình ta sẽ thu được hệ phương trình trạng thái

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\
\dot{x}_3(t) &= -24x_1(t) - 26x_2(t) - 9x_3(t) + 24r(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned}$$

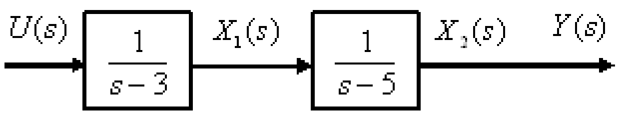
Bước 3: Viết dưới dạng véctơ ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -26 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 24 \end{bmatrix} r(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

6. Nội dung câu hỏi 6

Cho hệ thống sau:



a, Tìm phương trình trạng thái của hệ thống.

b, Tìm giá trị riêng của ma trận A

Câu trả lời:

a, Hàm truyền của hệ: $W(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{(s-3)(s-5)}$

Tìm phương trình vi phân:

$$Y(s).(s^2 - 8s + 15) = U(s) \Rightarrow \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 8\frac{dy(t)}{dt} + 15y(t) = u(t)$$

Lựa chọn các biến trạng thái

$$\begin{cases} x_1(t) = y(t) \\ x_2(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = \dot{x}_1(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) - 15x_1(t) + 8x_2(t) \end{cases}$$

Viết Phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15 & 8 \end{bmatrix} . \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}(t) \end{cases}$$

b, Tìm giá trị riêng của ma trận A

$$sI - A = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 15 & s-8 \end{bmatrix}$$

Phương trình đặc tính:

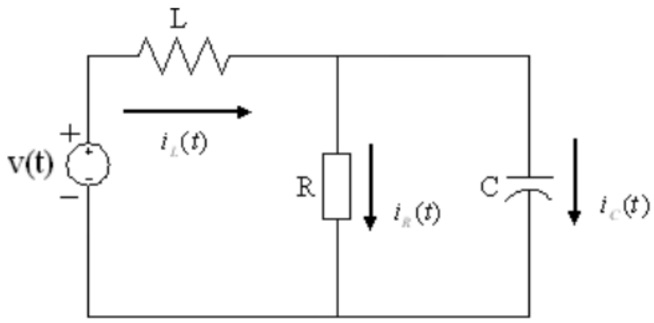
$\det(sI - A) = s(s-8) + 15 = s^2 - 8s + 15 = 0$

Giải phương trình trên ta được các giá trị riêng là:

$s_1 = 5, s_2 = 3$

7. Nội dung câu hỏi 7

Cho hệ thống vật lý có sơ đồ như sau:



Chọn $i_L(t)$ và $v_C(t)$ là các biến trạng thái, $i_R(t)$ là tín hiệu ra, xây dựng mô hình trạng thái cho đối tượng trên.

Câu trả lời:

Đặt tên các dòng điện nhánh bao gồm i_R, i_L và i_C.

Sử dụng lý thuyết về mạch điện, cụ thể là viết phương trình dựa vào định luật Kirchhoff, tại nút 1 ta có:

$$i_C(t) = -i_R(t) + i_L(t) = -\frac{1}{R}v_C(t) + i_L(t)$$

Mặt khác ta có:

$$v_L(t) = -v_C(t) + v(t)$$

Thay công thức trên với nhau ta thu được công thức như sau:

$$C\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{R}v_C(t) + i_L(t)$$
$$L\frac{di_L(t)}{dt} = -v_C(t) + v(t)$$

hay:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}v_C(t) + \frac{1}{C}i_L(t)$$
$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L}v_C(t) + \frac{1}{L}v(t)$$

Tín hiệu đầu ra $i_R(t)$: $i_R(t) = \frac{1}{R}v_C(t)$

PTTT:

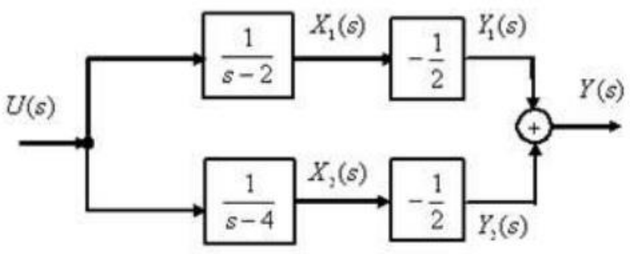
$$\begin{bmatrix} \dot{v}_C(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t)$$

Tín hiệu đầu ra

$$i_R(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

8. Nội dung câu hỏi 8

Cho hệ thống sau:



a, Tìm hàm truyền của hệ.

b, Viết phương trình trạng thái của hệ.

Câu trả lời:

Hàm truyền là:

$$W(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{-1}{2(s-2)}-\frac{1}{2(s-4)}=\frac{3-s}{(s-2)(s-4)}=\frac{3-s}{s^2-6s+8}$$

Đặt: $\frac{V(s)}{U(s)}=\frac{1}{s^2-6s+8}$

Thực hiện phép nhân chéo:

$$\left(s^2-6s+8\right)V(s)=U(s)$$

Chuyển đổi thành phương trình vi phân bằng cách dùng phép biến đổi Laplace ngược với điều kiện đầu bằng 0

$$\ddot{v}(t)-6\dot{v}(t)+8v(t)=u(t)$$

Chọn các biến trạng thái như sau:

$x_1(t)=v(t)$

$x_2(t)=\dot{v}(t)$

Lấy đạo hàm cả hai vế phương trình ta sẽ thu được phương trình trạng thái

$$\dot{x}_1(t)=x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t)=-8x_1(t)+6x_2(t)+u(t)$$

$$Y(s) =(3 - s).V(s) = 3V(s) – s.V(s)$$

$y(t)=3v(t)-\dot{v}(t)=3x_1(t)-x_2(t)$

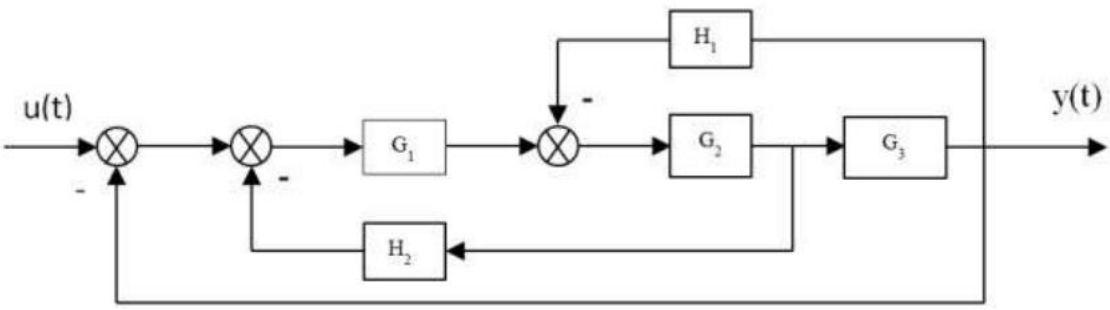
Viết dưới dạng vécto ma trận:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -8 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

$\underline{y}(t) = [3 \quad -1]\, \underline{x}(t)$

9. Nội dung câu hỏi 9

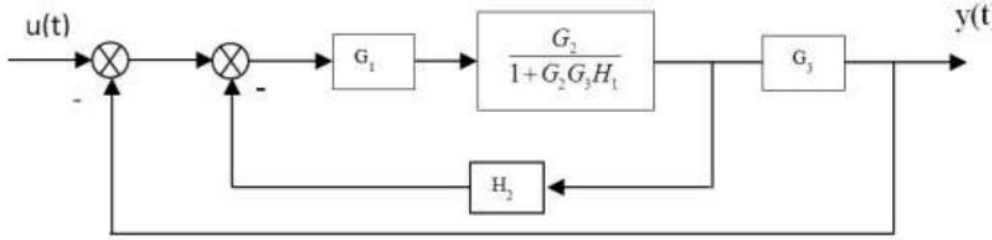
Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau:



Sử dụng các quy tắc biến đổi sơ đồ, xác định hàm truyền của hệ.

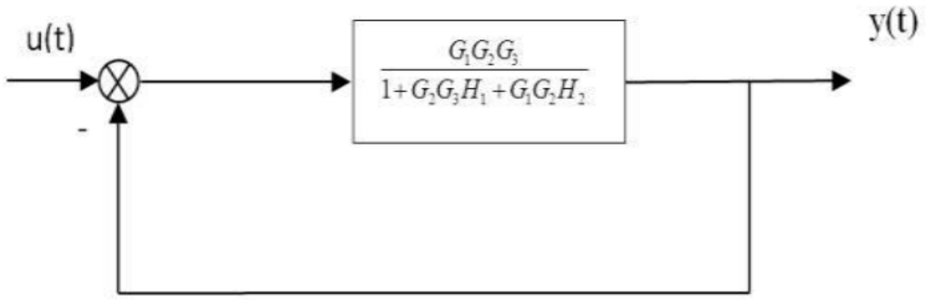
Câu trả lời:

Chuyển nút rẽ nhánh tín hiệu sau khối G3 ra trước khối G3 ta có sơ đồ tương đương:



Tính được hàm truyền của nhánh phản hồi trên (G2 phản hồi với H1G3)

Ta tính hàm truyền của vòng trong gồm mạch phản hồi nối tiếp G3

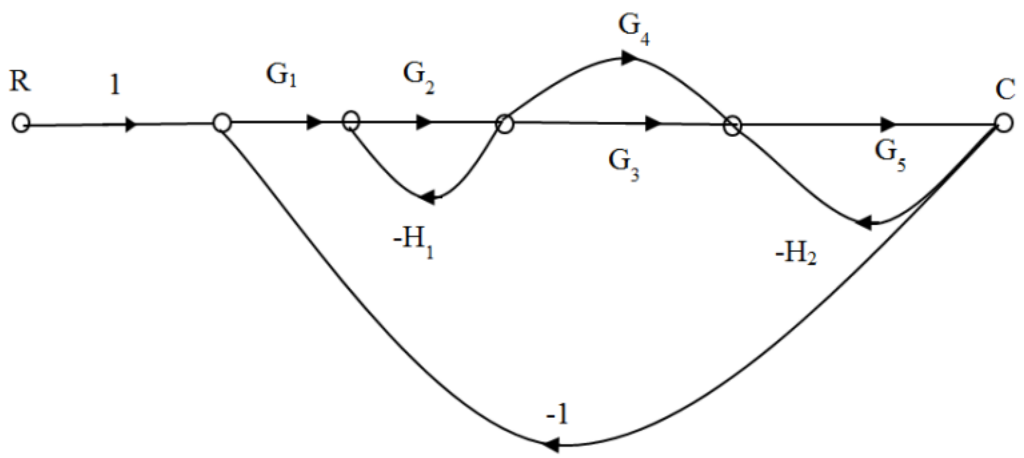


Tiếp sau đó, áp dụng nguyên lý phản hồi đơn vị, ta tính được hàm truyền của vòng lớn chính là hàm truyền của hệ thống:

$$\mathrm{W}(s)=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_1+G_1G_2H_2+G_1G_2G_3}$$

10. Nội dung câu hỏi 10

Sử dụng công thức Mason, xác định hàm truyền của hệ có graph tín hiệu như sau:



Câu trả lời:

Bước 1: Xác định các tuyến thẳng Pk:

$P_1 = G_1G_2G_3G_5$

$P_2 = G_1G_2G_4G_5$

Bước 2: Xác định vòng lặp L_k

$L_1 = -G_2H_1$
$L_2 = -G_5H_2$
$L_3 = -G_1G_2G_3G_5$
$L_4 = -G_1G_2G_4G_5$

Hệ thống có 2 vòng kín không dính vào nhau:

$\sum L_iL_j = L_1L_2 = G_2G_5H_1H_2$

Bước 3: Tính:

$$\Delta=1-\sum_k L_k+\sum_{i,j} L_iL_j-\sum_{l,m,n} L_lL_mL_n+...$$

$$\Delta=1-(L_1+L_2+L_3+L_4)+L_1L_2$$
$$=1+G_2H_1+G_5H_2+G_1G_2G_3G_5+G_1G_2G_4G_5+G_2G_5H_1H_2$$

Bước 4: Xác định Δk

$\Delta_1 = 1$ (Do tất cả các vòng lặp đều dính tới P_1)

$\Delta_2 =1$ (Do tất cả các vòng lặp đều dính tới P_2)

$$W(s)=\frac{1}{\Delta}(P_k\Delta_k)$$

Bước 5: Tính

Vậy ta có hàm truyền đạt của hệ thống xác định theo công thức Mason là

$$W(p)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{G_1G_2G_3G_5+G_1G_2G_4G_5}{1+G_2H_1+G_5H_2+G_1G_2G_5(G_3+G_4)+G_2G_5H_1H_2}$$

11. Nội dung câu hỏi 11

Cho phương trình đặc tính của hệ thống :

$$s^4 + 2s^3 + 8s^2 + 4s + 2 = 0$$

Xét ổn định cho hệ thống trên theo tiêu chuẩn Routh. Hệ có mấy nghiệm nằm bên trái, bên phải mặt phẳng phức?

Câu trả lời:

Ta thấy các hệ số của phương trình đặc tính trên đều dương nên thỏa mãn điều kiện cần. Để xét điều kiện đủ, ta tiến hành lập bảng Routh.

1	8	2
2	4	0
6	3	0
3	0	
3		

Ta thấy tất cả các số hạng trong cột thứ nhất của bảng Routh dương nên ta kết luận hệ thống trên ổn định.

12. Nội dung câu hỏi 12

Xác định tham số K_p, Ti, T_D cho bộ điều khiển PID theo phương pháp Tổng hằng số thời gian (Kuhn) để điều khiển đối tượng có hàm truyền sau:

$$G(s) = \frac{10e^{-3s}}{(50s+1)(10s+1)(5s+1)}$$

Câu trả lời:

Từ hàm truyền ta có: $k_{đt} = 10$, $T_t = 3$

Hằng số thời gian tổng: $T_\Sigma = (50+10+5)+3 = 68$

Tham số của Bộ điều khiển PID được xác định như sau:

$$k_p = \frac{1}{k_{đt}} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$T_I = \frac{2T_\Sigma}{3} = \frac{2.68}{3} = 45{,}33$$

$$T_D = 0{,}167T_\Sigma = 0{,}167.68 = 11{,}356$$

13. Nội dung câu hỏi 13

Xét tính điều khiển được, quan sát được của hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau đây:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u \end{cases}$$

Câu trả lời:

Tính ma trận P để xét tính điều khiển được của hệ thống, ta có:

$$P = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\det(P) = -9+9 = 0, Rank(P) = 2$$

Ta thấy hệ thống này không điều khiển được.

Tính ma trận Q để xét tính quan sát được của hệ thống, ta có:

$$Q = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\det(Q) = -1 \neq 0, Rank(Q) = 2$$

Ta thấy hệ thống này quan sát được.

14. Nội dung câu hỏi 14

Áp dụng tiêu chuẩn Hurwitz, tìm điều kiện cho tham số K để hệ có phương trình đặc tính sau ổn định:

$$A(s) = 4s^3 + (K^2-1)s^2 + 2s + 1$$

Câu trả lời:

Điều kiện cần để hệ ổn định là: $K^2 - 1 > 0$ suy ra $K > 1$ hoặc $K < -1$.

Lập định thức Hurwitz:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} k^2-1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & k^2-1 & 1 \end{vmatrix}$$

Để thỏa mãn điều kiện đủ thì:

$$\Delta_1 = K^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} K < -1 \\ K > 1 \end{array}\right.$$

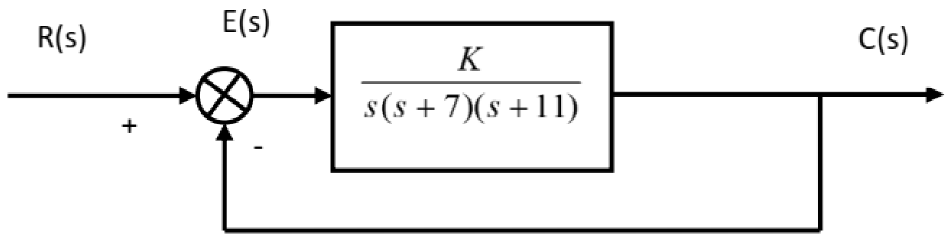
$$\Delta_2 = 2(K^2 - 1) - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} K < -\sqrt{3} \\ K > \sqrt{3} \end{array}\right.$$

$$\Delta_3 = a_3.\Delta_2 = 1.\Delta_2 > 0$$

Vậy với mọi giá trị $\left[\begin{array}{l} K < -\sqrt{3} \\ K > \sqrt{3} \end{array}\right.$ thì hệ thống trên ổn định.

15. Nội dung câu hỏi 15

Cho hệ thống sau:



Tìm giá trị của K để hệ thống ổn định theo tiêu chuẩn Routh.

Câu trả lời:

Hàm truyền của hệ kín là:

$$T(s) = \frac{K}{s^3 + 18s^2 + 77s + K}$$

Thành lập bảng Routh:

1	77	0
18	K	0
$\frac{1386-K}{18}$	0	
K		

Điều kiện cần để hệ ổn định là: $K > 0$

Điều kiện đủ để hệ ổn định là các số hạng trong cột đầu tiên của bảng

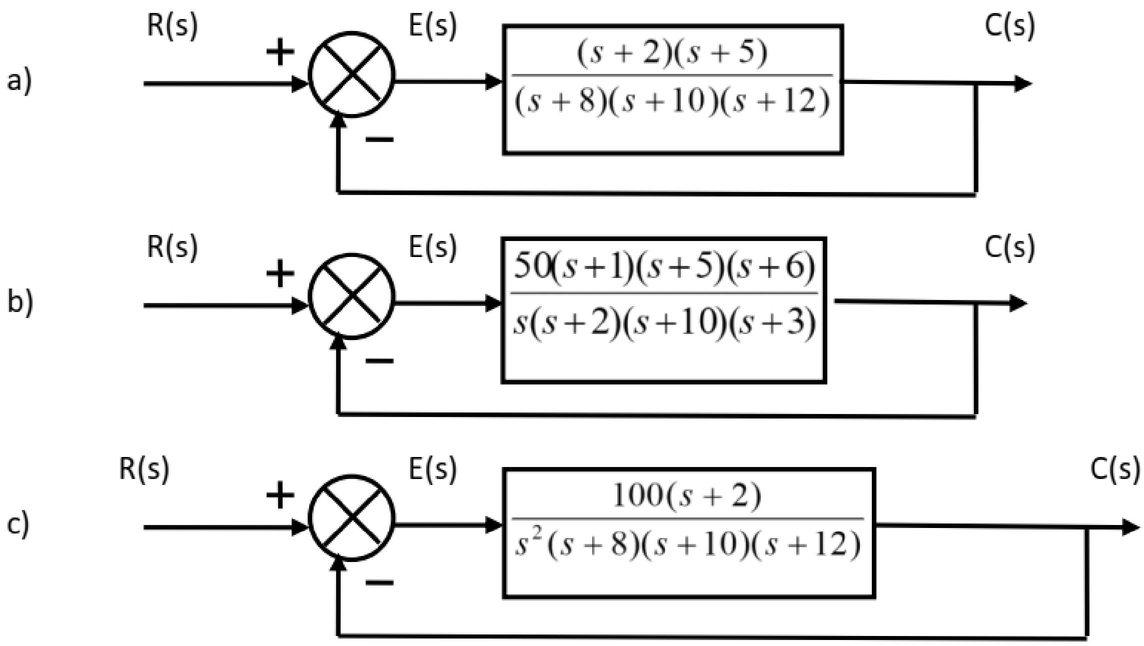
Routh dương, hay:

$1386 - K > 0$, suy ra $K < 1386$

Kết hợp điều kiện cần và đủ ta có điều kiện để hệ thống ổn định là: $0 < K < 1386$.

16. Nội dung câu hỏi 16

Cho các hệ thống sau:



Tìm các hằng số sai số tĩnh và sai số khi cho các tín hiệu đầu vào chuẩn.

Câu trả lời:

Chỉ ra rằng các hệ thống kín ổn định bằng cách thực hiện 2 bước:

- Tìm hàm truyền hệ kín: $W(s) = \frac{G(s)}{1+G(S)}$

- Xét ổn định cho hệ theo một trong các tiêu chuẩn đã học.

a) Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí Kp: $K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \frac{2\times 5}{8\times 10\times 12} = 0.01$

Hằng số vận tốc Kv: $K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = 0$

Hằng số gia tốc Ka: $K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = 0$

Sai số ở trạng thái xác lập:

$r(t) = 1(t) \rightarrow R(s) = 1/s$ ta có: $e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = 0.99$

$r(t) = t \rightarrow R(s) = 1/s^2$ ta có: $e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3} \quad \text{ta có: } e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$

b) Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí Kp: $K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = \infty$

Hằng số vận tốc Kv: $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = \frac{50 \times 1 \times 5 \times 6}{2 \times 10 \times 3} = 25$

Hằng số gia tốc Ka: $K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) = 0$

c) Sai số ở trạng thái xác lập:

r(t) = u(t) → R(s) = 1/s ta có: $e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$

r(t) = tu(t) → R(s) = $1/s^2$ ta có: $e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{25} = 0.04$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3} \quad \text{ta có: } e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$

d) Các hằng số sai số tĩnh:

Hằng số vị trí Kp: $K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = \infty$

Hằng số vận tốc Kv: $K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = \infty$

Hằng số gia tốc Ka: $K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) = \frac{100 \times 2}{8 \times 10 \times 12} = 0,2$

Sai số ở trạng thái xác lập:

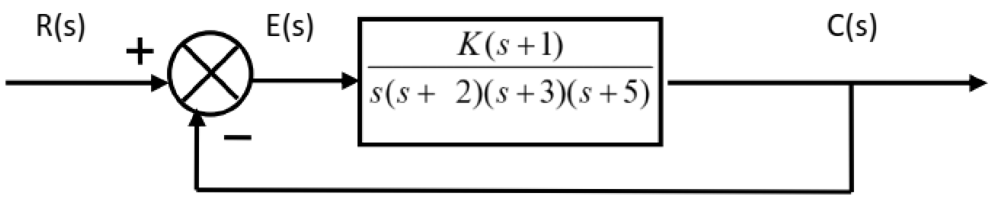
r(t) = u(t) → R(s) = 1/s ta có: $e(\infty) = e_{step}(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$

r(t) = tu(t) → R(s) = $1/s^2$ ta có: $e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = 0$

$$r(t) = \frac{1}{2}t^2 \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^3} \quad \text{ta có: } e(\infty) = e_{parabola}(\infty) = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{0.2} = 5$$

17. Nội dung câu hỏi 17

Cho hệ thống sau:



Tìm hệ số khuếch đại K biết có 5% sai số ở trạng thái xác lập.

Câu trả lời:

Hệ thống là loại 1. Sai số của hệ là hằng số nên tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu sườn dốc. $$e(\infty) = e_{ramp}(\infty) = \frac{1}{K_v} = 5\% = 0.05 \Rightarrow K_v = 20$$

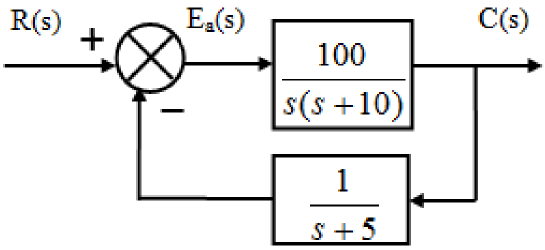
Vì vậy: $$K_v = 20 = \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{K\times 1}{2\times 3\times 5}$$

Từ công thức trên ta rút ra:

K = 600

18. Nội dung câu hỏi 18

Tìm sai lệch tĩnh của hệ thống sau, biết tín hiệu vào là 10t.



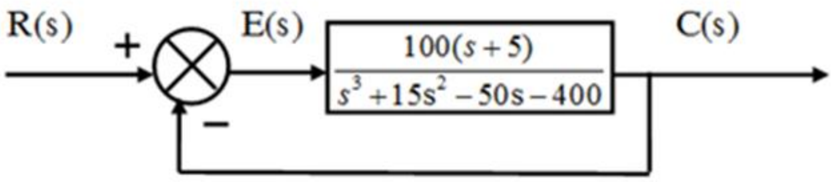
Câu trả lời:

Tìm hàm truyền của hệ:

$$W(s) = \frac{100(s+5)}{s(s+10)(s+5)+100} = \frac{100(s+5)}{s^3+15s^2+50s+100}$$

Chỉ ra hệ thống ổn định theo một trong các tiêu chuẩn đã học.

Đưa về sơ đồ phản hồi đơn vị:



Tín hiệu vào r(t) = 10t => R(s) = $10/s^2$

Tính sai lệch tĩnh của hệ thống:

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{s.\frac{10}{s^2}}{1+\frac{100(s+5)}{s^3+15s^2-50s-400}} = \lim_{s\to 0}\frac{10}{s+\frac{100s(s+5)}{s^3+15s^2-50s-400}} = \frac{10}{0} = \infty$$

19. Nội dung câu hỏi 19

Cho K_v = 200, có thể rút ra các kết luận nào? Vì sao?

Câu trả lời:

- Hệ thống là ổn định vì hệ thống ổn đinh mới có hằng số sai số tĩnh.
- Hệ thống là loại 1, bởi vì chỉ có hệ thống loại 1 mới có hằng số K_v xác định.
- Tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu xung sườn dốc vì K_v được xác định như là một hằng số.

- SSE là: $e(\infty)=\dfrac{1}{K_v}=\dfrac{1}{200}$

20. Nội dung câu hỏi 20

Cho K_p = 100, có thể rút ra các kết luận nào? Vì sao?

Câu trả lời:

- Hệ thống là ổn định vì hệ thống ổn đinh mới có hằng số sai số tĩnh.
- Hệ thống là loại 0, bởi vì chỉ có hệ thống loại 0 mới có hằng số K_p xác định.
- Tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu bậc thang đơn vị vì K_p được xác định như là một hằng số.
- SSE là: $e(\infty)=\dfrac{1}{1+K_p}=\dfrac{1}{1+100}=\dfrac{1}{101}$

21. Nội dung câu hỏi 21

Cho K_a = 1000, có thể rút ra các kết luận nào? Vì sao?

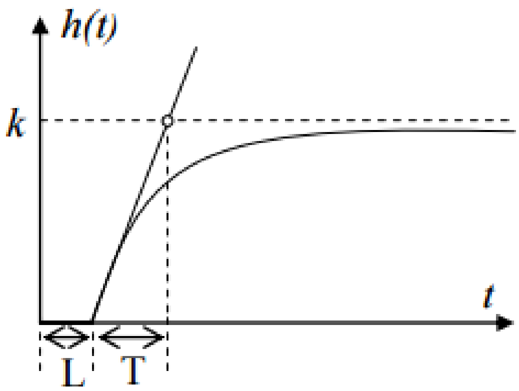
Câu trả lời:

- Hệ thống là ổn định vì hệ thống ổn đinh mới có hằng số sai số tĩnh.
- Hệ thống là loại 2, bởi vì chỉ có hệ thống loại 2 mới có hằng số K_a xác định.
- Tín hiệu đầu vào thử là tín hiệu parabol vì K_a được xác định như là một hằng số.
- SSE là: $e(\infty)=\dfrac{1}{K_a}=\dfrac{1}{1000}=0.001$

22. Nội dung câu hỏi 22

Cho đối tượng có hàm quá độ như hình vẽ, với: k = 3, L = 1, T = 1,2.

Chọn các tham số cho bộ điều khiển P, PI, PID theo phương pháp Thực nghiệm Ziegler - Nichols để điều khiển đối tượng trên.



Câu trả lời:

Sử dụng bộ điều khiển P ta có tham số của bộ điều khiển như sau:

$$K_P=\frac{T}{k.L}=\frac{1,2}{3.1}=0.4$$

Sử dụng bộ điều khiển PI ta có các tham số của bộ điều khiển như sau:

$$K_P = \frac{0,9T}{k.L} = \frac{0,9.1,2}{3.1} = 0.36$$

$$T_I = \frac{10}{3}L = \frac{10}{3}.1 = 3,33$$

Sử dụng bộ điều khiển PID, ta có các tham số của bộ điều khiển như sau:

$$K_P = \frac{1,2T}{k.L} = \frac{1,2.1,2}{3.1} = 0.48$$

$$T_I = 2L = 2.1 = 2$$

$$T_D = \frac{L}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$