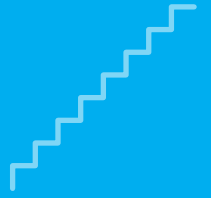




KẾT NỐI TRI THỨC  
VỚI CUỘC SỐNG

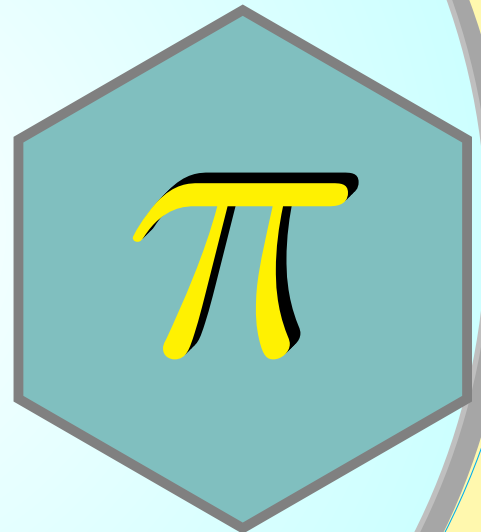
GV PHẠM ĐÌNH QUANG



# TOÁN 9

TẬP MỘT

- 1 Tóm tắt lý thuyết
- 2 Ví dụ minh họa
- 3 Bài tập tự luận
- 4 Bài tập trắc nghiệm



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

# Mục lục

---

## PHẦN I ĐẠI SỐ

<b>Chương 1. CĂN BẬC HAI</b>	<b>1</b>
<b>Bài 1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b>	<b>1</b>
<b>Bài 2. BÀI TẬP</b>	<b>4</b>
<b>Chương 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT</b>	<b>10</b>
<b>Bài 1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b>	<b>10</b>
(A) Nhắc lại, bổ sung các khái niệm về hàm số.....	10
(B) Hàm số bậc nhất.....	11
(C) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ ).....	12
(D) Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau.....	12
(E) Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ ).....	13
<b>Bài 2. BÀI TẬP</b>	<b>13</b>
<b>Chương 3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG</b>	<b>16</b>
<b>Bài 1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG</b>	<b>16</b>
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	16
(B) BÀI TẬP.....	16
<b>Bài 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN</b>	<b>18</b>
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	18
(B) BÀI TẬP.....	19
<b>Chương 4. ĐƯỜNG TRÒN</b>	<b>22</b>
<b>Bài 1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN</b>	<b>22</b>
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	22
(B) BÀI TẬP.....	23

<b>Bài 2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN. LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY</b>	<b>24</b>
<b>(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b> .....	24
<b>(B) BÀI TẬP</b> .....	25
<b>Bài 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN</b>	<b>26</b>
<b>(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b> .....	26
<b>(B) BÀI TẬP</b> .....	27
<b>Bài 4. TÍNH CHẤT CỦA HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU</b>	<b>28</b>
<b>(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b> .....	28
<b>(B) BÀI TẬP</b> .....	30
<b>Bài 5. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN</b>	<b>32</b>
<b>(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT</b> .....	32
<b>(B) BÀI TẬP</b> .....	34
<b>Chương 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ</b>	<b>40</b>
<b>Bài 1. CĂN BẬC HAI</b>	40
<b>Bài 2. HỆ THỨC LƯỢNG, TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC</b>	41
<b>Bài 3. HÀM SỐ</b>	44
<b>Bài 4. ĐƯỜNG TRÒN</b>	48
<b>Bài 5. TRÍCH ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10</b>	50
<b>Bài 6. MỘT SỐ BÀI TỔNG HỢP</b>	52
<b>Chương 6. ĐỀ THI THAM KHẢO</b>	<b>54</b>
<b>Bài 1. ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 1</b>	54
<b>Bài 2. ĐỀ THI HỌC KÌ 1</b>	61

PHẦN

I

ĐẠI SỐ

# Chương 1

## CĂN BẬC HAI

Bài

1

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

○ **Định nghĩa 1.1.** Với mọi số thực  $a \geq 0$ , ta có căn bậc hai số học của  $a$ .  
Ký hiệu  $\sqrt{a}$ .

$$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$$

Phép toán tìm căn bậc hai của số không âm gọi là phép khai phương.

○ **Tính chất 1.1.**

$$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b}.$$

○ **Định nghĩa 1.2.**

- ☑ Cho biểu thức  $A \geq 0$ , ta gọi  $\sqrt{A}$  là căn thức bậc hai của  $A$  và  $A$  gọi là biểu thức dưới dấu căn.
- ☑  $\sqrt{A}$  có nghĩa (hay xác định) khi  $A \geq 0$ .

◇ **Ví dụ 1.** Tìm điều kiện của  $x, y$  để biểu thức sau có nghĩa

$$A = \frac{2x - 3}{\sqrt{4y^2 - 4y + 1}} + \sqrt{2 - x}.$$

○ **Tính chất 1.2.**

$$\sqrt{A^2} = |A|.$$

#### CÁC CÔNG THỨC

Cho  $A, B, C$  là các biểu thức.

- $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$  ( $A \geq 0, B \geq 0$ ).
- $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$  ( $A \geq 0, B > 0$ ).
- Đưa thừa số ra ngoài và vào trong dấu căn
  - ☑ Nếu  $B \geq 0$  thì  $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$ .
  - ☑ Nếu  $A \geq 0, B \geq 0$  thì  $A \sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$ .

☑ Nếu  $A < 0, B \geq 0$  thì  $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$ .

🔗 **Ví dụ 2.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{20} = \dots\dots\dots$       b)  $\sqrt{18x^2} = \dots\dots\dots$  (với  $x \geq 0$ ).

c)  $\sqrt{18x^2} = \dots\dots\dots$  (với  $x < 0$ ).

🗨 **Lời giải.**

(a)  $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ .

(b)  $\sqrt{18x^2} = |x|\sqrt{2 \cdot 3^2} = 3x\sqrt{2}$  (với  $x \geq 0$ ).

(c)  $\sqrt{18x^2} = |x|\sqrt{2 \cdot 3^2} = -3x\sqrt{2}$  (với  $x < 0$ ).

□

🔗 **Ví dụ 3.** Đưa thừa số vào trong dấu căn

a)  $3\sqrt{5} = \dots\dots\dots$       b)  $2x\sqrt{3} = \dots\dots\dots$  (với  $x \geq 0$ ).

c)  $2x\sqrt{3} = \dots\dots\dots$  (với  $x < 0$ ).

🗨 **Lời giải.**

(a)  $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$ .

(b)  $2x\sqrt{3} = \sqrt{(2x)^2 \cdot 3} = \sqrt{12x^2}$  (với  $x \geq 0$ ).

(c)  $2x\sqrt{3} = -\sqrt{(2x)^2 \cdot 3} = -\sqrt{12x^2}$  (với  $x < 0$ ).

□

d) **Khử mẫu trong dấu căn**

Nếu  $AB \geq 0, B \neq 0$  thì  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ .

🔗 **Ví dụ 4.** Khử mẫu trong dấu căn  $\sqrt{\frac{4}{5}} = \dots\dots\dots$

e) **Trục căn ở mẫu**

☑ Nếu  $B > 0$  thì  $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ .

☑ Nếu  $A \geq 0, A \neq B^2$  thì  $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$ .

☑ Nếu  $A, B \geq 0, A \neq B$  thì  $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ .

❖ Ví dụ 5. Trục căn thức ở mẫu

a)  $\frac{3}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$       b)  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dots\dots\dots$   
 c)  $\frac{2}{3 - \sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

🗨️ Lời giải.

(a)  $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .  
 (b)  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ .  
 (c)  $\frac{2}{3 - \sqrt{2}} = \frac{2(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{6 + 2\sqrt{2}}{3^2 - 2} = \frac{6 + 2\sqrt{2}}{7}$ .

□

f) Phương trình chứa dấu căn

a)  $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2. \end{cases}$       b)  $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ hay } B \geq 0 \\ A = B. \end{cases}$

❖ Ví dụ 6. Giải phương trình

a)  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 1$ .      b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = x$ .  
 c)  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x + 1}$ .      d)  $\sqrt{4x - 8} + \sqrt{16x - 32} = 5 + \frac{1}{3}\sqrt{9x - 18}$ .

🗨️ Lời giải.

(a)  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$   
 (b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 1 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -3x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ .  
 (c)

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 1 = x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

(d)

$$\sqrt{4x - 8} + \sqrt{16x - 32} = 5 + \frac{1}{3}\sqrt{9x - 18}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x - 2)} + \sqrt{16(x - 2)} = 5 + \frac{1}{3}\sqrt{9(x - 2)}$$



$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{x-2} = 5 + \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x-2} \\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{x-2} = 5 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 1 \\ &\Leftrightarrow x-2 = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 3. \end{aligned}$$

□

✎ **Bài 1.** Tìm các giá trị của biến để các biểu thức sau có nghĩa

a)  $\frac{1}{\sqrt{3x-2}}$ .

e)  $\sqrt{x^2-x+1}$ .

i)  $\sqrt{\frac{-5}{x-2}}$ .

b)  $2 - \sqrt{1-4x}$ .

f)  $\sqrt{-x^2+2x-5}$ .

j)  $\sqrt{-4x^2+4x-2}$ .

c)  $\sqrt{(x-4)x}$ .

g)  $\sqrt{2x^2+1} + \frac{2}{3-2x}$ .

k)  $\sqrt{x^2-2x+1}$ .

d)  $\frac{1}{\sqrt{x^2-8x+15}}$ .

h)  $3 + \sqrt{-x^2}$ .

l)  $\sqrt{-x^2+5x-4}$ .

✎ **Bài 2.** Loại bỏ dấu căn và dấu giá trị tuyệt đối:

a)  $\sqrt{x^2-4x+4} - 2x$ ;

b)  $\frac{\sqrt{4+4x+x^2}}{x^2-4}$  với  $x < -2$ ;

c)  $\sqrt{(x+4)^2} - \frac{\sqrt{x^2+8x+16}}{x+4}$ ;

d)  $\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3} - \frac{x-3}{\sqrt{9-6x+x^2}}$ .

✎ **Bài 3.** Tính giá trị biểu thức:

a)  $\sqrt{9x^2-12x+4} - 9x + 1$  với  $x = \frac{1}{3}$ ;

b)  $\sqrt{10x^2-12x\sqrt{10}+36}$  với  $x = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{2}{5}}$ ;

c)  $\sqrt{9x^4-24x^2+16} - \sqrt{x^4-8x^2+16}$  với  $x = \sqrt{3}$ ;

d)  $\sqrt{3x^2-4\sqrt{3}x+4}$  với  $x = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

✎ **Bài 4.** Tính

a)  $3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} + 2\sqrt{32} - \sqrt{50}$ ;

b)  $5\sqrt{48} - 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$ ;

c)  $2\sqrt{24} - 2\sqrt{54} + 3\sqrt{6} - \sqrt{150}$ ;

d)  $\sqrt{125} - 2\sqrt{20} - 3\sqrt{80} + 4\sqrt{45}$ ;

e)  $2\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 3\sqrt{175} + \sqrt{112}$ ;

f)  $10\sqrt{28} + 2\sqrt{275} - 3\sqrt{343} - \frac{3}{2}\sqrt{396}$ ;



g)  $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ ;

h)  $\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$ ;

i)  $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - 2$ ;

j)  $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}}$ .

**✦ Bài 5.** Tính

a)  $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$ ;

b)  $(2\sqrt{5} - \sqrt{7})(2\sqrt{5} + \sqrt{7})$ ;

c)  $6\sqrt{\frac{8}{9}} - 5\sqrt{\frac{32}{25}} + 14\sqrt{\frac{18}{49}}$ ;

d)  $2\sqrt{\frac{16}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{27}} - 6\sqrt{\frac{4}{75}}$ ;

e)  $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$ ;

f)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$ ;

g)  $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{9 - 4\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$ ;

h)  $\frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$ .

**✦ Bài 6.** Tính

a)  $(2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ ;

b)  $(\sqrt{3} + 4)\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ ;

c)  $\sqrt{17 - 3\sqrt{32}} + \sqrt{17 + 3\sqrt{32}}$ ;

d)  $\sqrt{49 - 5\sqrt{96}} - \sqrt{49 + 5\sqrt{96}}$ ;

e)  $(5 + 4\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{1 + \sqrt{2}})(3 - 2\sqrt{1 + \sqrt{2}})$ ;

f)  $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$ ;

g)  $(\sqrt{5} - 2\sqrt{6} + \sqrt{2})\sqrt{3}$ ;

h)  $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{2}$ ;

i)  $2 + \sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$ ;

j)  $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$ ;

k)  $\sqrt{\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}$ ;

l)  $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}}$ .

**✦ Bài 7.** Tính

a)  $\frac{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$ ;

b)  $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{5}{12} - \frac{1}{\sqrt{6}}}$ ;

c)  $\frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \sqrt{175} - \frac{6\sqrt{2} - 4}{3 - \sqrt{2}}$ ;

d)  $\frac{2\sqrt{6 - \sqrt{11}}}{\sqrt{22} - \sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2} + 1}$ ;

e)  $\sqrt{\sqrt{7 + \sqrt{48}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}$ ;

f)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$ ;

g)  $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$ ;

h)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$

i)  $\frac{(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}}$ ;

j)  $\frac{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} - \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2\sqrt{3}}}$ ;

$$k) \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}};$$

$$l) \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24 + \sqrt{25}}}.$$

✦ **Bài 8.** Giải phương trình

a)  $\sqrt{x^2 + 9} = 5;$

b)  $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} = 1;$

c)  $\sqrt{x - 1 + 2\sqrt{x - 2}} = 2;$

d)  $\sqrt{25x - 50} - \frac{\sqrt{x - 2} + 1}{2} = 8\sqrt{\frac{9x - 18}{16}}.$

✦ **Bài 9.** Giải phương trình

a)  $\sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x - 2};$

b)  $\sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{3 - x};$

c)  $\sqrt{x - 1} + 1 = x;$

d)  $\sqrt{25x^2 - 30x + 9} = x + 7;$

e)  $\sqrt{x + 3} + \sqrt{2 - x} = 3;$

f)  $\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + x - 2} = 0;$

g)  $\sqrt{(x - 1)^2} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3;$

h)  $\sqrt{x - 1 + 2\sqrt{x - 2}} + \sqrt{7 + x + 6\sqrt{x - 2}} = 2.$

✦ **Bài 10.** Rút gọn (giả sử các điều kiện được thoả mãn)

a)  $\left(2 - \frac{a - 3\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 3}\right) \cdot \left(2 - \frac{5\sqrt{a} - \sqrt{ab}}{\sqrt{b} - 5}\right);$

b)  $\frac{9 - a}{\sqrt{a} + 3} - \frac{9 - 6\sqrt{a} + a}{\sqrt{a} - 3} - 6;$

c)  $\frac{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{xy})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(x - y)(\sqrt{x^3} + x)};$

d)  $\frac{(2 - \sqrt{x})^2 - (\sqrt{x} + 3)^2}{1 + 2\sqrt{x}};$

e)  $\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}};$

f)  $\frac{x - y + 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y} + 3}$

g)  $\sqrt{x - \sqrt{x^2 - 4}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 4}};$

h)  $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} - \sqrt{x - 1}$

i)  $\left(\frac{2x + 1}{\sqrt{x^3} - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}\right) \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x}\right);$

j)  $\frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}}}{\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}} + 1};$

k)  $\left(\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy}\right) : (x - y) + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}};$

l)  $\left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x + 9}{9 - x}\right) : \left(\frac{3\sqrt{x} + 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right).$

⇒ **Bài 11.** Cho biểu thức  $A = \frac{2x}{x + 3\sqrt{x} + 2} + \frac{5\sqrt{x} + 1}{x + 4\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 10}{x + 5\sqrt{x} + 6}$  ( $x \geq 0$ ). Chứng minh rằng giá trị của  $A$  không phụ thuộc vào  $x$ .

⇒ **Bài 12.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4x - 4}} + \sqrt{x + \sqrt{4x - 4}}}{\sqrt{x^2 - 4(x - 1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x - 1}\right)$

- Tìm điều kiện của  $x$  để  $A$  có nghĩa.
- Rút gọn  $A$ .

⇒ **Bài 13.** Cho  $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x - 1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x - 1}} - \frac{\sqrt{x^3} - x}{1 - \sqrt{x}}$ .

- Tìm điều kiện của  $x$  để  $A$  có nghĩa.
- Tìm  $x$  để  $A > 0$ .

⇒ **Bài 14.** Cho  $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right)$ .

- Rút gọn  $A$ .
- Tìm giá trị của  $x$  để  $A > -6$ .

⇒ **Bài 15.** Cho  $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{2}{2 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\right) : \left(\sqrt{x} - 2 + \frac{10 - x}{\sqrt{x} + 2}\right)$ .

- Rút gọn  $A$ .
- Tìm giá trị của  $x$  để  $A > 0$ .

⇒ **Bài 16.** Cho biểu thức  $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x + 4}{4 - x}\right) : \left(\frac{2\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$  ( $x > 0; x \neq 4$ ).

- Rút gọn  $A$ .
- Tìm  $x$  để  $A = \frac{-1}{3}$ .

⇒ **Bài 17.** Cho biểu thức  $A = \frac{x - 6\sqrt{x} + 9}{\sqrt{x} - 3} + \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$ .

- Tìm điều kiện của  $x$  để  $A$  xác định.
- Rút gọn  $A$ .

c) Tính  $A$  biết  $x = 1\frac{9}{16}$ .

❖ **Bài 18.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - 3\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 5\sqrt{x} + 6}$ .

- Rút gọn  $A$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $A < -1$ .
- Tìm các giá trị của  $x \in \mathbb{Z}$  sao cho  $-2A \in \mathbb{Z}$ .

❖ **Bài 19.** Cho biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ .

- Tìm điều kiện của  $x$  để  $A$  có nghĩa.
- Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để  $A \in \mathbb{Z}$ .

❖ **Bài 20.** Cho  $a \geq b \geq 0$ . Chứng minh

- $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .
- $\sqrt{a-b} \geq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ .

❖ **Bài 21.** So sánh  $A$  và  $B$

- $A = \sqrt{2013} + \sqrt{2015}$  và  $B = 2\sqrt{2014}$ .
- $A = \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12}}} + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}}$  và  $B = \sqrt{14} + \sqrt{11}$ .
- $A = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2014}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2013}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014 \cdot 1}}$  và  $B = \frac{4028}{2015}$ .

❖ **Bài 22.** Chứng minh

- $2\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ;
- $\sqrt{10 + \sqrt{60} + \sqrt{24} + \sqrt{40}} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ;
- $\sqrt{6 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15}} - \sqrt{4 + \sqrt{15}} = \sqrt{2}$ ;
- $\sqrt{10,5 + \sqrt{6} - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2}} - \sqrt{9,5 - 4\sqrt{3}} = -1$ ;
- $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} = 1$ .

❖ **Bài 23.** Tìm các giá trị của  $x, y, z$  thỏa mãn

- $(2x - y)^2 + (y - 2)^2 + \sqrt{(x + y + z)^2} = 0$ ;

$$\text{b) } x + y + z + 5 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z-5}.$$

✦ **Bài 24.** Cho ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}$ . Chứng minh rằng  $x = y = z$ .

✦ **Bài 25.** Cho hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $xy = 1$  và  $x > y$ . Chứng minh rằng  $\frac{x^2 + y^2}{x - y} \geq 2\sqrt{2}$ .



# Chương 2

## HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài

1

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### A Nhắc lại, bổ sung các khái niệm về hàm số

##### 1. Khái niệm hàm số

- ☑ Nếu đại lượng  $y$  phụ thuộc vào đại lượng  $x$  sao cho với mỗi giá trị của  $x$ , ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  thì  $y$  được gọi là hàm số của  $x$  và  $x$  được gọi là biến số.
- ☑ Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức, ...

🔗 Ví dụ 1.  $y$  là hàm số của  $x$  được cho bởi bảng sau:

$x$	5	7	1	2	3	4
$y$	6	4	2	1	1	0

🔗 Ví dụ 2.  $y$  là hàm số của  $x$  được cho bởi công thức

a)  $y = 2x$ ;

b)  $y = 2x + 3$ ;

c)  $y = \frac{4}{x}$ .

- ☑ Khi hàm số được cho bằng công thức  $y = f(x)$ , ta hiểu rằng biến số  $x$  chỉ lấy những giá trị mà tại đó  $f(x)$  xác định.  
Với các hàm số  $y = 2x$  và  $y = 2x + 3$  biến số  $x$  có thể lấy những giá trị tùy ý; còn với hàm số  $y = \frac{4}{x}$ , biến số  $x$  chỉ lấy những giá trị khác 0.
- ☑ Khi  $y$  là hàm số của  $x$ , ta có thể viết  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ , ...
- ☑ Khi  $x$  thay đổi mà  $y$  luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số  $y$  được gọi là hàm hằng.

##### 2. Đồ thị của hàm số

Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng  $(x; f(x))$  trên mặt phẳng tọa độ được gọi là đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .



## C Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )

### 1. Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )

Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) là một đường thẳng

- ☑ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $b$ ;
- ☑ song song với đường thẳng  $y = ax$ , nếu  $b \neq 0$ ;
- ☑ trùng với đường thẳng  $y = ax$ , nếu  $b = 0$ .

⚠ Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) còn được gọi là đường thẳng  $y = ax + b$ ;  $b$  được gọi là tung độ gốc của đường thẳng.

### 2. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )

Để vẽ đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ), ta chỉ cần xác định hai điểm phân biệt nào đó thuộc đồ thị, rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

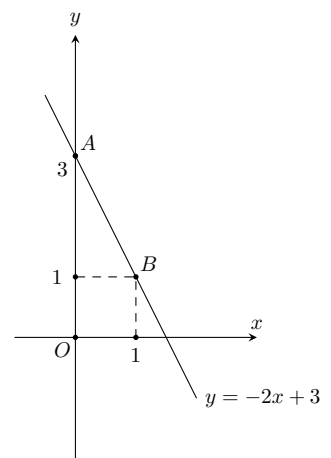
🔗 Ví dụ 5. Trên hệ trục tọa độ  $Oxy$  vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x + 3$ .

#### 💬 Lời giải.

Cho  $x = 0$  thì  $y = 3$ , ta thu được điểm  $A(0; 3)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = -2x + 3$ .

Cho  $x = 1$  thì  $y = 1$ , ta thu được điểm  $B(1; 1)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = -2x + 3$ .

Do đó đồ thị hàm số  $y = -2x + 3$  là đường thẳng  $AB$  trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .



□

## D Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

Cho hai đường thẳng  $(d_1): y = a_1x + b_1$  và  $(d_2): y = a_2x + b_2$  ( $a_1, a_2 \neq 0$ ). Khi đó

a)  $(d_1)$  song song với  $(d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2. \end{cases}$

b)  $(d_1)$  trùng với  $(d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2. \end{cases}$

c)  $(d_1)$  cắt  $(d_2) \Leftrightarrow a_1 \neq a_2$ .



❖ **Ví dụ 6.** Cho hai hàm số bậc nhất  $y = 2mx + 3$  và  $y = (m + 1)x + 2$ . Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hai hàm số đã cho là

- a) hai đường thẳng cắt nhau.
- b) hai đường thẳng song song với nhau.

💬 **Lời giải.**

Điều kiện để hai hàm số  $y = 2mx + 3$  và  $y = (m + 1)x + 2$  là hàm số bậc nhất là  $\begin{cases} 2m \neq 0 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \notin \{0; -1\}$ .

- a) Hai đường thẳng  $y = 2mx + 3$  và  $y = (m + 1)x + 2$  cắt nhau khi và chỉ khi

$$2m \neq m + 1 \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Kết hợp điều kiện ta được  $m \notin \{0; \pm 1\}$ .

- b) Hai đường thẳng  $y = 2mx + 3$  và  $y = (m + 1)x + 2$  song song khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m = m + 1 \\ 3 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy  $m = 1$ .

□

## **E** Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )

### **1. Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục $Ox$**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , góc  $\alpha$  tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  và trục  $Ox$  là góc tạo bởi tia  $Ax$  và tia  $AT$ , trong đó  $A$  là giao điểm của đường thẳng  $y = ax + b$  với trục  $Ox$  và  $T$  là điểm thuộc đường thẳng  $y = ax + b$  với tung độ dương.

### **2. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )**

Các đường thẳng có cùng hệ số góc  $a$  ( $a$  là hệ số của  $x$  trong  $y = ax + b$ ) thì tạo với trục  $Ox$  các góc bằng nhau.

- ☑ Khi  $a > 0$  thì góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  và trục  $Ox$  là góc nhọn.
- ☑ Khi  $a < 0$  thì góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  và trục  $Ox$  là góc tù.

Vì có sự liên quan giữa hệ số góc với góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  và trục  $Ox$  nên người ta gọi  $a$  là **hệ số góc** của đường thẳng  $y = ax + b$ .

❖ **Bài 1.** Với những giá trị nào của  $m$  thì các hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a)  $y = (\sqrt{m} - 1)x - 2m$ .      b)  $y = mx - 2(x - m)$ .      c)  $y = \frac{m - 1}{m^2 - 1}(x + 2)$

❖ **Bài 2.** Xác định  $k$  để các hàm số sau:

a)  $y = 5x - (2 - x)k$  đồng biến.  
b)  $y = kx - 2 + 2x$  nghịch biến.  
c)  $y = (-k^2 + k - 1)x - 7$  nghịch biến.  
d)  $y = (5 - 4k + k^2)x + 2$  đồng biến.

❖ **Bài 3.** Xác định  $m$  để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau:

a)  $(D_1): y = (m + 2)x - m + 1$  và  $(D_2): y = (2m - 5)x + m$ .  
b)  $(D_1): y = (3m - 1)x - 2m + 1$  và  $(D_2): y = (4 - 2m)x - m$ .

❖ **Bài 4.** Cho đường thẳng  $(d): y = (m + 1)x - 2m$  ( $m \neq -1$ ). Xác định  $m$  để

a) Đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $A(3; -1)$ .  
b) Đường thẳng  $(d)$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-1$ .  
c) Đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = -2x + 2$ .  
d) Đường thẳng  $(d)$  vuông góc với đường thẳng  $y = -3x - 1$ .  
e) Đường thẳng  $(d)$  có hệ số góc là  $3$ .  
f) Đường thẳng  $(d)$  có tung độ gốc là  $\sqrt{2}$ .

❖ **Bài 5.** Xác định hàm số  $y = ax + b$  biết:

a) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm  $A$  có hoành độ  $-4$  và cắt trục tung tại điểm  $B$  có tung độ  $3$ .  
b) Đồ thị của nó song song với đường thẳng  $y = 3x + 1$  và đi qua điểm  $M(4; -5)$ .  
c) Đồ thị của nó là đường thẳng đi qua hai điểm  $M(3; 5)$  và  $N(-1; -7)$ .  
d) Đồ thị của nó là đường thẳng cắt đường thẳng  $y = 2x - 3$  tại điểm  $C$  có hoành độ là  $2$  và đi qua điểm  $A(3; -4)$ .  
e) Đồ thị của nó là đường thẳng đi qua điểm  $D(-2; 3)$  và tạo với trục  $Ox$  một góc  $45^\circ$ .

✧ **Bài 6.** Cho đường thẳng  $(D): y = 2x - \frac{1}{b}$ . Tìm  $b$  biết đường thẳng  $(D)$  cắt đường thẳng  $y = 3x + 2$  tại một điểm nằm trên trục tung.

✧ **Bài 7.** Cho đường thẳng  $(d): y = (2a - 1)x - 3$ .

- Viết phương trình đường thẳng  $(d)$  biết  $(d)$  đi qua điểm  $A(1; -1)$ .
- Viết phương trình đường thẳng  $(d')$  vuông góc với đường thẳng  $(d)$  và cắt trục tung tại điểm  $B$  có tung độ là  $\frac{4}{3}$ .
- Vẽ  $(d)$  và  $(d')$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Tìm giao điểm  $C$  của  $(d)$  và  $(d')$ .
- Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

✧ **Bài 8.** Cho đường thẳng  $(D): y = mx - 2m + x$  ( $m \neq -1$ ) cắt đường thẳng  $(d): y = 2x + 3$  tại điểm có tung độ là  $-1$ .

- Tìm  $m$ . Vẽ  $(D)$  và  $(d)$  trên cùng một hệ trục tọa độ  $Oxy$ . Tìm giao điểm của  $(D)$  với trục tung và trục hoành.
- Viết phương trình đường thẳng  $(D_1)$  song song với đường thẳng  $(D)$  và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Tìm giao điểm của  $(D_1)$  và  $(d)$ .

✧ **Bài 9.** Cho ba đường thẳng  $(AB): y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ,  $(BC): y = 5x + 1$ ,  $(CA): y = 3x$ . Xác định tọa độ ba đỉnh của tam giác  $ABC$ .

✧ **Bài 10.** Cho ba điểm  $A(3; 5)$ ,  $B(-1; -7)$  và  $C(1; -1)$ . Chứng minh rằng 3 điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

✧ **Bài 11.** Định  $m$  để ba đường thẳng sau đồng quy  $(d_1): y = (m + 2)x - 3m$ ,  $(d_2): y = 2x + 4$ ,  $(d_3): y = -3x - 1$ .

✧ **Bài 12.** Cho hàm số  $y = mx - 2m - 1$  (1) ( $m \neq 0$ ).

- Định  $m$  để đồ thị hàm số (1) đi qua gốc tọa độ. Vẽ đồ thị  $(d_1)$  của hàm số ứng với  $m$  vừa tìm được.
- Tính theo  $m$  tọa độ các giao điểm  $A, B$  của đồ thị hàm số (1) với các trục  $Ox, Oy$ .
- \* Chứng minh rằng đồ thị hàm số (1) luôn đi qua một điểm cố định  $I$  khi  $m$  thay đổi.

# Chương 3

## HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài

1

### MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

#### A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$ . Khi đó, ta có

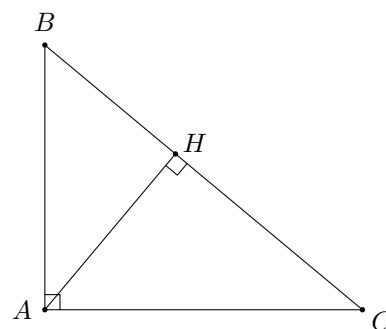
☑  $AB^2 = BH \cdot BC, AC^2 = CH \cdot BC.$

☑  $AB^2 + AC^2 = BC^2.$

☑  $AH^2 = HB \cdot HC.$

☑  $AH \cdot BC = AB \cdot AC.$

☑  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$



#### B BÀI TẬP

☞ **Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Tính  $AH, HB, HC$  biết  $AB = 3$  cm,  $AC = 4$  cm.

☞ **Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Tính  $AB, AC$  biết  $HB = 1$  cm,  $HC = 2$  cm.

☞ **Bài 3.** a) Biết tỉ số của các cạnh góc vuông của một tam giác vuông là  $5 : 6$ , cạnh huyền là  $122$  cm. Tính độ dài hình chiếu của mỗi cạnh lên cạnh huyền.

b) Biết tỉ số của hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông là  $3 : 7$ , đường cao ứng với cạnh huyền là  $42$  cm. Tính độ dài hình chiếu của các cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

☞ **Bài 4.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Tính  $BC, AC, AH$  biết  $AB = 15$  cm,  $HC = 16$  cm.

✧ **Bài 5.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Tính  $AB, AC$  biết  $AH = 12$  cm,  $BC = 25$  cm.

✧ **Bài 6.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Qua  $A$  kẻ đường vuông góc với  $BD$  tại  $H$ . Biết  $AB = 20$ ,  $AH = 12$ . Tính chu vi hình chữ nhật  $ABCD$ .

✧ **Bài 7.** Trong một tam giác vuông tỉ số giữa đường cao và trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông bằng  $40 : 41$ . Tìm tỉ số độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

✧ **Bài 8.** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, hai đường cao  $BK$  và  $CL$  cắt nhau tại  $H$ . Trên đoạn  $HB$  lấy điểm  $E$  sao cho  $\widehat{AEC} = 90^\circ$ . Trên đoạn  $HC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $\widehat{AFB} = 90^\circ$ . Chứng minh rằng:

- a)  $AK \cdot AC = AL \cdot AB$ .
- b)  $\triangle AEF$  cân.

✧ **Bài 9.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AH, BK$  là 2 đường cao. Chứng minh rằng:

- a)  $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$ .
- b)  $BC^2 = 2CK \cdot CA$ .

✧ **Bài 10.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , kẻ  $IH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\frac{1}{4IH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$ .
- b)  $AC^2 + BH^2 = CH^2$ .

✧ **Bài 11.** Cho hình vuông  $ABCD$  và điểm  $M$  thuộc cạnh  $BC$  ( $M$  khác  $B, C$ ). Gọi  $N$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AM$  và  $DC$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$ .

✧ **Bài 12.** Cho  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$  và một điểm  $M$  thuộc cạnh huyền  $BC$ . Chứng minh rằng  $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$ .

✧ **Bài 13.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Gọi  $E, F$  là hình chiếu của  $H$  lên  $AB, AC$ . Chứng minh rằng:

- a)  $BC^2 = 3AH^2 + BE^2 + CF^2$ .
- b)  $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{HB}{HC}$ .

$$c) \frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BE}{CF}.$$

$$d) AH^3 = BC \cdot HE \cdot HF.$$

$$e) AH^3 = BC \cdot BE \cdot CF.$$

$$f) \sqrt[3]{BE^2} + \sqrt[3]{CF^2} = \sqrt[3]{BC^2}.$$

✧ **Bài 14.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ ,  $AB = a$ ,  $AC = b$ ,  $K$  là hình chiếu của  $H$  lên  $AB$ .

a) Chứng minh rằng  $\frac{HB}{HC} = \frac{a^2}{b^2}$ .

b) Chứng minh rằng  $HK = \frac{a^2b}{a^2 + b^2}$ .

c) Giả sử  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$  và  $AH = 12$ . Tính  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ ,  $HB$ .

✧ **Bài 15.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = b$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $BD$  và  $K$ ,  $L$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  lên  $BC$ ,  $CD$ .

a) Chứng minh rằng  $\frac{HB}{HD} = \frac{a^2}{b^2}$ .

b) Chứng minh rằng  $HK = \frac{a^3}{a^2 + b^2}$ .

c) Chứng minh rằng  $HC^2 = \frac{a^4 - a^2b^2 + b^4}{a^2 + b^2}$ .

d) Cho  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = 1$  và gọi  $M$  là giao điểm của  $CH$  và  $AD$ . Tính  $HM$ .

✧ **Bài 16.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Lấy điểm  $D$  trên  $AC$  và điểm  $E$  là điểm nằm trên tia đối của tia  $HA$  sao cho  $\frac{AD}{AC} = \frac{HE}{HA} = \frac{1}{3}$ . Từ  $D$  kẻ  $DF$  song song với  $BC$  ( $F$  thuộc  $AC$ ). Chứng minh rằng

a)  $AH = EF$ .

b)  $BE \perp ED$ .

Bài

2

## TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho  $\alpha$  là góc nhọn của một tam giác vuông

☑ Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là  $\sin \alpha$ .

- ☑ Tỷ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là  $\cos \alpha$ .
- ☑ Tỷ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là  $\tan \alpha$ .
- ☑ Tỷ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là  $\cot \alpha$ .

## 2. Một số tính chất của tỉ số lượng giác

- ☑ Cho góc  $\alpha$  và  $\beta$  phụ nhau khi đó:

$$\sin \alpha = \cos \beta; \quad \cos \alpha = \sin \beta; \quad \tan \alpha = \cot \beta; \quad \cot \alpha = \tan \beta.$$

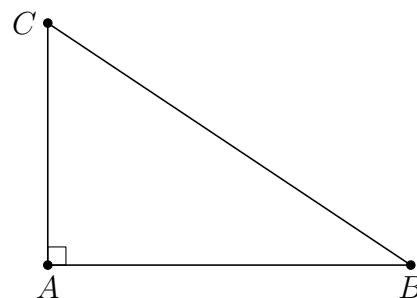
- ☑ Cho góc nhọn  $\alpha$ , ta có:

$$\begin{aligned} \diamond 0 < \sin \alpha < 1. & \quad \diamond \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1. & \quad \diamond \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}. \\ \diamond 0 < \cos \alpha < 1. & \quad \diamond \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}. & \quad \diamond \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1. \end{aligned}$$

## 3. Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khi đó:

- ☑  $AC = BC \sin B$
- ☑  $AC = BC \cos C$
- ☑  $AC = AB \tan B$
- ☑  $AC = AB \cot C$
- ☑  $AB = BC \sin C$
- ☑  $AB = BC \cos B$
- ☑  $AB = AC \tan C$
- ☑  $AB = AC \cot B$



## B BÀI TẬP

☞ **Bài 1.** Không dùng bảng số và máy tính, hãy tính:

- a)  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$ .
- b)  $\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$ .

☞ **Bài 2.** Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc  $\alpha$

- a)  $A = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ ;
- b)  $B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ .

☞ **Bài 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BC = a$ , đường cao  $AH$ . Chứng minh:

- a)  $AH = a \sin B \cos B$ .
- b)  $BH = a \cos^2 B$ .
- c)  $CH = a \sin^2 B$ .

❖ **Bài 4.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AC = 21$  cm,  $\cos C = \frac{3}{5}$ .

- Tính  $\tan B$  và  $\cot B$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ đường thẳng vuông góc với  $BC$  tại  $M$ , cắt  $AB, CA$  lần lượt tại  $E, F$ . Tính  $CF, MF$ .
- Đường phân giác của góc  $A$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Tính  $BD, DC$ .

❖ **Bài 5.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Từ trung điểm  $E$  của cạnh  $AC$ , kẻ  $EF$  vuông góc với  $BC$  tại điểm  $F$ .

- Chứng minh  $AF = BE \cdot \cos C$ .
- Biết  $BC = 20$  cm,  $\sin C = 0,6$ . Tính  $S_{ABFE}$ .

❖ **Bài 6.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AC$  là đường chéo lớn. Kẻ  $CH$  vuông góc với  $AD$  tại  $H$  và  $CK$  vuông góc với  $AB$  tại  $K$ .

- Chứng minh  $\triangle CKH \sim \triangle BCA$ .
- Chứng minh  $HK = AC \cdot \sin \widehat{BAD}$ .
- Tính  $S_{AKCH}$  biết  $\widehat{ABC} = 120^\circ$ ,  $AD = 8$  cm và  $AB = 10$  cm.

❖ **Bài 7.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn, kẻ ba đường cao  $AD, BE, CF$ .

- Chứng minh  $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ .
- Chứng minh  $AF \cdot BD \cdot CE = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ .
- Giả sử  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $S_{ABC} = 144$  cm<sup>2</sup>. Tính  $S_{AEF}$ .

❖ **Bài 8.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ . Chứng minh  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

❖ **Bài 9.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $BC = a$ ,  $\widehat{B} = \alpha$ ,  $\widehat{C} = \beta$ , đường cao  $AH$ . Chứng minh:

- $CH = \frac{a \tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \beta}$ .
- $\frac{1}{AH} = \frac{1}{a \tan \beta} + \frac{1}{a \tan \alpha}$ .

❖ **Bài 10.** Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) có hai đường chéo vuông góc nhau. Biết khoảng cách giữa hai đáy là 12 cm,  $BD = 15$  cm. Tính diện tích hình thang  $ABCD$ .



⇒ **Bài 11.** (Bài toán mô phỏng cánh máy bay) Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) có khoảng cách giữa hai đáy là  $CH = 5$  m,  $CD = 3,5$  m,  $\widehat{CDA} = 135^\circ$ ,  $\widehat{BCH} = 30^\circ$ . Tính chu vi và diện tích hình thang  $ABCD$ .



# Chương 4

## ĐƯỜNG TRÒN

Bài

1

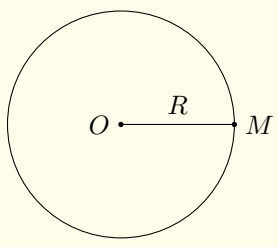
### SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

#### A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### Định nghĩa 1.1.

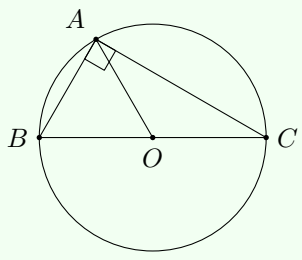
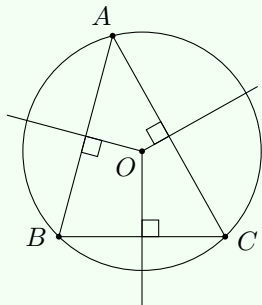
Đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  (với  $R > 0$ ) là hình gồm các điểm cách điểm  $O$  một khoảng bằng  $R$ .

☑ Kí hiệu:  $(O; R)$ .



##### Định lý 1.1. Cho đường tròn tâm $O$ , bán kính $R$ . Ta có

- ☑  $M \in (O; R) \Leftrightarrow OM = R$ .
- ☑  $M$  ở trong  $(O; R) \Leftrightarrow OM < R$ .
- ☑  $M$  ở ngoài  $(O; R) \Leftrightarrow OM > R$ .
- ☑ Qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một đường tròn. Đường tròn này gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác. Tâm của đường tròn này là giao điểm 3 đường trung trực của tam giác.
- ☑ Đường tròn có một tâm đối xứng, đó là tâm của đường tròn.
- ☑ Đường tròn có vô số trục đối xứng, đó là các đường kính của đường tròn.
- ☑ Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.
- ☑ Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.



✧ **Bài 1.** Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $BC = 5\text{cm}$  và dây cung  $BA = 3\text{cm}$ .

- Chứng minh  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Tính  $AC$  và đường cao  $AH$  của  $\triangle ABC$ .
- Gọi  $D$  là đỉnh của  $\triangle BCD$  có  $CD = 3\text{cm}$ ,  $BD = 4\text{cm}$ . Chứng minh điểm  $D$  nằm trên đường tròn  $(O)$ .

✧ **Bài 2.** Cho hình thang cân  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) có  $AD = 2CD = 2BC$ . Chứng minh  $A, B, C, D$  cùng nằm trên một đường tròn có tâm  $O$  và  $AC \perp OB$ .

✧ **Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} \neq 90^\circ$ . Đường tròn đường kính  $BC$  cắt hai đường thẳng  $AB, AC$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ . Hai đường thẳng  $CD$  và  $BE$  cắt nhau tại  $H$ . Chứng minh rằng  $AH \perp BC$ .

✧ **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  có các góc đều nhọn. Vẽ đường tròn  $(S)$  đường kính  $AB$ , vẽ đường tròn  $(O)$  đường kính  $AC$ . Đường thẳng  $OS$  cắt đường tròn  $(S)$  tại  $D$  và  $E$ , cắt đường tròn  $(O)$  tại  $H$  và  $K$  (các điểm xếp theo thứ tự  $D, H, E, K$ ). Chứng minh rằng

- $BE$  và  $BD$  là các tia phân giác trong và ngoài của góc đỉnh  $B$ ;  $CH$  và  $CK$  là các tia phân giác trong và ngoài của góc đỉnh  $C$  của tam giác  $ABC$ .
- $BDAE, AHCK$  là các hình chữ nhật.

✧ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có góc  $A$  nhọn. Từ  $A$  vẽ đường thẳng vuông góc với  $AB$  cắt đường thẳng  $BC$  tại  $D$ . Đường tròn  $(K)$  đường kính  $AD$  cắt các đường thẳng  $DC$  và  $AC$  lần lượt tại  $H$  và  $E$ . Chứng minh

- $H$  là trung điểm của  $BC$  và  $HA^2 = HC \cdot HD$ .
- $DH$  là tia phân giác của  $\widehat{ADE}$  và  $KH \parallel DE$ .

✧ **Bài 6.** Cho đoạn thẳng  $AB = 2a$  có trung điểm  $O$ . Trên đường trung trực của  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $OD = \frac{a}{2}$ . Nối  $A$  với  $D$ , vẽ  $BC$  vuông góc  $AD$  tại  $C$ .

- Tính  $AD, AC, BC$  theo  $a$ .
- Trên tia đối của tia  $OD$  lấy điểm  $E$  sao cho  $OE = a$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $A, B, C, E$  cùng nằm trên một đường tròn và  $CE$  là tia phân giác của  $\widehat{ACB}$ .

✧ **Bài 7.** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ) có đường cao  $AH$ . Trên đoạn thẳng  $HC$  lấy điểm  $K$  rồi dựng hình chữ nhật  $AHKO$ . Lấy  $O$  làm tâm vẽ đường tròn bán kính  $OK$ , đường tròn này cắt cạnh  $AB$  tại  $D$ , cắt cạnh  $AC$  tại  $E$ . Gọi  $F$  là giao điểm thứ hai của  $(O)$  và đường thẳng  $AB$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle AEF$  là tam giác cân và  $DO \perp OE$ .
- b) Bốn điểm  $D, A, O, E$  cùng nằm trên một đường tròn.

❖ **Bài 8.** Trên các cạnh  $AB, BC, CA$  của tam giác đều  $ABC$  ta lấy theo thứ tự các điểm  $M, N, P$  sao cho  $AM = BN = CP$ .

- a) Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ . Chứng minh rằng  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle MNP$ .
- b) Gọi  $H, I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, MP, AC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $H, I, K$  thẳng hàng.
- c) Xác định vị trí các điểm  $M, N, P$  để chu vi tam giác  $MNP$  nhỏ nhất.

## ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN. LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

Bài

2

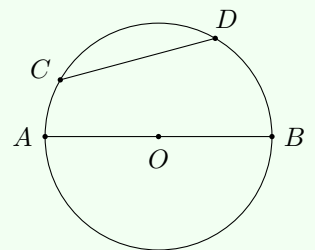
DÂY

### A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các định lí:

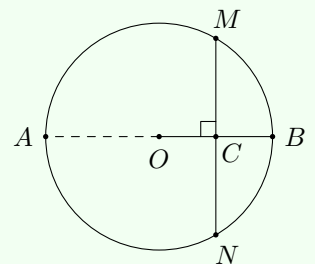
#### ○ Định lí 2.1.

Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

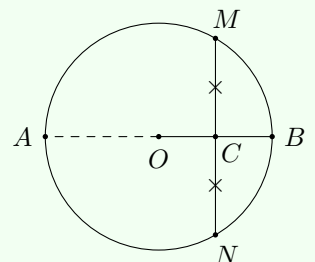


#### ○ Định lí 2.2.

• Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

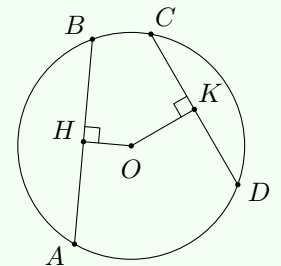
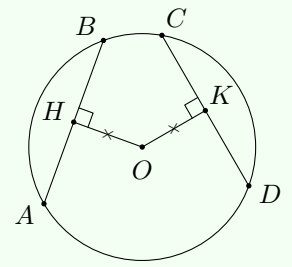


• Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không qua tâm thì vuông góc dây ấy.



**Định lý 2.3.** Trong một đường tròn:

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm và ngược lại.
- Dây nào lớn hơn thì gần tâm hơn và ngược lại.



## B BÀI TẬP

❖ **Bài 1.** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ , dây  $CD$  không cắt đường kính  $AB$ . Gọi  $H$  và  $K$  theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ  $A$  và  $B$  đến  $CD$ . Chứng minh rằng  $CH = DK$ .

❖ **Bài 2.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$ , dây  $CD$ . Các đường vuông góc với  $CD$  tại  $C$  và  $D$  tương ứng cắt  $AB$  ở  $M$  và  $N$ . Chứng minh  $AM = BN$

❖ **Bài 3.** Trong đường tròn  $(O; R)$  có hai bán kính  $OA, OB$  sao cho  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Gọi  $OI$  là đường cao của  $\triangle AOB$ . Tia  $OI$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $C$ .

- Tính các góc, cạnh  $AB$ , chiều cao  $OI$  của  $\triangle AOB$  theo  $R$ .
- Chứng minh tứ giác  $OACB$  là hình thoi. Tính diện tích của  $OACB$  theo  $R$ .

❖ **Bài 4.** Cho đường tròn  $(O)$  có các dây  $AB$  và  $CD$  bằng nhau, các tia  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại điểm  $E$  nằm bên ngoài đường tròn. Gọi  $H, K$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chứng minh rằng  $EH = EK$  và  $EA = EC$ .

❖ **Bài 5.** Cho  $AB$  là dây cung của  $(O; R)$  và  $I$  là trung điểm của  $AB$  ( $O \notin AB$ ).

- Chứng minh  $OI \perp AB$ .
- Qua  $I$  vẽ dây cung  $EF$ . Chứng minh  $EF \geq AB$ . Tìm độ dài lớn nhất, độ dài nhỏ nhất của các dây quay quanh  $I$ .
- Cho  $R = 5$  cm,  $OI = 4$  cm, tính độ dài dây cung ngắn nhất qua  $I$ .

✧ **Bài 6.** Cho điểm  $A$  cố định trong đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  quay quanh  $A$ .

- Chứng minh rằng các trung điểm  $H$  của các dây cung  $MN$  di động trên một đường tròn cố định.
- Xác định vị trí của  $H$  khi  $MN$  ngắn nhất, dài nhất.

✧ **Bài 7.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có hai dây  $AB, AC$  vuông góc với nhau và  $AB = R\sqrt{3}$ .

- Chứng minh rằng  $AB^2 + AC^2 = 4R^2$ . Tính các khoảng cách từ tâm  $O$  đến  $AB$  và  $AC$ .
- Trên đoạn thẳng  $AB$  lấy điểm  $P$  sao cho  $AP = \frac{(\sqrt{3} - 1)R}{2}$ . Vẽ dây  $DE$  vuông góc  $AB$  tại  $P$ . Chứng minh rằng  $DE = AB$ .

✧ **Bài 8.** Trong một đường tròn tâm  $O$  bán kính 25 cm, hai dây  $AB$  và  $CD$  song song với nhau. Biết  $AB = 40$  cm,  $CD = 48$  cm. Tính khoảng cách giữa hai dây ấy.

✧ **Bài 9.** Trong một đường tròn tâm  $O$ , hai dây  $AB$  và  $CD$  song song với nhau. Biết  $AB = 30$  cm,  $CD = 40$  cm; khoảng cách giữa  $AB$  và  $CD$  là 35 cm. Tính bán kính đường tròn.

✧ **Bài 10.** Cho đường tròn tâm  $A$  bán kính  $AB$ , dây  $EF$  kéo dài cắt đường thẳng  $AB$  tại  $C$  ( $E$  ở giữa  $F$  và  $C$ ), hạ  $AD \perp CF$ . Cho  $AB = 10$  cm;  $AD = 8$  cm;  $CF = 21$  cm. Tính  $CE$  và  $CA$ .

## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

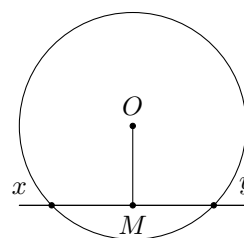
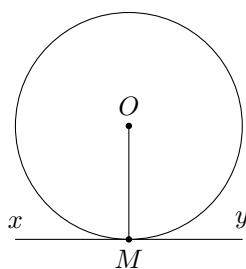
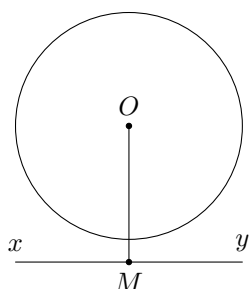
Bài

3



### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho đường tròn  $(O; R)$  và  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  đến đường thẳng



Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa $d$ và $R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$

## Định lý

- ☑ Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.
- ☑ Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là tiếp tuyến của đường tròn.

## B BÀI TẬP

☞ **Bài 1.** Trên tiếp tuyến tại  $M$  thuộc đường tròn  $(O; R)$  lấy  $MA = R$  trên  $(O)$  lấy  $N$  sao cho  $AN = R$ .

- a) Chứng minh  $AMON$  là hình vuông.
- b) Chứng minh  $\triangle ANO$  vuông cân và  $AN$  là tiếp tuyến của  $(O)$ .

☞ **Bài 2.** Cho đường tròn  $(O)$ , dây  $AB$  không phải đường kính. Qua  $O$  kẻ đường vuông góc với  $AB$ , cắt tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn ở điểm  $C$ .

- a) Chứng minh  $CB$  là tiếp tuyến của đường tròn.
- b) Cho bán kính của đường tròn bằng 15cm,  $AB = 24$ cm. Tính độ dài  $OC$ .

☞ **Bài 3.** Trên tiếp tuyến của đường tròn  $(O; R)$  tại điểm  $A$  lấy điểm  $S$  sao cho  $AS = R\sqrt{3}$ . Kéo dài đường cao  $AH$  của  $\triangle SAO$  cắt  $(O)$  tại  $B$ .

- a) Tính các cạnh và góc của  $\triangle SAO$ .
- b) Chứng minh rằng  $SB$  là tiếp tuyến của  $(O)$  và  $\triangle SAB$  đều.

☞ **Bài 4.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Lấy điểm  $D$  trên bán kính  $OB$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AD$ . Đường vuông góc tại  $H$  với  $AB$  cắt nửa đường tròn tại  $C$ . Đường tròn tâm  $I$  đường kính  $DB$  cắt  $CB$  tại  $E$ .

- a) Tứ giác  $ACED$  là hình gì?
- b) Chứng minh  $\triangle HCE$  cân tại  $H$ .
- c) Chứng minh  $HE$  là tiếp tuyến của đường tròn tâm  $I$ .

❖ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  với ( $AB < AC$ ). Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  và đường tròn tâm  $K$  đường kính  $AC$  cắt nhau tại  $A$  và  $D$ .

- Chứng minh ba điểm  $B, C, D$  thẳng hàng.
- Chứng minh  $OD$  là tiếp tuyến của  $(K)$  và  $KD$  là tiếp tuyến của  $(O)$ .

❖ **Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ . Đường tròn tâm  $I$  đường kính  $BH$  cắt  $AB$  tại  $E$ , đường tròn tâm  $K$  đường kính  $HC$  cắt  $AC$  tại  $F$ . Chứng minh  $AH$  và  $EF$  là các tiếp tuyến chung của  $(I)$  và  $(K)$ .

❖ **Bài 7.** Cho nửa đường tròn đường kính  $AB$  và tia tiếp tuyến  $Ax$  cùng phía với nửa đường tròn đối với  $AB$ . Từ điểm  $M$  trên  $Ax$  vẽ tiếp tuyến thứ hai  $MC$  với nửa đường tròn. Kẻ  $CH$  góc với  $AB$ . Chứng minh rằng  $MB$  đi qua trung điểm của  $CH$ .

❖ **Bài 8.** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $O$  là trung điểm của  $BC$ ,  $\widehat{xOy} = 60^\circ$  quay quanh  $O$  sao cho tia  $Ox$  cắt cạnh  $AB$  tại  $M$ , tia  $Oy$  cắt cạnh  $AC$  tại  $N$ .

- Chứng minh  $BC^2 = 4 \cdot BM \cdot CN$
- Chứng minh  $MO$  và  $NO$  lần lượt là tia phân giác của  $\widehat{BMN}$  và  $\widehat{CNM}$
- Chứng minh  $MN$  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

❖ **Bài 9.** Cho tam giác đều  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $O$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  và trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $N$  sao cho  $BM = CN$ . Hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng

- $\triangle DBM = \triangle DCN$
- $\widehat{MDN} = 120^\circ$  và  $K$  là trung điểm của  $MN$ .

## Bài 4 TÍNH CHẤT CỦA HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

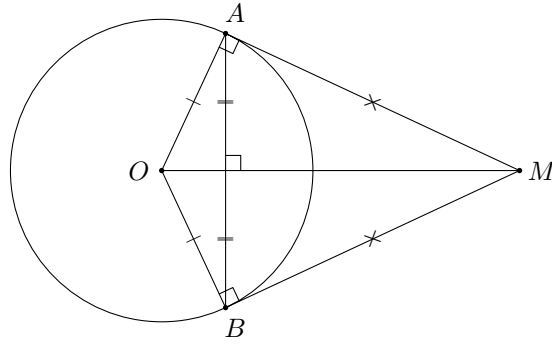
### A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau

Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì

- điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.
- đường thẳng nối tâm và điểm đó là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai tiếp điểm.



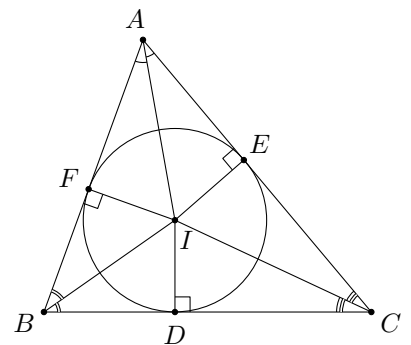


Nếu  $MA, MB$  là tiếp tuyến của  $(O)$  thì

$$\begin{cases} MA = MB \\ MO \text{ là phân giác của } \widehat{AMB} \\ OM \text{ là phân giác của } \widehat{AOB} \\ OM \text{ là đường trung trực của đoạn } AB. \end{cases}$$

## 2. Đường tròn nội tiếp tam giác

Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác được gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, còn tam giác gọi là ngoại tiếp đường tròn. Tâm của đường tròn này là giao điểm của các đường phân giác trong của tam giác. Trong hình bên,  $(I)$  là đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .



## 3. Đường tròn bàng tiếp tam giác

Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp của tam giác. Tâm của đường tròn này là giao điểm của hai đường phân giác của hai góc ngoài của tam giác hoặc giao điểm của tia phân giác của góc trong và một tia phân giác của góc ngoài không kề với nó.



- a) Tính chu vi tam giác  $OEF$ . Chứng minh rằng chu vi đó không đổi khi  $M$  chạy trên cung nhỏ  $AB$ .
- b) Chứng minh số đo  $\widehat{EKF}$  không đổi khi  $M$  chạy trên cung nhỏ  $AB$ .

✧ **Bài 4.** Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AB = 2R$ . Lần lượt vẽ các tiếp tuyến  $d_1$  và  $d_2$  của  $(O)$  tại  $A$  và  $B$ . Lấy tùy ý điểm  $M$  trên  $(O)$  ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ). Tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $M$  cắt  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ .

- a) Chứng minh  $CD = AC + BD$  và  $\widehat{COD} = 90^\circ$
- b) Gọi  $E$  là giao điểm của  $CO$  và  $AM$ ,  $F$  là giao điểm của  $BM$  và  $DO$ ,  $MH$  là đường cao của tam giác  $AMB$ . Chứng minh rằng  $MFOE$  là hình chữ nhật và 5 điểm  $O, H, E, M, F$  thuộc cùng một đường tròn
- c) Chứng minh  $OE \cdot OC = OF \cdot OD = AC \cdot BD = R^2$ .
- d) Chứng minh đường tròn  $(K)$  đường kính  $CD$  tiếp xúc với  $AB$ .

✧ **Bài 5.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Trên tiếp tuyến  $Ax$  của  $(O)$  lấy điểm  $C$ , trên tiếp tuyến  $By$  của  $(O)$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AC + BD = CD$ .

- a) Chứng minh  $CD$  tiếp xúc với nửa đường tròn  $(O)$  tại  $E$ .
- b) Từ  $E$  kẻ  $EF$  vuông góc với  $AB$ ,  $F \in AB$ . Giao điểm của  $BC$  và  $EF$  là  $I$ . Chứng minh rằng  $I$  là trung điểm  $EF$ .

✧ **Bài 6.** Cho  $\triangle ABC$  có đường tròn nội tiếp  $(I; r)$  tiếp xúc với các cạnh  $BC = a, CA = b, AB = c$  lần lượt tại  $D, E, F$ . Gọi  $p$  là nửa chu vi của  $\triangle ABC$ . Chứng minh rằng:

- a) Diện tích của  $\triangle ABC$  là  $S = pr$ .
- b)  $AE = AF = p - a; BD = BF = p - b; CD = CE = p - c$ .

✧ **Bài 7.** Cho đường tròn  $(O)$  nội tiếp trong tam giác  $ABC$ ,  $K$  là tiếp điểm của  $BC$  và  $(O)$ ,  $KN$  là đường kính của  $(O)$ . Đường thẳng  $AN$  cắt  $BC$  tại  $S$ .

- a) Chứng minh  $BK = p - AC = CS$  ( $p$  là nửa chu vi tam giác  $ABC$ ).
- b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đường thẳng  $MO$  cắt đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  tại  $E$ . Chứng minh độ dài đoạn thẳng  $AE$  bằng bán kính của  $(O)$ .

✧ **Bài 8.** Cho tam giác  $ABC$  có chu vi 20 cm ngoại tiếp đường tròn  $(O)$ . Tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  song song với  $BC$  lần lượt cắt  $AB$  tại  $M$ ,  $AC$  tại  $N$ . Biết  $MN = 2,4$  cm. Tính  $BC$ .

✧ **Bài 9.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  có đường kính  $AB$ . Vẽ các tiếp tuyến  $Ax, By$  ( $Ax, By$  và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ). Gọi  $M$  là một điểm bất kì thuộc nửa

đường tròn. Tiếp tuyến tại  $M$  cắt  $Ax$  và  $By$  theo thứ tự ở  $C, D$ .

- Chứng minh rằng đường tròn có đường kính  $CD$  tiếp xúc với  $AB$ .
- Tìm vị trí của điểm  $M$  để hình thang  $ABDC$  có chu vi nhỏ nhất.
- Tìm vị trí của  $C, D$  để hình thang  $ABDC$  có chu vi bằng 14 cm, biết  $AB = 4$  cm.

Bài

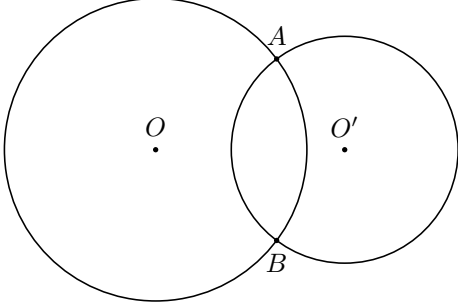
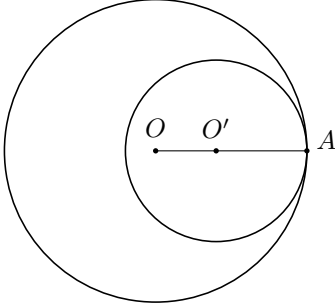
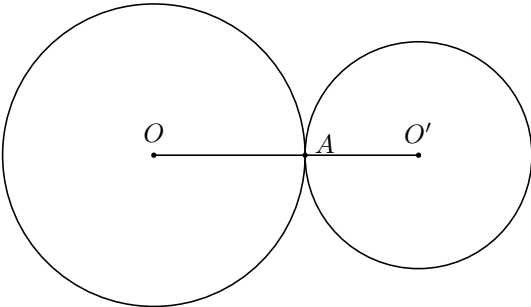
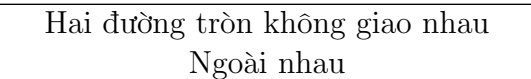
5

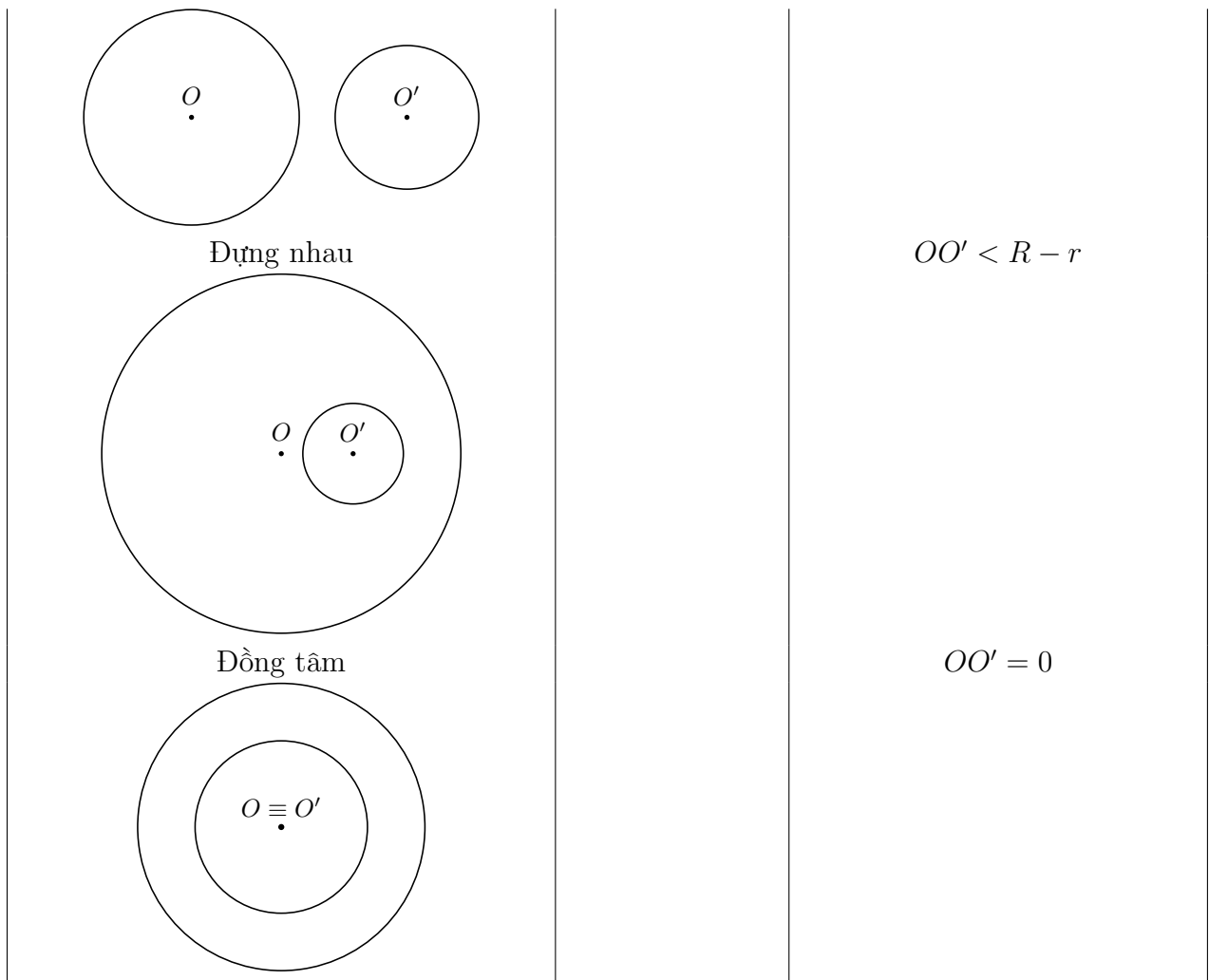
## VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

A

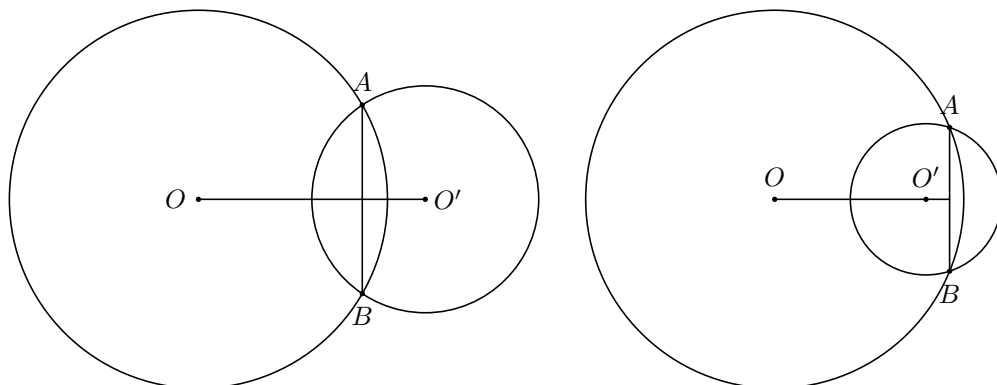
### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  và đường tròn tâm  $O'$  bán kính  $r$  ( $R > r$ ).

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa $OO'$ với $R$ và $r$
Hai đường tròn cắt nhau 	2	$R - r < OO' < R + r$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau Tiếp xúc trong 	1	$OO' = R - r$
Tiếp xúc ngoài 	1	$OO' = R + r$
Hai đường tròn không giao nhau Ngoài nhau 	0	$OO' > R + r$



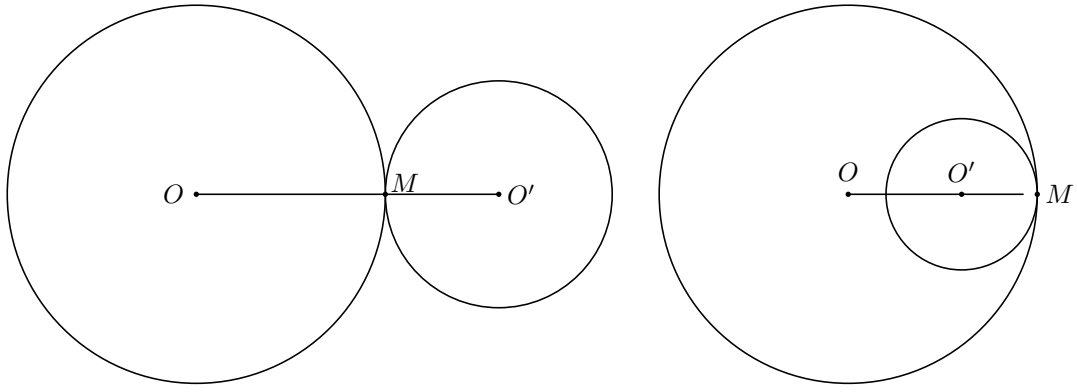
☑ Nếu 2 đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là trung trực của dây chung.



$AB$  là dây chung của đường tròn  $(O)$  và  $(O') \Rightarrow OO'$  là trung trực của  $AB$ .

☑ Nếu 2 đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.





$(O)$  và  $(O')$  tiếp xúc với nhau tại  $M \Rightarrow M \in OO'$ .

## B BÀI TẬP

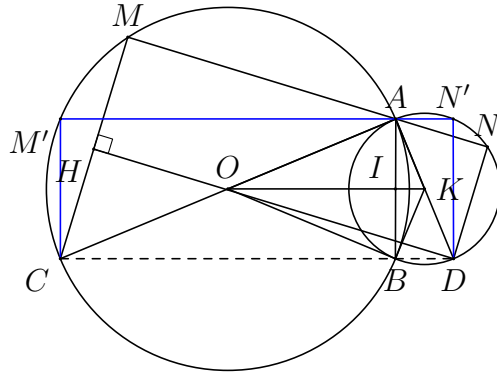
✧ **Bài 1.** Cho 2 đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  có  $OO' = 5$  cm;  $R = 4$  cm và  $R' = 3$  cm.

- Chứng minh  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm  $A$  và  $B$  phân biệt.
- Chứng minh  $\triangle OAO'$  vuông tại  $A$ ,  $AO'$  và  $AO$  là các tiếp tuyến tại  $A$  của  $(O)$  và  $(O')$ .
- Tính độ dài  $AB$ .
- Gọi  $AC$ ,  $AD$  lần lượt là hai đường kính của  $(O)$  và  $(O')$ . Chứng minh ba điểm  $B$ ,  $C$ ,  $D$  thẳng hàng. Tính độ dài  $CD$ .

✧ **Bài 2.** Cho hai đường tròn  $(O; r_1 = 12)$  và  $(K; r_2 = 5)$  có  $OK = 13$ .

- Chứng minh hai đường tròn này cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Tính  $AB$ .
- Vẽ đường kính  $AC$  của  $(O)$  và đường kính  $AD$  của  $(K)$ . Chứng minh ba điểm  $C$ ,  $B$ ,  $D$  thẳng hàng.
- Qua  $A$  vẽ cát tuyến cắt  $(O)$  tại  $M$ , cắt  $(K)$  tại  $N$ . Chứng minh rằng  $MN \leq CD$ . Suy ra vị trí của cát tuyến  $AMN$  khi  $MN$  lớn nhất.

Lời giải.



- a) Vì  $12 - 5 < 13 < 12 + 5$  nên  $r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$ .  
 Vậy hai đường tròn  $(O)$  và  $(K)$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$ .  
 Xét  $\triangle AOK$  ta có  $OK^2 = OA^2 + KA^2$  ( $13^2 = 12^2 + 5^2$ )  
 nên  $\triangle AOK$  vuông tại  $A$  (theo định lí Pytago đảo).

Gọi  $I$  là giao điểm của  $OK$  và  $AB$ .

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\triangle AOK$  vuông tại  $A$  với  $AI$  là đường cao ta có

$$OK \cdot AI = OA \cdot OK \Rightarrow AI = \frac{OA \cdot KA}{OK} = \frac{12 \cdot 5}{13} = \frac{60}{13} \text{ (cm)}.$$

Mặt khác ta có  $OA = OB = r_1$  và  $KO = KB = r_2$  nên  $OK$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

Do đó  $AB = 2AI = 2 \cdot \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$  (cm).

- b) Xét đường tròn  $(O; r_1)$  có  $AC$  là đường kính và  $B \in (O; r_1)$  nên  $\triangle ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O; r_1)$ .

Suy ra  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ . (1)

Xét đường tròn  $(K; r_2)$  có  $AD$  là đường kính và  $B \in (K; r_2)$  nên  $\triangle ABD$  nội tiếp đường tròn  $(K; r_2)$ .

Suy ra  $\widehat{ABD} = 90^\circ$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{ABC} + \widehat{ABD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CBD} = 180^\circ$ .

Vậy chứng tỏ ba điểm  $C, B, D$  thẳng hàng.

- c) **Trường hợp 1.**  $MN$  không song song với  $CD$ .

Ta có  $M, N$  lần lượt thuộc đường tròn  $(O; r_1)$  và đường tròn  $(K; r_2)$  nên  $\triangle ACM$  và  $\triangle AND$  nội tiếp.

Suy ra  $\triangle ACM$  vuông tại  $M$  và  $\triangle AND$  vuông tại  $N$ .

Ta có  $\begin{cases} AM \perp MC \text{ (}\triangle ACM \text{ vuông tại M)} \\ AN \perp ND \text{ (}\triangle AND \text{ vuông tại N)} \end{cases} \Rightarrow CM \parallel DN$ .

Xét tứ giác  $CDNM$  có  $\begin{cases} CM \parallel DN \text{ (chứng minh trên)} \\ DN \perp AN \text{ (chứng minh trên)} \end{cases}$ .

Suy ra  $CDNM$  là hình thang vuông.

Kẻ  $DH \perp CM$  tại  $H$ .

Xét tứ giác  $DMNH$  có  $\begin{cases} \widehat{DHM} = 90^\circ \text{ (} DH \perp CM, H \in CM) \\ \widehat{MND} = 90^\circ \text{ (} ND \perp AN) \\ \widehat{HMN} = 90^\circ \text{ (} CM \perp AM) \end{cases}$

Suy ra  $CMNH$  là hình chữ nhật.

Do đó  $MN = DH$ .

Xét  $\triangle CHD$  vuông tại  $H$  có  $CD > DH$  (Cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông). Mà  $MN = DH$  (chứng minh trên) nên  $MN < CD$  (3)

**Trường hợp 2.**  $MN \parallel CD$ . (Theo hình vẽ  $M \equiv M'$  và  $N \equiv N'$ )

Ta có:  $CDNM$  là hình thang vuông (chứng minh trên).

Mà  $MN \parallel CD$ . Suy ra  $CDNM$  là hình chữ nhật.

Do đó:  $CD = MN$ .

(4)

Từ (3) và (4) suy ra  $MN \leq CD$ .

Vậy vị trí của cát tuyến  $AMN$  lớn nhất khi  $MN \parallel CD$ .

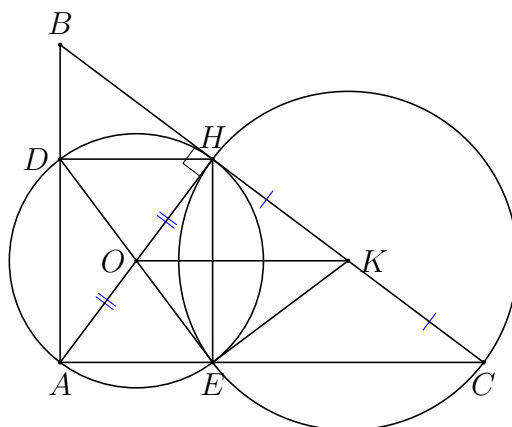
□

❖ **Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 6, AC = 8$ , đường cao  $AH$ . Đường tròn  $(O)$  đường kính  $AH$  cắt  $AB$  tại  $D$ , đường tròn  $(K)$  đường kính  $HC$  cắt  $AC$  tại  $E$ . Chứng minh rằng

- $(O)$  và  $(K)$  cắt nhau.
- Tứ giác  $AEHD$  là hình chữ nhật.
- Đường thẳng  $DE$  là tiếp tuyến của  $(K)$ . Tính  $DE$ .

**Lời giải.**

□



- Gọi  $r_1, r_2$  lần lượt là độ dài bán kính của đường tròn  $(O)$  và đường tròn  $(K)$ . Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  với  $AH$  là đường cao ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{25}{576} \Rightarrow AH = \frac{24}{5}.$$



$$\text{Suy ra } OA = OH = \frac{AH}{2} = \frac{\frac{24}{5}}{2} = \frac{12}{5} = r_1.$$

Xét  $\triangle AHC$  vuông tại  $H$  ta có

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$AH^2 = AC^2 - HC^2$$

$$AH^2 = 8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2 \Rightarrow AH = \frac{32}{5}.$$

$$\text{Suy ra } KH = KC = \frac{HC}{2} = \frac{\frac{32}{5}}{2} = \frac{16}{5} = r_2.$$

Xét  $\triangle AHC$  có  $\begin{cases} O \text{ là trung điểm của } AH \\ K \text{ là trung điểm } HC. \end{cases}$

Suy ra  $OK$  là đường trung bình của  $\triangle AHC$ .

$$\text{Do đó } OK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$$

$$\text{Vì } \frac{16}{5} - \frac{12}{5} < 4 < \frac{16}{5} + \frac{12}{5} \text{ nên } r_2 - r_1 < OK < r_2 + r_1.$$

Vậy hai đường tròn  $(O)$  và  $(K)$  cắt nhau tại hai điểm.

b) Xét đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AH$  có  $D \in (O)$  nên  $\triangle AHD$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ .  
Suy ra  $\triangle ADH$  vuông tại  $D$ .

Xét đường tròn  $(K)$  có đường kính  $HC$  có  $E \in (K)$  nên  $\triangle HEC$  nội tiếp đường tròn  $(K)$ .

Suy ra  $\triangle HEC$  vuông tại  $E \Rightarrow HE \perp AC$ .

$$\text{Xét tứ giác } AEHD \text{ có } \begin{cases} \widehat{DAE} = 90^\circ \text{ (}\triangle ABC \text{ vuông tại } A\text{)} \\ \widehat{ADH} = 90^\circ \text{ (}\triangle ADH \text{ vuông tại } D\text{)} \\ \widehat{AEH} = 90^\circ \text{ (} HE \perp AC\text{)}. \end{cases}$$

Suy ra  $AEHD$  là hình chữ nhật (Tứ giác có 3 góc vuông).

$$\text{c) Xét } \triangle OHK \text{ và } \triangle OEK \text{ có } \begin{cases} OH = OE = r_1 \text{ (gt)} \\ KH = KE = r_2 \text{ (gt)} \\ OK \text{ cạnh chung.} \end{cases}$$

Suy ra  $\triangle OHK = \triangle OEK$  (c - c - c).

Suy ra  $\widehat{OHK} = \widehat{OEK} = 90^\circ$  (hai góc tương ứng)

Do đó  $OE \perp EK$  tại  $E$  hay  $DE \perp KE$  tại  $E$ .

Mà  $E \in (K)$  ( $(K)$  cắt  $AC$  tại  $E$ ).

Khi đó đường thẳng  $DE$  là tiếp tuyến của  $(K)$ .

Ta có  $AEHD$  là hình chữ nhật (câu b) nên  $DE = AH$  (hai đường chéo bằng của hình chữ nhật).

$$\text{Mà } AH = \frac{24}{5} \text{ suy ra } DE = \frac{24}{5}.$$

$$\text{Vậy } DE = \frac{24}{5}.$$

✦ **Bài 4.** Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  với  $R > R'$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$  sao cho  $\widehat{OAO'} = 90^\circ$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, O', B$  cùng thuộc một đường tròn  $(H)$ . Xác định tâm  $H$  và bán kính của  $(H)$ .

b) Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $P$ , kẻ các tiếp tuyến  $PC, PC'$  với  $(O)$  và  $(O')$ . Chứng minh

$$PC = PC'.$$

- c) Chứng minh  $PO^2 - PO'^2$  không phụ thuộc vào vị trí của  $P$  khi  $P$  chạy trên đường thẳng  $AB$ .

✧ **Bài 5.** Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(K; r)$  tiếp xúc ngoài với nhau tại  $A$  ( $R > r$ ). Một cát tuyến bất kì qua  $A$  cắt  $(O)$  tại  $B$  và cắt  $(K)$  tại  $C$ .

- a) Chứng minh  $OB \parallel KC$ .
- b) Gọi  $D$  là điểm đối tâm của  $B$  trong  $(O)$ . Chứng minh đường thẳng  $DC$  luôn đi qua một điểm cố định  $S$  khi cát tuyến  $BAC$  quay quanh  $A$ .
- c) Cho  $R = 3r$ . Xác định vị trí của cát tuyến  $BAC$  sao cho  $DC$  là tiếp tuyến chung của hai đường tròn  $(O)$  và  $(K)$ .

✧ **Bài 6.** \*Cho hình bình hành  $ABCD$  ( $AB > AD$ ). Lấy  $A$  làm tâm, vẽ đường tròn bán kính  $AD$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $E$ . Lấy  $B$  làm tâm, vẽ đường tròn bán kính  $BE$  cắt đường thẳng  $DE$  tại điểm  $F$ .

- a) Chứng minh hai đường tròn  $(A; AD)$  và  $(B; BE)$  tiếp xúc nhau.
- b) Chứng minh  $F, B, C$  thẳng hàng.

✧ **Bài 7.** \*Cho tam giác nhọn  $ABC$  có phân giác  $CD$ . Lấy  $D$  làm tâm vẽ nửa đường tròn bán kính  $R$  tiếp xúc với  $AC$  tại  $E$ , tiếp xúc với  $CB$  tại  $F$ . Vẽ đường tròn tâm  $O$  tiếp xúc với nửa đường tròn  $(D)$  tại  $K$  và tiếp xúc với hai cạnh  $AC$  và  $BC$  của  $\triangle ABC$ . Chứng minh  $C, O, D$  thẳng hàng.

✧ **Bài 8.** \*Cho đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài  $AB$  và tiếp tuyến chung trong  $EF$  với  $A, E \in (O)$  và  $B, F \in (O')$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $AB$  và  $EF$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle AOM \sim \triangle BMO'$ .
- b)  $AE \perp BF$  tại  $N$ .
- c)  $O, N, O'$  thẳng hàng.

✧ **Bài 9.** Cho đoạn thẳng  $OO'$  và điểm  $A$  nằm giữa  $O, O'$ .

- a) Chứng tỏ hai đường tròn  $(O; OA)$  và  $(O'; O'A)$  tiếp xúc ngoài nhau.
- b) Qua  $A$  vẽ đường thẳng cắt  $(O)$ ,  $(O')$  lần lượt tại  $B$  và  $C$ . Chứng minh rằng hai bán kính  $OB$  và  $O'C$  song song nhau.

✧ **Bài 10.** Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$ . Gọi  $(S)$  là đường tròn tâm  $S$ , đường kính  $OA$ .

- a) Chứng minh  $(O)$  và  $(S)$  tiếp xúc nhau.
- b)  $N$  là điểm trên  $(O)$ ,  $AN$  cắt  $(S)$  tại  $M$ . Chứng minh các tam giác  $AMO$  và  $ANB$  vuông,  $OM \parallel BN$  và  $M$  là trung điểm của  $AN$ .
- c) Chứng minh tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $N$  và tiếp tuyến của  $(S)$  tại  $M$  song song nhau.

🔗 **Bài 11.** Cho điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O, O'$  cố định.

- a) Chứng minh hai đường tròn  $(O; OA = R)$  và  $(O'; O'A = R')$  tiếp xúc ngoài nhau.
- b) Gọi  $a$  là tiếp tuyến chung tại  $A$  và  $a$  cắt tiếp tuyến chung ngoài  $BC$  tại  $D$ ;  $E$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $D$ . Chứng minh  $DB = DC$  và  $ABEC$  là hình chữ nhật.
- c) Chứng minh rằng  $AE = 2\sqrt{RR'}$ .

🔗 **Bài 12.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ .

- a) Chứng minh rằng ba đường tròn đường kính  $BC, BH, CH$  tiếp xúc nhau từng đôi một.
- b)  $AB$  cắt đường tròn đường kính  $BH$  tại  $D$ ,  $AC$  cắt đường tròn đường kính  $CH$  tại  $E$ . Chứng minh  $DE = AH$ .
- c) Chứng minh  $DE$  là tiếp tuyến chung của cả hai đường tròn đường kính  $BH, CH$ .

🔗 **Bài 13.** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  tiếp xúc nhau tại  $A$ . Góc vuông  $xAy$  quay xung quanh điểm  $A$ ,  $Ax$  cắt  $(O)$  tại  $B$ ,  $Ay$  cắt  $(O')$  tại  $C$ .

- a) Chứng minh  $OB \parallel O'C$ .
- b) Gọi  $C'$  là điểm đối xứng của  $C$  qua  $O'$ . Chứng minh ba điểm  $B, A, C'$  thẳng hàng.
- c) Qua  $O$  vẽ  $d \perp AB$ ,  $d$  cắt  $BC$  tại  $M$ . Tìm quỹ tích điểm  $M$  khi các dây  $AB, AC$  thay đổi vị trí nhưng vẫn vuông góc với nhau.



# Chương 5

## MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ

Bài

1

### CĂN BẬC HAI

✧ **Bài 1.** Thời gian  $t$  (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách mặt nước  $d$  (tính bằng mét) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức  $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$ . Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước 108 (m) đến khi chạm mặt nước?

✧ **Bài 2.** Tốc độ của một chiếc ca nô và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức  $V = \frac{5}{\sqrt{L}}$ . Trong đó  $L$  là độ dài đường nước sau đuôi ca nô (mét),  $V$  là vận tốc ca nô (m/s).

- Một ca nô đi từ Năm Căn về huyện Đất Mũi (Cà Mau) để lại đường sóng nước sau đuôi dài  $7 + 4\sqrt{3}$  (m). Hỏi vận tốc ca nô là bao nhiêu m/s?
- Khi ca nô chạy với vận tốc 54 (km/h) thì đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc ca nô dài bao nhiêu mét? (Làm tròn 1 chữ số thập phân)

✧ **Bài 3.** Kết quả của sự nóng dần lên của Trái Đất là băng tan trên các dòng sông bị đóng băng. 12 năm sau khi băng tan, những thực vật nhỏ, gọi là Địa y, bắt đầu phát triển trên đá. Mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn. Mối quan hệ giữa đường kính  $d$  (mm) của hình tròn và số tuổi  $t$  của Địa y có thể biểu diễn tương đối theo hàm số  $d = 7\sqrt{t - 12}$  với  $t \geq 12$ . Hãy tính đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan.

#### Lời giải.

Ta có  $d = 7\sqrt{t - 12} = 7\sqrt{16 - 12} = 7\sqrt{4} = 14$ .

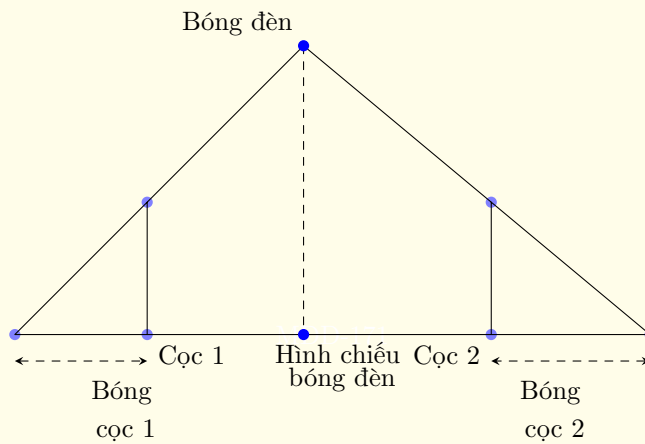
Vậy đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan là 14 mm. □

✧ **Bài 4.** Công thức  $h = 0,4\sqrt[3]{x}$  biểu diễn mối tương quan giữa cân nặng  $x$  (tính bằng kg) và chiều cao (tính bằng m) của một con hươu cao cổ.

- Một con hươu cao cổ cân nặng 180 kg thì cao bao nhiêu mét? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)
- Một con hươu cao cổ có chiều cao 2,56 m thì cân nặng bao nhiêu kg?

🔗 **Bài 1.** Bạn An có tầm mắt cao 1,5m đứng gần một tòa nhà cao thì thấy nóc của tòa nhà với góc nâng  $30^\circ$ . An đi về phía tòa nhà 20m thì nhìn thấy nóc của tòa nhà với góc nâng bằng  $65^\circ$ . Tính chiều cao của tòa nhà. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

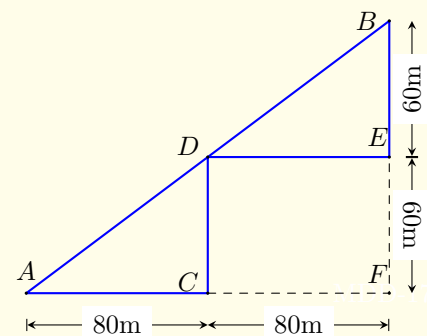
🔗 **Bài 2.** Vào lúc trời tối, tại nơi có treo một bóng đèn dây tóc đang phát sáng, người ta cắm hai cọc có chiều cao 2m sao cho chân cọc và hình chiếu của bóng đèn lên mặt đất là thẳng hàng. Quan sát thấy bóng của hai cây cọc lần lượt là 0,3m và 0,7m; biết hai cây cọc cách nhau 1,5m. Em hãy tính độ cao treo bóng đèn dây tóc.



🔗 **Bài 3.**

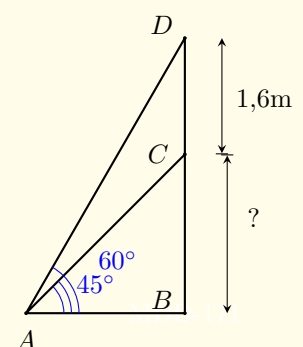
Hàng ngày, bạn Tuấn từ nhà (ở  $A$ ) đến trường (ở  $B$ ), nhưng hôm nay do đường  $AB$  sửa chữa nên bạn đi qua các hẻm  $AC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EB$ ; biết  $BE$  vuông góc với  $AC$  và chiều dài các hẻm  $AC = DE = 80\text{m}$ ,  $CD = EB = 60\text{m}$ .

- Tính độ dài đoạn đường  $AB$ .
- Vận tốc trung bình khi đi bộ của bạn Tuấn là 4 km/giờ. Hỏi bạn Tuấn cần thêm bao nhiêu thời gian so với mọi hôm để đi bộ qua các hẻm?



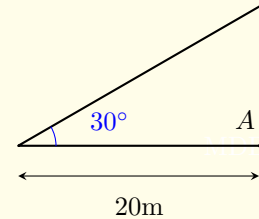
🔗 **Bài 4.**

Một bức tượng cao 1,6m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm  $A$  trên mặt đất, bạn Hà nhìn thấy nóc tượng (điểm  $D$ ) và nóc bệ (điểm  $C$ ) với các góc nâng lần lượt là  $60^\circ$  và  $45^\circ$ . Tính chiều cao của bệ.



### ❖ Bài 5.

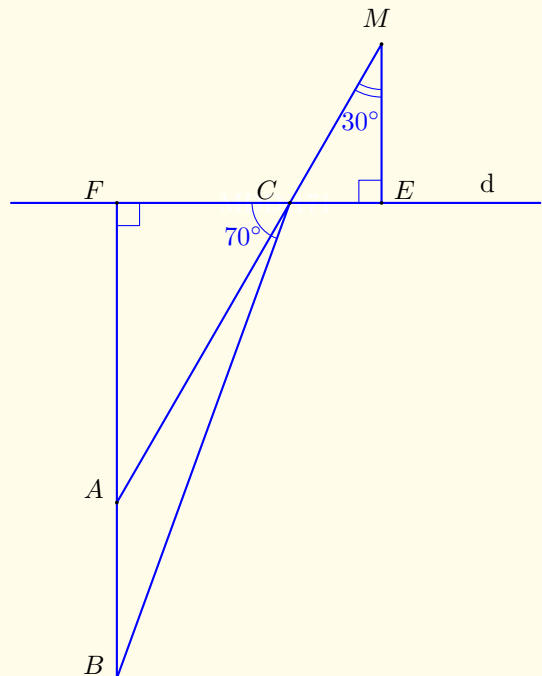
Các tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ  $30^\circ$ . Tại thời điểm đó bóng của một cái cây trên mặt đất dài 20m. Hỏi cái cây đó cao bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



❖ Bài 6. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng là  $23^\circ$  so với mặt đất. Hỏi muốn đạt độ cao 250m so với mặt đất thì máy bay phải bay lên một đoạn đường là bao nhiêu mét? (làm tròn đến mét)

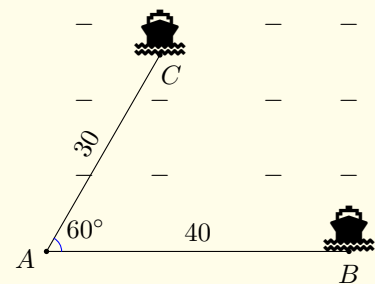
### ❖ Bài 7.

Trong hình vẽ bên, đường thẳng  $d$  là mặt nước,  $M$  là vị trí của mắt,  $B$  là vị trí viên sỏi,  $A$  là vị trí ảnh của viên sỏi do hiện tượng khúc xạ tạo ra;  $BF$  là khoảng cách từ viên sỏi đến mặt nước,  $AF$  là khoảng cách từ ảnh của viên sỏi đến mặt nước. Khi mắt quan sát viên sỏi thì tia sáng từ viên sỏi truyền đến mặt nước là  $BC$  sẽ cho tia khúc xạ  $CM$  đến mắt. Tia  $BC$  hợp với mặt nước một góc là  $70^\circ$  và tia khúc xạ  $CM$  hợp với phương thẳng đứng một góc là  $30^\circ$ . Đường kéo dài của tia khúc xạ  $CM$  đi qua vị trí ảnh  $A$  của viên sỏi. Biết  $AF = 40\text{cm}$ . Tính khoảng cách từ viên sỏi đến mặt nước.



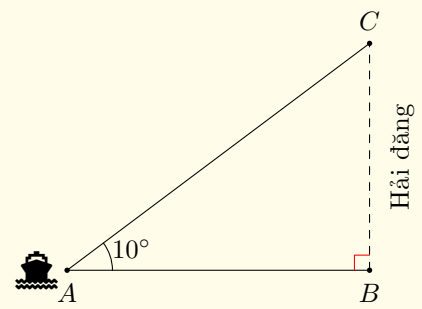
### ❖ Bài 8.

Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Tàu  $B$  chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu  $C$  chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí? (làm tròn 2 chữ số thập phân).



### ❖ Bài 9.

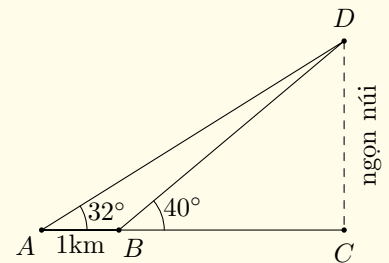
Hải đăng Đá Lát là một trong 7 ngọn Hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây Quần đảo thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, cao 42 mét, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định được vị trí mình. Một người đi trên tàu đánh cá muốn đến ngọn hải đăng Đá Lát, người đó đứng trên mũi tàu cá và dùng giác kế đo được góc giữa mũi tàu và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến tàu là  $10^\circ$ .



- Tính khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng. (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)
- Biết cứ đi 10 m thì tàu đó hao tốn hết 0,02 lít dầu. Hỏi để đi đến ngọn hải đăng Đá Lát tàu đó cần tối thiểu bao nhiêu lít dầu?

### ⇔ Bài 10.

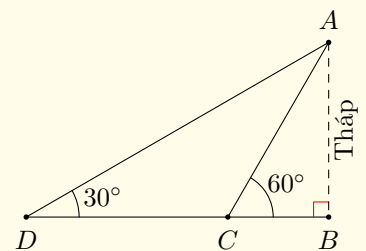
Tính chiều cao của một ngọn núi cho biết tại hai điểm cách nhau 1 km trên mặt đất ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là  $40^\circ$  và  $32^\circ$ .



⇔ Bài 11. Một chiếc thang dài 5 m. Cần đặt thang cách chân tường một góc khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc an toàn? Biết góc an toàn là khoảng  $65^\circ$ .

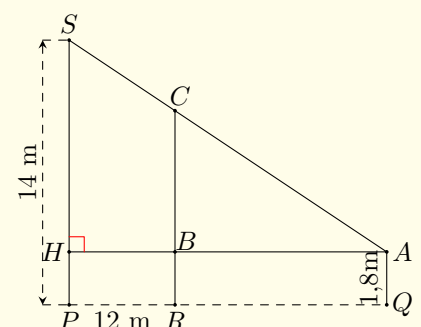
### ⇔ Bài 12.

Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng  $60^\circ$ . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng  $30^\circ$  (Hình minh họa). Tính chiều cao của tháp và bề rộng của sông.



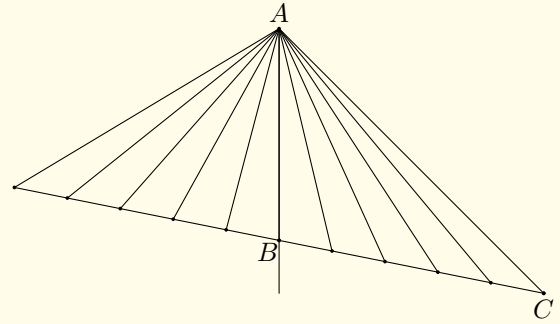
### ⇔ Bài 13.

Một cây có chiều cao 14 m, mọc ở phía sau một bức tường cao 8 m, cách bức tường 12 m. Hỏi người quan sát có chiều cao 1,8 m phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây?



### ❖ Bài 14.

Cầu Vàm Cống bắc ngang qua sông Hậu nối liền hai tỉnh Cần Thơ và Đồng Tháp thiết kế theo kiểu dây văng như hình vẽ. Chiều cao từ sàn cầu đến đỉnh trụ đỡ  $AB = 120$  m, dây văng  $AC = 258$  m, chiều dài sàn cầu từ  $B$  đến  $C$  là 218 m. Hỏi góc nghiêng của sàn cầu  $BC$  so với mặt nằm ngang là bao nhiêu độ? (Giả thiết xem như trụ đỡ  $AB$  thẳng đứng).



## Bài

## 3

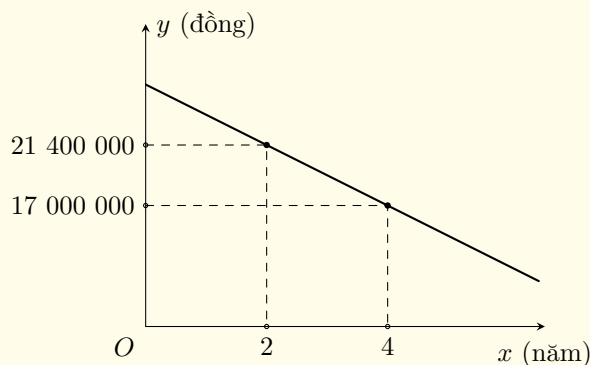
## HÀM SỐ

❖ Bài 1. Cách đây hơn một thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrich Lorentz (1853 - 1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lí tưởng của con người theo chiều cao như sau  $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$  (công thức Lorentz). Trong đó:

- ☑  $M$  là số cân nặng lí tưởng tính theo ki-lô-gam.
- ☑  $T$  là chiều cao tính theo xen-ti-mét.
- ☑  $N = 4$  với nam giới và  $N = 2$  với nữ giới.

- a) Bạn Q (là nam giới) có chiều cao là 1,7 m. Hỏi cân nặng của bạn Q là bao nhiêu kg để đạt lí tưởng?
- b) Với chiều cao bằng bao nhiêu thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau?

❖ Bài 2. Đầu năm 2018, anh Nghĩa mua lại một chiếc máy tính xách tay cũ đã sử dụng qua 2 năm với giá là 21 400 000 đồng. Cuối năm 2019, sau khi sử dụng được thêm 2 năm nữa, anh Nghĩa mang chiếc máy tính đó ra cửa hàng để bán lại. Cửa hàng thông báo mua lại máy với giá chỉ còn 17 000 000 đồng. Anh Nghĩa thắc mắc về sự chênh lệch giữa giá mua và giá bán nên được nhân viên cửa hàng giải thích về mối liên hệ giữa giá trị của một chiếc máy tính xách tay với thời gian nó được sử dụng. Mối liên hệ đó được thể hiện dưới dạng một hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  có đồ thị như sau



- a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .



b) Xác định giá ban đầu của chiếc máy tính xách tay nêu trên khi chưa qua sử dụng.

🔗 **Bài 3.** Để biết được ngày  $n$  tháng  $t$  năm 2020 là ngày thứ mấy trong tuần. Đầu tiên, tính giá trị biểu thức  $T = n + H$ , ở đây  $H$  được xác định như sau

Tháng $t$	10	5	2; 8	3; 11	6	9; 12	1; 4; 7
$H$	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó lấy  $T$  chia cho 7 ta được số dư  $r$  ( $0 \leq r \leq 6$ )

- ☑ Nếu  $r = 0$  thì ngày đó là ngày thứ Bảy.
- ☑ Nếu  $r = 1$  thì ngày đó là ngày Chủ Nhật.
- ☑ Nếu  $r = 2$  thì ngày đó là ngày thứ Hai.
- ☑ Nếu  $r = 3$  thì ngày đó là ngày thứ Ba.
- ...
- ☑ Nếu  $r = 6$  thì ngày đó là ngày thứ Sáu.

a) Hãy sử dụng quy tắc trên để xác định ngày 30/04/2020 là ngày thứ mấy?

b) Bé An sinh vào tháng 12/2020. Biết rằng ngày sinh của bé An là một bội số của 5 và là Chủ Nhật. Hỏi ngày sinh của bé An là ngày mấy?

🔗 **Bài 4.** Một ô tô có bình xăng chứa  $b$  (lít) xăng. Gọi  $y$  là số lít xăng còn lại trong bình xăng khi ô tô đã đi quãng đường  $x$  (km).  $y$  là hàm số bậc nhất có biến số là  $x$  được cho bởi công thức  $y = ax + b$  ( $a$  là lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km và  $a < 0$ ) thỏa bằng giá trị sau

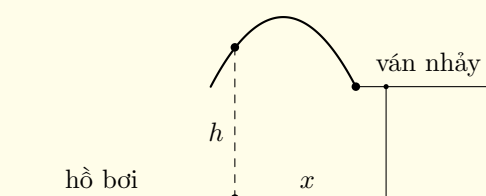
$x$ (km)	60	180
$y$ (lít)	27	21

a) Tìm các hệ số  $a$  và  $b$  của hàm số bậc nhất nói trên.

b) Xe ô tô có cần đổ thêm xăng vào bình xăng để xe có thể chạy hết quãng đường  $x = 700$  (km) hay không? Nếu cần đổ thêm xăng thì phải đổ thêm mấy lít xăng?

🔗 **Bài 5.**

Một vận động viên nhảy cầu khi nhảy ở độ cao  $h$  từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách  $x$  (tính bằng mét) theo công thức  $h = -(x - 1)^2 + 4$  (xem hình). Hỏi khoảng cách  $x$  bằng bao nhiêu



a) Khi vận động viên ở độ cao 4 m?

b) Khi vận động viên chạm mặt nước?

❖ **Bài 6.** Sự thay đổi nhiệt độ của không khí tùy theo độ cao của địa hình như sau: cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ không khí giảm  $0,6^{\circ}\text{C}$ . Gọi  $y$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ không khí tại khu du lịch Bà Nà Hill có độ cao khoảng 1500 m và  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ không khí tại bãi biển Đà Nẵng gần đây.

- Hãy lập công thức tính  $y$  theo  $x$ .
- Khi nhiệt độ tại khu du lịch Bà Nà Hill là  $18^{\circ}\text{C}$  thì nhiệt độ tại bãi biển Đà Nẵng là bao nhiêu?

❖ **Bài 7.** Bụi mịn hay bụi PM 2,5 là những hạt bụi li ti trong không khí có kích thước 2,5 mi-crô-mét trở xuống (nhỏ hơn khoảng 30 lần so với sợi tóc người). Loại bụi này hình thành từ các chất như Carbon, Sulfur, Nitrogen và các hợp chất kim loại khác lơ lửng trong không khí. Bụi PM 2,5 có khả năng len sâu vào phổi, đi trực tiếp vào máu và có khả năng gây ra hàng loạt bệnh về ung thư, hô hấp,... Để xác định mức độ bụi PM 2,5 trong không khí người ta thường dùng chỉ số AQI, ví dụ 5 AQI, 7 AQI. Chỉ số AQI càng lớn thì độ ô nhiễm không khí càng nhiều.

Tại thành phố B, trong tháng 11 vừa qua, người ta đo được mức độ bụi PM 2,5 trong không khí vào lúc 6 giờ sáng là 79 AQI và trung bình mỗi giờ tăng 11 AQI, chỉ giảm đi kể từ 18 giờ cùng ngày.

- Gọi  $y$  là mức độ bụi PM 2,5 trong không khí của thành phố B,  $t$  là số giờ kể từ 6 giờ sáng. Hãy biểu diễn mối liên hệ giữa  $y$  và  $t$  trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 18 giờ cùng ngày, biết rằng mối quan hệ này có dạng  $y = at + b$ .
- Tính mức độ bụi PM 2,5 của thành phố B vào lúc 15 giờ.

❖ **Bài 8.** Giá cước dịch vụ GrabBike tại Thành phố Hồ Chí Minh từ tháng 2/2019 là trong 2 km đầu tiên có giá 12000 đồng; mỗi km tiếp theo có giá là 3400 đồng. Tuy nhiên, nhà cung cấp dịch vụ này sẽ cộng thêm cả cước thời gian (sau 2 km đầu tiên) với cước phí 300 đồng/phút.

	Giá cước tối thiểu 2 km đầu tiên	Giá cước mỗi km tiếp theo	Giá cước tính theo thời gian di chuyển (sau 2 km đầu tiên)
Cách tính giá cước hiện tại	12000 đồng	3800 đồng	0 đồng/phút
Cách tính giá cước mới	12000 đồng	3400 đồng	300 đồng/phút

Gọi  $A$  (đồng) là tổng giá cước,  $S$  (km) là quãng đường đi được,  $t$  (phút) là thời gian đi hết quãng đường, giả sử tài xế di chuyển 2 km đầu tiên mất 6 phút. Như vậy mối quan hệ giữa tổng giá cước và thời gian theo công thức  $A = 12000 + (S - 2) \cdot 3400 + (t - 6) \cdot 300$ .

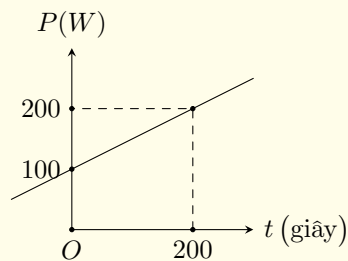
- Bạn An đi dịch vụ GrabBike với quãng đường 10 km trong 30 phút thì bạn An sẽ trả bao nhiêu tiền?
- Bạn An đi dịch vụ GrabBike với quãng đường 12,5 km và trả số tiền là 120000 đồng. Hỏi bạn An mất bao nhiêu thời gian?

❖ **Bài 9.** Một quyển tập giá 4000 đồng, một hộp bút giá 30000 đồng. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

- a) Gọi  $x$  là số quyển tập An mua và  $y$  là số tiền phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$ .
- b) Nếu bạn An có 200000 đồng để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

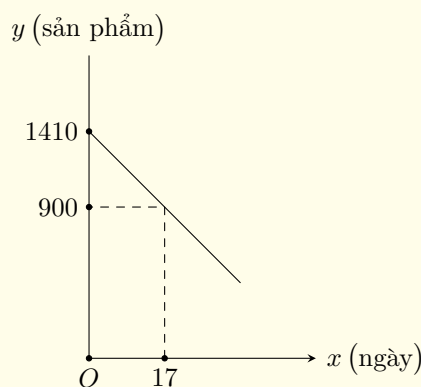
✎ **Bài 10.** Một gia đình lắp đặt mạng internet. Các tính tiền được xác định bởi hàm số sau:  $T = 500a + 45000$ , trong đó  $T$  (đồng) là số tiền nhà đó phải trả hàng tháng,  $a$  (giờ) là thời gian truy cập internet trong một tháng. Hãy tính số tiền nhà đó phải trả nếu sử dụng 50 giờ trong một tháng, 62 giờ trong một tháng, 96 giờ trong một tháng.

✎ **Bài 11.** Người ta đun sôi nước bằng ấm điện. Công suất hao phí  $P$  sẽ phụ thuộc vào thời gian  $t$ . Biết rằng mối liên hệ giữa  $P$  và  $t$  là một hàm bậc nhất có dạng  $P = at + b$  được biểu diễn bằng đồ thị sau



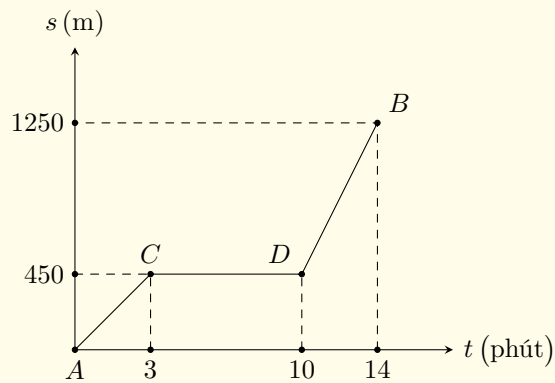
- a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .
- b) Tính công suất hao phí khi đun nước trong 30 giây.

✎ **Bài 12.** Một xí nghiệp cần bán thanh lý  $b$  sản phẩm. Số sản phẩm  $y$  còn lại sau  $x$  ngày bán được xác định bởi hàm số  $y = ax + b$  có đồ thị như sau



- a) Hãy dựa vào đồ thị hãy xác định  $a$ ,  $b$  và hàm số  $y$ .
- b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm?

✎ **Bài 13.** Bạn An đi từ nhà (địa điểm  $A$ ) đến trường (địa điểm  $B$ ). Đồ thị sau cho biết mối liên quan giữa thời gian đi ( $t$ ) và quãng đường đi ( $s$ ) của An.

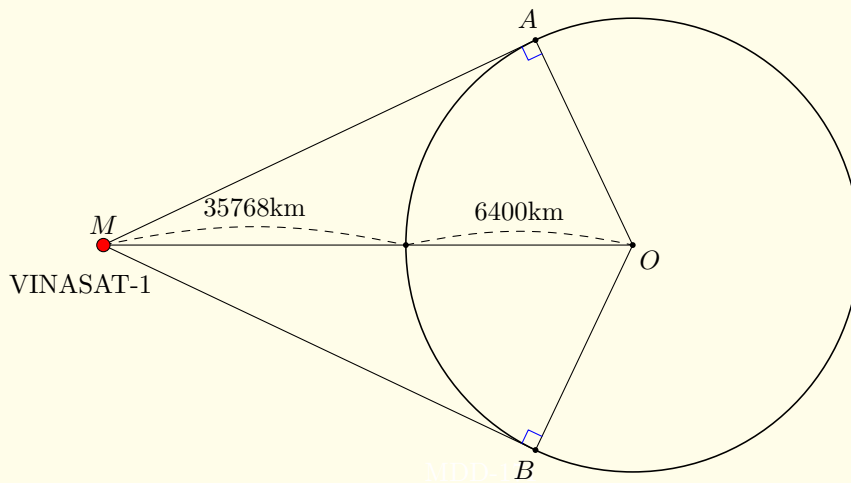


- Quãng đường đi từ nhà đến trường của An dài bao nhiêu km?
- Trên đường đi, do xe bị hư nên An có dừng lại để sửa xe. Hỏi thời gian dừng lại là bao nhiêu phút?
- Tính vận tốc của An trước và sau khi dừng lại để sửa xe?

## Bài 4

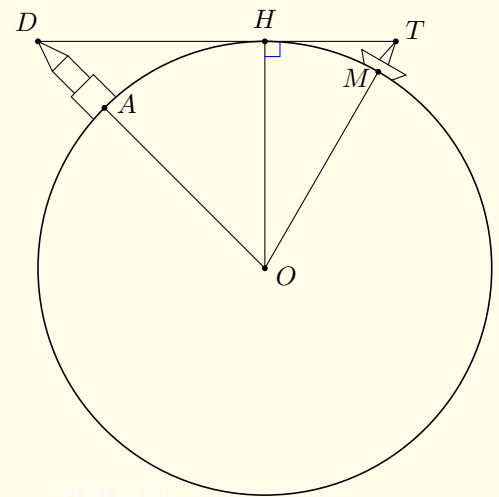
## ĐƯỜNG TRÒN

✦ **Bài 1.** Vệ tinh viễn thông Vinasat-1 của Việt Nam cách mặt đất khoảng 35768 km (hình vẽ). Tính khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  biết bán kính Trái đất khoảng 6400 km.



✦ **Bài 2.**

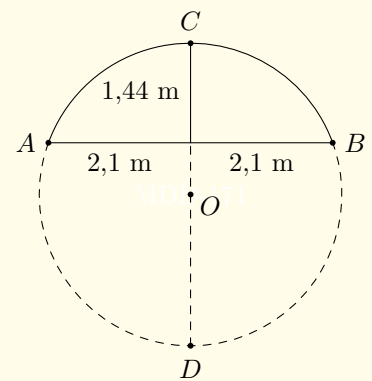
Hải đăng Đá Lát là một trong bảy ngọn hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây quần đảo, thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định được vị trí của mình. Một người đi tàu từ Nha Trang đến Trường Sa đứng quan sát trên tàu. Cách ngọn hải đăng Đá Lát khoảng 34 km thì người ấy bắt đầu thấy ngọn hải đăng, biết rằng mắt của người quan sát cách mực nước biển 10 m và bán kính trái đất gần bằng 6400 km. Hỏi ngọn hải đăng Đá Lát cao bao nhiêu mét?



MDD-171

### 🔗 Bài 3.

Trong công viên Golden Gate Park, thành phố San Francisco của nước Mỹ có 1 khu vườn được xây dựng theo lối kiến trúc Nhật Bản, bao gồm những lối đi, ao cá, vườn cây gợi lên nét đẹp châu Á giữa lòng thành phố hiện đại. Tiêu biểu cho lối kiến trúc đó là cầu Taiko Bashi. Cầu Taiko Bashi là 1 cung tròn của đường tròn tâm  $O$  với dây cung là 4,2 m, điểm cao nhất của cầu là 1,44 m so với chân cầu. Tính bán kính của đường tròn tâm  $O$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



MDD-171

### 🔗 Bài 4.

Dây Cu-roa là một trong những bộ truyền được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp. Chiều dài dây cu-roa được xác định theo công thức:

$$L = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}.$$

Trong đó:

$L$ : Chiều dài dây cu-roa.

$a$ : Khoảng cách tâm của 2 pu-ly.

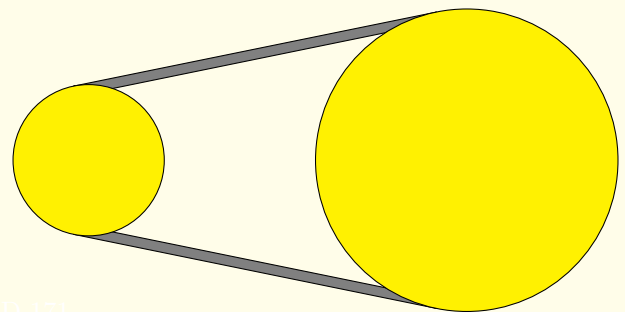
$d_1$ : Đường kính của pu-ly 1 (hình tròn nhỏ màu vàng).

$d_2$ : Đường kính của pu-ly 2 (hình tròn lớn màu vàng).

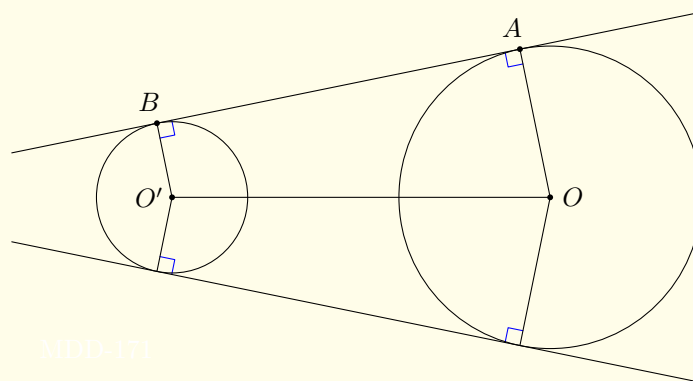
Cho  $d_1 = 10$  cm,  $d_2 = 20$  cm,  $a = 60$  cm.

a) Tính chiều dài của dây cu-roa.

b) Gọi  $AB$  là chiều dài một đoạn dây cu-roa, trong đó  $A, B$  lần lượt là tiếp điểm trên của dây cu-roa với 2 đường tròn tạo bởi mặt cắt của 2 pu-ly. Tính  $AB$ .



MDD-171



Bài 5

## TRÍCH ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

❖ **Bài 1 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2020-2021).** Quy tắc sau đây cho ta biết CAN, CHI của năm  $X$  nào đó. Để xác định CAN, ta tìm số dư  $r$  trong phép chia  $X$  cho 10 và tra vào bảng 1. Để xác định CHI, ta tìm số dư  $s$  trong phép chia  $X$  cho 12 và tra vào bảng 2. Ví dụ: năm 2020 có CAN là Canh, có CHI là Tí.

Bảng 1

$r$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CAN	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Kỷ

Bảng 2

$s$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CHI	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	Dần	Mẹo	Thìn	Ty	Ngo	Mùi

- Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định CAN, CHI của năm 2005?
- Bạn Hằng nhớ rằng Nguyễn Huệ lên ngôi hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm Mậu Thân nhưng không nhớ rõ đó là năm bao nhiêu mà chỉ nhớ là sự kiện trên xảy ra vào cuối thế kỉ 18. Em hãy giúp Hằng xác định chính xác năm đó là năm bao nhiêu?

❖ **Bài 2 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2020-2021).** Cước điện thoại  $y$  (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi  $x$  (phút) của người đó trong tháng. Mỗi liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm bậc nhất  $y = ax + b$ . Hãy tìm  $a, b$  biết rằng nhà bạn Nam trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng

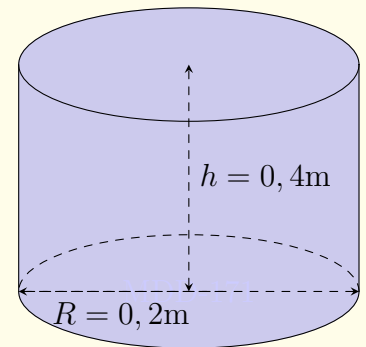
❖ **Bài 3 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2020-2021).** Theo quy định của cửa hàng xe máy, để hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng, mỗi nhân viên trung bình phải bán được một chiếc xe máy trong một ngày. Nhân viên nào hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng thì nhận được lương cơ bản là 8 000 000 đồng. Nếu trong tháng nhân viên nào bán vượt chỉ tiêu thì được hưởng thêm 8% tiền lời của số xe máy bán vượt chỉ tiêu đó. Trong tháng 5 (có 31 ngày), anh Thành nhận được số tiền là 9 800 000 đồng (bao gồm cả lương cơ bản và tiền thưởng thêm của tháng đó). Hỏi anh Thành đã bán được bao nhiêu chiếc xe máy trong tháng 5, biết mỗi chiếc xe

máy khi bán ra cửa hàng thu lời 2 500 000 đồng.

⇨ **Bài 4 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2020-2021).** Sau buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mãi, bắt đầu từ ly thứ 5 giá mỗi ly kem được giảm giá 1 500 đồng so với giá ban đầu. Nhóm Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154 500 đồng. Hỏi giá của một ly kem ban đầu?

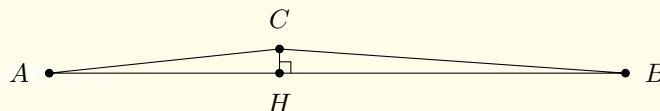
⇨ **Bài 5 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2020-2021).**

Anh Minh vừa mới xây một cái hồ lưu trữ nước cạnh nhà có hình dạng hộp chữ nhật kích thước  $2\text{m} \times 2\text{m} \times 1\text{m}$ . Hiện hồ chưa có nước nên anh Minh phải ra sông lấy nước. Mỗi lần ra sông anh gánh được 1 đôi nước gồm 2 thùng hình trụ bằng nhau có bán kính đáy là  $0,2\text{m}$ , chiều cao  $0,4\text{m}$ .



- Tính lượng nước ( $\text{m}^3$ ) anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân). Biết trong quá trình gánh nước thì lượng nước bị hao hụt khoảng 10% và công thức tính thể tích hình trụ là  $V = \pi R^2 h$ .
- Hỏi anh Minh phải gánh ít nhất bao nhiêu lần để đầy hồ? Bỏ qua thể tích thành hồ?

⇨ **Bài 6 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - TP.HCM – Năm học 2017 - 2018).** Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762m,  $\widehat{A} = 6^\circ$ ;  $\widehat{B} = 4^\circ$ .



- Tính chiều cao  $h$  ( $h = CH$ ) của con dốc.
- Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình của bạn An khi lên dốc là  $4\text{km/h}$  và tốc độ trung bình xuống dốc là  $19\text{km/h}$ .

⇨ **Bài 7 (Đề thi Tuyển sinh lớp 10 - PTNK – Năm học 2017 - 2018).** Lớp 9A có 27 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Nhân dịp sinh nhật của bạn X (là một thành viên của lớp), các bạn trong lớp có nhiều món quà tặng X. Ngoài ra mỗi bạn nam của lớp làm 3 tấm thiệp và mỗi bạn nữ xếp 2 hoặc 5 con hạc để tặng bạn X. Biết số tấm thiệp và số con hạc bằng nhau, hỏi bạn X là nam hay nữ?

❖ **Bài 1.** Sau hai năm số dân của một thành phố tăng từ 2 000 000 người lên 2 020 050 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của thành phố đó tăng bao nhiêu phần trăm?

❖ **Bài 2.** Một phòng họp có 2016 ghế và được chia thành các dãy có số ghế bằng nhau. Nếu mỗi dãy bớt đi 7 ghế và thêm 4 dãy thì số ghế trong phòng không thay đổi. Hỏi ban đầu số ghế trong phòng họp được chia thành bao nhiêu dãy?

❖ **Bài 3.** Một hình chữ nhật có diện tích bằng  $100\text{cm}^2$ . Hỏi mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để chu vi của nó nhỏ nhất?

❖ **Bài 4.** Tháng 11 vừa qua, có ngày Black Friday, phần lớn các trung tâm thương mại đều giảm giá rất nhiều mặt hàng. Mẹ bạn An dẫn An đến một trung tâm thương mại để mua một đôi giày. Biết đôi giày đang được khuyến mãi giảm giá 40%, mẹ bạn An có Thẻ khách hàng thân thiết của trung tâm thương mại nên được giảm giá thêm 5% trên giá đã giảm nữa, do đó mẹ bạn An chỉ phải trả 684.000 đồng cho đôi giày. Hỏi giá ban đầu của đôi giày nếu không khuyến mãi là bao nhiêu?

❖ **Bài 5.** Năm nay số dân ở một thành phố A có 2.000.000 người. Hỏi 2 năm sau số dân của thành phố A là bao nhiêu người? Biết rằng bình quân mỗi năm số dân của thành phố A này tăng 0,5%.

❖ **Bài 6.** Một cửa hàng có hai loại quạt, giá tiền như nhau. Quạt màu xanh được giảm giá hai lần, mỗi lần giảm 10% so với giá đang bán. Quạt màu đỏ được giảm giá 1 lần 20%. Hỏi sau khi giảm giá như trên thì loại quạt nào rẻ hơn?

❖ **Bài 7.** Một phân xưởng cắt thép chỉ có những thanh thép dài 6 mét, nhưng cần phải cắt 40 đoạn 2,5 mét và 60 đoạn 1,6 mét. Nên dùng bao nhiêu thanh dài 6 mét và cắt như thế nào để tổng số thanh là ít nhất?

❖ **Bài 8.** Một công ty cần vận chuyển một lô hàng hóa gồm 30 thùng hàng A và 25 thùng hàng B bằng các xe chuyên dụng. Hỏi công ty này cần sử dụng ít nhất bao nhiêu chiếc xe chuyên dụng để vận chuyển hết lô hàng hóa đó cùng một lúc? Biết rằng mỗi thùng hàng A nặng 400kg, mỗi thùng hàng B nặng 300kg và mỗi xe chuyên dụng chỉ chở được tối đa 1 tấn hàng hóa.

❖ **Bài 9.** Một công ty cần vận chuyển một lô hàng hóa gồm 20 thùng hàng A và 50 thùng hàng B bằng các xe chuyên dụng. Hỏi công ty này cần sử dụng ít nhất bao nhiêu chiếc xe chuyên dụng để vận chuyển hết lô hàng hóa đó cùng một lúc? Biết rằng mỗi thùng hàng A nặng 400kg, mỗi thùng hàng B nặng 300kg và mỗi xe chuyên dụng chỉ chở được tối đa 1 tấn hàng hóa.



↔ **Bài 10.** Hai lọ đựng nước muối nồng độ 5% và 40%. Hỏi cần lấy bao nhiêu gam mỗi loại để khi đổ chung vào thu được 140g nước muối nồng độ 30%?

↔ **Bài 11.** Một laptop có đường chéo 17 inch và có tỉ lệ chiều rộng và chiều cao của màn hình là 16: 10. Hỏi chiều rộng của laptop đó dài bao nhiêu centimet? Biết 1 inch = 2,54cm.

↔ **Bài 12.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó 30 học sinh thích môn Toán, 25 học sinh thích môn Anh văn, 2 học sinh không thích cả hai môn Toán và Anh văn. Hỏi có bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Toán và Anh văn?

↔ **Bài 13.** Trong một tam giác có diện tích và chu vi có số đo bằng nhau (ví dụ: diện tích và chu vi là  $30\text{cm}^2$ ; 30cm), tìm bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác.

↔ **Bài 14.** Nếu cạnh của hình vuông thứ nhất bằng đường chéo của hình vuông thứ hai thì tỉ số hai diện tích của hai hình vuông là bao nhiêu?

↔ **Bài 15.** Trong một giải đá bóng theo thể thức vòng tròn một lượt (hai đội chỉ đấu với nhau một trận), người ta tính được có tất cả 10 trận đấu (giả sử không có đội nào bỏ cuộc). Tính số đội tham gia giải.

↔ **Bài 16.** Bốn học sinh cùng góp tiền mua món quà trị giá 600.000đ. Học sinh thứ hai, ba và bốn trả số tiền lần lượt là  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$  tổng số tiền của ba bạn còn lại. Tính số tiền học sinh thứ nhất trả.

↔ **Bài 17.** Người ta đánh số nhà theo quy luật, một bên gồm các số lẻ liên tiếp, một bên gồm các số chẵn liên tiếp. Nam nhìn thấy bên đường có một số nhà mà chữ số hàng đơn vị gấp 4 lần chữ số hàng chục. Tổng các số nhà của dãy đó là 182. Em hãy tìm và nêu cụ thể từng số nhà của dãy đó.

# Chương 6

## ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài

1

### ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2012 – 2013  
Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút  
ĐỀ A

✧ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức

a)  $\sqrt{\frac{1}{4x^2 - 12x + 9}}$ .

b)  $\sqrt{3-x} + \sqrt{3x-2}$ .

✧ **Bài 2.** Tính:

a)  $6\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{8} - \frac{10}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}$ .

b)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}} - \sqrt{45}$ .

c)  $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$   
 $\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ .

✧ **Bài 3.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}-3}{x-5\sqrt{x}+6}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$  và  $x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  sao cho  $3A$  có giá trị nguyên.

✧ **Bài 4.** Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ),  $\widehat{D} = 90^\circ$ ,  $\widehat{C} = 30^\circ$ .

a) Chứng minh rằng  $S_{ABCD} = \frac{1}{4}BC \cdot (AB + CD)$ .

b) Gọi  $M$  là giao điểm của  $BC$  và  $AD$ . Kẻ  $DK \perp CM$  ( $K$  thuộc  $CM$ ),  $KL \perp DM$  ( $L$  thuộc  $DM$ ). Chứng minh rằng:  $4 \cdot DL \cdot DM = CD^2$ .

c) Biết  $BC = 8\text{cm}$ ,  $S_{ABCD} = 48\text{cm}^2$ . Tính  $DM$ ,  $MC$  (nếu kết quả là số vô tỉ thì không làm tròn).

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2013 – 2014**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

⇨ **Bài 1.** Tính

a)  $A = \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} - \sqrt{28 - \sqrt{300}} - \sqrt{12}$ .      b)  $B = \frac{(\sqrt{10} + \sqrt{6})(\sqrt{4 - \sqrt{15}})}{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{15}$ .

⇨ **Bài 2.** Giải phương trình

a)  $\sqrt{2x - 1} = 5$ .      b)  $\sqrt{x^2 - 4x + 2} - \sqrt{x - 2} = 0$ .

⇨ **Bài 3.** Cho biểu thức:  $M = \frac{x + 4}{4 - x} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$ .

- Tìm điều kiện xác định của  $M$ .
- Rút gọn  $M$ .
- Tìm các giá trị thích hợp của  $x$  để  $M > 0$ .

⇨ **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ , đường cao  $AH$  ( $H$  thuộc đoạn  $BC$ ). Biết  $AC = 3\text{cm}$ ,  $AH = \frac{12}{5}\text{cm}$ ,  $\sin B = \frac{3}{5}$ .

- Tính  $AB, BC$ , từ đó chứng minh  $\triangle ABC$  vuông.
- Gọi  $AD$  là phân giác của  $\widehat{BAC}$  ( $D$  thuộc  $BC$ ) và  $DK$  vuông góc với  $AB$  tại  $K$ . Tính  $\frac{KA}{KB}$ ,  $AD$  và diện tích tam giác  $ABD$ .

⇨ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  không có góc tù. Chứng minh rằng nếu  $\tan B = \cot C$  thì tam giác  $ABC$  vuông.

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2014 – 2015**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

✧ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ .

b)  $B = \sqrt{x^2-x+1} + \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x^2-4x-4}}}$ .

✧ **Bài 2.** Rút gọn

a)  $\frac{\sqrt{75}-5\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{5}{1+\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{6}}$ .

b)  $(\sqrt{21}+3)\sqrt{5-\sqrt{21}} - \sqrt{24}$ .

✧ **Bài 3.** Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \left( \frac{x\sqrt{x}+3x-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \right) \quad (x \geq 0; x \neq 1).$$

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A > -1$ .

✧ **Bài 4.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BD$  tại  $H$ . Đường thẳng vuông góc với  $BD$  tại  $B$  cắt đường thẳng  $CD$  tại  $E$ .

a) Chứng minh rằng  $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BE^2}$ .

b) Chứng minh  $AD^2 = AH \cdot EB$ .

c) Đặt  $AD = a; AB = b$ . Tính  $EB$  theo  $a$  và  $b$ .

✧ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Chứng minh rằng  $\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A = \sin C$ .

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2015 – 2016**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

✧ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a)  $A = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{2x+5}$ .

b)  $B = \frac{\sqrt{-x}}{x^2-3} - 2015x$ .

✧ **Bài 2.** Rút gọn

a)  $A = \frac{15-9\sqrt{2}}{5\sqrt{5}-3\sqrt{10}} - \sqrt{\frac{16}{5}} - \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{5}}$ .

b)  $B = \frac{\sqrt{14,5-\sqrt{154}} - \sqrt{9-\sqrt{77}}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$ .

✧ **Bài 3.** Cho biểu thức

$$A = \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - 1 - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} \quad (x > 0).$$

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

✧ **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), có đường cao  $AH$  và trung tuyến  $CM$ . Trên tia đối của tia  $MC$ , lấy điểm  $D$  sao cho  $CM = MD$ . Gọi  $K$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AH$  và  $BD$ .

a) Chứng minh rằng  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BD^2}$ .

b) Chứng minh  $BC \cdot BH = BK \cdot BD$ .

c) Cho  $\tan \angle ACD = \frac{3}{8}$  và  $AD = 10\text{cm}$ . Tính tỉ số  $\frac{CH}{BH}$  và diện tích tam giác  $CKD$ .

✧ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Chứng minh rằng  $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$ .

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2016 – 2017**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

❖ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức sau

a)  $A = 2x + \frac{-3}{\sqrt{5x-2}} + \sqrt{3-2x}$ .

b)  $B = \sqrt{2x-1} + \sqrt{\frac{3-x}{\sqrt{x}+2}}$ .

❖ **Bài 2.** Thu gọn các biểu thức sau

a)  $A = (\sqrt{6 + \sqrt{20}} - 2\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{15 - 10\sqrt{2}}) : (2 + \sqrt{8})$ .

b)  $B = \left( \frac{4}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{6}{3-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} \right) \cdot (9 - \sqrt{5})$ .

❖ **Bài 3.** Cho biểu thức  $A = \frac{3x}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1+\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

❖ **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên các cạnh  $AB, AC$ .

a) Chứng minh  $AI \cdot AB = AK \cdot AC$  và hai tam giác  $AIK, ACB$  đồng dạng.

b) Đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  cắt  $IK$  tại  $F$ .

Chứng minh rằng  $\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{HK^2}$ .

c) Chứng minh rằng  $\frac{S_{BIKC}}{S_{HKI}} = \cot^2 B + \cot^2 C + 1$  ( $S_{BIKC}$  và  $S_{HKI}$  lần lượt là diện tích tứ giác  $BIKC$  và tam giác  $HKI$ ).

❖ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  (góc  $A$  nhọn), có phân giác  $AD$  và  $AB = c, AC = b$ . Chứng minh rằng  $AD = \frac{bc \cdot \sin \widehat{BAC}}{(b+c) \sin \frac{\widehat{BAC}}{2}}$ .

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2017 – 2018**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

↔ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a)  $A = 21x + \frac{-29}{\sqrt{7x-2}} + \sqrt{(x-1)^2}$ .

b)  $B = \frac{x+1}{x^2-1} + \sqrt{-2x+1}$ .

↔ **Bài 2.** Thu gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{20} - \sqrt{384} - \sqrt{56} - 8\sqrt{24}$ .

b)  $\frac{\sqrt{10} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 1} + 3\sqrt{26 - 4\sqrt{40}} - \frac{12}{\sqrt{10} - 4}$ .

↔ **Bài 3.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{1 + \sqrt{x} + x} \right) \cdot \left( \frac{x\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} - \sqrt{x} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A - 2x$  đạt giá trị lớn nhất.

↔ **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Đường tròn tâm  $T$  đường kính  $AC$  cắt  $BC$  tại  $H$  ( $C$  khác  $C$ ). Đường thẳng qua  $C$  song song với  $HT$  cắt  $(T)$  tại  $D$  ( $D$  khác  $C$ ),  $BC$  cắt  $AD$  tại  $Q$ .

a) Chứng minh rằng:  $QA \cdot CD = CA \cdot QD$ .

b) Chứng minh rằng:  $AH^2 = CH \cdot HQ$ .

c) Trên đoạn  $AB$  lấy điểm  $K$  ( $K$  khác  $A$  và  $B$ ) và trên đoạn  $CK$  lấy điểm  $P$  sao cho  $\widehat{AQB} = \widehat{HPC}$ . Chứng minh rằng: bốn điểm  $C, D, H, P$  cùng thuộc một đường tròn.

↔ **Bài 5.** Một máy bay đang ở độ cao 13 km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất. Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng  $3^\circ$  thì cách sân bay bao nhiêu ki-lô-mét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ 3)?

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - Năm học: 2018 – 2019**  
**Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút**  
**ĐỀ A**

❖ **Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

a)  $A = -3x + 15 + \sqrt{-2x + 1}$ .

b)  $B = \frac{x}{\sqrt{5-2x}} - \frac{1}{2x-8}$ .

❖ **Bài 2.** Tìm  $x$  biết  $\sqrt{x-3} + \sqrt{25x-75} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-27} = 0$ .

❖ **Bài 3.** Thu gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{7-\sqrt{48}} + \sqrt{13+\sqrt{48}}$ .

b)  $B = \frac{4\sqrt{6}-2\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + 3\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ .

❖ **Bài 4.** Cho biểu thức  $P = \left(\frac{x+3}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x}\right)$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  nguyên để  $\frac{1}{2}P$  có giá trị nguyên.

❖ **Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), có đường cao  $AH$  và đường trung tuyến  $AM$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $M$ .

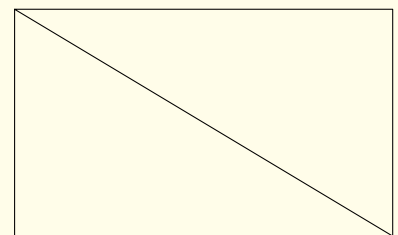
a) Chứng minh tứ giác  $ABDC$  là hình chữ nhật và  $CD^2 = BH \cdot BC$ .

b) Đường thẳng  $AH$  cắt hai đường thẳng  $BD, CD$  lần lượt tại  $T$  và  $Q$ . Gọi  $P$  là giao điểm của hai đường thẳng  $CT$  và  $BQ$ . Chứng minh  $BH \cdot BC = BP \cdot BQ$  và hai tam giác  $BAP, BQA$  đồng dạng.

c) Cho  $AB = 3$  cm,  $AC = 4$  cm. Tính diện tích tứ giác  $ABQC$ .

❖ **Bài 6.**

Một chiếc ti vi hình chữ nhật màn hình phẳng 75 inch (đường chéo ti vi dài 75 inch) có góc tạo bởi chiều dài và đường chéo là  $36^\circ 52'$ . Hỏi chiếc ti vi ấy có chiều dài và chiều rộng là bao nhiêu cm. Biết 1 inch = 2,54 cm.





ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I - Năm học: 2012-2013

Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút

↔ **Bài 1.** Giải phương trình:

a)  $3 - x + \sqrt{1 - 2x} = 0.$

b)  $\sqrt{3x^2 - \sqrt{48x + 4}} = \sqrt{79 - 20\sqrt{3}}.$

↔ **Bài 2.** Tìm các giá trị thích hợp của  $a$  để:

a) Hàm số  $y = -2ax + 3 - a + x$  đồng biến.

b) Hàm số  $y = 2a(a - 2)x + 3x + 8a$  nghịch biến.

↔ **Bài 3.** a) Viết phương trình đường thẳng  $(d)$  qua hai điểm  $A(0; 2), B(2; 1).$

b) Cho đường thẳng  $(d_1) : y = \frac{x}{2}.$  Viết phương trình đường thẳng  $(d_2)$  song song với  $(d_1)$  và  $(d_2)$  cắt  $(d)$  tại điểm  $I$  trên trục  $Ox.$  Vẽ  $((d), (d_1)$  và  $(d_2)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ  $Oxy.$

c) Gọi  $C$  là giao điểm của  $(d_2)$  và trục  $Oy,$  điểm  $D(-3; -1).$  Tính  $S_{ABCD}.$  ( $S_{ABCD}$ : diện tích tứ giác  $ABCD$ ) (Giả sử đơn vị đo trên hai trục tọa độ là cm).

↔ **Bài 4.** Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$  ( $R > R'$ ). Tiếp tuyến chung  $EF$  của  $(O)$  và  $(O')$  cắt tia đối của tia  $AB$  tại  $C$  (với  $E$  thuộc  $(O); F$  thuộc  $(O')$ ). Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là tâm của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OEC$  và tam giác  $O'FC.$

a) Chứng minh:  $(I)$  cắt  $(J).$

b) Gọi  $D$  là giao điểm của  $(I)$  và  $(J)$  ( $D$  khác  $C$ ). Chứng minh  $A, B, D$  thẳng hàng.

c) Chứng minh:  $IJ > EC.$

d) Gọi  $M$  là điểm đối xứng của  $E$  qua  $OC, N$  là điểm đối xứng của  $F$  qua  $O'C.$  Chứng minh bốn điểm  $E, F, M, N$  cùng thuộc một đường tròn, xác định tâm đường tròn này.

## ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I-Năm học:2013-2014

Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút

❖ **Bài 1.** Tính:  $2\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{29+12\sqrt{5}}$ .

❖ **Bài 2.** Cho biểu thức:  $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ ; ( $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ ;  $x \neq 9$ ).

- Rút gọn  $A$ .
- Tìm các giá trị thích hợp của  $x$  để  $A \geq 2$ .

❖ **Bài 3.** Giải phương trình:  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 7$ .

❖ **Bài 4.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x$  ( $d_1$ ) và hàm số  $y = 2x - 3$  ( $d_2$ ).

- Vẽ ( $d_2$ ) trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- Tìm tọa độ giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_2$ ) bằng phép toán.
- Cho đường thẳng ( $d_3$ ):  $y = ax + b$ . Tìm  $a$  và  $b$  biết ( $d_3$ ) song song với ( $d_2$ ) và ( $d_3$ ) cắt ( $d_1$ ) tại điểm có tung độ bằng  $-2$ .

❖ **Bài 5.** Cho đường tròn ( $O; R$ ). Từ điểm  $A$  nằm ngoài ( $O$ ) kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với ( $O$ ) ( $B, C$  là hai tiếp điểm).

- Chứng minh rằng  $OA$  là đường trung trực của đoạn  $BC$ .
- Gọi  $D$  là giao điểm của đoạn thẳng  $OA$  với ( $O$ ). Kẻ dây  $BE$  của ( $O$ ) song song với  $OD$ , kẻ bán kính  $OF$  vuông góc với  $CD$ . Chứng minh  $C, O, E$  thẳng hàng và  $EF$  là tia phân giác của  $\widehat{CED}$ .
- Vẽ đường tròn ( $A; AD$ ). Gọi  $I, J$  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  $ED$  và  $FD$  với đường tròn ( $A$ ) ( $I, J$  khác  $D$ ). Chứng minh rằng  $\widehat{CEF} = \widehat{JID}$ .
- Tính độ dài đoạn thẳng  $OA$  theo  $R$  để tứ giác  $EFIJ$  là hình bình hành.

## ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I - Năm học: 2014-2015

Môn: Toán 9 - Thời gian làm bài: 90 phút

✎ **Bài 1.** Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{3x}{x-1} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$$

- Tìm điều kiện của  $x$  để  $A$  có nghĩa. Rút gọn  $A$ .
- Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A$  nhận giá trị nguyên.

✎ **Bài 2.** Giải các phương trình sau:

- $\sqrt{4x+12} = \sqrt{9x+27} - 5$ .
- $\sqrt{4x^2 - 6x + 1} = |2x - 5|$ .

✎ **Bài 3.** Cho hai đường thẳng  $(d_1): y = -\frac{1}{2}x - 1$  và  $(d_2): y = \frac{1}{2}x + b$

- Vẽ  $(d_1)$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ .
- Tìm hệ số  $b$  biết  $(d_2)$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-1$ .
- Cho đường thẳng  $(d_3): y = ax + 3$ . Tìm  $a$  để  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  và  $(d_3)$  đồng quy.

✎ **Bài 4.** Từ điểm  $I$  ở ngoài đường tròn  $(O)$ , kẻ một đường thẳng không qua tâm  $O$  và cắt  $(O)$  ở  $A, B$  ( $IA < IB$ ). Các tiếp tuyến với  $(O)$  tại  $A$  và  $B$  cắt nhau ở  $M$ . Kẻ  $MH$  vuông góc với  $OI$  tại  $H$ ,  $MH$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $C, D$  ( $MC < MD$ );  $AB$  cắt  $MH, OM$  lần lượt tại  $N, K$ .

- Chứng minh rằng  $K$  là trung điểm  $AB$  và bốn điểm  $M, O, B, H$  cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng  $OH \cdot OI = OK \cdot OM$ .
- Chứng minh rằng  $ID$  là tiếp tuyến của  $(O)$ .
- Gọi  $P, Q$  lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác  $NHK, CDK$ . Chứng minh rằng  $IN \cdot IK = IA \cdot IB$  và  $PQ$  vuông góc với  $OM$ .

❖ **Bài 5.** Tính

a)  $\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - \sqrt{108} - \frac{1}{4}\sqrt{192}$ .

b)  $\sqrt{(\sqrt{11} - 3)^2} - \sqrt{\frac{2}{10 - 3\sqrt{11}}}$ .

c)  $\frac{(\sqrt{5} - 1)\sqrt{47 + 21\sqrt{5}}}{\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$ .

❖ **Bài 6.** Giải các phương trình sau

a)  $\sqrt{16 - 16x + 4x^2} = 2$ .

b)  $\sqrt{4x - 8} + 2\sqrt{9x - 18} - \sqrt{16x - 32} = 8$ .

❖ **Bài 7.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{2} + 5$  có đồ thị là  $(d_1)$  và hàm số  $y = -\frac{x}{2}$  có đồ thị là  $(d_2)$ .

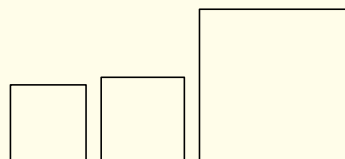
a) Vẽ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Xác định các hệ số  $a, b$  biết đường thẳng  $(d_3): y = ax + b$  song song với  $(d_1)$  và  $(d_3)$  đi qua điểm  $M(-5; 0)$ .

❖ **Bài 8.**

a) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4}$  (với  $x \geq 0; x \neq 4$ ).

b) Chào mừng ngày nhà giáo Việt nam 20/11/2015, để tỏ lòng tri ân các thầy cô giảng dạy, lớp 9A trang trí lớp bằng những sản phẩm tự chế, bạn Du cắt ba mảnh bìa hình vuông có diện tích lần lượt là  $21\text{cm}^2$ ,  $23\text{cm}^2$  và  $88\text{cm}^2$ . Để phù hợp không gian trang trí cho cân đối, các bạn phải so sánh độ dài của cạnh mảnh bìa lớn nhất với tổng độ dài hai mảnh bìa còn lại. Lớp trưởng hỏi các bạn trong lớp, bạn nào có máy tính cầm tay hãy làm giúp đều này. Thật đáng tiếc, cả lớp không có bạn nào đem theo máy tính cầm tay. Nếu bạn cũng là một học sinh lớp 9A thì lúc này bạn giúp lớp bằng cách nào để có kết quả?



❖ **Bài 9.** Cho điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn  $(O)$  ( $B, C$  là tiếp điểm). Vẽ đường kính  $BD$  của  $(O)$ , gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ .

a) Chứng minh rằng  $BC \perp CD$  và  $OA \perp BC$ .

- b) Gọi  $E$  là giao điểm của  $AD$  và đường tròn  $(O)$  ( $E$  khác  $D$ ). Chứng minh rằng  $OH \cdot OA = R^2$  và  $DE \cdot DA = 4OH \cdot OA$ .
- c) Gọi  $M$  là giao điểm của  $BC$  và  $AD$ ,  $N$  là giao điểm của  $OA$  và  $BE$ . Chứng minh rằng  $MN \parallel BD$ .
- d) Tiếp tuyến tại  $D$  của đường tròn  $(O)$  cắt  $BC$  tại  $F$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $OF$ . Giả sử  $AB = \sqrt{5}R$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $KE$  theo  $R$ .



❖ **Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{18} - \frac{1}{2}\sqrt{48} - \sqrt{8} + \frac{4 - 5\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}}$ .

b)  $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{\frac{2}{8 - 3\sqrt{7}}}$ .

c)  $\frac{\sqrt{8 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ .

❖ **Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $\sqrt{4(1 - 2x)^2} = 6$ .

b)  $\sqrt{4x - 20} - 3\sqrt{\frac{x - 5}{9}} = \sqrt{5 - x}$ .

❖ **Bài 3.** Cho hàm số  $y = 2x - 3$  có đồ thị là  $(d_1)$  và hàm số  $y = \frac{x}{2}$  có đồ thị là  $(d_2)$ .

a) Vẽ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d_3): y = -3x + m - 2$  cắt đường thẳng  $(d_1)$  tại điểm có tung độ bằng  $-2$ .

❖ **Bài 4.**

a) Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{2}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ). Rút gọn  $A$  rồi tính giá trị lớn nhất của  $A$ .

b) Một căn phòng hình vuông được lát bằng những viên gạch men hình vuông cùng kích cỡ, vừa hết 441 viên (không viên nào bị cắt xén). Gạch gồm hai loại men trắng và men xanh, loại men trắng nằm trên 2 đường chéo của nền nhà, còn lại là men xanh. Tính số viên gạch men xanh.

❖ **Bài 5.** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Qua điểm  $M$  thuộc đường tròn ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ) vẽ tiếp tuyến với đường tròn, cắt tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  với đường tròn lần lượt tại  $C$  và  $D$ .

a) Chứng minh rằng  $AC + BD = CD$  và  $\widehat{COD} = 90^\circ$ .

b) Tính tích  $AC \cdot BD$  theo  $R$ .

c) Gọi  $N$  là giao điểm của  $BC$  và  $AD$ . Chứng minh rằng  $MN$  vuông góc với  $AB$ .

d)  $MN$  cắt  $AB$  tại  $K$ . Cho biết  $\tan \widehat{ABC} = \frac{1}{4}$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $BK$  theo  $R$ .

🔗 **Bài 1.** Thu gọn các biểu thức sau

a)  $A = \left( \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2} - 2} - \frac{3}{2\sqrt{2}} \right) (\sqrt{2} - 4).$

b)  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{x - 9} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2}{3 - \sqrt{x}} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{6 - x}{\sqrt{x} + 3} - 3 \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9.$

🔗 **Bài 2.** Giải các phương trình sau

a)  $\sqrt{9x - 18} + 6\sqrt{\frac{x - 2}{9}} = 16 + \frac{1}{2}\sqrt{4x - 8}.$

b)  $\sqrt{x^2 - 3} = \sqrt{4x - 3}.$

🔗 **Bài 3.**

a) Vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{3}x + 2$  ( $d$ ).

b) Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của hai đường thẳng ( $d$ ) và ( $d_1$ ):  $y = 5 - 2x$  bằng phép toán.

c) Viết phương trình đường thẳng ( $d_2$ ):  $y = ax + b$  biết ( $d_2$ ) đi qua điểm  $A(-1; 2)$  và cắt ( $d_1$ ) tại điểm  $B$  có tung độ bằng 1.

🔗 **Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Vẽ đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AD$  và  $DC$ .

a) Chứng minh tứ giác  $OHDK$  là hình chữ nhật.

b) Tia  $OH$  cắt cạnh  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh rằng  $DE$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).

c) Tia  $OK$  cắt đường thẳng  $DE$  tại  $N$  và cắt đường tròn tâm  $O$  tại  $I$ . Gọi  $S$  là giao điểm của  $OB$  với  $AD$ . Đường thẳng đi qua  $S$  và vuông góc với  $AO$  cắt tia  $OH$  tại  $T$ . Chứng minh rằng  $AT$  vuông góc với  $BO$  và ba điểm  $A, T, N$  thẳng hàng.

🔗 **Bài 5.** Để chuẩn bị làm bánh nhân dịp Noel, bạn An muốn mua một khay nướng và một bộ khuôn tạo hình. Hai cửa hàng  $A$  và  $B$  ở cạnh nhau, cùng bán hai món đồ bạn An muốn mua với giá như nhau: khay nướng giá 280000 đồng/cái và bộ khuôn tạo hình giá 75000 đồng/bộ. Tuy nhiên, hai cửa hàng lại có hai hình thức khuyến mãi khác nhau:

🕒 Cửa hàng  $A$ : khay nướng được giảm giá 10% và bộ khuôn tạo hình được giảm giá 20%.

🕒 Cửa hàng  $B$ : tất cả sản phẩm đều được giảm giá 15%.

Hỏi bạn An nên mua ở cửa hàng nào để có lợi hơn?

❖ **Bài 6.** Tính, rút gọn.

a)  $\frac{1}{3}\sqrt{243} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ .

b)  $\sqrt{8 + 4\sqrt{3}} + \frac{14}{3 + \sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ .

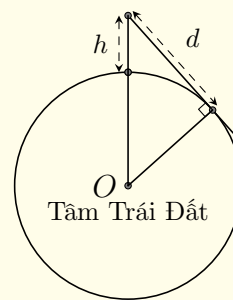
❖ **Bài 7.** Cho hai hàm số  $y = 2x - 5$  có đồ thị là  $(d)$  và  $y = -\frac{1}{2}x$  có đồ thị là  $(d')$ .

- a) Vẽ  $(d)$  và  $(d')$  trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của  $(d)$  và  $(d')$  bằng phép tính.

❖ **Bài 8.**

Một người quan sát ở độ cao  $h$  (km) so với mực nước biển thì tầm nhìn xa tối đa (km) có thể tính bởi công thức  $d = 80\sqrt{2h}$ .

- a) Nếu một người đang di chuyển trên một chiếc máy đang bay ở độ cao 9300 (m) so với mặt nước biển thì có tầm nhìn xa tối đa là bao nhiêu km?
- b) Nếu muốn nhìn thấy tín hiệu của ngọn đèn hải đăng theo đường thẳng từ khoảng cách xa nhất là 32 (km) thì ngọn hải đăng phải được xây ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt nước biển? (kết quả độ dài làm tròn đến hàng đơn vị).

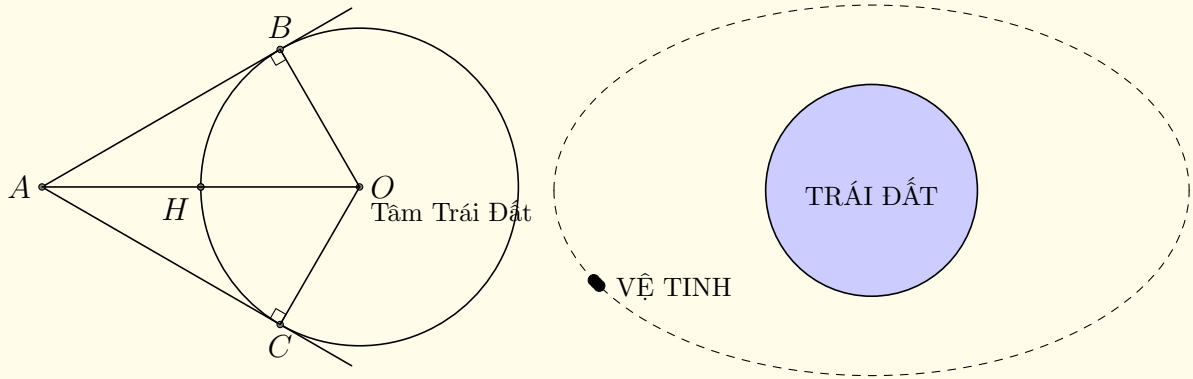


❖ **Bài 9.** Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Biết rằng áp suất khí quyển ở mặt nước biển là 760 (mmHg) và với những độ cao không lớn lắm thì cứ lên cao 12,5 (m) thì áp suất khí quyển lại giảm 1 (mmHg). Do đó, ở độ cao  $h$  (m) thì áp suất  $p$  (mmHg) của khí quyển được tính bởi công thức  $p = 760 - \frac{h}{12,5}$ .

- a) Hãy cho biết  $p$  có phải là hàm số bậc nhất đối với biến số  $h$  không? Vì sao? Em hãy tính xem ở Đà Lạt có độ cao khoảng 1500 (m) thì áp suất của khí quyển là bao nhiêu?
- b) Em hãy tính độ cao của đỉnh Phan Xi Păng, biết áp suất khí quyển tại nơi này đo được là 508,56 (mmHg).

❖ **Bài 10.** Một vệ tinh nhân tạo địa tĩnh chuyển động theo “quỹ đạo tròn” cách bề mặt Trái Đất một khoảng 7200 (km), tâm quỹ đạo vệ tinh trùng với tâm O của Trái Đất. Vệ tinh phát tín hiệu vô tuyến theo đường thẳng đến một vị trí trên mặt đất.





- a) Hỏi vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này cách vệ tinh một khoảng bao nhiêu km? Biết Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính khoảng 6400 km.
- b) Hãy tính độ lớn nhất của góc mà từ vệ tinh có thể truyền được tín hiệu đến Trái Đất (xem hình vẽ). (Số đo góc làm tròn đến độ).
  - $A$  là vị trí của vệ tinh.
  - $AB, AC$  là các tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).
  - Hai tiếp điểm  $B, C$  vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận được tín hiệu từ vệ tinh.
  - $AH$  là độ cao của vệ tinh.
  - Góc  $BAC$  là góc lớn nhất từ vệ tinh có thể truyền tín hiệu trên Trái Đất.

🔗 **Bài 11.** Từ một điểm  $A$  ở ngoài đường tròn ( $O; R$ ) vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ .

- a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, O, C$  cùng nằm trên một đường tròn và  $OA$  vuông góc với  $BC$ .
- b) Kẻ đường kính  $CD$  của đường tròn ( $O$ ),  $AD$  cắt đường tròn ( $O$ ) tại  $E$ . Chứng minh  $CE$  vuông góc với  $AD$  và  $DA \cdot DE = 4 \cdot OA \cdot OH$ .
- c) Kẻ  $OK$  vuông góc với  $DE$  tại  $K$ ,  $AD$  cắt  $BC$  tại  $F$ . Biết  $R = 6$  (cm) và  $OA = 6\sqrt{5}$  (cm). Tính độ dài  $KF$ .

⚡ Bài 1. Tính, rút gọn

a)  $2\sqrt{24} - 6\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{3} + 1}$ .

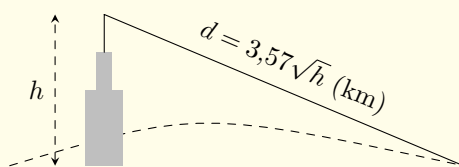
b)  $\frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{7} - 1} + \sqrt{\frac{2}{4 - \sqrt{7}}}$ .

⚡ Bài 2. Cho hai hàm số  $y = \frac{2}{3}x - 1$  có đồ thị  $(d)$  và  $y = -x + 4$  có đồ thị  $(d')$ .

- a) Vẽ  $(d)$  và  $(d')$  trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của  $(d)$  và  $(d')$  bằng phép tính.

⚡ Bài 3. Do Trái Đất hình cầu nên sự uốn cong bề mặt của nó đã ngăn không cho chúng ta nhìn xa quá một khoảng cách nhất định. Khoảng cách  $d$  (tính bằng km) từ một người ở vị trí có độ cao  $h$  (tính bằng mét) đến đường chân trời được tính bởi công thức  $d = 3,57\sqrt{h}$ .

- a) Hỏi tầm nhìn xa tối đa của một người đứng trên tòa nhà có độ cao 461 m đến đường chân trời bằng bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- b) Muốn nhìn thấy tín hiệu của ngọn đèn hải đăng ở đường chân trời với khoảng cách xa nhất theo đường thẳng là 35 km thì độ cao của ngọn hải đăng là bao nhiêu mét so với mặt nước biển (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

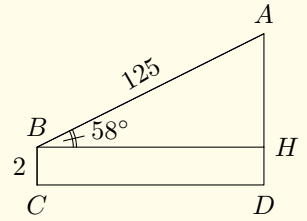


⚡ Bài 4. Để đổi nhiệt độ  $C$  (Celsius) sang độ  $F$  (Fahrenheit) ta dùng công thức sau  $F = \frac{1}{5}(9C + 160)$ , trong đó  $C$  là nhiệt độ tính theo độ  $C$  và  $F$  là nhiệt độ tính theo độ  $F$ .

- a)  $F$  có phải là hàm số bậc nhất đối với biến số  $C$  không? Nếu  $F$  là hàm số bậc nhất đối với biến số  $C$ , em hãy xác định các hệ số  $a$  và  $b$  của hàm số này.
- b) Biết nhiệt độ sôi của nước là  $100^\circ\text{C}$ , em hãy tính xem tương ứng bằng bao nhiêu độ  $F$ ?
- c) Biết thân nhiệt bình thường của người là  $98,6^\circ\text{F}$ , em hãy tính xem tương ứng bằng bao nhiêu độ  $C$ ?

⚡ Bài 5.

Một bạn học sinh chơi thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây từ tay bạn đến diều dài 125 mét và tạo với phương nằm ngang một góc bằng  $58^\circ$ . Tính độ cao của con diều so với mặt đất biết tay bạn học sinh cách mặt đất 2 mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



⇒ **Bài 6.** Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AB$  và một điểm  $C$  thuộc đường tròn ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ,  $AC > BC$ ). Kẻ  $OH$  vuông góc với  $AC$  tại  $H$ , tia  $OH$  cắt tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O)$  ở  $D$ .

- Chứng minh  $DC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
- $BD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $E$  ( $E$  khác  $B$ ). Chứng minh  $DC^2 = DB \cdot DE$ .
- Tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường thẳng  $CD$  tại  $M$ . Đường thẳng qua  $C$  vuông góc với  $AB$  cắt  $BD$  tại  $I$ . Chứng minh ba điểm  $A, I, M$  thẳng hàng.

