

§1 Khái niệm hàm số. Hàm số bậc nhất

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Nhắc lại khái niệm hàm số

- ☑ Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x , sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của biến x và x được gọi là biến số.

Ví dụ 1. y là hàm số của x được cho bởi bảng sau

x	-1	0	1	2	3
y	-1	0	1	2	3

- ☑ Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức, ...

Ví dụ 2. y là hàm số của x được cho bằng công thức

a) $y = 2x$.

b) $y = 2x + 3$.

c) $y = \frac{4}{x}$.

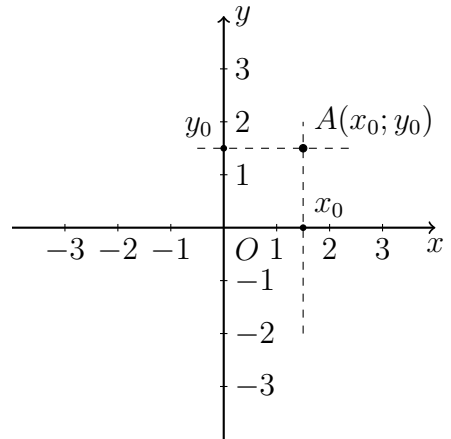
Với các hàm số $y = 2x$ và $y = 2x + 3$ biến số x có thể lấy những giá trị tùy ý; còn với hàm số $y = \frac{4}{x}$, biến số x chỉ lấy những giá trị khác 0.

17. Nhận xét

- ☑ Khi hàm số được cho bằng công thức $y = f(x)$, ta hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó $f(x)$ xác định.
- ☑ Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$, ...
- ☑ Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y được gọi là hàm hằng.

1.2 Đồ thị của hàm số

- ☑ Biểu diễn điểm $A(x_0; y_0)$ trong hệ trục tọa độ Oxy .
 - 1) Đánh số trên các trục số.
 - 2) Trên trục hoành chọn điểm có tọa độ x_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Oy .
 - 3) Trên trục tung chọn điểm có tọa độ y_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Ox .
 - 4) Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $A(x_0; y_0)$.



- ☑ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

1.3 Hàm số đồng biến, nghịch biến

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbb{R} . Với $x_1; x_2$ bất kì thuộc \mathbb{R} ,

- ☑ Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- ☑ Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

2 Hàm số bậc nhất

2.1 Định nghĩa hàm số bậc nhất

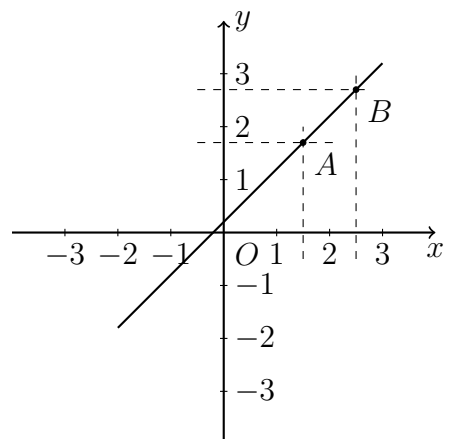
Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và a khác 0.

⚠ 18. **Chú ý** Khi $b = 0$, hàm số có dạng $y = ax$ (đã học ở lớp 7).

2.2 Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

Để vẽ hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ta làm như sau

- 1) Chọn hai điểm A và B thỏa mãn phương trình hàm số bậc nhất.
- 2) Biểu diễn hai điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ.
- 3) Nối hai điểm A và B , ta được đồ thị hàm số đã cho.



2.3 Giá trị của hàm số bậc nhất

1) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$, tìm giá trị y_0 của hàm bậc nhất khi biết giá trị $x = x_0$.
 Có 2 phương pháp tính giá trị của hàm số bậc nhất

- Dựa vào đồ thị hàm số.

Cách giải Muốn tính giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ tại điểm x_0 , ta làm như sau

- * Qua điểm $x = x_0$ trên trục hoành ta vẽ đường song song với trục tung cắt đồ thị hàm số tại điểm A .
- * Từ điểm A kẻ đường thẳng song song với trục hoành cắt trục tung tại điểm y_0 , vậy y_0 là điểm cần tìm.

- Dựa vào phương trình hàm số. Thế giá trị $x = x_0$ vào phương trình hàm số bậc nhất, từ đó tính được giá trị y_0 .

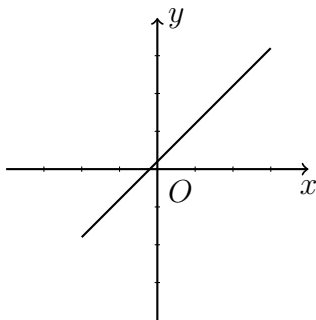
2) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$, tìm giá trị x_0 của hàm bậc nhất khi biết giá trị $y = y_0$.
 Làm tương tự 1)

2.4 Tính chất

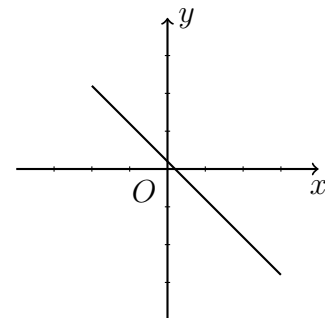
Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbb{R} và có tính chất:

- Đồng biến trên \mathbb{R} , khi $a > 0$.
- Nghịch biến trên \mathbb{R} , khi $a < 0$.

Hàm số đồng biến



Hàm số nghịch biến



3 Các dạng toán

Dạng 33. Biểu diễn điểm $A(x_0; y_0)$ trên hệ trục tọa độ

1. Đánh số trên các trục số.
2. Trên trục hoành chọn điểm có tọa độ x_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Oy .
3. Trên trục tung chọn điểm có tọa độ y_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Ox .
4. Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $A(x_0; y_0)$.

🔗🔗🔗 BÀI TẬP MẪU 🔗🔗🔗

Dạng 35. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

1. Chọn hai điểm thuộc hàm số bậc nhất.
2. Nối hai điểm vừa tìm được.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số bậc nhất sau

a) $y = 3x - 3$.

b) $y = -x - 1$.

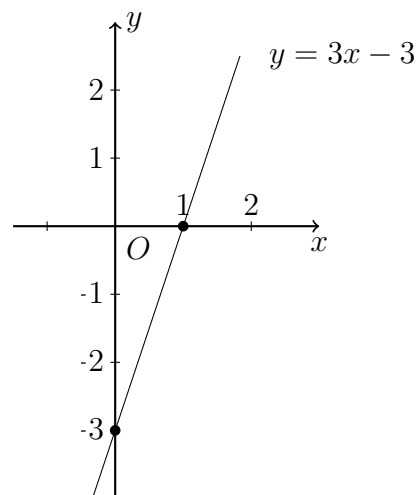
c) $y = 2x$.

Lời giải.

a) $y = 3x - 3$.

x	0	1
y	-3	0

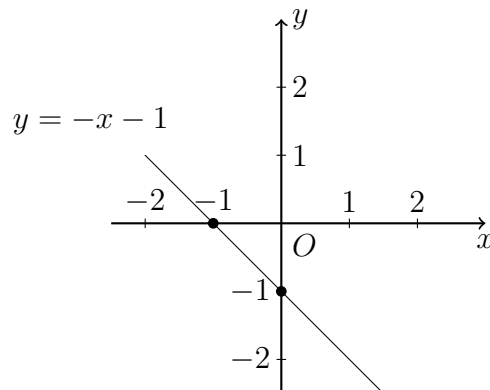
- Bước 1. Biểu diễn điểm $A(0, -3)$.
- Bước 2. Biểu diễn điểm $B(1, 0)$.
- Bước 3. Nối hai điểm A và B .



b) $y = -x - 1$.

x	0	-1
y	-1	0

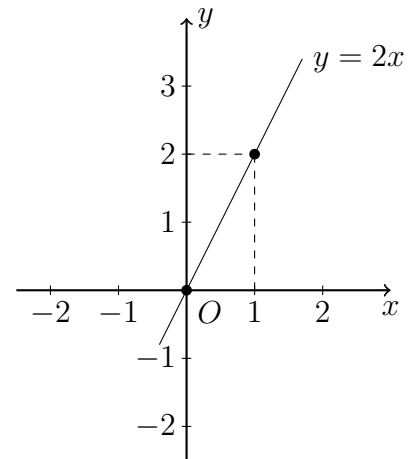
- Bước 1. Biểu diễn điểm $A(0, -1)$.
- Bước 2. Biểu diễn điểm $B(-1, 0)$.
- Bước 3. Nối hai điểm A và B .



c) $y = 2x$.

x	0	1
y	0	2

- Bước 1. Biểu diễn điểm $A(0, 0)$.
- Bước 2. Biểu diễn điểm $B(1, 3)$.
- Bước 3. Nối hai điểm A và B .



□

Dạng 36. Tìm giá trị của x hoặc y khi biết giá trị còn lại.

Có 2 phương pháp tính giá trị của hàm số bậc nhất

1. Dựa vào đồ thị hàm số.
2. Dựa vào biểu thức của hàm số bậc nhất.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho hàm số bậc nhất $y = 2x + 1$.

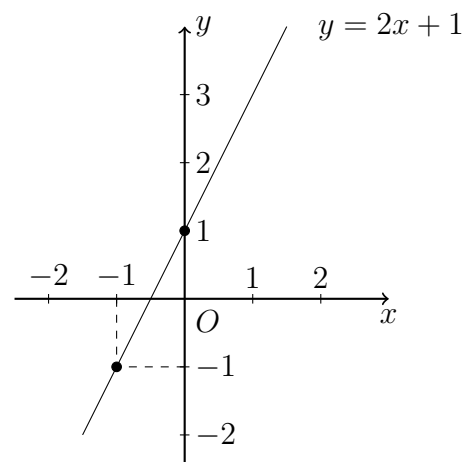
- Vẽ đồ thị hàm số.
- Tính giá trị y của hàm số khi biết $x = 1$, bằng hai phương pháp?
- Tính giá trị x của hàm số khi biết $y = 2, 5$.

Lời giải.

- Vẽ đồ thị hàm số.

x	0	-1
y	1	-1

- Bước 1. Biểu diễn điểm $A(0, 1)$.
- Bước 2. Biểu diễn điểm $B(-1, -1)$.
- Bước 3. Nối hai điểm A và B .



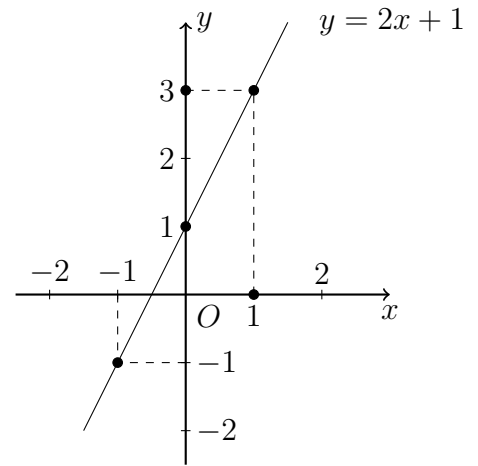
- Tính giá trị y của hàm số khi biết $x = 1$, bằng hai phương pháp?

Phương pháp 1. Với $x = 1$ thế vào biểu thức của hàm bậc nhất ta có $y = 2 \cdot 1 + 1 = 3$.

Vậy giá trị của $y = 3$ khi $x = 1$.

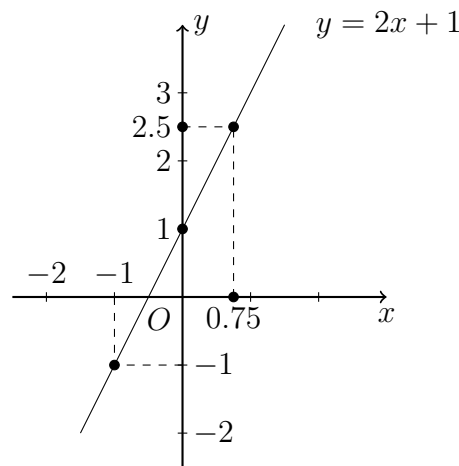
Phương pháp 2. Dùng đồ thị hàm số

1. Từ điểm $x = 1$ trên trục hoành kẻ đường thẳng song song với trục Oy cắt đồ thị tại A .
 2. Từ A kẻ đường thẳng song song với trục Ox cắt đồ thị tại điểm có $y = 3$.
- Vậy giá trị của $y = 3$ khi $x = 1$.



Vậy giá trị của $y = 3$ khi $x = 1$.

- c) Tính giá trị x của hàm số khi biết $y = 2,5$. Thế $y = 2,5$ vào biểu thức của hàm số ta có $2,5 = 2x + 1 \Rightarrow x = 0,75$.
 Vậy $x = 0,75$ thì $y = 2,5$.
 Dựa vào đồ thị ta có như sau



□

Dạng 37. Hàm số đồng biến và nghịch biến

Hàm số $y = ax + b$

1. Đồng biến khi và chỉ khi $a > 0$.
2. Nghịch biến khi và chỉ khi $a < 0$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Trong các hàm số bậc nhất sau, hàm số nào là đồng biến, hàm số nào là nghịch biến?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $y = 2x + 3$. | b) $y = 3 - 2x$. |
| c) $y = -3x$. | d) $y = 4x$. |

Lời giải.

- a) $y = 2x + 3$ là hàm số đồng biến vì $a = 2 > 0$.
- b) $y = 3 - 2x$ là hàm số đồng biến vì $a = -2 > 0$.
- c) $y = -3x$ là hàm số đồng biến vì $a = -3 > 0$.
- d) $y = 4x$ là hàm số đồng biến vì $a = 4 > 0$.

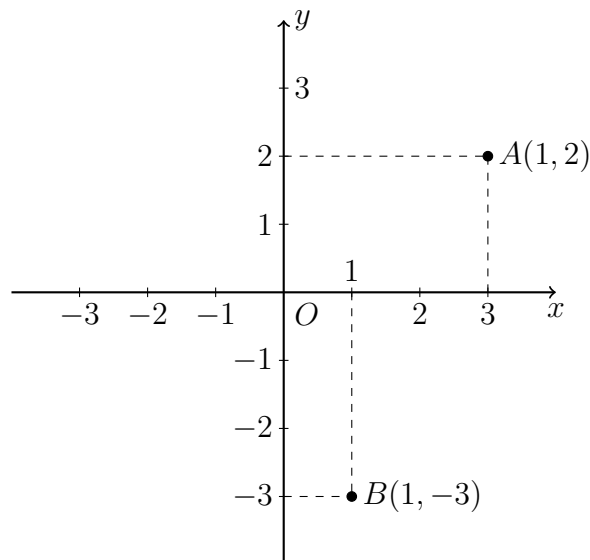
□

4 Luyện tập

📁 **Bài 1.** Trên hệ trục tọa độ Oxy , hãy biểu diễn các điểm sau $A(3, 2); B(1, -3)$.

✍ **Lời giải.**

Biểu diễn các điểm



□

📁 **Bài 2.** Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất? Giải thích?

- a) $y = \frac{1}{2}x + 3$.
- b) $y = -\frac{3}{5}x + 3$.
- c) $y = 6$.
- d) $y = \frac{1}{7x} + 3$.
- e) $y = 2x^3 + 3$.

✍ **Lời giải.**

- a) $y = \frac{1}{2}x + 3$ là hàm bậc nhất vì có dạng $y = ax + b$ với $a = \frac{1}{2} \neq 0; b = 3$.
- b) $y = -\frac{3}{5}x + 3$ là hàm bậc nhất vì có dạng $y = ax + b$ với $a = -\frac{3}{5} \neq 0; b = 3$.
- c) $y = 6$ không là hàm bậc nhất vì không có dạng $y = ax + b$ với $a = 0; b = 6$.

d) $y = \frac{1}{7x} + 3$ không là hàm bậc nhất vì không có dạng $y = ax + b$.

e) $y = 2x^3 + 3$ không là hàm bậc nhất vì không có dạng $y = ax + b$.

□

Bài 3. Trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy , hãy vẽ hai hàm số bậc nhất $y = x + 1$ và $y = -x$.

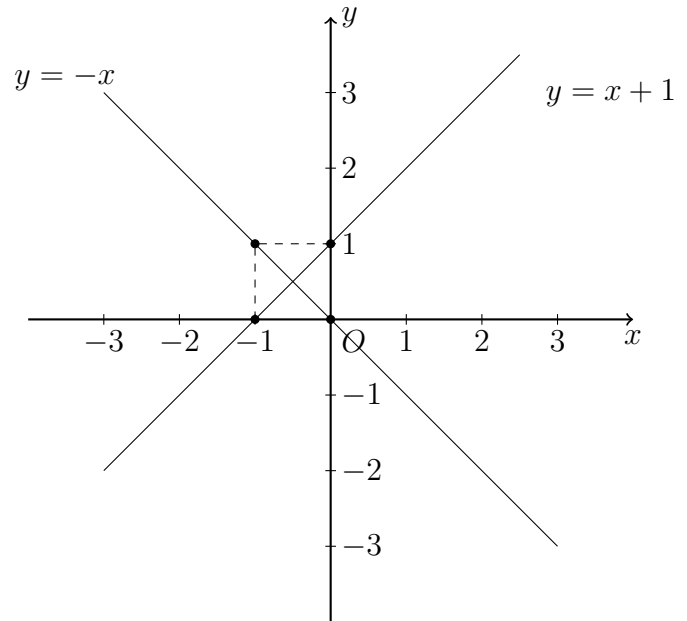
Lời giải.

Bảng giá trị của hàm số $y = x + 1$

x	0	-1
y	1	0

Bảng giá trị của hàm số $y = -x$

x	0	-1
y	0	1



□

Bài 4. Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - \sqrt{5})x - 1$.

a) Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

a) Tính giá trị của y khi $x = 1 + \sqrt{5}$.

b) Tính giá trị của x khi $y = \sqrt{5}$.

Lời giải.

a) Hàm số trên là nghịch biến trên \mathbb{R} vì $a = 1 - \sqrt{5} < 0$.

a) Khi $x = 1 + \sqrt{5}$ thì $y = (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) - 1 = -5$.

b) Khi $y = \sqrt{5}$ thì $\sqrt{5} = (1 - \sqrt{5})x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5} + 1}{1 - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{1 - 5} = -\frac{2\sqrt{5} + 6}{4} = -\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$.

□

Bài 5. Tìm m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

a) $y = mx - x + 3$.

b) $y = (m^2 - 1)x - 2014$.

Lời giải.

a) $y = mx - x + 3 \Leftrightarrow y = (m - 1)x + 3$.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

b) $y = (m^2 - 1)x - 2014$.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$. □

Bài 6. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1, 2)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$ đi qua điểm $A(1, 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ 2 = (m - 1) \cdot 1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m \neq 1 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0. \quad \square$$

Bài 7. Cho đường thẳng $y = (m + 1)x - 2m$, ($m \neq 1$). Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -1)$ khi và chỉ khi $-1 = (m + 1) \cdot 3 - 2m \Leftrightarrow m = -4$ (nhận).
 Vậy $m = -4$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -1)$. □

Bài 8. Cho hàm số bậc nhất $y = mx + x + m$. Tìm giá trị của m để hàm số

- a) Đồng biến.
- b) Nghịch biến.

Lời giải.

Hàm số bậc nhất $y = mx + x + m$ được viết lại là $y = (m + 1)x + m$.

- a) Hàm số bậc nhất đồng biến khi và chỉ khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.
- b) Hàm số bậc nhất nghịch biến khi và chỉ khi $m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

□

5 Các bài toán nâng cao

Bài 9. Cho hàm số $y = (a - 1)x + a$.

- a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1; 1)$ với mọi giá trị của a .
- b) Xác định a để đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Lời giải.

a) Hàm số $y = (a - 1)x + a \Leftrightarrow y + x - (x + 1)a = 0$ (*).

Phương trình (*) luôn luôn đúng khi và chỉ khi $\begin{cases} y + x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1. \end{cases}$

Vậy đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1; 1)$ với mọi giá trị của a .

b) Xác định a để đường thẳng đi qua gốc tọa độ. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0, 0)$ khi và chỉ khi $0 = (a - 1) \cdot 0 + a \Leftrightarrow a = 0$.

Vậy $a = 0$ thì đường thẳng đi qua gốc tọa độ.



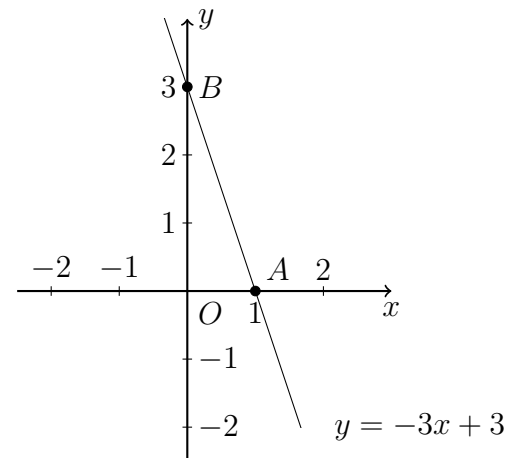
Bài 10. Cho hàm số $y = (2a - 1)x - a + 2$.

- a) Xác định a để hàm số là hàm số bậc nhất.
- b) Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
- c) Vẽ đồ thị.
- d) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đó.

Lời giải.

- a) Xác định a để hàm số là hàm số bậc nhất.
Để hàm số bậc nhất khi và chỉ khi $2a - 1 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \frac{1}{2}$.
- b) Hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1, nghĩa là đồ thị đi qua điểm $(1, 0)$, khi đó ta có $0 = (2a - 1)1 - a + 2 \Leftrightarrow a = -1$.
Hàm số bậc nhất được viết lại là $y = -3x + 3$.
- c) Vẽ đồ thị.

x	0	1
y	3	0



- d) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đó.
Xét diện tích tam giác OAB ta có
$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}d\{O, AB\} \cdot AB \Leftrightarrow d\{O, AB\} = \frac{OA \cdot OB}{AB}.$$

Ta có $O(0, 0)$; $A(1, 0)$; $B(0, 3)$ nên $OA = 1$; $OB = 3$; $AB = \sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{10}$.
Khi đó $d\{O, AB\} = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{1 \cdot 3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.



Bài 11. a) Trên hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số $y = 2x + 2$ và $y = 2x$.

- b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị đó. Tìm tọa độ của A .
- c) Qua điểm $(0, 2)$ vẽ đường thẳng song song với trục hoành, cắt hai đường thẳng tại hai điểm B, C . Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

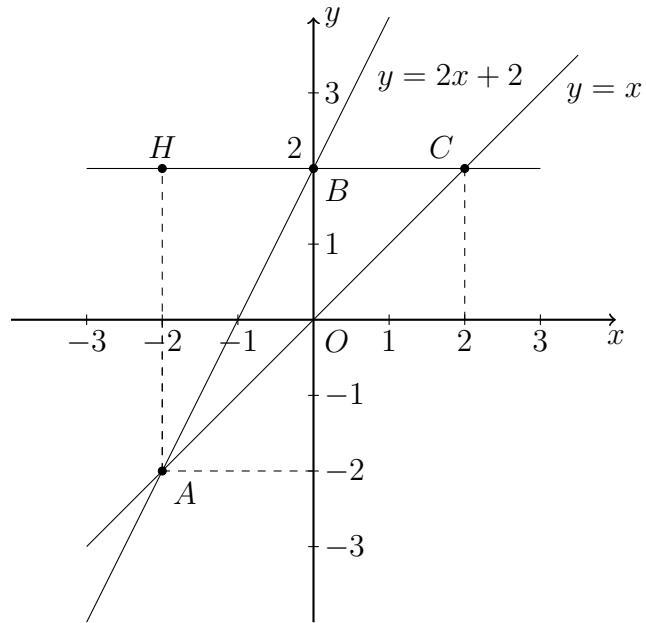
a) Trên hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số $y = 2x + 2$ và $y = 2x$.

Bảng giá trị hàm số $y = 2x + 2$

x	0	-1
y	2	0

Bảng giá trị hàm số $y = x$

x	0	1
y	0	1



b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị đó. Tìm tọa độ của A .
 Dựa vào đồ thị ta có giao điểm A có tọa độ $A(-2, -2)$.

c) Qua điểm $(0, 2)$ vẽ đường thẳng song song với trục hoành, cắt hai đường thẳng tại hai điểm B, C .
 Tọa độ hai giao điểm là $B(0, 2)$ và $C(2, 2)$. Khi đó $BC = 2$.
 Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AH = 4$.
 Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ (đvdt).

□

Bài 12. Tìm m để hàm số là hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x^2 + (m + 1)x - 1$.

Lời giải.

Điều kiện để là hàm số bậc nhất là $\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Rightarrow m = 1$.

Vậy $m = 1$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất có dạng $y = 2x - 1$.

□

§2 Đồ thị hàm số bậc nhất

1 Tóm tắt lý thuyết

Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

- ☑ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .
- ☑ Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.


Hàm số $y = ax$ là trường hợp đặc biệt của đồ thị hàm số $y = ax + b$ khi $b = 0$.

2 Các dạng toán

Dạng 38. Điểm thuộc đường thẳng, điểm không thuộc đường thẳng

Để biết điểm có thuộc đường thẳng hay không ta thay trực tiếp điểm vào phương trình đường thẳng.

BÀI TẬP MẪU


 **Ví dụ 1.** Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: y = 2x + 3$.

- | | |
|----------------|---------------------------|
| a) $A(0; 3)$. | b) $B(-\frac{3}{2}; 0)$. |
| c) $C(1; 2)$. | d) $D(-1; 1)$. |

Lời giải.

1. Thay tọa độ điểm $A(0; 3)$ vào đường thẳng d ta có $3 = 2 \cdot 0 + 3$ nên $A \in d$.
2. Thay tọa độ điểm $B(-\frac{3}{2}; 0)$ vào đường thẳng d ta có $0 = 2 \left(-\frac{3}{2}\right) + 3$ nên $B \in d$.
3. Thay tọa độ điểm $C(1; 2)$ vào đường thẳng d ta có $2 \neq 2 \cdot 1 + 3$ nên $C \notin d$.
4. Thay tọa độ điểm $D(-1; 1)$ vào đường thẳng d ta có $1 = 2 \cdot (-1) + 3$ nên $D \in d$.

□

 **Ví dụ 2.** Cho các điểm $A(0; -5)$, $B(1; -2)$, $C(2; 1)$, $D(2,5; 2,5)$, $M(x; 14)$, $N(-5; 20)$, $P(7; -16)$.

1. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

2. Tìm x để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

 **Lời giải.**

1. Gọi $d: y = ax + b$ là đường thẳng đi qua hai điểm A, B suy ra

$$\begin{cases} -5 = b \\ -2 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng d có phương trình là $d: y = 3x - 5$. Ta thấy $1 = 2 \cdot 3 - 5$ nên $C \in d$.

Mà $2,5 = 2 \cdot 2,5 - 5$ nên $D \in d$.

Vậy 4 điểm A, B, C, D đều thuộc đường thẳng d nên chúng thẳng hàng.


2. Gọi $\Delta: y = ax + b$ là đường thẳng đi qua hai điểm N, P suy ra

$$\begin{cases} 20 = -5a + b \\ -16 = 7a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 = -12a \\ -16 = 7a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 5. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng Δ có phương trình là $\Delta: y = -3x + 5$.

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi và chỉ khi $M \in \Delta \Leftrightarrow 14 = (-3) \cdot x + 5 \Leftrightarrow x = -3$.

Vậy $x = -3$ thì ba điểm M, N, P thẳng hàng. □

 **Ví dụ 3.** Tìm điểm cố định mà mỗi đường thẳng sau đây luôn đi qua với mọi giá trị của m .

1. $y = (m - 2)x + 3$.

2. $y = mx + (m + 2)$.

 **Lời giải.**

1. Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm cố định thuộc đồ thị hàm số, khi đó

$$\begin{aligned} y_0 = (m - 2)x_0 + 3 \text{ với mọi } m &\Leftrightarrow mx_0 - 2x_0 - y_0 + 3 = 0 \text{ với } \forall m \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ -2x_0 - y_0 + 3 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định của đồ thị hàm số là $A(0; 3)$.

2. Gọi $B(x_0; y_0)$ là điểm cố định thuộc đồ thị hàm số, khi đó

$$\begin{aligned} y_0 = mx_0 + m + 2 \text{ với } \forall m &\Leftrightarrow m(x_0 + 1) + 2 - y_0 = 0 \text{ với } \forall m \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ 2 - y_0 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định của đồ thị hàm số là $B(-1; 2)$.

Dạng 39. Xác định đường thẳng thỏa mãn tính chất nào đó

- Để viết phương trình đường thẳng qua hai điểm ta gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$ rồi thay lần lượt các điểm vào đường thẳng để tìm a, b .
- Ta thay điểm vào đường thẳng để tìm giá trị của tham số.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 2m$.

1. Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
2. Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .

Lời giải.

1. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 thì

$$2 = (m - 1) \cdot 0 + 2m \Leftrightarrow m = 1.$$

Đường thẳng cần tìm là $y = 2$.

2. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 thì

$$0 = (m - 1) \cdot (-3) + 2m \Leftrightarrow m = 3.$$

Đường thẳng cần tìm là $y = 2x + 6$.

Ví dụ 2. Xác định đường thẳng đi qua hai điểm A và B biết

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| a) $A(-2; 0), B(0; 1)$. | b) $C(1; 4), D(3; 0)$. |
| c) $E(-2; 2), F(1; 5)$. | d) $G(2; -33), H(-1; 18)$. |

Lời giải.

1. Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 0)$ và $B(0; 1)$ nên
$$\begin{cases} 0 = -2a + b \\ 1 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + 1$.

2. Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng đi qua hai điểm $C(1; 4), D(3; 0)$ nên
$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 6. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = -2x + 6$.

3. Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng đi qua hai điểm $E(-2; 2), F(1; 5)$ nên

$$\begin{cases} 2 = -2a + b \\ 5 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -2a + b \\ 10 = 2a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 = 3b \\ 2 = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = x + 4$.

4. Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng đi qua hai điểm $G(2; -33)$, $H(-1; 18)$ nên

$$\begin{cases} -33 = 2a + b \\ 18 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -33 = 2a + b \\ 36 = -2a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 3 \\ a = b - 18 \end{cases} \begin{cases} b = 1 \\ a = -17. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = -17x + 1$.

□

Ví dụ 3. Cho ba đường thẳng $(d_1): y = x - 2$, $(d_2): y = 2x - 1$ và $(d_3): y = (m - 1)x + 2m$. Tìm m để ba đường thẳng đồng quy.

Lời giải.

Giao điểm M của đường thẳng (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = x - 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3. \end{cases}$$

Tọa độ điểm $M(-1; -3)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì đường thẳng (d_3) phải đi qua giao điểm M của (d_1) và (d_2) , khi đó

$$-3 = (m - 1) \cdot (-1) + 2m \Leftrightarrow -3 = 1 - m + 2m \Leftrightarrow m = -4.$$

Vậy với $m = -4$ thì ba đường thẳng đồng quy.

□

Dạng 40. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, đồ thị hàm trị tuyệt đối

- Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$.

☑ Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $A(1; a)$.

☑ Xét trường hợp $y = ax + b$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$.

Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = ax + b$ là một đường thẳng. Do đó, để vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$, ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt nào đó thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó. Thường lấy hai điểm thuộc các trục tọa độ.

- Để vẽ đồ thị hàm trị tuyệt đối ta cần phá dấu trị tuyệt đối rồi vẽ từng đồ thị một.

BÀI TẬP MẪU

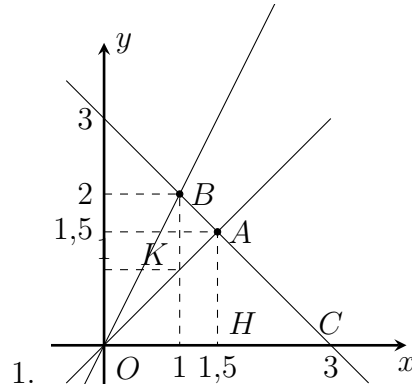
Ví dụ 1. Cho các đồ thị hàm số sau

$$(d_1): y = x \quad (d_2): y = 2x, \quad (d_3): y = -x + 3.$$

1. Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy đồ thị trên.

2. Đường thẳng (d_3) cắt các đường thẳng (d_1) , (d_2) theo thứ tự tại A , B . Tìm tọa độ của các điểm A , B và tính diện tích tam giác OAB .

 **Lời giải.**




2. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = x \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$. Vậy $A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.
 Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 2x \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$. Vậy $B(1; 2)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox , Xét tam giác OAC có $AH = \frac{1}{2}OC$, suy ra $\triangle OAC$ vuông tại A .

Ta có $OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, $AB = \sqrt{AK^2 + KB^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích tam giác OAB là $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{4}$.

□

 **Ví dụ 2.** Vẽ đồ thị của các hàm số

1. $y = |x| - 1$.

2. $y = |x + 1| + |x - 1|$.

 **Lời giải.**

1.

Ta có: $y = \begin{cases} x - 1 & \text{nếu } x \geq 0, \\ -x - 1 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$

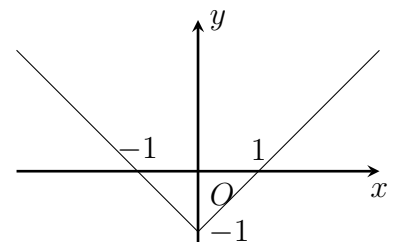
Vẽ đường thẳng $y = -x - 1$. Cho $x = 0$, ta được $y = -1$.

Cho $y = 0$ ta được $x = -1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$. Cho $x = 0$, ta được $y = -1$.

Cho $y = 0$ ta được $x = 1$.

Từ đó vẽ được đồ thị hàm $y = |x| - 1$ như hình vẽ bên.



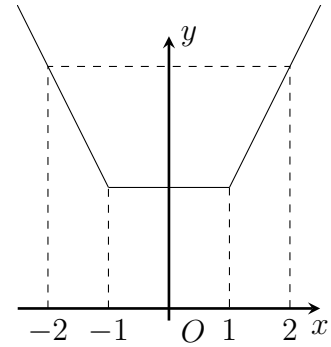
2.

Ta có: $y = \begin{cases} -2x & \text{nếu } x < 1, \\ 2 & \text{nếu } -1 \leq x \leq 1, \\ 2x & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$

Vẽ đồ thị đường thẳng $y = -2x$. Cho $x = -1$, ta được $y = 2$, cho $x = -2$, ta được $y = 4$.

Vẽ đồ thị đường thẳng $y = 2x$. Cho $x = 1$, ta được $y = 2$. Cho $x = 2$, ta được $y = 4$.

Từ đó ta vẽ được đồ thị hàm số $y = |x + 1| + |x - 1|$ như hình vẽ bên.



□

3 Luyện tập

Bài 1. Cho hàm số bậc nhất $y = (a - 1)x + 2a - 3$. Tìm a biết đồ thị hàm số đi qua điểm

1. $A(1; 2)$.
2. $B(-1; -3)$.

Lời giải.

1. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 2)$ nên $2 = (a - 1) + 2a - 3 \Leftrightarrow 3a = 6 \Leftrightarrow a = 2$.
2. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $B(-1; -3)$ nên $-3 = -(a - 1) + 2a - 3 \Leftrightarrow a = -1$.

□

Bài 2. Cho đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3 - 2m$.

1. Tìm m để hàm số là hàm nghịch biến.
2. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.
3. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -2$.

Lời giải.

1. Hàm số nghịch biến khi $2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$.
2. Ta có $0 = (2m + 1) \cdot 2 + 3 - 2m \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$.
3. Ta có $-2 = (2m + 1) \cdot 0 + 3 - 2m \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$.

□

Bài 3. Tìm điểm cố định của các đồ thị hàm số sau

1. $(d_1): y = (m - 1)x + 2m - 3$.
2. $(d_2): y = (2m + 1)x + 3 - 2m$.

Lời giải.

Bài 6. Cho đường thẳng $y = mx + m - 1$ (m là tham số). (1)

1. Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
2. Tính giá trị của m để đường thẳng (1) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Lời giải.

1. Điều kiện để đường thẳng (1) đi qua điểm cố định $N(x_0; y_0)$ với mọi m là

$$y_0 = mx_0 + m - 1 \text{ với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow (x_0 + 1)m - (y_0 + 1) = 0 \text{ với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng (1) đi qua điểm cố định $N(-1; -1)$.

2. Để đường thẳng $y = mx + m - 1$ cắt các trục tạo thành tam giác thì $m \neq 0$.
Gọi A là giao điểm của đường thẳng (1) với trục tung. Với $x = 0$ thì $y = m - 1$, do đó $OA = |m - 1|$.

Gọi B là giao điểm của đường thẳng (1) với trục hoành. Với $y = 0$ thì $x = \frac{1 - m}{m}$ nên $OB = \left| \frac{1 - m}{m} \right|$.

$$S_{AOB} = 2 \Leftrightarrow \frac{OA \cdot OB}{2} = 2 \Leftrightarrow OA \cdot OB = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m - 1)^2}{|m|} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 = 4m & (2) \\ m^2 - 2m + 1 = -4m & (3) \end{cases}$$

Giải (2) ta có $m^2 - 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m - 3)^2 = 8 \Leftrightarrow m = 3 \pm 2\sqrt{2}$.

Giải (3) ta có $m^2 + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Có ba đường thẳng đi qua N tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2:

Với $m = 3 + 2\sqrt{2}$, ta có đường thẳng $y = (3 + 2\sqrt{2})x + (2 + 2\sqrt{2})$.

Với $m = 3 - 2\sqrt{2}$, ta có đường thẳng $y = (3 - 2\sqrt{2})x + (2 - 2\sqrt{2})$.

Với $m = -1$, ta có đường thẳng $y = -x - 2$.

□

Bài 7. Vẽ đồ thị của các hàm số

1. $y = 2x - 5$.
2. $y = -3x + 6$.

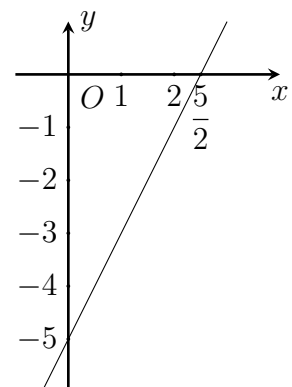
Lời giải.

1.

Cho $x = 0$, được $y = -5$, ta có $A(0; -5)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = 2x - 5$.

Cho $y = 0$, được $x = \frac{5}{2}$, ta có $B(\frac{5}{2}; 0)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = 2x - 5$.

Vẽ đường thẳng qua hai điểm $A(0; -5)$, $B(\frac{5}{2}; 0)$ được đồ thị của hàm số như hình vẽ bên.

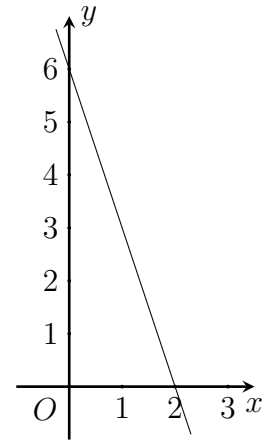


2.

Cho $x = 0$, được $y = 6$, ta có $A(0; 6)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = -3x + 6$.

Cho $y = 0$, được $x = 2$, ta có $B(2; 0)$ là điểm nằm trên đường thẳng $y = -3x + 6$.

Vẽ đường thẳng qua hai điểm $A(0; 6)$, $B(2; 0)$ được đồ thị của hàm số như hình vẽ bên.



□

Bài 8. Vẽ đồ thị của các hàm số

1. $y = |2x + 3|$.

2. $y = |x| + |2x - 2|$.

Lời giải.

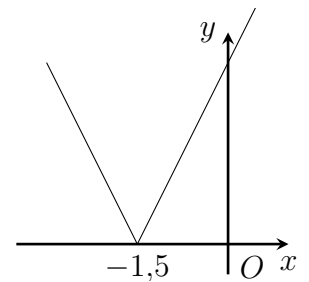
1.

Ta có: $y = \begin{cases} -2x - 3 & \text{nếu } x < -\frac{3}{2}, \\ 2x + 3 & \text{nếu } x \geq -\frac{3}{2}. \end{cases}$

Vẽ đồ thị đường thẳng $y = -2x - 3$. Cho $x = -3$, ta được $y = 3$, cho $x = -\frac{3}{2}$, ta được $y = 0$.

Vẽ đồ thị đường thẳng $y = 2x + 3$. Cho $x = 0$, ta được $y = 3$. Cho $x = -\frac{3}{2}$, ta được $y = 0$.

Từ đó ta vẽ được đồ thị hàm số $y = |2x + 3|$ như hình vẽ bên.



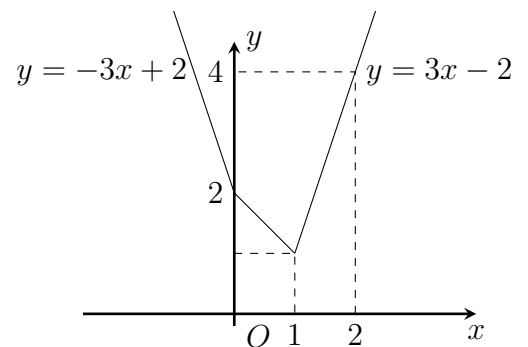
2.

Ta có: $y = \begin{cases} -3x + 2 & \text{nếu } x < 0, \\ 2 - x & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, \\ 3x - 2 & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$

Vẽ đồ thị hàm số $y = -3x + 2$. Cho $x = -1$, ta được $y = 5$. Cho $x = 0$, ta được $y = 2$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = 2 - x$. Cho $x = 0$, ta được $y = 2$. Cho $x = 1$, ta được $y = 1$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x - 2$. Cho $x = 1$, ta được $y = 1$. Cho $x = 2$, ta được $y = 4$.



□

Bài 9. Cho đường thẳng $y = (m - 2)x + 2$ (d)

1. Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
2. Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d bằng 1.
3. Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d có giá trị lớn nhất.

Lời giải.

1. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định thuộc đồ thị hàm số, khi đó

$$\begin{aligned}
 y_0 &= (m - 2)x_0 + 2 \text{ với } \forall m \Leftrightarrow mx_0 - 2x_0 - y_0 + 2 = 0 \text{ với } \forall m \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ -2x_0 - y_0 + 2 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định của đồ thị hàm số là $M(0; 2)$.

2. Gọi A, B theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng d với trục hoành và trục tung.

Cho $x = 0$, ta được $y = 2$. Tọa độ điểm $B(0; 2) \Rightarrow OB = 2$. Cho $y = 0$, ta được $x = \frac{2}{2 - m}$.

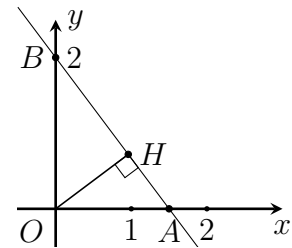
Tọa độ điểm $A(\frac{2}{2 - m}; 0) \Rightarrow OA = \frac{2}{|2 - m|}$.

Gọi OH là khoảng cách từ O đến AB ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{(2 - m)^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{m^2 - 4m + 5}{4}.$$

Mặt khác

$$\begin{aligned}
 OH = 1 &\Leftrightarrow m^2 - 4m + 5 = 4 \\
 &\Leftrightarrow (m - 2)^2 = 3 \Leftrightarrow m - 2 = \pm\sqrt{3} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{3} \\ m = 2 + \sqrt{3}. \end{cases}
 \end{aligned}$$



Tương ứng với hai giá trị trên của M là hai đường thẳng $y = -\sqrt{3}x + 2$ và $y = \sqrt{3}x + 2$.

3. OH lớn nhất $\Leftrightarrow m^2 - 4m + 5$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow m = 2$. Khi đó đường thẳng là $y = 2$ và $OH = 2$. □

4 Các bài toán nâng cao

Bài 10. Chứng minh rằng nếu một đường thẳng không đi qua gốc tọa độ, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $a(a \neq 0)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $b(b \neq 0)$ thì đường thẳng đó có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần xác định là $y = mx + n$.

Đường thẳng đi qua điểm $(0; b)$ nên $b = m \cdot 0 + n \Rightarrow n = b$.

Đường thẳng $y = mx + b$ đi qua điểm $(a; 0)$ nên $0 = m \cdot a + b \Rightarrow m = -\frac{b}{a}$ (chú ý rằng $a \neq 0$).

Đường thẳng cần xác định có phương trình là $y = -\frac{b}{a}x + b$ hay $\frac{y}{b} = -\frac{x}{a} + 1$ tức $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. □

⇒ **Bài 11.** Xác định đường thẳng đi qua $A(4; 3)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

✍ **Lời giải.**

Giả sử đường thẳng phải tìm cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng a , cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b thì đường thẳng có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (xem bài trên).

Điểm $A(4; 3)$ thuộc đường thẳng nên $\frac{4}{a} + \frac{3}{b} = 1$. Do đó $b = \frac{3a}{a-4} = 3 + \frac{12}{a-4}$.

Do a là số nguyên tố nên $a \geq 2, a - 4 \geq -2$.

Lần lượt cho $a - 4$ nhận các giá trị $-2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 12$ với chú ý rằng a là số nguyên tố và

$b > 0$, ta được $\begin{cases} a = 5 \\ b = 15 \end{cases}$ và $\begin{cases} a = 7 \\ b = 7. \end{cases}$

Ta tìm được hai đường thẳng $\frac{x}{5} + \frac{y}{15} = 1$ (hay $y = -3x + 15$) và $\frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1$ (hay $y = -x + 7$). □

⇒ **Bài 12.** Cho các điểm $A(6; 0), B(0; 4)$. Một điểm M di chuyển trên đoạn thẳng AB . Gọi C, D theo thứ tự là hình chiếu của M trên OA, OB . Gọi N là điểm thuộc đoạn thẳng CD sao cho $DN = 2NC$. Chứng minh rằng điểm N nằm trên một đường thẳng.

✍ **Lời giải.**

Đường thẳng đi qua A, B là $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

Tọa độ điểm M là $(x; y)$ thì $y = -\frac{2}{3}x + 4$. (1)

Gọi hình chiếu của N trên Ox, Oy theo thứ tự là H, K . Ta có

$$NK = \frac{2}{3}OC = \frac{2}{3}MD = \frac{2}{3}x,$$

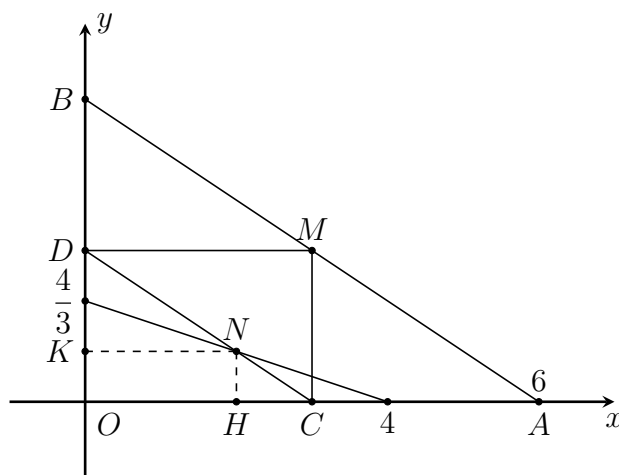
$$NH = \frac{1}{3}OD = \frac{1}{3}MC = \frac{1}{3}y.$$

Gọi tọa độ điểm N là $(x'; y')$ thì

$$x' = \frac{2}{3}x; y' = \frac{1}{3}y.$$

Thay vào (1) ta được $3y' = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}x' + 4$ hay $y' = -\frac{1}{3}x' + \frac{4}{3}$.

Vậy điểm N di chuyển trên đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ (phần đường thẳng nằm trong góc phần tư thứ I). □



⇒ **Bài 13.** Cho các điểm $A(7; 2), B(2; 8), C(8; 4)$. Xác định đường thẳng d đi qua A sao cho các điểm B, C nằm về hai phía của d và cách đều d .

✍ **Lời giải.**

Gọi đường thẳng d phải tìm là $y = ax + b$. Điểm A thuộc d nên

$$2 = 7a + b \tag{1}$$

Đường thẳng qua B và song song với trục hoành cắt d tại M , đường thẳng qua C và song song với trục hoành cắt d tại N . Gọi BH, CK lần lượt là hình chiếu vuông góc kẻ từ B, C đến d .

Ta có $BH = CK \Leftrightarrow BM = CN$.

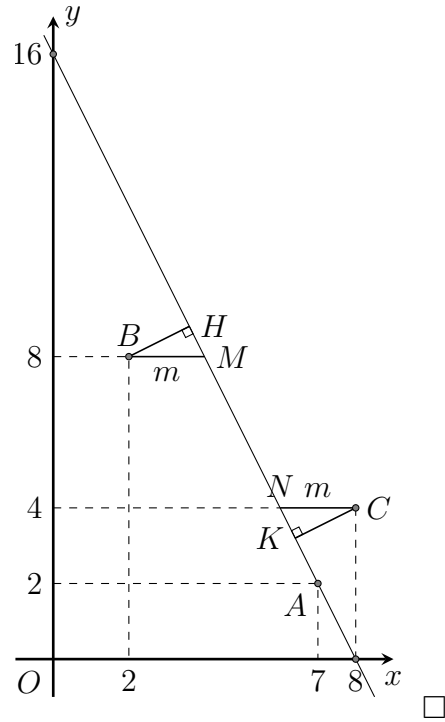
Đặt $BM = CN = m$. Tọa độ $M(2 + m; 8), N(8 - m; 4)$.

$$M \in d \text{ nên } 8 = a(2 + m) + b \tag{2}$$

$$N \in d \text{ nên } 4 = a(8 - m) + b \tag{3}$$

Từ (1), (2), (3) ta tìm được $a = -2, b = 16, m = 2$.

Đường thẳng phải tìm là $y = -2x + 16$.



§3 Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

1 Tóm tắt lý thuyết

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$)

1. cắt nhau khi và chỉ khi $a \neq a'$.
2. song song với nhau khi và chỉ khi $a = a'$ và $b \neq b'$.
3. trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'$ và $b = b'$.

Đặc biệt: Người ta đã chứng minh được rằng nếu $a \cdot a' = -1$ thì hai đường thẳng vuông góc với nhau.


2 Các dạng toán

Dạng 41. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $d_1: y = ax + b$ và $d_2: y = a'x + b'$

1. Nếu $a \neq a'$ thì d_1 cắt d_2 .
2. Nếu $a = a'$ và $b \neq b'$ thì $d_1 \parallel d_2$.
3. Nếu $a = a'$ và $b = b'$ thì $d_1 \equiv d_2$.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Xét vị trí tương đối của hai trong bốn đường thẳng sau

$$(d_1): y = -\sqrt{3}x + 1;$$

$$(d_2): y = \sqrt{3}x + 2;$$

$$(d_3): y = -\sqrt{3}x + 2;$$

$$(d_4): y = \sqrt{3}x + 2.$$

Lời giải.

Ta thấy

$d_2 \equiv d_4$ vì $a = a' = \sqrt{3}$ và $b = b' = 2$;

$d_1 \parallel d_3$ vì $a = a' = -\sqrt{3}$ và $b = 1 \neq b' = 2$;

d_1 cắt d_2 vì $a = -\sqrt{3} \neq a' = \sqrt{3}$, đương nhiên d_1 cũng cắt d_4 . Cũng từ đó suy ra d_3 cắt d_2 và d_4 .

□

Ví dụ 2. Hai đường thẳng nào sau đây là cắt nhau? Chúng có vuông góc không?

$$(d_1): y = -2x + 1;$$

$$(d_2): y = -x + 2;$$

$$(d_3): y = x - 1.$$

Lời giải.

Ta có

✓ d_1 cắt d_2 vì $a = -2 \neq a' = -1$. Tuy nhiên $a \cdot a' = 2 \neq -1$ nên chúng không vuông góc;

✓ d_2 cắt d_3 vì $a = -1 \neq a' = 1$. Mặt khác $a \cdot a' = -1$ nên chúng vuông góc;

✓ d_1 cắt d_3 vì $a = -2 \neq a' = 1$, nhưng không vuông góc vì $a \cdot a' \neq -1$.

□

Dạng 42. Xác định giao điểm của hai đường thẳng

Để tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ ta xét hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình $ax + b = a'x + b'$ ta tìm được x , rồi thay vào một trong hai phương trình tìm y và suy ra giao điểm.

Chú ý:

Để tìm giao điểm của đồ thị với Ox : cho $y = 0$ suy ra x .

Để tìm giao điểm của đồ thị với Oy : cho $x = 0$ suy ra y .

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x - 1$ và $y = x + 5$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình

$$3x - 1 = x + 5 \Leftrightarrow x = 3 \text{ suy ra } y = 8 \text{ (bằng cách thay } x = 3 \text{ vào } y = 3x - 1 \text{ hoặc } y = x + 5).$$

Vậy hai đường thẳng cắt nhau tại $A(3; 8)$.

□

Ví dụ 2. Tìm giao điểm của đồ thị $y = 2x - 4$ với Ox và Oy .

Lời giải.

Đồ thị giao Ox : $y = 0$ suy ra $2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy đồ thị cắt Ox tại $A(2; 0)$.

Đồ thị giao Oy : $x = 0$ suy ra $y = -4$. Vậy đồ thị cắt Oy tại $B(0; -4)$.

□

Ví dụ 3. Tìm m biết đường thẳng $y = (2m - 1)x - 2m + 2$

1. cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3;
2. cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 .

Lời giải.

1. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 nên đồ thị đi qua $A(3; 0)$. Thay $x = 3, y = 0$ vào phương trình của đồ thị ta được

$$0 = (2m - 1) \cdot 3 - 2m + 2 \Leftrightarrow 6m - 3 - 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

2. Tương tự. Thay $x = 0, y = -1$ vào phương trình của đồ thị ta được
 $-1 = (2m - 1) \cdot 0 - 2m + 2 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

□

Dạng 43. Xác định hàm số thỏa mãn điều kiện cho trước

Căn cứ vào giả thiết để xác định hệ số a, b rồi từ đó suy ra phương trình của đường thẳng $y = ax + b$.

Một số trường hợp phổ biến cần lưu ý:

- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau thì $a \neq a'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song thì $a = a'$ và $b \neq b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ trùng nhau thì $a = a'$ và $b = b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ vuông góc thì $a \cdot a' = -1$;
- ☑ Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ thì ta luôn có phương trình $y_0 = a \cdot x_0 + b$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng x_0 thì ta luôn có $ax_0 + b = a'x_0 + b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng y_0 thì thường thay y_0 vào một trong hai đường thẳng để tìm x_0 và thay x_0 và y_0 vào đường thẳng còn lại để tìm yếu tố yêu cầu.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Xác định hệ số a của đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ trong mỗi trường hợp sau:

1. Đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$;
2. Đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

1. Rõ ràng ta thấy $b = \sqrt{2} \neq b' = 1$. Mặt khác vì đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ nên ta có $a = -\frac{1}{2}$.
 Vậy $a = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.
2. Vì đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng $x = \sqrt{2}$ nên ta có $y = 2\sqrt{2} + 1$. Tọa độ giao điểm là $A(\sqrt{2}; 2\sqrt{2} + 1)$.
 Đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ đi qua điểm $A(\sqrt{2}; 2\sqrt{2} + 1)$ nên ta có phương trình
 $a\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 1 \Rightarrow a = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

□

Ví dụ 2. Xác định hàm số có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $(2; -3)$ và

1. song song với đường thẳng $y = 5x + 1$;

2. cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 5.

 **Lời giải.**

Giả sử đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $(2; -3)$ nên ta có $2a + b = -3$ (1).

1. Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 5x + 1$ nên ta có $a = 5$, thay vào (1) suy ra $b = -13$.


Vậy đường thẳng cần tìm là $y = 5x - 13$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2. Vì đường thẳng $y = ax + b$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ $y = 5$ nên hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $5 = 2x - 1 \Rightarrow x = 3$. Tọa độ giao điểm là $A(3; 5)$.

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(3; 5)$ nên ta có phương trình

$3a + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 3a$, thay vào (1) suy ra $a = 8 \Rightarrow b = 5 - 3 \cdot 8 = -19$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = 8x - 19$ thỏa yêu cầu bài toán. □


 **Ví dụ 3.** Xác định hàm số biết đồ thị của nó là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ và cắt đường thẳng $y = 3x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

 **Lời giải.**

Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên phương trình có dạng $y = 2x + b$ (1).

Mặt khác hoành độ giao điểm của nó với đường thẳng $y = 3x + 2$ là $x = 1$ nên tung độ giao điểm là $y = 3 \cdot 1 + 2 = 5$, hay đường thẳng $y = 2x + b$ đi qua điểm $A(1; 5)$ nên từ (1) ta có $5 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 3$.

Vậy đồ thị hàm số cần tìm là đường thẳng có phương trình $y = 2x + 3$. □

 **Dạng 44. Xác định giá trị của tham số m để đường thẳng $y = ax + b$ thỏa mãn điều kiện cho trước**

Sử dụng kiến thức cần nhớ, thiết lập mối liên hệ thông qua điều kiện cho trước để tìm tham số m .

   **BÀI TẬP MẪU**   

 **Ví dụ 1.** Cho hai hàm số với biến x

$y = (m + 1)x - (2m + 1)$ và $y = (2m - 1)x + 3m$.

Tìm giá trị của m sao cho đồ thị của các hàm số đó là

1. hai đường thẳng cắt nhau;
2. hai đường thẳng song song;
3. hai đường thẳng trùng nhau.

 **Lời giải.**

1. Hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi thỏa mãn các điều kiện sau

$$\begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ 2m - 1 \neq 0 \\ m + 1 \neq 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Vậy với $m \neq -1$, $m \neq \frac{1}{2}$ và $m \neq 2$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

2. Hai đường thẳng song song khi thỏa mãn các điều kiện sau

$$\begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ 2m - 1 \neq 0 \\ m + 1 = 2m - 1 \\ -(2m + 1) \neq 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m = 2 \\ m \neq -\frac{1}{5}. \end{cases}$$

Vì giá trị $m = 2$ đều khác các giá trị -1 , $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{5}$ nên $m = 2$ là giá trị cần tìm.

3. Hai đường thẳng trùng nhau khi $\begin{cases} m + 1 = 2m - 1 \\ -(2m + 1) = 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{1}{5} \end{cases}$ (vô lý).

Vậy không có giá trị nào của m để hai đường thẳng trùng nhau. Nói cách khác hai đường thẳng trên không bao giờ trùng nhau. □

Ví dụ 2. Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau

Lời giải.

Điều kiện để hai đường thẳng song song là

$$\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m + 2 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm. □

Ví dụ 3. Tìm giá trị của tham số k để đường thẳng $(d_1): y = -x + 2$ cắt đường thẳng $(d_2): y = 2x + 3 - k$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

Lời giải.

Ta thấy hai đường thẳng $(d_1); (d_2)$ luôn cắt nhau.

☑ Đường thẳng (d_1) cắt trục hoành tại điểm $A(2; 0)$;

☑ Đường thẳng (d_2) cắt trục hoành tại điểm $B\left(\frac{k-3}{2}; 0\right)$.

Để hai đường thẳng $(d_1); (d_2)$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì $\frac{k-3}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 7$. □

Ví dụ 4. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): mx + y = 1$ và $(d_2): x - my = m + 6$ cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng $(d): x + 2y = 8$.

Lời giải.

Để hai đường thẳng (d_1) , (d_2) cắt nhau thì $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{-m} \Rightarrow m^2 \neq -1$ luôn thỏa mãn với mọi m .

$$(d): x + 2y = 8 \Rightarrow x = 8 - 2y \quad (1);$$

$$(d_1): mx + y = 1 \Rightarrow m = \frac{1-y}{x};$$

$$(d_2): x - my = m + 6 \Rightarrow m = \frac{x-6}{1+y} \quad (2).$$

$$\text{Do đó } \frac{1-y}{x} = \frac{x-6}{1+y} \Rightarrow 1-y^2 = x^2 - 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 - 1 = 0 \quad (3).$$

Thay (1) vào (3) ta được tung độ giao điểm M là nghiệm phương trình

$$(8-2y)^2 - 6(8-2y) + y^2 = 1 \Leftrightarrow 5y^2 - 20y + 15 = 0 \Rightarrow y_1 = 1 \text{ hoặc } y_2 = 6.$$

✓ Với $y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 6$ thay $(6; 1)$ vào (2) ta được $m = 0$ (thỏa mãn).

✓ Với $y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$ thay $(2; 3)$ vào (2) ta được $m = -1$ (thỏa mãn)

Vậy với $m = 0$ hoặc $m = -1$ thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng (d) . \square

3 Luyện tập

Bài 1. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau

a) $y = 2x + 1$ và $y = 3x + 2$;

b) $y = 5x + 1$ và $y = 5x + 2$;

Lời giải.

1. $y = 2x + 1$ và $y = 3x + 2$ cắt nhau vì $a = 2 \neq a' = 3$;

2. $y = 5x + 1$ và $y = 5x + 2$ song song với nhau vì $a = a' = 5$ và $b = 1 \neq b' = 2$.

 \square

Bài 2. Tìm giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với

1. đường thẳng $y = 3x + 1$;

2. trục Ox ;

3. trục Oy .

Lời giải.

1. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với đường thẳng $y = 3x + 1$ là

$$2x + 3 = 3x + 1 \Leftrightarrow x = 2. \text{ Thay } x = 2 \text{ vào một trong hai phương trình của hai đường thẳng suy ra } y = 7.$$

Vậy giao điểm của hai đường thẳng là điểm $A(2; 7)$.

2. Vì giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với trục Ox nằm trên trục hoành nên $y = 0$ thay vào phương trình $y = 2x + 3$ ta có $2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

Vậy giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với trục hoành là điểm có hoành độ bằng $-\frac{3}{2}$.

3. Cho $x = 0$, thay vào phương trình $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 0 + 3 = 3$.
 Vậy giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với trục tung là điểm $A(0; 3)$.

□

✎ Bài 3. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4

✎ Lời giải.

Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên (d) có dạng $y = 3x + b$ ($b \in \mathbb{R}$).
 Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4 nên (d) đi qua điểm $A(0; 4)$ hay $4 = 3 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 4$.

Vậy phương trình đường thẳng (d) là $y = 3x + 4$.

□

✎ Bài 4. Xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết đồ thị của nó là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ và

1. song song với đường thẳng $y = 2x + 5$;
2. cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 5.

✎ Lời giải.

Đường thẳng cần tìm đi qua gốc tọa độ nên phương trình có dạng $y = ax$.

1. Vì đường thẳng $y = ax$ song song với đường thẳng $y = 2x + 5$ nên ta có $a = 2$.
 Vậy đường thẳng cần tìm trong trường hợp này có phương trình là $y = 2x$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2. Thay $x = 5$ vào phương trình $y = 2x - 1$ suy ra $y = 9$. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là $A(5; 9)$.

Đường thẳng $y = ax$ đi qua điểm $A(5; 9)$ nên ta có phương trình $5a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{5}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = \frac{9}{5}x$ thỏa yêu cầu bài toán.

□

✎ Bài 5. Cho hàm số: $y = (m - 1)x + m + 3$ với $m \neq -1$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $(d): y = -2x + 1$.

✎ Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $(d): y = -2x + 1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = -2 \\ m + 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m = -1.$$

Vậy với $m = -1$ thì đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$ song song với đường thẳng $(d): y = -2x + 1$.

□

✎ Bài 6. Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

✎ Lời giải.

Để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì

$$\begin{cases} y = m \\ y = -2m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2m + 3 \Leftrightarrow m = 1.$$

□

4 Các bài toán nâng cao

Bài 7. Cho đường thẳng $(d): y = 2x + m - 1$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N sao cho tam giác OMN có diện tích bằng 1

Lời giải.

Đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N thì $M\left(\frac{1-m}{2}, 0\right)$ và $N(0, m-1)$

$$\text{nên } S_{MNO} = \frac{1}{2}MO \cdot NO = \frac{1}{2} \left| (m-1) \cdot \left(\frac{1-m}{2}\right) \right|.$$

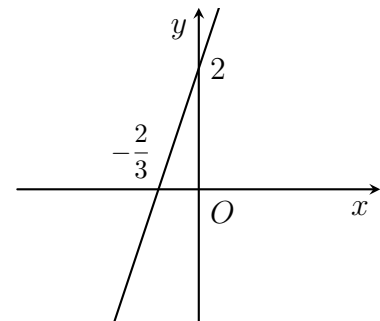
$$\text{Mà } S_{MNO} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| (m-1) \cdot \left(\frac{1-m}{2}\right) \right| = 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1. \end{cases} \quad \square$$

Bài 8.

- Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ (1);
- Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số (1) với trục tung và trục hoành. Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải.

- Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ (1);
Đồ thị đi qua $A(0; 2)$ và $B\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$



$$\text{2. Ta có } S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \left| 2 \cdot \frac{-2}{3} \right| = \frac{2}{3}.$$

□

Bài 9. Cho 2 đường thẳng $(d): y = (m-3)x + 16$ ($m \neq 3$) và $(d'): y = x + m^2$. Tìm m để $(d), (d')$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung

Lời giải.

$$\text{Để } (d), (d') \text{ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì } \begin{cases} y = 16 \\ y = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Khi $m = 4$ thì $d \equiv d'$ loại.

Vậy $m = -4$.

□

§4 Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

1 Tóm tắt lý thuyết

- Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a .
- Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ với tia Ox
 - Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$;
 - Nếu $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$.

Các đường thẳng có cùng hệ số a (a là hệ số của x) thì tạo với Ox các góc bằng nhau.


2 Các dạng toán

Dạng 45. Xác định hệ số góc của đường thẳng

Phương pháp giải:


- Xác định hàm số $y = ax + b$.
- Hai đường thẳng song song với nhau thì có hệ số góc bằng nhau.
- $\tan \alpha = \frac{\text{Cạnh kề}}{\text{Cạnh đối}}$.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$. Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(2; 6)$.

 **Lời giải.**

Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $M(2; 6)$ nên ta có $6 = 2 \cdot a + 3 \Leftrightarrow 2 \cdot a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$. \square

 **Ví dụ 2.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(2; 5)$.

 **Lời giải.**

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(2; 5)$ nên ta có hệ $\begin{cases} 1 = 0 \cdot a + b \\ 5 = 2 \cdot a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$

Vậy hệ số góc $a = 2$. \square

Ví dụ 3. Tính hệ số góc của đường thẳng $d: (m - 2)x + 3$, biết d song song với đường thẳng $d': 2x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d' có phương trình $2x - y - 1 = 0$ hay $y = 2x - 1$. Hệ số góc của d' là $k' = 2$.

$$\text{Ta có } d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 2 \\ 3 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Vậy đường thẳng d có hệ số góc là $k = 2$. □

Dạng 46. Xác định góc

Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa góc giữa đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox ; vận dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn; vận dụng tam giác đồng dạng.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Tính góc tạo bởi đường thẳng $d: y = -2x + 3$ và trục Ox (làm tròn đến phút).

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox, Oy . $A(0; 3), B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

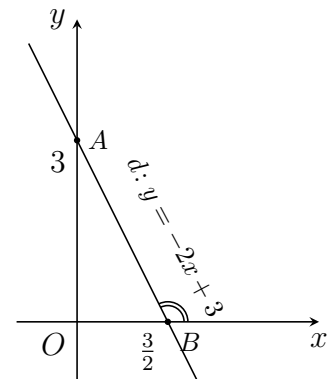
Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = -2x + 3$ với trục Ox .

Ta có $\widehat{ABx} = 180^\circ - \widehat{ABO}$.

Vì OA, OB lần lượt là cạnh đối và cạnh kề của \widehat{ABO} trong tam giác

AOB vuông tại O , nên $\tan \widehat{ABO} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$.

Do đó $\widehat{ABO} \approx 56^\circ 19'$. Suy ra $\alpha \approx 123^\circ 41'$.



Ví dụ 2. Cho đường thẳng $d: y = mx + \sqrt{3}$. Tính góc tạo bởi d và trục Ox , biết d đi qua điểm $A(-3; 0)$.

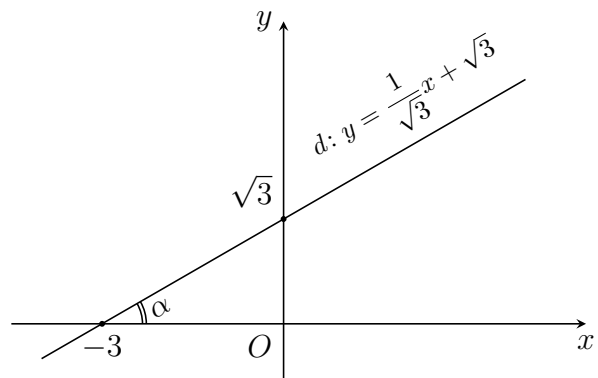
Lời giải.

Vì $A(-3; 0) \in d$ nên suy ra $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Khi đó

$$d: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{3}.$$

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng d với trục Ox .

$$\text{Khi đó } \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$



Ví dụ 3. Cho hai đường thẳng $d_1: y = -2x$ và $d_2: y = \frac{1}{2}x$. Đường thẳng d song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 3; d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A và B . Chứng minh rằng $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Lời giải.

Vẽ ba đường thẳng d_1, d_2 và d như hình bên.

Ta có $A(-\frac{3}{2}; 3), B(6; 3)$.

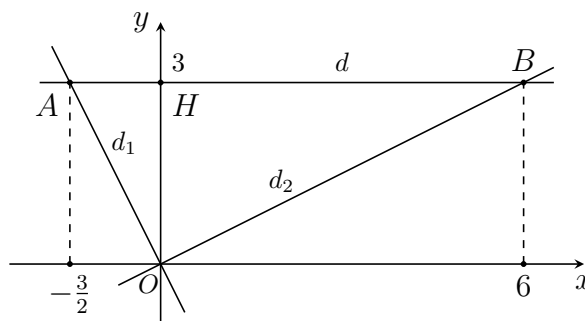
Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt và vuông góc tại điểm O .

Xét hai tam giác AHO và OHB , ta có

$$\widehat{AHO} = \widehat{OHB} = 90^\circ; \frac{HA}{HO} = \frac{HO}{HB} = \frac{1}{2}.$$

Do đó $\triangle AHO \sim \triangle OHB \Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{OBH}$.

Mà $\widehat{AOH} + \widehat{HOB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 90^\circ$.



Dạng 47. Xác định đường thẳng dựa vào hệ số góc

Phương pháp giải

- Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$. Ta cần xác định a và b .
- Chú ý rằng: Gọi α là góc nhọn tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với trục Ox , ta có
 - Khi góc α nhọn thì $a = \tan \alpha$.
 - Khi góc α tù thì $a = -\tan(180^\circ - \alpha)$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Xác định phương trình đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(-2; 3)$ và có hệ số góc bằng -2 .

Lời giải.

Gọi phương trình đường thẳng d là $y = ax + b$.

Vì d có hệ số góc là -2 nên $a = -2$, suy ra phương trình d có dạng $y = -2x + b$. Lại có d đi qua $A(-2; 3)$ nên có phương trình $3 = (-2) \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y = -2x - 1$.

3 Luyện tập

Bài 1. Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 3$ (1). Hãy xác định hệ số a biết đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Lời giải.

Gọi $N(x_N; y_N)$ là giao điểm. Theo đề ta có $x_N = 2 \Rightarrow y_N = 3$. Vậy $N(2; 3)$.

Đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $N(2; 3)$ nên ta có $3 = a \cdot 2 - 3 \Leftrightarrow a = 3$.

✎ **Bài 2.** Xác định phương trình đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(0; 1)$ và tạo với đường thẳng $y = 2$ một góc 60° .

 **Lời giải.**

Phương trình đường thẳng d có dạng $y = ax + b$.

Vì d đi qua $A(0; 1)$ nên ta có $1 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 1$.

Vì đường thẳng $y = 2$ song song với trục hoành nên từ đề bài ta có d tạo với trục Ox một góc 60° . Ta có $a = \tan \alpha = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình đường thẳng d : $y = \sqrt{3}x + 1$. □

✎ **Bài 3.** Cho đường thẳng d : $y = mx + 3$. Tính góc tạo bởi d với trục Ox . Biết d đi qua điểm $B(6; -3)$.

 **Lời giải.**

Vì đường thẳng d đi qua điểm $B(6; -3)$ nên ta có phương trình $-3 = 6 \cdot m + 3 \Leftrightarrow m = -1$.

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng d và trục Ox .

Vì $m = -1$ nên $\tan \alpha = -1 \Leftrightarrow \alpha = 135^\circ$. □

4 Các bài toán nâng cao

✎ **Bài 4.** Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; 2)$.

 **Lời giải.**

Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng d cần tìm.

Vì đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; 2)$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} b = 0 \\ 2 = a \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đã cho là $a = 2$. □

✎ **Bài 5.** Tìm hệ số góc của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$.

 **Lời giải.**

Gọi $y = ax + b$ là phương trình của đường thẳng d cần tìm.

Vì đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng d : $y = x + 1$ nên có hệ số góc $a = 1$. □

✎ **Bài 6.** Xác định đường thẳng d đi qua điểm $A(0; 3)$ và tạo với đường thẳng $y = 3$ một góc 60° .

 **Lời giải.**

Phương trình đường thẳng d có dạng $y = ax + b$.

Vì d đi qua $A(0; 3)$ nên ta có $3 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 3$.

Vì đường thẳng $y = 3$ song song với trục hoành nên từ đề bài ta có d tạo với trục Ox một góc 60° . Ta có $a = \tan \alpha = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình đường thẳng d : $y = \sqrt{3}x + 3$. □

§5 Ôn tập chương 2

1 Trắc nghiệm

➤ **Bài 1.** Đồ thị hàm số bậc nhất là một

- (A) Đoạn thẳng. (B) Tia. (C) Đường thẳng. (D) Đường tròn.

✍ **Lời giải.**

Đồ thị hàm số bậc nhất là một đường thẳng.

Chọn đáp án (C)

➤ **Bài 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

- (A) $y = x^2 - 3x + 2$. (B) $y = -2x + 1$. (C) $y = 1$. (D) $y = \sqrt{3x} + 1$.

✍ **Lời giải.**

$y = -2x + 1$ là hàm số bậc nhất với $a = -2, b = 1$.

Chọn đáp án (B)

➤ **Bài 3.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số bậc nhất là

- (A) $y = 3 - 2x + x^2$. (B) $y = \frac{4}{x+3} - \frac{2}{5}$. (C) $y = \frac{3}{5}(\sqrt{x} + 5)$. (D) $y = \frac{2x + 5}{3}$.

✍ **Lời giải.**

$y = \frac{2x + 5}{3}$ là hàm số bậc nhất với $a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (D)

➤ **Bài 4.** Với $x = 3 + \sqrt{2}$ thì hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x - 3$ có giá trị là

- (A) 8. (B) -2. (C) 14. (D) 4.

✍ **Lời giải.**

Thay $x = 3 + \sqrt{2}$ vào hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x - 3$, ta có

$$y = (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) - 3 = 4.$$

Chọn đáp án (D)

➤ **Bài 5.** Trong các hàm số bậc nhất sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- (A) $y = 1 - 3x$. (B) $y = 5x - 1$. (C) $y = \frac{1}{2}x - 5$. (D) $y = -\sqrt{7} + \sqrt{2}x$.

✍ **Lời giải.**

Hàm số $y = 1 - 3x$ có $a = -3 < 0$ nên là hàm nghịch biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án (A)

➤ **Bài 6.** Hai đường thẳng $y = 2x + 1$ và $y = 2x - 1$ có vị trí tương đối là

- (A) Song song. (B) Cắt nhau. (C) Trùng nhau. (D) Không xác định được.

Lời giải.

Hai đường thẳng $y = 2x + 1$ và $y = 2x - 1$ có $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ nên chúng song song.

Chọn đáp án **A** □

Bài 7. Trong các công thức biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng x, y sau, công thức nào **không** phải hàm số của x ?

- A** $y = \sqrt{x}$. **B** $y = x^2$. **C** $y^2 = x$. **D** $x = y$.

Lời giải.

Công thức $y^2 = x$, không phải hàm số vì với $x = 1 \Rightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$, tức là với một giá trị của x ta xác định được hai giá trị của y .

Chọn đáp án **C** □

Bài 8. Cho hàm số $f(x) = 1 - x^2$ khi đó

- A** $f(-1) = 0$. **B** $f(-1) = 2$. **C** $f(-1) = 1$. **D** $f(-1) = -2$.

Lời giải.

Ta có $f(-1) = 1 - (-1)^2 = 1 - 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Bài 9. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 1$?

- A** $A(0; -1)$. **B** $B(1; 0)$. **C** $C\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **D** $D(2; 0)$.

Lời giải.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$ nên A, C không thuộc đồ thị hàm số.

Với $x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ nên B không thuộc đồ thị hàm số.

Với $x = 2$ thay vào hàm số ta được $y = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 1 = 0 \Rightarrow D(2; 0)$ thuộc đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D** □

Bài 10. Cho điểm $M(1; 1)$, đồ thị hàm số nào sau đây qua điểm M ?

- A** $y = 1 - x$. **B** $y = x^2 - 1$. **C** $y = x + 1$. **D** $y = 2x - 1$.

Lời giải.

Với $x = 1$ thay vào các hàm số ta được

$y = 1 - x \Rightarrow y = 0$.

$y = x^2 - 1 \Rightarrow y = 0$.

$y = x + 1 \Rightarrow y = 2$.

$y = 2x - 1 \Rightarrow y = 1$.

Do đó chỉ có đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ đi qua điểm $M(1; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Bài 11. Trong đồ thị các hàm số sau, đường nào cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$?

- (A) $y = 2(x + 1)$. (B) $y = -(x - 1)$. (C) $y = -2(x + 1)$. (D) $y = 2x - 1$.

Lời giải.

Với tung độ $y = 1$ thay vào các hàm số ta được

$y = 2(x + 1) \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

$y = -(x - 1) \Rightarrow x = 0$.

$y = -2(x + 1) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

$y = 2x - 1 \Rightarrow x = 1$.

Do đó đồ thị hàm số $y = -(x - 1)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $y = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Bài 12. Trong các công thức sau, công thức nào là hàm số bậc nhất của x ?

- (A) $y - x = 0$. (B) $y = 1$. (C) $y = \frac{1}{x}$. (D) $y = x(x + 1)$.

Lời giải.

Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$, ($a \neq 0$). Do đó $y - x = 0 \Leftrightarrow y = x$ là hàm số bậc nhất với $a = 1$, $b = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Bài 13. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- (A) $y = x + 1 - 2x$. (B) $y = \sqrt{3}x + 1 - 2x$.
 (C) $y = \frac{-x + 1}{-2}$. (D) $y = \frac{x + 1}{-2}$.

Lời giải.

$y = x + 1 - 2x \Leftrightarrow y = -x + 1$ có $a = -1 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

$y = \sqrt{3}x + 1 - 2x \Leftrightarrow y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$ có $a = \sqrt{3} - 2 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

$y = \frac{-x + 1}{-2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ có $a = \frac{1}{2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

$y = \frac{x + 1}{-2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ có $a = -\frac{1}{2} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án (C) □

Bài 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{1 - 2m}(x + 1)$ là hàm số bậc nhất.

- (A) $m > 1$. (B) $m \leq 2$. (C) $m \neq \frac{1}{2}$. (D) $m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Để $y = \sqrt{1 - 2m}(x + 1)$ là hàm số bậc nhất thì $\sqrt{1 - 2m} \neq 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

📁 **Bài 15.** Hàm số $y = (5 - m)x + 3$ (m là tham số) đồng biến trên \mathbb{R} khi

- (A) $m = 5$. (B) $m < 5$. (C) $m > 5$. (D) $m \neq 5$.

✍ **Lời giải.**

Hàm số $y = (5 - m)x + 3$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5$.

Chọn đáp án (B) □

📁 **Bài 16.** Trong mặt phẳng Oxy , điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng $y = 3x - 2$?

- (A) $(1; 1)$. (B) $(-1; -5)$. (C) $(\frac{1}{3}; -1)$. (D) $(-2; 8)$.

✍ **Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm trên vào hàm số $y = 3x - 2$, ta có tọa độ điểm $(-2; 8)$ không thỏa mãn nên điểm đó không thuộc đường thẳng đã cho.

Chọn đáp án (D) □

📁 **Bài 17.** Đồ thị của hàm số $y = 3x + b$ đi qua điểm $B(2; 2)$ thì tung độ gốc là

- (A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) -4.

✍ **Lời giải.**

Thay $x = 2; y = 2$ vào hàm số $y = 3x + b$ ta có $2 = 3 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -4$.

Chọn đáp án (D) □

📁 **Bài 18.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = \frac{1}{2}x - 3$ và $d_2: y = -\frac{3}{2}x + 5$.

- (A) $(2; -2)$. (B) $(4; -1)$. (C) $(-2; -4)$. (D) $(8; 1)$.

✍ **Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

$$\frac{1}{2}x - 3 = -\frac{3}{2}x + 5 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4.$$

Thay $x = 4$ vào hàm số $y = \frac{1}{2}x - 3$, ta có $y = \frac{1}{2} \cdot 4 - 3 = -1$. Vậy giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là $A(4; -1)$.

Chọn đáp án (B) □

📁 **Bài 19.** Nếu đường thẳng $y = ax + 5$ đi qua điểm $A(-1; 3)$ thì hệ số góc a bằng

- (A) -1. (B) 2. (C) 1. (D) -2.

✍ **Lời giải.**

Thay $x = -1; y = 3$ vào hàm số $y = ax + 5$ ta có $3 = a \cdot (-1) + 5 \Leftrightarrow a = 2$.

Chọn đáp án (B) □

📁 **Bài 20.** Tung độ gốc của đường thẳng $y - 3x - 1 = 0$ là

- (A) $y = 1$. (B) $y = -3$. (C) $y = -1$. (D) $y = 3$.

✍ **Lời giải.**

Với $x = 0 \Rightarrow y - 3 \cdot 0 - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ nên đồ thị có tung độ gốc bằng $y = 1$.

Chọn đáp án (A) □

📁 **Bài 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: y = ax + 5$ đi qua $M(-1; 3)$. Hệ số góc của d là

(A) -1.

(B) -2.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.

$M(-1; 3) \in d$ nên $3 = a \cdot (-1) + 5 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy hệ số góc của d là $a = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Bài 22. Trong các hàm sau, hàm số nào đồng biến?

(A) $y = 2x + 1$.

(B) $y = 2 - x$.

(C) $y = \frac{2}{3} - \sqrt{5}x$.

(D) $y = 6 - 2(x + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Xét

$y = 2x + 1$ có $a = 2 > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến.

$y = 2 - x$ có $a = -1 < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.

$y = \frac{2}{3} - \sqrt{5}x$ có $a = -\sqrt{5} < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.

$y = 6 - 2(x + \sqrt{3}) = -2x + 6 - 2\sqrt{3}$ có $a = -2 < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.

Chọn đáp án (A) □

Bài 23. Hai đường thẳng $y = kx + m - 2$ và $y = (6 - k)x + 4 - m$ trùng nhau khi

(A) $m = 3, k = 3$.

(B) $m = -3, k = 3$.

(C) $m = -3, k = -3$.

(D) $m = 3, k = -3$.

Lời giải.

Hai đường thẳng $y = kx + m - 2$ và $y = (6 - k)x + 4 - m$ trùng nhau khi

$$\begin{cases} k = 6 - k \\ m - 2 = 4 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Bài 24. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

(A) $y = \frac{2}{3} - 2x$.

(B) $y = 1 - \frac{2}{x}$.

(C) $y = 1 + \sqrt{x}$.

(D) $y = 1 + x^2$.

Lời giải.

Hàm số bậc nhất có dạng $y = kx + b$ ($k \neq 0$) nên $y = \frac{2}{3} - 2x$ là hàm số bậc nhất.

Chọn đáp án (A) □

Bài 25. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2 - 3x$?

(A) $(1; -1)$.

(B) $(1; 1)$.

(C) $(-1; 1)$.

(D) $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có

Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$.

Với $x = -1 \Rightarrow y = 5$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 26. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với đường thẳng $y = 1 - 2x$?

(A) $y = 6 - 2(1 + x)$.

(B) $y = 2x - 1$.

(C) $y = 2x + 1$.

(D) $y = \frac{2}{3} + \sqrt{2}(1 - \sqrt{x})$.

Lời giải.

Ta có $y = 6 - 2(1 + x) = -2x + 4$.

Hai đường thẳng $y = k_1x + b_1$ và $y = k_2x + b_2$ song song với nhau nếu $\begin{cases} k_1 = k_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$.

Do đó $y = 6 - 2(1 + x)$ song song với đường thẳng $y = 1 - 2x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 27. Tìm m để đường thẳng $d_1: y = -3x - 4$ song song với $d_2: y = (m + 1)x + m$.

(A) $m \in \emptyset$.

(B) $m = -4$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = -3$.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1: y = -3x - 4$ song song với $d_2: y = (m + 1)x + m$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -3 = m + 1 \\ -4 \neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ -4 \neq m \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 28. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên đồ thị hàm số $y = 2x - 5$?

(A) $(4; 3)$.

(B) $(3; -1)$.

(C) $(-4; -3)$.

(D) $(2; 1)$.

Lời giải.

Ta có

Với $x = 4 \Rightarrow y = 3$.

Với $x = 3 \Rightarrow y = 1$.

Với $x = -4 \Rightarrow y = -13$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = x + 1$ đi qua điểm

(A) $M(1; 0)$.

(B) $N(0; 1)$.

(C) $P(3; 2)$.

(D) $Q(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$.

Với $x = 3 \Rightarrow y = 4$.

Với $x = -1 \Rightarrow y = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

☞ **Bài 30.** Điều kiện để hàm số $y = (m - 2)x + 8$ nghịch biến trên \mathbb{R} là

- (A)** $m \geq 2$. **(B)** $m > 2$. **(C)** $m < 2$. **(D)** $m \neq 2$.

Lời giải.

Hàm số $y = (m - 2)x + 8$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi $m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

☞ **Bài 31.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $y = \frac{x}{2} + 5$, $y = -2x + 5$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$. Kết luận nào sau đây đúng?

- (A)** Đồ thị các đường thẳng trên cắt nhau tại một điểm.
(B) Các hàm số trên luôn nghịch biến.
(C) Đồ thị các hàm số trên là các đường thẳng song song với nhau.
(D) Đồ thị các hàm số trên là các đường thẳng vuông góc với nhau.

Lời giải.

Nhận xét hai đường thẳng bất kỳ trong các đường thẳng $y = \frac{x}{2} + 5$, $y = -2x + 5$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$ cắt nhau do các hệ số góc tương ứng khác nhau.

Xét $\frac{x}{2} + 5 = -\frac{x}{2} + 5 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5$.

Thay $x = 0$, $y = 5$ vào đường thẳng $y = -2x + 5$ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

☞ **Bài 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng song song với $y = -2x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

- (A)** $y = -2x + 1$. **(B)** $y = -2x - 1$. **(C)** $y = 2x - 1$. **(D)** $y = 3 - (2x - 1)$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm có dạng $d: y = kx + b$.

Vì d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $b = 1$.

Vì d song song với $y = -2x$ nên $k = -2$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = -2x + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

☞ **Bài 33.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = \frac{x}{2} + 5$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$. Kết luận nào sau đây đúng?

- (A)** Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 5.
(B) Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 5.
(C) Hai đường thẳng song song.
(D) Hai đường thẳng trùng nhau.

Lời giải.

Ta thấy $y = \frac{x}{2} + 5$ có hệ số góc $k_1 = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$ có hệ số góc $k_2 = -\frac{1}{2}$. Vì $k_1 \neq k_2$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Lại có

$$\frac{x}{2} + 5 = -\frac{x}{2} + 5 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

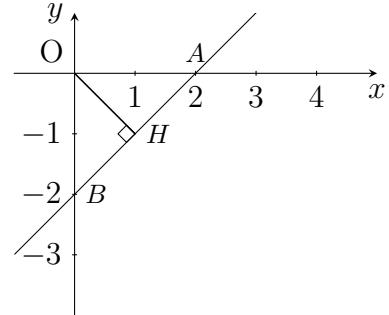
Bài 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng $d: y = x - 2$ là

- (A) $h = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (B) $h = 2$. (C) $h = 2\sqrt{2}$. (D) $h = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Với $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2; 0) \Rightarrow OA = 2$.
 Với $x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow B(0; -2) \Rightarrow OB = 2$.
 Vì tam giác OAB vuông tại O nên $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2\sqrt{2}$.
 Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (đvdt).
 Gọi OH là đường cao kẻ từ O xuống AB . Ta có

$$OH = \frac{2S}{AB} = \sqrt{2} \text{ (đvdd).}$$



Chọn đáp án (D) □

Bài 35. Cho hàm số $y = (7 - m)x + 1$. Gọi \mathcal{S} là tập hợp các số nguyên không âm để hàm số đồng biến. Tính số phần tử của \mathcal{S} .

- (A) 8. (B) 7. (C) 6. (D) Vô số.

Lời giải.

Để hàm số $y = (7 - m)x + 1$ đồng biến thì $7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7$. Vì m là số nguyên không âm nên $m = 0, 1, \dots, 6 \Rightarrow \mathcal{S}$ có 7 phần tử.

Chọn đáp án (B) □

Bài 36. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x$, $d_2: y = x - 1$, $d_3: y = 3x - 2m + 1$. Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy tại một điểm.

- (A) $m = 0$. (B) $m = 1$. (C) $m = -1$. (D) $m = 3$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của các đường thẳng $y = 2x$ và $y = x - 1$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2. \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số $y = 3x - 2m + 1$ đồng quy với các đường thẳng $y = 2x$ và $y = x - 1$ thì điểm $(-1; -2)$ phải nằm trên đồ thị hàm số $y = 3x - 2m + 1$, do đó

$$-2 = 3 \cdot (-1) - 2m + 1 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy với $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A) □

Bài 37. Đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 2m + 4$ luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm cố định đó.

- (A) $(0; -2)$. (B) $(2; -5)$. (C) $(-2; 6)$. (D) $(-2; -6)$.

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 2m + 4$ luôn đi qua với mọi m . Khi đó ta có

$$(m - 1)x_0 + 2m + 4 = y_0, \forall m$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow m(x_0 + 2) + (-x_0 - y_0 + 4) = 0, \forall m \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 4 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 6. \end{cases} \end{aligned}$$

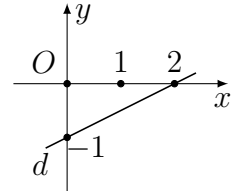
Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m là $(-2; 6)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 38. Đường thẳng d trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

- (A)** $y = \frac{1}{2}x - 1$. **(B)** $y = -\frac{1}{2}x + 1$. **(C)** $y = 2x - 1$. **(D)** $y = -2x + 1$.

Lời giải.



Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(0; -1)$ và $B(2; 0)$. Trong các đáp án tọa độ A, B chỉ đồng thời thỏa mãn hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 39. Đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 thì cắt đường thẳng $y = 2x - 3$ tại điểm có tọa độ là

- (A)** $(0; -3)$. **(B)** $(1; -1)$. **(C)** $(2; 1)$. **(D)** $(1; 1)$.

Lời giải.

Các điểm thuộc đường thẳng d song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 đều có tung độ bằng $y = 1$.

Gọi A là giao điểm của d với đường thẳng $y = 2x - 3 \Rightarrow 1 = 2x - 3 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow A(2; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 40. Hàm số $y = |m - 1|x + 2012$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

- (A)** $m \in \mathbb{R}$. **(B)** $m > 1$. **(C)** $m < 1$. **(D)** $m \neq 1$.

Lời giải.

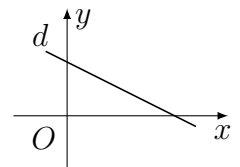
Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $|m - 1| > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Bài 41. Hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường d như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** $a > 0$. **(B)** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
(C) $b > 0$. **(D)** Đồ thị hàm số là một đoạn thẳng.

Lời giải.



Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương, do đó $b > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 42. Góc tạo bởi đường thẳng $y = -x + 1$ và trục Ox có số đo là

- (A)** 45° . **(B)** 30° . **(C)** 60° . **(D)** 135° .

Lời giải.

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = -x + 1$ và trục Ox , ta có $a = -1 < 0$ nên góc α là góc tù. Ta có

$$\tan(180^\circ - \alpha) = 1 \Rightarrow 180^\circ - \alpha = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 135^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Bài 43. Tìm m để đường thẳng $y = (3m - 2)x + 3$ tạo với trục Ox một góc nhọn.

- (A)** $m = \frac{2}{3}$. **(B)** $m > \frac{2}{3}$. **(C)** $m < \frac{2}{3}$. **(D)** $m \neq \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng $y = (3m - 2)x + 3$ tạo với trục Ox một góc nhọn khi $3m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Bài 44. Đường thẳng $y = kx + \frac{1}{2}$ song song với đường thẳng $y = \frac{2}{3} - \frac{5}{7}x$ khi k có giá trị là

- (A)** $\frac{2}{3}$. **(B)** 5. **(C)** $\frac{5}{7}$. **(D)** $-\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng đã cho song song với nhau khi $\begin{cases} k = \frac{-5}{7} \\ \frac{1}{2} \neq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{-5}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Bài 45. Tìm các giá trị m để hai đường thẳng $y = (2m + 1)x - \frac{2}{3}$ và $y = (5m - 3)x + \frac{3}{5}$ cắt nhau.

- (A)** $m \neq \frac{4}{7}$. **(B)** $m \neq \frac{4}{3}$. **(C)** $m \neq \frac{-2}{7}$. **(D)** $m \neq \frac{-4}{3}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng $y = (2m + 1)x - \frac{2}{3}$ và $y = (5m - 3)x + \frac{3}{5}$ cắt nhau khi

$$2m + 1 \neq 5m - 3 \Leftrightarrow -3m \neq -4 \Leftrightarrow m \neq \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Bài 46. Cho hai đường thẳng $(d): y = 2x + m - 2$ và $d': y = kx + 4 - m$. Hai đường thẳng này trùng nhau nếu

- (A)** $k = 2$ và $m = 3$. **(B)** $k = -1$ và $m = 3$. **(C)** $k = -2$ và $m = 3$. **(D)** $k = 2$ và $m = -3$.

Lời giải.

Hai đường thẳng đã cho trùng nhau khi $\begin{cases} 2 = k \\ m - 2 = 4 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

2 Tự luận

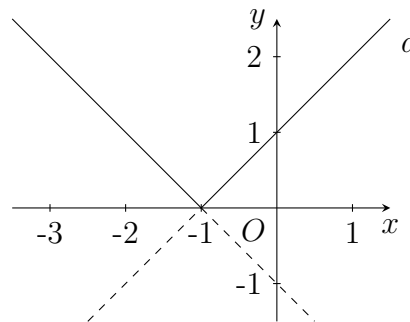
2.1 Vẽ đồ thị

Bài 47. Vẽ đồ thị hàm số $y = |x + 1|$.

Lời giải.

Ta có $y = |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{nếu } x \geq -1 \\ -x - 1 & \text{nếu } x < -1. \end{cases}$

Vẽ hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = -x - 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ. Đồ thị hàm số là đường gấp khúc liền nét d như hình vẽ.

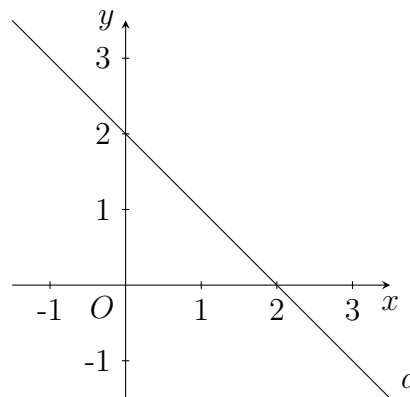


□

Bài 48. Vẽ đồ thị hàm số $y = -x + 2$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = -x + 2$ là đường thẳng d đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.



□

Bài 49. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất có hệ số góc bằng 1 và tung độ gốc bằng 2.

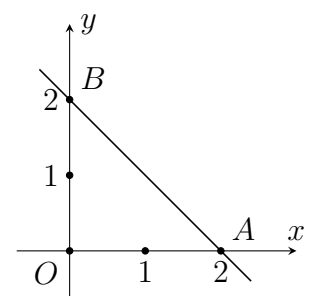
Lời giải.

Hàm số bậc nhất có hệ số góc bằng 1 và tung độ gốc bằng 2 nên có công thức là $y = -x + 2$.

☑ Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow B(0; 2)$.

☑ Cho $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2; 0)$.

Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua A và B .



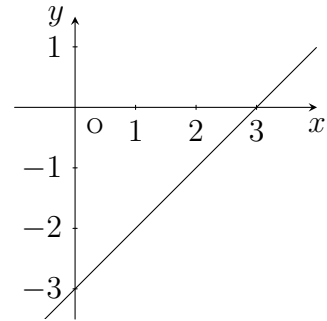
□

Bài 50. Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
Bảng giá trị

x	0	3
$y = x - 3$	-3	0

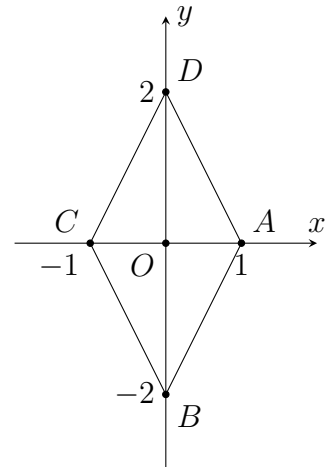


□

Bài 51. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d_1: 2x - y = 2$ cắt Ox tại A , cắt Oy tại B và đường thẳng $d_2: 2x - y = -2$ cắt Ox tại C , cắt Oy tại D . Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

Lời giải.

Ta có $A = d_1 \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2x - 0 = 2 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow A(1; 0)$.
 $B = d_1 \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 - y = 2 \Leftrightarrow y = -2 \Rightarrow B(0; -2)$.
 $C = d_2 \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2x - 0 = -2 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow C(-1; 0)$.
 $D = d_2 \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 - y = -2 \Leftrightarrow y = 2 \Rightarrow D(0; 2)$.
 Suy ra $A, C \in Ox$ và $OA = OC = 1$.
 $B, D \in Oy$ và $OB = OD = 2$.
 Do đó $AC \perp BD$ và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.
 Vậy $ABCD$ là hình thoi.



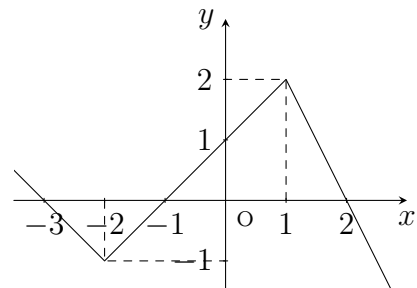
□

Bài 52. Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -x - 3 & \text{nếu } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{nếu } -2 < x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
Bảng giá trị

x	-3	-2	1	2
y	0	-1	2	0



□

Bài 53. Vẽ đường thẳng $d: y = \sqrt{3}x - 3$ bằng thước và com-pa.

Lời giải.

Gọi $A = d \cap Ox \Rightarrow A(\sqrt{3}; 0)$.

$B = d \cap Oy \Rightarrow B(0; -3)$.

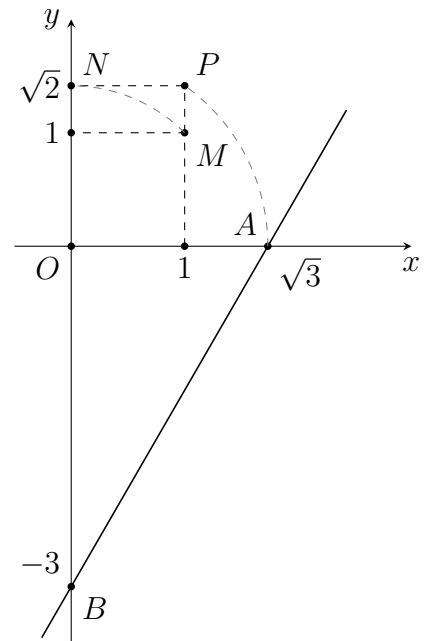
Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua A và B .

Bây giờ, ta sẽ xác định tọa độ A bằng com-pan.

Gọi $M(1; 1)$, thì $OM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Gọi N là giao điểm của đường tròn $(O; OM)$ với nửa dương của trục Oy .

Khi đó ta xác định được điểm $P(1; \sqrt{2})$

$\Rightarrow OP = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$. Do đó A là giao điểm của đường tròn $(O; OP)$ với nửa dương của trục Ox .



□

➤ **Bài 54.** Vẽ đồ thị hàm số $y = -x + 2|x - 1|$.

Lời giải.

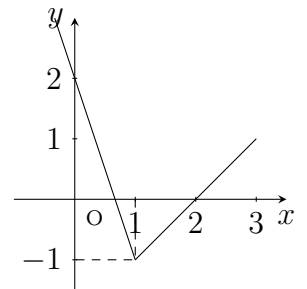
Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{nếu } x \leq 1. \end{cases}$

Do đó $y = \begin{cases} x - 2 & \text{nếu } x \geq 1 \\ -3x + 2 & \text{nếu } x \leq 1. \end{cases}$

Bảng giá trị

x	0	1	2
y	2	-1	0



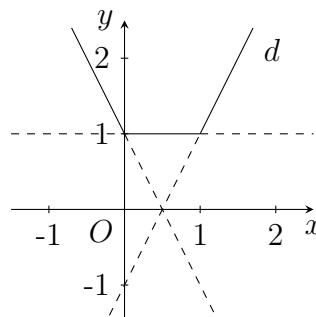
□

➤ **Bài 55.** Vẽ đồ thị hàm số $y = |x| + |x - 1|$.

Lời giải.

Ta có $y = |x| + |x - 1| = \begin{cases} -2x + 1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ 1 & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ 2x - 1 & \text{nếu } x \geq 1. \end{cases}$

Vẽ ba đường thẳng $y = -2x + 1$, $y = 1$ và $y = 2x - 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ. Đồ thị hàm số là đường gấp khúc d liền nét như hình vẽ.



□

2.2 Xác định đường thẳng

📖 **Bài 56.** Cho đường thẳng $d: y = (a + 1)x + 2a$. Xác định a để đường thẳng d

- a) Đi qua gốc tọa độ.
b) Song song với đường thẳng $d': y = 2x + 2$.

✍ **Lời giải.**

- a) Đường thẳng $d: y = (a + 1)x + 2a$ đi qua gốc tọa độ khi $2a = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
b) Đường thẳng $d: y = (a + 1)x + 2a$ song song với đường thẳng $d': y = 2x + 2$ khi

$$\begin{cases} a + 1 = 2 \\ 2a \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

📖 **Bài 57.** Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x + 1$ (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; m)$.

✍ **Lời giải.**

Hàm số là hàm số bậc nhất nên $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; m)$ nên ta có

$$m = (m^2 - 1) \cdot 1 + 1 \Leftrightarrow m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{thỏa mãn}) \\ m = 1 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy $m = 0$.

□

📖 **Bài 58.** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(0; 2)$.

✍ **Lời giải.**

Giả sử phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B có dạng $y = kx + b$. Vì đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(0; 2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} k + b = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $y = -x + 2$.

□

📖 **Bài 59.** Cho hàm số bậc nhất $y = mx + m^3 - 2m$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} và có đồ thị đi qua gốc tọa độ.

✍ **Lời giải.**

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} nên $m > 0$.
Lại có đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên

$$0 = m \cdot 0 + m^3 - 2m = 0 \Leftrightarrow m(m^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{loại}) \\ m = -\sqrt{2} & (\text{loại}) \\ m = \sqrt{2} & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

Vậy $m = \sqrt{2}$.

□

📖 **Bài 60.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; -3)$.

✍ **Lời giải.**

Vì đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$ đi qua điểm $(1; -3)$ nên ta có

$$(m - 2) \cdot 1 + m + 3 = -3 \Leftrightarrow 2m = -4 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy $m = -2$ thì đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$ đi qua điểm $(1; -3)$. □

📖 **Bài 61.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (a, b là tham số). Tìm a, b để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(b; a + 1)$ và đồ thị có hệ số góc bằng tung độ gốc.

✍ **Lời giải.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(b; a + 1)$ nên

$$a + 1 = ab + b \Leftrightarrow (a + 1)(1 - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1. \end{cases}$$

Mà đồ thị có hệ số góc bằng tung độ gốc nên $a = b$. Vậy $a = b = 1$ hoặc $a = b = -1$. □

📖 **Bài 62.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + m^2 + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số trên đồng quy với các đường thẳng $y = -x + 2$ và $y = 2x - 1$.

✍ **Lời giải.**

Tọa độ giao điểm của các đường thẳng $y = -x + 2$ và $y = 2x - 1$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 2 \\ -x + 2 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m^2 + 1$ đồng quy với các đường thẳng $y = -x + 2$ và $y = 2x - 1$ thì điểm $(1; 1)$ phải nằm trên đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m^2 + 1$, do đó

$$(m - 2) \cdot 1 + m^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Vậy với $m = 1, m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. □

📖 **Bài 63.** Viết phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$ vuông góc với $d': y = -x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

✍ **Lời giải.**

Đường thẳng $d: y = ax + b$ vuông góc với $d': y = -x + 3$ nên $a \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow a = 1$.

Khi đó phương trình đường thẳng d có dạng $y = x + b$. (1)

Thay $x = 2$ vào phương trình đường thẳng $d': y = -x + 3$, ta có $y = -2 + 3 = 1$.

Điểm $A(2; 1)$ thuộc đường thẳng d nên thay $x = 2, y = 1$ vào (1), ta có $1 = 2 + b \Rightarrow b = -1$.

Vậy $d: y = x - 1$. □

2.3 Tương giao giữa các đường thẳng

📖 **Bài 64.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x + 2$ và $y = -2x + 7$ bằng phép tính.

✍ **Lời giải.**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho là

$$3x + 2 = -2x + 7 \Leftrightarrow 5x = 5 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thay $x = 1$ vào phương trình $y = 3x + 2$, ta có $y = 3 \cdot 1 + 2 = 5$.

Vậy giao điểm của 2 đường thẳng đó là $A(1; 5)$. \square

Bài 65. Tìm k để ba đường thẳng $d_1: y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$, $d_2: y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$, $d_3: y = kx + \frac{7}{2}$ đồng quy tại một điểm.

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{5}x = -3 \Leftrightarrow x = 15.$$

Thay $x = 15$ vào phương trình d_1 , ta có $y = \frac{13}{2}$.

Suy ra d_1 và d_2 cắt nhau tại $A\left(15; \frac{13}{2}\right)$.

Vì d_1, d_2, d_3 đồng quy tại một điểm nên $A \in d_3$. Thay $x = 15, y = \frac{13}{2}$ vào phương trình d_3 , ta có

$$\frac{13}{2} = k \cdot 15 + \frac{7}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{5}.$$

Vậy $k = \frac{1}{5}$. \square

Bài 66. Cho đường thẳng $d: y = (a - 2)x + 1$. Tìm a để đường thẳng d song song với đường thẳng $y = -2x + 5$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: y = (a - 2)x + 1$ song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ khi $a - 2 = -2 \Leftrightarrow a = 0$. \square

Bài 67. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $2x - 3y = -8$ và $y = -x + 1$.

Lời giải.

Ta có $2x - 3y = -8 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$. Vì $\frac{2}{3} \neq -1$ nên hai đường thẳng cắt nhau. \square

Bài 68. Tìm m để đường thẳng $d_1: y = mx + 1$ cắt đường thẳng $d_2: y = 2x - 1$ tại một điểm trên trục hoành.

Lời giải.

Gọi $A = d_2 \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = 2x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Để đường thẳng $d_1: y = mx + 1$ cắt đường thẳng d_2 tại một điểm trên trục hoành thì $A \in d_1$, tức là

$$0 = m \cdot \frac{1}{2} + 1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy $m = -2$. \square

➤ **Bài 69.** Tìm m để ba đường thẳng sau đây đồng quy $(d_1): y = -x + 1$, $(d_2): y = x - 1$, $(d_3): (1 - m)x - (m - 1)y = m + 1$.

 **Lời giải.**

Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0. \end{cases}$

Để ba đường thẳng trên đồng quy thì giao điểm của (d_1) và (d_2) phải thuộc (d_3) , nghĩa là

$$(1 - m) \cdot 1 - (m - 1) \cdot 0 = m + 1 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm. □

➤ **Bài 70.** Xác định đường thẳng d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = 2020x - 2019$, $d_2: y = 2019x - 2018$ và song song với đường thẳng $d_3: 2018x + y = 0$.

 **Lời giải.**

Ta có $2018x + y = 0 \Leftrightarrow y = -2018x$, mà $d \parallel d_3$ nên phương trình của d có dạng $y = -2018x + m$, $m \neq 0$.

Lại có, hoành độ giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm phương trình

$$2020x - 2019 = 2019x - 2018 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1.$$

Do đó d_1 cắt d_2 tại điểm $A(1; 1)$.

Mà d đi qua giao điểm của d_1 và d_2 nên $A \in d$, do đó

$$1 = -2018 + m \Leftrightarrow m = 2019.$$

Vậy phương trình đường thẳng d là $y = -2018x + 2019$. □

➤ **Bài 71.** Cho hàm số $y = 2mx + 3 - m - x$ (d). Tìm m để đường thẳng d song song với $2y - x = 5$.

 **Lời giải.**

Ta có $y = 2mx + 3 - m - x \Leftrightarrow y = (2m - 1)x + 3 - m$ và $2y - x = 5 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$.

Để hai đường thẳng song song thì $\begin{cases} 2m - 1 = \frac{1}{2} \\ 3 - m \neq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{4} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Vậy với $m = \frac{3}{4}$ thì đường thẳng d song song với $2y - x = 5$. □

➤ **Bài 72.** Cho đường thẳng $d_m: y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$ và hai điểm $A(1; 1)$ và $B(2; -1)$. Tìm m để d_m vuông góc với đường thẳng AB và đi qua điểm $M(0; 2)$.

 **Lời giải.**

Hệ số góc của đường thẳng AB là $k = \frac{2 - 1}{-1 - 1} = -\frac{1}{2}$.

Vì đường thẳng $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$ đi qua điểm $M(0; 2)$ nên ta có

$$m^2 - 2m + 2 = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2. \end{cases}$$

☑ Với $m = 0$ ta có $d_m: y = 2$.

Vì hệ số góc của d_m là $k_1 = 0 \Rightarrow k_1 \cdot k = 0$ nên đường thẳng d_m không vuông góc với đường thẳng AB .

☑ Với $m = 2$ ta có $d_m: y = -2x + 2$.

Vì hệ số góc của d_m là $k_1 = -2 \Rightarrow k_1 \cdot k = -1$ nên đường thẳng d_m vuông góc với đường thẳng AB .

Vậy với $m = 2$ thì đường thẳng d_m vuông góc với đường thẳng AB . □

📁 **Bài 73.** Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m - 5$ và $y = -5x - m + 1$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

✍ **Lời giải.**

Hai đường thẳng $y = 2x + m - 5$ và $y = -5x - m + 1$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung

$$\Leftrightarrow m - 5 = -m + 1 \Leftrightarrow 2m = 6 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy $m = 3$. □

📁 **Bài 74.** Cho hàm số bậc nhất $y = m^2x + m$ (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x + 1$.

✍ **Lời giải.**

Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x + 1$ nên $\begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$. □

2.4 Bài toán về diện tích, khoảng cách, chu vi, góc với đường thẳng

📁 **Bài 75.** Cho hàm số $y = -2x + 3$ (d). Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) và tia Ox (làm tròn đến phút).

✍ **Lời giải.**

Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số và Ox . Ta có $y_A = 0 \Rightarrow 0 = -2 \cdot x_A + 3 \Rightarrow x_A = \frac{3}{2}$.

Gọi B là giao điểm của đồ thị hàm số và Oy . Ta có $x_B = 0 \Rightarrow y_B = -2 \cdot 0 + 3 = 3$.

Trong tam giác OAB vuông tại O có $\tan \widehat{OAB} = \frac{OB}{OA} = 2 \Rightarrow \widehat{OAB} = 63^\circ 26'$.

Do đó góc cần tìm là $\alpha = 180^\circ - 63^\circ 26' = 116^\circ 34'$. □

📁 **Bài 76.** Cho đường thẳng $d: y = x + 2$.

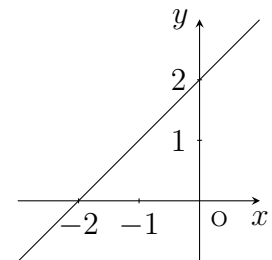
1. Vẽ đồ thị của đường thẳng d .
2. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d và các trục tọa độ.

✍ **Lời giải.**

1. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	-2	0
$y = x + 2$	0	2



b) Với $x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0; 2) \Rightarrow OA = 2$.

Với $y = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow B(-2; 0) \Rightarrow OB = 2$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (đvdt).

□

Bài 77. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 đường thẳng $d_1: y = -x - 2$ và $d_2: y = \frac{3}{2}x + 3$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục Oy và C là giao điểm của (d_1) với (d_2) . Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

Ta có

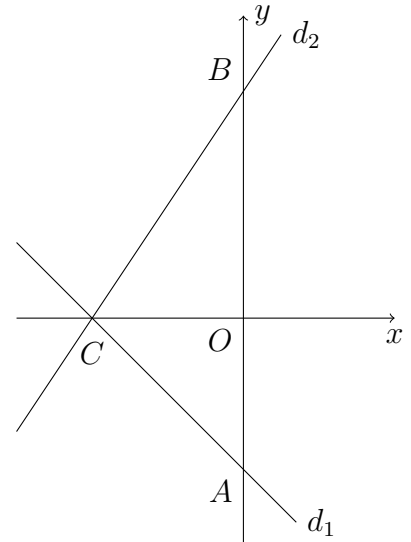
☑ $A = d_1 \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A(0; -2)$.

☑ $B = d_2 \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B(0; 3)$.

☑ $C = d_1 \cap d_2 \Rightarrow -x - 2 = \frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow x = -2$
 $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow C(-2; 0)$.

Lại có $CO \perp AB$ và $OC = 2, AB = OA + OB = 2 + 3 = 5$.
 Do đó diện tích $\triangle ABC$ là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot AB = 5 \text{ (đvdt)}.$$



□

Bài 78. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đồ thị (d) của hàm số $y = -x + 2$. Tìm tọa độ của những điểm nằm trên đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến trục Ox bằng hai lần khoảng cách từ điểm đó đến trục Oy .

Lời giải.

Gọi $M(a, b)$ là điểm thuộc (d) ta có $b = -a + 2$.

Mặt khác ta có $|b| = 2|a| \Leftrightarrow |2 - a| = 2|a| \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a = 2a \\ 2 - a = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ a = -2 \end{cases}$.

Do đó có tọa độ M là $(-2; 4)$ hoặc $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$.

□

Bài 79. Cho hàm số $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đồ thị hàm số đã cho.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số và Ox .

Ta có $y_A = 0 \Rightarrow 0 = \sqrt{2} \cdot x_A + \sqrt{2} + 1 \Rightarrow x_A = -\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Gọi B là giao điểm của đồ thị hàm số và Oy .

Ta có $x_A = 0 \Rightarrow y_A = \sqrt{2} \cdot 0 + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} + 1$.

Ta có $OA = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}, OB = \sqrt{2} + 1$ và $AB = \sqrt{\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{\frac{9 + 6\sqrt{2}}{2}}$.

Gọi OH là đường cao của tam giác OAB ta có

$$OA \cdot OB = AB \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{4 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{18 + 6\sqrt{2}}}.$$

□

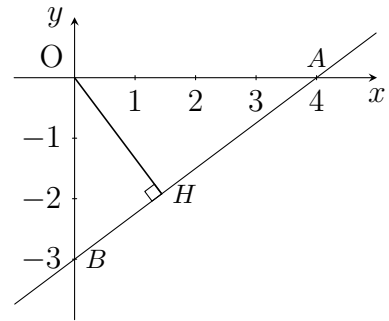
Bài 80. Cho đường thẳng $(d): y = \frac{3x}{4} - 3$.

- Vẽ đồ thị hàm số d .
- Tính chu vi tam giác tạo bởi đường thẳng d và các trục tọa độ.
- Tính khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d .

Lời giải.

- Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
Bảng giá trị

x	0	4
$y = \frac{3x}{4} - 3$	-3	0



- Với $y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(4; 0) \Rightarrow OA = 4$.
Với $x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow B(0; -3) \Rightarrow OB = 3$.
Vì tam giác OAB vuông tại O nên $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$.
Chu vi tam giác OAB là $P = 3 + 4 + 5 = 12$ (đvdd).

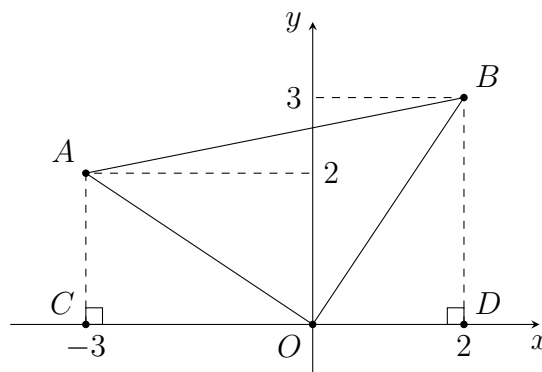
- Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ (đvdt).
Gọi OH là đường cao kẻ từ O xuống AB . Ta có

$$OH = \frac{2S}{AB} = \frac{12}{5} \text{ (đvdd).}$$

□

Bài 81. Cho đường thẳng $d: x - 5y + 13 = 0$, trên d lấy điểm A có hoành độ bằng -3 và điểm B có tung độ bằng 3 . Tính diện tích $\triangle OAB$.

Lời giải.



Điểm A có hoành độ $x = -3 \Rightarrow -3 - 5y + 13 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \Rightarrow A(-3; 2)$.

Điểm B có hoành độ $y = 3 \Rightarrow x - 5 \cdot 3 + 13 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow B(2; 3)$.

Gọi $C(-3; 0)$ và $D(2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của A, B lên Ox . Khi đó ta có $ACDB$ là hình thang vuông tại C và D , $CD = OC + OD = 3 + 2 = 5$, $AC = 2$, $BD = 3$. Do đó diện tích $ACDB$ bằng

$$S_{ACDB} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (AC + BD) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2}.$$

Lại có $\triangle ACO$ và $\triangle BDO$ lần lượt vuông tại C và D nên

$$S_{ACO} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CO = 3; \quad S_{BDO} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot DO = 3.$$

Khi đó $S_{OAB} = S_{ACDB} - S_{ACO} - S_{BDO} = \frac{25}{2} - 3 - 3 = \frac{13}{2}$ (đvdt). □

Bài 82. Cho hàm số bậc nhất $y = x + m$ (m là tham số) có đồ thị d cắt Ox , Oy lần lượt tại A và B . Tìm m để $AB = 2$.

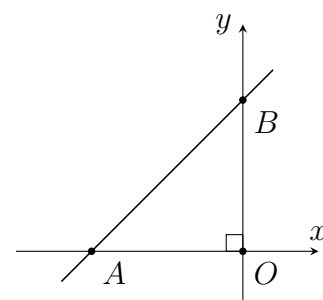
Lời giải.

Ta có $A = d \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = -m \Rightarrow A(-m; 0) \Rightarrow OA = |m|$.

$B = d \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = m \Rightarrow B(0; m) \Rightarrow OB = |m|$.

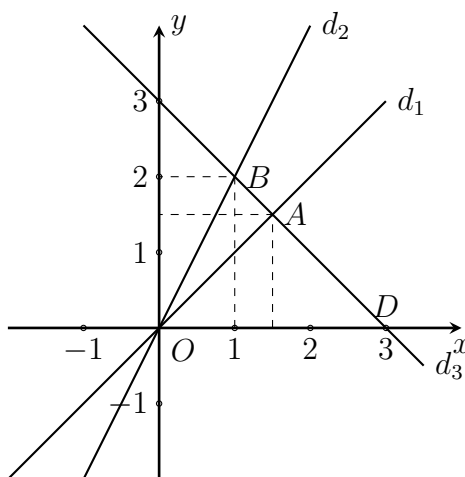
Lại có $\triangle OAB$ vuông tại O nên

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Leftrightarrow 4 = |m|^2 + |m|^2 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$



Bài 83. Cho ba đường thẳng $(d_1): y = x$, $(d_2): y = 2x$ và $(d_3): y = -x + 3$. Đường thẳng (d_3) cắt hai đường còn lại tại A và B . Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải.



Tọa độ điểm A là nghiệm hệ $\begin{cases} y = x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ $\begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow B(1; 2)$.

Gọi D là giao điểm của (d_3) và Ox ta có $x_D = 3$ và $y_D = 0$.

Ta có $S_{OAB} = S_{OBD} - S_{OAD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1,5 = 0,75$. □

Bài 84. Tính diện tích tam giác được giới hạn bởi các đường thẳng $d_1: 4x + y + 6 = 0$, $d_2: 5x - 2y + 1 = 0$, $d_3: x - 3y + 8 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm A của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ

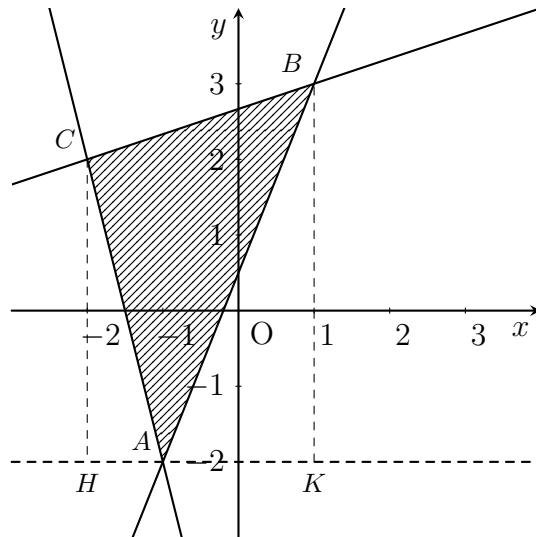
$$\begin{cases} 4x + y + 6 = 0 \\ 5x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 2y + 12 = 0 \\ 5x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -2).$$

Tọa độ giao điểm B của d_2 và d_3 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 5x - 2y + 1 = 0 \\ x - 3y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2y + 1 = 0 \\ x = 3y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y - 39 = 0 \\ x = 3y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow B(1; 3).$$

Tọa độ giao điểm C của d_1 và d_3 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x + y + 6 = 0 \\ x - 3y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 6 = 0 \\ x = 3y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y - 26 = 0 \\ x = 3y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow C(-2; 2).$$



Qua A dựng đường thẳng d song song với trục Ox và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C, B lên $d \Rightarrow CHKB$ là hình thang vuông.

Ta có $CH = 4, BK = 5, HK = 3, HA = 1, KA = 2$. Do đó

$$S_{\triangle CHA} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2; \quad S_{\triangle BKA} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5; \quad S_{CHKB} = \frac{(4 + 5) \cdot 3}{2} = \frac{27}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2} - (2 + 5) = \frac{13}{2}$. □

2.5 Tổng hợp

Bài 85. Cho hàm số $y = (m - 2)x + n$ (d). Tìm m và n để đường thẳng (d)

1. đi qua điểm $A(-1; 2)$ và $B(3; -4)$.
2. cắt trục Ox, Oy lần lượt tại điểm có hoành độ 1 và tung độ 2.
3. cắt đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$.
4. song song với đường thẳng $3x + 2y = 1$.

Lời giải.

1. Vì d đi qua điểm $A(-1; 2)$ và $B(3; -4)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -(m - 2) + n = 2 \\ 3(m - 2) + n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + n = 0 \\ 3m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = n = \frac{1}{2}.$$

2. Vì d cắt trục Ox , Oy lần lượt tại điểm có hoành độ 1 và tung độ 2 nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (m-2) + n = 0 \\ 0 \cdot (m-2) + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ m = 0. \end{cases}$$

3. Xét đường thẳng $x - 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$. Để đường thẳng d cắt đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$ thì

$$m - 2 \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m \neq \frac{5}{2}.$$

4. Xét đường thẳng $3x + 2y = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. Vì d song song với đường thẳng $3x + 2y = 1$ nên

$$\begin{cases} m - 2 = -\frac{3}{2} \\ n \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n \neq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

□

Bài 86. Cho hàm số bậc nhất $y = (4m^2 - 1)x + 1 - 2m$, (m là tham số).

- Vẽ đồ thị hàm số với $m = 0$.
- Tìm các giá trị nguyên của m biết đồ thị hàm số cắt tia Ox , Oy lần lượt tại A, B sao cho $S_{OAB} = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

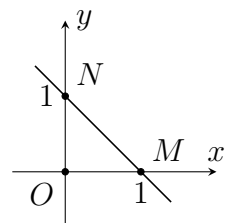
1.

Với $m = 0$ hàm số trở thành $y = -x + 1$.

☑ Cho $x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow N(0; 1)$.

☑ Cho $y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow M(1; 0)$.

Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua M và N .



2.

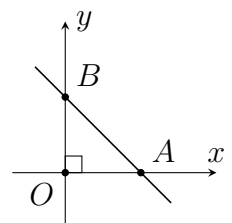
Hàm số là hàm số bậc nhất nên $4m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm \frac{1}{2}$.

Gọi d là đồ thị hàm số, ta có

$A = d \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 2m + 1 \Rightarrow A(2m + 1; 0) \Rightarrow OA = |2m + 1|$.

$B = d \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1 - 2m \Rightarrow B(0; 1 - 2m) \Rightarrow OB = |1 - 2m|$.

Lại có $\triangle OAB$ vuông tại O nên



$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot |2m + 1| \cdot |1 - 2m| \Leftrightarrow |4m^2 - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 0 \\ m^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (loại).}$$

Vậy $m = 0$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

□

Bài 87. Cho đường thẳng $(d): y = (2m - 1)x + m - 2$. Tìm tọa độ điểm M mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi m .

Lời giải.

Gọi $M(a, b)$ là điểm cố định mà hàm số luôn đi qua với mọi m .
Ta có $b = (2m - 1)a + m - 2$ đúng với mọi m .

$$\text{Do đó } (2a + 1)m - (a + 2 + b) = 0 \text{ đúng với mọi } m \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 1 = 0 \\ a + 2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy điểm M có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. □

Bài 88. Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết rằng $M(m - 1; 2m + 3)$ với m là tham số.

Lời giải.

Ta có $x_M = m - 1 \Leftrightarrow m = x_M + 1$.

Do đó $y_M = 2m + 3 = 2(x_M + 1) + 3 = 2x_M + 5$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng $y = 2x + 5$. □

Bài 89. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 1$ (m là tham số), có đồ thị là đường thẳng d .

1. Tìm m , biết hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} và d đi qua điểm $M(m, 3)$.
2. Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m .

Lời giải.

1. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} nên $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.
Lại có d đi qua $M(m; 3)$ nên

$$3 = (m - 1)m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & (\text{thỏa mãn}) \\ m = 2 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

2. Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi m . Khi đó

$$\begin{aligned} & y_0 = (m - 1)x_0 + 1, \quad \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & x_0 \cdot m - x_0 - y_0 + 1 = 0, \quad \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là $A(0; 1)$. □

Bài 90. Cho hàm số bậc nhất $y = (k - 1)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng d và hai điểm $A(0; 2)$, $B(-1; 0)$.

1. Tìm k để d đi qua B . Khi đó hàm số đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ?
2. Tìm k để d cắt Ox tại C sao cho diện tích ΔOAC gấp đôi diện tích ΔOAB .

Lời giải.

1. Ta có d đi qua $B(-1; 0)$ nên

$$0 = (k - 1) \cdot (-1) + 2 \Leftrightarrow -k + 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 3.$$

Khi đó hàm số trở thành $y = 2x + 2$. Vì $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

2. Ta có $A(0; 2) \in Oy$, $B(-1; 0) \in Ox$ nên $OA = 2$, $OB = 1$ và $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 1$.
 Vì hàm số là hàm số bậc nhất nên $k - 1 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 1$. Ta có

$$C = d \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{k-1} \Rightarrow C \left(\frac{-2}{k-1}; 0 \right) \Rightarrow OC = \left| \frac{2}{k-1} \right|.$$

Lại có $A \in Oy$ nên $\triangle OAC$ vuông tại O . Do đó

$$S_{OAC} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OC = \left| \frac{2}{k-1} \right|.$$

Mà $S_{OAC} = 2S_{OAB}$ nên

$$\left| \frac{2}{k-1} \right| = 2 \Leftrightarrow |k-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 2 \end{cases}.$$

Vậy $k \in \{0; 2\}$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

□

Bài 91. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$ (d_m).

1. Tìm m để đồ thị hàm số (d_m) đi qua điểm $A(1; -4)$.
2. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m .

Lời giải.

1. Vì đồ thị hàm số (d_m) đi qua điểm $A(1; -4)$ nên ta có

$$(m - 1) + m + 3 = -4 \Leftrightarrow 2m = -6 \Leftrightarrow m = -3.$$

2. Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} (m - 1)x_0 + m + 3 &= y_0, \quad \forall m \\ \Leftrightarrow m(x_0 + 1) + (-x_0 - y_0 + 3) &= 0, \quad \forall m \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 3 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m là $(-1; 4)$.

□

Bài 92. Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 4m^2 - 1$ (d_m).

1. Tìm m để (d_m) đồng quy với hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$ và $d_2: y = 3x + 1$.

2. Tìm m để (d_m) cắt các trục tọa độ theo một tam giác cân.

 **Lời giải.**

1. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$ và $d_2: y = 3x + 1$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 2x - 2 = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases} \Rightarrow A(-3; -8).$$

Để d_m đồng quy với d_1, d_2 thì d_m phải đi qua $A(-3; -8)$, do đó

$$-3(2m - 1) + 4m^2 - 1 = -8 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$$

2. Giả sử (d_m) cắt các trục tọa độ tại $A, B \Rightarrow \triangle OAB$ vuông cân tại $O \Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{BAO} = 45^\circ$.
Do đó, d_m song song với các đường phân giác $y = x$ hoặc $y = -x$.


Nếu d_m song song với $y = x \Rightarrow 2m - 1 = 1 \Rightarrow m = 1$.

Nếu d_m song song với $y = -x \Rightarrow 2m - 1 = -1 \Rightarrow m = 0$.

Vậy với $m = 0$ hoặc $m = 1$ thì d_m cắt các trục tọa độ theo tam giác cân.

□

2.6 Nâng cao


 **Bài 93.** Cho đường thẳng $d: y = 2011mx - 5m^2$. Tìm trên trục tung các điểm mà đường thẳng d không đi qua với mọi $m \in \mathbb{R}$.

 **Lời giải.**

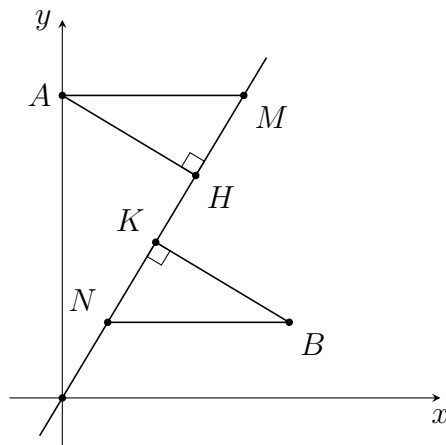
Ta có giao điểm của đường thẳng d với trục tung là điểm $A(0; -5m^2)$.

Vì $y_A = -5m^2 \leq 0$ nên không tồn tại m để đường thẳng d cắt trục tung tại các điểm có tung độ dương.

Vậy các điểm trên trục tung có tung độ dương thì đường thẳng đã cho không đi qua với mọi $m \in \mathbb{R}$. □

 **Bài 94.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax$ (a là tham số), có đồ thị là đường thẳng d và các điểm $A(0; 4), B(3; 1)$. Tìm a để A, B nằm về hai phía của d và cách đều d .

 **Lời giải.**



Gọi AH, BK là khoảng cách từ A, B đến đường thẳng d . Đường thẳng đi qua A song song với Ox cắt d tại điểm $M\left(\frac{4}{a}; 4\right)$. Đường thẳng đi qua B song song với Ox cắt d tại điểm $N\left(\frac{1}{a}; 1\right)$.

Ta có $AH = BK \Leftrightarrow AM = NB \Leftrightarrow x_M = x_B - x_N \Leftrightarrow \frac{4}{a} = 3 - \frac{1}{a} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$. □

Bài 95. Cho hàm số bậc nhất $y = 2x + m$ (1) và $y = x - m + 1$ (2) (m là tham số), có đồ thị lần lượt là đường thẳng d_1 và d_2 . Chứng minh rằng d_1, d_2 luôn cắt nhau tại một điểm và điểm đó luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Lời giải.

Ta có $2 \neq 1$ với mọi m nên d_1 luôn cắt d_2 .

Hoành độ giao điểm của d_1, d_2 là nghiệm phương trình

$$2x + m = x - m + 1 \Leftrightarrow x = -2m + 1 \Rightarrow y = -3m + 1 \Rightarrow M(-2m + 1; -3m + 1).$$

Ta có $3x_M - 2y_M = 1 \Leftrightarrow y_M = \frac{3}{2}x_M - \frac{1}{2} \Rightarrow M \in d: y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}$. □

Bài 96. Cho hàm số bậc nhất $y = mx - m + 1$ (m là tham số), có đồ thị là đường thẳng d .

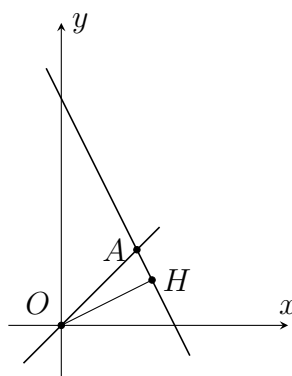
1. Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua.
2. Tìm m để khoảng cách từ O đến d lớn nhất.

Lời giải.

1. Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm mà d luôn đi qua với mọi m . Khi đó

$$\begin{aligned} y_0 &= mx_0 - m + 1, \quad \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow (x_0 - 1) \cdot m - y_0 + 1 &= 0, \quad \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ -y_0 + 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm cố định mà d luôn đi qua là $A(1; 1)$.



2.

Gọi $\Delta: y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(1; 1) \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \Delta: y = x$.

Kẻ $OH \perp d \Rightarrow OH \leq OA$.

Do đó OH lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv A$ hay $d \perp \Delta \Leftrightarrow m \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow m = -1$.

□

Bài 97. Cho hàm số $y = |x - 1| + |x + 2|$ (d).

1. Vẽ đồ thị hàm số (d).

2. Biện luận số nghiệm của phương trình $|x - 1| + |x + 2| = m$.

Lời giải.

1. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x - 1$		-	0	+
$x + 2$		-	0	+

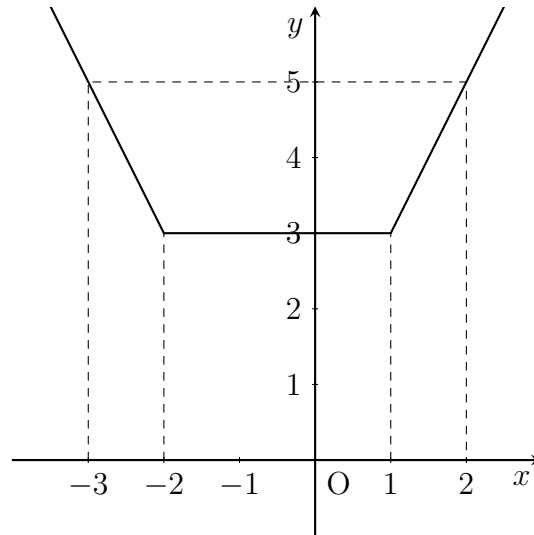
Do đó

$$y = \begin{cases} x - 1 + x + 2 & \text{nếu } x \geq 1 \\ -(x - 1) + x + 2 & \text{nếu } -2 \leq x \leq 1 \\ -(x - 1) - (x + 2) & \text{nếu } x \leq -2 \end{cases} = \begin{cases} 2x + 1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ 3 & \text{nếu } -2 \leq x \leq 1 \\ -2x - 1 & \text{nếu } x \leq -2. \end{cases}$$

Ta có bảng giá trị

x	-3	-2	1	2
y	5	3	3	5

Đồ thị hàm số $y = |x - 1| + |x + 2|$:



2. Số nghiệm của phương trình $|x - 1| + |x + 2| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x - 1| + |x + 2|$ và đường thẳng $y = m$.

- Nếu $m < 3$ thì phương trình vô nghiệm.
- Nếu $m = 3$ thì phương trình có vô số nghiệm $x \in [-2; 1]$.
- Nếu $m > 3$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

□

Bài 98. Cho họ đường thẳng $y = (m + 5)x + 2m + 11$ (d_m).

1. Tìm điểm cố định của d_m .
2. Tính khoảng cách lớn nhất từ O đến d_m .

Lời giải.

1. Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} & (m + 5)x_0 + 2m + 11 = y_0, \forall m \\ \Leftrightarrow & m(x_0 + 2) + (5x_0 - y_0 + 11) = 0, \forall m \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ 5x_0 - y_0 + 11 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

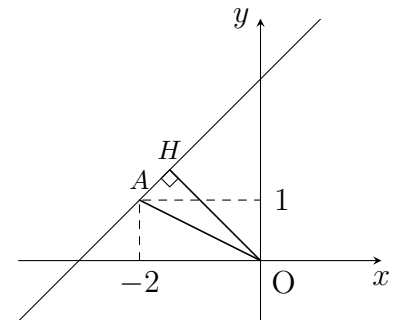
Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m là $A(-2; 1)$.

- 2.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên d_m . Xét tam giác OHA vuông tại H , ta có

$$OA = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} \text{ và } OH \leq OA.$$

Do vậy OH lớn nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $H \equiv A$.



□

Bài 99. Cho đường thẳng $d: y = mx + 2m - 1$. Xác định m để khoảng cách từ O đến đường thẳng d là lớn nhất.

Lời giải.

Gọi $M(a, b)$ là điểm cố định mà đường thẳng d đi qua.

Ta có $b = ma + 2m - 1$ đúng với mọi m

Do đó $(a + 2)m - b - 1 = 0$ đúng với mọi m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = 0 \\ -b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1. \end{cases}$$

Suy ra $M(-2; -1)$.

Gọi OH là khoảng cách từ O đến đường thẳng d , ta có $OH \leq OM$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng d lớn nhất khi $H \equiv M$ hay $d \perp OM$.

Đường thẳng OM có dạng $y = ax$ đi qua $M(-2; -1)$ nên thay $x = -2; y = -1$, ta có

$$-1 = a \cdot (-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Suy ra phương trình đường thẳng OM là $y = \frac{1}{2}x$.

Ta có $d \perp OM \Leftrightarrow m \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow m = -2$.

Vậy $m = -2$.

□

➤ **Bài 100.** Cho điểm M chạy trên đường thẳng $d: y = x - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách OM (với O là gốc tọa độ).

 **Lời giải.**

Với $y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(4; 0) \Rightarrow OA = 4$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow B(0; -4) \Rightarrow OB = 4$.

Vì tam giác OAB vuông tại O nên $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 4\sqrt{2}$.

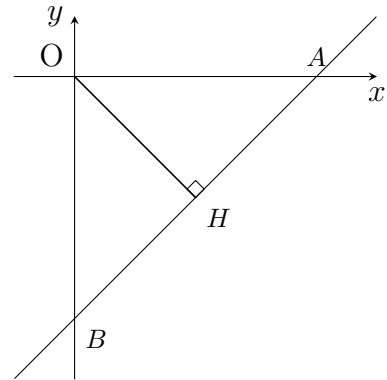
Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ (đvdt).

Gọi OH là đường cao kẻ từ O xuống AB . Ta có

$$OH = \frac{2S}{AB} = 2\sqrt{2} \text{ (đvdd)}.$$

Vì $OH \perp HM \Rightarrow OM \geq OH$. Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv H$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $OM = 2\sqrt{2}$.



□

§6 Đề kiểm tra chương 2

1 Đề số 1 (Dành cho học sinh đại trà)

Câu 1. Cho đường thẳng $d : y = 2x - 1$.

1. Tìm tọa độ điểm A thuộc d , biết rằng A có hoành độ bằng -1 .
2. Tìm tọa độ điểm B thuộc d , biết B có tung độ bằng 5 .

Lời giải.

1. Ta có $x_A = -1$, nên $y_A = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$. Vậy $A(-1; -3)$.
2. Ta có $y_B = 5$, nên $2x_B - 1 = 5 \Leftrightarrow x_B = 3$. Vậy $B(3; 5)$.

□

A

Câu 2. Cho hàm số $y = (m - 2)x + 2m - 2$.

1. Tìm m để hàm số đã cho đồng biến.
2. Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(2; -8)$.
3. Vẽ đồ thị hàm số đã cho và tính góc giữa đường thẳng với trục Ox khi $m = 1$.

Lời giải.

1. Hàm số đã cho đồng biến khi $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.
2. Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(2; -8)$ khi

$$-8 = (m - 2)2 + 2m - 2 \Leftrightarrow -8 = 4m - 6 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

3.

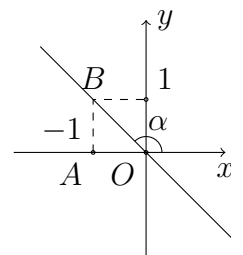
Với $m = 0$ ta có $y = -x$.

Do $a = -1 < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(-1; 1)$.

Ta có $\tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OA} = 1$, suy ra $\widehat{AOB} = 45^\circ$.

Do đó $\alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.



□

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{(3-2a)}{2018}x + 3a$ (với a là tham số). Tìm a để $f(2017) < f(2019)$.

Lời giải.

Ta thấy $f(x)$ là hàm số có dạng $ax + b$.

Ta có $f(2017) < f(2019)$ khi và chỉ khi hàm số đồng biến, hay

$$\frac{3-2a}{2018} > 0 \Leftrightarrow 3-2a > 0 \Leftrightarrow a < \frac{3}{2}.$$

□

2 Đề số 2 (Dành cho học sinh khá, giỏi)

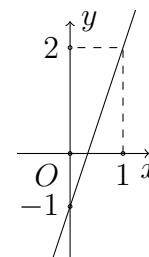
Câu 1. Cho ba đường thẳng $d_1 : y = 3x - 1$, $d_2 : y = 5 - 3x$ và $d_3 : y = (2m - 1)x + 4 - m$.

- Vẽ đường thẳng d_1 .
- Tìm m để $d_2 \parallel d_3$.
- Tìm m để hai đường thẳng d_1 và d_3 cắt nhau tại một điểm nằm trên trục Oy .

Lời giải.

1.

Đường thẳng d_1 đi qua hai điểm $M(0; -1)$, $N(1; 2)$



2. Ta có

$$d_2 \parallel d_3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = -3 \\ 4 - m \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -1 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy không tồn tại m để $d_2 \parallel d_3$.

3. Gọi B là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_3 . Vì B nằm trên Oy nên $B(0; y)$, mà $B \in d_1$ nên $y = -1 \Rightarrow B(0; -1)$.

Lại có $B \in d_3$ nên suy ra $-1 = 4 - m \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.

□

Câu 2. Cho đường thẳng $d : y = (m - 1)x + 2m + 1$.

- Tìm m để $y(2017^3) > y(2019^4)$.
- Tìm m để đường thẳng d cắt Ox , Oy tại hai điểm A , B sao cho tam giác AOB cân.

 **Lời giải.**

1. Ta thấy hàm số đã cho có dạng $y = ax + b$.

Ta có $2017^3 < 2019^4$, nên $y(2017^3) > y(2019^4) \Leftrightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến, hay


$$m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

2. Vì tam giác AOB vuông cân tại O , nên đường thẳng AB (tức là đường thẳng d) vuông góc với phân giác của góc \widehat{AOB} , tức là vuông góc với đường thẳng $y = x$ hoặc $y = -x$. Từ đó suy ra

$$\begin{cases} m - 1 = 1 \\ m - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0. \end{cases}$$

Thử lại, ta thấy cả hai giá trị này thỏa mãn.

Vậy $m = 0$, $m = 2$ là các giá trị cần tìm. □

 **Câu 3.** Cho 2 đường thẳng $d_1: y = (m^2 + 1)x - m^2 + 2$, $d_2: y = \frac{-1}{m^2 + 1}x + \frac{3m^2 + 7}{m^2 + 1}$ (m là tham số). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì d_1, d_2 luôn cắt nhau tại một điểm M nằm trên một đường tròn cố định.

 **Lời giải.**

Ta thấy điểm $A(1; 3) \in d_1$ và $B(4; 3) \in d_2$ với mọi giá trị của m .

Đồng thời $(m^2 + 1) \left(\frac{-1}{m^2 + 1} \right) = -1$ nên $d_1 \perp d_2$.

Do đó, d_1 và d_2 luôn cắt nhau tại M và $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M luôn nằm trên đường tròn đường kính AB .

Vậy bài toán được chứng minh. □

