



CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

ĐẠI SỐ 9

Câu 1. Điều kiện xác định của $\sqrt{3x+2}$ là:

- A. $x > \frac{-2}{3}$ B. $x < \frac{-2}{3}$ C. $x \geq \frac{-2}{3}$ D. $x \leq \frac{-2}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\sqrt{3x+2} \text{ xác định} \Leftrightarrow 3x+2 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{3}.$$

Câu 2. $\sqrt{2-5x}$ có nghĩa khi :

- A. $x \geq \frac{2}{5}$ B. $x \leq \frac{2}{5}$ C. $x \geq \frac{-2}{5}$ D. $x \leq \frac{-2}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{2-5x} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow 2-5x \geq 0 \Leftrightarrow -5x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{5}.$$

Câu 3. Biểu thức $\sqrt{\frac{4}{x+3}}$ xác định khi:

- A. $x > 3$ B. $x > -3$ C. $x \geq -3$ D. $x \geq 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{\frac{4}{x+3}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \frac{4}{x+3} > 0 \Leftrightarrow x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3.$$

Câu 4. Điều kiện xác định của $\sqrt{-3(x-1)}$ là:

- A. $x=1$ B. $x \leq 1$ C. $x \geq 1$ D. $x < 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{-3(x-1)} \text{ xác định} \Leftrightarrow -3(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x-1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1.$$



Câu 5. Tìm x , để biểu thức $\sqrt{\frac{-5}{x^2+3}}$ có nghĩa:

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$ B. $x \geq \sqrt{3}$ C. $x < -\sqrt{3}$ D. Không có giá trị của x

Hướng dẫn

Chọn D

$$\sqrt{\frac{-5}{x^2+3}} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \frac{-5}{x^2+3} \geq 0 \Leftrightarrow x^2+3 \leq 0 \text{ (vô lý).}$$

Vậy không có giá trị của x để biểu thức có nghĩa.

Câu 6. Điều kiện xác định của $\frac{2}{\sqrt{2-x}}$ là:

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\frac{2}{\sqrt{2-x}} \text{ xác định} \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2.$$

Câu 7. Biểu thức $\sqrt{x^2-9}$ có nghĩa khi:

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 3$ C. $-3 \leq x \leq 3$ D. $x \geq 3$ hoặc $x \leq -3$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\sqrt{x^2-9} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow x^2-9 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

Câu 8. Tìm x , để biểu thức $\sqrt{-x^2+2x-1}$ có nghĩa:

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$ B. $x = 1$ C. $x \geq 1$ D. Không có giá trị của x

Hướng dẫn

Chọn B

$$\sqrt{-x^2+2x-1} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow -x^2+2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow -(x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$



Câu 9. Điều kiện xác định $\sqrt{\frac{x-2}{3}}$ là:

- A. $x \geq -2$ B. $x \leq -2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\sqrt{\frac{x-2}{3}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \frac{x-2}{3} \geq 0 \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 10. $\sqrt{|x|+1}$ có nghĩa khi:

- A. $x \geq 0$ B. $x \geq 1$ C. $x \geq -1$ D. $\forall x \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\sqrt{|x|+1} \text{ xác định} \Leftrightarrow |x|+1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 11. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x^2+2x+3}$ là:

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$ B. $x \geq 1$ C. $x \geq -1$ D. $x \geq 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt{x^2+2x+3} \text{ xác định} \Leftrightarrow x^2+2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)^2+2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 12. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x^2-6x+9}$ là

- A. $x \geq 0$ B. $\forall x \in \mathbb{R}$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{x^2-6x+9} \text{ xác định} \Leftrightarrow x^2-6x+9 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 13. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{1}{x^2+5}}$ là:

- A. $x \geq 0$ B. $x \geq \sqrt{5}$ C. $\forall x \in \mathbb{R}$ D. $x \leq \sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.



$$\sqrt{\frac{1}{x^2+5}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2+5} \geq 0 \Leftrightarrow x^2+5 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 14. Điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+1}}$ là:

- A. $x \geq 0$ B. $x \geq 1$ C. $x \geq -1$ D. $\forall x \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+1}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \frac{x^2-x+1}{x^2+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{x^2+1} \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 15. Biểu thức $\sqrt{|x-3|}$ có nghĩa khi:

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 3$ C. $\forall x \in \mathbb{R}$ D. Không có giá trị của x .

Hướng dẫn

Chọn C

$$\sqrt{|x-3|} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow |x-3| \geq 0 \text{ (đúng với } \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

Câu 16. Kết quả của phép tính $\frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}}$ là :

- A. -2 B. -3 C. 1 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} & \frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} = 2\sqrt{5} - \frac{8\sqrt{5}+1}{4} = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2 = -2 \end{aligned}$$

Câu 17. Giá trị của biểu thức $\frac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}$ là:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$



Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$$

$$= \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}\sqrt{3} - \sqrt{8}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{6}\sqrt{5} + \sqrt{27}} = \frac{-2}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{-3}{\sqrt{6}} = \frac{-3\sqrt{6}}{6} = \frac{-\sqrt{6}}{2}$$

Câu 18. $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$ có kết quả là:

A. 4

B. 3

C. 2

D. 5

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}}$$

$$= \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

Câu 19. Giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$ là:

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}\sqrt{5}+1}$$

$$= \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}\sqrt{5}+1} = \frac{2\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}^2}{\sqrt{5}+1} = 1$$



Câu 20. Kết quả của phép tính $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$ là :

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} &= \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}} + \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{9 - 3} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 21. Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{5} + 2^2 - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$ là :

- A. $\frac{-\sqrt{5} - 2}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5} - 2}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5} - 3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5} + 2}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{\sqrt{5} + 2^2 - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{9 + 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{9 - 4\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} - 2^2}{2\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{2}$$

Câu 22. Giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$ bằng?

- A. $\frac{-1}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} \sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$



Câu 23. Kết quả phép tính $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}}$ là?

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5} \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Câu 24. Kết quả phép tính $\frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$ là?

- A. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$ C. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}} \\ &= \frac{2\sqrt{5} \sqrt{3} - 2\sqrt{2} \sqrt{5} + \sqrt{2} \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2\sqrt{5} \sqrt{3} - \sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \end{aligned}$$

Câu 25. Kết quả phép tính $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$ là?

- A. 1 B. 2 C. $2 + \sqrt{2}$ D. $1 + \sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Tách $\sqrt{16} = \sqrt{4} + \sqrt{4}$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$



$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{2} \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = 1 + \sqrt{2}$$

Câu 26. Kết quả phép tính $\frac{x + \sqrt{xy}}{y + \sqrt{xy}}$ là?

A. $\sqrt{\frac{x}{y}}$

B. $\sqrt{\frac{y}{x}}$

C. \sqrt{xy}

D. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\frac{x + \sqrt{xy}}{y + \sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{x} \sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{y} \sqrt{y} + \sqrt{x}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Câu 27. Kết quả phép tính $\frac{\sqrt{a} + a\sqrt{b} - \sqrt{b} - b\sqrt{a}}{ab - 1}$ là?

A. $ab - 1$

B. $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{ab} - 1}$

C. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

D. $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{ab} - 1}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{\sqrt{a} + a\sqrt{b} - \sqrt{b} - b\sqrt{a}}{ab - 1} = \frac{\sqrt{a} \cdot 1 + \sqrt{ab} - \sqrt{b} \cdot 1 + \sqrt{ab}}{\sqrt{ab} - 1 \cdot \sqrt{ab} + 1} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{ab} - 1}$$

Câu 28. Kết quả của phép tính $\left(1 + \frac{5 - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}\right) \left(\frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} + 1\right)$ là?

A. $2\sqrt{5}$

B. 4

C. $-2\sqrt{5}$

D. -4

Hướng dẫn

Chọn D.



Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{2}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2} + \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}+2}{6-4} + \frac{2\sqrt{6}-2}{6-4} + \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{17\sqrt{6}}{6}$$

Câu 32. Kết quả phép tính $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$ là?

- A. $\frac{\sqrt{15}}{6}$ B. $\frac{-\sqrt{30}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{-\sqrt{15}}{6}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6} \end{aligned}$$

Câu 33. Kết quả phép tính $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ là?

- A. -3 B. -2 C. -1 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}} - \sqrt{5}\right) (\sqrt{5}-\sqrt{2}) = -(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = -3 \end{aligned}$$

Câu 34. Kết quả phép tính $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{12}} - \frac{1}{\sqrt{6}}$ là?

- A. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$



Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{12} - \frac{1}{\sqrt{6}}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{12}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Câu 35. Kết quả phép tính $\frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ là?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{2\sqrt{3}+1}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{3}+1}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}\sqrt{3}-1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 36. Rút gọn các biểu thức sau: $x+3+\sqrt{x^2-6x+9}$ ($x \leq 3$)

A. $2x$.

B. $-2x$.

C. 6.

D. -6 .

Hướng dẫn

Chọn C.

$$x+3+\sqrt{x^2-6x+9} = x+3+\sqrt{(x-3)^2} = x+3+|x-3|$$

Vì $x \leq 3 \Rightarrow |x-3| = 3-x \Rightarrow x+3+|x-3| = x+3+3-x = 6$.



Câu 37. Rút gọn các biểu thức sau: $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2}$ ($-2 \leq x \leq 0$).

- A. $2x + 2$. B. $-2x - 2$. C. 2 . D. -2 .

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2} = \sqrt{(x + 2)^2} - \sqrt{x^2} = |x + 2| - |x|$

Vì $-2 \leq x \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} |x + 2| = x + 2 \\ |x| = -x \end{cases} \Rightarrow |x + 2| - |x| = x + 2 + x = 2x + 2$.

Câu 38. Rút gọn các biểu thức sau: $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1}$ ($x > 1$).

- A. 1 . B. -1 . C. $x - 1$. D. $1 - x$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1} = \frac{\sqrt{(x - 1)^2}}{x - 1} = \frac{|x - 1|}{x - 1} = 1$ (vì $x > 1$).

Câu 39. Rút gọn các biểu thức sau: $|x - 2| + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$ ($x < 2$).

- A. $x - 1$. B. $-x + 1$. C. $x - 2$. D. $-x + 2$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $|x - 2| + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} = |x - 2| + \frac{\sqrt{(x - 2)^2}}{x - 2} = |x - 2| + \frac{|x - 2|}{x - 2}$

Vì $x < 2 \Rightarrow |x - 2| = 2 - x \Rightarrow |x - 2| + \frac{|x - 2|}{x - 2} = 2 - x + \frac{2 - x}{x - 2} = 2 - x - 1 = 1 - x$.

Câu 40. Rút gọn các biểu thức: $A = \sqrt{x} - \sqrt{x - \sqrt{x} + \frac{1}{4}}$ khi $x \geq 0$.



- A. $2\sqrt{x} + \frac{1}{2}$. B. $2\sqrt{x} - \frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = \sqrt{x} - \sqrt{x - \sqrt{x} + \frac{1}{4}} = \sqrt{x} - \sqrt{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{x} - \left|\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right|$$

+ Nếu $\sqrt{x} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$ thì $\left|\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right| = \sqrt{x} - \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$.

+ Nếu $\sqrt{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{4}$ thì $\left|\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right| = -\sqrt{x} + \frac{1}{2} \Rightarrow A = 2\sqrt{x} - \frac{1}{2}$

Câu 41. Rút gọn các biểu thức sau: $B = \sqrt{4x - 2\sqrt{4x-1}} + \sqrt{4x + 2\sqrt{4x-1}}$ khi $x \geq \frac{1}{2}$.

- A. 0. B. -2. C. 2. D. $2\sqrt{x} - 1$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có:

$$B = \sqrt{4x - 2\sqrt{4x-1}} + \sqrt{4x + 2\sqrt{4x-1}} = \sqrt{4x-1 - 2\sqrt{4x-1} + 1} + \sqrt{4x-1 + 2\sqrt{4x-1} + 1}$$

$$\text{Hay } B = \sqrt{(\sqrt{4x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{4x-1}+1)^2} = |\sqrt{4x-1}-1| + |\sqrt{4x-1}+1| = |\sqrt{4x-1}-1| + \sqrt{4x-1} + 1$$

+ Nếu $\sqrt{4x-1}-1 \geq 0 \Leftrightarrow 4x-1 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ thì $|\sqrt{4x-1}-1| = \sqrt{4x-1}-1$ suy ra $B = 2\sqrt{4x-1}$.

+ Nếu $\sqrt{4x-1}-1 < 0 \Leftrightarrow 4x-1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{2}$ thì $|\sqrt{4x-1}-1| = -\sqrt{4x-1}+1$ suy ra $B = 2$.

Câu 42. Cho $a = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} + \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $a = \sqrt{3} - 1$ B. $a = \sqrt{3} + 1$. C. $a = 2(\sqrt{3} + 1)$. D. $a = -2(\sqrt{3} + 1)$.

Hướng dẫn

Chọn B.



$$a^2 = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} + 3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} + 2\sqrt{9 - (5 + 2\sqrt{3})} = 6 + 2\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

$$= 6 + 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = 6 + 2(\sqrt{3} - 1) = 4 + 2\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2. \text{ Do } a > 0 \text{ nên } a = \sqrt{3} + 1.$$

Câu 43. Rút gọn các biểu thức sau: $\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ với $x, y \geq 0$.

- A. $2x + 2y$. B. $2x - 2y$. C. $2\sqrt{xy}$. D. \sqrt{xy} .

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x - 2\sqrt{xy} + y) = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x - 2\sqrt{xy} + y) = \sqrt{xy}.$$

Câu 44. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}}$; ($x \geq 1$).

- A. $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$. B. $-\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$. C. $\left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}\right)^2$. D. $-\left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}\right)^2$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\sqrt{\frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)^2}} = \frac{|\sqrt{x} - 1|}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ (vì $x \geq 1$ nên $\sqrt{x} - 1 \geq 0$).

Câu 45. Rút gọn biểu thức sau: $\frac{x - 1}{\sqrt{y} - 1} \cdot \sqrt{\frac{(y - 2\sqrt{y} + 1)^2}{(x - 1)^4}}$; ($x \neq 1; y \neq 1, y > 0$).

- A. $\frac{\sqrt{y} - 1}{\sqrt{x} + 1}$. B. $\frac{\sqrt{y} - 1}{\sqrt{x} - 1}$. C. $\frac{1 - \sqrt{y}}{1 - x}$. D. $\frac{\sqrt{y} - 1}{x + 1}$.

Hướng dẫn

Chọn C.



Ta có $\frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{(\sqrt{y}-1)^2}{(x-1)^2} = \frac{|\sqrt{y}-1|}{x-1} = \frac{\sqrt{y}-1}{x-1} = \frac{1-\sqrt{y}}{1-x}$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức sau: $\frac{2}{x^2-y^2} \cdot \frac{\sqrt{2x^2-4xy+2y^2}}{2}$ (với $x > y$).

- A. $\frac{\sqrt{2}}{x-y}$. B. $\frac{-\sqrt{2}}{x-y}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{x+y}$. D. $\frac{-\sqrt{2}}{x+y}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\frac{2}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot |x-y|}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot |x-y|}{(x-y)(x+y)}$

Nếu $x > y$ thì $\frac{\sqrt{2} \cdot |x-y|}{(x-y)(x+y)} = \frac{\sqrt{2}}{x+y}$

Nếu $x < y$ thì $\frac{\sqrt{2} \cdot |x-y|}{(x-y)(x+y)} = -\frac{\sqrt{2}}{x+y}$.

Câu 47. Rút gọn biểu thức : $\sqrt{4(a-2)^2}$ với $a \geq 2$.

- A. $2(a-2)^2$. B. $2(2-a)^2$. C. $-2(a-2)$. D. $-2(2-a)$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$\sqrt{4(a-2)^2} = 2|a-2| = 2(2-a)$, với $a \geq 2$.

Câu 48. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{9(b-1)^2}$ với $b \leq 1$

- A. $3(b-1)$. B. $3(1-b)$. C. $3(b-1)^2$. D. $3(1-b)^2$.

Hướng dẫn

Chọn B.



Ta có $\sqrt{9(b-1)^2} = 3|b-1| = 3(1-b)$, với $b \leq 1$.

Câu 49. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{a^4(5-a)^2}$ với $a \leq 5$.

- A. $a^2(5-a)$. B. $a^2(a-5)$. C. $a^4(5-a)$. D. $a^4(a-5)$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\sqrt{a^4(5-a)^2} = a^2 \cdot |5-a| = a^2 \cdot (5-a)$, với $a \leq 5$.

Câu 50. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{\frac{3a}{4}} \cdot \sqrt{\frac{a}{27}}$ với $a \geq 0$.

- A. $\frac{6}{a}$. B. $-\frac{6}{a}$. C. $\frac{a}{6}$. D. $-\frac{a}{6}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\sqrt{\frac{3a}{4}} \cdot \sqrt{\frac{a}{27}} = \sqrt{\frac{3a}{4} \cdot \frac{a}{27}} = \sqrt{\frac{a^2}{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{a}{6}$, với $a \geq 0$.

Câu 51. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{6a} \cdot \sqrt{54a} - 8a$ với $a \geq 0$.

- A. $10a$. B. $-10a$. C. $26a$. D. $-26a$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\sqrt{6a} \cdot \sqrt{54a} - 8a = \sqrt{6a \cdot 54a} - 8a = \sqrt{6^2 \cdot 3^2 a^2} - 8a = 18a - 8a = 10a$, với $a \geq 0$.

Câu 52. Rút gọn biểu thức sau: $\frac{1}{a-b} \sqrt{a^4(a-b)^2}$ với $a > b$.

- A. a^2 . B. a^4 . C. $-a^2$. D. $-a^4$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\frac{1}{a-b} \sqrt{a^4(a-b)^2} = \frac{a^2|a-b|}{a-b} = \frac{a^2(a-b)}{a-b} = a^2$, với $a > b$.



Câu 53. Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{\frac{4x^2y^4}{64}}$.

- A. $\frac{xy^2}{4}$. B. $\frac{-xy^2}{4}$. C. $\frac{|x| \cdot |y|}{4}$. D. $\frac{|x| \cdot y^2}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có } A = \sqrt{\frac{4x^2y^4}{64}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y^4}}{\sqrt{64}} = \frac{2 \cdot |x| \cdot |y^2|}{8} = \frac{|x| \cdot y^2}{4}.$$

Câu 54. Rút gọn biểu thức sau: $B = \sqrt{\frac{16x^8y^4}{169}}$.

- A. $\frac{4x^4y^2}{13}$. B. $\frac{4x^4 \cdot |y|}{13}$. C. $\frac{-4x^4y^2}{13}$. D. $\frac{4x^8y^4}{13}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có } B = \sqrt{\frac{16x^8y^4}{169}} = \frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt{x^8} \cdot \sqrt{y^4}}{\sqrt{169}} = \frac{4 \cdot |x^4| \cdot |y^2|}{13} = \frac{4 \cdot x^4 \cdot y^2}{13}.$$

Câu 55. Rút gọn biểu thức sau: $C = \frac{\sqrt{4x^2y^6}}{\sqrt{25x^8y^4}}$ với $y > 0, x > 0$.

- A. $\frac{5x^3}{2y}$. B. $\frac{2y}{5x^3}$. C. $\frac{5x^3}{2y}$. D. $-\frac{2y}{5x^3}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Với } y > 0, x > 0. \text{ Ta có: } C = \frac{\sqrt{4x^2y^6}}{\sqrt{25x^8y^4}} = \sqrt{\frac{4x^2y^6}{25x^8y^4}} = \sqrt{\frac{4 \cdot y^2}{25 \cdot x^6}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{|y|}{|x^3|} = \frac{2y}{5x^3}.$$

Câu 56. Rút gọn biểu thức sau: $D = \frac{\sqrt{256x^{12}y^2}}{\sqrt{36x^2y^8}}$ với $y > 0, x < 0$.



- A. $\frac{8x^5}{3y^3}$. B. $-\frac{8x^5}{3y^3}$. C. $\frac{3y^3}{8x^5}$. D. $-\frac{3y^3}{8x^5}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Với $y > 0, x < 0$. $D = \frac{\sqrt{256x^{12}y^2}}{\sqrt{36x^2y^8}} = \sqrt{\frac{256x^{12}y^2}{36x^2y^8}} = \sqrt{\frac{64x^{10}}{9y^6}} = \frac{8 \cdot |x^5|}{3 \cdot |y^3|} = -\frac{8x^5}{3y^3}$.

Câu 57. Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{\frac{25x^2y^8}{81}}$ với $x \geq 0$.

- A. $\frac{25}{81}xy^4$. B. $-\frac{25}{81}xy^4$. C. $\frac{5}{9}xy^4$. D. $-\frac{5}{9}x^2y^4$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Với $x \geq 0$ $A = \sqrt{\frac{25x^2y^8}{81}} = \frac{\sqrt{25x^2y^8}}{\sqrt{81}} = \frac{5 \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y^8}}{9} = \frac{5}{9} \cdot |x| \cdot |y^4| = \frac{5}{9}xy^4$.

Câu 58. Rút gọn biểu thức sau: $B = \sqrt{\frac{64x^6y^2}{169}}$ với $x \geq 0, y < 0$

- A. $\frac{8}{13}x^3y$. B. $-\frac{8}{13}x^3y$. C. $\frac{64}{169}x^3y$. D. $\frac{3}{8}xy^3$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Với $x \geq 0, y < 0$ $B = \sqrt{\frac{64x^6y^2}{169}} = \frac{\sqrt{64} \cdot \sqrt{x^6} \cdot \sqrt{y^2}}{\sqrt{169}} = \frac{8|x^3| \cdot |y|}{13} = -\frac{8}{13}x^3y$.

Câu 59. Rút gọn biểu thức sau: $C = \frac{\sqrt{324x^2y^4}}{\sqrt{289x^6y^2}}$ với $y < 0, x \neq 0$.

- A. $-\frac{18y}{17x}$. B. $-\frac{17x^2}{18y}$. C. $\frac{18x^2}{17y}$. D. $-\frac{18x^2}{17y}$.

Hướng dẫn

Chọn .



Với $y < 0, x \neq 0$.
$$C = \frac{\sqrt{324x^2y^4}}{\sqrt{289x^6y^2}} = \sqrt{\frac{324x^2y^4}{289x^6y^2}} = \sqrt{\frac{324y^2}{289x^4}} = \frac{18|y|}{17|x^2}} = -\frac{18y}{17x^2}.$$

Câu 60. Rút gọn biểu thức sau: $D = \frac{\sqrt{441x^6y}}{\sqrt{961x^2y^5}}$. với $y > 0$.

A. $\frac{21x^2}{31y^2}$. B. $\frac{21}{31}x^2y^2$. C. $-\frac{21}{31}x^2y^2$. D. $-\frac{21x^2}{31y^2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Với $y > 0$.
$$D = \frac{\sqrt{441x^6y}}{\sqrt{961x^2y^5}} = \sqrt{\frac{441x^6y}{961x^2y^5}} = \sqrt{\frac{441x^4}{961y^4}} = \frac{21|x^2|}{31|y^2|} = \frac{21x^2}{31y^2}.$$

Câu 61. Giá trị của biểu thức $\sqrt{49} - \sqrt{\frac{225}{16}}$ bằng

A. $-\frac{13}{4}$ B. $\frac{13}{4}$ C. $-\frac{43}{4}$ D. $\frac{43}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có
$$\sqrt{49} - \sqrt{\frac{225}{16}} = 7 - \frac{15}{4} = \frac{13}{4}.$$

Câu 62. Kết quả của phép tính $\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{2} + \sqrt{98}$ là ?

A. $\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. $20\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} & \sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{2} + \sqrt{98} \\ &= \sqrt{9 \cdot 2} + 2\sqrt{25 \cdot 2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{49 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ &= (3 + 10 - 4 + 7)\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \end{aligned}$$



Câu 63. Kết quả của phép tính $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ là ?

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1) - 2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}+2 - 2\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{4}{2} = 2$$

Câu 64. Kết quả rút gọn biểu thức $\frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{15}} + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{17}}$ là

- A. $\frac{\sqrt{13}-\sqrt{17}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{17}+\sqrt{13}}{2}$ C. $\sqrt{17}-\sqrt{13}$ D. $\frac{\sqrt{17}-\sqrt{13}}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{15}} + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{17}} &= \frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{(\sqrt{15}+\sqrt{13})(\sqrt{15}-\sqrt{13})} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{(\sqrt{17}+\sqrt{15})(\sqrt{17}-\sqrt{15})} \\ &= \frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{15-13} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{17-15} = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{2} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{2} = \frac{\sqrt{17}-\sqrt{13}}{2}. \end{aligned}$$

Câu 65. Cho biểu thức $P = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $P = 2$ B. $P = 2 + 2\sqrt{3}$ C. $P = 2 - \sqrt{3}$ D. $P = 2\sqrt{3}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có } P = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3}.$$

Câu 66. Kết quả của phép tính $\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ là ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.



$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = |\sqrt{5}+1| - |\sqrt{5}-1| = \sqrt{5}+1 - \sqrt{5}+1 = 2$$

Câu 67. Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ là ?

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 6

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \frac{1 \cdot (2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = |2-\sqrt{3}| + 2 + \sqrt{3} = 4$$

Câu 68. Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45+29\sqrt{2}}$ là ?

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} &= \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + \sqrt[3]{(3+\sqrt{2})^3} \\ &= |3-\sqrt{2}| + (3+\sqrt{2}) \\ &= 3-\sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} = 6 \end{aligned}$$

Câu 69. Cho biểu thức $P = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $P = 1$ B. $P = 2$ C. $P = 3$ D. $P = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} &(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}} \\ &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} \\ &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} \\ &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 \\ &= 2(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) \end{aligned}$$



= 2

Câu 70. Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$ là ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10(2 + \sqrt{3})}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{(5 - \sqrt{3})^2}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5(5 - \sqrt{3})}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{25}} = 3 \end{aligned}$$

Câu 71. Kết quả rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{5} + 3}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}}$ là ?

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{5} + 3}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} + 3)}{2 + \sqrt{6} + 2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2} \cdot (3 - \sqrt{5})}{2 - \sqrt{6} - 2\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} + 3)}{2 + \sqrt{5} + 1} + \frac{\sqrt{2} \cdot (3 - \sqrt{5})}{2 - \sqrt{5} + 1} = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 72. Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{6 + 2\sqrt{2}\sqrt{3 - \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$ là ?

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} + 1$

Hướng dẫn



Chọn D.

Câu 73. Cho biểu thức $\sqrt{6+\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{24}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{2}+1$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}+\sqrt{2}+2$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} & \sqrt{6+\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{24}} \\ &= \sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{2}\cdot 1+2\sqrt{3}\cdot 1+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} \\ &= 1+\sqrt{2}+\sqrt{3} \end{aligned}$$

Câu 74. Cho biểu thức $B = \sqrt{1+2018^2 + \frac{2018^2}{2019^2}} + \frac{2018}{2019}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = 2017$ B. $P = 2018$ C. $P = 2019$ D. $P = 2020$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$B = \sqrt{1+2018^2 + \frac{2018^2}{2019^2}} + \frac{2018}{2019}$$

$$\text{Ta có } 2019^2 = (2018+1)^2 = 2018^2 + 2\cdot 2018 + 1$$

$$\Rightarrow 1+2018^2 = 2019^2 - 2\cdot 2018$$

$$B = \sqrt{1+2018^2 + \frac{2018^2}{2019^2}} + \frac{2018}{2019} = \sqrt{2019^2 - 2\cdot 2018 + \frac{2018^2}{2019^2}} + \frac{2018}{2019}$$

$$= \sqrt{\left(2019 - \frac{2018}{2019}\right)^2} + \frac{2018}{2019} = 2019 - \frac{2018}{2019} + \frac{2018}{2019} = 2019$$



Câu 75. Cho $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$; $y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$ Giá trị của biểu thức $P = x^3 + y^3 - 3(x+y) + 2017$ là ?

- A. $P = 2017$ B. $P = 2027$ C. $P = 2019$ D. $P = 2057$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có } x^3 = 3 + 2\sqrt{2} + 3\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right) + 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x^3 = 6 + 3\sqrt[3]{9-8}.x$$

$$\Leftrightarrow x^3 = 6 + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 6 \quad (1)$$

Tương tự :

$$y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow y^3 = 3y + 34$$

$$\Rightarrow y^3 - 3y = 34 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) :

$$\Rightarrow P = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 2017$$

$$= (x^3 - 3x) + (y^3 - 3y) + 2017$$

$$= 6 + 34 + 2017 = 2057$$

Câu 76. Cho $\sqrt{x} = 2$. Giá trị của x là

- A. 2. B. 4. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{x} = 2 \text{ (với } x \geq 0 \text{) suy ra } x = 2^2 = 4 .$$

Câu 77. Cho $a < 0$. Phát biểu nào sau đây là sai?



- A. $\sqrt{a^4} = a^2$. B. $\sqrt{a^2} = -a$ C. $\sqrt{a^2} = a$. D. $\frac{1}{a} = \frac{-1}{\sqrt{a^2}}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\sqrt{a^2} = |a| = -a, \text{ (vì } a < 0 \text{)}.$$

Câu 78. Cho $a < 0, b < 0$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$. B. $\sqrt{a^2} \cdot b = -ab$.
 C. $\frac{\sqrt{b^2}}{a} = \frac{-b}{a}$. D. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Đáp án D sai vì khi $a < 0$ thì không tồn tại \sqrt{a}

Câu 79. Cho $a < 0 < b$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{b}$. B. $\sqrt{(ab)^2} = ab$.
 C. $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$. D. $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{-a}{b}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $a < 0 < b$ nên $\sqrt{(ab)^2} = |ab| = -a \cdot b$

Câu 80. Căn bậc hai số học của 6 là

- A. 3. B. $\pm\sqrt{6}$. C. $-\sqrt{6}$. D. $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Theo định nghĩa thì căn bậc hai số học của 6 là $\sqrt{6}$.

Câu 81. Các căn bậc hai của 8 là

- A. $\sqrt{8}$. B. ± 4 . C. $\pm\sqrt{8}$ D. $-\sqrt{8}$.



Hướng dẫn

Chọn C.

Theo định nghĩa thì căn bậc hai số của 8 là $\pm\sqrt{8}$.

Câu 82. Cho biết $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{-b}$ và $(ab)^2 > 0$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $a < 0 < b$.

B. $b \leq 0 \leq a$.

C. $a \leq 0 \leq b$.

D. $b < 0 < a$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $(ab)^2 > 0$ nên $a \neq 0$ và $b \neq 0$.

Mặt khác $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{-b}$ suy ra $a > 0; b < 0$.

Do đó $b < 0 < a$.

Câu 83. Cho biết $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ và $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{-b}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $a \geq 0$ và $b > 0$.

B. $a \geq 0$ và $b < 0$.

C. $a \geq 0$ và $b = 0$.

D. $a < 0$ và $b = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ nên $a \geq 0$ và $b \geq 0$. (1)

Mặt khác $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{-b}$ nên $a \geq 0$ và $b \leq 0$. (2)

Từ (1) của (2) suy ra $a \geq 0$ và $b = 0$.

Câu 84. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{0,09 \cdot 20^2}$ bằng

A. 0,6.

B. 6.

C. 0,81.20.

D. 0,09.20.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $P = \sqrt{0,09 \cdot 20^2} = \sqrt{0,3^2 \cdot 20^2} = 0,3 \cdot 20 = 6$.

Câu 85. Cho biểu thức $P = a\sqrt{13}$, với $a < 0$. Biểu thức P bằng

A. $\sqrt{13a}$.

B. $\sqrt{13a^2}$.

C. $-\sqrt{13a^2}$.

D. $-\sqrt{13a}$.



Hướng dẫn

Chọn C.

Vì $a < 0$ nên ta có $P = a\sqrt{13} = -(-a)\sqrt{13} = -\sqrt{(-a)^2 \cdot 13} = -\sqrt{13a^2}$

Câu 86. Cho $a < 0, b < 0$. Biểu thức $P = a\sqrt{4b^2}$ bằng

- A. $2ab$. B. $\sqrt{4a^2b^2}$. C. $-4ab$. D. $-2ab$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $P = a\sqrt{4b^2} = a \cdot |2b| = -2ab$ (vì $b < 0$)

Câu 87. Cho $a < 0, b < 0$. Biểu thức $P = \frac{b}{\sqrt{25a^2}}$ bằng

- A. $\frac{b}{5a}$. B. $\frac{-b}{5a}$. C. $\sqrt{\frac{b^2}{25a^2}}$. D. $\frac{-b}{25a}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $P = \frac{b}{\sqrt{25a^2}} = \frac{b}{|5a|} = \frac{b}{-5a} = \frac{-b}{5a}$ (vì $a < 0$)

Câu 88. Cho $a < 0$. Biểu thức $P = 2\sqrt{a^2} + 3a$ bằng

- A. a . B. $5a$. C. $-5a$. D. $-6a$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a < 0$ nên $|a| = -a$.

Ta có $P = 2\sqrt{a^2} + 3a = 2|a| + 3a = -2a + 3a = a$.

Câu 89. Cho $a \geq 0$. Biểu thức $P = \frac{\sqrt{a^2}}{2} + \frac{3a}{2}$ bằng

- A. a . B. $2a$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Hướng dẫn



Chọn A.

Vì $a \geq 0$ nên $|a| = a$.

$$\text{Ta có } P = \frac{\sqrt{a^2}}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{|a|}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = a$$

Câu 90. Cho $a \geq 0$. Biểu thức $P = \sqrt{\frac{5a}{32}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{5}}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{a}}{16}$. B. $\frac{a}{16}$. C. $\frac{\sqrt{a}}{4}$ D. $\frac{a}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $a \geq 0$ nên $|a| = a$.

$$\text{Ta có } P = \sqrt{\frac{5a}{32}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{5}} = \sqrt{\frac{5a \cdot 2a}{32 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{a^2}{16}} = \frac{|a|}{4} = \frac{a}{4}.$$

Câu 91. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{\frac{13^2 - 12^2}{4}}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Ta có } P = \sqrt{\frac{13^2 - 12^2}{4}} = \sqrt{\frac{(13-12)(13+12)}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}.$$

Câu 92. Cho $a \geq 0$, biểu thức $P = \sqrt{25a^2} + 4\sqrt{\frac{a^2}{4}}$ bằng

- A. $6a$. B. $6a^2$. C. $7a$ D. $7a^2$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì $a \geq 0$ nên $|a| = a$.

$$\text{Ta có } P = \sqrt{25a^2} + 4\sqrt{\frac{a^2}{4}} = 5|a| + 4 \cdot \frac{|a|}{2} = 5a + 2a = 7a.$$



Câu 93. Biểu thức $P = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$ có nghĩa khi

- A. $x \geq 1$. B. $x \leq 3$. C. $x \geq 3$. D. $1 \leq x \leq 3$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Để } P \text{ có nghĩa thì } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3.$$

Câu 94. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{3}$ bằng

- A. -2 . B. $-2 - \sqrt{3}$. C. $2 - \sqrt{3}$. D. $2 - 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có } P = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{3} = |\sqrt{3}-2| - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 - 2\sqrt{3}$$

Câu 95. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ tại $x = (1-\sqrt{2})^2$ bằng

- A. $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$. B. $\frac{-1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}-2}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có } P = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

$$\text{Mặt khác } x = (1-\sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-1.$$

$$\text{Thay } x = \sqrt{2}-1 \text{ vào biểu thức } P, \text{ ta có } P = \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 96. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + \sqrt{x} - 1$ bằng

- A. $\frac{-5}{4}$. B. -1 . C. $\frac{-1}{4}$. D. 0 .

Hướng dẫn

Chọn B.



Ta có $P = x + \sqrt{x} - 1 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$.

Vì $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq \frac{1}{4} - \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -1$$

Suy ra $P_{\min} = -1$.

Câu 97. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = -x - 2\sqrt{x} + 1$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $P = -x - 2\sqrt{x} + 1 = -(\sqrt{x} + 1)^2 + 2$

Vì $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow -(\sqrt{x} + 1)^2 \leq -1$$

$$\Leftrightarrow -(\sqrt{x} + 1)^2 + 2 \leq -1 + 2$$

$$\Leftrightarrow -(\sqrt{x} + 1)^2 + 2 \leq 1$$

Suy ra $P_{\max} = 1$

Câu 98. Tập hợp các số thực x để $\frac{(\sqrt{x}-1)(x^2-4)}{(x-1)} = 0$ là

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{1; -2; 2\}$.

C. $\{2\}$.

D. $\{-2; 2\}$.

Hướng dẫn

Chọn C.



Điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Ta có

$$\frac{(\sqrt{x}-1)(x^2-4)}{(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1)(x^2-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \\ x^2-4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & (l) \\ x=2 & (n) \\ x=-2 & (l) \end{cases}$$

Vậy $x=2$

Câu 99. Cho số thực x thỏa mãn $1 < x < 2$. Biểu thức $P = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2}$ bằng

A. $2x-3$.

B. -1 .

C. $3-2x$.

D. 1 .

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $1 < x < 2$ nên $\begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 < 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x-2| = 2-x \\ |x-1| = x-1 \end{cases}$

Do đó $P = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = |x-1| + |x-2| = x-1 + 2-x = 1$

Câu 100. Cho số thực x thỏa mãn $0 \leq x \neq 9$. Biểu thức $P = \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

B. $\frac{\sqrt{x}}{x+3}$.

C. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

D. $\frac{\sqrt{x}}{x-9}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $P = \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$



Câu 101. Cho số thực x thỏa mãn $0 < x \neq 1$. Biểu thức $P = \frac{x-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$. B. $x - \sqrt{x}$. C. $\sqrt{x} - x$. D. $\sqrt{x^2 - x}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có } P = \frac{x-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x^2 - x}$$

Câu 102. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\sqrt{4} = \pm 2$. B. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$.
 C. $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$. D. $\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có } \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$$

Câu 103. Biểu thức $P = \frac{x^4-1}{x^2+1}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x \geq 1$. B. $x > \pm 1$. C. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có } \frac{x^4-1}{x^2+1} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2+1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$



Câu 104. Tập hợp các giá trị thực của x để $P = \frac{x^2 - 1}{(x - 1)(x + 2)} > 1$ là

- A. \emptyset B. $\{x \in \mathbb{R} | x < -2\}$ C. $\{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} | x > -2\}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)(x + 2)} &> 1 \\ \Leftrightarrow \frac{x + 1}{x + 2} &> 1 \\ \Leftrightarrow \frac{x + 1 - x - 2}{x + 2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-1}{x + 2} &> 0 \\ \Leftrightarrow x + 2 &< 0 \\ \Leftrightarrow x &< -2 \end{aligned}$$

Vậy $P = \{x \in \mathbb{R} | x < -2\}$.

Câu 105. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $0 < m < 1$ thì $m > \sqrt{m}$. B. Nếu $0 < m < 1$ thì $m^2 > m$
C. Nếu $m > 1$ thì $\sqrt[3]{m} > m$ D. Nếu $m > 1$ thì $m > \sqrt{m}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có

$$\begin{aligned} m &> \sqrt{m} \\ \Leftrightarrow m - \sqrt{m} &> 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{m}(\sqrt{m} - 1) &> 0 \\ \Rightarrow \sqrt{m} - 1 &> 0 \quad (\text{vì } \sqrt{m} \geq 0, \forall m \geq 0.) \\ \Leftrightarrow \sqrt{m} &> 1 \\ \Leftrightarrow m &> 1 \end{aligned}$$



Câu 106. Thực hiện các phép tính $A = \frac{1}{1.\sqrt{2} + 2.\sqrt{1}} + \frac{1}{2.\sqrt{3} + 3.\sqrt{2}} \dots \frac{1}{2015.\sqrt{2016} + 2016.\sqrt{2015}}$

- A. $1 - \frac{1}{\sqrt{2016}}$ B. $1 - \frac{1}{\sqrt{2015}}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1.\sqrt{2} + 2.\sqrt{1}} + \frac{1}{2.\sqrt{3} + 3.\sqrt{2}} \dots \frac{1}{2015.\sqrt{2016} + 2016.\sqrt{2015}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{1}(1+\sqrt{2})} + \frac{1}{\sqrt{3}.\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})} \dots \frac{1}{\sqrt{2015}.\sqrt{2016}(\sqrt{2015}+\sqrt{2016})} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}.\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}.\sqrt{2}} \dots \frac{\sqrt{2016}-\sqrt{2015}}{\sqrt{2015}.\sqrt{2016}} = \\ &1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \frac{1}{\sqrt{2015}} - \frac{1}{\sqrt{2016}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2016}} \end{aligned}$$

Câu 107. Tính giá trị biểu thức $B = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

Hướng dẫn

Chọn.

Ta có:

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} = \sqrt{4 - \left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)^2} = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

$$B = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$B = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

$$B = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$B = 1$$



Câu 108. Tính giá trị biểu thức $C = \frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + 1 \right)$

- A. $-\sqrt{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$C = \frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + 1 \right)$$

$$C = \frac{(5\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2}{25} - \left(\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - (\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} + 1 \right)$$

$$C = \frac{125 + 50\sqrt{6}}{25} - \left(\frac{2\sqrt{2} + 3}{3} \right)$$

$$C = \frac{25(5 + 2\sqrt{6})}{25} - \left(\frac{2\sqrt{2} + 3}{3} \right)$$

$$C = 5 + 2\sqrt{6} - \left(\frac{2\sqrt{2} + 3}{3} \right)$$

$$C = \frac{2(-\sqrt{2} + 3\sqrt{6} + 6)}{3}$$

$$C = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Câu 109. Tính giá trị biểu thức $D = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn



Chọn A.

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{4}$$

$$D = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{\frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{4}}}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 + 6 + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3}{6}$$

$$= \frac{6}{6} = 1$$

Câu 110. Tính giá trị biểu thức $E = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$

A. 2

B. 5

C. 6

D. 7

Hướng dẫn

Chọn C.

$$E = \sqrt{6}(\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{\frac{3(4 - 2\sqrt{3})}{2}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}} = 6$$

Câu 111. Tính giá trị biểu thức $\frac{18\sqrt{83}}{\sqrt{87 + 4\sqrt{83}} + \sqrt{87 - 4\sqrt{83}}}$

A. 15

B. 13

C. 11

D. 9

Hướng dẫn

Chọn D.



$$\frac{18\sqrt{83}}{\sqrt{(\sqrt{83}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{83}-2)^2}} = 9$$

Câu 112. Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16}$ với $a = \sqrt{\frac{3}{5}}$

- A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. 4 D. $\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16}$$

$$A = \sqrt{(a\sqrt{15} - 4)^2}$$

$$A = |a\sqrt{15} - 4|. \text{ Thay số được } A = 1$$

Câu 113. Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sqrt{m^2 - 2m\sqrt{5} + 5}}{m - \sqrt{5}}$ với $m = 4 - \sqrt{5}$

- A. 1 B. $-2\sqrt{5}$ C. -1 D. $2\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$C = \frac{|m - \sqrt{5}|}{m - \sqrt{5}} = \begin{cases} 1 & \text{Nếu } m \geq \sqrt{5} \\ -1 & \text{Nếu } m < \sqrt{5} \end{cases}. \text{ Vì } 4 - \sqrt{5} < \sqrt{5} \Rightarrow C = -1$$

Câu 114. Cho $\sqrt{16 - 2x + x^2} + \sqrt{9 - 2x + x^2} = 7$. Tính $A = \sqrt{16 - 2x + x^2} - \sqrt{9 - 2x + x^2}$

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Đặt } \sqrt{16 - 2x + x^2} = a; \sqrt{9 - 2x + x^2} = b; \text{ suy ra } a + b = 7.$$

$$\text{Ta có: } a^2 - b^2 = (16 - 2x + x^2) - (9 - 2x + x^2) = 7 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 7 \Rightarrow a - b = 1$$



Câu 115. Cho $a = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$.

Tính giá trị của biểu thức: $T = \frac{a^2 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12}$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\sqrt{5}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$a^2 = 8 + 2\sqrt{16 - (10 + 2\sqrt{5})} = 8 + 2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 8 + 2\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = 8 + 2(\sqrt{5} - 1) = 6 + 2\sqrt{5}$. Vì $a > 0$ nên $a = \sqrt{5} + 1$. Do đó $(a - 1)^2 = 5$ hay $a^2 - 2a = 4$. Biểu diễn

$$T = \frac{(a^2 - 2a)^2 - 3(a^2 - 2a) + 4}{a^2 - 2a + 12} = \frac{4^2 - 3 \cdot 4 + 4}{4 + 12} = \frac{1}{2}.$$

Câu 116. Giả thiết $x, y, z > 0$ và $xy + yz + zx = a$.

Giá trị biểu thức $x\sqrt{\frac{(a + y^2)(a + z^2)}{a + x^2}} + y\sqrt{\frac{(a + z^2)(a + x^2)}{a + y^2}} + z\sqrt{\frac{(a + x^2)(a + y^2)}{a + z^2}}$ là

- A. a B. $2a$ C. $\frac{a}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $a + x^2 = x^2 + xy + yz + zx = (x + y)(x + z)$. Tương tự ta có:

$$a + y^2 = (y + x)(y + z); a + z^2 = (z + x)(z + y).$$

$$\text{Từ đó ta có: } x\sqrt{\frac{(a + y^2)(a + z^2)}{a + x^2}} = x\sqrt{\frac{(x + y)(y + z)(z + x)(z + y)}{(x + y)(x + z)}} = x(x + y).$$

$$\text{Tương tự: } y\sqrt{\frac{(a + z^2)(a + x^2)}{a + y^2}} = y(z + x); z\sqrt{\frac{(a + x^2)(a + y^2)}{a + z^2}} = z(x + y).$$

$$\text{Vậy } VT = x(y + z) + y(z + x) + z(x + y) = 2(xy + yz + zx) = 2a.$$



Câu 117. Cho $(x + \sqrt{x^2 + 2015})(y + \sqrt{y^2 + 2015}) = 2015$. Tính $x + y$

- A. 0 B. 2015 C. 2016 D. 2014

Hướng dẫn

Chọn A.

Nhận xét: $(\sqrt{x^2 + 2015} + x)(\sqrt{x^2 + 2015} - x) = x^2 + 2015 - x^2 = 2015$.

Kết hợp với giả thiết ta suy ra $\sqrt{x^2 + 2015} - x = \sqrt{y^2 + 2015} + y$

$$\Rightarrow \sqrt{y^2 + 2015} + y + \sqrt{x^2 + 2015} + x = \sqrt{x^2 + 2015} - x + \sqrt{y^2 + 2015} - y \Leftrightarrow x + y = 0$$

Câu 118. Cho $x = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 12}{x^2 - 2x + 12}$.

- A. 0 B. 4 C. 1 D. $2\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $x^2 = \left(\sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} \right)^2 = 8 + 2\sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8 + 2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 8 + 2\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = 8 + 2(\sqrt{5} - 1) = 6 + 2\sqrt{5} = (\sqrt{5} + 1)^2 \Rightarrow x = \sqrt{5} + 1. \text{ Từ đó}$$

ta suy ra $(x - 1)^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 4$.

$$\text{Ta biến đổi: } P = \frac{(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) + 12}{x^2 - 2x + 12} = \frac{4^2 - 3 \cdot 4 + 12}{4 + 12} = 1.$$

Câu 119. Tính giá trị biểu thức P với $x = 2\sqrt{2}$, $P = \frac{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 2 \cdot (2x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^3}}$

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$ B. $\frac{1}{\sqrt[4]{7}}$ C. $\frac{1}{\sqrt[5]{7}}$ D. $\frac{1}{\sqrt[6]{7}}$

Hướng dẫn

Chọn B.



$$\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \sqrt{x^2-1} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} \right) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$$

nên

$$\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 2 = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} - 2 = \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 2} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt[4]{x^2-1}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt[4]{x^2-1}} \cdot (2x + \sqrt{x^2+1})}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) \cdot (2x + \sqrt{x^2+1})} = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{7}}$$

Câu 120. Cho $(x + \sqrt{x^2 + 3})(y + \sqrt{y^2 + 3}) = 3$. Tính $x + y$?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } \begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 3}) \cdot (x - \sqrt{x^2 + 3})(y + \sqrt{y^2 + 3}) = 3(x - \sqrt{x^2 + 3}) \\ (x + \sqrt{x^2 + 3})(y + \sqrt{y^2 + 3}) \cdot (y - \sqrt{y^2 + 3}) = 3(y - \sqrt{y^2 + 3}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y + \sqrt{y^2 + 3}) = -(x - \sqrt{x^2 + 3}) \\ (x + \sqrt{x^2 + 3}) = -(y - \sqrt{y^2 + 3}) \end{cases}$$

Cộng theo về hai phương trình suy ra $x = -y$ nên $x + y = 0$

Câu 121. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2a\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x}; x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1-a}{a}} + \sqrt{\frac{a}{1-a}} \right)$

A. 7

B. 1

C. 3

D. 5

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x = \frac{1-2a}{2\sqrt{a(1-a)}} \Rightarrow \sqrt{1+x^2} = \frac{1}{2\sqrt{a(1-a)}}$$



$$A = \frac{2a\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x} = \frac{2a \cdot \frac{1}{2\sqrt{a(1-a)}}}{\frac{1}{2\sqrt{a(1-a)}} - \frac{1-2a}{2\sqrt{a(1-a)}}} = \frac{a}{\sqrt{a(1-a)}} : \frac{2a}{2\sqrt{a(1-a)}} = \frac{a}{\sqrt{a(1-a)}} \cdot \frac{2\sqrt{a(1-a)}}{2a} = 1$$

$$\Rightarrow A = 1$$

Câu 122. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{m^5 + \sqrt[3]{2m^{12}} + \sqrt[3]{4m^9}}{m^3 - 2}; m = 2\sqrt[3]{2}$

A. $4\sqrt[3]{2}$

B. $8\sqrt[3]{2}$

C. $8\sqrt[3]{4}$

D. $4\sqrt[3]{4}$

Hướng dẫn

Chọn .

$$B = \frac{m^5 + \sqrt[3]{2(m^4)^3} + \sqrt[3]{4(m^3)^3}}{m^3 - (\sqrt[3]{2})^3} = \frac{m^3 \cdot (m^2 + m\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})}{(m - \sqrt[3]{2}) \cdot (m^2 + m\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})} = \frac{m^3}{m - \sqrt[3]{2}} = 8\sqrt[3]{4}$$

Câu 123. Tính giá trị của $C = \frac{x^3y + y^3x + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}}; x = \frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1}; y = \frac{4\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1}$

A. 18

B. 28

C. 24

D. 14

Hướng dẫn

Chọn A.

Trục căn thức ở mẫu được: $x = \sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} - 1); y = \sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} + 1)$

$$\begin{aligned} C &= \frac{x^3y + y^3x + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{xy(x^2 + y^2) + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} \\ &= \frac{[\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} - 1)][\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} + 1)][[\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} - 1)]^2 + [\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{3} + 1)]^2]}{\sqrt[3]{9}} + 6\sqrt[3]{3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{9} - 1)[\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{9} - 6\sqrt[3]{3} + 1 + \sqrt[3]{9} + 6\sqrt[3]{3} + 1)] + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} \\ &= \frac{(\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{9})[\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{9}] + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} \end{aligned}$$



$$= \frac{2\sqrt[3]{81^2} - 6\sqrt[3]{3} + 6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} = 18$$

$$\Rightarrow C = 18$$

Câu 124. Tính giá trị biểu thức: $Q = \sqrt{2x-1+2\sqrt{x^2-x}} + \sqrt{2x-1-2\sqrt{x^2-x}}$ với $x = 4$.

A. $Q = 4$

B. $Q = \frac{1}{2}$

C. $Q = \frac{7}{2}$

D. $Q = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$.

Ta có: $Q = \sqrt{x-1+2\sqrt{x(x-1)}} + x + \sqrt{x-1-2\sqrt{x(x-1)}} + x = 2\sqrt{x}$

Thay $x = 4$ (tmđk) suy ra $Q = 4$

Câu 125. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}}$ với $a = 7,25; b = 3,25$ ta được ?

A. $A = \frac{8}{3}$

B. $A = \frac{7}{3}$

C. $A = 1$

D. $A = \frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$A = \sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}} = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}}$. Thay số được $A = \frac{5}{3}$

Câu 126. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16}$ với $a = \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$.

A. $B = \frac{9}{2}$

B. $B = 4$

C. $B = \frac{7}{2}$

D. $B = 3$



Hướng dẫn

Chọn B.

$$B = \sqrt{(a\sqrt{15} - 4)^2} = |a\sqrt{15} - 4|. \text{ Thay số được } B = 4$$

Câu 127. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{10a^2 - 4a\sqrt{10} + 4}$ với $a = \sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{5}{2}}$

- A. $C = 5$ B. $C = \frac{9}{2}$ C. $C = \frac{11}{2}$ D. $C = 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$C = \sqrt{(a\sqrt{10} - 2)^2} = |a\sqrt{10} - 2|. \text{ Thay số được } C = 5 .$$

Câu 128. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2 - 1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2 - 1}}$ với $a = \sqrt{5}$

- A. 3 B. -2 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

$$D = \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} - 1)^2} = |\sqrt{a^2 - 1} + 1| - |\sqrt{a^2 - 1} - 1|. \text{ Thay số được } D = 2 .$$

Câu 129. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{3a^2 - 4a\sqrt{3} + 4}$; $a = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

- A. 0 B. -1 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn D.

$$|a\sqrt{3} - 2| = 1$$

Câu 130. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{9 - 6a\sqrt{14} + 14a^2}$; $a = \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}$



- A. 0 B. -1 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

$$|a\sqrt{14}-3|=2$$

Câu 131. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{16\sqrt{4a^2-8a+4}}$; $a=4-\sqrt{5}$

- A. $(\sqrt{5}-1)$ B. $4(\sqrt{5}-1)$ C. $(\sqrt{5}+1)$ D. 2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{16|2a-2|} = \sqrt{16|6-2\sqrt{5}|} = 4(\sqrt{5}-1)$$

Câu 132. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x-11}{\sqrt{x-2}-3}$, $x = 23-12\sqrt{3}$

- A. $2\sqrt{3}$ B. $2+\sqrt{3}$ C. $2-\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$A = \frac{(x-11)(\sqrt{x-2}+3)}{(\sqrt{x-2}-3)(\sqrt{x-2}+3)} = \frac{(x-11)(\sqrt{x-2}+3)}{x-11} = \sqrt{x-2}+3 = 2\sqrt{3}$$

Câu 133. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{1}{2(1+\sqrt{a})} + \frac{1}{2(1-\sqrt{a})} - \frac{a^2+2}{1-a^3}$, $a = \sqrt{2}$

- A. $\frac{-3}{7}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{2}-3}{7}$ D. $\frac{\sqrt{2}+3}{7}$

Hướng dẫn

Chọn C.



$$B = \frac{1}{2(1+\sqrt{a})} + \frac{1}{2(1-\sqrt{a})} - \frac{a^2+2}{(1-a)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(1-\sqrt{a})(a^2+a+1) + (1+\sqrt{a})(a^2+a+1) - 2(a^2+2)}{2(1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a})(a^2+a+1)} = \frac{-1}{(a^2+a+1)} = \frac{\sqrt{2}-3}{7}$$

Câu 134. Tính giá trị biểu thức $C = \frac{a^4 - 4a^2 + 3}{a^4 - 12a^2 + 27}$, $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

- A. $5 + \sqrt{6}$ B. $\sqrt{6}$ C. $-2\sqrt{6}$ D. $5 - 2\sqrt{6}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$C = \frac{(a^2-1)(a^2-3)}{(a^2-3)(a^2-9)} = \frac{(a^2-1)}{(a^2-9)} = 5 - 2\sqrt{6}$$

Câu 135. Tính giá trị biểu thức $D = \frac{1}{\sqrt{h+2\sqrt{h-1}}} + \frac{1}{\sqrt{h-2\sqrt{h-1}}}$, $h = 3$

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$D = \frac{1}{\sqrt{(h-1)+2\sqrt{h-1}+1}} + \frac{1}{\sqrt{(h-1)-2\sqrt{h-1}+1}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{h-1}+1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{h-1}-1)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{h-1}+1} + \frac{1}{\sqrt{h-1}-1} = \frac{2\sqrt{h-1}}{h-2} = 2\sqrt{2}$$

Câu 136. Tính giá trị biểu thức $E = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}+x+2}$, $x = 2(\sqrt{3}+1)$

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\sqrt{3}-1$



Hướng dẫn

Chọn C.

$$E^2 = \frac{2x+2\sqrt{x^2-4}}{x^2-4+(x+2)^2+2(x+2)\sqrt{x^2-4}} = \frac{2x+2\sqrt{x^2-4}}{2x^2+4x+2(x+2)\sqrt{x^2-4}}$$

$$= \frac{2x+2\sqrt{x^2-4}}{(x+2)(2x+2\sqrt{x^2-4})} = \frac{1}{x+2}$$

nên $E = \frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Câu 137. Tính giá trị biểu thức $F = \left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$, $a = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

- A.** $\sqrt{3}-1$ **B.** 1 **C.** -1 **D.** $\sqrt{3}+1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{3}-3$$

$$F = \frac{3+\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} \cdot \frac{\sqrt{1+a}\sqrt{1-a}}{3+\sqrt{1-a^2}} = \sqrt{1-a} = \sqrt{3}-1$$

Câu 138. Thực hiện các phép tính $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3+2\sqrt{2})^2}$ thu được kết quả là ?

- A.** 6 **B.** 7 **C.** 1 **D.** -4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3+2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| + |3+2\sqrt{2}| = (3-2\sqrt{2}) + (3+2\sqrt{2}) = 6$$

Câu 139. Cho $A = \sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} - \sqrt{(5+2\sqrt{6})^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $A-4\sqrt{6}=0$ **B.** $A+4\sqrt{6}=0$ **C.** $A-2\sqrt{6}=0$ **D.** $A+2\sqrt{6}=0$

Hướng dẫn

Chọn B.



Ta có:

$$A = \sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} - \sqrt{(5+2\sqrt{6})^2} = |5-2\sqrt{6}| - |5+2\sqrt{6}|$$

$$= 5 - 2\sqrt{6} - 5 - 2\sqrt{6} = -4\sqrt{6}$$

Câu 140. Nếu $C = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ thì C^{100} bằng bao nhiêu ?

- A. 2^{100} B. -1 C. 1 D. 4^{100}

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $C = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| + |1-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}-1 = 1$

Câu 141. Cho $B = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $B = 2$ B. $B = -4$
 C. $B = 10$ D. B là số chính phương.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$B = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |3+\sqrt{2}| - |1-\sqrt{2}|$$

$$= 3 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 4$$

Câu 142. Cho $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$; $B = \sqrt{7-2\sqrt{10}} - \sqrt{7+2\sqrt{10}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $A = 3B$ B. $A+B=0$ C. $A-B=0$ D. $A = 2B$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}+\sqrt{2}| - |\sqrt{3}-\sqrt{2}| = 2\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{7-2\sqrt{10}} - \sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2} = -2\sqrt{2}$$

Câu 143. Nếu $D = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ thì D^2 có giá trị là ?



A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. 11

D. 12

Hướng dẫn

Chọn D.

$$D = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow D^2 = 12$$

Hoặc

$$\begin{aligned} D^2 &= (\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}})^2 = 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{(4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})} + 4 + 2\sqrt{3} \\ &= 8 + 2\sqrt{16 - 12} = 12 \end{aligned}$$

Câu 144. Thực hiện các phép tính sau $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$ thu được kết quả là ?

A. 2

B. $-\sqrt{2}$

C. 1

D. -1

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - |2\sqrt{5} - 3|} \\ &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6} - 2\sqrt{5}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} - |\sqrt{5} - 1|} = 1. \end{aligned}$$

Câu 145. Nếu $A = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$ thì $A - 5$ có giá trị là ?

A. $3\sqrt{2} + 5$

B. $\sqrt{2}$

C. 1

D. $3\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} &= \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}} \\ &= \sqrt{13 + 30\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} = \sqrt{13 + 30\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}} \\ &= \sqrt{13 + 30|\sqrt{2} + 1|} = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}} = \sqrt{(3\sqrt{2} + 5)^2} = 3\sqrt{2} + 5 \end{aligned}$$

Câu 146. Cho $C = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$. Tính $C^2 + C^3 + C^7$?

A. $3\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. 1

D. 3

Hướng dẫn



Chọn D.

$$C = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1.$$

Câu 147. Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$.

- A. $-2\sqrt{3}$ B. 1 C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\sqrt{5 - \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}} + \sqrt{3 + \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = 2\sqrt{3}$$

Câu 148. Tính giá trị biểu thức $\sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}} + \sqrt{1 - \sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}}$

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}} &= \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}}} \\ &= \sqrt{1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} = \sqrt{1 + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự: } \sqrt{1 - \sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

Câu 149. Cho $A = \frac{\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[4]{17 - 12\sqrt{2}}}{2}$. Giá trị biểu thức A là ?

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} = \sqrt[4]{9 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + 8} = \sqrt[4]{(3 + 2\sqrt{2})^2}$$



Sau đó tiếp tục chuyển $(3 + 2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} + 1)^2$

Như vậy $\sqrt[4]{(3 + 2\sqrt{2})^2} = \sqrt[4]{(\sqrt{2} + 1)^4} = \sqrt{2} + 1$.

Đến lúc này biểu thức :

$$\frac{\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[4]{17 - 12\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{2} + 1)^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{2} - 1)^4}}{2} = \frac{\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1}{2} = \sqrt{2}$$

Câu 150. (PTNK, 1993 – 1994, Vòng 1) Giá trị biểu thức $C = \frac{\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}}}{2}$ là

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Tách $\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4}$

$$\text{Nên } C = \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^4}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} = \sqrt{3}$$

Câu 151. Cho $D = \frac{\sqrt[4]{28 + 16\sqrt{3}} + \sqrt[4]{28 - 16\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$. Hỏi $D^2 - 1$ có giá trị là bao nhiêu ?

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

$\sqrt[4]{28 + 16\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3} + 1)^4}$

$$\text{Nên } D = \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{3} + 1)^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{3} - 1)^4}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} = 2$$

Câu 152. Cho $x = \sqrt[4]{56 - 24\sqrt{5}} - \sqrt[4]{56 + 24\sqrt{5}}$. Giá trị x là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 - 1 = 0$ B. $x^2 - 2x + 1 = 0$
C. $x^2 - 4 = 0$ D. $x^2 - 3x + 4 = 0$



Hướng dẫn

Chọn C.

$$\sqrt[4]{56 - 24\sqrt{5}} = \sqrt[4]{(\sqrt{5} - 1)^4}$$

$$\text{nên } x = \sqrt[4]{56 - 24\sqrt{5}} - \sqrt[4]{56 + 24\sqrt{5}} = \sqrt[4]{(\sqrt{5} - 1)^4} - \sqrt[4]{(\sqrt{5} + 1)^4} = -2$$

Câu 153. Đơn giản biểu thức $\frac{\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ ta được biểu thức nào ?

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ C. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ D. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4},$$

$$\text{Nên } \frac{\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^4}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

Câu 154. Giá trị biểu thức $\frac{\sqrt[4]{89 - 28\sqrt{10}} - \sqrt[4]{89 + 28\sqrt{10}}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

- A. $\sqrt{10} + \sqrt{6}$ B. $\sqrt{10} - \sqrt{6}$ C. $\sqrt{6}$ D. $-\sqrt{10} - \sqrt{6}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\sqrt[4]{89 - 28\sqrt{10}} = \sqrt[4]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^4}$$

$$\text{Nên } \frac{\sqrt[4]{89 - 28\sqrt{10}} - \sqrt[4]{89 + 28\sqrt{10}}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^4} - \sqrt[4]{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^4}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$= -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = -\sqrt{10} - \sqrt{6}$$



Câu 155. Cho $\frac{26}{10+4\sqrt{3}} = a+b\sqrt{3}$; $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị a.b

- A. -2 B. 1 C. ± 1 D. -10

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{26}{10+4\sqrt{3}} = \frac{13}{5+2\sqrt{3}} = \frac{13(5-2\sqrt{3})}{25-12} = 5-2\sqrt{3} \text{ suy ra } a.b = -10.$$

Câu 156. Tính $A = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có: } A.\sqrt{2} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

Câu 157. Thực hiện các phép tính sau: $C = \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$

- A. $C = \sqrt{2}$ B. $C = -\sqrt{2}$ C. $C = \pm\sqrt{2}$ D. $C = 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Dùng hằng đẳng thức hoặc bình phương.

$$\text{Chú ý: } \sqrt{2 \pm \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} \pm 1)^2}{2}} = \frac{\sqrt{3} \pm 1}{\sqrt{2}}$$

$$C = \sqrt{2}$$

Câu 158. Tính giá trị biểu thức: $\sqrt{21-12\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} - 3$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$(\sqrt{2\sqrt{3}-3})^2 - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 3$$



Câu 159. Thu gọn biểu thức sau: $\sqrt{13 - \sqrt{160}} - \sqrt{53 + 4\sqrt{90}}$

- A. $-2\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $-4\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\left(\sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{5}}\right)^2 - \left(\sqrt{3\sqrt{5} + \sqrt{8}}\right)^2 = -4\sqrt{5}$$

Câu 160. Thu gọn biểu thức $\sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$ ta được ?

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $\sqrt{3} + 1$ D. 1

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 161. Rút gọn biểu thức $D = \sqrt{14 + 5\sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ được đáp số là?

- A. $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2} + 1$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \sqrt{2}.D &= \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{25 + 2.5.\sqrt{3} + 3} + \sqrt{3 - 2.\sqrt{3}.1 + 1} \\ &= \sqrt{(5 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = 5 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 4 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

Câu 162. So sánh cặp số sau: $2\sqrt{29}$ và $3\sqrt{13}$

- A. $2\sqrt{29} > 3\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{29} < 3\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{29} = 3\sqrt{13}$. D. Không so sánh được.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2\sqrt{29} = \sqrt{4.29} = \sqrt{116} ; 3\sqrt{13} = \sqrt{9.13} = \sqrt{117}$$

$$\text{Vậy } 2\sqrt{29} < 3\sqrt{13}.$$

Câu 163. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất: $3\sqrt{5}; 2\sqrt{6}; \sqrt{29}; 4\sqrt{2}$



- A. $3\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\sqrt{29}$. D. $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $3\sqrt{5} = \sqrt{9.5} = \sqrt{45}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{4.6} = \sqrt{24}$; $4\sqrt{2} = \sqrt{16.2} = \sqrt{32}$
 $\sqrt{24} < \sqrt{29} < \sqrt{32} < \sqrt{45}$.

Câu 164. Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần: $7\sqrt{2}; 2\sqrt{8}; \sqrt{28}; 5\sqrt{2}$

- A. $2\sqrt{8} = \sqrt{28} < 5\sqrt{2} < 7\sqrt{2}$ B. $7\sqrt{2} < 5\sqrt{2} < 2\sqrt{8} < \sqrt{28}$
 C. $\sqrt{28} < 5\sqrt{2} < 2\sqrt{8} < 7\sqrt{2}$ D. $\sqrt{28} < 2\sqrt{8} < 5\sqrt{2} < 7\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $7\sqrt{2} = \sqrt{49.2} = \sqrt{98}$; $2\sqrt{8} = \sqrt{4.8} = \sqrt{32}$; $5\sqrt{2} = \sqrt{25.2} = \sqrt{50}$;
 $\sqrt{28} < \sqrt{32} < \sqrt{50} < \sqrt{98}$ nên $\sqrt{28} < 2\sqrt{8} < 5\sqrt{2} < 7\sqrt{2}$

Câu 165. Kết quả của phép tính : $\sqrt{48} - \sqrt{108} + 3\sqrt{12}$

- A. $8\sqrt{3}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $16\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $\sqrt{48} - \sqrt{108} + 3\sqrt{12} = \sqrt{16.3} - \sqrt{36.3} + 3\sqrt{4.3} = 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

Câu 166. Cho $A = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{\sqrt{180} - \sqrt{80}}$. Tính $3A$

- A. $3A = -\frac{5}{2}$. B. $3A = \frac{5}{3}$. C. $3A = \frac{15}{2}$. D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $A = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{\sqrt{180} - \sqrt{80}} = \frac{\sqrt{9.5} + \sqrt{4.5}}{\sqrt{36.5} - \sqrt{16.5}} = \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 4\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2}$



Vậy $3A = 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

Câu 167. Rút gọn biểu thức: $A = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}}$ với $x > 0$

- A.** $A = -2\sqrt{x}$. **B.** $A = 2\sqrt{x}$. **C.** $A = -22\sqrt{x}$. **D.** $A = -2\sqrt{x}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $A = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}} = 10\sqrt{x} - 3 \cdot \frac{10}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{x} \cdot \frac{x}{2}\sqrt{x} = 10\sqrt{x} - 10\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = -2\sqrt{x}$

Câu 168. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{1-4y+4y^2} - \frac{3}{2}$ với $y \leq \frac{1}{2}$

- A.** $B = y + \frac{9}{4}$. **B.** $B = y - \frac{9}{4}$. **C.** $B = 2y + \frac{9}{4}$. **D.** $B = 2y - \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $B = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{1-4y+4y^2} - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{(1-2y)^2} - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{4} \cdot (2y-1) - \frac{3}{2}$
 $= \frac{2y}{4} + \frac{6y-3}{4} - \frac{6}{4} = \frac{8y-9}{4} = 2y - \frac{9}{4}$

Câu 169. Rút gọn biểu thức $3\sqrt{x^2y} + x\sqrt{y}$ với $x < 0; y \geq 0$ ta được:

- A.** $4x\sqrt{y}$. **B.** $-4x\sqrt{y}$. **C.** $-2x\sqrt{y}$. **D.** $4\sqrt{x^2y}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $3\sqrt{x^2y} + x\sqrt{y} = 3|x|\sqrt{y} + x\sqrt{y} = -3x\sqrt{y} + x\sqrt{y} = -2x\sqrt{y}$.

Câu 170. Kết quả của phép tính: $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}$

- A.** $-\sqrt{3} - 1$ **B.** $1 - \sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3} - 1$ **D.** $\sqrt{3} + 1$.

Hướng dẫn



Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}} \\ &= \sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}} = \sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{(2\sqrt{3})^2+1}}} = \sqrt{6+2\sqrt{5-2\sqrt{3}-1}} \\ &= \sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \sqrt{6+2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \sqrt{6+2(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1 \end{aligned}$$

Câu 171. Tính giá trị biểu thức: $\left(\sqrt{\frac{49}{3}} - \sqrt{\frac{25}{3}} + \sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{3}$

- A. $\frac{5}{\sqrt{3}}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. 5.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\left(\sqrt{\frac{49}{3}} - \sqrt{\frac{25}{3}} + \sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{3} = \left(\frac{7}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{3} = 7 - 5 + 3 = 5$$

Câu 172. Cho biểu thức $P = \sqrt{\left(6\sqrt{\frac{4}{25}} - \sqrt{\frac{9}{25}}\right) \cdot 15}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giá trị của biểu thức P là số nguyên
 B. Giá trị của biểu thức P là số hữu tỉ
 C. Giá trị của biểu thức P là số vô tỉ
 D. Giá trị của biểu thức P là số nguyên dương

Hướng dẫn

Chọn B.

$$P = \sqrt{\left(6\sqrt{\frac{4}{25}} - \sqrt{\frac{9}{25}}\right) \cdot 15} = \sqrt{\left(6 \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{5}\right) \cdot 15} = \sqrt{\left(\frac{12}{5} - \frac{3}{5}\right) \cdot 15} = \sqrt{\frac{9}{5} \cdot 15} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$$



Câu 173. Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt{16b} + 2\sqrt{40b} - 3\sqrt{90b}$ với $b \geq 0$

- A. $4\sqrt{b} + 10\sqrt{10b}$. B. $-4\sqrt{b} + 2\sqrt{10b}$. C. $4\sqrt{b} - 2\sqrt{10b}$. D. $4\sqrt{b} - 10\sqrt{10b}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $\sqrt{16b} + 2\sqrt{40b} - 3\sqrt{90b} = 4\sqrt{b} + 2.2\sqrt{10b} - 3.3\sqrt{10b} = 4\sqrt{b} - 2\sqrt{10b}$.

Câu 174. Rút gọn biểu thức sau: $4\sqrt{25u} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{16u}{4}} - \frac{2}{u}\sqrt{\frac{169u^3}{4}}$ với $u > 0$

- A. $-8\sqrt{u}$. B. $8\sqrt{u}$. C. $-48\sqrt{u}$. D. $18\sqrt{u}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $4\sqrt{25u} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{16u}{4}} - \frac{2}{u}\sqrt{\frac{169u^3}{4}}$
 $= 4.5\sqrt{u} - \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{2}\sqrt{u} - \frac{2}{u} \cdot \frac{13u}{2}\sqrt{u} = 20\sqrt{u} - 15\sqrt{u} - 13\sqrt{u} = -8\sqrt{u}$.

Câu 175. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3} + \sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2}$ với $x > 0; y > 0$

- A. $(x-y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})$. B. $(x-y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})$.
 C. $(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})$. D. $(y-x)(\sqrt{x}-\sqrt{y})$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3} + \sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2}$
 $= x\sqrt{x} - y\sqrt{y} + x\sqrt{y} - y\sqrt{x} = (x-y)\sqrt{x} + (x-y)\sqrt{y} = (x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})$.

Câu 176. So sánh $3\sqrt[3]{2}$ và $2\sqrt[3]{6}$

- A. $2\sqrt[3]{6} < 3\sqrt[3]{2}$. B. $2\sqrt[3]{6} = 3\sqrt[3]{2}$. C. $2\sqrt[3]{6} < 3\sqrt[3]{2}$. D. $2\sqrt[3]{6} \geq 3\sqrt[3]{2}$.

Hướng dẫn



Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2 \cdot 27} = \sqrt[3]{54}$$

$$2\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{6 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{6 \cdot 8} = \sqrt[3]{48} \text{ .Vậy } \sqrt[3]{48} < \sqrt[3]{54} \text{ hay } 2\sqrt[3]{6} < 3\sqrt[3]{2}$$

Câu 177. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\sqrt{16} + \sqrt{9} + 1 < \sqrt{25}$

B. $\sqrt{81} + 2 < 10$

C. $\sqrt{121} > 12$

D. $\sqrt{6+\sqrt{35}} - \sqrt{6-\sqrt{35}} - \sqrt{10} = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

+ Ta có: $\sqrt{16} + \sqrt{9} + 1 = 4 + 3 + 1 = 8$; $\sqrt{25} = 5 \Rightarrow \sqrt{16} + \sqrt{9} + 1 > \sqrt{25}$

+ $\sqrt{81} + 2 = 9 + 2 = 11 > 10$

+ $11 = \sqrt{121}$

+ Đặt $A = \sqrt{6+\sqrt{35}} - \sqrt{6-\sqrt{35}}$. Bình phương hai vế suy ra $A = \sqrt{10}$

Suy ra $\sqrt{6+\sqrt{35}} - \sqrt{6-\sqrt{35}} - \sqrt{10} = 0$

Câu 178. Cho $A = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$; $B = \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $A > B$

B. $A < B$

C. $A = -B$

D. $A = B$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có:

$$A^2 = \left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} \right)^2 = 8 - 2\sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})} = 2$$

Tương tự: $B^2 = 2$ mà $A > 0$; $B > 0$ nên $A = B$.

Câu 179. Cho $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$; $B = \sqrt{6+\sqrt{11}} - \sqrt{6-\sqrt{11}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?



A. $A > B$

B. $A < B$

C. $A = -B$

D. $A = B$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $A^2 = (\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 = 8$; $B^2 = (\sqrt{6+\sqrt{11}} - \sqrt{6-\sqrt{11}})^2 = 2$

mà $A > 0$; $B > 0$ mà $A^2 > B^2$ suy ra $A > B$.

Câu 180. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}} < \sqrt{7}$

B. $B = \sqrt{7-2\sqrt{10}} - \sqrt{7+2\sqrt{10}} > 1$

C. $C = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} < \sqrt{13}$

D. $D = \sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} < \sqrt{44} - 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

+ $A = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = |\sqrt{3} + \sqrt{2}| - |\sqrt{3} - \sqrt{2}| = 2\sqrt{2} = \sqrt{8} > \sqrt{7}$

+ $B = -2\sqrt{2} < 1$ Chú ý: $\sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}$

+ $C = 2\sqrt{3} = \sqrt{12} < \sqrt{13}$ Chú ý: $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

+ $D = 3\sqrt{5} = \sqrt{45} > \sqrt{44} - 1$ Chú ý: $\sqrt{24+8\sqrt{5}} = \sqrt{(2+2\sqrt{5})^2}$; $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$

Câu 181. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A. $A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} < 3$

B. $B = \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}} > 8$

C. $C = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} < \sqrt{3}$

D. $D = \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} < \sqrt{11}$

Hướng dẫn

Chọn D.

+ $A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - |2\sqrt{5} - 3|}$



$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} - |\sqrt{5} - 1|} = 1 < 3$$

+

$$B = \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}} = \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}$$

$$= \sqrt{13 + 30\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} = \sqrt{13 + 30\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}}$$

$$= \sqrt{13 + 30|\sqrt{2} + 1|} = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}} = \sqrt{(3\sqrt{2} + 5)^2} = 3\sqrt{2} + 5 > 8.$$

$$+ C = \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1 < \sqrt{3}.$$

$$+ D = \sqrt{5 - \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}} + \sqrt{3 + \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = 2\sqrt{3} > \sqrt{11}$$

Câu 182. Cho $D = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}} + \sqrt{1 - \sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}}$ và $E = \sqrt{5}$. Khẳng định nào đúng?

A. $D > E$

B. $D < E$

C. $D = E$

D. $D = 2E$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có:

$$E = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}} = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}}} = \sqrt{1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{1 + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{Tương tự: } \sqrt{1 - \sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$E = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} > \sqrt{5}$$

Câu 183. Cho $A = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{25}$ với . Khẳng định nào sau đây đúng ?



- A. $A > 75$ B. $A = 75$ C. $A < 75$ D. $A = 120$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$1 = 1; \sqrt{2} > 1; \sqrt{3} > 1; \sqrt{4} = 2; \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} > 2; \sqrt{9} = 3,$$

$$\sqrt{10}, \dots, \sqrt{15} > 3; \sqrt{16} = 4; \sqrt{17} \dots \sqrt{24} > 4; \sqrt{25} = 5 .$$

Cộng theo về suy ra $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{25} > 75$

Câu 184. Cho $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{25}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $B = 2$ B. $B < 4$ C. $B > 5$ D. $B < 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{25}} > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{24}} =$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{25-24} = \sqrt{25} = 5$$

Câu 185. Cho $A = \sqrt{15} + \sqrt{24}$; $B = \sqrt{101} - 1$; $C = \frac{13-2\sqrt{3}}{7}$; với $D = \sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} A < B \\ C < D \end{cases}$ B. $\begin{cases} A < B \\ C > D \end{cases}$ C. $\begin{cases} A < B \\ C = D \end{cases}$ D. $\begin{cases} A = B \\ C < D \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{15} + \sqrt{24} < \sqrt{16} + \sqrt{25} = 4 + 5 = 9 ; \sqrt{101} - 1 > \sqrt{100} - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{101} - 1 > \sqrt{15} + \sqrt{24}$$

$$\text{Và } \frac{17-2\sqrt{15}}{6} > \frac{17-2\sqrt{16}}{6} = \frac{17-8}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{17-2\sqrt{15}}{6}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2,25$$

$$\text{mà } (\sqrt{2})^2 = 2 \Rightarrow \left(\frac{17-2\sqrt{15}}{6}\right)^2 > (\sqrt{2})^2 \Rightarrow \frac{17-2\sqrt{15}}{6} > \sqrt{2}$$



Câu 186. Cho $A = \sqrt{21} - \sqrt{5}$; $B = \sqrt{20} - \sqrt{6}$; $C = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}}$ và $D = \sqrt{1 + \sqrt{5}}$. Khẳng định đúng là ?

- A. $\begin{cases} A < B \\ C < D \end{cases}$ B. $\begin{cases} A > B \\ C > D \end{cases}$ C. $\begin{cases} A < B \\ C = D \end{cases}$ D. $\begin{cases} A = B \\ C < D \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{20} - \sqrt{6} < \sqrt{21} - \sqrt{6} < \sqrt{21} - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}} = \sqrt{\sqrt{6} + 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{5}) + \sqrt{5}}$$

$$\text{Vì } \sqrt{6} + \sqrt{5} > 1 \Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{5}) + \sqrt{5} > 1 + \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}} > \sqrt{1 + \sqrt{5}}$$

Câu 187. Cho biểu thức $E = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79+\sqrt{80}}}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $E < 2$ B. $E < 0$ C. $E > 100$ D. $E > 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Xét } A = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79+\sqrt{80}}}, B = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{5}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{80+\sqrt{81}}}$$

Dễ thấy $A > B$.

$$\text{Ta có } A + B = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79+\sqrt{80}}} + \frac{1}{\sqrt{80+\sqrt{81}}}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} = \frac{(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})}{(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})} = \sqrt{k+1} - \sqrt{k}$$

Suy ra $A + B = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) = \sqrt{81} - 1 = 8$. Do $A > B$ suy ra

$$2A > A + B = 8 \Leftrightarrow A > 4.$$

Câu 188. Chứng minh rằng: $A = \frac{1}{1\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$. Khẳng định nào đúng ?



A. $A < 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$

B. $A > 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$

C. $A > 5$

D. $A = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đề ý rằng: $\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})} < \frac{1}{2k\sqrt{k+1}}$ với mọi k nguyên dương.

Suy ra $VT > 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \dots + 2\left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$.

Câu 189. Chứng minh: $P = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ với mọi số nguyên dương $n \geq 2$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $2\sqrt{n} < P < 2\sqrt{n+1}$

B. $P < 0$

C. $2\sqrt{n} - 2 < P < 2\sqrt{n} - 1$

D. $P < -4$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$P = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Ta có: $\frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} < \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{2\sqrt{n}} < \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$ với mọi số tự nhiên $n \geq 2$.

Từ đó suy ra $2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} < \frac{2}{2\sqrt{n}} < \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = 2(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$ hay

$$2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) < \frac{2}{\sqrt{n}} < 2(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

Do đó: $2[(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})] < P$ và

$$P < 1 + 2[(\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})].$$

Hay $2\sqrt{n} - 2 < P < 2\sqrt{n} - 1$.



Câu 190. Cho $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ và

$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$. Khẳng định nào đúng ? .

- A.** $B < -A$ **B.** $B < A$ **C.** $B = A$ **D.** $B > A$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}} \\ &= \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \dots + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{(\sqrt{120}+\sqrt{121})(\sqrt{120}-\sqrt{121})} \\ &= \frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{-1} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-2 + \dots + \sqrt{121}-\sqrt{120} = -1 + \sqrt{121} = 10 \quad (1) \end{aligned}$$

Với mọi $k \in \mathbb{N}^*$, ta có: $\frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{2}{\sqrt{k}+\sqrt{k}} > \frac{2}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = 2(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

Do đó $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}} \Rightarrow B > 2(\sqrt{2}-\sqrt{1} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{36}-\sqrt{35})$

$\Rightarrow B > 2(-\sqrt{1} + \sqrt{36}) = 2(-1+6) = 10 \quad (2)$. Từ (1) và (2) suy ra $B > A$.

Câu 191. Cho $A = \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}}}$. Khẳng định nào đúng.

- A.** $A < 6$ **B.** $A > 6$ **C.** $A < 3$ **D.** $A > 9$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}} &< \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30} + 6}} \\ \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30} + 6}} &= \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{36}}} = 6 \\ \Rightarrow \sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30}}} &< 6 \end{aligned}$$

Câu 192. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?



A. $\sqrt[7]{\frac{5}{6}} + \sqrt[7]{\frac{6}{7}} + \sqrt[7]{\frac{7}{5}} > 3$

B. $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3} < 3$

C. $\sqrt{48} + \sqrt{\frac{1}{3}} < 1$

D. $\sqrt{\frac{1}{7}} + \sqrt{\frac{7}{81}} < \frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Sử dụng BĐT AM-GM:

$$+ \sqrt[7]{\frac{5}{6}} + \sqrt[7]{\frac{6}{7}} + \sqrt[7]{\frac{7}{5}} > 3 \cdot \sqrt[7]{\sqrt[7]{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[7]{\frac{6}{7}} \cdot \sqrt[7]{\frac{7}{5}}} = 3. \text{ Ở đây khi áp dụng BĐT ta không để dấu bằng vì BĐT}$$

xây ra dấu bằng khi $a = b = c$. Nhưng $\sqrt[7]{\frac{5}{6}} \neq \sqrt[7]{\frac{6}{7}} \neq \sqrt[7]{\frac{7}{5}}$ nên không xảy ra dấu "=".

$$+ \sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3} > 3 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{3}} = 3$$

$$+ \sqrt{48} + \sqrt{\frac{1}{3}} > 2 \sqrt{\sqrt{48} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}} = 2 \sqrt{\sqrt{16}} = 4 > 3$$

$$+ \sqrt{\frac{1}{7}} + \sqrt{\frac{7}{81}} > 2 \sqrt{\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{81}}} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} > \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Câu 193. Cho $S = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2013}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2012}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2012 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{2013 \cdot 1}}$. Hãy so sánh S và $2 \cdot \frac{2013}{2014}$ ta được ?

A. $S > 2 \cdot \frac{2013}{2014}$

B. $S = 2 \cdot \frac{2013}{2014}$

C. $S < 2 \cdot \frac{2013}{2014}$

D. Không so sánh được.

Hướng dẫn

Chọn A.

Bất đẳng thức Cauchy viết dưới dạng: $\frac{1}{\sqrt{ab}} > \frac{2}{a+b}$ với $a \neq b$

Áp dụng ta có: $S > 2 \cdot \frac{2013}{2014}$

Câu 194. So sánh các biểu thức sau, khẳng định nào sai ?



A. $\sqrt{22} + \sqrt{\frac{11}{2}} > 20$

B. $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} > 5$

C. $\frac{1}{\sqrt{21.23}} < \frac{1}{28}$

D. $2 + \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{2} > 5$

Hướng dẫn

Chọn C.

+ Áp dụng BĐT Cosi ta có:

$$\sqrt{22} + \sqrt{\frac{11}{2}} > 2\sqrt{\sqrt{22} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}}} = 2\sqrt{11^2} = 22. \text{ Vậy } \sqrt{22} + \sqrt{\frac{11}{2}} > 20$$

+ Tương tự câu a:

$$\begin{cases} \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} > 2\sqrt{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 2 \\ \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} > 2\sqrt{\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = 2 \end{cases}$$

Suy ra $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 + 2 + 2 = 5$

+ Ta có: $\frac{1}{\sqrt{ab}} \geq \frac{2}{a+b}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

Áp dụng: $\frac{1}{\sqrt{21.23}} > \frac{2}{21+23} = \frac{1}{22} > \frac{1}{28}$

+ Áp dụng BĐT Cosi ta có:

$$\begin{cases} \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}} > 2\sqrt{\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{2} > 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[3]{2}} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 + \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{2} > 2 + 2 + 2 = 6 > 5$$



Câu 195. So sánh các số sau: $\sqrt{3}$ với $\sqrt[3]{2}$

A. $\sqrt{3} = \sqrt[3]{2}$

B. $\sqrt{3} < \sqrt[3]{2}$

C. Không so sánh được

D. $\sqrt{3} > \sqrt[3]{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đồng thời bình phương 2 số trên: $(\sqrt{3})^2 = 3$ và $(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{4}$

Tiếp tục lũy thừa mũ 3 với cơ số là 2 số vừa bình phương: $3^3 = 27$ và $(\sqrt[3]{4})^3 = 4$

Do $27 > 4 \Rightarrow 3 > \sqrt[3]{4} \Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[3]{2}$

Câu 196. So sánh các biểu thức sau: $\sqrt{23}$ với $\sqrt[3]{78}$

A. $\sqrt{23} < \sqrt[3]{78}$

B. Không so sánh được

C. $\sqrt{23} > \sqrt[3]{78}$

D. $\sqrt{23} = \sqrt[3]{78}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đồng thời bình phương 2 số trên: $(\sqrt{23})^2 = 23$ và $(\sqrt[3]{78})^2 = \sqrt[3]{78^2} = \sqrt[3]{6084}$

Tiếp tục lũy thừa mũ 3 với cơ số là 2 số vừa bình phương: $23^3 = 12167$ và $(\sqrt[3]{6084})^3 = 6084$

Do $12167 > 6084 \Rightarrow 23 > \sqrt[3]{6084} \Rightarrow \sqrt{23} > \sqrt[3]{78}$

Câu 197. So sánh các số sau: $\sqrt{27^{11}}$ với $\sqrt{81^8}$

A. $\sqrt{27^{11}} > \sqrt{81^8}$

B. $\sqrt{27^{11}} < \sqrt{81^8}$

C. $\sqrt{27^{11}} = \sqrt{81^8}$

D. Không so sánh được

Hướng dẫn

Chọn A.

Đồng thời bình phương 2 số trên: $(\sqrt{27^{11}})^2 = 27^{11}$ và $(\sqrt{81^8})^2 = 81^8$

Chuyển về so sánh: 27^{11} với 81^8



Ta có: $27^{11} = (3^3)^{11} = 3^{33}$ và $81^8 = (3^4)^8 = 3^{32}$

Mà $3^{33} > 3^{32}$ nên $27^{11} > 81^8$. Vậy $\sqrt{27^{11}} > \sqrt{81^8}$

Câu 198. So sánh hai số sau: $\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$ với $\sqrt{5\sqrt[3]{2}}$

A. $\sqrt{5\sqrt[3]{2}} < \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$

B. $\sqrt{5\sqrt[3]{2}} > \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$

C. $\sqrt{5\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$

D. Không so sánh được

Hướng dẫn

Chọn B.

Đồng thời bình phương 2 số trên: $(\sqrt[3]{5\sqrt{2}})^2 = \sqrt[3]{(5\sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{50}$ và $(\sqrt{5\sqrt[3]{2}})^2 = 5\sqrt[3]{2}$

Tiếp tục lũy thừa mũ 3 với cơ số là 2 số vừa bình phương: $\sqrt[3]{50}^3 = 50$ và $(5\sqrt[3]{2})^3 = 125.2 = 250$

Do $250 > 50 \Rightarrow 5\sqrt[3]{2} > \sqrt[3]{50} \Rightarrow \sqrt{5\sqrt[3]{2}} > \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$

Câu 199. So sánh hai số sau: $\sqrt[3]{10}$ với $\sqrt[5]{20}$

A. Không so sánh được

B. $\sqrt[3]{10} > \sqrt[5]{20}$

C. $\sqrt[3]{10} > \sqrt[5]{20}$

D. $\sqrt[3]{10} = \sqrt[5]{20}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đồng thời nâng lên lũy thừa với số mũ 15, ta được: $(\sqrt[3]{10})^{15} = 10^5 = 100.000$ và

$$(\sqrt[5]{20})^{15} = 20^3 = 8000$$

Do $100000 > 8000 \Rightarrow \sqrt[3]{10} > \sqrt[5]{20}$

Câu 200. So sánh các biểu thức số sau: $\sqrt{48} + \sqrt[3]{26}$ với 13

A. $(\sqrt{48} + \sqrt[3]{26}) > 13$

B. $(\sqrt{48} + \sqrt[3]{26}) < 13$

C. $(\sqrt{48} + \sqrt[3]{26}) = 13$

D. Không so sánh được

Hướng dẫn

Chọn A.



Ta có: $\sqrt{48} + \sqrt[3]{26} < \sqrt{49} + \sqrt[3]{27} = 7 + 3 = 10$

Mà $10 < 13 \Rightarrow \sqrt{49} + \sqrt[3]{27} < 13 \Rightarrow \sqrt{48} + \sqrt[3]{26} < 13$

Câu 201. So sánh các biểu thức số sau: $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}}$ với 3

A. $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}} < 3$

B. Không so sánh được

C. $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}} < 3$

D. $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}} < 3$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}} < \sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{9}}} = \sqrt{1+\sqrt{6+3}} = \sqrt{1+3} = 2$

Mà $2 < 3 \Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{9}}} < 3 \Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{7}}} < 3$

Câu 202. So sánh các biểu thức số sau: $5-3\sqrt{2}$ với $2\sqrt{3}-4$

A. $(5-3\sqrt{2}) > (2\sqrt{3}-4)$

B. $(5-3\sqrt{2}) > (2\sqrt{3}-4)$

C. $(5-3\sqrt{2}) > (2\sqrt{3}-4)$

D. Không so sánh được

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $5-3\sqrt{2} = \sqrt{25} - \sqrt{18} > 0$ (vì $25 > 18$) và $2\sqrt{3}-4 = \sqrt{12} - \sqrt{16} < 0$ (vì $16 > 12$)

Vậy $(5-3\sqrt{2}) > (2\sqrt{3}-4)$

Câu 203. So sánh các biểu thức số sau: $A = \sqrt{45} + \sqrt{79}$ với $B = \sqrt{62} + \sqrt{23}$

A. Không so sánh được

B. $A = B$

C. $A < B$

D. $A > B$

Hướng dẫn

Chọn D.

$A = \sqrt{50} + \sqrt{83} > \sqrt{49} + \sqrt{81} = 7 + 9 = 16 \Rightarrow A > 16$

$B = \sqrt{62} + \sqrt{23} < \sqrt{64} + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \Rightarrow B < 13$

Mà $13 < 16 \Rightarrow A > B$

Câu 204. So sánh các biểu thức số sau: $A = \sqrt{2014} - \sqrt{2013}$ với $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$



- A. $A < B$ B. $A = B$ C. Không so sánh được D. $A > B$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } A = \sqrt{2014} - \sqrt{2013} = \frac{1}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}}$$

$$\text{Và } B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012} = \frac{1}{\sqrt{2013} + \sqrt{2012}}$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác: } & \sqrt{2014} > \sqrt{2013} > \sqrt{2012} \\ & \Rightarrow (\sqrt{2014} + \sqrt{2013}) > (\sqrt{2013} + \sqrt{2012}) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } \frac{1}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}} < \frac{1}{\sqrt{2013} + \sqrt{2012}} \Rightarrow A < B$$

Câu 205. So sánh các biểu thức số sau:

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$\text{Với } B = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$$

- A. $B < A$ B. $B > A$ C. Không so sánh được D. $B = A$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có:

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$A = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{121} - \sqrt{120}$$

$$A = \sqrt{121} - 1 = 11 - 1 = 10$$

Và

$$B = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$$

Ta có: Gọi a với $a > 0$



$$\Rightarrow \sqrt{a+1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{a+1} + \sqrt{a} > \sqrt{a} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} < \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2\sqrt{a}} > \frac{2}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})} = 2 \cdot \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} = 2(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})$$

Do đó:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{2+1} - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} > \sqrt{3+1} - \sqrt{3}$$

...

$$\frac{1}{\sqrt{35}} > \sqrt{35+1} - \sqrt{35}$$

$$\Rightarrow B > 2 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{36} - \sqrt{35})$$

$$\Leftrightarrow B > 2 \cdot (6 - 1) = 10 \Rightarrow B > 10$$

Vì $\Rightarrow B > A$

Câu 206. So sánh các biểu thức số sau: $A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$ với $B = 2\sqrt{2019}$

A. $B > A$

B. $B < A$

C. Không so sánh được

D. $B = A$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020} = \frac{2020 - 2018}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}} = \frac{2}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2020} - \sqrt{2018}} < 2 \text{ (vì } 2020 > 2018 \Rightarrow \sqrt{2020} - \sqrt{2018} > 0 \text{)}$$

$$\text{Mặt khác: } B = 2\sqrt{2019} > 2 \text{ (vì } \sqrt{2019} > 1 \text{)}$$

Do đó,

$$2\sqrt{2019} > \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$$

$$\Rightarrow B > A$$

Câu 207. So sánh các biểu thức số sau: $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{10}}$ với 10

A. $A = 10$

B. $A < 10$

C. $A > 10$

D. Không chứng minh được



Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{10}}$

Ta có: Gọi a với $a > 0$

$$\Rightarrow \sqrt{a+1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{a+1} + \sqrt{a} > \sqrt{a} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} < \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2\sqrt{a}} > \frac{2}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})} = 2 \cdot \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} = 2(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})$$

Do đó:

$$\frac{1}{1} > \sqrt{1+1} - \sqrt{1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{2+1} - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} > \sqrt{3+1} - \sqrt{3}$$

...

$$\frac{1}{\sqrt{10}} > \sqrt{10+1} - \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow A > 2 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{11} - \sqrt{10})$$

$$\Leftrightarrow A > 2 \cdot (\sqrt{11} - 1) = 2\sqrt{11} - 2$$

So sánh: $2\sqrt{11} - 2$ với 10.

Xét hiệu: $2\sqrt{11} - 2 - 10 = 2\sqrt{11} - 12$. Đưa về so sánh: $2\sqrt{11}$ với 12, ta được:

$$\sqrt{44} < \sqrt{144} \Rightarrow 2\sqrt{11} < 12 \Leftrightarrow 2\sqrt{11} - 12 < 0 \Rightarrow A < 10$$

Câu 208. So sánh biểu thức số sau: $M = \frac{2}{1+\sqrt{2}}$ với $N = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

A. Không so sánh được

B. $M < N$

C. $M > N$

D. $M = N$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có:



$$M = \frac{2}{1+\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{1} = 2\sqrt{2} - 2$$

$$N = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{Xét hiệu } M - N = 2\sqrt{2} - 2 - 3 + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 5$$

$$\text{So sánh: } 4\sqrt{2} \text{ với } 5, \text{ ta thấy: } 4\sqrt{2} > 5 \Rightarrow M - N > 0 \Leftrightarrow M > N$$

Câu 209. So sánh $C = \sqrt{17} - \sqrt{5} + \sqrt{10}$ và 5

A. Không so sánh được

B. $C < 5$

C. $C = 5$

D. $C > 5$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có:

$$\sqrt{17} > \sqrt{16}$$

$$\sqrt{5} > \sqrt{4}$$

$$\sqrt{10} > \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{17} - \sqrt{5} + \sqrt{10} > \sqrt{16} - \sqrt{4} + \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{17} - \sqrt{5} + \sqrt{10} > 4 - 2 + 3$$

$$\Rightarrow C > 5$$

Câu 210. Căn bậc hai số học của số a không âm là:

A. số có bình phương bằng a

B. $-\sqrt{a}$

C. \sqrt{a}

D. $\pm\sqrt{a}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Dựa vào định nghĩa: Với số dương a , số \sqrt{a} được gọi là căn bậc hai số học của .

Câu 211. Căn bậc hai số học của $(-3)^2$ là :

A. -3

B. 3

C. -81

D. 81

Hướng dẫn

Chọn B.

Dựa vào định nghĩa: Với số dương a , số \sqrt{a} được gọi là căn bậc hai số học của .



Nên căn bậc hai số học của $(-3)^2 = 9$ là 3

Câu 212. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x-1}$. Biến số x có thể có giá trị nào sau đây:

- A. $x \leq -1$ B. $x \geq 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\sqrt{x-1}$ có nghĩa khi $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Câu 213. Cho hàm số: $y = f(x) = \frac{2}{x+1}$. Biến số x có thể có giá trị nào sau đây:

- A. $x \leq -1$ B. $x \geq -1$ C. $x \neq 0$ D. $x \neq -1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\frac{2}{x+1}$ có nghĩa khi $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Câu 214. Căn bậc hai số học của $10^2 - 6^2$ là:

- A. 64 B. 8 C. -8 D. ± 8 .

Hướng dẫn

Chọn B.

Dựa vào định nghĩa: Với số dương a , số \sqrt{a} được gọi là căn bậc hai số học của a .

Nên căn bậc hai số học của $10^2 - 6^2 = 64$ là 8

Câu 215. Căn bậc ba của -125 là:

- A. 5 B. -5 C. ± 5 D. -25

Hướng dẫn

Chọn B.

Dựa vào định nghĩa căn bậc ba

Câu 216. Kết quả của phép tính $\sqrt{25+144}$ là:

- A. 17 B. 169 C. 13 D. ± 13

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$



Câu 217. Biểu thức $\frac{\sqrt{-3x}}{x^2-1}$ xác định khi và chỉ khi:

A. $x \geq 3$ và $x \neq -1$

B. $x \leq 0$ và $x \neq 1$

C. $x \geq 0$ và $x \neq 1$

C. $x \leq 0$ và $x \neq -1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\frac{\sqrt{-3x}}{x^2-1}$ xác định khi $\begin{cases} -3x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Câu 218. Tính $\sqrt{5^2} + \sqrt{(-5)^2}$ có kết quả là:

A. 0

B. -10

C. 50

D. 10

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\sqrt{5^2} + \sqrt{(-5)^2} = 5 + 5 = 10$

Câu 219. Tính: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$ có kết quả là:

A. $1-2\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}-1$

C. 1

D. -1

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = -(1-\sqrt{2}) - \sqrt{2} = -1$

Câu 220. $\sqrt{-x^2+2x-1}$ xác định khi và chỉ khi:

A. $a = 0$

B. $x = 1$

C. $x \in \emptyset$

D. $x \geq 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\sqrt{-x^2+2x-1}$ xác định khi $-x^2+2x-1 \geq 0$

Do $x^2-2x+1 = (x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow -(x-1)^2 \leq 0 \forall x$. Vậy $x \in \emptyset$

Câu 221. Rút gọn biểu thức: $-\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ với $x > 0$ có kết quả là:

A. $-x$

B. -1

C. 1

D. x



Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $-\frac{\sqrt{x^2}}{x} = -\frac{|x|}{x} = -\frac{x}{x} = -1$

Câu 222. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ đạt GTLN - GTNN

A. $\min A = \frac{3}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = 3$, $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

B. $\min A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} \Leftrightarrow x = 3$, $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

C. $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}+2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$, $\min A = \frac{3}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = 3$

D. $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$ $\max A = \frac{3}{\sqrt{10}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \neq 4, x \geq 0$.

Nếu $0 \leq x < 4 \Rightarrow A < 0$, nếu $x > 4 \Rightarrow A > 0$. Như vậy A đạt GTLN khi $x > 4$ và A đạt GTNN khi $0 \leq x < 4$.

+ **Tìm giá trị lớn nhất.**

Để $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ đạt GTLN thì $\sqrt{x}-2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mà $x > 4; x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 5$

Vậy $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$.

+ **Tìm GTNN.**

Để $A = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ đạt GTN thì $\sqrt{x}-2$ đạt GTLN, mà $0 \leq x < 4$ nên $\max(\sqrt{x}-2) = \sqrt{3}-2$

Suy ra $\min A = \frac{3}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = 3$.



Câu 223. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ đạt GTLN, GTNN.

A. $\min A = \frac{3}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = 3$, $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

B. $\max A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = 1 + 5\sqrt{10} + 15 = 16 + 5\sqrt{10} \Leftrightarrow x = 10$,

$\min A = 1 + \frac{5}{\sqrt{8}-3} = -14 - 5\sqrt{8} \Leftrightarrow x = 8$

C. $\max A = \frac{3}{\sqrt{5}+2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$, $\min A = \frac{3}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = 3$

D. $\max A = \frac{3}{\sqrt{45}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$ $\max A = \frac{3}{\sqrt{19}-2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \neq 9, x \geq 0$.

Nếu $0 \leq x < 9 \Rightarrow A < 0$, nếu $x > 9 \Rightarrow A > 0$. Như vậy A đạt GTLN khi $x > 9$ và A đạt GTNN khi $0 \leq x < 9$.

+ **Tìm giá trị lớn nhất.**

Để $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3}$ đạt GTLN thì $\sqrt{x}-3$ đạt giá trị nhỏ nhất, mà

$x > 9; x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 10$

Vậy $\max A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = 1 + 5\sqrt{10} + 15 = 16 + 5\sqrt{10} \Leftrightarrow x = 10$.

+ **Tìm GTNN.**

Để $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3}$ đạt GTNN thì $\sqrt{x}-3$ đạt GTLN, mà $0 \leq x < 9$ nên

$\max(\sqrt{x}-3) = \sqrt{8}-3$

Suy ra $\min A = 1 + \frac{5}{\sqrt{8}-3} = -14 - 5\sqrt{8} \Leftrightarrow x = 8$



$$\max A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} = 1 + 5\sqrt{10} + 15 = 16 + 5\sqrt{10} \Leftrightarrow x = 10 ,$$

$$\min A = 1 + \frac{5}{\sqrt{8} - 3} = -14 - 5\sqrt{8} \Leftrightarrow x = 8$$

Câu 224. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ đạt GTLN, GTNN.

A. $\min A = \frac{3}{\sqrt{3} - 2} \Leftrightarrow x = 3 \quad \max A = \frac{3}{\sqrt{5} - 2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5$

B. $\max A = \frac{3}{\sqrt{5} + 2} = 6 + 3\sqrt{5} \Leftrightarrow x = 5 \quad \min A = \frac{3}{\sqrt{3} - 2} \Leftrightarrow x = 3$

C. $\max A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 2 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 \quad \min A = 0 \Leftrightarrow x = 0$

D. $\max A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8} - 1} = 2 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 \quad \min A = 3 \Leftrightarrow x = 3$

Hướng dẫn

Chọn C

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \neq 1, x \geq 0$.

Nếu $0 \leq x < 1 \Rightarrow A < 0$, nếu $x > 1 \Rightarrow A > 0$. Như vậy A đạt GTLN khi $x > 1$ và A đạt GTNN khi $0 \leq x < 1$.

+ Tìm giá trị lớn nhất.

Để $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ đạt GTLN thì $\sqrt{x} - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất, mà $x > 1; x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 2$

Vậy $\max A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 2 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2$.

+ Tìm GTNN.

Để $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ đạt GTNN thì $\sqrt{x} - 1$ đạt GTLN, mà $0 \leq x < 1$ nên

$$\max(\sqrt{x} - 1) = \sqrt{0} - 1 = -1$$

Suy ra $\min A = 1 + \frac{1}{0 - 1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$



$$\max A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 2 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 ,$$

$$\min A = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 225. Tìm giá trị lớn nhất của $A = \frac{4\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+1}$

A. 7

B. 9

C. 11

D. 13

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } A = \frac{4\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow A(\sqrt{x}+1) = 4\sqrt{x}+7 \Leftrightarrow \sqrt{x}(A-4) = 7-A$$

Xét $A = 4 \Rightarrow \sqrt{x} \cdot 0 = 7 - 4 \Rightarrow A = 4$ không thỏa mãn.

Với $A \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{7-A}{A-4}$. Vì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{7-A}{A-4} \geq 0 \Leftrightarrow 4 < A \leq 7$ nhiều bạn quên cách giải cái

này, Các em cần học lại cách giải BPT lớp 8: $\frac{a}{b} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a \leq 0 \\ b < 0 \end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất $A = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{7-7}{7-4} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Như vậy: Nếu bài toán này hỏi tìm x để biểu thức nguyên. Thì từ kết quả $4 < A \leq 7$ các em sẽ suy ra được $A \in \{5; 6; 7\}$. Rồi từ đó tìm được x.

Câu 226. Tìm GTLN của $A = \frac{5\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

A. $\frac{3}{9}$

B. $\frac{7}{9}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\frac{7}{6}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có: } A = \frac{5\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow A(x+\sqrt{x}+1) = 5\sqrt{x} \Leftrightarrow A(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x}(A-5) + A = 0 \quad (1)$$

Xét $A = 0 \Rightarrow x = 0$ (các em thay $A = 0$ vào phương trình (1) nhé)

Xét $A \neq 0$. Phương trình (1) có nghiệm khi :



$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (A-5)^2 - 4A^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3A^2 - 10A + 25 \geq 0 \Leftrightarrow (A+5)(5-3A) \geq 0 \Leftrightarrow A \leq \frac{5}{3} \quad (\text{vì } A \geq 0)$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$ (các em thay $A = \frac{5}{3}$ vào phương trình (1))

Câu 227. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{2m+1}{m^2+2}$

A. $\max A=1 \Leftrightarrow m=1; \min A=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow m=-2$ **B.** $\max A=3 \Leftrightarrow m=1; \min A=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow m=-2$

C. $\max A=1 \Leftrightarrow m=1; \min A=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow m=-2$ **D.** $\max A=5 \Leftrightarrow m=1; \min A=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow m=-2$

Hướng dẫn

Chọn .

Ta có: $A = \frac{2m+1}{m^2+2} \Leftrightarrow A(m^2+2) = 2m+1 \Leftrightarrow A.m^2 - 2m + 2A - 1 = 0(1)$

Xét $A = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$

Xét $A \neq 0$. Phương trình (1) có nghiệm khi

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - A(2A-1) \geq 0 \Leftrightarrow -2A^2 + A + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (1-A)(2A+1) \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq A \leq 1$$

$\max A = 1 \Leftrightarrow m = 1$

$\min A = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$ (các em thay A vào (1) để tìm m nhé)

Câu 228. Tìm giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $y = \frac{x^2+4x+6}{x^2+2x+3}$

A. $\frac{1}{9} \leq y \leq 8$ **B.** $\frac{1}{2} \leq y \leq 3$ **C.** $\frac{1}{4} \leq y \leq 2$ **D.** $\frac{1}{2} \leq y \leq 2$

Hướng dẫn

Chọn D

Ta có: $y = \frac{x^2+4x+6}{x^2+2x+3} \Leftrightarrow y(x^2+2x+3) = x^2+4x+6 \Leftrightarrow (y-1).x^2 + x(2y-4) + 3y-6 = 0(1)$

Xét $y = 1 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ (các em thay $y = 1$ vào phương trình (1) nhé)



Xét $y \neq 1$. Phương trình (1) có nghiệm khi :

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2y-4)^2 - 4(y-1)(3y-6) \geq 0 \Leftrightarrow -2y^2 + 5y - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (y - \frac{1}{2})(y - 2) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq y \leq 2$$

$$\text{max}_y = 2 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{min}_y = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 229. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $y = \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 - 2x + 1}$

A. $\text{min}_y = \frac{5}{9}$

B. $\text{min}_y = 1$

C. $\text{min}_y = \frac{2}{3}$

D. $\text{min}_y = \frac{1}{9}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 - 2x + 1} \Leftrightarrow y(x^2 - 2x + 1) = x^2 + 2x + 6 \Leftrightarrow (y-1).x^2 + x(-2y-2) + y-6 = 0(1)$

Xét $y = 1 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$ (các em thay $y = 1$ vào phương trình (1) nhé)

Xét $y \neq 1$. Phương trình (1) có nghiệm khi :

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-2y-2)^2 - 4(y-1)(y-6) \geq 0 \Leftrightarrow 36y - 20 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

$$\text{min}_y = \frac{5}{9} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$$

Câu 230. Kết quả biểu thức $\frac{a}{3-2\sqrt{3}}$ sau khi trục căn thức là $-\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$. Khi đó a là:

A. $2\sqrt{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. 1.

D. 5.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\frac{1}{3-2\sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{9-12} = -\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

Câu 231. Kết quả biểu thức $\frac{a}{\sqrt{10} + \sqrt{7}}$ sau khi trục căn thức là $\sqrt{10} - \sqrt{7}$. Khi đó a là:



A. 1

B. 10.

C. 4.

D. -4.

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{7}} = \frac{3(\sqrt{10} - \sqrt{7})}{(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{10} - \sqrt{7})} = \frac{3(\sqrt{10} - \sqrt{7})}{3} = \sqrt{10} - \sqrt{7}.$$

Câu 232. Kết quả biểu thức $\frac{a}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$ sau khi trục căn thức là $2(\sqrt{6} + \sqrt{5})$. Khi đó a là:

A. 4

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. -2.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\frac{2}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{6} + \sqrt{5})}{(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5})} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{5}).$$

Câu 233. Kết quả biểu thức $\frac{a}{5 - 2\sqrt{3}}$ sau khi trục căn thức là $2(5 + 2\sqrt{3})$. Khi đó a là:

A. 30

B. 40.

C. 13.

D. 26.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{a}{5 - 2\sqrt{3}} = \frac{a(5 + 2\sqrt{3})}{(5 - 2\sqrt{3})(5 + 2\sqrt{3})} = \frac{a(5 + 2\sqrt{3})}{13} = 2(5 + 2\sqrt{3}).$$

Câu 234. Kết quả biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ sau khi trục căn thức có dạng $a\sqrt{3} + b$. Khi đó $a.b = ?$

A. -1

B. -3.

C. 1.

D. 5.

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{(\sqrt{2} + \sqrt{1})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{3} - 1. \end{aligned}$$



Câu 235. Kết quả biểu thức $\sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}} + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}}$ sau khi trục căn thức có dạng $a\sqrt{6} + b$. Khi đó

$a.b = ?$

- A. 10 B. 0. C. $\sqrt{6} + 10$. D. -3.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}} + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}} \\ &= \sqrt{\frac{3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2}{3-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2}} + \sqrt{\frac{3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2}{3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \\ &= 10. \end{aligned}$$

Câu 236. Kết quả biểu thức $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$ sau khi trục căn thức chia hết cho số nào sau đây?

- A. 9 B. 5. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{\frac{(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}} + \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}} \\ &= \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ &= 3. \end{aligned}$$



Câu 237. Kết quả biểu thức $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}$ sau khi trục căn thức là $\frac{a + \sqrt{a} - \sqrt{b}}{c}$. Tính tổng $a + b + c$:

- A. 15 B. 12. C. $-\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{3-2\sqrt{3}}{-3}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1} &= \frac{1(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)(4 - 2\sqrt{6})}{(4 + 2\sqrt{6})(4 - 2\sqrt{6})} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Câu 238. Kết quả biểu thức $\frac{15}{\sqrt{6}-1} + \frac{8}{\sqrt{6}+2}$ sau khi trục căn thức có dạng $a\sqrt{b} - c$. Tích abc là:

- A. 210. B. 120. C. 300. D. 115.

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \frac{15}{\sqrt{6}-1} + \frac{8}{\sqrt{6}+2} &= \frac{15(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)} + \frac{8(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} \\ &= \frac{15(\sqrt{6}+1)}{5} + \frac{8(\sqrt{6}-2)}{2} \\ &= 3(\sqrt{6}+1) + 4(\sqrt{6}-2) \\ &= 7\sqrt{6} - 5. \end{aligned}$$

Câu 239. Cho $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$

và $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$. So sánh A và?

- A. $A > B$ B. $B = A$. C. $B > A$. D. Không so sánh được.

Hướng dẫn



Chọn C.

$$\frac{1}{3-2\sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{9-12} = -\frac{3+2\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có: $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$

$$= \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \dots + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{(\sqrt{120}+\sqrt{121})(\sqrt{120}-\sqrt{121})}$$

$$= \frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{-1} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-2 + \dots + \sqrt{121}-\sqrt{120} = -1 + \sqrt{121} = 10 \quad (1)$$

Với mọi $k \in \mathbb{N}^*$, ta có: $\frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{2}{\sqrt{k}+\sqrt{k}} > \frac{2}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = 2(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$ Do đó

$$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}} \Rightarrow B > 2(\sqrt{2}-\sqrt{1} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{36}-\sqrt{35})$$

$$\Rightarrow B > 2(-\sqrt{1} + \sqrt{36}) = 2(-1+6) = 10 \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra } B > A.$$

Câu 240. Kết quả biểu thức $\frac{x}{5+\sqrt{x}}$ sau khi trục căn thức là:

A. $\frac{1}{25-x}$ B. $\frac{x(5+\sqrt{x})}{25-x}$ C. $\frac{x(5-\sqrt{x})}{25-x}$ D. $\frac{x(5-\sqrt{x})}{x-25}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\frac{x}{5+\sqrt{x}} = \frac{x(5-\sqrt{x})}{(5+\sqrt{x})(5-\sqrt{x})} = \frac{x(5-\sqrt{x})}{25-x}.$$

Câu 241. Kết quả biểu thức $\frac{y}{2\sqrt{y}-1}$ sau khi trục căn thức là:

A. $\frac{y(2\sqrt{y}+1)}{4y-1}$ B. $\frac{y}{4y-1}$ C. $\frac{y(\sqrt{y}+1)}{4y-1}$ D. $\frac{y(2\sqrt{y}-1)}{4y-1}$.

Hướng dẫn

Chọn A.



$$\frac{y}{2\sqrt{y}-1} = \frac{y(2\sqrt{y}+1)}{(2\sqrt{y}-1)(2\sqrt{y}+1)} = \frac{y(2\sqrt{y}+1)}{4y-1}.$$

Câu 242. Kết quả biểu thức $\frac{4}{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ sau khi trục căn thức là:

A. $\frac{2(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}$ B. $\frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$ C. $\frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$ D. $\frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x+y}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\frac{4}{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}} = \frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}.$$

Câu 243. Kết quả biểu thức $\frac{2ab}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ sau khi trục căn thức là:

A. $\frac{2ab(\sqrt{a}\sqrt{b})}{a-b}$ B. $\frac{2a(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$ C. $\frac{ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$ D. $\frac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{2ab}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}.$$

Câu 244. Kết quả biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a+2}}$ sau khi trục căn thức là:

A. \sqrt{a} B. $\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$ C. $\sqrt{a+2}$ D. $2\sqrt{a+2}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a+2}} \\ &= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})} + \frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a+2}}{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a+2})(\sqrt{a+1}-\sqrt{a+2})} \\ &= -(\sqrt{a}-\sqrt{a+1}) - (\sqrt{a+1}-\sqrt{a+2}) = \sqrt{a+2} - \sqrt{a} \end{aligned}$$



Câu 245. Phương trình $\sqrt{(2x-8)(4+x)} + 2\sqrt{2x-8} = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = -4$ B. $x = \pm 4$ C. $x = 4$ D. $x = 1$

Hướng dẫn

Chọn C

Điều kiện: $x \geq 4$

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{(2x-8)(4+x)} + 2\sqrt{2x-8} = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{2x-8}(\sqrt{4+x} + 2) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-8=0 \\ \sqrt{4+x} + 2 = 0(1) \end{cases} &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Câu 246. Phương trình $\sqrt{(x+8)(5+x)} - 3\sqrt{x+8} = 0$ có nghiệm là:

- A. $x \in \{4; 8\}$ B. $x \in \{4; -8\}$ C. $x \in \{-4; 8\}$ D. $x \in \{-4; -8\}$

Hướng dẫn

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+8)(5+x)} - 3\sqrt{x+8} = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{x+8}(\sqrt{5+x} - 3) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+8=0 \\ \sqrt{5+x} - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ \sqrt{x+5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 247. Phương trình $\sqrt{2x+8} + 5\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{x+4} = 0$ có nghiệm là:

- A. \emptyset B. $x = -4$ C. $x = \pm 4$ D. $x = 8$

Hướng dẫn

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -3$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+8} + 5\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{x+4} = 0 &\Rightarrow \sqrt{x+4}(\sqrt{2} + 5\sqrt{3+x}) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+4} = 0 \\ \sqrt{2} + 5\sqrt{3+x} = 0(1) \end{cases} &\Rightarrow x = -4 \text{ (ktm)} \end{aligned}$$



Câu 248. Phương trình $\sqrt{2x+8} + 5\sqrt{(3+x)(x+4)} = 0$ có nghiệm là:

- A. \emptyset B. $x = -4$ C. $x = \pm 4$ D. $x = 8$

Hướng dẫn

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x+8 \geq 0 \\ (3+x)(x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x+8} + 5\sqrt{(3+x)(x+4)} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+4}(\sqrt{2} + 5\sqrt{3+x}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+4} = 0 \\ \sqrt{2} + 5\sqrt{3+x} = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = -4$$

Câu 249. Phương trình $\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-2x} = 2\sqrt{x^2}$ có nghiệm là:

- A. \emptyset B. $x = -4$ C. $x = 0$ D. $x = 8$

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Nếu $x = 0$ thì phương trình luôn có nghiệm

Nếu $x \geq 2$ thì

$$\begin{aligned} \sqrt{x(x+1)} + \sqrt{x(x-2)} &= 2\sqrt{x \cdot x} \\ \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} &= 2\sqrt{x} \Leftrightarrow 2x-1 + 2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 4x \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-x-2} &= 2x+1 \Leftrightarrow 4(x^2-x-2) = (2x+1)^2 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{8} \text{ (1)} \end{aligned}$$

Câu 250. Phương trình $2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 4$ có nghiệm là:

- A. $x = -3$ B. $x = 4$ C. $x = 3$ D. $x = 2$

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } x \geq -1$$



$$\begin{aligned}
 &2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x+1}-\sqrt{x+1}=4 \\
 \Leftrightarrow &2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+1}+1-\sqrt{x+1}=4 \\
 \Leftrightarrow &2\sqrt{(\sqrt{x+1}+1)^2}-\sqrt{x+1}=4 \\
 \Leftrightarrow &2|\sqrt{x+1}+1|-\sqrt{x+1}=4 \\
 \Leftrightarrow &2|\sqrt{x+1}+1|=4+\sqrt{x+1} \\
 \Leftrightarrow &2(\sqrt{x+1}+1)=4+\sqrt{x+1} \\
 \Leftrightarrow &\sqrt{x+1}=2 \Leftrightarrow x=3
 \end{aligned}$$

Câu 251. Phương trình $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=-2$ có nghiệm là:

- A.** \emptyset **B.** $x=4$ **C.** $x=3$ **D.** $x=2$

Hướng dẫn

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 &2\sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1}-\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}=-2 \\
 \Leftrightarrow &2\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}=-2 \\
 \Leftrightarrow &2|\sqrt{x-1}+1|-|\sqrt{x-1}-1|=-2 \\
 \Leftrightarrow &2(\sqrt{x-1}+1)-(\sqrt{x-1}-1)=-2 \\
 \Leftrightarrow &\sqrt{x-1}=-5(1)
 \end{aligned}$$

Câu 252. Phương trình $\sqrt{2x-4+2\sqrt{2x-5}}+\sqrt{2x+4+6\sqrt{2x-5}}=14$ có nghiệm là:

- A.** $x=5$ **B.** $x=4$ **C.** $x=15$ **D.** $x=2$

Hướng dẫn

Chọn C

Điều kiện: $x \geq \frac{5}{2}$

Ta có:



$$\begin{aligned} & \sqrt{2x-4} + 2\sqrt{2x-5} + \sqrt{2x+4} + 6\sqrt{2x-5} = 14 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{2x-5} + 2\sqrt{2x-5} + 1 + \sqrt{2x-5} + 6\sqrt{2x-5} + 9 = 14 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(\sqrt{2x-5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2x-5}+3)^2} = 14 \\ \Leftrightarrow & |\sqrt{2x-5}+1| + |\sqrt{2x-5}+3| = 14 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{2x-5}+1 + \sqrt{2x-5}+3 = 14 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{2x-5} = 5 \Rightarrow x = 15 \end{aligned}$$

Câu 253. Phương trình $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$ có nghiệm là:

- A.** $10 \leq x < 17$ **B.** $10 < x \leq 17$ **C.** $10 \leq x \leq 17$ **D.** $10 \leq x$

Hướng dẫn

Chọn C

Điều kiện: $x \geq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{x-1-4\sqrt{x-1}+4} + \sqrt{x-1-6\sqrt{x-1}+9} = 1 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(\sqrt{x-1}-4)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-3)^2} = 1 \\ \Leftrightarrow & |\sqrt{x-1}-4| + |\sqrt{x-1}-3| = 1 (*) \end{aligned}$$

Trường hợp 1: Với $x \geq 17$ phương trình (*) có nghiệm là $x = 17$

Trường hợp 2: Với $10 \leq x < 17$ phương trình (*) có nghiệm là $x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 3: Với $x < 10$ phương trình (*) có nghiệm là $x = 10$

Câu 254. Phương trình $\sqrt{2x-4-2\sqrt{2x-5}} - \sqrt{2x+4+6\sqrt{2x-5}} + 4 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x \geq 3$ **B.** $x > 3$ **C.** $x = 3$ **D.** $x \leq 3$

Hướng dẫn

Chọn A

Điều kiện: $x \geq \frac{5}{2}$

Ta có:



$$\begin{aligned} & \sqrt{2x-4}-2\sqrt{2x-5}-\sqrt{2x+4}+6\sqrt{2x-5}+4=0 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{2x-5}-2\sqrt{2x-5}+1-\sqrt{2x-5}+6\sqrt{x-1}+9=-4 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(\sqrt{2x-5}-1)^2}-\sqrt{(\sqrt{2x-5}+3)^2}=-4 \\ \Leftrightarrow & |\sqrt{2x-5}-1| - |\sqrt{2x-5}+3| = -4 \\ \Leftrightarrow & |\sqrt{2x-5}-1| - \sqrt{2x-5}-3 = -4 \\ \Leftrightarrow & |\sqrt{2x-5}-1| = \sqrt{2x-5}-1 \Rightarrow \sqrt{2x-5}-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \end{aligned}$$

Câu 255. Phương trình $\sqrt{x^2-2x+1}=1$ có nghiệm là:

- A.** $x=0; x=2$ **B.** $x=0; x=-2$ **C.** $x=0; x=3$ **D.** $x=0; x=-3$

Hướng dẫn

Chọn A

Ta có: $\sqrt{x^2-2x+1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2}=1 \Leftrightarrow |x-1|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases}$

Câu 256. Phương trình $\sqrt{x^2+4x+4}=2x-3$ có nghiệm là:

- A.** $x=5$ **B.** $x=0$ **C.** $x=-5$ **D.** $x=-3$

Hướng dẫn

Chọn A

Ta có: $\sqrt{x^2+4x+4}=2x-3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2}=2x-3 \Leftrightarrow |x+2|=2x-3$

Trường hợp 1: Với $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

Ta có $x+2=2x-3 \Leftrightarrow x=5$ (tm)

Trường hợp 2: Với $x+2 < 0 \Leftrightarrow x < -2$

Ta có $-x-2=2x-3 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$ (loại)

Câu 257. Phương trình $\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}=3\sqrt{x}-4$ có nghiệm là:

- A.** $x=\frac{9}{4}$ **B.** $x=-\frac{9}{4}$ **C.** $x=9$ **D.** $x=4$

Hướng dẫn

Chọn A



Điều kiện: $x \geq 0$

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-2\sqrt{x}+1} = 3\sqrt{x}-4 \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2} = 3\sqrt{x}-4 \Leftrightarrow |\sqrt{x}-1| = 3\sqrt{x}-4$$

Trường hợp 1: Với $\sqrt{x}-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

$$\text{Ta có } \sqrt{x}-1 = 3\sqrt{x}-4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \text{ (tm)}$$

Trường hợp 2: Với $\sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$

$$\text{Ta có } -\sqrt{x}+1 = 3\sqrt{x}-4 \Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{25}{16} \text{ (loại)}$$

Câu 258. Phương trình $\sqrt{x+4\sqrt{x}+4} - \sqrt{x-4\sqrt{x}+4} = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{1}{4}$

B. $x = -\frac{1}{4}$

C. $x = 1$

D. $x = 4$

Hướng dẫn

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có:

$$\sqrt{x+4\sqrt{x}+4} - \sqrt{x-4\sqrt{x}+4} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x}+2)^2} - \sqrt{(\sqrt{x}-2)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x}+2| - |\sqrt{x}-2| = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+2 - |\sqrt{x}-2| = 1$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x}-2| = \sqrt{x}+1$$

Trường hợp 1: Với $\sqrt{x}-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$

$$\text{Ta có } \sqrt{x}-2 = \sqrt{x}+1 \Leftrightarrow -2 = 1 \text{ (vô lí)}$$

Trường hợp 2: Với $\sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 4$

$$\text{Ta có } -\sqrt{x}+2 = \sqrt{x}+1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (tm)}$$

Câu 259. Phương trình $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$ có nghiệm là:

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $x = 2$

D. $x = -2$

Hướng dẫn



Chọn A

Điều kiện: $x \geq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} = 2 &\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = 2 \\ \Leftrightarrow |\sqrt{x-1}-1| + |\sqrt{x-1}+1| = 2 & \\ \Leftrightarrow |\sqrt{x-1}-1| = -\sqrt{x-1}+1 & \\ \Rightarrow \sqrt{x-1}-1 < 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} < 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2 & \end{aligned}$$

Câu 260. Nghiệm của phương trình $\sqrt{(x^2+x+1)(x+1)}x = 2\sqrt{14}$ là:

A. $x = \frac{-1+\sqrt{31}}{2}$; $x = \frac{-1-\sqrt{31}}{2}$

B. $x = \frac{-1+\sqrt{32}}{2}$; $x = \frac{-1-\sqrt{32}}{2}$

C. $x = \frac{-1+\sqrt{33}}{2}$; $x = \frac{-1-\sqrt{33}}{2}$

D. $x = \frac{-1+\sqrt{34}}{2}$; $x = \frac{-1-\sqrt{34}}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $x^2+x=t$. Phương trình đã cho có dạng

$$\sqrt{(t-1)t} = 2\sqrt{14}$$

$$\text{Điều kiện } t(t-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t \leq 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - t - 56 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = -7 \end{cases}$$

- $x^2+x=8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+\sqrt{33}}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{33}}{2} \end{cases}$

- $x^2+x=-7$. Phương trình vô nghiệm



Câu 261. Nghiệm của phương trình $\sqrt{1+x} + \sqrt{8-x} + \sqrt{(1+x)(8-x)} = 3$ là:

- A. $x = -1; x = 8$ B. $x = -1$ C. $x = 8$ D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện của bài toán là $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 8$

Đặt $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{8-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(1+x)(8-x)} = \frac{t^2 - 9}{2}$. Phương trình đã cho có dạng

$$t + \frac{t^2 - 9}{2} = 3 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 15 = 0 \quad t = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{8-x} = 3$$

$$\Leftrightarrow 1+x+8-x+2\sqrt{(1+x)(8-x)} = 9$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(1+x)(8-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1; x = 8.$$

Câu 262. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x+x^2} - \sqrt{2+x-x^2} = 1$ là:

- A. $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}; x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ B. $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
 C. $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ D. $x = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}; x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đặt $x^2 - x = t$. Phương trình đã cho có dạng

$$\sqrt{3+t} - \sqrt{2-t} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3+t} = \sqrt{2-t} + 1$$

Điều kiện $-3 \leq t \leq 2$

Bình phương hai vế ta có

$$\Leftrightarrow 3+t = 2-t+2\sqrt{2-t}+1 \Leftrightarrow t = \sqrt{2-t}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t^2 + t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Câu 263. Nghiệm của phương trình $2x^2 - \sqrt{2x^2 - 4x + 12} = 4x + 8$ là:

A. $x = 1 + \sqrt{3}; x = 1 - \sqrt{3}$

B. $x = 1 + \sqrt{5}; x = 1 - \sqrt{5}$

C. $x = -1 + \sqrt{3}; x = -1 - \sqrt{3}$

D. $x = -1 + \sqrt{5}; x = -1 - \sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện $2x^2 - 4x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x + 1 + 5) = 2[(x-1)^2 + 5] \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$

Đặt $\sqrt{2x^2 - 4x + 12} = t, t > 0$. Phương trình đã cho có dạng

$$t^2 + t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -5(\text{loại}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 4x + 12} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 12 = 16 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 264. Nghiệm của phương trình $x(x+5) + 2 = 2\sqrt[3]{x^2 + 5x - 2}$ là:

A. $x = 1; x = 3$

B. $x = 1; x = -2$

C. $x = -2; x = -3$

D. $x = -2; x = 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $t = \sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} \Rightarrow x^2 + 5x = t^3 + 2$. Phương trình đã cho có dạng

$$t^3 + 2 + 2 = 2t \Leftrightarrow (t+2)(t^2 - 2t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = -2$$



$$\Leftrightarrow -2 = \sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 265. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-4} = \sqrt{2-x}$ là:

- A. 4 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Điều kiện của bài toán là } \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Không có giá trị nào của x thỏa mãn đồng thời hai điều kiện trên. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 266. Nghiệm của phương trình $x^2 - 7x = 6\sqrt{x+5} - 30$ là:

- A. 4 B. 2 C. 1 D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện của bài toán là $x \geq -5$

$$x^2 - 7x = 6\sqrt{x+5} - 30 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 6\sqrt{x+5} + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 8x + 16) + (x + 5 + 6\sqrt{x+5} + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (\sqrt{x+5} - 3)^2 = 0$$

Ta thấy vế trái là tổng các số không âm. Vậy nghiệm của phương trình là nghiệm của hệ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 = 0 \\ (\sqrt{x+5} - 3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \\ \sqrt{x+5} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Câu 267. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x + x^2$ là:

- A. 1 B. -1 C. 4 D. Vô nghiệm

Hướng dẫn



Chọn B.

$$\text{Ta có } 3x^2 + 6x + 7 = 3(x+1)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{3x^2 + 6x + 7} \geq 2$$

$$5x^2 + 10x + 14 = 5(x+1)^2 + 9 \geq 9 \Rightarrow \sqrt{5x^2 + 10x + 14} \geq 3$$

$$4 - 2x - x^2 = 5 - (x+1)^2 \leq 5$$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 268. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 8x + 12} = 3 - \sqrt[3]{3x^2 - 12x + 13}$ là:

A. 1

B. -1

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có } 2x^2 - 8x + 12 = 2(x-2)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 8x + 12} \geq 2$$

$$3x^2 - 12x + 13 = 3(x-2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{3x^2 - 12x + 13} \geq 1 \Rightarrow 3 - \sqrt{3x^2 - 12x + 13} \geq 2$$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 269. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11$ là:

A. 5

B. 3

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện $2 \leq x \leq 4$

$$\text{Ta có } x^2 - 6x + 11 = 2(x-3)^2 + 2 \geq 2$$

$A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$. Áp dụng Bất đẳng thức Bunhiacópki

$$A^2 \leq \left[(\sqrt{x-2})^2 + (\sqrt{4-x})^2 \right] (1^2 + 1^2) = 4 \Rightarrow A \leq 2. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } x = 3$$

Thay vào phương trình ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

Câu 270. Nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{16-x^3} = 4-x$ là:



A. 4

B. -2

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\sqrt[3]{16-x^3} = 4-x \Leftrightarrow 16-x^3 = (4-x)^3 \Leftrightarrow 16-x^3 = 4^3 - 3 \cdot 4^2 x + 3 \cdot 4 \cdot x^2 - x^3 \Leftrightarrow 12x^2 - 48x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 271. Nghiệm của phương trình $x - \sqrt{2x+3} = 0$ là:

A. 4

B. 3

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x - \sqrt{2x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = -1 \Leftrightarrow x = 3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 272. Nghiệm của phương trình $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$ là:

A. 4

B. 3

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{4+2x-x^2} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 4+2x-x^2 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 273. Nghiệm của phương trình $\sqrt{25-x^2} + 1 = x$ là:

A. 4

B. 3

C. 2

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt{25-x^2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 25-x^2 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 2x - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 4 \Leftrightarrow x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

Câu 274. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} = \sqrt{2x+1}$ là:



- A. $\frac{-2 \pm 6\sqrt{11}}{7}$ B. $\frac{-2 + 6\sqrt{11}}{7}$ C. $\frac{-2 - 6\sqrt{11}}{7}$ D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện $x \geq \frac{5}{2}$. Bình phương hai vế của phương trình ta được

$$2x - 5 + x + 2 + 2\sqrt{(2x - 5)(x + 2)} = 2x + 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{(2x - 5)(x + 2)} = 4 - x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} \leq x \leq 4 \\ 8x^2 - 4x - 40 = (4 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} \leq x \leq 4 \\ 7x^2 + 4x - 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} \leq x \leq 4 \\ x = \frac{-2 \pm 6\sqrt{11}}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-2 + 6\sqrt{11}}{7}$$

Câu 275. Nghiệm của bất phương trình $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} < 1$ là:

- A. $0 \leq x < 2$ B. $x > 4$ C. $x > 2$ D. $0 \leq x < 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1 - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} - 2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 4$$

Câu 276. Giá trị nào của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} > \frac{1}{2}$

- A. $x > 1$ B. $0 \leq x < 1$ C. $x \in \mathbb{R}$ D. $x \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có:

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x} + 1) - (\sqrt{x} - 1)}{2(\sqrt{x} - 1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 3}{2(\sqrt{x} - 1)} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Câu 277. Bất phương trình $\frac{\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} + 2} \geq -2$ có nghiệm là:

- A. $x \geq 100$ B. $x \geq 4$ C. $x \geq 2$ D. $x \geq 36$



Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có:

$$\frac{\sqrt{x}-10}{\sqrt{x+2}} \geq -2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-10}{\sqrt{x+2}} + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-10+2(\sqrt{x+2})}{\sqrt{x+2}} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x+2}} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$$

Câu 278. Tìm nghiệm của bất phương trình sau: $\frac{-3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \geq -\sqrt{x}$

- A.** $x \geq 0$ **B.** $x \neq 1$ **C.** $x \geq 0; x \neq 1$ **D.** $x \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{-3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \geq -\sqrt{x} &\Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}+1+\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+2} \geq 0 \text{ (luôn đúng với mọi } x \text{ thỏa mãn ĐKXD)} \end{aligned}$$

Kết hợp ĐKXD ta được: $x \geq 0; x \neq 1$

Câu 279. Giá trị nào của x thỏa mãn bất phương trình sau: $\sqrt{x^2-5x+6} \geq \sqrt{x-2}$

- A.** $x \geq 2$ **B.** $x \geq 3$ **C.** $x \geq 4$ **D.** $x \geq 6$

Hướng dẫn

Chọn C.

ĐKXD: $x \geq 3$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{x^2-5x+6} \geq \sqrt{x-2} &\Leftrightarrow \sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}(\sqrt{x-3}-1) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-3} \geq 1 \Leftrightarrow x-3 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 4 \end{aligned}$$

Câu 280. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$. So sánh P và $\frac{1}{3}$

- A.** $P \leq \frac{1}{3}$ **B.** $P < \frac{1}{3}$ **C.** $P \geq \frac{1}{3}$ **D.** $P > \frac{1}{3}$

Hướng dẫn

Chọn D.



Rút gọn P ta được: $P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}}$

Xét hiệu: $P - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{3} = \frac{3(\sqrt{x+1}) - (\sqrt{x+3})}{3(\sqrt{x+3})} = \frac{2\sqrt{x+3}}{3(\sqrt{x+3})} > 0$ (vì $x > 0$)

Suy ra: $P > \frac{1}{3}$

Câu 281. Cho biểu thức $B = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$. So sánh B với -2

- A.** $B \leq -2$ **B.** $B \geq -2$ **C.** $B < -2$ **D.** $B > -2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $B - (-2) = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - (-2) = \frac{x-3\sqrt{x}+2+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} > 0$

Suy ra: $B > -2$

Câu 282. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$. Tìm a để $A = -A$

- A.** $a \geq 1$ **B.** $0 \leq a \leq 1$ **C.** $0 < a \leq 1$ **D.** $a \leq 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Rút gọn biểu thức A ta được: $A = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$

Ta có: $A \leq -A \Leftrightarrow 2A \leq 0 \Leftrightarrow A \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < a \leq 1$

Câu 283. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$. Giá trị nào x thỏa mãn: $|A| = A$

- A.** $x \geq 1$ **B.** $x \leq 1$ **C.** $x = 1$ **D.** $x \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $|A| = A \Leftrightarrow A \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 1$



Câu 284. Cho biểu thức $C = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$. Tìm x để $|C| = -C$

- A. $0 \leq x < 9$ B. $x \neq 9$ C. $x \geq 9$ D. $x > 9$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $|C| = -C \Leftrightarrow C \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x-3}} \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9$

Câu 285. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3} - 1$. So sánh P và $-P$

- A. $P < -P$ B. $P \leq -P$ C. $P > -P$ D. $P \geq -P$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3} - 1 = -\frac{8}{\sqrt{x}+3} < 0$

Suy ra: $P < -P$

Câu 286. Cho biểu thức $A = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$. So sánh A và $-A$

- A. $A < -A$ B. $A \leq -A$ C. $A > -A$ D. $A \geq -A$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $A = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}} > 0$ với mọi $x > 0$

Suy ra: $A > -A$

Câu 287. Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+3} - 2$. So sánh M và $-M$

- A. $M < -M$ B. $M \leq -M$ C. $M > -M$ D. $M \geq -M$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $M = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+3} - 2 = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \leq 0$ với mọi $x \geq 0$



Suy ra: $M \leq -M$

Câu 288. Cho biểu thức $Q = \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 2$. So sánh Q và $|Q|$

- A.** $Q < |Q|$ **B.** $Q \geq |Q|$ **C.** $Q \leq |Q|$ **D.** $Q = |Q|$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $Q = \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 2 = \frac{2}{\sqrt{x}} > 0$ với $x \geq 0$

Suy ra: $Q = |Q|$

Câu 289. Cho biểu thức $R = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$. So sánh R và $|R|$

- A.** $R < |R|$ **B.** $R \geq |R|$ **C.** $R \leq |R|$ **D.** $R = |R|$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $R = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - 2 = \frac{-1}{\sqrt{x}+1} \leq 0$ với $x \geq 0$

Suy ra: $R \leq |R|$

Câu 290. Rút gọn biểu thức: $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} + \frac{5}{\sqrt{x}-1} + \frac{4}{x-1}$ ta được:

- A.** $\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-1}$ **B.** $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+6}$ **C.** $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ **D.** $\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 291. Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5}; B = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$



So sánh $C = \left(A.B + \frac{x-5}{\sqrt{x-5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x}}$ với 3 ta được:

- A.** $C > 3$ **B.** $C < 3$ **C.** $C \geq 3$ **D.** $C \leq 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 292. Rút gọn $B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}}$ ta được:

- A.** $\frac{x-1}{x-3}$ **B.** $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ **C.** $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ **D.** $\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 293. Cho $A = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$; $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$. Giá trị của $x > 1$ để $P = \frac{A}{B}$ đạt GTNN là:

- A.** $3+4\sqrt{2}$ **B.** $2+2\sqrt{2}$ **C.** $5-4\sqrt{2}$ **D.** $9+4\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 294. Cho $A = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$; $P = \frac{A}{B}$. Biểu thức P là:

- A.** $\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ **B.** $\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ **C.** $\frac{x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ **D.** $\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 295. Cho $A = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$; Tìm giá trị thực của x để $A \leq 3B$

- A.** $x < 1$ **B.** $x > 1$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = 2$

Hướng dẫn



Chọn C.

Câu 296. Cho $B = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$. So sánh B với 1 ta được:

- A. $B > 1$ B. $B < 1$ C. $B = 1$ D. $B \geq 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 297. Cho $P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$. Tìm x để $P \cdot \sqrt{x} + (2\sqrt{5} - 1) \cdot \sqrt{x} = 3x - 2\sqrt{x - 4} + 3$

- A. $x = 1$ B. $x = 5$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 298. Rút gọn $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} - \frac{1 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \right); x \geq 0; x \neq 1$ ta được kết quả:

- A. $\frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x} + 2}$ B. $\frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 1)^2}$ C. $\frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 1)^2}$ D. $\frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 299. Giá trị của $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} - \frac{1 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \right); x \geq 0; x \neq 1$ tại $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$ là

- A. $\frac{3\sqrt{3} + 3}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3} - 3}{2}$ C. $\frac{3}{3\sqrt{3} - 3}$ D. $3\sqrt{3} - 3$

Hướng dẫn

Chọn B.



Câu 300. Cho $P = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}+2}$; $x \geq 0; x \neq 1$. So sánh P với $\frac{1}{2}$

- A. $P > \frac{1}{2}$ B. $P \geq \frac{1}{2}$ C. $P < \frac{1}{2}$ D. $P \leq \frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 301. Cho $P = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}+2}$; $x \geq 0; x \neq 1$. Tìm x để $P(\sqrt{x}+2) = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$

- A. $x=0$ B. $x=4$ C. $x=5$ D. $x=6$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 302. Rút gọn $M = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$; $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

- A. $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ B. $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ C. $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ D. $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 303. Cho $M = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$. Tìm x để $M < 0$.

- A. $x < 4$ B. $0 < x < 4$ C. $x > 4$ D. $0 \leq x < 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 304. Rút gọn $M = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$; Tìm x để $M > 1$.

- A. $x > 0$ B. $x < 4$ C. $0 < x < 4$ D. $x \in \emptyset$



Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 305. Rút gọn $M = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$. Tìm GTNN của M

- A. $M_{\min} = 0$ B. $M_{\min} = -1$ C. $M_{\min} = -2$ D. $M_{\min} = 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 306. Rút gọn $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right); x > 0; x \neq 1$

- A. $\frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ B. $\frac{x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ C. $\frac{2x-2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ D. $\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 307. Cho $A = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$. Tìm x để $A = 7$.

- A. $x = 4$ B. $x = \frac{1}{4}$ C. $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = 4 \end{cases}$ D. $x = 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 308. Cho $A = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$. Tìm x để $A > 6$.

- A. $x > 0$ B. $x > 1$ C. $0 < x \neq 1$ D. $0 < x < 4$

Hướng dẫn

Chọn C.



Câu 309. Cho $A = \frac{x + 2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$. Tìm GTNN của $B = A - \sqrt{x}$

- A.** $B_{\min} = 1$ **B.** $B_{\min} = 2$ **C.** $B_{\min} = 2 + 2\sqrt{2}$ **D.** $B_{\min} = 2 - 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 310. Rút gọn $B = \left(\frac{x + 2\sqrt{x} - 7}{x - 9} + \frac{\sqrt{x} - 1}{3 - \sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right); x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$

- A.** $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$ **B.** $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ **C.** $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3}$ **D.** $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 311. Cho $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$. Tìm B khi $x = 61 - 28\sqrt{3}$

- A.** $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{11}$ **B.** $\frac{6 - \sqrt{3}}{11}$ **C.** $\frac{6 + \sqrt{3}}{11}$ **D.** $\frac{6 - \sqrt{3}}{10}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 312. Cho $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$. Tìm x để $B < 1$.

- A.** $x < 0$ **B.** $x > 0$ **C.** $x \geq 0$ **D.** $x > 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 313. Cho $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$. Tìm x nguyên để B nguyên



A. $x=2$

B. $x=3$

C. $x=0$

D. $x=1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 314. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$.

A. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

B. $\frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

C. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

D. $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 315. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$.

A. \sqrt{x}

B. $\sqrt{x}+x$

C. $\sqrt{x}-x$

D. $x-\sqrt{x}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 316. Biểu thức $A = \sqrt{x} - x$ đạt GTLN khi x bằng bao nhiêu:

A. $x=1$

B. $x=0$

C. $x=4$

D. $x = \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$A = \frac{1}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2} \right)^2 \leq \frac{1}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Vậy $\max A = \frac{1}{4}$ khi $x = \frac{1}{4}$.

Câu 317. Rút gọn $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.



A. $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

B. $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

C. $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$

D. $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$A = \frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$$

$$A = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

Câu 318. Rút gọn biểu thức $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{3+\sqrt{x}}$.

A. $\frac{2+5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

B. $\frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

C. $\frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

D. $\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = \frac{15\sqrt{x}-11-(3\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)-(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{-5x+7\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)(-5\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

Câu 319. Giá trị x để $A = \frac{2+5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ là

A. $x=1$

B. $x = \frac{1}{121}$

C. $x=121$

D. $x = \frac{1}{12}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(2-5\sqrt{x}) = \sqrt{x}+3 \Leftrightarrow 11\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{11} \Leftrightarrow x = \frac{1}{121} \text{ (tmđk)}$$



Câu 320. Rút gọn biểu thức $A = \left[1 - \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right] : \left[\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} \right]$.

- A. $\frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ B. $\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ C. $\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ D. $\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1 + \sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} : \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) - (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \frac{x - 9 - x + 4 + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

Câu 321. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$.

- A. $a - 2\sqrt{a}$ B. $a + \sqrt{a}$ C. $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}$ D. $a - \sqrt{a}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a^3} + 1)}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a}(2\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a}} + 1 \\ &= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)(a - \sqrt{a} + 1)}{a - \sqrt{a} + 1} - (2\sqrt{a} + 1) + 1 = \sqrt{a}(\sqrt{a} + 1) - 2\sqrt{a} - 1 + 1 = a - \sqrt{a} \end{aligned}$$

Câu 322. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$ là:

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.



Ta có: $A = a - \sqrt{a} = a - 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

Vì $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \forall a > 0 \Rightarrow \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{a} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$

Câu 323. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)$ ta được:

- A. $\frac{1-a}{\sqrt{a}}$ B. $\frac{1+a}{\sqrt{a}}$ C. $\frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ D. $\frac{2+a}{\sqrt{a}}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 324. Có mấy giá trị của a để biểu thức $\frac{1-a}{\sqrt{a}} = -2$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = -2 \Leftrightarrow \frac{1-a}{\sqrt{a}} = -2 \Leftrightarrow 1-a = -2\sqrt{a} \Leftrightarrow a - 2\sqrt{a} - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a}-1 = \sqrt{2} \\ \sqrt{a}-1 = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = 1 + \sqrt{2} (tm) \\ \sqrt{a} = 1 - \sqrt{2} (L) \end{cases} \Rightarrow a = (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

Câu 325. GTLN, GTNN của biểu thức $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{10-x}$ là :

- A. $\begin{cases} A_{\max} = \sqrt{12} \\ A_{\min} = \sqrt{6} \end{cases}$ B. $\begin{cases} A_{\max} = \sqrt{10} \\ A_{\min} = \sqrt{6} \end{cases}$
- C. $\begin{cases} A_{\max} = 2 \\ A_{\min} = \sqrt{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} A_{\max} = \sqrt{12} \\ A_{\min} = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn



Chọn A.

Với dạng toán này việc đầu tiên các em Bình phương lên.

Điều kiện: $4 \leq x \leq 10$.

$$A = \sqrt{x-4} + \sqrt{10-x}$$

Ta có: $A^2 = (\sqrt{x-4} + \sqrt{10-x})^2 = x-4 + 2\sqrt{(x-4)(10-x)} + 10-x$

$A^2 = 6 + 2\sqrt{(x-4)(10-x)}$ Vì $\sqrt{(x-4)(10-x)} \geq 0$ nên $A^2 \geq 6$ suy ra

$A \geq \sqrt{6}$. Vậy $A_{\min} = \sqrt{6}$ khi $\sqrt{(x-4)(10-x)} = 0$ suy ra $\begin{cases} x = 4 \\ x = 10 \end{cases}$.

Vì $2\sqrt{(x-4)(10-x)} \leq x-4 + 10-x = 6$ (BĐT Cosi $2\sqrt{ab} \leq a+b$)

suy ra $A^2 = 6 + 2\sqrt{(x-4)(10-x)} \leq 12$ nên $A \leq \sqrt{12}$

Vậy $A_{\max} = \sqrt{12}$ khi $x-4 = 10-x \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 326. GTNN của biểu thức $A = -\sqrt{x} + x$ bằng :

A. 0

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{4}$

D. Một kết quả khác

Hướng dẫn

Chọn B .

Điều kiện: $x \geq 0$.

$$A = -\sqrt{x} + x = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq \frac{-1}{4} .$$

$A_{\min} = \frac{-1}{4}$ khi $\sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Câu 327. GTLN của biểu thức $A = \sqrt{x} - x$ bằng :

A. 0

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{4}$

D. -1

Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $x \geq 0$.



$$A = \sqrt{x} - x = -(x - \sqrt{x}) = -\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$$

$$A_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Câu 328. GTLN của biểu thức $A = -\sqrt{x+1} - 12$ bằng

- A.** -13 **B.** -12 **C.** $-\sqrt{2} - 12$ **D.** 0

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $x \geq -1$

Vì $-\sqrt{x+1} \leq 0 \Rightarrow -\sqrt{x+1} - 12 \leq -12$. Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$.

$$A_{\max} = -12 \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 329. GTNN của biểu thức $C = 5 + 10\sqrt{2x+6}$ là

- A.** $5 + 20\sqrt{2}$ **B.** -5 **C.** $5 + 10\sqrt{6}$ **D.** 5

Hướng dẫn

Chọn D.

Điều kiện: $x \geq -3$.

Vì $\sqrt{2x+6} \geq 0 \Rightarrow C = 5 + 10\sqrt{2x+6} \geq 5$

$$C_{\min} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{2x+6} = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 330. GTNN của biểu thức $D = \sqrt{x^2 + 2x + 10}$ là :

- A.** $\sqrt{10}$ **B.** 0 **C.** 3 **D.** $\sqrt{13}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $D = \sqrt{x^2 + 2x + 10} = \sqrt{(x+1)^2 + 9} \geq 3$

$$D_{\min} = 3 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 331. Giá trị lớn nhất của các biểu thức $A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ bằng:

- A.** 0 **B.** 2 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 1



Hướng dẫn

Chọn B.

Ta dùng bất đẳng thức $a + b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$; $a, b \geq 0$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$.

$$A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} \leq \sqrt{2(x-2+4-x)} = 2.$$

Vậy $\max A = 2$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x-2 = 4-x \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 332. Giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$. Là

- A. 4 B. 0 C. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2} \leq \sqrt{2(6-x+x+2)} = 4.$$

Vậy $\max B = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $6-x = x+2 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 333. Giá trị lớn nhất của biểu thức $C = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$ bằng :

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 0 D. Một kết quả khác

Hướng dẫn

Chọn B.

$$C = \sqrt{x} + \sqrt{2-x} \leq \sqrt{2(x+2-x)} = 2.$$

Vậy $\max C = 2$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 2-x \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 334. GTNN của biểu thức $A = 3 + \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$ là ;

- A. 4 B. $3 + \sqrt{3}$ C. 0 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

$$A = 3 + \sqrt{2x^2 - 4x + 3} = 3 + \sqrt{2 \cdot (x-1)^2 + 1} \geq 4$$

Vậy $\min A = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.



Câu 335. GTNN của biểu thức $B = \frac{3}{2 + \sqrt{2x - x^2 + 8}}$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2 + 2\sqrt{2}}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$B = \frac{3}{2 + \sqrt{2x - x^2 + 8}} = \frac{3}{2 + \sqrt{-(x-1)^2 + 9}}$$

$$\text{Có } 2 + \sqrt{-(x-1)^2 + 9} \leq 5 \Rightarrow \frac{3}{2 + \sqrt{-(x-1)^2 + 9}} \geq \frac{3}{5} \Rightarrow B \geq \frac{3}{5}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 336. GTNN của biểu thức $C = \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-2} + \sqrt{x+7} - 6\sqrt{x-2}$ là :

- A. 2 B. -2 C. -6 D. 0

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-2} + \sqrt{x+7} - 6\sqrt{x-2} = \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-3)^2} \\ &= |\sqrt{x-1}-1| + |\sqrt{x-1}-3| = |\sqrt{x-1}-1| + |3-\sqrt{x-1}| \geq |\sqrt{x-1}-1+3-\sqrt{x-1}| = 2 \end{aligned}$$

Vậy $\min C = 2$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $(\sqrt{x-1}-1)(3-\sqrt{x-1}) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 10$.

Câu 337. GTNN của biểu thức $D = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 5} + 2y^2 - 8y + 2018$ là

- A. 2018 B. $2018 + \sqrt{5}$ C. 2012 D. một kết quả khác

Hướng dẫn

Chọn .

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 5} + 2y^2 - 8y + 2018 \\ &= \sqrt{(x-y+1)^2 + 4} + 2(y-2)^2 + 2010 \geq 2012 \end{aligned}$$



Vậy $\min D = 2012$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Câu 338. GTLN – GTNN của các biểu thức $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$ là :

A. $\begin{cases} B_{\max} = 4 \\ B_{\min} = 2\sqrt{2} \end{cases};$

B. $\begin{cases} B_{\max} = 4; \\ B_{\min} = 0; \end{cases}$

C. $\begin{cases} B_{\max} = \sqrt{6} + \sqrt{2}; \\ B_{\min} = 2\sqrt{2} \end{cases};$

D. $\begin{cases} B_{\max} = \sqrt{6} + \sqrt{2} \\ B_{\min} = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

ĐK : $-2 \leq x \leq 6$

+) $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2} \leq \sqrt{2(6-x+x+2)} = 4.$

Vậy $\max B = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $6-x = x+2 \Leftrightarrow x = 2.$

+) $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$

Ta có: $B^2 = (\sqrt{6-x} + \sqrt{x+2})^2 = 6-x + 2\sqrt{(6-x)(x+2)} + x+2 = 8 + 2\sqrt{(6-x)(x+2)}$

Vì $2\sqrt{(6-x)(x+2)} \geq 0$ nên $B^2 \geq 8$ suy ra

$B \geq 2\sqrt{2}$. Vậy $B_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $\sqrt{(6-x)(x+2)} = 0$ suy ra $\begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}.$

Câu 339. GTLN – GTNN của biểu thức $C = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$ là :

A. $\begin{cases} C_{\max} = 2 \\ C_{\min} = \sqrt{2} \end{cases};$ **B.** $\begin{cases} C_{\max} = \sqrt{2} \\ C_{\min} = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} C_{\max} = 2 \\ C_{\min} = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} C_{\max} = 2 \\ C_{\min} = -\sqrt{2} \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

ĐK : $0 \leq x \leq 2$

$C = \sqrt{x} + \sqrt{2-x} \leq \sqrt{2(x+2-x)} = 2.$

Vậy $\max C = 2$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 2-x \Leftrightarrow x = 1.$



$$+) C = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$$

$$\text{Ta có: } C^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{2-x})^2 = x + 2\sqrt{x(2-x)} + 2 - x = 2 + 2\sqrt{x(2-x)}$$

Vì $2\sqrt{x(2-x)} \geq 0$ nên $C^2 \geq 2$ suy ra

$$C \geq \sqrt{2} \quad . \text{ Vậy } C_{\min} = \sqrt{2} \text{ khi } \sqrt{x(2-x)} = 0 \text{ suy ra } \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} .$$

Câu 340. Tìm GTNN của $A = \frac{x+7}{\sqrt{x+3}}$

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } A = \frac{x+7}{\sqrt{x+3}} = \sqrt{x+3} - 3 + \frac{16}{\sqrt{x+3}} = (\sqrt{x+3}) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} - 6$$

Áp dụng BĐT Cô si cho hai số $(\sqrt{x+3})$; $\frac{16}{\sqrt{x+3}}$

$$(\sqrt{x+3}) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x+3}) \cdot \frac{16}{\sqrt{x+3}}} = 8 \Rightarrow (\sqrt{x+3}) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} - 6 \geq 2$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } (\sqrt{x+3}) = \frac{16}{\sqrt{x+3}} \Leftrightarrow (\sqrt{x+3})^2 = 16 \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 341. Tìm GTLN của $A = \frac{5\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

A. 1

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $\sqrt{x} \geq 0 \quad \forall x \geq 0 \Rightarrow A \geq 0$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vậy $\min A = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Chia cả tử và mẫu số cho \sqrt{x} ta được:

$$A = \frac{5}{\sqrt{x}+1+\frac{1}{\sqrt{x}}} . \text{ Áp dụng BĐT Cosi cho } \sqrt{x}; \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ ta được:}$$



$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \geq 3 \Rightarrow A = \frac{5}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1} \leq \frac{5}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $\max A = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = 1$

Cách khác: Thay vì tìm $\max A$, ta đi tìm $\min \frac{1}{A}$

Xét biểu thức $B = \frac{1}{A} = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{5\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5\sqrt{x}}$ ($x > 0$)

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $\frac{\sqrt{x}}{5}; \frac{1}{5\sqrt{x}}$ ta có:

$$\frac{\sqrt{x}}{5} + \frac{1}{5\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\frac{\sqrt{x}}{5} \cdot \frac{1}{5\sqrt{x}}} = \frac{2}{5} \Rightarrow B \geq \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{\sqrt{x}}{5} = \frac{1}{5\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $\max A = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = 1$

Câu 342. Tìm GTLN của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 4}$

A. 3

B. 2

C. 1

D. 5

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: Chia cả tử số và mẫu số cho $\sqrt{x} + 1$ ta được: $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x} + 1}}$.

Ta có: $\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} - 1 \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 1}} - 1 = 3$

Suy ra $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x} + 1}} \leq \frac{1}{3}$. Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} + 1 = \frac{4}{\sqrt{x} + 1} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy $A_{\max} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 343. Tìm GTNN của $A = \frac{x - \sqrt{x} + 10}{\sqrt{x} + 2}$



A. 10

B. 5

C. 8

D. 2

Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $x \geq 0$.

$$\text{Ta có: } A = \sqrt{x} - 3 + \frac{16}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x} + 2 + \frac{16}{\sqrt{x+2}} - 5.$$

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $\sqrt{x} + 2$; $\frac{16}{\sqrt{x+2}}$ ta được:

$$\sqrt{x} + 2 + \frac{16}{\sqrt{x+2}} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 2) \cdot \frac{16}{\sqrt{x+2}}} = 8$$

Suy ra $A = \sqrt{x} + 2 + \frac{16}{\sqrt{x+2}} - 5 \geq 3$. Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} + 2 = \frac{16}{\sqrt{x+2}} \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy $\min A = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 344. Cho $A = \frac{2x + 2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$. Tìm GTNN của $B = A - \sqrt{x}$

A. $2\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2} + 2$

C. 2

D. $2\sqrt{3} + 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Ta có: } A - \sqrt{x} = \frac{x + 2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + 2.$$

Áp dụng BĐT Cosi ta có: $\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow B \geq 2\sqrt{2} + 2$

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 2$ (tmđk).

Vậy $B_{\min} = 2\sqrt{2} + 2$ khi $x = 2$.

Câu 345. Tìm GTLN của $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} - 9\sqrt{x}$

A. -5

B. 5

C. -2

D. 2

Hướng dẫn

Chọn A.



Điều kiện: $x > 0$. Ta có: $A = 1 - \left(9\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $9\sqrt{x}$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ta có:

$$9\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 6 \Rightarrow A = 1 - \left(9\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \leq -5. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } 9\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$$

Vậy $\max A = -5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$

Câu 346. Tìm GTNN của biểu thức sau: $A = \frac{x+3}{\sqrt{x+1}}$

A. 4

B. -2

C. 2

D. -4

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Ta có: } A = \frac{x+3}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - 1 + \frac{4}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} + \frac{4}{\sqrt{x+1}} - 2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$\sqrt{x+1} + \frac{4}{\sqrt{x+1}} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x+1}) \cdot \frac{4}{\sqrt{x+1}}} = 4$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \sqrt{x+1} = \frac{4}{\sqrt{x+1}} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $\min A = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 347. Tìm GTNN của biểu thức sau: $B = \frac{x+9}{\sqrt{x+4}}$

A. 2

B. 4

C. 0

D. 1

Hướng dẫn

Chọn A

$$\text{Ta có: } B = \frac{x+9}{\sqrt{x+4}} = \sqrt{x+4} - 4 + \frac{25}{\sqrt{x+4}} = \sqrt{x+4} + \frac{25}{\sqrt{x+4}} - 8$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$\sqrt{x+4} + \frac{25}{\sqrt{x+4}} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x+4}) \cdot \frac{25}{\sqrt{x+4}}} = 10$$



Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} + 4 = \frac{25}{\sqrt{x} + 4} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy $\min B = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 348. Tìm GTNN của biểu thức sau: $C = \frac{2x + 4\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$

A. $2\sqrt{2}$

B. 4

C. $2\sqrt{3} + 4$

D. $2\sqrt{2} + 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $C = \frac{2x + 4\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + 4 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 4$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $2\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Vậy $\min C = 2\sqrt{2} + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Câu 349. Tìm tổng GTNN và GTLN của biểu thức sau: $D = \frac{10\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 4}$

A. $\frac{5}{3}$

B. 0

C. 5

D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $x + 2\sqrt{x} + 4 = (\sqrt{x} + 1)^2 + 3 > 0$

$\Rightarrow \min D = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Với $x \neq 0$ ta có: $\frac{1}{D} = \frac{x + 2\sqrt{x} + 4}{10\sqrt{x}} = \frac{1}{10}\sqrt{x} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5\sqrt{x}} = \frac{1}{10}\sqrt{x} + \frac{2}{5\sqrt{x}} + \frac{1}{5}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được: Dấu “=” xảy ra khi

$$\frac{1}{10}\sqrt{x} + \frac{2}{5\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{10}\sqrt{x} + \frac{2}{5\sqrt{x}}} = \frac{2}{5}$$



Dấu “=” xảy ra khi $\frac{1}{10}\sqrt{x} = \frac{2}{5\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 4$

Vậy $\max D = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 350. Tìm GTNN của biểu thức sau: $A = \frac{x-5}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 9$.

A. 5

B. 15

C. 6

D. 10

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = \frac{x-5}{\sqrt{x}-3} = \sqrt{x} + 3 + \frac{4}{\sqrt{x}-3} = (\sqrt{x}-3) + \frac{4}{\sqrt{x}-3} + 6$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cosi: } (\sqrt{x}-3) + \frac{4}{\sqrt{x}-3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}-3) \cdot \frac{4}{\sqrt{x}-3}} = 4$$

$$\text{Suy ra } A = (\sqrt{x}-3) + \frac{4}{\sqrt{x}-3} + 6 \geq 10$$

$$A_{\min} = 10 \text{ khi } (\sqrt{x}-3) = \frac{4}{\sqrt{x}-3} \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = 2 \Leftrightarrow x = 25$$

Câu 351. Tìm GTNN của biểu thức sau: $C = \frac{x}{\sqrt{x}-2}; x > 4$

A. 8

B. 10

C. 2

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } C = \frac{x}{\sqrt{x}-2} = \sqrt{x} + 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-2} = \sqrt{x} - 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-2} + 4$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$\sqrt{x} - 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-2} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}-2) \cdot \frac{4}{\sqrt{x}-2}} = 4$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \sqrt{x} - 2 = \frac{4}{\sqrt{x}-2} \Leftrightarrow x = 16$$

Câu 352. Tìm GTNN của biểu thức sau: $D = \frac{3x+6\sqrt{x}+27}{\sqrt{x}+2}$



A. 10

B. 11

C. 18

D. 12

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có: } D = \frac{3x+6\sqrt{x}+27}{\sqrt{x}+2} = 3\sqrt{x} + \frac{27}{\sqrt{x}+2} = 3(\sqrt{x}+2) + \frac{27}{\sqrt{x}+2} - 6$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$3(\sqrt{x}+2) + \frac{27}{\sqrt{x}+2} \geq 2\sqrt{3(\sqrt{x}+2) + \frac{27}{\sqrt{x}+2}} = 18$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } 3(\sqrt{x}+2) = \frac{27}{\sqrt{x}+2} \Leftrightarrow x = 49$$

Câu 353. Tìm GTNN các biểu thức sau: $A = \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}+9)}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

A. 15

B. 35

C. 25

D. 5

Hướng dẫn

Chọn C.

$$A = \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}+9)}{\sqrt{x}} = \frac{x+13\sqrt{x}+36}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{36}{\sqrt{x}} + 13.$$

$$\text{Áp dụng BĐT Co si : } \sqrt{x} + \frac{36}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{36}{\sqrt{x}}} = 12 \Rightarrow A \geq 25.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \sqrt{x} = \frac{36}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 36$$

$$\text{Vậy min } A = 25 \Leftrightarrow x = 36$$

Câu 354. Tìm GTNN của biểu thức sau: $B = \frac{x}{\sqrt{x}-5}$; $x > 25$

A. 10

B. 20

C. 30

D. 40

Hướng dẫn

Chọn B.

$$B = \sqrt{x} + 5 + \frac{25}{\sqrt{x}-5} = \sqrt{x} - 5 + \frac{25}{\sqrt{x}-5} + 10$$



Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $\sqrt{x} - 5$; $\frac{25}{\sqrt{x} - 5}$ ta có:

$$\sqrt{x} - 5 + \frac{25}{\sqrt{x} - 5} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} - 5) \cdot \frac{25}{\sqrt{x} - 5}} = 10$$

Suy ra $B = \sqrt{x} - 5 + \frac{25}{\sqrt{x} - 5} + 10 \geq 20$. Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} - 5 = \frac{25}{\sqrt{x} - 5} \Leftrightarrow x = 100$

Vậy $\min B = 20 \Leftrightarrow x = 100$.

Câu 355. Tìm GTNN của biểu thức sau: $C = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

A. $2\sqrt{3}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $C = \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{3}$ (áp dụng bất đẳng thức Cô si)

Vậy $\min C = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 356. Tìm GTNN của biểu thức sau: $D = \frac{x - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$

A. -1

B. -2

C. -3

D. -4

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $D = \frac{x - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} - 4 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} - 5$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta được:

$$\sqrt{x} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 1}} = 4$$

Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} + 1 = \frac{4}{\sqrt{x} + 1} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy $\min D = -1 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 357. Biểu thức $A = \sqrt{x} - x$ đạt GTLN khi x bằng bao nhiêu?



- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{-1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = \frac{1}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2. \text{ Vì } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall x \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

Vậy $\max A = \frac{1}{4}$ khi $x = \frac{1}{4}$.

Câu 358. Tìm GTNN của biểu thức $B = x - 5\sqrt{x} + 10$

- A. 10 B. $\frac{15}{4}$ C. 5 D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $B = x - 5\sqrt{x} + 10 = \left(x - 2\sqrt{x} \cdot \frac{5}{2} + \frac{25}{4}\right) + \frac{15}{4} = \left(\sqrt{x} - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$

Vì $\left(\sqrt{x} - \frac{5}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall x \geq 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\left(\sqrt{x} - \frac{5}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{25}{4}$

Vậy $\min B = \frac{15}{4} \Leftrightarrow x = \frac{25}{4}$

Câu 359. Tìm GTLN của $C = \frac{2018}{x - 4\sqrt{x} + 5}$

- A. $\frac{2018}{5}$ B. 5 C. 2018 D. -2018

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $C = \frac{2018}{x - 4\sqrt{x} + 5} = \frac{2018}{(\sqrt{x} - 2)^2 + 1}$



Vì $(\sqrt{x} - 2)^2 \geq 0 \forall x \geq 0; \Rightarrow (\sqrt{x} - 2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{2018}{(\sqrt{x} - 2)^2 + 1} \leq 2018$.

Dấu bằng xảy ra khi $(\sqrt{x} - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy $\max C = 2018 \Leftrightarrow x = 4$

Câu 360. Cho $A = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$. Tìm GTNN của $B = A\sqrt{x} + x - 2\sqrt{2x} - 2\sqrt{x-1}$

- A.1** **B.0** **C.2** **D.-1**

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện $x > 0$

Biến đổi $B = (\sqrt{x} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{x-1} - 1)^2 \geq 0$

Suy ra $\min B = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (tmđk)

Câu 361. Cho biểu thức $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}; B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$. Tìm GTNN của $C = B - A$

- A. -3** **B.-2** **C.-1** **D. 0**

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $0 \leq x \neq 4$

Biến đổi $C = (\sqrt{x} - 1)^2 - 3 \geq -3$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Vậy $\min C = -3 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 362. Tìm GTNN $B = 10x + 2\sqrt{x} + 6$.

- A. 6** **B.5** **C.4** **D.3**

Hướng dẫn

Chọn A.

ĐKXD: $x \geq 0$

$B = 10x + 2\sqrt{x} + 6 \geq 6$

$\min B = 6 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 363. Tìm GTNN $D = 2x - 4\sqrt{x} + 6$.



A. 6

B. 4

C. 5

D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

ĐKXD: $x \geq 0$

$$D = 2(x - 2\sqrt{x} + 1) + 4 = 2(\sqrt{x} - 1)^2 + 4 \geq 4$$

$$\min D = 4 \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 364. Tìm GTNN của biểu thức: $A = \frac{10}{3 - 2\sqrt{x}}$

A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{11}{3}$

C. $\frac{12}{3}$

D. $\frac{14}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0 \Rightarrow 3 - 2\sqrt{x} \leq 3 \Rightarrow A = \frac{10}{3 - 2\sqrt{x}} \geq \frac{10}{3}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = 0. \text{ Vậy } \min A = \frac{10}{3} \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 365. Tìm GTLN của $B = \frac{7}{5\sqrt{x} + 1}$

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0 \Rightarrow 5\sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow B = \frac{7}{5\sqrt{x} + 1} \leq 7$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$.

$$\text{Vậy } \max A = 7 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 366. Tìm GTNN của $P = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$. Từ đó tìm GTNN của $Q = \frac{2}{P + 3} + 3P$

A. -4

B. -3

C. -2

D. -1

Hướng dẫn

Chọn A.



Điều kiện: $x \geq 0$. Ta có: $P = 1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}}$.

Vì $\sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} \geq -2$.

Vậy $P_{\min} = -2 \Leftrightarrow x = 0$.

+ Ta có: $Q = 3P + \frac{2}{P+3} = 2(P+3) + \frac{2}{P+3} + P - 6$.

Vì $P \geq -2 \Rightarrow P+3 > 0$. Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $2(P+3); \frac{2}{P+3}$ ta có:

$$2(P+3) + \frac{2}{P+3} \geq 2\sqrt{2(P+3) \cdot \frac{2}{P+3}} = 4$$

Mà $P \geq -2 \Rightarrow P - 6 \geq -8$

Suy ra $2(P+3) + \frac{2}{P+3} + P - 6 \geq 4 - 8 = -4$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} P+3 = \frac{1}{P+3} \Rightarrow P = -2 \\ P = -2 \end{cases}$

Vậy $Q_{\min} = -4 \Leftrightarrow P = -2$

Câu 367. Tìm GTLN $A = \frac{2019}{2018\sqrt{x+3}}$

A. 673

B. 763

C. $\frac{2019}{2021}$

D. $\frac{2021}{2019}$

Hướng dẫn

Chọn A.

ĐKXD: $x \geq 0$

Vì $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 2018\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2019}{2018\sqrt{x+3}} \leq \frac{2019}{3} = 673$

$\max A = 673 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 368. Tìm GTNN của $B = \frac{20}{1-2000\sqrt{x}}$

A. 20

B. 21

C. 22

D. 23

Hướng dẫn



Chọn A.

$$\text{Vì } x \geq 0 \Leftrightarrow -2000\sqrt{x} \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 2000\sqrt{x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{20}{1 - 2000\sqrt{x}} \leq 20$$

$$\min B = 20 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 369. Tìm GTNN $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+6}$

A. $\frac{1}{5}$

B. 6

C. $\frac{1}{6}$

D. 5

Hướng dẫn

Chọn C.

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+6} = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+6}$$

$$\text{Vì } \sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+6 \geq 6 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+6} \leq \frac{5}{6} \Rightarrow 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+6} \geq 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = 0. \text{ Vậy } \min A = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 370. Tìm GTLN của $B = \frac{3\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+1}$

A. 9

B. 11

C. 12

D. 10

Hướng dẫn

Chọn D.

$$B = \frac{3\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+1} = 3 + \frac{7}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Vì } \sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1 \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+1} \leq 7 \Rightarrow 3 + \frac{7}{\sqrt{x}+1} \leq 3 + 7 = 10$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = 0. \text{ Vậy } \max B = 10 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 371. Tìm GTLN của $A = \frac{2\sqrt{x}+10}{\sqrt{x}+3}$



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{11}{3}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = 2 + \frac{4}{\sqrt{x+3}}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow A \leq \frac{10}{3}$$

$$\max A = \frac{10}{3} \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 372. Tìm GTLN của $B = \frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Vì } B = -3 + \frac{10}{\sqrt{x+1}}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{10}{\sqrt{x+1}} \leq 10 \Leftrightarrow B \leq 7$$

$$\max B = 7 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 373. Tìm GTNN của $C = \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x+1}}$

A. -4

B. -5

C. -3

D. -2

Hướng dẫn

Chọn A.

$$C = 2 - \frac{6}{\sqrt{x+1}}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-6}{\sqrt{x+1}} \geq -6 \Leftrightarrow C \geq -4$$

$$\min C = -4 \Leftrightarrow x = 0$$



Câu 374. Tìm GTNN của $D = \frac{2010\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$

- A.** -1 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$D = 2010 - \frac{2009}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{Vì } \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-2009}{\sqrt{x+1}} \geq -2009 \Leftrightarrow D \geq 1$$

$$\min D = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 375. Tìm GTNN của $M = \frac{2\sqrt{x+6}}{\sqrt{x+2}}$, từ đó tìm GTNN của biểu thức $A = M + \frac{12}{M}$

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Chọn C.

$$M = 2 + \frac{2}{\sqrt{x+2}}$$

$$\text{Vì } \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x+2}} \leq 1 \Leftrightarrow M \leq 3$$

$$\max M = 3 \Leftrightarrow x = 0, \min A = 7 \Leftrightarrow M = 3$$

Câu 376. Tìm GTLN của $A = \frac{5}{\sqrt{x+3}}$.

- A.** $\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{-5}{3}$ **D.** 1

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{5}{3} \Leftrightarrow A \leq \frac{5}{3}$$

$$\max A = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = 0, \min B = 11 \Leftrightarrow A = \frac{5}{3}$$



Câu 377. Cho $B = \frac{2}{\sqrt{x+4}}$. Từ đó tìm GTNN của $B = 14A + \frac{3}{A+1}$

- A. 2 B. $2\sqrt{42}$ C. 3 D. $2\sqrt{52}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$B = \frac{28}{\sqrt{x+4}} + \frac{3(\sqrt{x+4})}{2} \geq 2\sqrt{\frac{28 \cdot 3}{2}} = 2\sqrt{42}$$

$$\min B = 2\sqrt{42}$$

Câu 378. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}} \in \mathbb{Z}$

- A. $x \in \{16\}$ B. $x \in \{2\}$ C. $x \in \{2;16\}$ D. $x \in \{2;8;16\}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có điều kiện xác định: $x \geq 0$

$$\text{Vì: } A = 2 - \frac{7}{\sqrt{x+3}}$$

$$\text{TH1: } x \in \mathbb{Z} \text{ nhưng } \sqrt{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x+3} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x+3}} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow A \notin \mathbb{Z}$$

TH2: $x \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$:

$$\text{Khi đó: } A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x+3}} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x+3} \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$$

$$\text{Mà } \sqrt{x+3} \geq 3 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

Câu 379. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} \in \mathbb{Z}^-$

- A. $x \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$ B. $x \in \{0; 1; 4; 16; 25; 36; 81\}$
 C. $x \in \{0; 1; 4\}$ D. $x \in \{16; 25; 36; 81\}$

Hướng dẫn

Chọn C



Điều kiện $x \geq 0; x \neq 9$. Ta có $A = 1 + \frac{6}{\sqrt{x}-3}$

A là số nguyên âm khi $\begin{cases} A \in \mathbb{Z} \\ A < 0 \end{cases}$

*) $A \in \mathbb{Z}$

TH1: $x \in \mathbb{Z}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{x}-3} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow A \notin \mathbb{Z}$

TH2: $x \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$:

Khi đó: $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{x}-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \in U_6 = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\} \Rightarrow x \in \{0; 1; 4; 16; 25; 36; 81\}$

*) Ta lại có

$$A < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9$$

$$\Rightarrow x \in \{0; 1; 4\}$$

$$\text{Vậy } x \in \{0; 1; 4\}$$

Câu 380. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} \in \mathbb{N}$

A. $x \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

B. $x \in \{0; 1; 9; 16; 36\}$

C. $x \in \{0; 1; 4; 9; 16\}$

D. $x \in \{0; 9; 16; 36\}$

Hướng dẫn

Chọn D

Điều kiện xác định: $x \geq 0; x \neq 4$

Ta có: $P = 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-2} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \begin{cases} P \in \mathbb{Z} \\ P \geq 0 \end{cases}$

*) $P \in \mathbb{Z}$

TH1: $x \in \mathbb{Z}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-2 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow P \notin \mathbb{Z}$

TH2: $x \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$:

Khi đó:



$$P \in Z \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-2} \in Z \Rightarrow \sqrt{x}-2 \in U \quad 4 = \pm 1; \pm 2; \pm 4 \Rightarrow x \in \{0; 1; 9; 16; 36\}$$

*) Ta lại có

$$A \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{x}-2 > 0 \\ 2\sqrt{x} \leq 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{0; 9; 16; 36\}$

Câu 381. Cho $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$; $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ ($x > 0; x \neq 16$).

Tìm $x \in Z$ để $B.(A-1) \in Z$

A. $x \in \{\pm 1; \pm 2\}$

B. $x \in \{14; 15; 17; 18\}$

C. $x \in \{14; 15; 16; 17\}$

D. $x \in \{16; 17; 18; 19\}$

Hướng dẫn

Chọn B

Ta có: $B(A-1) = \frac{2}{x-16}$

$$x \in Z \Rightarrow x-16 \in Z \Rightarrow x-16 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$$

$$\Rightarrow x \in \{14; 15; 17; 18\}$$

Câu 382. Cho $M = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 1$).

Tìm $x \in Z$ để $M \in Z$

A. $x \in \{2; 3\}$

B. $x \in \{1; 2\}$

C. $x \in \{1; 2; 3\}$

D. $x \in \{1; 2; 3; 4\}$

Hướng dẫn

Chọn A

Sau khi rút gọn ta được $M = \frac{2}{x-1}$



Ta có: $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-1 \in U\{2\} = \{\pm 1; \pm 2\}$ Mà $x > 0; x \neq 1 \Rightarrow x \in \{2; 3\}$

Câu 383. Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+9}{x-9}$ ($x \geq 0; x \neq 9$). Tìm x để A đạt giá trị lớn nhất.

A. $x \in \{0\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{1\}$

D. $x \in \{4\}$

Hướng dẫn

Chọn A

Ta có: $A = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$

$$\sqrt{x+3} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{3}{3} = 1$$

Vậy A đạt giá trị lớn nhất là bằng 1, khi $x = 0$ (TMĐK)

Câu 384. Cho $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3}$ ($x \geq 0$). Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x \in \{0\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{1\}$

D. $x \in \{4\}$

Hướng dẫn

Chọn C

Ta có: $P = \frac{4\sqrt{x}}{3(x-\sqrt{x}+1)}$ ($x \geq 0$)

Do $x \geq 0 \Rightarrow 3(x-\sqrt{x}+1) > 0 \Rightarrow P \geq 0$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x = 1$.

Câu 385. Cho $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ ($x > 0$). Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x \in \{3\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{2\}$

D. $x \in \{1\}$

Hướng dẫn

Chọn D



Ta có: $B = \sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

Áp dụng BĐT Cosi cho 2 số dương, ta có $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2 \Rightarrow B \geq 3$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy B đạt giá trị nhỏ nhất là bằng 3 khi $x = 1$.

Câu 386. Cho $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x \in \{4\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{2\}$

D. $x \in \{1\}$

Hướng dẫn

Chọn A

Ta có: $P = \frac{x-9+25}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} - 3 + \frac{25}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} + 3 + \frac{25}{\sqrt{x}+3} - 6 \geq 2\sqrt{25} - 6 = 4$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là bằng 4 khi $\sqrt{x} + 3 = \frac{25}{\sqrt{x} + 3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 387. Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{2x}{9 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 3\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ ($x > 0; x \neq 9; x \neq 25$). Tìm x để A đạt giá trị nhỏ

nhất.

A. $x \in \{0\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{100\}$

D. $x \in \{10\}$

Hướng dẫn

Chọn C

Ta có: $A = \sqrt{x} + 5 + \frac{25}{\sqrt{x} - 5} = \sqrt{x} - 5 + \frac{25}{\sqrt{x} - 5} + 10 \geq 2\sqrt{25} + 10 = 10$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là bằng 10 khi $\sqrt{x} - 5 = \frac{25}{\sqrt{x} - 5} \Leftrightarrow \sqrt{x} - 5 = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 10 \Leftrightarrow x = 100$.

Câu 388. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \frac{2}{x - \sqrt{x} + 1} \in \mathbb{Z}$.



A. $x \in \{0;1\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \left\{0;1; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right\}$

D. $x \in \left\{0;1; \frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right\}$

Hướng dẫn

Chọn C

Ta có: $x \geq 0 \Rightarrow x - \sqrt{x} + 1 > 0 \Rightarrow P > 0$

$$\text{Mà } P = \frac{2}{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3} \Rightarrow 0 < P \leq \frac{8}{3}; P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1;2\}$$

$$P=1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \\ \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$

$$P=2 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{0;1; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right\}$ thì P nguyên.

Câu 389. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \frac{3\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z}$.

A. $x \in \{0;1\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{0\}$

D. $x \in \{1\}$

Hướng dẫn

Chọn B

Ta có: $x \geq 0, P > 0$

$$\text{Mà } P = \frac{3\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} < \frac{3\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+2} = 3 \Rightarrow 0 < P < 3; P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1;2\}$$

$$P=1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x}+5 = \sqrt{x}+2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -3 \text{ (Vô lý)}$$



$$P = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} + 5 = 2(\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow \sqrt{x} = -1 \text{ (Vô lý)}$$

Vậy không tồn tại x để P là số nguyên.

Câu 390. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \frac{5}{3\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z}$.

A. $x \in \{1; 2\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \left\{1; \frac{1}{36}\right\}$

D. $x \in \{1; 2; 36\}$

Hướng dẫn

Chọn C

Ta có:

$$0 < P \leq \frac{5}{2}; P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1; 2\}$$

$$P = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{3\sqrt{x} + 2} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$P = 2 \Leftrightarrow \frac{5}{3\sqrt{x} + 2} = 2 \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 391. Tìm tất cả các giá trị của x để $A = \frac{7\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1} \in \mathbb{Z}^+$.

A. $x \in \left\{\frac{9}{25}; \frac{16}{9}\right\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \{25\}$

D. $x \in \left\{\frac{9}{26}; \frac{16}{9}; 25\right\}$

Hướng dẫn

Chọn D

$$\text{Ta có: } A = \frac{\frac{7}{2} \cdot (2\sqrt{x} + 1) - \frac{11}{2}}{(2\sqrt{x} + 1)} < \frac{7}{2} \cdot (2\sqrt{x} + 1) = \frac{7}{2}$$

Vì A là số nguyên dương nên $0 < A < \frac{7}{2} \Rightarrow A \in \{1; 2; 3\}$



$$A = 1 \Leftrightarrow x = \frac{9}{25}$$

$$A = 2 \Leftrightarrow x = \frac{16}{9}$$

$$A = 3 \Leftrightarrow x = 25$$

Câu 392. Cho $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+2}}\right) + \frac{9\sqrt{x+14}}{x+3\sqrt{x+2}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). Tìm tất cả các giá trị của x để $A \in \mathbb{N}$

A. $x \in \{0; 16\}$

B. $x \in \emptyset$

C. $x \in \left\{\frac{1}{16}; \frac{4}{9}; \frac{9}{4}\right\}$

D. $x \in \left\{\frac{1}{16}; \frac{4}{9}; \frac{9}{4}; 0; 16\right\}$

Hướng dẫn

Chọn D

Ta có: $A = 2 + \frac{5}{\sqrt{x+1}}$ Vì $x \geq 0 \Rightarrow 0 < \frac{5}{\sqrt{x+1}} \leq 5 \Rightarrow 2 < P \leq 7$

Vì $A \in \mathbb{N}$ nên $A \in \{3; 4; 5; 6; 7\} \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x+1}} \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Leftrightarrow x \in \left\{16; \frac{9}{4}; \frac{4}{9}; \frac{1}{16}; 0\right\}$

Câu 393. Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+3}}$ ($x > 0; x \neq 9$) và $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị m để

có x thỏa mãn $P = m$.

A. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

$P = m \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}} = m \Leftrightarrow m\sqrt{x} = \sqrt{x+3} \Leftrightarrow (m-1)\sqrt{x} = 3$.

Với $x > 0; x \neq 9$, nên phương trình có nghiệm x thỏa mãn



$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \sqrt{x} = \frac{3}{m-1} > 0 \\ \sqrt{x} = \frac{3}{m-1} \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ thì phương trình $P = m$ có nghiệm x thỏa mãn điều kiện.

Câu 394. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0 ; x \neq 1$. Với $m < 0 ; m \neq 1$ thì khẳng định nào sau đây

luôn đúng ?

- A.** Phương trình $P = 3 + m\sqrt{x}$ có hai nghiệm phân biệt.
- B.** Phương trình $P = 3 + m\sqrt{x}$ có nghiệm kép
- C.** Phương trình $P = 3 + m\sqrt{x}$ có nghiệm duy nhất
- D.** Phương trình $P = 3 + m\sqrt{x}$ vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $P = 3 + m\sqrt{x}$ với $x \geq 0 ; x \neq 1$.

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} = 3 + m\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}+5 = 3\sqrt{x}+6 + m.x + 2m\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow m.x + (2m+2)\sqrt{x} + 1 = 0$$

Đặt $\sqrt{x} = t \geq 0 ; t \neq 1$. Ta có phương trình: $m.t^2 + (2m+2)t + 1 = 0$ (*).

Khi $m < 0 ; m \neq -1$, ta có:

$$\begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - m = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \\ m.1^2 + (2m+2).1 + 1 = 3m + 3 \neq 0 \\ t_1, t_2 = \frac{1}{m} < 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu, và nghiệm dương luôn khác 1.

\Rightarrow Với mọi $m < 0 ; m \neq 1$ thì phương trình $P = 3 + m\sqrt{x}$ luôn có một nghiệm duy nhất.

(đpcm).



Câu 395. Tìm m để phương trình $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = m$ có nghiệm.

- A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ B. $-\frac{1}{2} \leq m < 1$ C. $-\frac{1}{2} < m < 1$ D. $m > 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $x \geq 0$.

Ta có: $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = m \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 = m.\sqrt{x}+2m \Leftrightarrow \sqrt{x}(1-m) = 2m+1$

Xét $m = 1 \Rightarrow \sqrt{x}(1-1) = 2.1+1 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Xét $m \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2m+1}{1-m}$. Vì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{2m+1}{1-m} \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Vậy $-\frac{1}{2} \leq m < 1$ thì phương trình có nghiệm.

Câu 396. Tìm $\frac{8}{\sqrt{x}+2} = m$ (với $x \geq 0; x \neq 4$) có nghiệm.

- A. $\begin{cases} 0 < m \leq 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \leq 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $x \geq 0$.

Ta có: $\frac{8}{\sqrt{x}+2} = m \Leftrightarrow 8 = m.\sqrt{x}+2m \Leftrightarrow m.\sqrt{x} = 8-2m$

Xét $m = 0 \Rightarrow 0.\sqrt{x} = 8-2.0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Xét $m \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{8-2m}{m}$. Vì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{8-2m}{m} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < m \leq 4$.

Vì $x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 2 \Leftrightarrow \frac{8-2m}{m} \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Vậy $\begin{cases} 0 < m \leq 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ thì phương trình có nghiệm.



Câu 397. Có bao nhiêu giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = m$ có nghiệm.

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 5

Hướng dẫn

Chọn D.

Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 1$.

Ta có: $\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x+1}} = m \Leftrightarrow \sqrt{x}-4 = m\sqrt{x}+m \Leftrightarrow \sqrt{x}(1-m) = m+4$

Xét $m = 1 \Rightarrow \sqrt{x}(1-1) = 1+4 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Xét $m \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{m+4}{1-m}$.

Vì $\begin{cases} \sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{x} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m+4}{1-m} \geq 0 \\ \frac{m+4}{1-m} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m < 1 \\ m \neq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$ thì phương trình có nghiệm.

Câu 398. Cho $P = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$; $x \geq 0; x \neq 1$. Tìm m để $P = m$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ B. $m \neq 2$ C. $\begin{cases} 0 \leq m < 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ D. mọi m

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $P = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \Leftrightarrow P(\sqrt{x+1}) = 4\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}(P-4) = -P(1)$

Đặt $\sqrt{x} = t (t \geq 0, t \neq 1)$. Phương trình (1) tương đương: $t(P-4) = -P$

$P = 4 \Rightarrow t \cdot 0 = -4 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

$P \neq 4 \Rightarrow t = \frac{P}{4-P}$. Vì $t \geq 0 \Rightarrow \frac{P}{4-P} \geq 0 \Rightarrow 0 \leq P < 4$

Vì $t \neq 1 \Leftrightarrow \frac{P}{4-P} \neq 1 \Leftrightarrow 4-P \neq P \Leftrightarrow P \neq 2$



Để $P = m$ có nghiệm thì $\begin{cases} 0 \leq m < 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Câu 399. Cho biểu thức $P = \frac{5\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$; $x > 0; x \neq 1$. Tìm m để $P = \frac{1}{m}$ có nghiệm

- A.** $m > 0$ **B.** $0 < m < \frac{3}{5}$ **C.** $m > \frac{3}{5}$ **D.** $m < \frac{3}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Ta có } P = \frac{5\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \Leftrightarrow P \cdot x + \sqrt{x}(P - 5) + P = 0$$

Vì $P > 0$ nên phương trình có nghiệm khi $\Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow (P - 5)^2 - 4P^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3P^2 - 10P + 25 \geq 0 \Leftrightarrow (5 - 3P)(5 + P) \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq P \leq \frac{5}{3}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P > 0 \\ P \neq \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow 0 < P < \frac{5}{3}$$

Để phương trình $P = \frac{1}{m}$ có nghiệm thì $0 < \frac{1}{m} < \frac{5}{3} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{3}{5}$

Câu 400. Cho $P = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$. Tìm m để $P \cdot (\sqrt{x} + 1) + x > 2m$ đúng với mọi x

- A.** $m \geq 4$ **B.** $m < \frac{3}{8}$ **C.** $m < 1$ **D.** $m \leq 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$P \cdot (\sqrt{x} + 1) + x > 2m \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} (\sqrt{x} + 1) + x > 2m$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 1 > 2m \Leftrightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 2m$$

Ta có: $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$. Để $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 2m$ đúng với mọi m thì $2m < \frac{3}{4} \Leftrightarrow m < \frac{3}{8}$

Câu 401. Cho biểu thức: $A = \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$; $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{2}$; $x \geq 0; x \neq 1$.



Tính $P = \frac{A}{B}$ và tìm m để $\frac{1}{P} > m + \sqrt{x}$ nghiệm đúng với mọi $x > 1$.

A. $m \leq \frac{1}{2}$.

B. $m \leq 3$

C. $m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{+) Ta có: } A &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} = \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1^3} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x+2+x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} \Rightarrow \frac{1}{P} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{2}$$

$$\text{+) Ta có: } \frac{1}{P} > m + \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{x+\sqrt{x}+1}{2} > m + \sqrt{x} \Leftrightarrow x + \sqrt{x} + 1 > 2m + 2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 1 > 2m \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + 1 > 2m$$

Với $x > 1$ thì $\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + 1 > 1$ để $\frac{1}{P} > m + \sqrt{x}$ đúng với mọi $x > 1$ thì $2m \leq 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 402. Cho biểu thức $P = \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1}$, với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{9}$.

Với $m > 1$. Có bao nhiêu giá trị của x sao cho $P = m$.

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

Với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{9}$ ta có:

$$P = \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{9x-1} \right) : \left(\frac{9\sqrt{x}+6}{3\sqrt{x}+1} - 3 \right)$$



$$= \frac{9x-1-2\sqrt{x}(3\sqrt{x}-1)+\sqrt{x}+1}{(3\sqrt{x}+1)(3\sqrt{x}-1)} : \frac{9\sqrt{x}+6-3(3\sqrt{x}+1)}{3\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{3x+3\sqrt{x}}{(3\sqrt{x}+1)(3\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3\sqrt{x}+1}{3} = \frac{3(x+\sqrt{x})}{(3\sqrt{x}+1)(3\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3\sqrt{x}+1}{3} = \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1}$$

Do đó: $P = m \Leftrightarrow \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1} = m \Leftrightarrow x+\sqrt{x} = 3m\sqrt{x}-m \Leftrightarrow x+(1-3m)\sqrt{x}+m=0$ (1)

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t \geq 0; t \neq \frac{1}{3}$

Khi đó phương trình (1) có dạng: $t^2 + (1-3m)t + m = 0$ (2)

Đặt $f(t) = t^2 + (1-3m)t + m$

Ta có: $\Delta = (1-3m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 1 - 6m + 9m^2 - 4m = 9m^2 - 10m + 1 = (m-1)(9m-1)$

Vì $m > 1$ nên $m-1 > 0$ và $9m-1 > 0 \Rightarrow \Delta = (m-1)(9m-1) > 0, \forall m > 1$.

+) $S = \frac{-b}{a} = \frac{3m-1}{1} = 3m-1 > 0, \forall m > 1$.

+) $P = \frac{c}{a} = \frac{m}{1} = m > 0, \forall m > 1$.

+) $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + (1-3m) \cdot \frac{1}{3} + m = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - m + m = \frac{4}{9} \neq 0$.

Suy ra phương trình (2) luôn có 2 nghiệm dương phân biệt khác $\frac{1}{3}$ với mọi $m > 1$.

Câu 403. Cho $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{x+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$.

Tìm m để có duy nhất một giá trị của x thỏa mãn $(AB-1)(x+2) = m(1-\sqrt{x}) + 3\sqrt{x} - 4$

- A. $m = 1$ B. $\begin{cases} m \neq 4 \\ m \geq \frac{7}{2} \end{cases}$ C. $m = \frac{7}{2}$ D. $\begin{cases} m = 4 \\ m = \frac{7}{2} \\ m < 3 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$(AB-1)(x+2) = m(1-\sqrt{x}) + 3\sqrt{x} - 4$ (1)



$$\Leftrightarrow \left(\frac{2\sqrt{x}-1}{x+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1} - 1 \right) (x+2) = m - m\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 4$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{x}(2-m) + m - 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t \neq \frac{1}{2} \end{cases} . \text{ Ta có phương trình: } \Leftrightarrow t^2 + t(2-m) + m - 3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Để (1) có nghiệm duy nhất thì (2) có nghiệm duy nhất thỏa mãn } \begin{cases} t \geq 0 \\ t \neq \frac{1}{2} \end{cases} .$$

$$\text{Phương trình (2) có } a + b + c = 1 + 2 - m + m - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Phương trình (2) luôn có nghiệm } \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = m - 3 \end{cases} .$$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì:

$$\text{TH1: Phương trình (2) có nghiệm kép thỏa mãn } \begin{cases} t \geq 0 \\ t \neq \frac{1}{2} \end{cases} . \text{ Suy ra } t_1 = t_2 \Rightarrow m - 3 = 1 \Leftrightarrow m = 4$$

$$\text{TH2: Phương trình 2 có hai nghiệm phân biệt, trong đó } \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow m < 3$$

$$\text{TH3: Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt, trong đó } \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{7}{2} .$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 4 \\ m = \frac{7}{2} \\ m < 3 \end{cases} .$$

Câu 404. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)(3+2\sqrt{2})} = \sqrt{2}-1$

B. $\sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3}-1$

C. $\sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{216} = -1$

D. $(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) = 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$+ \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)^3} = \sqrt{2}+1$$



+ Tương tự câu a: $\sqrt{3} - 1$

+ $-4 - 5 + 6 = -3$

+ $(\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt[3]{2})^3 = 5$

Câu 405. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A. $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} = 1$

B. $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}} = 1$

C. $(2-\sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} = 1$

D. $\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} = 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

+ Nhân vào hai vế với 2 ta được: $2A = \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+1)^3} + \sqrt[3]{(1-\sqrt{5})^3} = 2$

Suy ra $A = 1$.

Cách khác: Lập phương hai vế ta được: $A^3 = (\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}})^3$

$\Leftrightarrow A^3 = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 3\sqrt[3]{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} \cdot (\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}})$

$\Leftrightarrow A^3 = 4 + 3\sqrt[3]{-1} \cdot A \Leftrightarrow A^3 + 3A - 4 = 0 \Leftrightarrow (A-1)(A^2 + A + 4) = 0 \Leftrightarrow A = 1$

+ Tương tự câu a: $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}} = 3$. Chú ý: $9 \pm 4\sqrt{5} = \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right)^3$

+ Chú ý: $26 + 15\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^3$

+ Đặt $a = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$, $b = \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$ $\Rightarrow a^3 - b^3 = 6, ab = \frac{5}{3}$.

Câu 406. Cho $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2} \cdot a$. Tính a

A. $a = 1$

B. $a = 2$

C. $a = 3$

D. $a = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.



$$\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{128} = 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} . \text{ Vậy } a = 3$$

Câu 407. Cho $a^3 = 3\sqrt[3]{2} + 1 - 3\sqrt[3]{4}$. Tính a

- A. $a = -1$ B. $a = \sqrt[3]{2} + 1$ C. $a = \sqrt[3]{2}$ D. $a = \sqrt[3]{2} - 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$2 - 3\sqrt[3]{2^2} \cdot 1 + 3\sqrt[3]{2} \cdot 1^2 - 1 = (\sqrt[3]{2} - 1)^3 \text{ suy ra } a = \sqrt[3]{2} - 1$$

Câu 408. Biết $\sqrt{(1+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = x + y\sqrt{3}$ với x, y là các số nguyên. Tính $x + y$

- A. $x + y = 0$ B. $x + y = 2$ C. $x + y = 1$ D. $x + y = -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\sqrt{(1+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3} \text{ suy ra } x = 0; y = 2 \Rightarrow x + y = 2$$

Câu 409. Tính giá trị biểu thức $A = (3x^3 + 8x^2 + 2)^{2009} - 3^{2009}$ biết $x = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$

- A. $A = 0$ B. $A = 1$ C. $A = 2$ D. $A = 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Chú ý: } \sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38} = \sqrt[3]{(\sqrt{5} - 2)^3} = \sqrt{5} - 2; \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} = 3 - \sqrt{5}$$

$$\text{nên } x = \frac{1}{3} \Rightarrow A = 0$$

Câu 410. Cho biểu thức: $A = (x^3 + 12x - 33)^{2016}$. Tính A khi $x = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$



A. $A=0$

B. $A=1$

C. $A=2$

D. $A=3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$x = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$. Các em lập phương hai vế được:

$x^3 + 12x - 32 = 0$. Suy ra $x^3 + 12x - 33 = -1 \Rightarrow A=1$

Câu 411. Cho $A = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$; $B = \sqrt{3 + \sqrt{3} + \sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}}$; $C = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}}$. Tìm khẳng định đúng?

A. $A > B = C$

B. $A < B = C$

C. $A = B = C$

D. $A = B < C$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$A = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \sqrt[3]{2}$$

Chú ý: $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^3} = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow B = \sqrt{3} + 1$

$$C = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} + 1$$

Câu 412. Cho $A = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}}$; $B = \frac{2}{\sqrt[3]{3} - 1} - \frac{4}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1}$; $C = \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}} + \sqrt[6]{8}$. Khẳng định nào

đúng?

A. $A = -2C$

B. $A > 0$

C. $C < 0$

D. $B = 2C$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{aligned} &+ \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{(1 + \sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}} \\ &= \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-2} = \sqrt[3]{-8} = -2 \end{aligned}$$



$$+ \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} - \frac{4}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1} = \frac{2(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1)-4(\sqrt[3]{3}-1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1)} = \frac{2\sqrt[3]{9}-6\sqrt[3]{3}+6}{3-1} = \sqrt[3]{9}-3\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{9}$$

$$+ \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} + \sqrt[6]{8} = \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3} + \sqrt[6]{2^3} = 1-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 1$$

Câu 413. Tính: $A = (\sqrt[3]{1+2\sqrt{6}} - \sqrt[6]{25+4\sqrt{6}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{6}-1} + 1$

- A.** $A=3$ **B.** $A=-1$ **C.** $A=1$ **D.** $A=0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $(1+2\sqrt{6})^2 = 25+4\sqrt{6}$ nên $\sqrt[3]{1+2\sqrt{6}} - \sqrt[6]{25+4\sqrt{6}} = 0 \Rightarrow A=1$

Câu 414. Tính: $A = \frac{\sqrt[3]{7+2\sqrt{5}}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}}$

- A.** 1 **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $1-\sqrt{2}$ **D.** $1+\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = \frac{\sqrt[3]{7+2\sqrt{5}}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1+\sqrt{3})-\sqrt{3}} = 1+\sqrt{2}$$

Câu 415. Tính giá trị biểu thức:
$$\frac{\sqrt{\left(\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}}+3\sqrt[3]{2}\right) \cdot \sqrt{3}}}{3+\sqrt[6]{108}}$$

- A.** $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ **B.** $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$
C. $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ **D.** $-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

Hướng dẫn

Chọn C.



$$\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}} = \sqrt{3} \cdot \frac{(\sqrt{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}} = \sqrt{3}(3 + \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) = 3\sqrt{3} + 3\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}} + 3\sqrt[3]{2}\right) \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{9 + 6\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4}} = \sqrt{(3 + \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2})^2} = 3 + \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} = 3 + \sqrt[6]{108}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}} + 3\sqrt[3]{2}\right) \cdot \sqrt{3}}}{3 + \sqrt[6]{108}} = 1.$$

Đặt $A = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$. Lập phương hai vế tính được $A = 1$.

Câu 416. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}) = -1$ **B.** $\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$

C. $\sqrt[4]{56-24\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$ **D.** $\sqrt[4]{28-16\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$+ \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}) = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[6]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}})$$

$$= \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}) = 2 \cdot \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = -2$$

$$+ \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} = \sqrt[4]{(3+2\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$$

$$+ \sqrt[4]{56-24\sqrt{5}} = \sqrt[4]{(6-2\sqrt{5})^2} = \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$$

$$+ \sqrt[4]{28-16\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(4-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$$

Câu 417. Cho $x = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}}$ với $a \geq \frac{1}{8}$. Khẳng định nào đúng ?

A. x là số tự nhiên

B. x là số âm



C. $x = \sqrt[3]{a}$

D. $x = -\sqrt[3]{a}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Áp dụng hằng đẳng thức: $(u + v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u + v)$

Ta có $x^3 = 2a + (1 - 2a)x \Leftrightarrow x^3 + (2a - 1)x - 2a = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + 2a) = 0$

Xét đa thức bậc hai $x^2 + x + 2a$ với $\Delta = 1 - 8a \geq 0$

+ Khi $a = \frac{1}{8}$ ta có $x = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = 1$.

+ Khi $a > \frac{1}{8}$, ta có $\Delta = 1 - 8a$ âm nên đa thức (1) có nghiệm duy nhất $x = 1$ Vậy với mọi $a \geq \frac{1}{8}$

ta có: $x = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}} = 1$ là số tự nhiên.

Câu 418. Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2}$. Tính giá trị của biểu thức $B = x^4 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + 1942$. (Trích đề thi vào lớp 10 Trường PTC Ngoại Ngữ - ĐHQG Hà Nội năm 2015-2016).

A. 1940

B. 1945

C. 1941

D. 1947

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $x = 1 + \sqrt[3]{2} \Rightarrow (x - 1)^3 = 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 3 = 0$. Ta biến đổi biểu thức P thành:

$P = x^2(x^3 - 3x^2 + 3x - 3) + x(x^3 - 3x^2 + 3x - 3) + (x^3 - 3x^2 + 3x - 3) + 1945 = 1945$

Câu 419. Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$. Tính giá trị biểu thức: $P = x^5 - 4x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2015$

A. 2016

B. 2017

C. 2018

D. 2019

Hướng dẫn

Chọn A.



Đề ý rằng: $x = \sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1$ ta nhân thêm 2 vế với $\sqrt[3]{2} - 1$ để tận dụng hằng đẳng thức:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2). \text{ Khi đó ta có: } (\sqrt[3]{2} - 1)x = (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{2} - 1)x = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2}x = x + 1 \Leftrightarrow 2x^3 = (x + 1)^3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0.$$

Ta biến đổi: $P = x^5 - 4x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2015 = (x^2 - x + 1)(x^3 - 3x^2 - 3x - 1) + 2016 = 2016$

Câu 420. Cho $a = \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} + \sqrt[3]{38 - 17\sqrt{5}}$ và $f(x) = (x^3 + 3x + 1940)^{2016}$. Hãy tính $f(a)$.

- A.** 2016^{2017} **B.** 2017^{2017} **C.** 2016^{2016} **D.** 2017^{2016}

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Vì } a^3 = 38 + 17\sqrt{5} + 38 - 17\sqrt{5} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{38 - 17\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow a^3 = 76 - 3a \Rightarrow a^3 + 3a = 76 \Rightarrow f(a) = (76 + 1940)^{2016} = 2016^{2016}.$$

Câu 421. Cho $a = \sqrt{2} + \sqrt{7 - \sqrt{61 + 46\sqrt{5}}} + 1$. Khẳng định nào đúng ?

- A.** $a^4 + 4a^2 + 9 = 0$ **B.** $a^4 - 4a^2 + 9 = 0$ **C.** $a^4 - 14a^2 + 12 = 0$ **D.** $a^4 - 14a^2 + 9 = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Vì } \sqrt[3]{61 + 46\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(1 + 2\sqrt{5})^3} = 1 + 2\sqrt{5}$$

$$\text{Từ đó } a = \sqrt{2} + \sqrt{7 - 1 - 2\sqrt{5}} + 1 = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow a^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 \Rightarrow a^2 - 7 = 2\sqrt{10} \Rightarrow a^4 - 14a^2 + 9 = 0.$$

Câu 422. Cho $a^4 - 14a^2 + 9 = 0$ và $f(x) = x^5 + 2x^4 - 14x^3 - 28x^2 + 9x + 19$. Tính $f(a)$.

- A.** $f(a) = 1$ **B.** $f(a) = 0$ **C.** $f(a) = -1$ **D.** $f(a) = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Do $f(x) = (x^4 - 14x^2 + 9)(x + 2) + 1$ và $x^4 - 14x^2 + 9 = 0$ nên ta được $f(a) = 1$.



Câu 423. Cho $0 < a \neq 1$. Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \sqrt{6-4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{(a+3)\sqrt{a}-3a-1} : \left[\frac{a-1}{2(\sqrt{a}-1)} - 1 \right]$$

A. $A = 1$

B. $A = 2$

C. $A = 3$

D. $A = 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) + (\sqrt{a} - 1) : \frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{2(\sqrt{a} - 1)} = 4$$

Câu 424. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}(3x+1)+x^2(3+x)}}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}$ với $x = 2018$

A. $P = 2018$

B. $P = 0$

C. $P = 1$

D. $P = 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$P = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{x})^3 + 3(\sqrt{x})^2 \cdot x + 3\sqrt{x} \cdot x^2 + x^3}}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x} = 0$$

Câu 425. Tính giá trị biểu thức $M = \sqrt[4]{\sqrt{x}-2\sqrt[8]{x}+1} + 1$ với $x = 256$

A. $M = 2$

B. $M = 0$

C. $M = 1$

D. $M = -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$M = \sqrt{(\sqrt[8]{x}-1)^2} + 1 = \sqrt[8]{x} \Rightarrow M = 2$$

Câu 426. Cho hai số $a = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{368}{27}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{368}{27}}}$; $b = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}})$

Tính giá trị biểu thức: $P = 2a^{100} + b^3$

A. $P = 1$

B. $P = 0$

C. $P = 10$

D. $P = 4$

Hướng dẫn



Chọn C.

$$a^3 = 3 + \sqrt{\frac{368}{27}} + 3 - \sqrt{\frac{368}{27}} + 3a \cdot \sqrt[3]{\left(3 + \sqrt{\frac{368}{27}}\right)\left(3 - \sqrt{\frac{368}{27}}\right)} = 6 - 5a$$

suy ra $(a-1)(a^2 + a + 6) = 0 \Rightarrow a = 1$

$$b = \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} \right) = 2 \quad \text{suy ra } P = 10$$

Câu 427. Cho hai số $a = \frac{1}{\sqrt[3]{4-\sqrt{15}}} + \sqrt[3]{4-\sqrt{15}}$; $b = \frac{1}{3} \left(1 - \sqrt[3]{\frac{25+\sqrt{621}}{2}} - \sqrt[3]{\frac{25-\sqrt{621}}{2}} \right)$

Tính giá trị của biểu thức: $P = a^3 + b^3 - 3a - b^2 + 100$

A. $P = 107$

B. $P = 106$

C. $P = 100$

D. $P = 104$

Hướng dẫn

Chọn A.

Lập phương 2 vế: $a^3 = 3a + 8 \Leftrightarrow a^3 - 3a = 8$

$$1 - 3b = \sqrt[3]{\frac{25+\sqrt{621}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{25-\sqrt{621}}{2}} \quad \text{suy ra } (1-3b)^3 = 25 + 3(1-3b) \Leftrightarrow b^3 - b^2 = -1 \text{ nên } P = 107$$

Câu 428. Cho $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$; $y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$.

Tính giá trị biểu thức sau: $P = x^3 + y^3 - 3(x+y) + 2004$

A. 2019

B. 2021

C. 2020

D. 2044

Hướng dẫn

Chọn D.

Lập phương hai vế x và y ta được:

$$\begin{cases} x^3 = 3x + 6 \\ y^3 = 3y + 34 \end{cases} \quad \text{suy ra } x^3 + y^3 = 3(x+y) + 40 \Leftrightarrow x^3 + y^3 - 3(x+y) = 40$$

$$\Rightarrow P = 40 + 2004 = 2044$$



Câu 429. Cho $a = \frac{2 - (\sqrt{5} + 2) \cdot \sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}}$. Tính giá trị biểu thức: $P = (a^{11} - a^{10} + a^9 - a^8 + a)^{20} + 99$

- A. $P = 106$ B. $P = 101$ C. $P = 100$ D. $P = 99$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$a = \frac{2 - (\sqrt{5} + 2) \cdot \sqrt[3]{(\sqrt{5} - 2)^3}}{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{3}} = \frac{2 - (\sqrt{5} + 2) \cdot (\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}} = 1$$

suy ra $P = 100$.

Câu 430. Cho biểu thức: $x = \frac{\sqrt[4]{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}{\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3} + 1)}$. Tính giá trị biểu thức: $A = (x^5 - 7x^2 - 3)^{100} + 199$

- A. $A = 100$ B. $A = 300$ C. $A = 400$ D. $A = 200$

Hướng dẫn

Chọn D.

$x = 2 \Rightarrow A = 200$

Câu 431. Cho biểu thức: $A = \frac{x^5 + x^4 \cdot \sqrt[3]{6} + x^3 \cdot \sqrt[3]{36}}{|x^3 - 3| - 3}$. Rút gọn và Tính giá trị biểu thức tại $x = 2 \cdot \sqrt[3]{6}$

- A. $A = 8 \cdot \sqrt[3]{36}$ B. $A = \sqrt[3]{36}$ C. $A = 8$ D. $A = 8 + \sqrt[3]{36}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét $x^3 - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{3} \leq x \neq \sqrt[3]{6}$.

$$A = \frac{x^3(x^2 + x \cdot \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})}{x^3 - 3 - 3} = \frac{x^3(x^2 + x \cdot \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})}{x^3 - 6} = \frac{x^3(x^2 + x \cdot \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})}{(x - \sqrt[3]{6})(x^2 + x \cdot \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})} = \frac{x^3}{x - \sqrt[3]{6}} \quad (1)$$

Xét $x^3 - 3 < 0 \Leftrightarrow 0 \neq x < \sqrt[3]{3}$



$$A = \frac{x^3(x^2 + x\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})}{3 - x^3 - 3} = -(x^2 + x\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}) \quad (2)$$

Thay $x = 2\sqrt[3]{6} > \sqrt[3]{3}$ vào (1) suy ra $A = \frac{(2\sqrt[3]{6})^3}{2\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{6}} = \frac{48}{\sqrt[3]{6}} = 8\sqrt[3]{36}$

Câu 432. Cho $a > \frac{1}{8}$. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8a-1}{3}}} - \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8a-1}{3}}}$

A. $D = 3$

B. $D = -1$

C. $D = 1$

D. $D = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Lập phương hai vế ta được:

$$D^3 = 2a + 3D \sqrt[3]{a^2 - \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 \cdot \frac{8a-1}{3}} \Leftrightarrow D^3 = 2a + D(1-2a) \Leftrightarrow (D-1)(D^2 + D + 2a) = 0$$

Vì $a > \frac{1}{8}$ nên $D^2 + D + 2a > 0$ suy ra $D = 1$.

Câu 433. Cho $b = \sqrt[3]{2020}$. Tính giá trị biểu thức:

$$C = \sqrt[3]{\frac{b^3 - 3b + (b^2 - 1)\sqrt{b^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{b^3 - 3b - (b^2 - 1)\sqrt{b^2 - 4}}{2}}$$

A. $C = \sqrt[3]{2021}$

B. $C = \sqrt[3]{2019}$

C. $C = \sqrt[3]{2018}$

D. $C = \sqrt[3]{2020}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Tương tự câu a. $C^3 = b^3 - 3b + 3C \Leftrightarrow (C-b)(C^2 + bC + b^2 - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C = b = \sqrt[3]{2020} \\ C^2 + bC + b^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

Xét $C^2 + bC + b^2 - 3 = 0$. Ta có: $\Delta = 3(4 - b^2) = 3(4 - \sqrt[3]{2020}) < 0$. Vậy $C = \sqrt[3]{2020}$



TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

ĐẠI SỐ 9

Câu 1. Trong các hàm số y sau, đâu không là hàm số của x .

- A. $y = 5x - 3$ B. $y = 2x^2 + 3x - 1$ C. $y = \frac{1}{x} + 5x$ D. $y^2 = 2x - 5$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu A, B, C : y là hàm số của x . Vì ứng với một giá trị x , tồn tại duy nhất một giá trị y .

Ví dụ: Ở câu a, Cho $x = 1$ các em chỉ tính được một giá trị của y là $y = 5.1 - 3 = 2$.

Câu D : y không phải là hàm số của x . Vì ứng với 1 giá trị của x , có hai giá trị y .

Ví dụ $x = 3 \Rightarrow y^2 = 2.3 - 5 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$.

Câu 2. Cho hai hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$; $y = g(x) = -x^2 + 3x + 6$

Tìm a để $f(a) = g(a)$

- A. $\{1; 4\}$ B. $\{-1; 4\}$ C. $\{-1; -4\}$ D. $\{1; -4\}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} a \geq 3 \\ a \leq 0 \end{cases}$

$$f(a) = g(a) \Leftrightarrow \sqrt{a^2 - 3a} = -a^2 + 3a + 6 \Leftrightarrow a^2 - 3a + \sqrt{a^2 - 3a} - 6 = 0$$

Đặt $\sqrt{a^2 - 3a} = t \geq 0$ phương trình có dạng:

$$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3(L) \\ t = 2(tm) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow \sqrt{a^2 - 3a} = 2 \Rightarrow a^2 - 3a = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1(tm) \\ a = 4 \end{cases}$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = (a+1)x^5 + (b+2)x^3 + cx - 4$. Biết $f(2) = 15$. Tính $f(-2)$

- A. -8 B. 15 C. -23 D. 23

Hướng dẫn



Chọn C.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(2) = (a+1).2^5 + (b+2).2^3 + c.2 - 4 \\ f(-2) = (a+1).(-2)^5 + (b+2).(-2)^3 - 2c - 4 \end{cases} \Rightarrow f(2) + f(-2) = -8$$
$$\Rightarrow f(-2) + 15 = -8 \Rightarrow f(-2) = -23$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^4 - bx^2 + x + 3$. Biết $f(2) = 17$. Tính $f(-2)$

- A. 17 B. 12 C. -2 D. 13

Hướng dẫn

Chọn D.

$$f(2) = 16a - 4b + 5 = 17 \Rightarrow 16a - 4b = 12.$$

$$f(-2) = 16a - 4b - 2 + 3 = 12 + 1 = 13$$

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x - 3$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị:

$A(1;2), B(2;1), C(3;0), D(3;-2)$.

- A. $A(1;2)$ B. $B(2;1)$ C. $C(3;0)$ D. $D(3;-2)$

Hướng dẫn

Chọn B.

$A(1;2)$. Thay $x = 1; y = 2$ vào đồ thị ta được: $2 = 2.1 - 3 \Leftrightarrow 2 = -1$ (vô lí).

Vậy $A(1;2)$ không thuộc đồ thị.

$B(2;1)$. Thay $x = 2, y = 1$ vào đồ thị: $1 = 2.2 - 3$ (luôn đúng). Vậy $B(2;1)$ nằm trên đồ thị.

Các câu còn lại làm tương tự.

Câu 6. Tìm m biết điểm $B(1;-1)$ thuộc đồ thị $y = 2(m+1)x - m + 2$

- A. -3 B. 3 C. 1 D. -1

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $B(1;-1)$ thuộc đồ thị nên thay $x = 1; y = -1$ vào đồ thị ta được:



$$-1 = 2(m+1) \cdot 1 - m + 2 \Leftrightarrow -1 = 2m + 2 - m + 2 \Leftrightarrow m = -3 \text{ . Vậy } m = -3$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + c \cdot x - 5$. Biết $f(-3) = 208$. Tính $f(3)$

- A. -198 B. 198 C. 218 D. -218

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(3) = (a+1) \cdot 3^5 + (b+2) \cdot 3^3 + c \cdot 3 - 5 \\ f(-3) = (a+1) \cdot (-3)^5 + (b+2) \cdot (-3)^3 - c \cdot 3 - 5 \end{cases} \Rightarrow f(3) + f(-3) = -10$$

$$\Rightarrow f(3) + 208 = -10 \Rightarrow f(3) = -218$$

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 5 - 2x$ B. $y = 2(x+1) - 2x$ C. $y = x + \frac{1}{x}$ D. $2x^2 + 3y - 5 = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$y = 5 - 2x \text{ là hàm số có dạng } y = ax + b \text{ với } a = -2; b = 5$$

Câu 9. Cho hàm số $y = 2k(x-1)^2 - kx(2x+1) + 5x; k \neq 1$

Tìm k để hàm số đồng biến

- A. $k > 1$ B. $k > -1$ C. $k < 1$ D. $k < -1$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Các em rút gọn đưa về: } y = 5(1-k) \cdot x + 2k \text{ .}$$

$$\text{Hàm số đồng biến khi } 5(1-k) > 0 \Leftrightarrow k < 1$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 + 1$. Tính $f(x+1) - f(x)$

- A. $-6x + 3$ B. $6x + 3$ C. $-6x - 3$ D. $6x - 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f(x+1) - f(x) = [3(x+1)^2 + 1] - (3x^2 + 1) = 3(x^2 + 2x + 1) + 1 - 3x^2 - 1 = 6x + 3$$



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x-1) = 3x-5$. Tìm hàm $y = f(x)$

A. $3x-2$

B. $3x-5$

C. $3x+5$

D. $3x+2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Đặt $x-1=t \Rightarrow x=t+1 \Rightarrow f(t) = 3(t+1)-5 = 3t-2 \Rightarrow f(x) = 3x-2$

Câu 12. Xác định hàm số $f(x)$ biết: $f(x+1) = x^2 - 2x + 3$

A. $x^2 + 4x + 6$

B. $x^2 + 4x - 6$

C. $x^2 - 4x + 6$

D. $x^2 - 4x - 6$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $x+1=t \Rightarrow x=t-1 \Rightarrow f(t) = (t-1)^2 - 2(t-1) + 3 = t^2 - 4t + 6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 6$

Câu 13. Xác định hàm số $f(x)$ biết $f(x-5) = 2x-1$

A. $2x+1$

B. $2x-1$

C. $2x-9$

D. $2x+9$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đặt $x-5=t \Rightarrow x=t+5 \Rightarrow f(t) = 2(t+5)-1 = 2t+9 \Rightarrow f(x) = 2x+9$

Câu 14. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$?

A. $(-3;0)$

B. $(3;0)$

C. $(4;2)$

D. $(-1;4)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hàm số xác định khi : $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x=3 \Rightarrow y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $(3;0)$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = ax + b$. Biết $f(1) \leq f(2); f(5) \geq f(6); f(999) = 1000$. Tính

$f(2010)$



A. 1000

B. 999

C. 2010

D. 2009

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $f(1) \leq f(2) \Rightarrow a \geq 0$; $f(5) \geq f(6) \Rightarrow a \leq 0$. Suy ra $a = 0$. Mà $f(999) = 1000 \Rightarrow b = 1000$
 $\Rightarrow f(2010) = 1000$

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất, nghịch biến?

A. $y = (2m^4 + 1)x + 3m$

B. $y = -(m^2 + 1)x + 2m$

C. $y = (m^2 + 2m + 3)x + 5$

D. $y = (m^2 + 1)x - 2m + 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $a = 2m^4 + 1 > 0$ với mọi m nên hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến.

Vì $a = -(m^2 + 1) < 0$ với mọi m nên hàm số là hàm số bậc nhất, nghịch biến.

Vì $a = m^2 + 2m + 3 = (m + 1)^2 + 2 > 0$ với mọi m nên hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến.

Vì $a = (m^2 + 1) > 0 \forall m$ nên hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến.

Câu 17. Tìm điều kiện để các hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m - 2)x + 3m - 1$

A. $m = 0$

B. $m = 2$

C. $m \neq 2$

D. $m \neq 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

$$m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$$

Câu 18. Tìm điều kiện để các hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = \sqrt{m + 1} \cdot x + m - 2$

A. $m < -1$

B. $m \neq -1$

C. $m > -1$

D. $m > 1$

Hướng dẫn



Chọn C.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

$$m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Câu 19. Tìm điều kiện để các hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m^2 + 5m + 6)x - m + 3$

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 3 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

$$m^2 + 5m + 6 \neq 0 \Leftrightarrow (m+2)(m+3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 3 \end{cases}$$

Câu 20. Tìm điều kiện để các hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = \frac{\sqrt{m-1}}{m^2 - 5m + 4} x + 2m$

- A. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 4 \end{cases}$ B. $m > 1$ C. $m \neq 4$ D. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 4 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ m^2 - 5m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m-1)(m-4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 4 \end{cases}$$

Câu 21. Tìm điều kiện để các hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m^2 + 4m + 20)x - 3$

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. Mọi m D. $m \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn C.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

Vì $m^2 + 4m + 20 = (m^2 + 4m + 4) + 16 = (m+2)^2 + 16 > 0$ với mọi m nên hàm số luôn là hàm số bậc nhất.



Câu 22. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m+1)x + 3m - 1$

- A. $m \neq -1$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. Mọi m

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 23. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = \sqrt{m-2} \cdot x + m - 4$

- A. $m \neq 2$ B. $m > 2$ C. $m = -2$ D. $m < 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 24. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m^2 + 12m + 20)x - 2m + 3$

- A. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq -10 \end{cases}$ B. $m \neq -2$ C. $m \neq 10$ D. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq -10 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$m^2 + 12m + 20 \neq 0 \Leftrightarrow (m+2)(m+10) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2; m \neq -10$$

Câu 25. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = \frac{\sqrt{2m-1}}{m^2 + 3m - 4} x + 2m$

- A. $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m > \frac{1}{2}; m \neq 1$ D. $m \neq 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\begin{cases} 2m-1 > 0 \\ m^2 + 3m - 4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \neq 1; -4 \end{cases} . \text{ Vậy } m > \frac{1}{2}; m \neq 1.$$



Câu 26. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m^2 + 2m + 10)x - 6$

- A. $m \neq 1$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq -10$ D. mọi m

Hướng dẫn

Chọn D.

$$m^2 + 2m + 10 \neq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + 9 \neq 0 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy với mọi m hàm số luôn là hàm số bậc nhất.

Câu 27. Tìm m để hàm số sau là hàm số bậc nhất: $y = (m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x + 2m$

- A. $m = -1$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ m^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m=1; -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1. \text{ Vậy } m = -1 \text{ thì hàm số là hàm số bậc 1.}$$

Câu 28. Tìm m để hàm số sau là hàm hằng: $y = (m - 1)x + 2m - 3$

- A. $m \neq 1$ B. $m = 1$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Đồ thị hàm số là hàm hằng khi: } \begin{cases} m-1=0 \\ 2m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 29. Tìm m,n để hàm số sau là hàm hằng: $y = (m + 2)x + n - 1$

- A. $\begin{cases} m = -2 \\ n \neq 1 \end{cases}$ B. $m = -2$ C. $m \neq -2$ D. $m \neq -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$$



Câu 30. Tìm m,n để hàm số sau là hàm hằng: $y = (m-3)x + 2m - n + 2$

- A. $m = 3$ B. $\begin{cases} m = 3 \\ n \neq 8 \end{cases}$ C. $m = -3$ D. $\begin{cases} m = 1 \\ n \neq 8 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 31. Hàm số nào sau đây không phải là hàm số bậc nhất với mọi m.

- A. $y = (m^2 + 1)x + 3m - 1$ B. $y = (m^2 + 2m + 10)x + m - 2$
 C. $y = (m^2 - 4m + 12)x - 6$ D. $y = (-m^2 + 6m - 30)\frac{1}{x} + 2m - 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đáp án A: Vì $a = m^2 + 1 \neq 0 \forall m$ nên hàm số luôn là hàm số bậc 1.

Đáp án B: $a = m^2 + 2m + 10 = (m + 1)^2 + 9$ nên hàm số luôn là hàm số bậc 1

Đáp án C: $a = m^2 - 4m + 12 = (m - 2)^2 + 8$ nên hàm số luôn là hàm số bậc 1

Ở đáp án D, hàm số là hàm phân thức, không phải là hàm số bậc nhất.

Câu 32. Tìm a, b để hàm số là hàm số bậc nhất: $y = (a^2 - 4)x^2 + (b - 3a)(b + 2a)x - 2$

- A. $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 6; b \neq -4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 6; b \neq -4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = -2 \\ b \neq 6; b \neq -4 \end{cases}$ D. $a = \pm 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số là hàm số bậc nhất khi: $\begin{cases} a^2 - 4 = 0 \\ (b - 3a)(b + 2a) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ (b - 3a)(b + 2a) \neq 0 \end{cases} (1)$

TH1: $a = 2$. Thay vào (1) ta được: $(b - 6)(b + 4) \neq 0 \Leftrightarrow b \neq 6; b \neq -4$



TH2: $a = -2$. Thay vào (1) ta được: $(b + 6)(b - 4) \neq 0 \Leftrightarrow b \neq -6; b \neq 4$

Câu 33. Tìm a, b để hàm số là hàm số bậc nhất: $y = (a^2 - 5a + 6)x^2 + (a^2 + ab - 6b)x + 3$

A. $\begin{cases} a = 3 \\ b \neq 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 3 \\ b \neq 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì: $\begin{cases} a^2 - 5a + 6 = 0 \quad (1) \\ a^2 + ab - 6b \neq 0 \quad (2) \end{cases}$

Từ (1) suy ra $(a - 3)(a - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$

Với $a = 2$, thay vào (2) ta được $b \neq 1$.

Với $a = 3$ thay vào (2) ta được $b \neq 3$.

Vậy hàm số là hàm số bậc nhất khi: $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 3 \\ b \neq 3 \end{cases}$

Câu 34. Tìm m để: $y = (m - 1)x + 3m$ đồng biến

A. $m > -1$

B. $m \neq 1$

C. $m > 1$

D. $m < 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số đồng biến khi $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Câu 35. Tìm m để: $y = (m^2 - 1)x + 2m - 1$ có hướng đi xuống

A. $m \neq \pm 1$

B. $m < -1$

C. $m > 1$

D. $-1 < m < 1$

Hướng dẫn

Chọn D.



Đường thẳng có hướng đi xuống khi $m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

Câu 36. Tìm m để: $y = (m^2 + 2m + 5)x - 3m - 2$ nghịch biến

- A. $m \neq \pm 1$ B. $m < -1$ C. $m \in \emptyset$ D. $-1 < m < 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số nghịch biến khi $m^2 + 2m + 5 < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + 4 < 0$: Vô lý

Vậy không tồn tại m để hàm số nghịch biến.

Câu 37. Tìm m để: $y = (m^2 - 5m + 6)x$ có hướng đi lên

- A. $2 < m < 3$ B. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \neq 3 \\ m \neq 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đường thẳng có hướng đi lên khi: $m^2 - 5m + 6 > 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$

Câu 38. Tìm m để: $y = (m+1)x + 2 + m$ tạo với trục Ox một góc nhọn

- A. $m > -1$ B. $m \neq -1$ C. $m < -1$ D. $m > 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số tạo với trục Ox một góc α nhọn khi $\tan \alpha = m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 39. Tìm m để: $y = (1-4m)x + 4m - 2$ tạo với trục Ox một góc tù.

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m > \frac{1}{4}$ D. $m > 2$

Hướng dẫn

Chọn C.



Hàm số tạo với trục Ox một góc α từ khi $\tan \alpha = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbb{R} . Ta nói hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} khi

- A.** Với $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ **B.** Với $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
C. Với $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ **D.** Với $x_1 \in x_2 \Rightarrow f(x_1) \in f(x_2)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Định nghĩa hàm số đồng biến

Câu 41. Cho hàm số bậc nhất $y = \frac{-2}{m+1}x + 1$. Tìm m để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} , ta có kết quả :

- A.** $m \geq 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m < -1$ **D.** $m > -1$

Hướng dẫn

Chọn C.

$y = \frac{-2}{m+1}x + 1$ đồng biến khi $\frac{-2}{m+1} > 0 \Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$

Câu 42. Cho hàm số: $y = \frac{m+2}{m^2+1}x + m - 2$. Tìm m để hàm số nghịch biến, ta có kết quả sau:

- A.** $m > -2$ **B.** $m = \pm 1$ **C.** $m < -2$ **D.** $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn C.

$y = \frac{m+2}{m^2+1}x + m - 2$ nghịch biến khi $\frac{m+2}{m^2+1} < 0$ (*)

Vì $m^2 \geq 0 \Rightarrow m^2 + 1 > 0$ nên (*) $\Leftrightarrow m+2 < 0 \Leftrightarrow m < -2$

Câu 43. Cho hàm số: $y = m(x+2) - x(2m+1)$. Tìm m để hàm số nghịch biến, ta có kết quả sau:

- A.** $m > -2$ **B.** $m < \frac{-1}{2}$ **C.** $m > -1$ **D.** $m > \frac{-1}{2}$



Hướng dẫn

Chọn C.

Viết lại $y = m(x + 2) - x(2m + 1) = (-1 - m)x + 2m$

Hàm số trên nghịch biến khi $-1 - m < 0 \Leftrightarrow m > -1$

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $-2017 \leq m \leq 2017$ để hàm số

$y = (m - 2)x + 2m$ đồng biến:

- A.** 2014 **B.** 2016 **C.** Vô số **D.** 2015

Hướng dẫn

Chọn D.

$y = (m - 2)x + 2m$ đồng biến khi $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ mà $m \in \mathbb{Z}; -2017 \leq m \leq 2017$

Nên $m \in \{3; 4; \dots; 2017\}$.

Vậy có $2017 - 3 + 1 = 2015$ giá trị nguyên của m .

Câu 45. Hệ số góc của đường thẳng $y = 5x + 1$ là

- A.** 1. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** -5.

Hướng dẫn

Chọn B.

Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a

Nên đường thẳng $y = 5x + 1$ có hệ số góc là 5.

Câu 46. Hệ số góc của đường thẳng $y = -x + 7$ là

- A.** -1. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** -5.

Hướng dẫn

Chọn A.

Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a

Nên đường thẳng $y = -x + 7$ có hệ số góc là -1.

Câu 47. Hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(2; -1)$ là



- A. $-\frac{1}{2}$. B. 2. C. -2. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ có dạng $y = ax$

Vì đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1)$ nên

$$-1 = a \cdot 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Vậy hệ số góc của đường thẳng là $-\frac{1}{2}$.

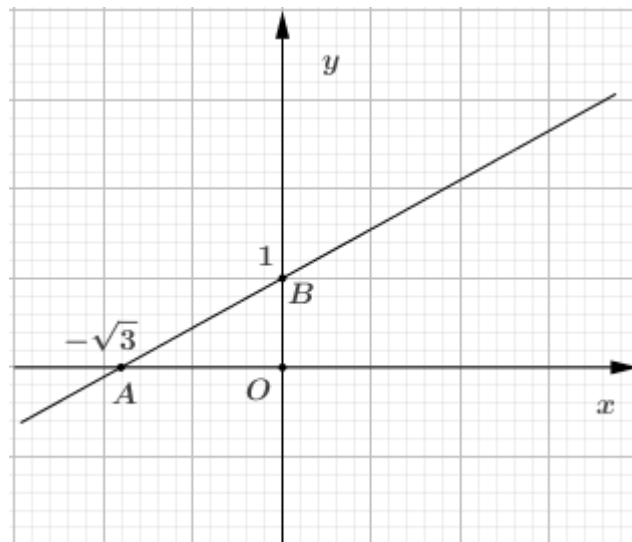
Câu 48. Đường thẳng $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ và trục Ox cắt nhau tạo thành 4 góc. Gọi β là góc nhỏ nhất trong

4 góc tạo thành. Số đo của góc β là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 150° .

Hướng dẫn

Chọn A.



Gọi $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$ là đường thẳng d

d cắt Ox tại điểm $A(-\sqrt{3}; 0)$, cắt Oy tại điểm $B(0; 1)$

Xét tam giác OAB vuông tại O



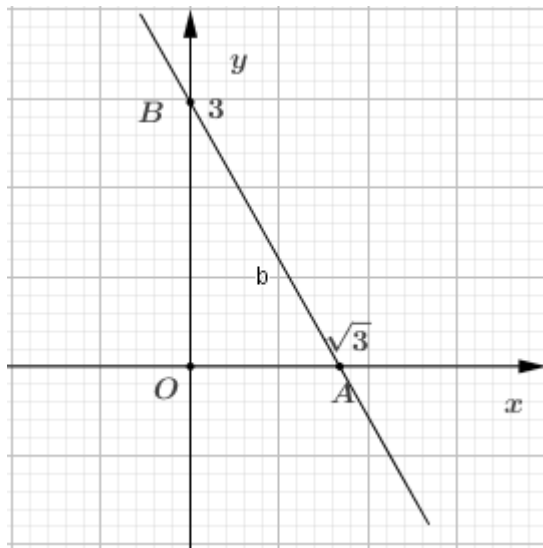
$$\tan BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BAO = 30^\circ .$$

Câu 49. Đường thẳng $y = -\sqrt{3}x + 3$ và trục Ox cắt nhau tạo thành 4 góc. Gọi β là góc nhỏ nhất trong 4 góc tạo thành. Số đo của góc β là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 150° .

Hướng dẫn

Chọn C.



Gọi $y = -\sqrt{3}x + 3$ là đường thẳng d

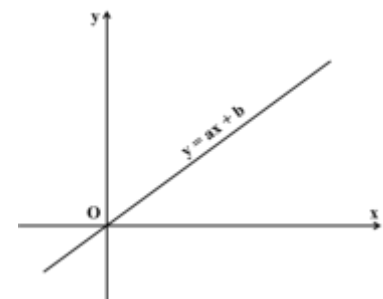
d cắt Ox tại điểm $A(\sqrt{3}; 0)$, cắt Oy tại điểm $B(0; 3)$

Xét tam giác OAB vuông tại O

$$\tan BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow BAO = 60^\circ .$$

Câu 50. Chọn phương án phù hợp với hình vẽ bên?

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a > 0 \\ b = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$





Hướng dẫn

Chọn C.

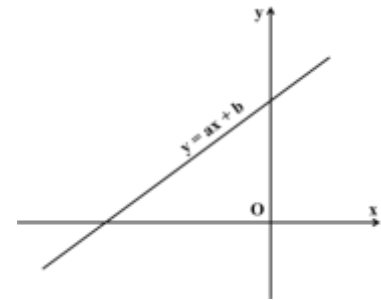
Ta thấy đồ thị hàm số tăng (đồng biến) nên $a > 0$.

Vì đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên $b = 0$.

Câu 51. Chọn phương án phù hợp với hình vẽ bên.

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$



Hướng dẫn

Chọn B.

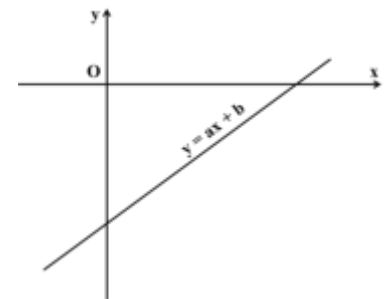
Đồ thị hàm số tăng nên $a > 0$.

Với $x = 0$ ta thấy $y = b > 0$.

Câu 52. Chọn phương án phù hợp với hình vẽ bên.

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$



Hướng dẫn

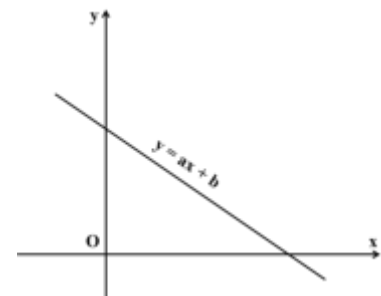
Chọn A.

Đồ thị hàm số tăng nên $a > 0$.

Với $x = 0$ ta thấy $y = b < 0$.

Câu 53. Chọn phương án phù hợp với hình vẽ bên.

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$





C. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đồ thị hàm số nghịch biến nên $a < 0$.

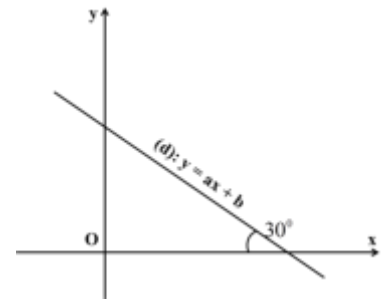
Với $x = 0$ ta thấy $y = b > 0$.

Câu 54. Đường thẳng (d) ở hình bên là đồ thị của hàm số nào biết

(d) tạo với trục Ox một góc 30° .

A. $y = -\sqrt{3}x + 30$ B. $y = \sqrt{3}x + 30$

C. $y = -x + 30$ D. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 30$



Hướng dẫn

Chọn D.

Đồ thị hàm số nghịch biến nên $a < 0$.

Vì (d) tạo với trục Ox một góc 30° nên hệ số góc của (d) là $a = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 55. Cho hàm số $y = 3x + 1 - m$; $y = -3x + m + 3$

Tìm m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục tung

A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì chúng phải có cùng tung độ góc. Do đó: $1 - m = m + 3 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 56. Cho hàm số $y = 3x + 1 - m$; $y = -3x + m + 3$



Tìm m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục hoành

- A. $m = 0$ B. $m = -2$ C. $m \in \emptyset$ D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = 3x + 1 - m$; $y = -3x + m + 3$ với trục hoành Ox lần

lượt là $\left(\frac{m-1}{3}; 0\right); \left(\frac{m+3}{3}; 0\right)$

Do đó, để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì:

$$\frac{m-1}{3} = \frac{m+3}{3} \Rightarrow m \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị nào của m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Câu 57. Tìm m để $y = x + 3m - 1$ và $y = (m - 1)x + m$ cắt nhau tại một điểm có hoành độ $x = 1$

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = \pm 1$ D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hai đường thẳng cắt nhau khi : $m - 1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 2$

Thay $x = 1$ vào $y = x + 3m - 1 \Rightarrow y = 3m$ nên đường thẳng $x = 1$ giao $y = x + 3m - 1$ tại $A(1; 3m)$

Để $y = x + 3m - 1$ và $y = (m - 1)x + m$ cắt nhau tại một điểm có hoành độ $x = 1$ thì $A(1; 3m)$ nằm trên $y = (m - 1)x + m$.

Thay $x = 1; y = 3m$ vào $y = (m - 1)x + m$ ta được $3m = (m - 1).1 + m \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $m = -1$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 58. Tìm m để $y = x + 2m + 1$ và $y = (m - 1)x + 3$ cắt nhau tại một điểm có tung độ là 3

- A. $m = -1$ B. $m = \pm 1$ C. $m = 4$ D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Hai đường thẳng cắt nhau khi : $m - 1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 2$.



Thay $y = 3$ vào $y = x + 2m + 1$ ta được $3 = x + 2m + 1 \Leftrightarrow x = 2 - 2m$.

Thay $y = 3; x = 2 - 2m$ vào $y = (m - 1)x + 3$ ta được:

$$3 = (m - 1)(2 - 2m) + 3 \Leftrightarrow (m - 1)(2 - 2m) = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 59. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm có tọa độ nguyên:

$$mx + 2y = 5 \quad (1) \text{ và } 2x + y = 1 \quad (2)$$

- A.** $m \in \{1; 3; 5; 7\}$ **B.** $m \in \{5; 7\}$ **C.** $m \in \{1; 5; 7\}$ **D.** $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hai đường thẳng cắt nhau khi: $\frac{m}{2} \neq \frac{2}{1} \Leftrightarrow m \neq 4$

Từ (2) suy ra $y = 1 - 2x$ thay vào (1) ta được: $mx + 2 - 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{3}{m - 4}$

Để x nguyên thì $3 : (m - 4)$ hay $(m - 4) \in \{-3; -1; 1; 3\}$.

$m - 4$	-3	-1	1	3
m	1	3	5	7

Vậy $m \in \{1; 3; 5; 7\}$

Câu 60. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tọa độ nguyên.

$$2mx + 3y = m \quad (1) \text{ và } x + y = m + 1 \quad (2)$$

- A.** $m \in \{1; 2; 3\}$ **B.** $m \in \{0; 1\}$ **C.** $m \in \{0; 1; 2; 3\}$ **D.** $m \in \{2; 3\}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hai đường thẳng cắt nhau khi:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow \frac{2m}{1} \neq \frac{3}{1} \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$$

Từ (2) suy ra $y = m + 1 - x$. Thay vào (1) ta được:

$$2mx + 3(m + 1 - x) = m \Leftrightarrow 2mx + 3m + 3 - 3x = m \Leftrightarrow (2m - 3)x = -2m - 3$$



$$\Leftrightarrow x = \frac{-(2m+3)}{2m-3} = -1 - \frac{6}{2m-3}$$

Để x nguyên thì $6:(2m-3) \Rightarrow (2m-3) \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$

$2m-3$	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
m	-1,5 (loại)	0	0,5 (loại)	1	2	2,5 (loại)	3	4,5 (loại)

Vậy $m \in \{0; 1; 2; 3\}$

Câu 61. Tìm giao điểm của hai đường thẳng sau: $y = 3x - 1$ và $y = x + 5$.

- A. $A(0; -1)$. B. $A(3; 8)$. C. $A(1; 6)$. D. $A(1; 2)$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn: $3x - 1 = x + 5 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 8$. (bằng cách thay $x = 3$ vào $y = 3x - 1$ hoặc $y = x + 5$). Vậy hai đồ thị giao nhau tại $A(3; 8)$.

Câu 62. Tìm giao điểm của đồ thị $y = 2x - 4$ với Ox là ?

- A. $A(2; 0)$ B. $A(2; 1)$ C. $A(0; 2)$ D. $A(0; 1)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Đồ thị giao Ox : $y = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy đồ thị cắt Ox tại $A(2; 0)$

Câu 63. Tìm giao điểm của $y = 3x - 4$ với $y = 1$?

- A. $A(0; 1)$ B. $A\left(\frac{5}{3}; 1\right)$ C. $A(2; 1)$ D. $A(1; 1)$

Hướng dẫn

Chọn B.



Thay $y = 1$ vào đồ thị $y = 3x - 4 \Rightarrow 1 = 3x - 4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại $A\left(\frac{5}{3}; 1\right)$

Câu 64. Tìm giao điểm của $y = x + 4$ với $x = -1$

- A.** $B(-1;1)$ **B.** $B(-1;0)$ **C.** $B(-1;3)$ **D.** $B(0;-1)$

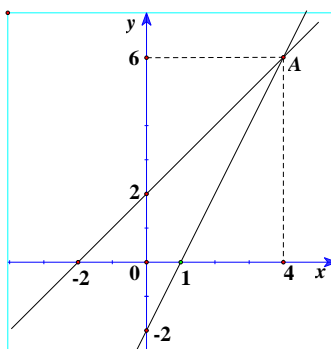
Hướng dẫn

Chọn C.

Thay $x = -1$ vào đồ thị $y = x + 4 \Rightarrow y = -1 + 4 = 3$

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại $B(-1;3)$

Câu 65. Giao điểm của hai đường thẳng trên hình vẽ có tọa độ là bao nhiêu ?



- A.** $A(1;6)$ **B.** $A(4;1)$ **C.** $A(0;6)$ **D.** $A(4;6)$

Hướng dẫn

Chọn D.

- Dựa vào hình vẽ suy ra hai đồ thị cắt nhau tại $A(4;6)$.

- Kiểm tra lại giao điểm bằng phép toán: Xét hoành độ giao điểm thỏa mãn:

$x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = 6$ Vậy hai đường thẳng cắt nhau tại $A(4;6)$.

Câu 66. Tập hợp các điểm có tung độ bằng 3 nằm trên đường thẳng nào ?

- A.** $x = 0$ **B.** $y = 0$ **C.** $y = 3$ **D.** $x = 3$

Hướng dẫn



Chọn C.

Tập hợp các điểm có tung độ bằng 3 là đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Phương trình của đường thẳng là $y = 3$

Câu 67. Tập hợp các điểm có hoành độ bằng -2 là ?

- A. $y = -2$ B. $x = -2$ C. $x = 0$ D. $A(-2; 0)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Tập hợp các điểm có hoành độ bằng -2 là đường thẳng song song với trục Oy và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 . Phương trình của đường thẳng là $x = -2$

Câu 68. Tập hợp các điểm có tung độ bằng 0 ;

- A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $O(0; 0)$ D. $y = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Tập hợp các điểm có tung độ bằng 0 là trục hoành Ox , có phương trình là $y = 0$

Câu 69. Tập hợp các điểm có hoành độ bằng 0 ;

- A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $O(0; 0)$ D. $y = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Tập hợp các điểm có hoành độ bằng 0 là trục tung Oy , có phương trình là $x = 0$

Câu 70. Tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ bằng nhau ;

- A. $y = 0$ B. $A(1; 1)$ C. $y = x$ D. $y = -x$

Hướng dẫn

Chọn C.

Tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ bằng nhau là đường thẳng $y = x$

Câu 71. Tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ đối nhau .

- A. $y = 0$ B. $A(1; 1)$ C. $y = x$ D. $y = -x$



Hướng dẫn

Chọn D

Tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ đối nhau là đường thẳng $y = -x$

Câu 72. Điểm $M(m; -1)$ nằm trên đường thẳng nào ?

- A. $y = -1$ B. $x = -1$ C. $y = 0$ D. $x = 2$

Hướng dẫn

Chọn A

Vì tung độ của điểm M là $y = -1$ nên điểm M nằm trên đường thẳng $y = -1$

Câu 73. Cho $M(m; 2m + 1)$, điểm M nằm trên đường thẳng nào ?

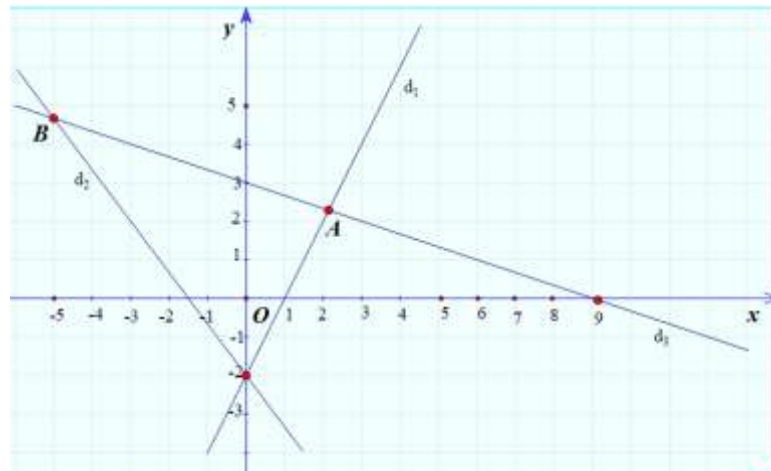
- A. $y = 2x$ B. $y = x$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = -x$

Hướng dẫn

Chọn C

Vì $\begin{cases} x = m \\ y = 2m + 1 \end{cases}$ nên điểm M nằm trên đường thẳng $y = 2x + 1$.

Câu 74. Cho hình vẽ dưới đây, đường thẳng $(d_1); (d_2)$ cắt nhau tại điểm có hoành độ là ?



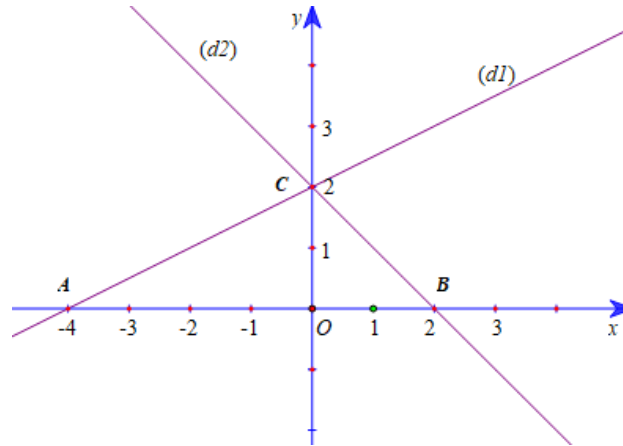
- A. $(2; 2)$ B. $(-2; 2)$ C. $(0; -2)$ D. $(-2; 1)$

Hướng dẫn

Chọn C



Câu 75. Cho hình vẽ dưới đây, đường thẳng (d_1) ; (d_2) cắt nhau tại điểm có hoành độ là ?



A. (2;2)

B. (-2;2)

C. (0;-2)

D. (0;2)

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 76. Cho phương trình: $|x| + |x - 3| = m + 1$ (1). Tìm m để phương trình có hai nghiệm.

A. $m > 2$

B. $m = 2$

C. $m < 2$

D. $m = 0$

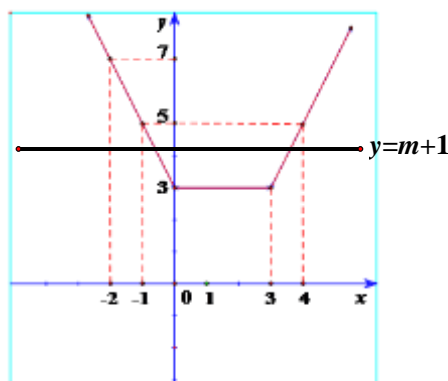
Hướng dẫn

Chọn A.

Vẽ đồ thị hàm số $y = |x| + |x - 3|$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng $y = m + 1$ và đồ thị

$y = |x| + |x - 3|$.



Dựa vào đồ thị:



Phương trình có hai nghiệm khi $m+1 > 3 \Leftrightarrow m > 2$:

Câu 77. Tìm m để $|x-1| + |2x+3| = m-2$ (1) có hai nghiệm phân biệt.

A. $m < 2$

B. $m > 4,5$

C. $m < 4,5$

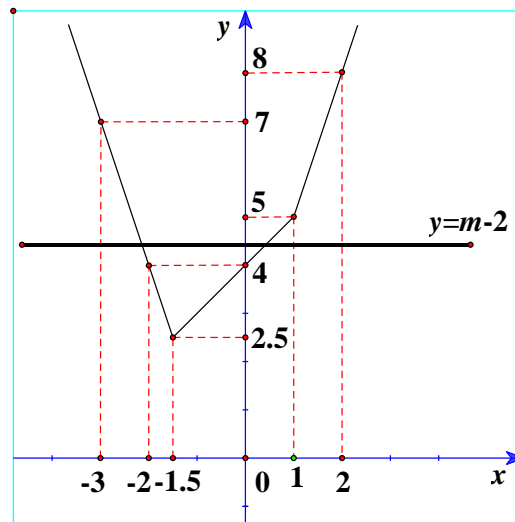
D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

Bước 1: Các em vẽ đồ thị $y = |x-1| + |2x+3|$

Bước 2: Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $y = |x-1| + |2x+3|$ và đường thẳng $y = m-2$.



Dựa vào đồ thị, để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì đồ thị $y = |x-1| + |2x+3|$ cắt đường thẳng $y = m-2$ tại hai điểm phân biệt. Suy ra $m-2 > 2,5 \Leftrightarrow m > 4,5$.

Vậy $m > 4,5$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

File bài giải này nhiều chỗ chưa đc tốt, các thầy cô sử dụng lời giải chú ý chỉnh sửa.

Câu 78. Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc góc phần tư thứ nhất; $mx + 2y = 5$ (1) và

$2x + y = 1$ (2) thì m là :

A. $m > 10$

B. $m < 10$

C. $m = 10$

D. $m = 9$



Hướng dẫn

Chọn A.

Xét $m = 0$. Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ $y = \frac{5}{2}; x = -\frac{3}{4}$ suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

Với $m \neq 0$. Hai đường thẳng cắt nhau khi: $\frac{m}{2} \neq \frac{2}{1} \Leftrightarrow m \neq 4$

Từ (2) suy ra $y = 1 - 2x$ (3) thay vào (1) ta được: $mx + 2 - 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{3}{m-4}$.

Thay vào (3) ta được: $y = \frac{m-10}{m-4}$.

Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc góc phần tư thứ nhất khi:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{m-4} > 0 \\ \frac{m-10}{m-4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ m-10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 10$$

Câu 79. Để hai đường thẳng $y = mx + 2$ (1) và $y = 2x + 1$ (2) cắt nhau tại một điểm nằm bên phải trục tung.

A. $m > 2$

B. $m < 2$

C. $m = 2$

D. $m > 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét $m = 0$. Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ $y = 2; x = -\frac{1}{4}$ suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

Với $m \neq 0$. Hai đường thẳng cắt nhau khi: $\frac{m}{2} \neq \frac{2}{1} \Leftrightarrow m \neq 4$

Thay (2) vào (1) ta được: $mx + 2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{m-2}$.

Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm bên phải trục tung khi :

$$x > 0 \Leftrightarrow m < 2$$



Câu 80. Để hai đường thẳng $y = (m-1)x + 2m$ (1) và $y = x + 1$ (2) cắt nhau tại một điểm nằm ở góc phần tư thứ nhất.

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases}$ B. $m > 2$ C. $m < -1$ D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét $m = 1$. Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ $y = 2; x = 1$ suy ra $m = 0$ thỏa mãn.

Với $m \neq 1$. Hai đường thẳng cắt nhau khi: $m \neq \frac{2m}{1} \Leftrightarrow m \neq 0$

thay (2) vào (1) ta được: $(m-1)x + 2m = x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1-2m}{m-2}$.

Thay vào (2) ta được: $y = \frac{-m-1}{m-2}$.

Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc góc phần tư thứ nhất khi:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m-2} > 0 \\ \frac{-m-1}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ -1 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 2$$

Câu 81. Để đường thẳng $y = (m-3)x + m$ và $y = 2mx + 2$ cắt nhau tại một điểm có thuộc góc phần tư thứ 3.

- A. $-3 < m < 2$ B. $m \neq 0$ C. $\begin{cases} m \neq 0 \\ -3 < m < 2 \end{cases}$ D. $m > -3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét $m = 3$. Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ $y = 3; x = \frac{-1}{3}$ suy ra $m = 3$ không thỏa mãn.



Xét $m = 0$. Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ $y = 2; x = \frac{-2}{3}$ suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

Với $m \neq 3; m \neq 0$. Hai đường thẳng cắt nhau khi: $\frac{m-3}{2m} \neq \frac{m}{2} \Leftrightarrow \forall m \neq 3; 0$

thay (2) vào (1) ta được: $(m-3)x + m = 2mx + 2 \Leftrightarrow x = \frac{2-m}{-m-3}$.

Thay vào (2) ta được: $y = \frac{-2(m^2 - m + 6)}{-m-3}$.

Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc góc phần tư thứ ba khi:

$$\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-m}{-m-3} < 0 \\ \frac{-2(m^2 - m + 6)}{-m-3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 2 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2. \text{ Vậy } \begin{cases} m \neq 0 \\ -3 < m < 2 \end{cases}$$

Câu 82. Để $y = x + m - 3$ và $y = 2x + 3m - 1$ Cắt nhau tại một điểm thuộc Ox thì m là?

- A.** $m = -5$ **B.** $m = -4$ **C.** $m = -3$ **D.** $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a_1 = 1; a_2 = 2 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

Giao điểm của $y = x + m - 3$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = 3 - m$ suy ra giao điểm $C(3 - m; 0)$

Giao điểm của $y = 2x + 3m - 1$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = \frac{1 - 3m}{2}$ suy ra giao điểm $D\left(\frac{1 - 3m}{2}; 0\right)$

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $C \equiv D$.

Suy ra $\frac{1 - 3m}{2} = 3 - m \Leftrightarrow m = -5$

Vậy $m = -5$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc Ox .

Câu 83. Để hai đường thẳng $d: y = 2x + 1$ $\Delta: y = (m - 1)x + 2m$ cắt nhau tại cùng một điểm trên trục

Ox thì m là

- A.** $m = \frac{-1}{3}$ **B.** $m = \frac{-1}{2}$ **C.** $m = \frac{-2}{3}$ **D.** $m = \frac{1}{2}$



Hướng dẫn

Chọn A.

$$a_1 = 2; a_2 = m - 1 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow m \neq 3$$

Giao điểm của $y = 2x + 1$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$ suy ra giao điểm $C\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

Giao điểm của $y = (m - 1)x + 2m$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-2m}{m - 1}$ suy ra giao điểm $D\left(\frac{-2m}{m - 1}; 0\right)$

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $C \equiv D$.

$$\text{Suy ra } \frac{-2m}{m - 1} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{-1}{3} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $m = \frac{-1}{3}$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc Ox .

Câu 84. Để hai đường thẳng $d: y = x + m - 2$ $\Delta: y = x + 2 + 3m$ cắt nhau tại cùng một điểm trên trục Ox thì m là:

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. không tìm được m

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $a_1 = 1; a_2 = 1 \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow d // \Delta$ hai đường thẳng không cắt nhau. Nên không tìm được m .

Câu 85. Để hai đường thẳng $d: y = (2m + 3)x + m - 2$ $\Delta: y = -x + 2$ cắt nhau tại cùng một điểm trên trục Ox thì m là

- A. $m = \frac{-8}{3}$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Vì } a_1 = 2m + 3; a_2 = -1 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow m \neq -2$$

Giao điểm của $y = (2m + 3)x + m - 2$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = \frac{m - 2}{2m + 3}$ suy ra giao điểm

$$C\left(\frac{m - 2}{2m + 3}; 0\right)$$



Giao điểm của $y = -x + 2$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = 2$ suy ra giao điểm $D(2; 0)$

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $C \equiv D$.

$$\text{Suy ra } \frac{m-2}{2m+3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{-8}{3} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $m = \frac{-8}{3}$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc Ox

Câu 86. Để $y = x + m - 3$ và $y = 2x + 3m - 1$ cắt nhau tại một điểm thuộc Oy thì m là.

- A. $m = -1$ B. $m = -3$ C. $m = -4$ D. $m = -5$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a_1 = 1; a_2 = 2 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

Đồ thị $y = x + m - 3$ với Oy tại $A(0; m - 3)$

Đồ thị $y = 2x + 3m - 1$ với Oy là $B(0; 3m - 1)$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Oy thì $A \equiv B \Leftrightarrow m - 3 = 3m - 1 \Leftrightarrow m = -1$

Câu 87. Để: $y = mx + 2m + 1$ và $y = 2x + 3$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung thì m là.

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $a_1 = m; a_2 = 2$ để hai đường thẳng cắt nhau thì $a_1 \neq a_2 \Rightarrow m \neq 2$.

Đồ thị $y = mx + 2m + 1$ giao với Oy tại $A(0; 2m + 1)$

Đồ thị $y = 2x + 3$ với Oy là $B(0; 3)$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Oy thì $A \equiv B \Leftrightarrow 2m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 88. Để: $y = mx + 2m + 1$ và $y = 2x + 3$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành thì m là.

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn D.



Vì $a_1 = m; a_2 = 2 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow m \neq 2$

Giao điểm của $y = mx + 2m + 1$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{2m+1}{m}$ suy ra giao điểm

$$C\left(-\frac{2m+1}{m}; 0\right)$$

Giao điểm của $y = 2x + 3$ với Ox là: $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ suy ra giao điểm $D\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $C \equiv D$.

$$\text{Suy ra } -\frac{2m+1}{m} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow m = -1 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $m = -1$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc Ox

Câu 89. Cho $y = 2x - m + 5$ và $y = x - 3m + 1$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm thuộc Oy thì m là.

- A.** $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a_1 = 2; a_2 = 1 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

$$\text{Đồ thị } y = 2x - m + 5 \text{ với } Oy \text{ tại } A\left(0; \frac{m-5}{2}\right)$$

$$\text{Đồ thị } y = x - 3m + 1 \text{ với } Oy \text{ là } B(0; -3m + 1).$$

$$\text{Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên } Oy \text{ thì } A \equiv B \Leftrightarrow \frac{m-5}{2} = -3m + 1 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 90. Để hai đường thẳng $y = 2x - m + 5$ và $y = x - 3m + 1$ cắt nhau tại một điểm trên Ox thì m là.

- A.** $m = \frac{2}{3}$ **B.** $m = \frac{3}{2}$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a_1 = 2; a_2 = 1 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.



Đồ thị $y = 2x - m + 5$ với Ox tại $A(-m+5;0)$

Đồ thị $y = x - 3m + 1$ với Ox là $B(3m-1;0)$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $A \equiv B \Leftrightarrow -m+5 = 3m-1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Câu 91. Cho hàm số $y = 3x - 3$; $y = -3x + 2m + 9$

Tìm m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

- A.** $m = -6$ **B.** $m = 7$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $a_1 = 3$; $a_2 = -3 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

Để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì chúng phải có cùng tung độ gốc.

Do đó: $2m + 9 = -3 \Leftrightarrow m = -6$.

Câu 92. Để đồ thị hai hàm số $y = 3x - 3$; $y = -3x + 2m + 9$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì m là .

- A.** $m = 6$ **B.** $m = 5$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $a_1 = 3$; $a_2 = -3 \Rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ hai đường thẳng luôn cắt nhau tại một điểm.

Đồ thị $y = 3x - 3$ giao với Ox tại $A(1;0)$

Đồ thị $y = -3x + 2m + 9$ giao với Ox là $B\left(\frac{2m+9}{3}; 0\right)$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm nằm trên Ox thì $A \equiv B \Leftrightarrow \frac{2m+9}{3} = 1 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 93. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-1)$ và $B(2;1)$?

- A.** $y = 2x - 3$ **B.** $y = -3$ **C.** $y = 3x - 2$ **D.** $y = 2x + 3$

Hướng dẫn



Chọn A.

Gọi phương trình đường thẳng AB là $y = ax + b$. Thay tọa độ $A(1;-1)$ và $B(2;1)$ vào đường thẳng ta được:

$$\begin{cases} -1 = a.1 + b \\ 1 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{Đường thẳng } AB \text{ là: } y = 2x - 3.$$

Câu 94. Tìm đường thẳng $y = ax + b$ biết đường thẳng cắt trục tung tại 4 và cắt trục hoành tại -2 ?

- A.** $y = -2x + 4$ **B.** $y = 2x - 4$ **C.** $y = 2x + 4$ **D.** $y = 4x + 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì đường thẳng cắt trục tung tại 4 nên điểm $A(0;4)$ thuộc đồ thị.

Thay $x = 0; y = 4$ vào đồ thị ta được: $4 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 4$.

Vì đường thẳng cắt trục hoành tại -2 nên đường thẳng đi qua $B(-2;0)$.

Thay $x = -2; y = 0$ vào đường thẳng ta được: $0 = -2a + 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = 2x + 4$.

Câu 95. Tìm m và n biết $y = (m - 1)x + 2n$ đi qua điểm $A(1;3)$ và $B(-3;-1)$.

- A.** $m = 2; n = 3$ **B.** $m = 2; n = 1$ **C.** $m = 3; n = 2$ **D.** $m = -1; n = 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay tọa độ $A(1;3)$ và $B(-3;-1)$ vào đường thẳng $y = (m - 1)x + 2n$ ta được:

$$\begin{cases} 3 = (m - 1).1 + 2n \\ -1 = (m - 1).-3 + 2n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2n = 4 \\ -3m + 2n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

Câu 96. Trên mặt phẳng tọa độ oxy cho 2 điểm $A(1;2)$, $B(3,4)$. Hệ số a của đường thẳng đi qua A và B là:

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** -2

Hướng dẫn

Chọn A.



Gọi đường thẳng đi qua hai điểm A và B là $y = ax + b$. Thay tọa độ điểm $A(1;2)$, $B(3,4)$ vào đường thẳng ta được:
$$\begin{cases} 2 = a.1 + b \\ 4 = a.3 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng đi qua A và B là: $y = x + 1$ nên hệ số góc của đường thẳng AB là: $a = 1$.

Câu 97. Cho $A(1;4)$; $B(3;1)$. Đường thẳng (d) $y = ax$ sao cho A và B nằm về hai phía của đường thẳng và cách đều đường thẳng đó. Phương trình đường thẳng (d) là:

- A.** $y = \frac{3}{4}x$ **B.** $y = \frac{5}{4}x$ **C.** $y = \frac{4}{3}x$ **D.** $y = \frac{-3}{4}x$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì A và B nằm về hai phía của đường thẳng (d) mà khoảng cách từ A và B đến (d) bằng nhau nên (d) đi qua trung điểm của AB .

Gọi I là trung điểm AB suy ra $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$. Vì $I \in (d) \Rightarrow \frac{5}{2} = a.2 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$

Vậy đường thẳng cần tìm là: $y = \frac{5}{4}x$

Câu 98. Cho hàm số $y = (m-1)x + 3$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;2)$ thì giá trị m bằng:

- A.** -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Để hàm số đi qua điểm $A(1;2)$ thì $2 = (m-1).1 + 3 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 99. Cho $y = (m-1)x + 3$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $B(1;-2)$ thì giá trị của m là:

- A.** -4 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Để hàm số đi qua điểm $B(1;-2)$ thì $-2 = (m-1).1 + 3 \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 100. Xác định a , b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(1;2)$ và $B(2;1)$?

- A.** $a = 1$; $b = 2$ **B.** $a = 2$; $b = 1$ **C.** $a = -1$; $b = -2$ **D.** $a = 1$; $b = 1$

Hướng dẫn



Chọn D.

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b$. Để đồ thị hàm số đi qua:

$$P(1;2) \text{ và } Q(3;4) \text{ thì } \begin{cases} 2 = a.1 + b \\ 4 = a.3 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 101. Để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $P(1;2)$ và $Q(3;4)$ thì các hệ số a, b bằng bao nhiêu ?

- A.** $a = -3; b = 1$ **B.** $a = -1; b = 3$ **C.** $a = -1; b = -3$ **D.** $a = -3; b = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b$. Để đồ thị hàm số đi qua:

$$A(1;2) \text{ và } B(2;1) \text{ thì } \begin{cases} 2 = a.1 + b \\ 1 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Câu 102. Phương trình đường thẳng qua $A(2;1)$ có hệ số góc là 3 có dạng là:

- A.** $y = 2x - 1$ **B.** $y = -3x + 5$ **C.** $y = 3x - 5$ **D.** $y = 5x - 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi phương trình đường thẳng là $y = ax + b$. Vì hệ số góc là 3 nên $a = 3$.

Điểm $A(2;1)$ thuộc đường thẳng nên thay $x = 2; y = 1$ vào đường thẳng ta được:

$1 = 2.a + b$ mà $a = 3 \Rightarrow b = -5$. Vậy đường thẳng cần tìm là: $y = 3x - 5$.

Câu 103. Cho đường thẳng $y = (m - 1)x + 2n - 3$. Lập phương trình đường thẳng biết hệ số góc là 3 và đi qua $A(2;1)$. Xác định $m + n$.

- A.** 5 **B.** 3 **C.** -4 **D.** 1

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì hệ số góc là 3 nên $m - 1 = 3 \Leftrightarrow m = 4$.

Vì đường thẳng qua $A(2;1)$. thay $x = 2; y = 1$ vào đường thẳng ta được:



$$1 = (m - 1) \cdot 2 + 2n - 3 \Leftrightarrow 2m + 2n = 6. \text{ Mà } m = 4 \Rightarrow n = -1.$$

Vậy đường thẳng là: $y = 3x - 1$

Câu 104. Lập phương trình đường thẳng qua $A(2;1)$ và tạo với trục Ox một góc 30° ?

A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

B. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$

C. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$

D. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng tạo với trục Ox một góc 30° nên $a = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Vì đường thẳng qua $A(2;1)$ nên thay $x = 2; y = 1$ vào đường thẳng ta được:

$$1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$

Câu 105. Lập phương trình đường thẳng qua $A(1;1)$ và tạo với đường thẳng $y = 2x + 3$ một góc 45° .

A. $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

B. $y = 3x - 2$

C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

D. $y = -3x + 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$.

Vì đường thẳng tạo với $y = 2x + 3$ một góc 45° nên :

$$\tan 45^\circ = \left| \frac{a-2}{1+2a} \right| \Leftrightarrow 1 = \left| \frac{a-2}{1+2a} \right|$$

TH1: $\frac{a-2}{1+2a} = 1 \Leftrightarrow a = -3$



$$\text{TH2: } \frac{a-2}{1+2a} = -1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$$

* Với $a = -3$: Đường thẳng đi qua $A(1;1)$ nên thay $x = 1; y = 1$ vào $y = ax + b$ ta được:

$$1 = -3.1 + b \Leftrightarrow b = 4 .$$

* Với $a = \frac{1}{3}$: Đường thẳng đi qua $A(1;1)$ nên thay $x = 1; y = 1$ vào $y = ax + b$ ta được:

$$1 = \frac{1}{3}.1 + b \Leftrightarrow b = \frac{2}{3}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là: $y = -3x + 4$ hoặc $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

Câu 106. Phương trình của đường thẳng qua điểm $M(1;3)$ và song song với đường thẳng $y = -4x + 3$ có dạng $y = k.x + b$. Tính $P = k - b$

A. $P = -11$

B. $P = 3$

C. $P = -3$

D. $P = 7$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$ (d). Vì $(d) // y = -4x + 3$ nên $a = -4$.

(d) qua $M(1;3)$ nên thay $x = 1; y = 3$ vào đường thẳng ta được:

$$3 = a.1 + b \text{ mà } a = -4 \Rightarrow b = 7 . \text{ Vậy đường thẳng cần tìm là } y = -4x + 7$$

Câu 107. Cho đường thẳng $y = (m + 1)x + 2n - 3$, biết đường thẳng song song $y = x + 1$ và đi qua $A(2;2)$. Tính $m - n$

A. $\frac{3}{2}$

B. 0

C. $-\frac{3}{2}$

D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì đường thẳng song song $y = x + 1$ nên $m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Vì đường thẳng qua $A(2;2)$ nên thay $x = 2; y = 2$ vào đường thẳng ta được:

$$2 = (m + 1).2 + 2n - 3 \Leftrightarrow 2m + 2n = 3 \Leftrightarrow n = \frac{3}{2} \text{ (vì } m = 0 \text{)} .$$



Câu 108. Phương trình của đường thẳng qua $N(2; -1)$ và vuông góc với $y = 4x + 5$ có dạng $y = kx + b$.

Tính $P = 2k + b$

A. $P = -\frac{3}{4}$

B. $P = -1$

C. $P = 0$

D. $P = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$ (d). Vì (d) vuông góc $y = 4x + 5$ nên $a = -\frac{1}{4}$ (hai đường thẳng vuông góc thì $a_1 \cdot a_2 = -1$)

(d) qua $N(2; -1)$ nên thay $x = 2; y = -1$ vào đường thẳng ta được:

$$-1 = a \cdot 2 + b \text{ mà } a = -\frac{1}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}.$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$.

Câu 109. Cho đường thẳng (d): $2(m-1)x + (n+1)y = 2$, biết đường thẳng (d) qua $E(1;1)$ và vuông góc với $y = x$. Tính $A = m - n$

A. $A = \frac{3}{2}$

B. $A = -\frac{3}{2}$

C. $A = 0$

D. $A = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì đường thẳng qua $E(1;1)$ nên thay $x = 1; y = 1$ vào đường thẳng ta được:

$$2(m-1) \cdot 1 + (n+1) \cdot 1 = 2 \Leftrightarrow 2m + n = 3 \quad (1).$$

$$\text{Ta có: } 2(m-1)x + (n+1)y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{-2(m-1)x + 2}{n+1}.$$

Vì đường thẳng vuông góc với $y = x$ nên

$$\frac{-2(m-1)}{n+1} = -1 \Leftrightarrow 2m - n = 3 \quad (2)$$



Từ (1)(2) ta được:
$$\begin{cases} 2m+n=3 \\ 2m-n=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{3}{2} \\ n=0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d): $x + y = 2$

Câu 110. Cho đường thẳng $y = (m - 1)x + n - 3$, biết đường thẳng vuông góc $y = x + 1$ và đi qua $A(1; 2)$.
Tính $2m + 3n$

- A. 0 B. 15 C. 6 D. 18

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì đường thẳng vuông góc $y = x + 1$ nên $m - 1 = -1 \Leftrightarrow m = 0$.

Vì đường thẳng qua $A(1; 2)$ nên thay $x = 1; y = 2$ vào đường thẳng ta được:

$$2 = (m - 1) \cdot 1 + n - 3 \Rightarrow n = 6. \text{ Vậy } m = 0; n = 6.$$

Câu 111. Cho $y = ax + b$. Đường thẳng đi qua $A(4; 3)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là số nguyên dương. Tính tổng tất cả các giá trị b tìm được

- A. 10 B. 4 C. 15 D. 22

Hướng dẫn

Chọn D.

Đường thẳng cắt trục hoành tại $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và cắt trục tung tại $C(0; b)$

The giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} -\frac{b}{a} > 0; -\frac{b}{a} \in \mathbb{N} \\ b > 0, b \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0, b \in \mathbb{N} \\ a < 0, a \in \mathbb{Z} \\ b : a \end{cases}$$

Đường thẳng đi qua $A(4; 3) \Rightarrow 4a + b = 3$

$$\Rightarrow b = 3 - 4a$$

* Xét $\frac{b}{a} = \frac{3 - 4a}{a} = \frac{3}{a} - 4$



$$\begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \{-1; -3\}$$

* Với

$$a = -1 \Rightarrow b = 7$$

$$a = -3 \Rightarrow b = 15$$

Câu 112. Cho hàm số $y = ax + b$. Đồ thị (d) của hàm số đi qua điểm $A(2; -2)$ và song song với đường

thẳng $y = \frac{1}{2}x + 1$. Tính $P = a - b$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. $-\frac{7}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Để đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 1$ thì $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b \neq 1 \end{cases}$.

Khi đó, ta có hàm số $y = \frac{1}{2}x + b, (b \neq 1)$

Để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $A(2; -2)$ thì: $-2 = \frac{1}{2} \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -3$ (thỏa mãn)

Vậy $a = \frac{1}{2}; b = -3$.

Câu 113. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m - 3$ (d); $m \neq 2$. (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.

Giá trị m nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(-10; -1)$

B. $(4; 10)$

C. $(10; 15)$

D. $(-1; 4)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì (d) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 4 nên (d) đi qua điểm $C(0; 4)$. Thay $x = 0; y = 4$ vào

(d) ta được: $4 = (m - 2) \cdot 0 + m - 3 \Rightarrow m = 7$ (thỏa mãn). Vậy $m = 7$.

Câu 114. Tìm m để $y = (m - 2)x + m - 3$ (d); $m \neq 2$ cắt $y = -2x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .



- A. Không tồn tại m
- B. $m = 3$
- C. $m = 0$
- D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Đường thẳng (d) cắt $y = -2x + 3$ khi $m - 2 \neq -2 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Vậy $m \neq 0; m \neq 2$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$(m - 2)x + m - 3 = -2x + 3$ (*). Thay $x = -1$ vào (*) ta được:

$$(m - 2) \cdot (-1) + m - 3 = -2 \cdot (-1) + 3 : \text{ Vô nghiệm.}$$

Vậy không tồn tại m để hai đồ thị cắt nhau tại điểm có hoành độ $x = -1$.

Câu 115. Tìm điểm cố định mà $y = (m - 2)x + m - 3$ (d); $m \neq 2$ luôn đi qua với mọi m .

- A. $(0; 1)$
- B. $I(-1; -1)$
- C. $K(-1; 3)$
- D. $M(2; 3)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có : $y = (m - 2)x + m - 3 \Leftrightarrow m(x + 1) - 2x - y - 3 = 0$ (1)

Gọi $I(x; y)$ là điểm cố định suy ra phương trình (1) đúng với mọi m

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ -2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} . \text{ Vậy đồ thị luôn đi qua điểm cố định } I(-1; -1)$$

Câu 116. Tìm m để khoảng cách từ O đến $y = (m - 2)x + m - 3$ (d); $m \neq 2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = \frac{1}{3}$
- B. $m = -\frac{1}{2}$
- C. $m = -2$
- D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$y = (m - 2)x + m - 3$$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = m - 3$ suy ra đồ thị cắt Oy tại $E(0; m - 3)$

Cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{3 - m}{m - 2}$. Suy ra đồ thị cắt Ox tại $D\left(\frac{3 - m}{m - 2}; 0\right)$

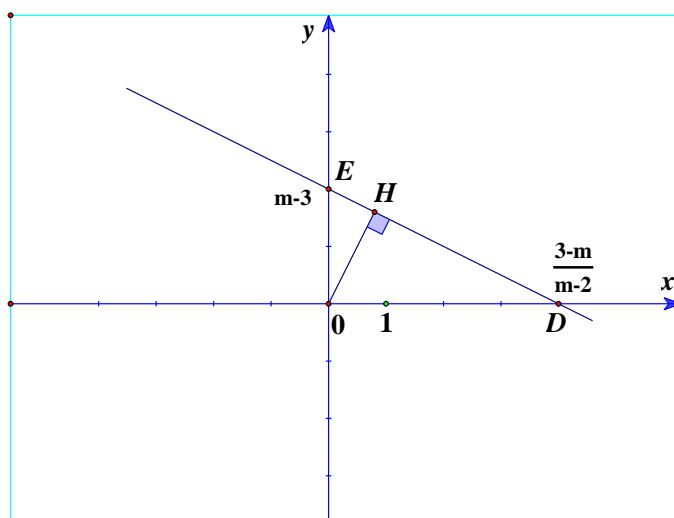


Từ O kẻ OH vuông góc . Trong tam giác vuông DOE có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{(m-3)^2} + \left(\frac{m-2}{m-3}\right)^2$$

Ta có: $\left(\frac{m-2}{m-3}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{m-3}\right)^2 = 1 + \frac{2}{m-2} + \frac{1}{(m-3)^2}$ nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{2}{(m-3)^2} + \frac{2}{m-3} + 1$$



Đặt $\frac{1}{m-3} = a \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = 2a^2 + 2a + 1 = 2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow OH^2 \leq 2 \Rightarrow OH \leq \sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{m-3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 1$

Câu 117. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m-3$; $m \neq 2$ cắt Ox, Oy tại hai điểm phân biệt D và E sao cho $OD = 2OE$. Tính tổng tất cả các phân tử của S .

A. $\frac{3}{2}$

B. 4.

C. $\frac{5}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.



Để đường thẳng cắt hai trục tọa độ thì $m \neq 2; m \neq 3$. Theo câu d suy ra

$$D\left(\frac{3-m}{m-2}; 0\right); E(0; m-3)$$

Để $OD = 2OE \Rightarrow \left|\frac{3-m}{m-2}\right| = 2|m-3|$. Các em chia hai trường hợp để tìm m . Chú ý so sánh đk.

$$\Rightarrow m = \frac{3}{2}; m = \frac{5}{2}. \text{ Vậy } S = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4$$

Câu 118. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d). Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) đi qua $A(2; 1); B(-1; -2)$.

- A.** $y = -x - 1$ **B.** $y = x - 1$ **C.** $y = x + 1$ **D.** $y = -x - 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $A(2; 1) \in (d)$ nên thay $x = 2; y = 1$ vào (d) ta được: $2a + b = 1$.

Vì $B(-1; -2) \in (d)$ nên $-a + b = -2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \text{ (tìm a và b bằng cách trừ hai phương trình theo vế)}$$

Câu 119. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d). Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

- A.** $y = \frac{1}{2}x - 1$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x - 1$ **C.** $y = -\frac{1}{2}x + 1$ **D.** $y = \frac{1}{2}x + 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên (d) đi qua điểm có tọa độ $x = 2; y = 0$.

Thay $x = 2; y = 0$ vào (d) ta được: $2a + b = 0$.

Vì (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên (d) đi qua điểm có tọa độ $x = 0; y = 1$.



Thay $x=0$; $y=1$ vào (d) ta được $b=1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

Câu 120. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) . Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) song song $y = x - 3$ và đi qua $N(1;2)$.

- A.** $y = x + 1$ **B.** $y = -x + 1$ **C.** $y = x - 1$ **D.** $y = -x - 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì $(d) // y = x - 3$ nên $\begin{cases} a = 1 \\ b \neq -3 \end{cases}$

Vì (d) qua $N(1;2)$ nên $a + b = 2 \Rightarrow b = 1$.

Câu 121. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) . Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) vuông góc $y = 2x + 1$ và đi qua $M(1;1)$.

- A.** $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ **C.** $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ **D.** $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì (d) vuông góc với $y = 2x + 1$ nên $a = -\frac{1}{2}$.

Vì (d) đi qua $M(1;1)$ nên $a + b = 1$ suy ra $b = \frac{3}{2}$

Câu 122. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) . Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) tạo với Ox một góc 30° và đi qua $P(2;1)$.

- A.** $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 1 - \frac{2\sqrt{3}}{2}$ **B.** $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 1 + \frac{2\sqrt{3}}{2}$
C. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - 1 - \frac{2\sqrt{3}}{2}$ **D.** $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 1 - \frac{2\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn



Chọn A.

(d) tạo với Ox một góc 30^0 và đi qua $P(2;1)$

$$\text{Vì (d) tạo với Ox một góc } 30^0 \Rightarrow a = \tan 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vì (d) đi qua } P(2;1) \text{ nên } 2a + b = 1 \Rightarrow b = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Câu 123. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) . Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) cắt đường thẳng $y = x - 3$ tại điểm có tung độ bằng 1 và đi qua $A(2;2)$.

A. $y = \frac{1}{2}x + 3$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x - 3$ **C.** $y = -\frac{1}{2}x + 3$ **D.** $y = \frac{1}{2}x - 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

(d) cắt đường thẳng $y = x - 3$ tại điểm có tung độ bằng 1 và đi qua $A(2;2)$.

Thay $y = 1$ vào $y = x - 3$ suy ra $1 = x - 3 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow B(4;1)$

$$\text{Vì đường thẳng đi qua } B(4;1) \text{ và } A(2;2) \text{ nên : } \begin{cases} 4a + b = 1 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

Câu 124. Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) . Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) cắt $y = -x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 3 và đi qua $B(-1;2)$.

A. $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ **B.** $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ **C.** $y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ **D.** $y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

(d) cắt $y = -x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 3 và đi qua $B(-1;2)$.

Thay $x = 3$ vào $y = -x + 2$ suy ra $y = -1$. Đồ thị đi qua $M(3;1)$ và $B(-1;2)$ nên:



$$\begin{cases} 3a+b=-1 \\ -a+b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{5}{4} \end{cases}$$

Câu 125. Cho đường thẳng $y=(m-2)x+m-3$ (d); $m \neq 2$. Tìm m để hàm số đồng biến (tạo Ox góc nhọn)

A. $m \leq 2$

B. $m < 2$

C. $m > 2$

D. $m \geq 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số đồng biến khi $m-2 > 0 \Rightarrow m > 2$

Câu 126. Cho hàm số $y=(2m-3)x+2-m$ (d); $m \neq \frac{3}{2}$. Tìm m để (d) cắt $y=\frac{4}{3}x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 6.

A. $m = \frac{23}{11}$

B. $m = -\frac{23}{11}$

C. $m = \frac{11}{23}$

D. $m = -\frac{11}{23}$

Hướng dẫn

Chọn A.

(d) cắt $y=\frac{4}{3}x-1$ khi $2m-3 \neq \frac{4}{3} \Leftrightarrow m \neq \frac{13}{6}$. Vậy $m \neq \frac{13}{6}; m \neq \frac{3}{2}$ thì hai đồ thị cắt nhau.

Các em có thể trình bày theo hai cách sau:

Cách 1: Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$(2m-3)x+2-m = \frac{4}{3}x-1 \quad (*) \text{ Thay hoành độ } x=6 \text{ vào } (*) \text{ ta được:}$$

$$(2m-3).6+2-m = \frac{4}{3}.6-1 \Leftrightarrow m = \frac{32}{11} \text{ (thỏa mãn)}. \text{ Vậy } m = \frac{23}{11}$$

Cách 2: điểm thuộc đường thẳng $y=\frac{4}{3}x-1$ có hoành độ $x=6$ là $A(6;7)$.

Để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ $x=6$ thì $A(6;7) \in (d)$

Thay $x=6; y=7$ vào (d) ta được: $7=(2m-3).6+2-m \Leftrightarrow m = \frac{23}{11}$ (thỏa mãn). Vậy $m = \frac{23}{11}$

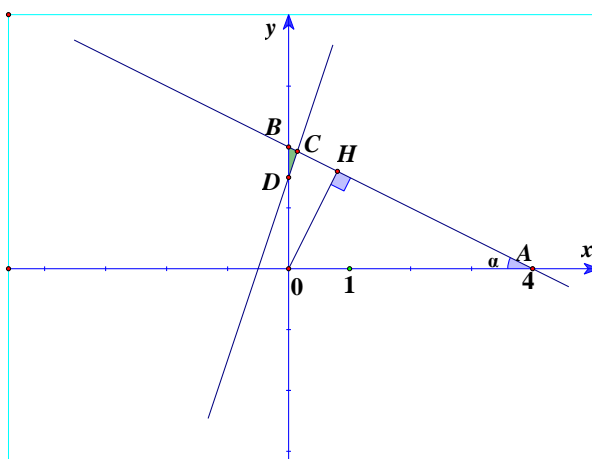


Câu 127. Cho hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2$ (d); $y = 3x + \frac{3}{2}$ (d'). Tính diện tích tam giác tạo bởi (d); (d') và trục Oy.

- A. $S_{BCD} = \frac{1}{28}$ B. $S_{BCD} = \frac{3}{28}$ C. $S_{BCD} = \frac{1}{14}$ D. $S_{BCD} = \frac{3}{14}$

Hướng dẫn

Chọn A.



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') thỏa mãn:

$$-\frac{1}{2}x + 2 = 3x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{7} \Rightarrow y = \frac{27}{14} \Rightarrow \text{hai đồ thị cắt nhau tại } C\left(\frac{1}{7}; \frac{27}{14}\right)$$

Đường thẳng (d') cắt Oy tại $D\left(0; \frac{3}{2}\right)$. Diện tích tam giác tạo bởi (d); (d') và trục Oy là

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot CK = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28} \text{ (đvdt) (CK là khoảng cách từ C đến Oy)}$$

Câu 128. Tìm P thuộc $y = 3x + \frac{3}{2}$ (d') sao cho P cách đều hai trục tọa độ.

- A. $P\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{8}\right); P\left(-\frac{3}{8}; \frac{3}{4}\right)$ B. $P\left(-\frac{3}{8}; -\frac{3}{4}\right); P\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{8}\right)$
 C. $P\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right); P\left(-\frac{3}{8}; \frac{3}{8}\right)$ D. $P\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right); P\left(-\frac{3}{8}; \frac{3}{8}\right)$

Hướng dẫn

Chọn D.



Goi $P(x; y)$. Vì P cách đều hai trục tọa độ nên $|x| = |y| \Rightarrow x = \pm y$

*) Thay $x = y$ vào (d') ta được: $x = 3x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = y = -\frac{3}{4}$

*) Thay $x = -y$ vào (d') ta được: $-x = 3x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{8}; y = \frac{3}{8}$

Vậy điểm P cần tìm là: $P\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right); P\left(-\frac{3}{8}; \frac{3}{8}\right)$

Cách khác: Vì $P \in y = 3x + \frac{3}{2} \Rightarrow P\left(a; 3a + \frac{3}{2}\right)$

Vì P cách đều hai trục tọa độ nên $|a| = \left|3a + \frac{3}{2}\right|$. Từ đó tìm a và suy ra P.

Câu 129. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - 2$ (d); $y = -x + \frac{1}{2}$ (d'). Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d')

- A.** $A\left(1; \frac{1}{2}\right)$ **B.** $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ **C.** $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ **D.** $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là:

$$\frac{3}{2}x - 2 = -x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}. \text{ Vậy hai đường thẳng cắt nhau tại } A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$$

Câu 130. Tìm M thuộc $y = \frac{3}{2}x - 2$ (d) có tung độ bằng $\frac{7}{2}$

- A.** $M\left(\frac{11}{3}; \frac{7}{2}\right)$ **B.** $M\left(\frac{7}{2}; \frac{11}{3}\right)$ **C.** $M\left(\frac{11}{3}; -\frac{7}{2}\right)$ **D.** $M\left(-\frac{7}{2}; \frac{11}{3}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Thay $y = \frac{7}{2}$ vào (d) ta được: $\frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3}$

Vậy $M\left(\frac{11}{3}; \frac{7}{2}\right)$



Câu 131. Tìm N thuộc (d') sao cho khoảng cách từ N đến Ox bằng 2 lần khoảng cách từ N đến Oy .

A. $N\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right)$;

B. $N\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

C. $N\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right); N\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

D. $N\left(-\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}\right); N\left(\frac{1}{2}; -1\right)$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $N(x;y)$. Vì khoảng cách từ N đến Ox bằng 2 lần khoảng cách từ N đến Oy nên $|y| = |2x|$
 $\Rightarrow y = \pm 2x$.

+) Với $y = 2x$. Thay vào (d') ta được: $2x = -x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow N\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right)$

+) với $y = -2x$. Thay vào (d') ta được: $-2x = -x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow N\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Vậy điểm N cần tìm là: $N\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right); N\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Cách khác: Vì $N \in y = -x + \frac{1}{2} \Rightarrow N\left(a; -a + \frac{1}{2}\right)$

Vì khoảng cách từ N đến Ox gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Oy nên: $\left|-a + \frac{1}{2}\right| = 2|a|$

Tìm a và suy ra N .

Câu 132. Cho hàm số $y = (2m+1)x + 3m - 2$ (d); $m \neq -\frac{1}{2}$ Tìm m để d song song với $y = 3x + 3$

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

d song song với $y = 3x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1=3 \\ 3m-2 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 1$ thì hai đường thẳng song song.



Câu 133. Tìm m để $d : y = (2m + 1)x + 3m - 2$ vuông góc với đường thẳng $3x - 5y - 1 = 0$

- A. $m = -\frac{4}{3}$ B. $m = \frac{4}{3}$ C. $m = -\frac{3}{4}$ D. $m = \frac{3}{4}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $3x - 5y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$

Để (d) vuông góc với $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$ khi $(2m + 1) \cdot \frac{3}{5} = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = -\frac{4}{3}$ thì hai đường thẳng vuông góc.

Câu 134. Tìm m để $d : y = (2m + 1)x + 3m - 2$ đồng quy với hai đường thẳng $x - 3y + 2 = 0; y = x - 2$

- A. $m = 1$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $x - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$. Đường thẳng $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ giao với $y = x - 2$ tại điểm có

hoành độ thỏa mãn: $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = x - 2 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = 2$. Vậy hai đường thẳng cắt nhau tại $A(4; 2)$.

Để 3 đường thẳng đồng quy thì $A(4; 2) \in (d)$

$\Rightarrow 2 = (2m + 1) \cdot 4 + 3m - 2 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn)

Vậy $m = 0$ thì 3 đường thẳng đồng quy.

Câu 135. Cho hai hàm số bậc nhất: $y = (2 - m^2)x + m - 5$ (d); $y = mx + 3m - 7$ (d'). Tìm m để:

Hai đường thẳng song song.

- A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn



Chọn A.

Hàm số là hàm số bậc nhất khi: $\begin{cases} 2-m^2 \neq 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm\sqrt{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Hai đường thẳng song song khi: $\begin{cases} 2-m^2 = m \\ m-5 \neq 3m-7 \end{cases} \begin{cases} m=1; m=-2 \\ m \neq 1 \end{cases} \Rightarrow m=-2$ (tmđk)

Vậy $m=-2$ thì hai đường thẳng song song.

Câu 136. Cho hai hàm số bậc nhất: $y=(2-m^2)x+m-5$ (d); $y=mx+3m-7$ (d'). Tìm m để Hai đường thẳng cắt nhau.

- A.** $m \neq 1; m \neq -2$ **B.** $m \neq \pm\sqrt{2}; m \neq 0$ **C.** $m \neq 1; m \neq \pm\sqrt{2}$ **D.** A và B

Hướng dẫn

Chọn D.

Hai đường thẳng cắt nhau khi: $2-m^2 \neq m \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$

Kết hợp đk suy ra $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \\ m \neq \pm\sqrt{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 137. Cho hai hàm số bậc nhất: $y=(2-m^2)x+m-5$ (d); $y=mx+3m-7$ (d'). Tìm m để hai đường thẳng vuông góc nhau.

- A.** $m=-1$ **B.** $m=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ **C.** $m=-1$ và $m=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ **D.** $m=-1$ hoặc $m=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Hai đường thẳng vuông góc khi: $(2-m^2).m=-1 \Leftrightarrow m^3-2m-1=0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m^2-m-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ (tmđk).



Vậy $\begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ thì hai đường thẳng vuông góc.

Câu 138. Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau khi

- A.** $a = a'$ **B.** $b = b'$ **C.** $a \neq a'$ **D.** $a = a'; b = b'$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 139. Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ trùng nhau khi

- A.** $a = a'$ **B.** $b = b'$ **C.** $a = a'; b \neq b'$ **D.** $a = a'; b = b'$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 140. Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song khi

- A.** $a = a'$ **B.** $a = a'; b \neq b'$ **C.** $a \neq a'; b = b'$ **D.** $a = a'; b = b'$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 141. Vị trí tương đối của đường thẳng $y = 3x - 1$ và đường thẳng $y = 1 + 3x$ là

- A.** Song song **B.** Cắt nhau **C.** Trùng nhau **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $y = 3x - 1$ có $a = 3; b = -1$ và $y = 1 + 3x$ có $a' = 3; b' = 1$. Do $a = a' = 3; b \neq b' (-1 \neq 1)$ nên hai đường thẳng trên song song.

Câu 142. Số điểm chung của đường thẳng $y = x + 5$ và đường thẳng $y = 3x - (2x - 5)$ là

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $y = x + 5$ có $a = 1; b = 5$ và $y = 3x - (2x - 5) = x + 5$ có $a' = 1; b' = 5$. Do $a = a' = 1; b = b' = 5$ nên hai đường thẳng trên trùng nhau. Vậy chúng có vô số điểm chung.



Câu 143. Vị trí tương đối của đường thẳng $y = -2x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ là

- A.** Song song **B.** Cắt nhau **C.** Trùng nhau **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $y = -2x + 1$ có $a = -2; b = 1$ và $y = x + 1$ có $a' = 1; b' = 1$. Do $a \neq a' (-2 \neq 1)$ nên hai đường thẳng trên là cắt nhau.

Câu 144. Đường thẳng $y = \frac{m}{2}x + 5$ song song với đường thẳng $y = 1 - 2x$ khi m có giá trị là

- A.** 2 **B.** -5 **C.** 1 **D.** -4

Hướng dẫn

Chọn D.

Đường thẳng $y = \frac{m}{2}x + 5$ song song với đường thẳng $y = 1 - 2x$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = -2 \\ 5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4. \text{ Vậy } m = -4 \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 145. Đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3m - 1$ trùng nhau với đường thẳng $y = mx - 3 + m$ khi m có giá trị là

- A.** -4 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 2

Hướng dẫn

Chọn B.

Đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3m - 1$ trùng nhau với đường thẳng $y = mx - 3 + m$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 = m \\ 3m - 1 = -3 + m \end{cases} \Leftrightarrow m = -1. \text{ Vậy } m = -1 \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 146. Đường thẳng $y = (m + 1)x - 3$ và $y = (3m - 2)x + 1 + m$ cắt nhau khi m có giá trị khác với giá trị là

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** -4 **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** -1

Hướng dẫn

Chọn C.



Hai đường thẳng $y = (m+1)x - 3$ và $y = (3m-2)x + 1 + m$ cắt nhau khi và chỉ khi

$$a \neq a' \Leftrightarrow m+1 \neq 3m-2 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}. \text{ Vậy } m \neq \frac{3}{2} \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 147. Đường thẳng $y = mx - \frac{3}{2}$ song song với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - \frac{5x}{7}$ khi m có giá trị là

- A. 2 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{5}{7}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đường thẳng $y = mx - \frac{3}{2}$ song song với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - \frac{5x}{7}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-5}{7} \\ \frac{-3}{2} \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-5}{7}. \text{ Vậy } m = \frac{-5}{7} \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 148. Cho đường thẳng $(d_1): y = 3x - 1$; $(d_2): y = 1 + 3x$ và $(d_3): y = x + 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. (d_1) cắt (d_2) và (d_2) cắt (d_3) B. (d_1) cắt (d_2) và (d_2) trùng nhau (d_3)
- C. (d_1) song song (d_2) và (d_2) cắt (d_3) D. (d_1) trùng nhau (d_2) và (d_2) cắt (d_3)

Hướng dẫn

Chọn C.

Đường thẳng $(d_1): y = 3x - 1$ có $a = 3; b = -1$; đường thẳng $(d_2): y = 1 + 3x$ có $a' = 3; b' = 1$; đường thẳng $(d_3): y = x + 1$ có $a'' = 1; b'' = 1$.

Do $a = a'; b \neq b'$ nên (d_1) song song (d_2) .

Do $a' \neq a''$ nên (d_2) cắt (d_3) .

Vậy (d_1) song song (d_2) và (d_2) cắt (d_3) .

Câu 149. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + m - 1$ và $(d_2): (2m^2 + 3)x - 4$ với m là tham số. Khẳng



định đúng là

- A. (d_1) chỉ có 1 điểm chung với (d_2) B. (d_1) và (d_2) song song khi $m = \frac{-1}{2}$
 C. (d_1) luôn song song với (d_2) D. (d_1) có vô số điểm chung với (d_2)

Hướng dẫn

Chọn A.

Đường thẳng $(d_1): y = 2x + m - 1$ có $a = 2; b = m - 1$; đường thẳng $(d_2): (2m^2 + 3)x - 4$ có $a' = 2m^2 + 3; b' = -4$.

Vì $a' = 2m^2 + 3 \geq 3$ với mọi m nên $a \neq a'$ với mọi m .

Vậy (d_1) luôn cắt (d_2) với mọi m hay (d_1) chỉ có 1 điểm chung với (d_2) .

Câu 150. Đường thẳng $y = (2m - 1)x - n + 3$ và đường thẳng $y = x + 2m + n$ trùng nhau khi m có giá trị là

- A. $m = 1; n = \frac{1}{2}$ B. $m = n = 1$ C. $m = 0; n = 3$ D. $m = 1; n$ tùy ý

Hướng dẫn

Chọn A.

Đường thẳng $y = (2m - 1)x - n + 3$ và $y = x + 2m + n$ trùng nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m - 1 = 1 \\ -n + 3 = 2m + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } m = 1; n = \frac{1}{2} \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 151. Đường thẳng $y = (m - 1)(m + 2)x + 3$ cắt đường thẳng $y = (m + 2)x + 3 - m$ khi m có giá trị nào trong các giá trị sau

- A. $m = 2$ B. $m \in \emptyset$ C. $m = -2$ D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đường thẳng $y = (m - 1)(m + 2)x + 3$ cắt đường thẳng $y = (m + 2)x + 3 - m$ khi và chỉ khi $(m - 1)(m + 2) \neq m + 2 \Leftrightarrow (m + 2)(m - 2) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Vậy $m \neq \pm 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 152. Đường thẳng $y = \sqrt{m + 1}(x - 3)$ và $y = -2x + 2$ song song khi giá trị của m là

- A. $m = 1$ B. $m = -2$ C. $m \in \emptyset$ D. $m = 0$



Hướng dẫn

Chọn C.

Đường thẳng $y = \sqrt{m+1}(x-3)$ và $y = -2x+2$ song song khi và chỉ khi $\sqrt{m+1} = -2(VN)$. Vậy $m \in \emptyset$.

Câu 153. Cho đường thẳng $(d) : y = x + 2$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại A và B .
Tính diện tích tam giác OAB .

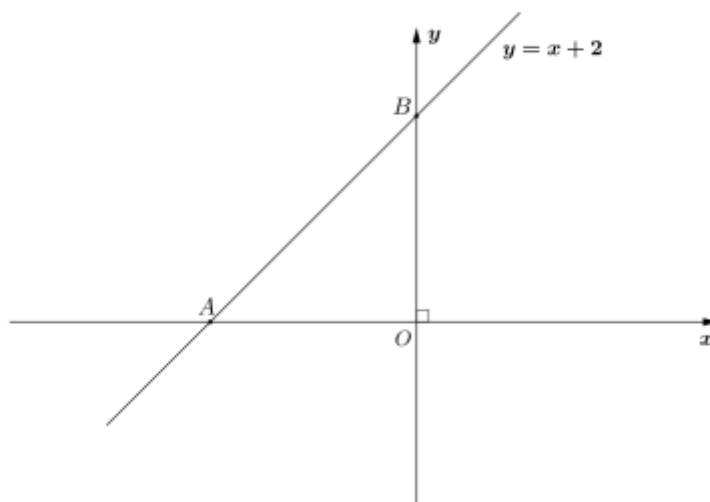
A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn



Chọn B.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại A và B nên giả sử $A(x_A; 0)$ và $B(0; y_B)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 \\ 0 + 2 = y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ y_B = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow A(-2; 0)$ và $B(0; 2)$.

$\Rightarrow OA = 2$ và $OB = 2$

Diện tích tam giác OAB là: $S_{OAB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ (đvdt)



Câu 154. Cho đường thẳng $(d) : y = -x - 3$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại C và D .

Tính diện tích tam giác OCD .

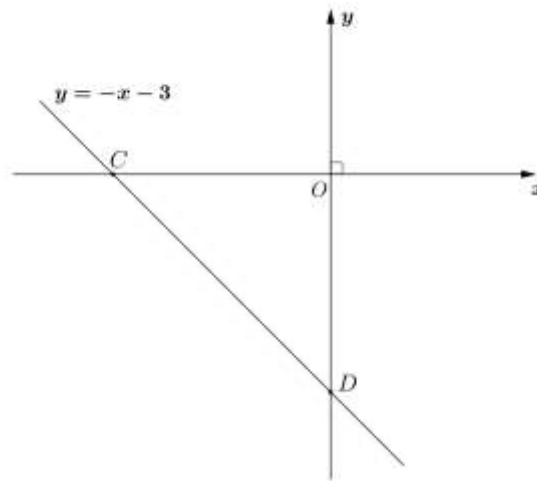
A. $\frac{3}{2}$

B. 9

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn



Chọn C.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại C và D nên giả sử $C(x_C; 0)$ và $D(0; y_D)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -x_C - 3 = 0 \\ 0 - 3 = y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -3 \\ y_D = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow C(-3; 0)$ và $D(0; -3)$.

$\Rightarrow OC = 3$ và $OD = 3$

Diện tích tam giác OCD là: $S_{OCD} = \frac{OC \cdot OD}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$ (đvdt)

Câu 155. Cho đường thẳng $(d) : y = x - \frac{11}{4}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại E và F .

Tính diện tích tam giác OEF .

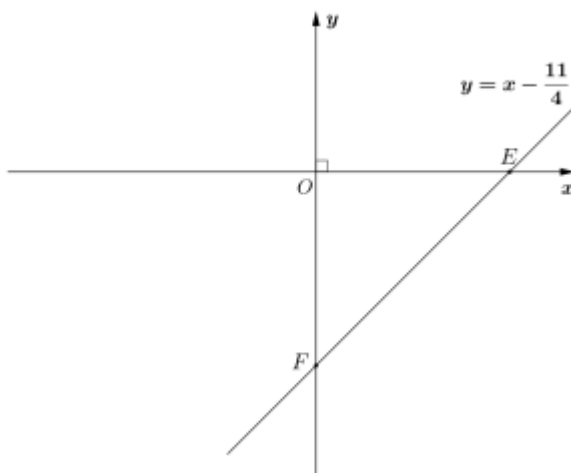
A. $\frac{121\sqrt{2}}{32}$

B. $\frac{121}{32}$

C. $\frac{121}{64}$

D. $\frac{121}{16}$

Hướng dẫn



Chọn B.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại E và F nên giả sử $E(x_E; 0)$ và $F(0; y_F)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_E - \frac{11}{4} = 0 \\ 0 - \frac{11}{4} = y_F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = \frac{11}{4} \\ y_F = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{11}{4}; 0\right) \text{ và } F\left(0; -\frac{11}{4}\right).$$

$$\Rightarrow OE = \frac{11}{4} \text{ và } OF = \frac{11}{4}$$

$$\text{Diện tích tam giác } OEF \text{ là: } S_{OEF} = \frac{OE \cdot OF}{2} = \frac{\frac{11}{4} \cdot \frac{11}{4}}{2} = \frac{121}{32} \text{ (đvdt)}$$

Câu 156. Cho đường thẳng $(d) : y = 2x - 4$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại M và N .

Tính diện tích tam giác OMN .

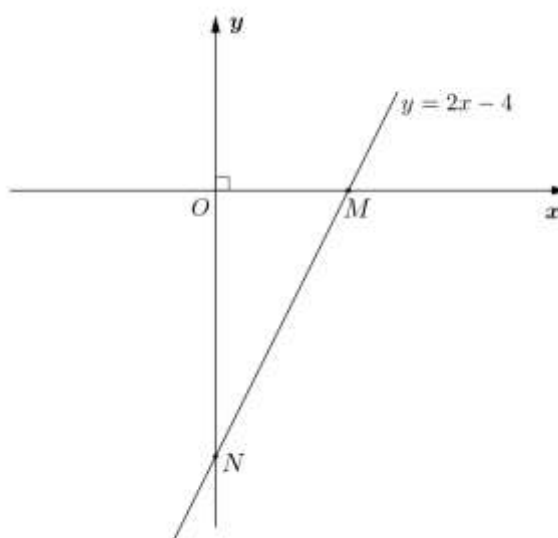
A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. 8

D. 4

Hướng dẫn



Chọn D.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại M và N nên giả sử $M(x_M; 0)$ và $N(0; y_N)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_M - 4 = 0 \\ 2 \cdot 0 - 4 = y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M = 4 \\ y_N = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_N = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(2; 0) \text{ và } N(0; -4) .$$

$$\Rightarrow OM = 2 \text{ và } ON = 4$$

$$\text{Diện tích tam giác } OMN \text{ là: } S_{OMN} = \frac{OM \cdot ON}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ (đvdt)}$$

Câu 157. Cho đường thẳng $(d) : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại P và Q .

Tính diện tích tam giác OPQ .

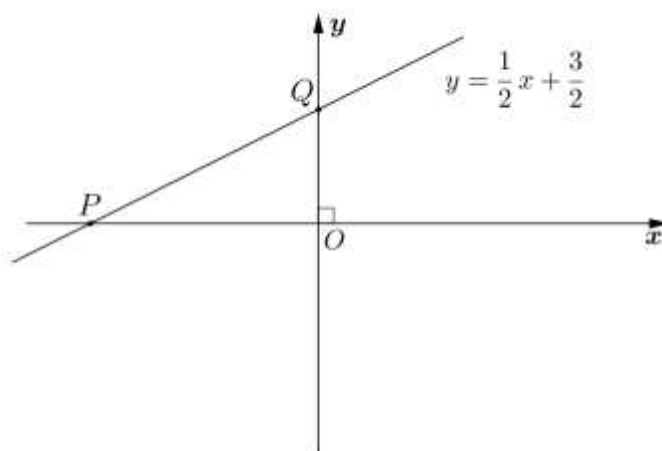
A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{9}{4}$

Hướng dẫn



Chọn D.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại P và Q nên giả sử $P(x_P; 0)$ và $Q(0; y_Q)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x_P + \frac{3}{2} = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{3}{2} = y_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x_P = -\frac{3}{2} \\ y_Q = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = -3 \\ y_Q = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(-3; 0) \text{ và } Q\left(0; \frac{3}{2}\right).$$

$$\Rightarrow OP = 3 \text{ và } OQ = \frac{3}{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác } OPQ \text{ là: } S_{OPQ} = \frac{OP \cdot OQ}{2} = \frac{3 \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{9}{4} \text{ (đvdt)}$$

Câu 158. Cho đường thẳng $(d): y = x + m$. Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng $\sqrt{2}$.

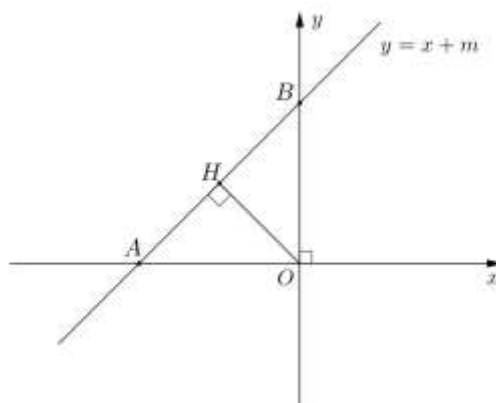
A. $m = 4$ hoặc $m = -4$

B. $m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$

C. $m = 2$ hoặc $m = -2$

D. $m = 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -2\sqrt{2}$

Hướng dẫn



Chọn C.

Gọi $A(x_A; 0)$, $B(0; y_B)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox , Oy .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + m = 0 \\ 0 + m = y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -m \\ y_B = m \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(-m, 0) \text{ và } B(0, m)$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{(-m - 0)^2 + (0 - 0)^2} = |m| \text{ và } OB = \sqrt{(0 - 0)^2 + (m - 0)^2} = |m|.$$

$$\text{Kẻ } OH \perp AB \Rightarrow OH = \sqrt{2}$$

Xét $\triangle OAB$ vuông tại O , đường cao OH .

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}^2} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{m^2} = \frac{1}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy $m = \pm 2$ thì khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng $\sqrt{2}$.

Câu 159. Cho đường thẳng $(d) : y = 2x + \frac{m}{2}$. Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d)



bằng $\frac{1}{2}$.

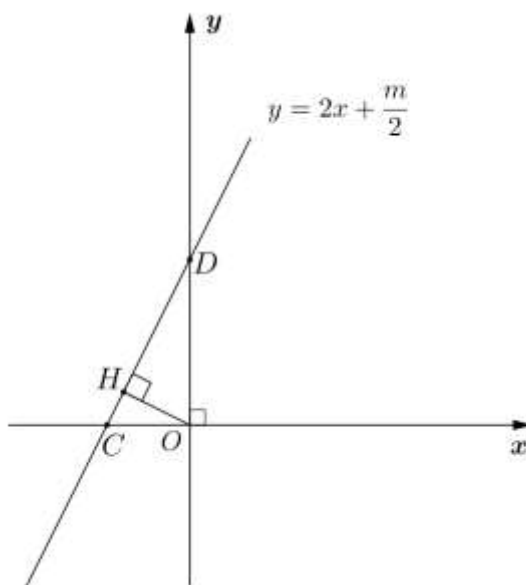
A. $m = 5$ hoặc $m = -5$

B. $m = \sqrt{3}$ hoặc $m = -\sqrt{3}$

C. $m = 2$ hoặc $m = -2$

D. $m = \sqrt{5}$ hoặc $m = -\sqrt{5}$

Hướng dẫn



Chọn D.

Gọi $C(x_C; 0)$, $D(0; y_D)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox , Oy .

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_C + \frac{m}{2} = 0 \\ 2 \cdot 0 + \frac{m}{2} = y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{-m}{4} \\ y_D = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{-m}{4}; 0\right) \text{ và } D\left(0; \frac{m}{2}\right)$$

$$\Rightarrow OC = \sqrt{\left(\frac{-m}{4} - 0\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{|m|}{4} \text{ và } OD = \sqrt{(0 - 0)^2 + \left(\frac{m}{2} - 0\right)^2} = \frac{|m|}{2}.$$

$$\text{Kẻ } OH \perp CD \Rightarrow OH = \frac{1}{2}$$

Xét $\triangle OCD$ vuông tại O , đường cao OH .



Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{m^2}{16}} + \frac{1}{\frac{m^2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow 4 = \frac{16}{m^2} + \frac{4}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4 = \frac{20}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$$

Vậy $m = \pm\sqrt{5}$ thì khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 160. Cho đường thẳng $(d) : y = -x + \frac{m-1}{2\sqrt{2}}$. Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng

(d) bằng 3.

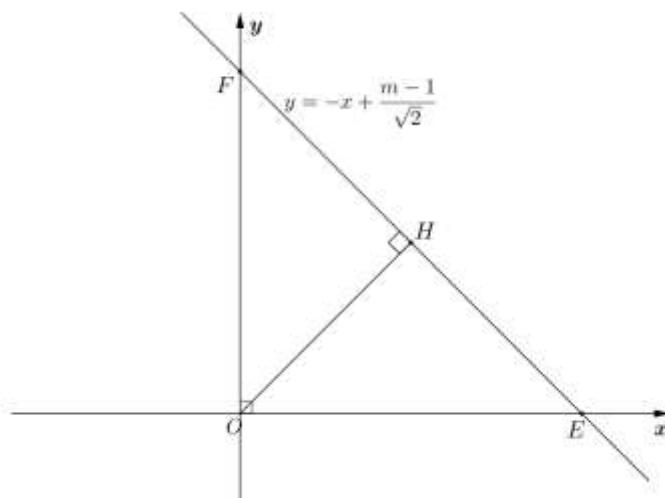
A. $m=11$ hoặc $m = -13$

B. $m=13$ hoặc $m = -11$

C. $m=9$ hoặc $m = -11$

D. $m=-9$ hoặc $m = 11$

Hướng dẫn





Chọn B.

Gọi $E(x_E; 0)$, $F(0; y_F)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox , Oy .

$$\Rightarrow \begin{cases} -x_E + \frac{m-1}{2\sqrt{2}} = 0 \\ 0 + \frac{m-1}{2\sqrt{2}} = y_F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = \frac{m-1}{2\sqrt{2}} \\ y_F = \frac{m-1}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{m-1}{2\sqrt{2}}; 0\right) \text{ và } F\left(0; \frac{m-1}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$\Rightarrow OE = \sqrt{\left(\frac{m-1}{2\sqrt{2}} - 0\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{|m-1|}{2\sqrt{2}} \text{ và } OF = \sqrt{(0 - 0)^2 + \left(\frac{m-1}{2\sqrt{2}} - 0\right)^2} = \frac{|m-1|}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Kẻ } OH \perp EF \Rightarrow OH = 3$$

Xét $\triangle OEF$ vuông tại O , đường cao OH .

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OF^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3^2} = \frac{1}{\left(\frac{m-1}{2\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{m-1}{2\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{9} = \frac{8}{(m-1)^2} + \frac{8}{(m-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{9} = \frac{16}{(m-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow |m-1| = 12$$

$$\Leftrightarrow m = 13 \text{ hoặc } m = -11$$

Vậy $m = 13$ hoặc $m = -11$ thì khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng 3.

Câu 161. Cho đường thẳng $(d) : y = mx + 2$. Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng 1.

A. $m = 2$ hoặc $m = -2$

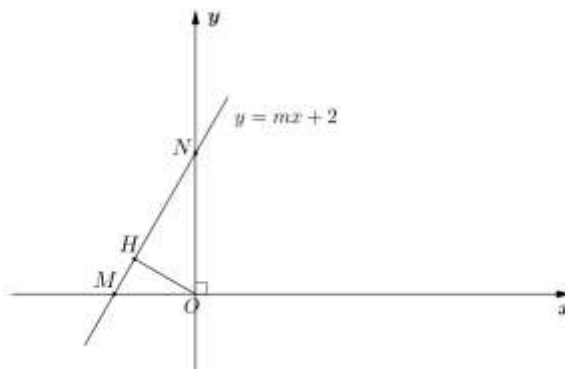
B. $m = \sqrt{3}$ hoặc $m = -\sqrt{3}$



C. $\sqrt{5}$ hoặc $m = -\sqrt{5}$

D. $m = 3$ hoặc $m = -3$

Hướng dẫn



Chọn B.

Điều kiện: $m \neq 0$

Gọi $M(x_M; 0)$, $N(0; y_N)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox , Oy .

$$\Rightarrow \begin{cases} m \cdot x_M + 2 = 0 \\ m \cdot 0 + 2 = y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{-2}{m} \\ y_N = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-2}{m}; 0\right) \text{ và } N(0; 2)$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{\left(\frac{-2}{m} - 0\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{2}{|m|} \text{ và } ON = \sqrt{(0 - 0)^2 + (2 - 0)^2} = 2$$

$$\text{Kẻ } OH \perp MN \Rightarrow OH = 1$$

Xét $\triangle OMN$ vuông tại O , đường cao OH .

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{1^2} = \frac{1}{\frac{4}{m^2}} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 = \frac{m^2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 3$$



$$\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy $m = \pm\sqrt{3}$ thì khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng 1.

Câu 162. Cho đường thẳng $(d) : y = mx + \frac{m}{2}$. Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d)

bằng $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

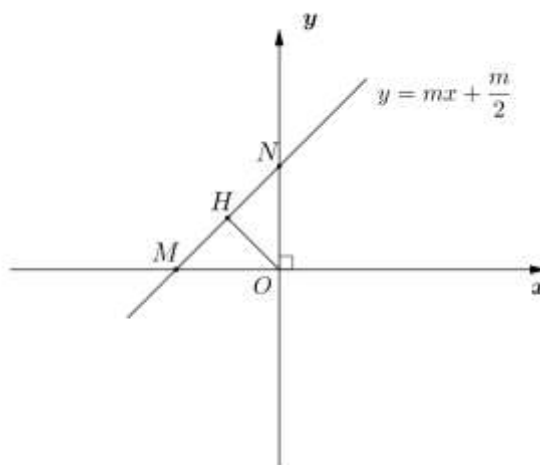
A. $m = 1$ hoặc $m = -1$

B. $m = 2$ hoặc $m = -2$

C. $m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$

D. $m = 3$ hoặc $m = -3$

Hướng dẫn



Chọn A.

Điều kiện: $m \neq 0$

Gọi $P(x_P; 0)$, $Q(0; y_Q)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox , Oy .

$$\Rightarrow \begin{cases} m \cdot x_P + \frac{m}{2} = 0 \\ m \cdot 0 + \frac{m}{2} = y_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = \frac{-1}{2} \\ y_Q = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{-1}{2}; 0\right) \text{ và } Q\left(0; \frac{m}{2}\right)$$



$$\Rightarrow OP = \sqrt{\left(\frac{-1}{2} - 0\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{1}{2} \text{ và } OQ = \sqrt{(0 - 0)^2 + \left(\frac{m}{2} - 0\right)^2} = \frac{|m|}{2}$$

$$\text{Kẻ } OH \perp PQ \Rightarrow OH = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Xét $\triangle OPQ$ vuông tại O , đường cao OH .

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} + \frac{1}{\frac{m^2}{4}} \Leftrightarrow 8 = 4 + \frac{4}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{m^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy $m = \pm 1$ thì khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 163. Cho đường thẳng $(d) : y = 2x - 1$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại A và B .

Tọa độ của A và B là:

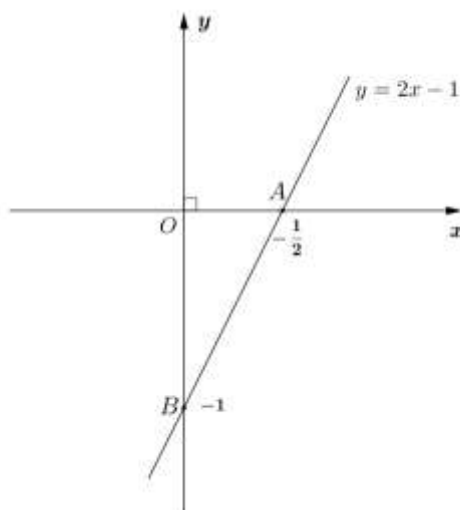
A. $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và $B(0; -1)$

B. $A\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và $B(0; 1)$

C. $A(2; 0)$ và $B\left(0; \frac{-1}{2}\right)$

D. $A(-2; 0)$ và $B\left(0; \frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn



Chọn A.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại A và B nên giả sử $A(x_A; 0)$ và $B(0; y_B)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_A - 1 = 0 \\ 2 \cdot 0 - 1 = y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_A = 1 \\ y_B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \\ y_B = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{1}{2}; 0\right) \text{ và } B(0; -1).$$

Câu 164. Cho đường thẳng $(d) : y = 2x + \sqrt{2}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại C và D .

Tọa độ của C và D là:

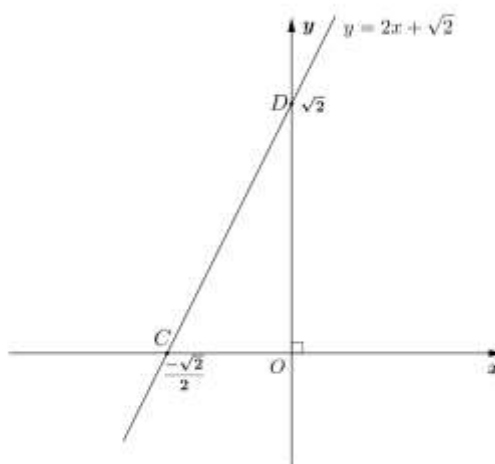
A. $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $D(0; -\sqrt{2})$

B. $C\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $D(0; \sqrt{2})$

C. $C\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và $D(0; 2)$

D. $C(-\sqrt{2}; 0)$ và $D\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Hướng dẫn



Chọn B.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại C và D nên giả sử $C(x_C; 0)$ và $D(0; y_D)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_C + \sqrt{2} = 0 \\ 2 \cdot 0 + \sqrt{2} = y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_C = -\sqrt{2} \\ y_D = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ y_D = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; 0\right) \text{ và } D(0; \sqrt{2}).$$

Câu 165. Cho đường thẳng $(d) : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại E và F .

Tọa độ của E và F là:

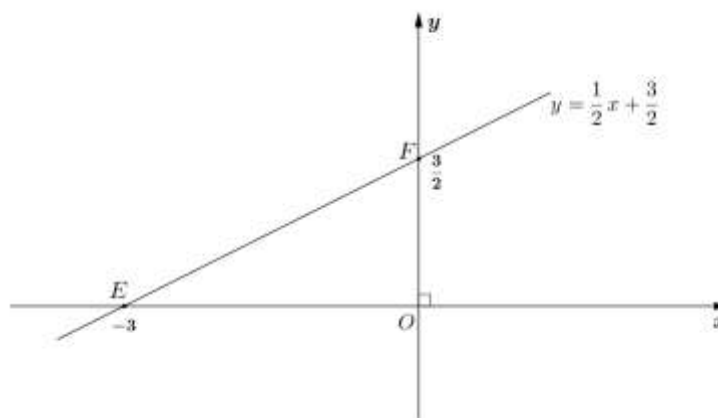
A. $E(3; 0)$ và $F\left(0; \frac{-3}{2}\right)$

B. $E\left(\frac{-3}{2}; 0\right)$ và $F(0; 3)$

C. $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ và $F(0; -3)$

D. $E(-3; 0)$ và $F\left(0; \frac{3}{2}\right)$

Hướng dẫn



Chọn D.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại E và F nên giả sử $E(x_E; 0)$ và $F(0; y_F)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x_E + \frac{3}{2} = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{3}{2} = y_F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x_E = -\frac{3}{2} \\ y_F = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -3 \\ y_F = \frac{3}{2} \end{cases}$$

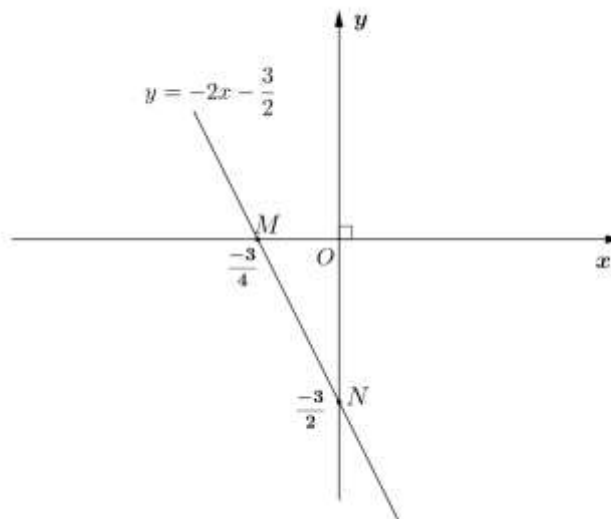
$$\Rightarrow E(-3; 0) \text{ và } F\left(0; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 166. Cho đường thẳng $(d) : y = -2x - \frac{3}{2}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại M và N .

Tọa độ của M và N là:

- A.** $M\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ và $N\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ **B.** $M\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ và $N\left(0; -\frac{3}{4}\right)$
- C.** $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$ và $N\left(0; \frac{3}{2}\right)$ **D.** $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ và $N\left(0; \frac{3}{4}\right)$

Hướng dẫn



Chọn D.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại M và N nên giả sử $M(x_M; 0)$ và $N(0; y_N)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x_M - \frac{3}{2} = 0 \\ -2 \cdot 0 - \frac{3}{2} = y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M = -\frac{3}{2} \\ y_N = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -\frac{3}{4} \\ y_N = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(-\frac{3}{4}; 0\right) \text{ và } N\left(0; -\frac{3}{2}\right).$$

Câu 167. Cho đường thẳng $(d) : y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2}$. Đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại P và Q .

Tọa độ của P và Q là:

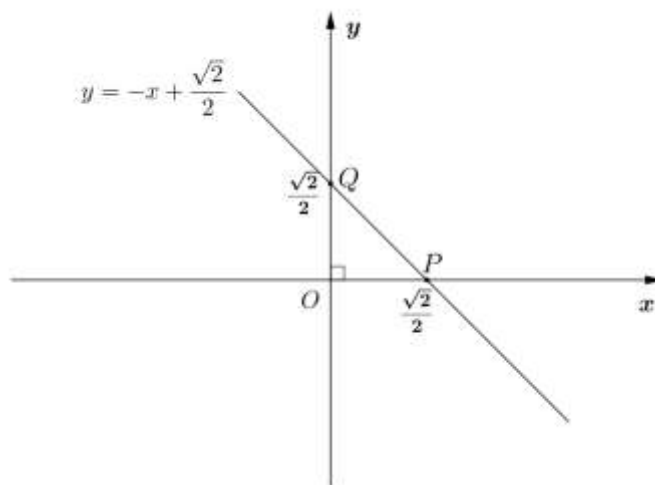
A. $P\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $Q\left(0; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $Q\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $P\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $Q\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D. $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ và $Q\left(0; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

Hướng dẫn



Chọn B.

Vì đường thẳng (d) cắt trục Ox , Oy lần lượt tại P và Q nên giả sử $P(x_p; 0)$ và $Q(0; y_Q)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -x_p + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} = y_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_Q = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \text{ và } Q\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Câu 168. Đường thẳng $\Delta: y = (1 - 2m)x + m - \frac{7}{2}$ luôn đi qua điểm nào với mọi giá trị của tham số m ?

A. $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}; -3\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

D. $\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của Δ



$$\Rightarrow y_0 = (1 - 2m)x_0 + m - \frac{7}{2} \quad \forall m$$

$$\Rightarrow (1 - 2x_0)m + (x_0 - y_0 - \frac{7}{2}) = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x_0 = 0 \\ x_0 - y_0 - \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $(\frac{1}{2}; -3)$ là điểm cố định của Δ .

Câu 169. Đường thẳng $\Delta: y = (2m + 1)x + m - 2$ luôn đi qua điểm nào với mọi giá trị của tham số m .

A. $(\frac{1}{2}; -3)$

B. $(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2})$

C. $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

D. $(\frac{1}{2}; 3)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của Δ

$$\Rightarrow y_0 = (1 - 2m)x_0 + m - \frac{7}{2} \quad \forall m$$

$$\Rightarrow (1 - 2x_0)m + (x_0 - y_0 - \frac{7}{2}) = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x_0 = 0 \\ x_0 - y_0 - \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $(\frac{1}{2}; -3)$ là điểm cố định của Δ .

Câu 170. Đường thẳng $\Delta: y = (2m + 1)x - 3m + 1$ luôn đi qua điểm nào với mọi giá trị của tham số m .

A. $(\frac{1}{2}; -3)$

B. $(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

C. $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$

D. $(\frac{1}{2}; 3)$

Hướng dẫn

Chọn C.



Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của Δ

$$\Rightarrow y_0 = (2m + 1)x_0 - 3m + 1 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow (2x_0 - 3)m + (x_0 - y_0 + 1) = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_0 - 3 = 0 \\ x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ là điểm cố định của Δ .

Câu 171. Đường thẳng $\Delta: y = (m - 2)x + 3m + 1$ luôn đi qua điểm nào với mọi giá trị của tham số m .

A. $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$

B. $(-3; -7)$

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của Δ

$$\Rightarrow y_0 = (m - 2)x_0 + 3m + 1 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow (x_0 + 3)m + (-2x_0 - y_0 + 1) = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 + 3 = 0 \\ -2x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $(-3; -7)$ là điểm cố định của Δ .

Câu 172. Đường thẳng $\Delta: y = (2m - 5)x + m - 2$ luôn đi qua điểm nào với mọi giá trị của tham số m ?

A. $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của Δ

$$\Rightarrow y_0 = (2m - 5)x_0 + m - 2 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow (2x_0 + 1)m + (-5x_0 - y_0 - 2) = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x_0 + 1 = 0 \\ -5x_0 - y_0 - 2 = 0 \end{cases}$$



Từ đó tìm được $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ là điểm cố định của Δ .

Câu 173. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y = 2x - 2$. Hãy tính khoảng cách từ O đến d .

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy .

Tìm được $A(1;0)$ và $B(0;-2) \Rightarrow OA = 1, OB = 2$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên $d \Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến d .

Sử dụng công thức $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ tính được $OH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 174. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y = 2x - 2$ và điểm $I(3;-2)$. Hãy tính khoảng cách từ I đến d .

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Qua I kẻ d_1, d_2 lần lượt vuông góc với Ox và Oy , d_1, d_2 cắt d lần lượt tại điểm $C(3;4)$ và $B(0;-2)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên $d \Rightarrow IK$ là khoảng cách từ I đến d .

Sử dụng công thức $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IB^2}$ tính được $IK = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 175. Cho đường thẳng $\Delta: y = -2x + 1$ trên hệ trục tọa độ Oxy. Hãy tính khoảng cách từ O đến Δ .

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy .



Tìm được $A(\frac{1}{2};0)$ và $B(0;1) \Rightarrow OA = \frac{1}{2}, OB = 1$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d $\Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến d .

Sử dụng công thức $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ tính được $OH = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 176. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta : y = -2x + 1$ và điểm $M(-1; -3)$. Hãy tính khoảng cách từ I đến d .

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Qua I kẻ d_1, d_2 lần lượt vuông góc với Ox và Oy, d_1, d_2 cắt d lần lượt tại điểm $C(-\frac{3}{2}; 4)$ và $B(3; -1)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên d $\Rightarrow IK$ là khoảng cách từ I đến d .

Sử dụng công thức $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IB^2}$ tính được $IK = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 177. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d : y = x - 5$. Hãy tính khoảng cách từ O đến d .

- A. $\frac{5}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{5}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy.

Tìm được $A(5;0)$ và $B(0;-5) \Rightarrow OA = 5, OB = 5$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d $\Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến d .

Sử dụng công thức $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ tính được $OH = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

Câu 178. Cho hàm số $y = (m^2 - 3m + 3)x + 6m$ có đồ thị là (d) . Giá trị của m để (d) cắt Ox tại A , cắt Oy tại B sao cho diện tích tam giác OAB lớn nhất là ?



A. $m = -3$

B. $m = 2$

C. $m = 2,5$

D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn D

$$(d) \cap Ox = A\left(-\frac{6m}{m^2 + 2m + 2}; 0\right)$$

$$(d) \cap Oy = B(0; 6m)$$

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{18} = \frac{m^2}{m^2 - 2m + 3} = y$$

$S_{\triangle OAB}$ max khi y max

Xét $(m^2 - 2m + 3)y = m^2$; $f(m) = (y-1)m^2 - 2ym + 3y$ có $\Delta = -2y^2 + 3y \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{3}{2}$.

Giá trị lớn nhất của y đạt tại $m = \frac{2y}{2(y-1)} = 3$.

Câu 179. Cho đường thẳng $d : y = (3m - 2)x + m - 2$ với m là tham số. Tìm m để d cắt Ox , Oy tại hai điểm A , B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2}$.

A. $m = 3; m = 1$

B. $m = 1; m = 6$

C. $m = 3; m = 4$

D. $m = 3; m = 2$

Hướng dẫn

Chọn B

Tìm được d cắt Ox , Oy lần lượt tại $A\left(\frac{2-m}{3m-2}; 0\right)$ và $B(0; m-2)$ với $m \neq \frac{2}{3}$. Tính được

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \frac{(m-2)^2}{|3m-2|}. \text{ Từ } S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}, \text{ tìm được } (m-2)^2 = |3m-2|. \text{ Giải ra được } m = 1 \text{ hoặc}$$

$m = 6$.

Câu 180. Cho đường thẳng $d : y = (m + 1)x - 2m - 5$ với m là tham số. Tìm m để d cắt Ox , Oy tại hai điểm A , B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{3}{2}$.

A. $m = -\frac{7}{4}; m = -4$

B. $m = 3; m = 1$

C. $m = 3; m = 4$

D. $m = 3; m = 2$

Hướng dẫn



Chọn A.

Tìm được $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} |2m+5| \left| \frac{2m+5}{m+1} \right|$ với $m \neq -1$.

Giải $(2m+5)^2 = 3|m+1|$ tìm được $m = -4$ hoặc $m = -\frac{7}{4}$.

Câu 181. Tìm m để đường thẳng $d : y = (2m-5)x + m - 2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bé nhất.

A. $m = 3$

B. $m = -3$

C. $m = 2$

D. $m = 2,5$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$(d) \cap Ox = A \left(-\frac{m-2}{2m-5}; 0 \right)$$

$$(d) \cap Oy = B(m-2; 0)$$

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{8} = \left| 2m-5 + \frac{1}{2m-5} + 2 \right|$$

Với $m \geq \frac{5}{2}$

$$S_{\Delta OAB} \text{ min khi } 2m-5 = \frac{1}{2m-5} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 182. Tìm m để đường thẳng $d : y = (m+2)x + 1$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{8}$.

A. $m = \pm\sqrt{2}$

B. $m = \pm\sqrt{3}$

C. $m = 2$

D. $m = 2,5$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy .

Tìm được $A \left(-\frac{1}{m^2+2}; 0 \right), B(0;1)$.

Ta có $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \left| \frac{1}{m^2+2} \right|$.



Từ $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{8}$ ta tìm được $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 183. Cho điểm $A(0;3)$ và điểm $B(1;2)$, trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng AB ?

- A. $C(-1;4)$ B. $D(1;4)$ C. $E(-1;2)$ D. $F(2;-1)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi phương trình đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$

$$\text{Theo bài ta có } \begin{cases} b = 3 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -x + 3$$

Ta có tại $x = -1 \Rightarrow y = -(-1) + 3 = 4$

Vậy $C(-1;4)$ thuộc đường thẳng AB .

Câu 184. Cho ba đường thẳng $(d_1): y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$; $(d_2): y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$; $(d_3): y = kx + 3,5$. Tìm k để ba đường thẳng trên đồng quy.

- A. $k = 2$ B. $k = 0,2$ C. $k = 0,5$ D. $k = -0,2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 15 \Rightarrow y = 6,5$$

\Rightarrow Điểm $C(15;6,5)$ là giao điểm của (d_1) và (d_2) , để ba đường thẳng đồng quy thì điểm

$C(15;6,5)$ thuộc (d_3) .

Ta có $6,5 = k.15 + 3,5 \Leftrightarrow k = 0,2$.

Câu 185. Bộ ba đường thẳng nào sau đây đồng quy.

A. $d_1: y = -x$; $d_2: y = x + \frac{1}{2}$; $d_3: y = 3x + 1$

B. $d_1: 3x - y - 7 = 0$; $d_2: y = -2x + 3$; $d_3: 3x - 2y - 7 = 0$



C. $d_1: y = 1 - x$; $d_2: y = 3x + 5$; $d_3: x - \frac{1}{3}y + \frac{5}{3} = 0$

D. $d_1: y = 4x - 3$; $d_2: y = 3x - 1$; $d_3: y = x - 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hoành độ giao điểm của d_1 và d_2 là $-x = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

Thay $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ vào d_3 ta có $3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

Vậy ba đường thẳng $d_1: y = -x$; $d_2: y = x + \frac{1}{2}$; $d_3: y = 3x + 1$ đồng quy.

Câu 186. Ba đường thẳng $d_1: y = x - 4$; $d_2: y = 2x + 3$; $d_3: y = mx + m + 1$, để ba đường thẳng trên đồng quy thì $m = ?$

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. không có giá trị nào .

Hướng dẫn

Chọn D.

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là $A(-7; -11)$

Thay tọa độ $A(-7; -11)$ vào d_3 ta được $m = 2$

Với $m = 2 \Rightarrow d_3: y = 2x + 3$ trùng với d_2

Vậy không có giá trị nào của m để d_1 ; d_2 và d_3 đồng quy.

Câu 187. Tìm m để đường thẳng sau đồng quy $d_1: y = -2x - 3$; $d_2: y = 3x - 8$; $d_3: y = 3mx + 2m + 1$

A. $m = 5$

B. $m = 6$

C. $m = -\frac{6}{5}$

D. $m = -\frac{5}{6}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là $A(1; -5)$

Để d_1 ; d_2 và d_3 đồng quy thì $A \in d_3 \Rightarrow m = -\frac{6}{5}$



Thay $m = -\frac{6}{5}$ ta có $d_3: y = -\frac{18}{5}x - \frac{7}{5}$ không trùng với d_1 và d_2

Vậy $m = -\frac{6}{5}$ thì ba đường thẳng trên đồng quy.

Câu 188. Gọi A và B theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + 2$ với trục hoành và trục tung. Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB là lớn nhất khi :

- A.** $m = 2$ **B.** $m = 0$ **C.** $m = \sqrt{2}$ **D.** $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đường thẳng AB cắt trục Ox tại $A\left(\frac{-2}{m^2 + 1}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{-2}{m^2 + 1}\right| = \frac{2}{m^2 + 1}$; cắt trục Oy tại

$$B(0; 2) \Rightarrow OB = |2| = 2$$

Kẻ $OH \perp AB$ ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{(m^2 + 1)^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{m^4 + 2m^2 + 2}{4}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{4}{m^4 + 2m^2 + 2}$$

Mà $m^4 + 2m^2 + 2 \geq 2$ với mọi m

Dấu “=” xảy ra khi $m = 0$ nên $OH^2 \leq 2 \Rightarrow OH \leq \sqrt{2}$. Vậy OH lớn nhất khi $m = 0$.

Câu 189. Cho đường thẳng $d: y = mx - 2m - 1$ ($m \neq 0$) . Tìm m sao cho khoảng cách từ O đến (d) đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $m = -\frac{1}{2}$ **B.** $m = \frac{1}{2}$ **C.** $m = \pm \frac{1}{2}$ **D.** $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có (d) cắt Oy tại $B(0; -2m - 1) \Rightarrow OB = |-2m - 1|$.

(d) cắt Ox tại $A\left(\frac{2m+1}{m}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{2m+1}{m}\right|$

Kẻ $OH \perp d$ ta có



$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{m^2}{(2m+1)^2} + \frac{1}{(2m+1)^2} = \frac{m^2+1}{(2m+1)^2}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{(2m+1)^2}{m^2+1} \geq 0 \Rightarrow OH \geq 0$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = -\frac{1}{2}$

Vậy khoảng cách từ O đến (d) nhỏ nhất bằng $0 \Leftrightarrow O \in d$ và $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 190. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $\Delta: y = (m+1)x + m + 2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = \sqrt{2}$

D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Trường hợp 1 : Với $m = -1 \Rightarrow \Delta: y = 1 \Rightarrow$ khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ bằng 1.

Trường hợp 2 : Với $m \neq -1 \Rightarrow \Delta$ cắt Ox, Oy tại $A\left(-\frac{m+2}{m+1}; 0\right)$ và $B(0; m+2)$

Kẻ $OH \perp \Delta$ ta có :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{m^2 + 2m + 2}{(m+2)^2}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{(m+2)^2}{m^2 + 2m + 2} \leq 2 \Rightarrow OH \leq \sqrt{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = 0$

Vậy khoảng cách từ O đến Δ lớn nhất bằng $\sqrt{2}$ và $m = 0$.

Câu 191. Cho đường thẳng $d: (2m-5)x + y - 1 + m = 0$. Tìm m sao cho khoảng cách từ O đến d là lớn nhất.

A. $m = \frac{\sqrt{10}}{2}$

B. $m = \frac{3}{8}$

C. $m = \frac{8}{3}$

D. $m = -\frac{8}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.



Trường hợp 1 : Với $m = \frac{5}{2} \Rightarrow d: y = \frac{-3}{2} \Rightarrow$ khoảng cách từ O đến đường thẳng d bằng $\frac{-3}{2}$.

Trường hợp 2 : Với $m \neq \frac{5}{2} \Rightarrow d$ cắt Ox, Oy tại $A\left(\frac{1-m}{2m-5}; 0\right)$ và $B(0; 1-m)$

Kẻ $OH \perp d$ ta có :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{(2m-5)^2}{(1-m)^2} + \frac{1}{(1-m)^2} = \frac{4m^2 - 20m + 26}{(m-1)^2}.$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{(m-1)^2}{4m^2 - 20m + 26} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow OH \leq \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = \frac{8}{3}$

Vậy khoảng cách từ O đến d lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$ và $m = \frac{8}{3}$.



TRẮC NGHIỆM - ĐẠI SỐ 9

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y = x^2$ và hàm số $y = 2x - 3m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi:

- A. $m < \frac{1}{3}$ B. $m > \frac{1}{3}$ C. $m > \frac{4}{3}$ D. $m < \frac{4}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3m = 0$

Hai đường cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = x + m - 1$ cắt parabol $y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt khi:

- A. $m > \frac{8}{7}$ B. $m < \frac{8}{7}$ C. $m < \frac{7}{8}$ D. $m > \frac{7}{8}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$$2x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - m + 1 = 0$$

Hai đường cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 8m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{8}$

Câu 3. Đồ thị của hàm số $y = 3x^2$ và hàm số $y = x + m - 1$ cắt nhau tại đúng một điểm khi:

- A. $m = \frac{11}{12}$ B. $m = \frac{1}{3}$ C. $m = \frac{12}{11}$ D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$$3x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - x - m + 1 = 0$$

Hai đường cắt nhau tại đúng một điểm $\Leftrightarrow \Delta = 12m - 11 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{11}{12}$



Câu 4. Đồ thị hàm số của $P : y = 2x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x + m$ có một điểm chung khi:

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{-1}{2}$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = \frac{-3}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0$

Hai đường chỉ có một điểm chung $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = x^2$ và $y = -mx - 9$ tiếp xúc nhau khi:

- A. $m = \pm 6$ B. $m = \pm 7$ C. $m = \pm 8$ D. $m = \pm 9$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $x^2 = -mx - 9 \Leftrightarrow x^2 + mx + 9 = 0$

Hai đường tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 6$

Câu 6. Đồ thị của hàm số $(d) : y = ax + b$, cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 và cắt

$y = 0,5x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2 và thì (d) có phương trình là:

- A. $y = 2x - 2$ B. $y = 2x + 2$ C. $y = -2x - 2$ D. $y = -2x + 2$

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $0,5x^2 = ax + b$

$y = ax + b$ cắt Ox tại điểm có hoành độ là 1 nên $a + b = 0$

Hai đường cắt nhau tại điểm có hoành độ là 2 nên $2a + b = 2$

Giải hệ ta được: $a = 2, b = -2$ và đường thẳng cần tìm là: $y = 2x - 2$

Câu 7. Đồ thị của hàm số $(d) : y = ax + b$ đi qua điểm $M(0 - 1)$ và tiếp xúc với $P : y = 2x^2$ thì

a và b có giá trị là:

- A. $a = \pm 2\sqrt{2}, b = -1$ C. $a = \pm 4\sqrt{2}, b = -1$
 B. $a = \pm 3\sqrt{2}, b = -1$ D. $a = \pm 5\sqrt{2}, b = -1$



Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của P và d là : $2x^2 = ax + b$

d qua điểm $M(0, -1)$ nên: $b = -1$

d tiếp xúc với P nên $\Delta = a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2}$

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P) và $y = x - 2m$ cắt nhau tại điểm có hoành độ là -1 khi:

A. $m = \frac{3}{4}$

B. $m = \frac{-3}{4}$

C. $m = \frac{-5}{4}$

D. $m = \frac{-7}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là : $\frac{1}{2}x^2 = x - 2m$

d cắt P tại điểm có hoành độ là -1 nên: $y = \frac{1}{2}$, thay vào trên ta được: $m = \frac{-3}{4}$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = x^2$ (P) và $d : y = (m^2 - 4)x + m^2 - 3$ luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi:

A. $m \neq \pm\sqrt{2}$

B. $m = \pm\sqrt{2}$

C. $m \geq \pm\sqrt{2}$

D. $m \leq \pm\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$$x^2 = (m^2 - 4)x + m^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 - (m^2 - 4)x - m^2 + 3 = 0$$

Hai đường luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = (m^2 - 4)^2 - 4(m^2 - 3) = m^4 - 8m^2 + 16 - 12 + 4m^2$$

$$= m^4 - 4m^2 + 4 = (m^2 - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \pm\sqrt{2}$$



Câu 10. Đồ thị hàm số $P : y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d : y = mx - 2m - 1$ tiếp xúc nhau khi:

- A.** $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là :

$$-\frac{1}{4}x^2 = mx - 2m - 1 \Leftrightarrow x^2 + 4mx - 8m - 4 = 0$$

d tiếp xúc với $P \Leftrightarrow$ phương trình trên có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 = 0 \Leftrightarrow 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -1$$

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = (m - 4)x + m + 1$ cắt nhau tại điểm A có hoành độ bằng 2 khi:

- A.** $m = 3$ **B.** $m = 4$ **C.** $m = 5$ **D.** $m = 6$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là: $\frac{1}{2}x^2 = (m - 4)x + m + 1$

$$\text{Hay } x^2 - 2(m - 4)x - 2m - 2 = 0$$

Vì hai đường cắt nhau điểm A có hoành độ bằng 2 nên $4 - 2(m - 4) \cdot 2 - 2m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 4 - 4m + 16 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow -6m + 18 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 12. Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x + m$ không có điểm chung khi :

- A.** $m < -2$ **B.** $m > -1$ **C.** $m > 2$ **D.** $m < -1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là : $x^2 - 2x - m = 0$

Hai đường không có điểm chung $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m < 0 \Leftrightarrow m < -1$



Câu 13. Đồ thị của hàm số $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x + m$ tiếp xúc nhau khi:

- A. $m = -3$ B. $m = -2$ C. $m = -1$ D. $m = -4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là : $x^2 - 2x - m = 0$

Hai đường tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \Delta = 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Câu 14. Đồ thị hàm số của $(P) : y = x^2$ và $d : y = 2x + m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi

- . A. $m < -1$ B. $m > -1$ C. $m > 2$ D. $m < -2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là : $x^2 - 2x - m = 0$

Hai đường cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Câu 15. Parabol $y = x^2$ và đường thẳng $D : y = 4x + 2m$. tiếp xúc với nhau khi:

- . A. $m = -4$ B. $m = -3$ C. $m = -2$ D. $m = -5$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là : $x^2 - 4x - 2m = 0$

Hai đường tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow \Delta' = 4 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = -2$

Câu 16. Đường thẳng nào dưới đây cắt parabol $(P) : y = x^2$ tại hai điểm phân biệt?

- A. $y = 2x - 9$. B. $y = 8x - 16$. C. $y = 3x - 35$. D. $y = 8x - 15$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 17. Tìm giá trị của tham số k để đường thẳng $d : y = 4x - 1$ cắt $(P) : y = (2k + 1)x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -3 .



Hướng dẫn

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $(2k + 1)x^2 = 4x - 1$. Thay $x = 1 \Rightarrow k = 1$.

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 30$ với $1 \leq x \leq 200$ bằng:

- A. 29. B. 30. C. 31. D. 32.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$1 \leq x \leq 200 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 200^2 \Rightarrow 1 + 30 \leq x^2 + 30 \leq 200^2 + 30 \Rightarrow 31 \leq y \leq 200^2 + 30$$

Câu 19. Gọi M, N là các giao điểm của các đường thẳng $y = -8$ với $(P): y = -2x^2$. Diện tích tam giác OMN bằng:

- A. 32. B. 16. C. 12. D. 8.

Hướng dẫn

Chọn B.

Hai đồ thị giao nhau tại $M(-2; -8)$ và $N(2; -8)$

Câu 20. Tính tổng các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - mx + 2$ bằng 1.

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) bằng $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$

$$\text{Ta có: } -\frac{\Delta}{4a} = 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 - 8}{4} = 1 \Leftrightarrow m^2 = 12 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{3}$$

Câu 21. Đường thẳng $d: y = -x + 2$ cắt parabol $y = x^2$ tại M, N. Hạ MH, NK vuông góc với trục Ox. Diện tích tứ giác MNKH bằng:

- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{13}{2}$. C. 9. D. 7.

Hướng dẫn

Chọn A.



$M(1;1); N(-2;4)$ suy ra $H(1;0); K(-2;0)$. Từ đó tính được $S_{MNKH} = \frac{15}{2}$.

Câu 22. Biết a là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2$ với $-5 \leq x \leq -1$, b là giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 3$ với $1 \leq x \leq 15$. Tính $a + 2b$.

- A. 9. B. 8. C. 4. D. 5.

Hướng dẫn

Chọn D.

$$-5 \leq x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 25 \Rightarrow a = 1$$

$$1 \leq x \leq 15 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 225 \Rightarrow -222 \leq -x^2 + 3 \leq 2 \Rightarrow b = 2$$

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x + 3}{x - 1}$ với $x \in (1; +\infty)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng với mọi $x \in (1; +\infty)$

- A. Hàm số nghịch biến. B. Hàm số đồng biến.
C. Hàm số không đổi. D. Phương án A, B, C đều sai.

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 - 4x + 6)(x^2 - 4x + 8) + 105$

- A. 110. B. 113. C. 111. D. 112.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x^2 - 4x + 6 = (x - 2)^2 + 2 = a \geq 2$$

$$\Rightarrow y = a(a + 2) + 105 = a^2 + 2a + 105 \geq 113$$

Câu 25. Tìm các giá trị k để đường thẳng $d: y = kx - k + 1$ cắt $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $|x_1| + |x_2| = 4$

- A. $k = -2$ hoặc $k = 4$. B. $k = -4$ hoặc $k = 2$.
C. $k = 6$. D. $k = 4$ hoặc $k = 6$.



Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$x^2 = kx - k + 1 \Leftrightarrow x^2 - kx + k - 1 = 0$$

$$\text{Vì } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = k - 1 \end{cases}$$

$$\text{Vì } |x_1| + |x_2| = 4 \Leftrightarrow |1| + |k - 1| = 4 \Leftrightarrow |k - 1| = 3 \begin{cases} k = 4 \\ k = -2 \end{cases}$$

Câu 26. Gọi $E(x_1; y_1), F(x_2; y_2)$ là các giao điểm của đường thẳng $d: y = kx + 1$ với $(P): y = x^2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = (y_1 - 1)(y_2 - 1)$ là:

- A.** -2 . **B.** -1 . **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$Q = (y_1 - 1)(y_2 - 1) = (kx_1 + 1 - 1)(kx_2 + 1 - 1) = k^2 x_1 x_2 = -k^2 \leq 0$$

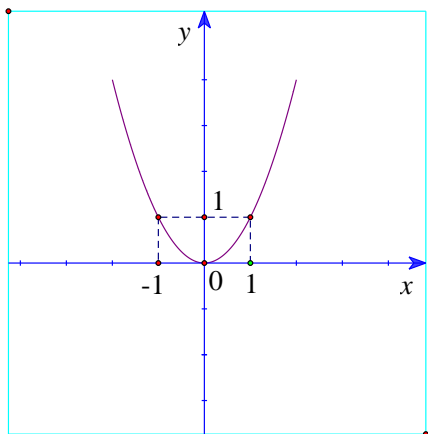
Câu 27. Biết rằng đường thẳng $d: y = (m + 2)x - 1$ cắt $(P): y = -x^2$ tại hai điểm phân biệt A, B. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** Tam giác OAB đều. **B.** Tam giác OAB vuông tại O.
C. Tam giác OAB có một góc tù. **D.** Tam giác OAB cân tại A.

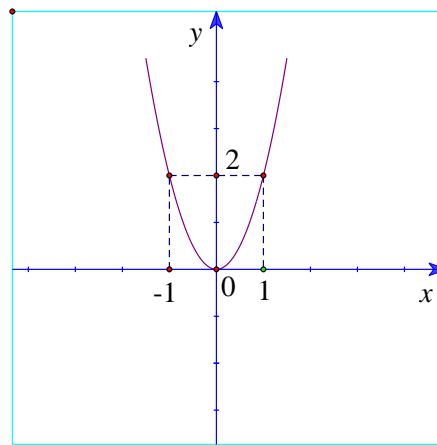
Hướng dẫn

Chọn B.

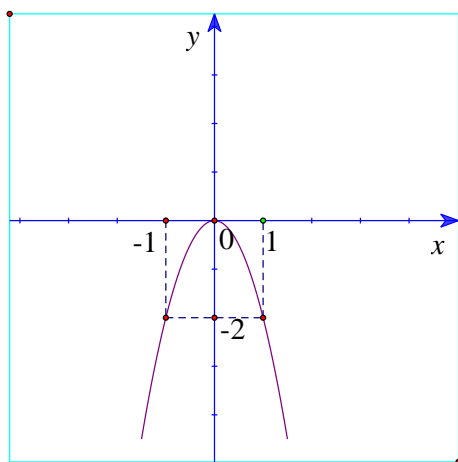
Câu 28. Trong các hình vẽ sau, đâu là đồ thị hàm số $y = x^2$.



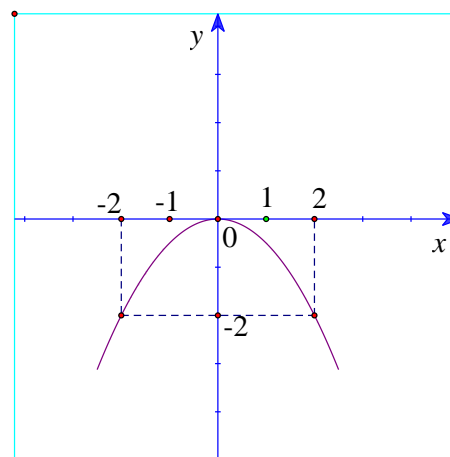
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn

Chọn A.

Đồ thị là parabol nhận Oy làm trục đối xứng, đi qua 5 điểm có tọa độ là:
 $(-2; 4)$; $(-1; 1)$; $(0; 0)$; $(1; 1)$; $(2; 4)$.

Câu 29. Viết phương trình parabol dạng $y = ax^2$ và đi qua điểm $M(2; 4)$.

A. $a = 2$

B. $a = 3$

C. $a = 1$

D. $a = -1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay $x = 2$; $y = 4$ vào parabol ta được: $4 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = 1$. Vậy $y = x^2$



Câu 30. Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = x + m$

Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

- A. $m = 1$ B. $m < 1$ C. $m < 0$ D. $m > 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$-\frac{1}{4}x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4m = 0 \quad (1)$$

Để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 1$$

Vậy $m < 1$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 31. Cho Parabol: $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + n$. Với giá trị nào của n thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

- A. $n = -2$ B. $n = -1$ C. $n = 3$ D. $n > -\frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (d) là:

$$x^2 = x + n \Leftrightarrow x^2 - x - n = 0 \quad (1). \text{ Ta có: } \Delta = 1 + 4n$$

Để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 4n + 1 > 0 \Leftrightarrow n > -\frac{1}{4}$$

Câu 32. Cho $y = \frac{1}{2}x^2$ (P) và $y = 2x - \frac{3}{2}$ (d). Gọi A, B là giao điểm của (d) giao (P). Tính chu vi tam giác AOB.



A. $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{3\sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{5}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} + \sqrt{5}$

D. $12\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x - \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị giao nhau tại hai điểm $A\left(1; \frac{1}{2}\right); B\left(3; \frac{9}{2}\right)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OA = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ OB = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{13}}{2} \\ AB = \sqrt{(3-1)^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Chu vi tam giác OAB là: $OA + OB + AB = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{3\sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{5}$

Câu 33. Cho $A\left(1; \frac{1}{2}\right); B\left(3; \frac{9}{2}\right)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc Ox để chu vi tam giác ABE nhỏ nhất.

A. $E(2;0)$

B. $E(1;0)$

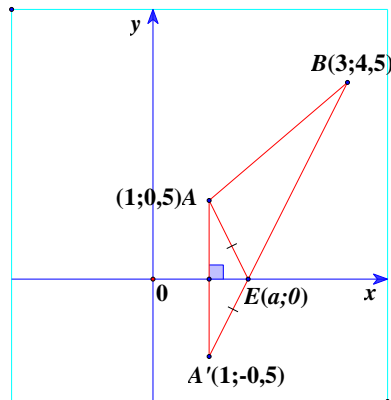
C. $E\left(\frac{6}{5}; 0\right)$

D. $E\left(\frac{1}{5}; 0\right)$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $E(a;0)$.



Chu vi $\triangle ABE$ là $AB + AE + EB$.

Suy ra chu vi $\triangle ABE$ nhỏ nhất khi $AE + BE$ nhỏ nhất.

Gọi A' đối xứng A qua Ox suy ra $A'(1;-0,5)$. Tam giác AEA' cân tại E nên $AE = A'E$

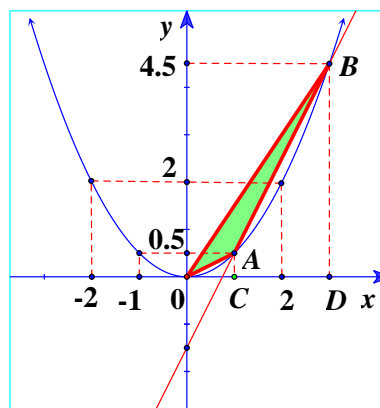
$AE + BE = A'E + EB \geq A'B$. Dấu bằng xảy ra khi E, A', B thẳng hàng

Gọi phương trình đường thẳng $A'B$ là: $y = ax + b$. Thay tọa độ $B(3;4,5)$ và $A'(1;-0,5)$ vào

$$\text{đường thẳng ta được: } \begin{cases} 3a + b = 4,5 \\ a + b = -0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = -3 \end{cases} \text{ suy ra } A'B: y = \frac{5}{2}x - 3$$

Vì A', E, B thẳng hàng nên E là giao $A'B$ với Ox . Suy ra $E\left(\frac{6}{5}; 0\right)$

Vậy $E\left(\frac{6}{5}; 0\right)$ thì chu vi tam giác ABE nhỏ nhất.





Câu 34. Cho parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ (P). Tìm các giá trị của n để đường thẳng $y = nx + 1$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm về hai phía trục tung.

- A. $n = 1$ B. $n = 2$ C. không tồn tại n D. $\forall n$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = nx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2nx - 2 = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía trục tung thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Vì $a.c = -2 < 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Vậy với mọi n đường thẳng $y = nx + 1$ luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm về hai phía trục tung

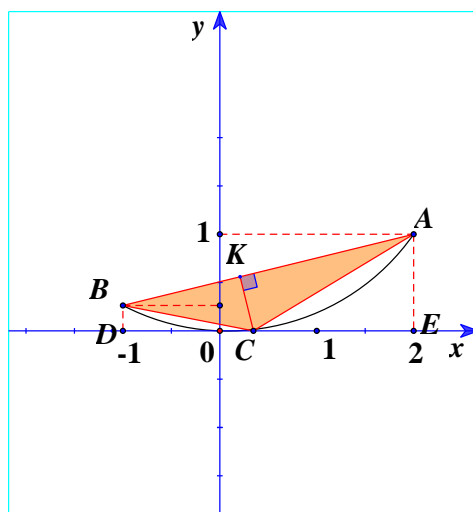
Câu 35. Cho (P) $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$. Gọi A, B là giao điểm của (d) và (P).

Tìm C thuộc cung AB của (P) sao cho diện tích ABC lớn nhất.

- A. $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{16}\right)$ B. $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ C. $C\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ D. $C\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.



Hoành độ giao điểm của (P) và (d) thỏa mãn phương trình: $\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow B\left(-1; \frac{1}{4}\right), A(2; 1)$$

Vì AB cố định, nên diện tích tam giác ABC lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất, suy ra C là giao điểm của đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P).

Đường thẳng (d') song song với (d) có dạng: $y = \frac{1}{4}x + c \left(c \neq \frac{1}{2}\right)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d') và (P):

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4}x + c \Leftrightarrow x^2 - x - 4c = 0(*)$$

(d') tiếp xúc với (P) nên phương trình (*) có nghiệm kép,

$$\text{suy ra } \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 16c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{16} \Rightarrow (d'): y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}$$

Khi đó tọa độ tiếp điểm C của (d) và (P) là: $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{16}\right)$

Câu 36. Cho hàm số (P): $y = x^2$ và hai điểm $A(0; 1); B(1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d song song với AB và tiếp xúc với (P).



- A. $y = \frac{1}{2}x - 1$ B. $y = 2x + 3$ C. $y = 2x - 1$ D. $y = 2x$

Hướng dẫn

Chọn C.

Các em viết phương trình đường thẳng qua A, B là: $y = 2x + 1$

Gọi phương trình đường thẳng (d) là: $y = ax + b$.

Vì $d // AB$ nên $a = 2 \Rightarrow y = 2x + b, (b \neq 1)$

Xét hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = 2x + b \Leftrightarrow x^2 - 2x - b = 0$ (*)

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta' = 1 + b = 0 \Leftrightarrow b = -1$ (chọn). Vậy (d): $y = 2x - 1$

Câu 37. Cho hàm số (P): $y = x^2$ và hai điểm $A(0;1); B(1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d_1 vuông góc với AB và tiếp xúc với (P).

- A. $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{16}$ B. $y = -\frac{1}{2}x - 1$ C. $y = -\frac{1}{2}x + 4$ D. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi phương trình đường thẳng d_1 là: $y = cx + d$. Vì d_1 vuông góc AB nên $c = -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + d$$

Xét hoành độ giao điểm của d_1 và (P): $x^2 = -\frac{1}{2}x + d \Leftrightarrow 2x^2 + x - 2d = 0$ (**)

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (**) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 + 16d = 0 \Leftrightarrow d = -\frac{1}{16}. \text{ Vậy } d_1 : y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{16}$$

Câu 38. Cho hàm số (P): $y = x^2$ và hai điểm $A(0;1); B(1;3)$. Qua điểm A chỉ có bao nhiêu đường thẳng cắt (P) tại hai điểm phân biệt C, D sao cho $CD = 2$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



Hướng dẫn

Chọn A.

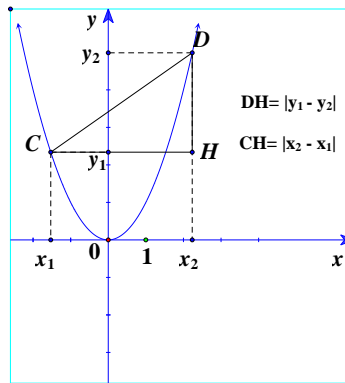
Gọi phương trình đường thẳng qua A là (d') : $y = mx + n$.

Vì đường thẳng qua $A(0;1)$ suy ra $m \cdot 0 + n = 1 \Leftrightarrow n = 1 \Rightarrow y = mx + 1$

Xét hoành độ giao điểm của (d') và (P) : $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$ (***)

Để (d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (***) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = m^2 + 4 > 0$ (luôn đúng). Vậy (d') luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Giả sử tọa độ giao điểm của hai đồ thị là $C(x_1; y_1); D(x_2; y_2)$



Áp dụng định lí Pytago cho tam giác CHD: $CD^2 = CH^2 + HD^2$

$$\Leftrightarrow 4 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \Leftrightarrow 4 = (x_2 - x_1)^2 + m^2(x_2 - x_1)^2$$

(vì $y_2 = mx_2 + 1; y_1 = mx_1 + 1; y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$)

$$\Leftrightarrow 4 = (x_2 - x_1)^2(m^2 + 1) \Leftrightarrow 4 = [(x_2 + x_1)^2 - 4x_2 \cdot x_1](m^2 + 1)$$

Vì $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình (***) nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$

$$4 = [m^2 + 4](m^2 + 1)$$

$$\text{Đặt } m^2 + 1 = a \geq 1 \text{ suy ra } 4 = (a + 3) \cdot a \Leftrightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1(tm) \\ a = -4(L) \end{cases}$$

Với $a = 1 \Rightarrow m^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow (d') y = 1$

Vậy qua A chỉ có duy nhất một đường thẳng $y = 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt C, D sao cho $CD = 2$.



Câu 39. Cho parabol(P): $y = x^2$; $A(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua A cắt (P) tại B có hoành độ là 2.

- A.** $y = 2x + 2$ **B.** $y = x - 2$ **C.** $y = x + 2$ **D.** $y = x$

Hướng dẫn

Chọn C.

B thuộc P và B có hoành độ là 2 $\Rightarrow B(2;4)$

phương trình đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$

$$A(-1;1) \text{ thuộc P} \Rightarrow -a + b = 1 \quad (1)$$

$$B(2;4) \text{ thuộc P} \Rightarrow 2a + b = 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -a + b = 1 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 2$

phương trình (d) đi qua A và cắt (P) tại B có hoành độ bằng 2 là $y = x + 2$

Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 0,1x^2$?

- A.** $C(-5;2,5)$ **B.** $D(-10;1)$ **C.** $E(-5;-2,5)$ **D.** $A(3;9)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Thay $x = -5; y = 2,5$ vào đồ thị ta được

$$2,5 = 0,1(-5)^2$$

$$\Leftrightarrow 2,5 = 2,5$$

Vậy $C(-5;2,5)$ thuộc đồ thị $y = 0,1x^2$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ có đồ thị là parabol (P), trong các điểm sau, điểm nào nằm trên parabol (P).

- A.** $A(1;1)$ **B.** $C(-1;1)$ **C.** $B\left(-1;\frac{1}{3}\right)$ **D.** $D\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$

Hướng dẫn

Chọn C.



Thay $x = -1; y = \frac{1}{3}$ vào đồ thị ta được

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}(-1)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Vậy $B\left(-1; \frac{1}{3}\right)$ thuộc đồ thị $y = \frac{1}{3}x^2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = (2m+1)x^2$. Giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ là:

- A.** $m = -1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = \frac{3}{2}$ **D.** $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay tọa độ của điểm $A\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $x = \frac{2}{3}; y = \frac{4}{3}$ vào phương trình $y = (2m+1)x^2$ ta được

$$\frac{4}{9}(2m+1) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 2m+1 = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = (2m-1)x^2$. Tìm m để $y = -2$ và $x = -1$.

- A.** $m = \frac{3}{2}$ **B.** $m = \frac{-3}{2}$ **C.** $m = \frac{1}{2}$ **D.** $m = \frac{-1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Thay $y = -2$ và $x = -1$ vào phương trình $y = (2m-1)x^2$ ta được

$$(2m-1).(-1)^2 = -2 \Leftrightarrow 2m-1 = -2 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = (3m+1)x^2$ với $m \neq -\frac{1}{3}$. Xác định m để điểm $B(\sqrt{m}; m+1)$ với $m \geq 0$ thuộc đồ thị hàm số.

- A.** $m = \frac{1}{3}$ **B.** $m = \pm \frac{1}{3}$ **C.** $m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ **D.** $m = \pm 3$

Hướng dẫn

Chọn C.



Thay tọa độ điểm $B(\sqrt{m}; m+1)$, $x = \sqrt{m}; y = m+1$ vào phương trình $y = (3m+1)x^2$ ta được

$$m+1 = (3m+1)m \Leftrightarrow 3m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 44. Cho hàm số $y = (m^2 + 2m + 3)x^2$ ta có:

- A.** Hàm số luôn đồng biến với mọi $x < 0$ và nghịch biến với mọi $x > 0$.
- B.** Hàm số luôn nghịch biến với mọi $x < 0$ và đồng biến với mọi $x > 0$.
- C.** Hàm số luôn nghịch biến với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- D.** Hàm số luôn đồng biến với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $m^2 + 2m + 3 = m^2 + 2m + 1 + 2 = (m+1)^2 + 2 > 0$ với mọi m .

Nên hàm số luôn nghịch biến với mọi $x < 0$ và đồng biến với mọi $x > 0$.

Câu 45. Cho hàm số $y = (\sqrt{3m+4} - 3)x^2$ với $m \geq -\frac{4}{3}; m \neq \frac{5}{3}$, giá trị của m để hàm số đồng biến với

mọi $x > 0$ là:

- A.** $m \geq \frac{5}{3}$
- B.** $m > \frac{5}{3}$
- C.** $m < \frac{5}{3}$
- D.** $m = \frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có hàm số $y = (\sqrt{3m+4} - 3)x^2$ đồng biến với mọi $x > 0$ khi

$$\sqrt{3m+4} - 3 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{3m+4} > 3 \Leftrightarrow 3m+4 > 9 \Leftrightarrow m > \frac{5}{3}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$. Kết luận nào sau đây là đúng.

- A.** Hàm số trên luôn nghịch biến.
- B.** Hàm số trên luôn đồng biến.
- C.** Giá trị của hàm số bao giờ cũng dương
- D.** Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.



Hướng dẫn

Chọn D.

Hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ vì $a = \frac{1}{4} > 0$ nên Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.

Câu 47. Cho hàm số $y = (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số nghịch biến với mọi $x > 0$.

- A.** $m < 0$ **B.** $m > 1$ **C.** $0 < m < 1$ **D.** $m > 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số nghịch biến với mọi $x > 0$ khi và chỉ khi $m^2 - m < 0 \Leftrightarrow m(m - 1) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1$$

Hoặc $\begin{cases} m < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Câu 48. Cho hàm số $y = (\sqrt{2} - 3)x^2$. Kết luận nào sau đây là đúng.

- A.** Hàm số trên luôn nghịch biến.
B. Hàm số trên luôn đồng biến.
C. Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$
D. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số $y = (\sqrt{2} - 3)x^2$ có $a = (\sqrt{2} - 3) < 0$ nên Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$

Câu 49. Cho hàm số $y = x^2$ và $y = \frac{1}{2}x$. Tọa độ giao điểm đồ thị hai hàm số là

- A.** $O(0;0)$ **B.** $O(0;0)$ và $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$
C. $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ **D.** $B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$

Hướng dẫn



Vậy Vậy giao điểm đồ thị hai hàm số là $F\left(-m-4; \frac{-m^2}{2}-4m-8\right)$ và $G\left(4-m; \frac{-m^2}{2}+4m-8\right)$.

Câu 54. Cho parabol(P): $y = x^2$; $A(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng (d') tiếp xúc với (P) tại A .

- A.** $y = 2x - 1$ **B.** $y = -2x$ **C.** $y = -x - 1$ **D.** $y = -2x - 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đường thẳng (d') đi qua a có dạng $y = ax + b$

$A(-1;1)$ thuộc (d') $\Rightarrow -a + b = 1 \Rightarrow b = a + 1$ nên (d'): $y = ax + a + 1$

Phương trình hoành độ điểm chung của (d') và (P) là: $x^2 = ax + a + 1 \Leftrightarrow x^2 - ax - a - 1 = 0$ (*)

Để (d') và (P) tiếp xúc với nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = a^2 + 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow (a + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \Rightarrow b = -1.$$

phương trình (d') đi qua A và tiếp xúc với (P) là $y = -2x - 1$

Câu 55. Cho $A(-1;1), B(2;4)$ thuộc (P): $y = x^2$. Tìm M trên cung AB để tam giác ABM cân tại M.

A. $M\left(\frac{\sqrt{13}}{2}; \frac{7-\sqrt{13}}{2}\right)$ **B.** $M\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; \frac{7-\sqrt{13}}{2}\right)$

C. $M\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; \frac{\sqrt{13}}{2}\right)$ **D.** $M\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{7+\sqrt{13}}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn B.

$M(x; y)$ thuộc cung AB

$\Rightarrow -1 \leq x \leq 2$. Tam giác MAB cân $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của AB, mà M thuộc (P)

$\Rightarrow M$ là giao điểm của trung trực AB với (P)

phương trình đường thẳng AB là $y = x + 2$

\Rightarrow phương trình trung trực của AB có dạng : $y = -x + b$

Gọi I là trung điểm AB , suy ra $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. Vì $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ thuộc $y = -x + b$ nên



$$\frac{5}{2} = -\frac{1}{2} + b \Leftrightarrow b = 3.$$

\Rightarrow PT trung trực AB : $y = -x + 3$

hoành độ giao điểm của (P) và trung trực của AB thỏa mãn: $x^2 + x - 3 = 0$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} (tm) \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} (L) \end{cases} \cdot \text{Vậy } M \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \right)$$

Câu 56. Cho $A(-1;1), B(2;4)$ thuộc (P): $y = x^2$. Tìm M trên cung AB của (P) để diện tích tam giác ABM lớn nhất

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **B.** $M\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ **C.** $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ **D.** $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

Hướng dẫn

Chọn C.

Kẻ đường cao MH của tam giác MAB : $S_{ABM} = \frac{1}{2} MH \cdot AB$

Mà AB không đổi nên diện tích MAB lớn nhất khi MH lớn nhất

Suy ra M là giao điểm của đường thẳng (d') song song với (AB) và tiếp xúc với (P)

Đường thẳng (d') song song AB có dạng: $y = x + c$ (c khác 2)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d') :

$$x^2 = x + c \Leftrightarrow x^2 - x - c = 0(1)$$

Vì (d') tiếp xúc với (P) nên phương trình (1) có nghiệm kép, suy ra :

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{4} \Rightarrow (d') : y = x - \frac{1}{4}$$

Tọa độ tiếp điểm M của (d') và (P) là: $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Câu 57. Cho $y = \frac{1}{2}x^2$ (P) và (d) : $y = -\frac{2}{m}x + 2, (m \neq 0)$. Gọi A, B là giao của (d) và (P), H và K

là hình chiếu của A và B lên trục Ox, Khẳng định nào đúng.

A. ΔHIK cân tại H

B. ΔHIK vuông tại I



C. ΔHIK vuông tại K

D. ΔHIK vuông cân tại H

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{2}{m}x + 2 \Leftrightarrow mx^2 + 4x - 4m = 0 (*)$$

Vì $a.c = -4m^2 < 0$ với mọi $m \neq 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm .

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với mọi $m \neq 0$

Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*).

suy ra $x_1 x_2 = -4$

Ta có: $H(x_1; 0); K(x_2; 0)$

Suy ra $IH^2 = 2^2 + x_1^2; IK^2 = 2^2 + x_2^2; KH^2 = (x_1 - x_2)^2$

Vì $KH^2 = (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = x_1^2 + x_2^2 + 8 = IH^2 + IK^2$

Suy ra tam giác HIK vuông tại I.

Câu 58. Cho $y = -\frac{1}{4}x^2$, (P) và điểm $B(0;1), A(2;-1)$. Gọi C là điểm đối xứng A qua Oy. Khẳng định nào đúng.

A. ΔABC vuông cân tại B.

B. Điểm C không thuộc (P)

C. ΔABC cân tại C

D. ΔABC đều

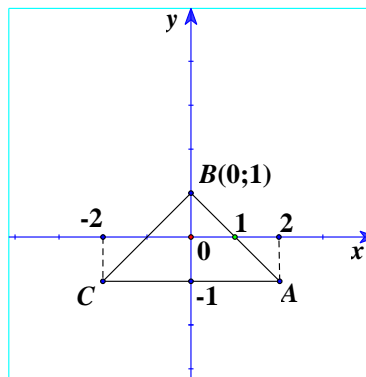
Hướng dẫn

Chọn A.

C đối xứng với $A(2;-1)$ qua Oy nên $C(-2;-1)$

Thay tọa độ $C(-2;-1)$ vào (P) $y = -\frac{1}{4}x^2$ ta được: $-1 = -\frac{1}{4}(-2)^2$ (luôn đúng)

Vậy $C(-2;-1)$ thuộc (P).



Dựa vào hình vẽ các em chỉ ra :
$$\begin{cases} BC = 2\sqrt{2} \\ AB = 2\sqrt{2} \\ AC = 4 \end{cases} \text{ suy ra } AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ nên tam giác ABC}$$

wuông cân tại B (định lý Pytago đảo)

Câu 59. Cho $y = \frac{1}{2}x^2$ (P) và $y = \frac{1}{2}x + n$ (d). Tìm n để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở hai phía trục tung.

A. $n > 0$

B. $n < 0$

C. $n \geq 2$

D. $n \leq -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + n \Leftrightarrow x^2 - x - 2n = 0 (*)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm nằm về hai phía trục tung thì phương trình (*) có hai

nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ a.c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8n + 1 > 0 \\ -2n < 0 \end{cases} \Leftrightarrow n > 0$

Câu 60. Cho $y = mx^2$ và $y = -3x + 1$. Tìm m để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía trục tung.

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $-\frac{9}{4} < m < 0$

D. $m \geq 3$

Hướng dẫn



Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $mx^2 = -3x + 1$

$\Leftrightarrow mx^2 + 3x - 1 = 0$ (*). Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía trục tung thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 9 + 4m > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{9}{4} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < m < 0$$

Vậy $-\frac{9}{4} < m < 0$ thì hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía trục tung

Câu 61. Cho $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = mx + 2$. Tìm m để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$x_1; x_2$ mà $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 1$

B. $m = 8$

C. $m = 2$

D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 4 = 0$$
 (*)

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 4 > 0 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy với mọi m hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Gọi hoành độ giao điểm là $x_1; x_2$. Vì $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (*) nên theo hệ thức

$$\text{ViEt ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4m^2 + 8 \geq 8$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 0$.

Vậy $x_1^2 + x_2^2$ đạt GTNN bằng 8 khi $m = 0$



Câu 62. Cho $y = x^2$ và $y = mx + m + 1$. Tìm m để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

- A. $m = -3$ B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$ C. $m = 2$ D. $m = 10$

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$x^2 = mx + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - m - 1 = 0 (*)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 + 4m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m + 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -2$$

Gọi hoành độ giao điểm là $x_1; x_2$. Vì $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (*) nên theo hệ thức

$$\text{ViEt ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| = 2 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases} \text{ (chọn)}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

Câu 63. Cho $y = x^2$ và $y = -mx - m + 1$. Tìm m để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ mà $y_1 + y_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = -3$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$x^2 = -mx - m + 1 \Leftrightarrow x^2 + mx + m - 1 = 0 (*)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$$



Gọi hoành độ giao điểm là $x_1; x_2$. Vì $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (*) nên theo hệ thức

$$\text{ViEt ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases} \quad \text{mà } \begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$$

$$\text{suy ra } y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m + 2 = (m - 1)^2 + 1 \geq 1$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 1$ (thỏa mãn)

Vậy $y_1 + y_2$ đạt GTNN bằng 1 khi $m = 1$

Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x + 3$

Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

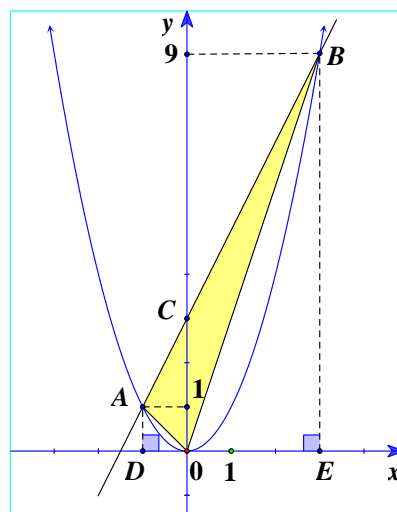
- A. $S = 6$ B. $S = 2$ C. $S = \frac{1}{2}$ D. $S = 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ (1). Ta có: $\Delta = 2^2 + 4 \cdot 3 = 16 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm. Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt. $x = -1$ và $x = 3$. Suy ra $A(-1; 1)$ và $B(3; 9)$



Cách 1: $S_{AOB} = S_{AOC} + S_{BOC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 6$ đvdt



Cách 2: $S_{AOB} = S_{ADEB} - S_{ADO} - S_{BOE} = \frac{1}{2}(1+9).4 - \frac{1}{2}.1.1 - \frac{1}{2}.9.3 = 6$ đvdt

Câu 65. Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và điểm $M(-1; 2)$. Khẳng định nào đúng?

- A. Mọi đường thẳng qua M luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- B. Mọi đường thẳng qua M luôn cắt (P) tại duy nhất một điểm.
- C. Mọi đường thẳng qua M luôn tiếp xúc (P).
- D. Mọi đường thẳng qua M luôn không cắt (P).

Hướng dẫn

Chọn A.

- Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng: $y = ax + b$

- Vì hệ số góc là $k \Rightarrow a = k \Rightarrow y = kx + b$.

- Vì đường thẳng đi qua $M(-1; 2) \Rightarrow -k + b = 2 \Rightarrow b = 2 + k$

- Đường thẳng đã cho là: $y = kx + 2 + k$ (d)

- Phương trình hoành độ điểm chung của (d) và (P) là: $\frac{1}{2}x^2 = kx + k + 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2kx - 2k - 4 = 0$. Ta có: $\Delta' = (k+1)^2 + 3 > 0 \forall k$

phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt \Rightarrow hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 66. Cho hàm số $y = (2m-1)x^2 - 2m$ (P). Xác định giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; -4)$.

- A. $m = 3$
- B. $m = 1$
- C. $m = 0$
- D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay tọa độ điểm $A(2; -4)$ vào đồ thị ta được:

$-4 = (2m-1).2^2 - 2m \Leftrightarrow m = 0$. Suy ra (P) $y = -x^2$



Câu 67. Cho (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ (P) và $y = mx + 2$ (d). Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của (P) và (d) Khẳng định nào đúng ?

- A. $|x_1 - x_2| \geq 4\sqrt{2}$ B. $|x_1 - x_2| \leq 10$ C. $|x_1 - x_2| \leq \sqrt{2}$ D. $|x_1 - x_2| \leq 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{4}x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 8 = 0$.

Ta có: $\Delta = 16m^2 + 32 > 0 \forall m$

\Rightarrow phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, suy ra 2 đồ thị luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

Ta có: $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 + 32 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 \geq 32 \Rightarrow |x_1 - x_2| \geq 4\sqrt{2}$

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ và parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho

$$x_1 \cdot x_2 (y_1 + y_2) + 48 = 0$$

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2m - 2 = 0.$$

$$\Delta = 16 - 4(2m - 2) = 24 - 8m = 8(3 - m).$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

suy ra $\Delta > 0 \Leftrightarrow 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 2 \end{cases}$.

Ta có: $x_1x_2(y_1 + y_2) + 48 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2(2x_1 - m + 1 + 2x_2 - m + 1) + 48 = 0$



$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (2x_1 + 2x_2 - 2m + 2) + 48 = 0 \Leftrightarrow (2m - 2)(8 - 2m + 2) + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m - 2)(10 - 2m) + 48 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 24m + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7(L) \\ m = -1(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ thì hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm thỏa mãn yêu cầu.

Câu 69. Cho đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ và (P): $y = x^2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 = 12$.

- A. $m = \pm 2$ B. $m = \pm 4$ C. $\begin{cases} m = 4 \\ m = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = mx - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 2 = 0$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Suy ra $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 8 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 + 4 > 0$ (luôn đúng)

Vậy hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$

Theo định lý ViET ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$.

Ta có: $y_1 + y_2 = 12 \Leftrightarrow (mx_1 - m + 2) + (mx_2 - m + 2) = 12$

$$\Leftrightarrow m(x_1 + x_2) - 2m + 4 = 12 \Leftrightarrow m \cdot m - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 = 12$

Câu 70. Cho (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d) : $y = ax + b$. Tìm a, b biết (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là 4 và

-2

- A. $\begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$

Hướng dẫn



Chọn A.

Vì giao điểm nằm trên đồ thị $y = \frac{1}{2}x^2$ nên :

Thay $x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$ suy ra giao điểm $A(4 ; 8)$.

Thay $x = -2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow B(-2 ; 2)$

Thay tọa độ $A(4 ; 8)$ và $B(-2 ; 2)$ vào (d) ta được :
$$\begin{cases} 4a + b = 8 \\ -2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng (d) là : $y = x + 4$

Câu 71. Cho (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x - m$. Với giá trị nào của m thì (d) không cắt (P)

A. $m < 0$

B. $m > 3$

C. $m > \frac{1}{2}$

D. $m < 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m = 0 (*)$$

Để (d) không cắt (P) thì phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 2m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$

Câu 72. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P). Từ $M\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ vẽ đường thẳng (d) song song $y = x + 4$. Tìm

đường thẳng (d) .

A. $y = x + \frac{1}{2}$

B. $y = x$

C. $y = x - \frac{1}{2}$

D. $y = x - 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$ (d)

Vì (d) // $y = x + 4$ nên $a = 1 \Rightarrow (d) : y = x + b, (b \neq 4)$



Vì (d) qua $M\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ nên $-\frac{3}{2} + b = -2 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow (d): y = x - \frac{1}{2}$

Vậy (d) : $y = x - \frac{1}{2}$

Câu 73. Trên hệ trục tọa độ Oxy vẽ (P) : $y = -\frac{1}{4}x^2$ và (d) : $y = x + 1$

Viết phương trình đường thẳng (d') // (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ là -4

- A. $y = -x$ B. $y = x$ C. $y = -2x$ D. $y = 2x$

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi đường thẳng (d') là $y = ax + b$. Vì (d') // (d) nên $a = 1 \Rightarrow y = x + b, (b \neq 1)$

$x = -4 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \cdot (-4)^2 = -4$. Thay vào (d') suy ra $-4 = -4 + b \Leftrightarrow b = 0$

Vậy (d') : $y = x$.

Câu 74. Cho hàm số (P) $y = -\frac{1}{2}x^2$. Khi đường thẳng $y = 2x + m$ (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính tổng tung độ của các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

- A. $2m$ B. $2m - 8$ C. $2m + 1$ D. $m - 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $y_1 + y_2 = (2x_1 + m) + (2x_2 + m) = 2(x_1 + x_2) + 2m = 2m - 8$

Câu 75. Cho hàm số $y = 2x^2$ (P) và $y = 3x + m$ (d). Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Tính tổng bình phương các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

- A. $\frac{9}{4} + m$ B. $1 + m$ C. $1 + 2m$ D. $m - 1$

Hướng dẫn



Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$2x^2 = 3x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - m = 0 (*)$$

Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của hai đồ thị.

$$\text{Vì } x_1; x_2 \text{ là nghiệm phương trình (*) nên: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \frac{9}{4} + m$$

Câu 76. Cho hàm số $y = 2x^2$ (P) và $y = 3x + m$ (d). Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Tìm mối quan hệ giữa các hoành độ giao điểm của (P) và (d) độc lập với m.

- A.** $x_1 + x_2 = 1$ **B.** $2x_1 + x_2 = 1$ **C.** $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$ **D.** $x_1 + 2x_2 = 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Biểu thức giữa } x_1, x_2 \text{ độc lập với m là: } x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$$

Câu 77. Cho hàm số $y = -x^2$ (P) và đường thẳng (d) đi qua $N(-1; -2)$ có hệ số góc k.

Gọi $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ là tọa độ của các điểm của (d) và (P). Tìm k cho tổng $S = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A.** $k = 1$ **B.** $k = -1$ **C.** $k = -\frac{1}{2}$ **D.** $k = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đường thẳng (d) có hệ số góc k nên (d) có dạng : $y = kx + b$

Vì $N(-1; -2)$ thuộc (d) nên $-2 = -k + b \Leftrightarrow b = k - 2$.

Vậy phương trình đường thẳng (d) là : $y = kx + k - 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :



$$-x^2 = kx + k - 2 \Leftrightarrow x^2 + kx + k - 2 = 0 (*)$$

Ta có: $\Delta = k^2 - 4(k - 2) = (k - 2)^2 + 4 > 0 \forall k$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt \Rightarrow hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm A, B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -k \\ x_1 \cdot x_2 = k - 2 \end{cases}$$

$$y_1 + y_2 = -x_1^2 - x_2^2 = -[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2] = -(k^2 - 2k + 4)$$

Suy ra

$$S = x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = -k - (k^2 - 2k + 4) = -k^2 + k - 4 = -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{15}{4} \leq -\frac{15}{4}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy GTLN là } -\frac{15}{4} \text{ khi } k = \frac{1}{2}$$

Câu 78. Cho hàm số $y = x^2$ (P) và $y = 2mx - m^2 + 4$ (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Với giá trị nào của m thì tổng các tung độ của chúng đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 3$

B. $m = 1$

C. $m = 0$

D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị :

$$x^2 = 2mx - m^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0 (*)$$

Ta có: $\Delta' = m^2 - (m^2 - 4) = 4 > 0$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt \Rightarrow (P)

luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt.

$$y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4m^2 - 2(m^2 - 4) = 2m^2 + 8 \geq 8$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 0$

Vậy GTNN bằng 8 khi $m = 0$



Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $y = 2x + m + 2$ và $y = (1 - m)x + 1$ cắt nhau tại một điểm trên (P) : $y = 2x^2$

A. $m = 1$

B. $m = 3$

C. $m = 2$

D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hai đường thẳng cắt nhau khi : $1 - m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -1$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} y = 2x + m + 2 \\ y = (1 - m)x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 1)x + m + 1 = 0 \\ y = (1 - m)x + 1 \end{cases} \text{ (trừ theo vế)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = m \end{cases}$$

Hai đường thẳng cắt nhau tại $A(-1; m)$

Đề giao điểm nằm trên (P) thay $x = -1; y = m$ vào (P) ta được

$$\Rightarrow m = 2 \cdot (-1)^2 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (tm). Vậy } m = 2 \text{ .}$$

Câu 80. Đồ thị $y = 3x^2$ cắt đường thẳng (d): $y = 5x - 2$ tại hai điểm có đặc điểm gì ?

A. Hai điểm nằm về cùng phía với trục tung

B. Hai điểm nằm về hai phía với trục tung.

C. Hai điểm nằm trên trục tung

D. Hai điểm nằm trên trục hoành.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có hoành độ giao điểm giữa Parabol (P) $y = 3x^2$ với đường thẳng (d) $y = 5x - 2$ là nghiệm của phương trình:

$$3x^2 = 5x - 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \text{ Ta có } a + b + c = 3 + (-5) + 2 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

Ta thấy hai nghiệm này cùng dương. Suy ra hoành độ giao điểm đều dương. Do đó giao điểm của chúng cùng nằm ở cùng một phía đối với trục tung.

Câu 81. Đồ thị $y = -x^2$ cắt đường thẳng (d): $y = 2x - 2007$ tại hai điểm có đặc điểm gì ?



- A. Hai điểm nằm về cùng phía với trục tung
- B. Hai điểm nằm về hai phía với trục tung.
- C. Hai điểm nằm trên trục tung
- D. Hai điểm nằm trên trục hoành.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có hoành độ giao điểm giữa Parabol (P) $y = -x^2$ với đường thẳng (d) $y = 2x - 2007$ là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 2x - 2007 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2007 = 0$$

Vì có $a.c = 1.(-2007) < 0$ nên phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Do đó giao điểm thuộc hai phía đối với trục tung.

Câu 82. Tìm m để $y = (x-1)(x^2 + 2mx + 2m^2 - 8m + 15)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt

- A. $-5 < m < -3$
- B. $3 < m < 5$
- C. $m < 3$
- D. $m > 5$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình $x^2 + 2mx + 2m^2 - 8m + 15 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 8m - 15 > 0 \\ 1 + 2m + 2m^2 - 8m + 15 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m < 5 \\ 2m^2 - 6m + 16 \neq 0 \forall m \end{cases}$$

Câu 83. Cho (P): $y = x^2 + (1 - 2m)x + m^2 - 1$ và đường thẳng(d): $y = x$. Khẳng định nào đúng

- A. d không cắt (P)
- B. d tiếp xúc (P)
- C. d cắt P tại hai điểm M, N và độ dài MN thay đổi khi m thay đổi.
- D. d cắt P tại hai điểm M, N và độ dài MN không đổi khi m thay đổi.

Hướng dẫn

Chọn D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị: $x^2 + (1 - 2m)x + m^2 - 1 = x$



Các em nhận được hai nghiệm $x = m - 1$ và $x = m + 1$ nên $M(m - 1; m - 1)$; $N(m + 1; m + 1)$

Từ đó tính $MN = 2\sqrt{2}$

Câu 84. Đường thẳng $y = 5$ và đồ thị $y = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 6$ cắt nhau tại mấy điểm có hoành độ dương

- A. 0** **B. 1** **C. 2** **D. 4**

Hướng dẫn

Chọn A.

$$y = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} = (2x - 1)^2 + \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 + 6 \geq 6 \text{ nên đồ thị không cắt đường thẳng } y = 5$$

Câu 85. Đồ thị hàm số $y = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$ cắt Ox tại mấy điểm

- A. 4** **B. 2** **C. 1** **D. 0**

Hướng dẫn

Chọn D.

$$y = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1 = \left(x^4 - \frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}$$

Câu 86. Gọi M và N là giao điểm của d: $y = ax + 1$ với (P): $y = x^2$. Độ dài đoạn MN có giá trị nhỏ nhất là:

- A. 2** **B. 1** **C. $\sqrt{2}$** **D. $2\sqrt{2}$**

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - ax - 1 = 0$. Có $\Delta = a^2 + 4 > 0 \forall a$ phương trình có hai nghiệm nên d luôn cắt (P) tại hai điểm.

$$\begin{aligned} MN^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (a^2 + 1) \left[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 \right] \\ &= (a^2 + 1)(a^2 + 4) \geq 4 \end{aligned}$$

Câu 87. Đường thẳng $y = 16$ cắt đồ thị $y = (x + 23)^2 + (x + 25)^2$ tại các điểm $E(a; 16)$; $F(b; 16)$.

Tính $P = 3(a + b)$

- A. 144** **B. -144** **C. -147** **D. -151**

Hướng dẫn



Chọn B.

Đặt $t = x + 24$, giải phương trình $(t-1)^2 + (t+1)^2 = 16$ giải được $t = \pm 1$

Từ đó tính được $a = -23$; $b = -25$

Câu 88. Cho $M(-1; -1)$; $N(2; -4)$ và (P): $y = -x^2$. Điểm $I(x_0; y_0)$ là điểm thuộc cung MN sao cho tam giác MIN có diện tích lớn nhất thì giá trị biểu thức $S = 4x_0 + 12y_0$ là

A. -2

B. -1

C. 1

D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

I là giao điểm của đường thẳng song song với MN và tiếp xúc với (P).

Phương trình MN là: $y = -x - 2$

Đường thẳng song song MN có dạng: $y = -x + c$ (d)

Để (d) tiếp xúc (P) thì phương trình $-x^2 = -x + c$ có nghiệm kép, suy ra $x = \frac{1}{2}$

Từ đó tìm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

Câu 89. Tìm câu trả lời đúng : Xét hàm số $y = mx^2$. Xét các khẳng định sau :

(I) Nếu $m > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$.

(II) Nếu $m < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$

A. Chỉ (I) đúng

B. Chỉ (II) đúng

C. Cả (I) và (II) sai

D. Cả (I) và (II) đúng

Hướng dẫn

Chọn C.

Nếu $m > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.

Nếu $m < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.

Câu 90. Chọn câu trả lời Sai : Xét hàm số $y = tx^2$. Xét các mệnh đề sau :

(I) Nếu $t > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.



(II) Nếu $t < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.

A. Cả (I) và (II) đúng

B. Chỉ (I) đúng

C. Cả (I) và (II) sai

D. Chỉ (II) đúng

Hướng dẫn

Chọn C.

Nếu $t > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.

Nếu $t < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.

Câu 91. Chọn câu trả lời đúng :

Cho hàm số $y = (m+2)x^2$. Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$ nếu :

A. $m < -2$

B. $m > -2$

C. $m = -2$

D. $m < 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$ nếu : $m+2 < 0 \Rightarrow m < -2$

Câu 92. Chọn câu trả lời đúng :

Cho hàm số $y = (3-m)x^2$. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ khi nào ?

A. $m < -3$

B. $m < 3$

C. $m > 3$

D. $m > -3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$ nếu : $3-m > 0 \Rightarrow m < 3$

Câu 93. Tìm câu trả lời Sai :

Cho hàm số $y = (m^2 + 2)x^2$. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$ nếu :

A. $m = \pm\sqrt{2}$

B. $m > \sqrt{2}$

C. $m < \sqrt{2}$

D. $m \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$ nếu : $m^2 + 2 > 0$ với mọi x

$m = \pm\sqrt{2}$ thì hàm số không xác định.

Câu 94. Chọn câu trả lời đúng:



Cho hàm số $y = (m + 2)x^2$. Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$, nếu:

- A.** $m < -2$ **B.** $m > -2$ **C.** $m = -2$ **D.** $m < 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$, nếu: $m + 2 < 0 \Rightarrow m < -2$.

Câu 95. Chọn câu trả lời đúng:

Cho hàm số $y = (3 - m)x^2$. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$, nếu:

- A.** $m < -3$ **B.** $m < 3$ **C.** $m > 3$ **D.** $m > -3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$, nếu: $3 - m > 0 \Rightarrow m < 3$

Câu 96. Chọn câu trả lời đúng:

Trên mặt phẳng tọa độ lấy các điểm $A(2; 1)$, $B(-2; -1)$, $C(1; -4)$, $D(-1; 2)$. Đồ thị hàm số

$y = -\frac{x^2}{4}$ đi qua điểm:

- A.** A **B.** B **C.** C **D.** D

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay lần lượt tọa độ các điểm ta được : $-1 = -\frac{(-2)^2}{4}$

Câu 97. Chọn câu trả lời đúng:

Trên mặt phẳng tọa độ lấy các điểm $A(-2; -2)$, $B\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, $C(2; -2)$, $D(4; -8)$

- A.** Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ chỉ đi qua các điểm A và B
B. Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ chỉ đi qua các điểm A, B và C
C. Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ chỉ đi qua các điểm A, B và D



D. Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ đi qua các điểm A, B, C và D

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 98. Chọn câu trả lời đúng:

Xác định a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(2; -2)$

- A. $a = -\frac{1}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = -2$ D. $a = -8$

Hướng dẫn

Chọn A.

Thay $x = 2; y = -2$ vào $y = ax^2$ ta được: $-2 = a.2^2 \Rightarrow a = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

Câu 99. Chọn câu trả lời đúng:

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-1; 1)$. Điểm N thuộc đồ thị này và có hoành độ là 2.

Xác định tung độ của điểm N :

- A. $y_N = 2$ B. $y_N = \sqrt{2}$ C. $y_N = -4$ D. $y_N = 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

Thay tọa độ điểm $M(-1; 1)$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $1 = a.(-1)^2 \Rightarrow a = 1$

N thuộc đồ thị này và có hoành độ là 2. Ta có $y = 1.2^2 = 4$

Câu 100. Chọn câu trả lời đúng:

Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4}$. Trên đồ thị của hàm số này số điểm có tung độ bằng 3 là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Hướng dẫn

Chọn B.

$3 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$. Vậy có 2 điểm.

Câu 101. Trong các hàm số sau, chỉ ra những hàm số đồng biến khi $x < 0$



1) $y = 2x^2$

2) $y = -2x^2$

3) $y = -\frac{1}{4}x^2$

A. 1), 2)

B. 1), 3)

C. 1), 2), 3)

D. 2), 3)

Hướng dẫn

Chọn D.

hàm số đồng biến khi $x < 0$ thì $a < 0$

Câu 102. Tìm a biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(2; -1)$

A. $a = -4$

B. $a = \frac{1}{4}$

C. $a = -\frac{1}{4}$

D. $a = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay tọa độ điểm $M(2; -1)$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $-1 = a \cdot 2^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$

Câu 103. Xác định các giá trị của m để phương trình $x^2 - 7x + m = 0$ có nghiệm:

A. $m < \frac{49}{4}$

B. $m > \frac{49}{4}$

C. $m \leq \frac{49}{4}$

D. $m \geq \frac{49}{4}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\Delta = b^2 - 4ac; \Delta = 7^2 - 4m$$

Để phương trình có nghiệm $\Delta \geq 0 \Rightarrow 49 - 4m \geq 0 \Rightarrow m \leq \frac{49}{4}$.

Câu 104. Cho phương trình $5x^2 - 9x + m^2 = 0$. Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 1

A. $m = 4$

B. $m = -4$

C. $m = \pm\sqrt{14}$

D. $m = \pm 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Thay $x = 1$ vào phương trình ta có $5 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4$

Câu 105. Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào đúng với phương trình $(5 + \sqrt{2})x^2 - \sqrt{7}x - \sqrt{3} = 0$

A. Phương trình có hai nghiệm dương

B. Phương trình có hai nghiệm âm

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu



D. Phương trình không có nghiệm

Hướng dẫn

Chọn .

$$a.c = (5 + \sqrt{2}).(-\sqrt{3}) < 0 \text{ suy ra phương trình có 2 nghiệm.}$$

$$\text{Ta có } \frac{c}{a} = -\frac{\sqrt{3}}{5 + \sqrt{2}} < 0 \text{ suy ra phương trình có 2 nghiệm trái dấu.}$$

Câu 106. Cho hàm số $y = f(x) = x^2$. Tìm a sao cho $f(a-1) = 4$.

A. $\begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = -3 \\ a = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = -3 \\ a = 1 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn

$$f(a-1) = 4 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = 2 \\ a-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$$

Câu 107. Cho $y = f(x) = 3x^2$. Tìm b biết $f(b) \geq 6b + 12$

A. $\begin{cases} b \leq 1 - \sqrt{5} \\ b \geq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$

B. $\begin{cases} b \leq 1 + \sqrt{5} \\ b \geq 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

C. $\begin{cases} b \leq 1 - \sqrt{5} \\ b \geq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$

D. $\begin{cases} b \leq 1 + \sqrt{5} \\ b \geq 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$f(b) = 3b^2 \geq 6b + 12 \Leftrightarrow 3b^2 - 6b - 12 \geq 0$$

Phương trình có nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{5}; x_2 = 1 + \sqrt{5} : a = 3 > 0$

$$\begin{cases} b \leq 1 - \sqrt{5} \\ b \geq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

Câu 108. Cho $y = 2x^2$. Tìm các điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 2.

A. A(-2;8)

B. A(2;8)

C. A(2;-8)

D. A(8;2)

Hướng dẫn



Chọn B.

Hoành độ $x = 2$ suy ra $y = 2.2^2 = 8$. Vậy điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 2 là $A(2;8)$.

Câu 109. Cho $y = 2x^2$. Tìm các điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng 8.

- A. $B(2;8)$ B. $C(-2;8)$ C. $B(2;8)$ và $C(-2;8)$ D. $\begin{cases} B(2;8) \\ C(-2;8) \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$B(2;8)$ và $C(-2;8)$

Câu 110. Cho $y = 2x^2$. Số điểm thuộc đồ thị cách đều hai trục tọa độ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $D(x; y)$ là điểm thuộc đồ thị và cách đều hai trục tọa độ. Suy ra $|x| = |y|$

$$\text{TH1: } x = y, \text{ thay vào } y = 2x^2 \text{ ta được: } x = 2x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } O(0;0); D\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{TH2: suy ra } x = -y \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } D\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

Câu 111. Cho $y = 2x^2$. Tìm các điểm thuộc đồ thị có tung độ gấp 4 lần hoành độ.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $D(x; y)$ là điểm thuộc đồ thị và cách đều hai trục tọa độ. Suy ra $|4x| = |y|$



TH1: $4x = y$, thay vào $y = 2x^2$ ta được: $4x = 2x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ suy ra $O(0;0); D(2;8)$

TH2: suy ra $4x = -y \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ suy ra $D(-2;8)$

Câu 112. Tìm a để $A(1;2)$ thuộc đồ thị $y = ax^2$.

A. -2

B. 2

C. 1

D. -1

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay $x = 1; y = 2$ vào đồ thị ta được: $2 = a.1^2 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 113. Tìm m để $B(2;-3)$ thuộc đồ thị $y = (m-1)x^2 + 2mx + m - 8$

A. -1

B. 1

C. 2

D. -2

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay $x = 2; y = -3$ vào đồ thị ta được:

$$-3 = (m-1).2^2 + 4m + m - 8 \Leftrightarrow 7m = 7 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 114. Cho $y = mx^2$. Tìm m biết đồ thị qua $C(2;8)$.

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. -2

D. 2

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì đồ thị qua $C(2;8)$ nên thay $x = 2; y = 8$ vào đồ thị ta được: $8 = m.4 \Leftrightarrow m = 2$. Vậy $y = 2x^2$.

Câu 115. Cho $y = mx^2$. Khẳng định nào đúng:

A. Nếu điểm $A(2;b)$ thuộc đồ thị thì $B(-2;b)$ cũng thuộc đồ thị.

B. Nếu điểm $A(2;b)$ thuộc đồ thị thì $B(2;-b)$ cũng thuộc đồ thị.

C. Nếu $D(a;-4)$ thuộc đồ thị thì $E(a;4)$ cũng thuộc đồ thị.



D. Nếu $D(a; -4)$ thuộc đồ thị thì $E(-a; -4)$ không thuộc đồ thị.

- A.** Chỉ B và D **B.** Chỉ A và D **C.** Chỉ B và C **D.** Chỉ A và C

Hướng dẫn

Chọn B.

+ Vì điểm $A(2; b)$ thuộc đồ thị nên $b = m \cdot 2^2 \Leftrightarrow b = 4m$ (1)

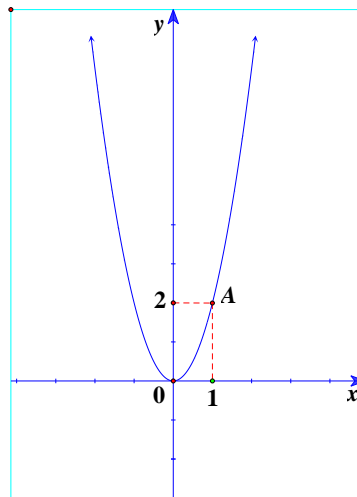
Thay tọa độ điểm $B(-2; b)$ vào đồ thị ta được: $b = m(-2)^2 \Leftrightarrow b = 4m$ (2)

Từ (1)(2) suy ra $B(-2; b)$ thuộc đồ thị.

+ Thay $D(a; -4)$ vào đồ thị ta được: $-4 = ma^2$.

Thay $E(a; 4)$ vào đồ thị ta được: $4 = ma^2$. Suy ra E không thuộc đồ thị.

Câu 116. Biết rằng đường cong trong hình là một parabol $y = ax^2$ (hình vẽ bên dưới). Tìm hệ số a .



- A.** 2 **B.** -2 **C.** 1 **D.** -1

Hướng dẫn

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị qua điểm $A(1; 2)$

Thay $x = 1; y = 2$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $2 = a \cdot 1^2 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy $y = 2x^2$.

Câu 117. Cho $y = f(x) = mx^2$. Tìm m biết $f(1) = 4$.



A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì $f(1) = 4$ nên $m.1^2 = 4 \Rightarrow m = 4$. Vậy $f(x) = 4x^2$.

Câu 118. Xác định m để đồ thị hàm số $y = (m^2 - 2)x^2$ đi qua điểm $A(1;2)$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn

Chọn A.

Thay tọa độ $x = 1; y = 2$ vào đồ thị ta được: $2 = (m^2 - 2).1^2 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Câu 119. Cho $y = (2m + 1)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1;7)$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì đồ thị qua $A(1;7)$ nên thay tọa độ A vào đồ thị ta được:

$$7 = (2m + 1).1^2 \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 120. Cho $y = (2m + 1)x^2$. Tìm m biết đồ thị đi qua điểm $M(x; y)$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ

phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + 2y = 2 \end{cases}$$

A. $-\frac{5}{8}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{8}{5}$

D. $-\frac{8}{5}$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x^2 + 2(3 - 2x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1)$$

$$\text{Để } M(2; -1) \in (P) \text{ thì: } -1 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{8}$$



Câu 121. Cho (P) : $y = ax^2$. Tìm a biết (P) đi qua A thuộc đường thẳng $y = x + 2$ có hoành độ bằng 2.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Thay $x = 2$ vào $y = x + 2$ suy ra $y = 2 + 2 = 4 \Rightarrow A(2;4)$

Vì (P) đi qua A nên thay tọa độ A vào (P) ta được: $4 = a.2^2 \Leftrightarrow a = 1$.

Câu 122. Cho parabol $y = \frac{1}{4}x^2$. Xác định m để các điểm $A(\sqrt{2};m)$ nằm trên parabol:

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay điểm $A(\sqrt{2};m)$

Vào $y = \frac{1}{4}x^2$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Câu 123. Cho $y = (m-1)x^2$. Tìm m để hàm số đồng biến với $x > 0$

- A. $m > 1$ B. $m \leq 1$ C. $m < 1$ D. $m \geq 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số đồng biến với $x > 0$ khi $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 124. Cho $y = (m-1)x^2$. Tìm m để hàm số nghịch biến với $x > 0$

- A. $m \leq 1$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ D. $m \geq 1$

Hướng dẫn

Chọn C.



Hàm số nghịch biến với $x > 0$ khi $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 125. Cho $y = (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số đạt GTNN bằng 0.

- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 1 \\ m > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < 1 \\ m < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số đạt GTNN bằng 0 khi $m^2 - m > 0 \Leftrightarrow m(m - 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$

Câu 126. Cho $y = (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số đạt GTLN bằng 0.

- A. $m < 0$ B. $m > 1$ C. $0 < m < 1$ D. $m < 1$

Hướng dẫn

Chọn C.

Hàm số đạt GTLN bằng 0 khi $m^2 - m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 127. Cho $y = (m^2 + 2m + 3)x^2$. Tìm m biết $x = 1$ thì $y = 6$

- A. $m = 1$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ hoặc $m = -3$ D. $m \neq 1$ và $m \neq -3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay $x = 1$; $y = 6$ vào hàm số ta được:

$$6 = m^2 + 2m + 3 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Câu 128. Tìm m để hàm số $y = (|m - 2| - 4)x^2$ đồng biến khi $x > 0$

- A. $\begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < 6 \\ m > -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 6 \\ m > -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 6 \\ m < -2 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hàm số có dạng $y = ax^2$ với $a = |m - 2| - 4$



Để hàm số $y = (|m - 2| - 4)x^2$ đồng biến khi $x > 0$ thì:

$$|m - 2| - 4 > 0 \Leftrightarrow |m - 2| > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 4 \\ m - 2 < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \end{cases}$$

Câu 129. Tìm m để hàm số $y = (|m - 2| - 4)x^2$ nghịch biến khi $x > 0$

- A. $m < 6$ B. $m > -2$ C. $\begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \end{cases}$ D. $-2 < m < 6$

Hướng dẫn

Chọn D.

Hàm số có dạng $y = ax^2$ với $a = |m - 2| - 4$

Để hàm số $y = (|m - 2| - 4)x^2$ nghịch biến khi $x > 0$ thì:

$$|m - 2| - 4 < 0 \Leftrightarrow |m - 2| < 4 \Leftrightarrow -4 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 6$$

Câu 130. Tìm giao điểm của hai đồ thị $y = x^2$ và $y = 2x$

- A. $O(0;0)$ B. $A(2;4)$ C. Cả A và B đúng D. Cả A và B sai

Hướng dẫn

Chọn C.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow O(0;0)$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(2;4)$

Vậy hai đồ thị giao nhau tại hai điểm $O(0;0)$ và $A(2;4)$.

Câu 131. Giao điểm của hai đồ thị $y = 2x^2$ và $y = x + 1$ là

- A. $(1;2)$ và $\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ B. $(1;2)$ và $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$
C. $(1;2)$ D. $\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn



Chọn A.

Hoành độ giao điểm thỏa mãn phương trình:

$$2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2$

Với $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

Vậy hai đồ thị giao nhau tại hai điểm $A(1;2)$ và $B(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

Câu 132. Tìm giao điểm của hai đồ thị $y = x^2$ và $y = -2x - 1$.

- A.** $O(0;0)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(1;-1)$ **D.** $(-1;0)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$x^2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 1$$

Vậy hai đồ thị tiếp xúc nhau tại $A(-1;1)$.

Câu 133. Tìm giao điểm của hai đồ thị: $y = x^2$ và $y = 2x - 4$.

- A.** $(2;4)$ **B.** $O(0;0)$ **C.** $(-2;4)$ **D.** Không có giao điểm

Hướng dẫn

Chọn D.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$x^2 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + 3 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy hai đồ thị không có điểm chung.

Câu 134. Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2x - 2$. Khẳng định nào đúng ?



A. $B(5;5)$

B. $A(4;4)$

C. $A(3;3)$

D. $A(2;2)$

Hướng dẫn

Chọn D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{2}x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$.

Ta có: $\Delta = 4^2 - 4.4 = 0$ suy ra phương trình có nghiệm kép: $x = \frac{-(-4)}{2} = 2 \Rightarrow y = 2$.

Vậy tiếp điểm là $A(2;2)$.

Câu 135. Xác định tọa độ giao điểm của $(P): y = \frac{2}{3}x^2$ và $(d): y = x + 3$

A. $(3;6)$.

B. $(2;5)$.

C. $(4;7)$.

D. $A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$\frac{2}{3}x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

Với $x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ suy ra giao điểm $A\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 6$ suy ra giao điểm $B(3;6)$.

Câu 136. Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = x + m$

Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) có điểm chung duy nhất.

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:



$$-\frac{1}{4}x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4m = 0 \quad (1)$$

Để (P) cắt (d) tại một điểm duy nhất thì phương trình (1) có nghiệm kép

$$\text{Suy ra } \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy $m = 1$ thì (P) cắt (d) tại một điểm duy nhất.

Câu 137. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$. Tìm a và b để đường thẳng (d) và parabol (P) tiếp xúc nhau tại điểm A(1;1)

- A. $(a;b) = (1;2)$ B. $(a;b) = (2;-1)$ C. $(a;b) = (-2;1)$ D. $(a;b) = (2;1)$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đường thẳng (d) qua A(1;1) nên thay $x = 1; y = 1$ vào (d) ta được:

$$1 = a \cdot 1 + b \Leftrightarrow a + b = 1 \quad (1)$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn :

$$x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - ax - b = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép. Suy ra $\Delta = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4b = 0 \quad (2). \text{ Từ (1)(2) ta có:}$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a^2 + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ a^2 + 4(1 - a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ a^2 - 4a + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ (a - 2)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy $a = 2, b = -1$ thì đường thẳng (d) và parabol (P) tiếp xúc nhau tại điểm A(1;1)

Câu 138. Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $y = kx - \frac{3}{2}k - 1$

Tìm k để đường thẳng (d) và Parabol (P) tiếp xúc nhau

- A. $\{1;2\}$ B. $\left\{2; \frac{1}{2}\right\}$ C. $\{2;-1\}$ D. $\left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm cả (P) và (d) thỏa mãn phương trình:



$$\frac{1}{4}x^2 = kx - 1,5k - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4kx + 6k + 4 = 0 \quad (1)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (1) có nghiệm kép. Suy ra $\Delta' = 0$

$$\Leftrightarrow 4k^2 - 6k - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$ đường thẳng (d) và Parabol (P) tiếp xúc nhau

Câu 139. Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $y = kx - \frac{3}{2}k - 1$. Tìm k để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

- A. $\begin{cases} k > 2 \\ k < -\frac{1}{2} \end{cases}$ B. $-\frac{1}{2} < k < 2$ C. $k > 2$ D. $k < -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt :

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4k^2 - 6k - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k > 2 \\ k < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} k > 2 \\ k < -\frac{1}{2} \end{cases}$ đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 140. Cho Parabol (P) $y = ax^2$ tiếp xúc với đường thẳng (d): $y = x - 1$. Xác định hệ số a

- A. $a = \frac{1}{4}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = \frac{1}{3}$ D. $a = \frac{3}{4}$

Hướng dẫn

Chọn A.



Phương trình hoành độ của (P) và (d) thỏa mãn:

$$ax^2 = x - 1 \Leftrightarrow ax^2 - x + 1 = 0(1)$$

Vì (P) tiếp xúc (d) nên phương trình (1) có nghiệm kép $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 1 - 4a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$

Câu 141. Cho Parabol: $y = x^2$. Xác định hệ số n để đường thẳng: $y = 2x + n$ tiếp xúc với (P).

Tìm tọa độ tiếp điểm

A. (1;2)

B. (1;1)

C. (-1;2)

D. (1;-2)

Hướng dẫn

Chọn B.

- Phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (d) là:

$$x^2 = 2x + n \Leftrightarrow x^2 - 2x - n = 0(1). \text{ Ta có: } \Delta' = 1 + n.$$

Vì (P) và (d) tiếp xúc nên phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Rightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 + n = 0 \Leftrightarrow n = -1.$$

- Hoành độ tiếp điểm là: $x = 1 \Rightarrow y = 1$

Vậy hai đồ thị tiếp xúc nhau tại $M(1; 1)$

Câu 142. Cho (P): $y = x^2$ lập phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 2x$ và tiếp xúc với (P).

A. $y = -2x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = -3x + 1$

D. $y = 3x - 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

- Phương trình (d) có dạng: $y = ax + b$

- Vì (d) song song $d_1 \Rightarrow a = 2; b \neq 0 \Rightarrow (d): y = 2x + b$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = 2x + b \Leftrightarrow x^2 - 2x - b = 0(1)$$

Vì (d) tiếp xúc (P) \Rightarrow Phương trình (1) có nghiệm kép



$$\Rightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 + b = 0 \Leftrightarrow b = -1$$

Vậy đường thẳng (d) là: $y = 2x - 1$.

Câu 143. Cho (P): $y = x^2$ lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;0)$ và tiếp xúc với (P)

A. $y = 0$

B. $y = 0; y = 4x - 4$

C. $y = 4x - 4$

D. $y = -4x - 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

- Phương trình đường thẳng có dạng: $y = ax + b$

- Phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (d):

$$x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - ax - b = 0(1). \text{ Ta có: } \Delta = a^2 + 4b$$

Vì (P) và (d) tiếp xúc nên phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow a^2 + 4b = 0 \quad (1)$$

$$(d) \text{ đi qua điểm } A(1;0) \Rightarrow a + b = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ: } \begin{cases} a + b = 0 \\ a^2 + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a^2 - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a(a - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được: } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng (d) là: $y = 0; y = 4x - 4$

Câu 144. Cho (P): $y = \frac{x^2}{4}$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1;-2)$ và tiếp xúc với (P).

A. $y = x - 1; y = 2x - 4$

B. $y = x - 1; y = -2x + 4$

C. $y = x - 1; y = -2x - 4$

D. $y = x + 1; y = -2x + 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

- Dạng tổng quát của đường thẳng là: (d): $y = ax + b$

$$A(-1;-2) \in (d) \Rightarrow -a + b = -2 \Rightarrow b = a - 2$$



Vậy (d): $y = ax + a - 2$

- Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x^2}{4} = ax + a - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4ax - 4a + 8 = 0$

$$(d) \text{ tiếp xúc với } (P) \Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 4a - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$y = x - 1$ tọa độ tiếp điểm là: $A(2;1)$

$y = -2x - 4$ tọa độ tiếp điểm là: $B(-4;4)$

Câu 145. $y = -\frac{1}{2}x^2$ (P). Viết phương trình đường thẳng song song $y = -\frac{1}{2}x - 1$ và tiếp xúc với (P).

A. $y = \frac{-1}{2}x + 8$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x - 8$ **C.** $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$ **D.** $y = \frac{1}{2}x - 8$

Hướng dẫn

Chọn C

Gọi đường thẳng cần tìm là $y = cx + d$ (d)

Vì (d) song song AB nên $c = -\frac{1}{2}; d \neq -1$ suy ra (d): $y = -\frac{1}{2}x + d$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) thỏa mãn: $-\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + d$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2d = 0 \quad (1).$$

(d) tiếp xúc (P) khi phương trình (1) có nghiệm kép $\Rightarrow \Delta = 1 - 8d = 0 \Leftrightarrow d = \frac{1}{8}$ (tmdk)

Vậy đường thẳng cần tìm là: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$

Câu 146. Cho $y = ax^2$ (P) và $y = mx + 2m + 1$ (d). Viết phương trình đường thẳng qua $M(-2;1)$ và tiếp xúc với (P) tại M.

A. $y = x + 1$ **B.** $y = -x + 1$ **C.** $y = -x - 1$ **D.** $y = x - 1$

Hướng dẫn

Chọn C

Gọi đường thẳng cần tìm là (d) $y = mx + n$



Vì (d) tiếp xúc với (P) tại M nên $M(-2;1)$ thuộc (P) suy ra (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ (theo câu b)

Vì $M(-2;1) \in y = mx + n$ nên $1 = -2m + n$ (2)

Xét hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình:

$$\frac{1}{4}x^2 = mx + n \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4n = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép $\Rightarrow \Delta' = 4m^2 + 4n = 0$ (3)

$$\text{Từ (2)(3) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} n - 2m = 1 \\ 4m^2 + 4n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2m + 1 \\ 4m^2 + 4(2m + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 2m + 1 \\ 4(m + 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \\ m = -1 \end{cases} . \text{ Vậy (d) } y = -x - 1 .$$

Câu 147. Cho (P) $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = -\frac{1}{2}x + n$ (d). Tìm n để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

A. $n > -1$

B. $n > -8$

C. $n > \frac{-1}{8}$

D. $n > \frac{1}{8}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét hoành độ giao điểm của (d) và (P) thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + n \Leftrightarrow x^2 + x - 2n = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = 1 + 8n > 0 \Leftrightarrow n > -\frac{1}{8} . \text{ Vậy } n > -\frac{1}{8}$$

Câu 148. Cho (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = -x + 3$. Viết phương trình đường thẳng (d') vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P)

A. $y = -x + \frac{1}{4}$

B. $y = x + \frac{1}{4}$

C. $y = x - \frac{1}{4}$

D. $y = -x - \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.



Vì (d') vuông góc với (d) $y = -x + 3$ nên phương trình (d') có dạng: $y = x + a$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d') và (P):

$$-x^2 = x + a \Leftrightarrow x^2 + x + a = 0 (*) . \text{Ta có: } \Delta = 1 - 4a$$

Để (d') tiếp xúc (P) thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Vậy (d') $y = x + \frac{1}{4}$

Câu 149. Cho (P) : $y = ax^2 (a \neq 0)$ và (d) : $y = x - 1$. Tính a biết (d) tiếp xúc với (P)

A. $a = \frac{1}{3}$

B. $a = \frac{-1}{3}$

C. $a = \frac{1}{4}$

D. $a = -\frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$ax^2 = x - 1 \Leftrightarrow ax^2 - x + 1 = 0 (*)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 1 - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Vậy $a = \frac{1}{4}$ thì (d) tiếp xúc với (P)

Câu 150. Cho (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và điểm $A\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A và tiếp

xúc với (P)

A. $\begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$. Vì $A\left(-\frac{3}{2}; -1\right) \in (d)$ nên



$$-\frac{3}{2}a + b = -1 \quad (1)$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) thỏa mãn:

$$\frac{1}{4}x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - 4ax - 4b = 0 \quad (*). \text{ Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình } (*) \text{ có}$$

$$\text{nghiệm kép} \Leftrightarrow \Delta' = 4a^2 + 4b = 0 \Leftrightarrow a^2 + b = 0 \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{3}{2}a + b = -1 \\ a^2 + b = 0 \end{cases}$$

Trừ hai phương trình theo vế ta được:
$$-\frac{3}{2}a - a^2 = -1 \Leftrightarrow a^2 + \frac{3}{2}a - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -4 \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \cdot \text{ Suy ra (d): } \begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 151. Trên cùng một hệ trục tọa độ cho (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d) : $y = -\frac{1}{2}x + 2$

Viết phương trình đường thẳng (d') // (d) và tiếp xúc với (P)

A. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}$

B. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$

C. $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}$

D. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$

Hướng dẫn

Chọn C

Vì (d') // (d) nên phương trình (d') có dạng: $y = -\frac{1}{2}x + a \quad (a \neq 2)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + a \Leftrightarrow x^2 + x - 2a = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 1 + 8a = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8} \text{ (chọn)}. \text{ Vậy (d') : } y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}$$

Câu 152. Cho (P) : $y = -x^2$ và $y = -x - 2$, (d)

Viết phương trình đường thẳng //d và tiếp xúc với (P).



A. $a = \frac{1}{2}$

B. $a = \frac{1}{4}$

C. $a = \frac{1}{5}$

D. $a = \frac{1}{6}$

Hướng dẫn

Chọn B.

(d) có dạng: $y = -x + a$ ($a \neq -2$).

Dùng tính chất tiếp xúc tìm $a = \frac{1}{4}$

Câu 153. Cho hàm số : $y = 2x^2$ (P). Tìm trên đồ thị các điểm cách đều hai trục tọa độ

A. $(0;0); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B. $(1;1); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

C. $(0;0); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

D. $(0;0); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Điểm M(x;y) cách đều hai trục tọa độ suy ra $\Rightarrow |x| = |y| \Rightarrow x^2 = y^2$

Thay vào (P) ta được: $y = 2y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Với $y = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow M(0;0)$

Với $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Vậy các điểm thuộc đồ thị và cách đều hai trục tọa độ có tọa độ là: $(0;0); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 154. Cho (P) $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) $y = a.x + b$. Xác định a và b để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1;0) và tiếp xúc với (P).

A. $(a;b) = (0;0); (-2;-2)$

B. $(a;b) = (1;1); (-2;-2)$

C. $(a;b) = (0;0); (-1;-1)$

D. $(a;b) = (0;0); (2;2)$



Hướng dẫn

Chọn A.

Vì (d) đi qua $A(-1;0)$ nên $0 = -a + b$ (1)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - 2ax - 2b = 0 \quad (*)$$

Để hai đồ thị tiếp xúc nhau thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = a^2 + 2b = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2) ta có: } \begin{cases} b - a = 0 \\ a^2 + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ a^2 + 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = b = -2 \end{cases}$$

Câu 155. Cho Parabol (P) $y = -4x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4mx + m^2$. Khẳng định nào đúng ?

A. (d) luôn tiếp xúc (P)

B. (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

C. (d) không cắt (P)

D. (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ dương

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có hoành độ giao điểm giữa Parabol (P) $y = -4x^2$ với đường thẳng (d) $y = 4mx + m^2$ là nghiệm của phương trình:

$$-4x^2 = 4mx + m^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4mx + m^2 = 0$$

Ta có: $\Delta' = 4m^2 - 4m^2 = 0 \Rightarrow$ Phương trình có nghiệm kép. Do đó Parabol (P) luôn tiếp xúc với đường thẳng (d) $y = 4mx + m^2$ khi m thay đổi.

Câu 156. Cho $y = x^2$. Tìm m sao cho $B(m; m^3)$ thuộc Parabol.

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay tọa độ điểm B vào (P) ta được: $m^3 = m^2 \Leftrightarrow m^3 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 1$.



Câu 157. Cho $y = x^2$ Tìm các điểm trên Parabol (khác gốc tọa độ) cách đều hai trục tọa độ.

- A.** (1;1);(-1;1) **B.** (-1;-1);(-1;1) **C.** (2;2);(-1;1) **D.** (1;1);(-2;2)

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi D là điểm thuộc (P) cách đều hai trục tọa độ. Ta có:

$d(D, Ox) = |y_D| = x_D^2; d(D, Oy) = |x_D|$. Theo giả thiết ta có: $x_D^2 = |x_D| \Leftrightarrow |x_D| = 0$ (loại) hoặc $|x_D| = 1$. Vậy $D(1;1)$ hoặc $D(-1;1)$.

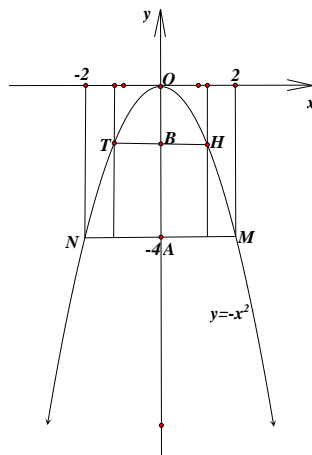
Câu 158. Một xe tải có chiều rộng là 2,4 m chiều cao là 2,5 m muốn đi qua một cái cổng hình Parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m và khoảng cách từ đỉnh cổng tới mỗi chân cổng là $2\sqrt{5}$ m (Bỏ qua độ dày của cổng). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi Parabol $(P): y = ax^2$ với $a < 0$ là hình biểu diễn cổng mà xe tải muốn đi qua. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $a = -1$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = 2$ **D.** $a = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Giả sử trên mặt phẳng tọa độ, độ dài các đoạn thẳng được tính theo đơn vị mét. Do khoảng cách giữa hai chân cổng là 4 m nên $MA = NA = 2m$. Theo giả thiết ta có $OM = ON = 2\sqrt{5}$, áp dụng định lý Pitago ta tính được: $OA = 4$ vậy $M(2; -4), N(-2; -4)$. Do $M(2; -4)$ thuộc parabol nên tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình: $(P): y = ax^2$ hay $-4 = a.2^2 \Rightarrow a = -1$ và $(P): y = -x^2$.





Câu 159. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y = -1$ và điểm $F(0;1)$. Tìm tất cả những điểm I sao cho khoảng cách từ I đến d bằng IF .

- A. $y = \frac{1}{4}x^2$ B. $y = \frac{1}{2}x^2$ C. $y = -\frac{1}{4}x^2$ D. $y = -\frac{1}{2}x^2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Giả sử điểm $I(x; y)$. Khi đó khoảng cách từ I đến d bằng $|y+1|$ và $IF = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$. Như vậy $(y+1)^2 = x^2 + (y-1)^2$. Từ đây suy ra $y = \frac{1}{4}x^2$. Do đó tập hợp tất cả những điểm I sao cho khoảng cách từ I đến d bằng IF là đường Parabol $(P_1): y = \frac{1}{4}x^2$.

Câu 160. Xác định điểm M thuộc đường Parabol $(P): y = x^2$ sao cho độ dài đoạn IM là nhỏ nhất, trong đó $I(0;1)$.

- A. $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $M\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ D. $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn C.

Giả sử điểm M thuộc đường Parabol $(P): y = x^2$ suy ra $M(m; m^2)$. Khi đó $IM^2 = m^2 + (m^2 - 1)^2 = m^4 - m^2 + 1$. Vậy $IM = \sqrt{\left(m^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ta thấy IM nhỏ nhất bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ khi $m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ hay $M\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 161. Giả sử điểm A chạy trên Parabol $(P): y = x^2$. Tìm tập hợp trung điểm J của đoạn OA .

- A. $y = x^2$ B. $y = -2x^2$ C. $y = -x^2$ D. $y = 2x^2$

Hướng dẫn

Chọn D.



Giả sử điểm $A(a; a^2)$ thuộc $(P): y = x^2$. Gọi $I(x_1; y_1)$ là trung điểm đoạn OA . Suy ra

$$\begin{cases} x_1 = \frac{a}{2} \\ y_1 = \frac{a^2}{2} = 2x_1^2 \end{cases}. \text{ Vậy tập hợp các trung điểm } I \text{ của đoạn } OA \text{ là đường Parabol } (P_1): y = 2x^2.$$

Câu 162. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm A và B chạy trên parabol $(P): y = x^2$ sao cho $A, B \neq O(0;0)$ và $OA \perp OB$. Giả sử I là trung điểm của đoạn AB . Tìm quỹ tích điểm trung điểm I của đoạn AB .

- A.** $y = 2x^2 - 1$ **B.** $y = 2x^2 + 1$ **C.** $y = -2x^2 - 1$ **D.** $y = -2x^2 + 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Giả sử $A(a; a^2)$ và $B(b; b^2)$ là hai điểm thuộc (P) . Để $A, B \neq O(0;0)$ và $OA \perp OB$ ta cần điều kiện: $ab \neq 0$ và $OA^2 + OB^2 = AB^2$ hay $ab \neq 0$ và $a^2 + a^4 + b^2 + b^4 = (a-b)^2 + (a^2 - b^2)^2$. Rút gọn hai vế ta được: $ab = -1$. Gọi $I(x_1; y_1)$ là trung điểm đoạn AB . Khi đó:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{a+b}{2} \\ y_1 = \frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{2} = 2x_1^2 + 1 \end{cases}. \text{ Vậy tọa độ điểm } I \text{ thỏa mãn phương trình } y = 2x^2 + 1.$$

Ta cũng có thể tìm điều kiện để $OA \perp OB$ theo cách sử dụng hệ số góc: Đường thẳng OA có hệ

số góc là $k_1 = \frac{a^2}{a} = a$, đường thẳng OB có hệ số góc là $k_2 = \frac{b^2}{b} = b$. Suy ra điều kiện để

$OA \perp OB$ là $a.b = -1$

Câu 163. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm A và B chạy trên parabol $(P): y = x^2$ sao cho $A, B \neq O(0;0)$ và $OA \perp OB$. Giả sử I là trung điểm của đoạn AB . Đường thẳng AB luôn luôn đi qua một điểm cố định.

- A.** $(0;1)$ **B.** $(0;-1)$ **C.** $(1;0)$ **D.** $(-1;0)$



Hướng dẫn

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua A và B là $(AB): \frac{x-a}{b-a} = \frac{y-a^2}{b^2-a^2}$ hay

$(AB): y = (a+b)x - ab = (a+b)x + 1$. Từ đây ta dễ dàng suy ra đường thẳng

$(AB): y = (a+b)x + 1$ luôn luôn đi qua điểm cố định $(0;1)$.

Câu 164. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm A và B chạy trên parabol $(P): y = x^2$ sao cho $A, B \neq O(0;0)$ và $OA \perp OB$. Giả sử I là trung điểm của đoạn AB. Xác định tọa độ điểm A và B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

A. $A(-1;1)$ và $B(1;1)$

B. $A(-1;-1)$ và $B(1;1)$

C. $A(-1;1)$ và $B(1;-1)$

D. $A(1;-1)$ và $B(-1;-1)$

Hướng dẫn

Chọn A

Vì $OA \perp OB$ nên $ab = -1$. Độ dài đoạn $AB = \sqrt{(a-b)^2 + (a^2 - b^2)^2}$ hay

$AB = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab + a^4 + b^4 - 2a^2b^2}$ Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có

$a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2|ab|$, $a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$. Ta có: $AB \geq \sqrt{2|ab| + 2 + 2a^2b^2 - 2a^2b^2} = 2$. Vậy AB

ngắn nhất bằng 2 khi $a^2 = b^2, ab = -1$. Ta có thể chỉ ra cặp điểm đó là: $A(-1;1)$ và $B(1;1)$.

Câu 165. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$, trên (P) lấy hai điểm $A(-1;1), B(3;9)$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. $S_{OAB} = 8$

B. $S_{OAB} = 9$

C. $S_{OAB} = 6$

D. $S_{OAB} = 7$

Hướng dẫn

Chọn C

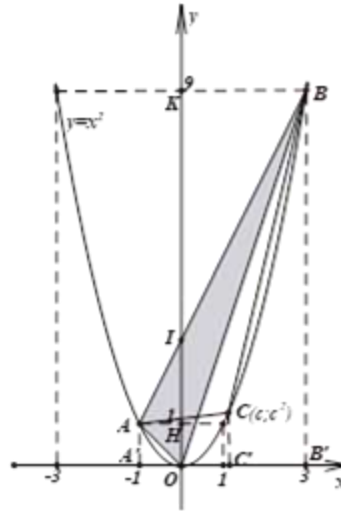
Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng AB.



Ta có
$$\begin{cases} a \cdot (-1) + b = 1 \\ a \cdot 3 + b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

suy ra phương trình đường thẳng AB (d): $y = 2x + 3$. Đường thẳng AB cắt trục Oy tại điểm $I(0;3)$. Diện tích tam giác OAB là: $S_{OAB} = S_{OAI} + S_{OBI} = \frac{1}{2}AH \cdot OI + \frac{1}{2}BK \cdot OI$.

Ta có $AH = 1; BK = 3, OI = 3$. Suy ra $S_{OAB} = 6$ (đvdt).



Câu 166. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$, trên (P) lấy hai điểm $A(-1;1), B(3;9)$. Xác định điểm C thuộc cung nhỏ AB của (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

- A. $C(-1;-1)$ B. $C(1;0)$ C. $C(0;1)$ D. $C(1;1)$

Hướng dẫn

Chọn D

Giả sử $C(c; c^2)$ thuộc cung nhỏ (P) với $-1 < c < 3$. Diện tích tam giác: $S_{ABC} = S_{ABB'A'} - S_{ACC'A'} - S_{BCC'B'}$.

Các tứ giác $ABB'A', AA'C'C, CBB'C'$ đều là hình thang vuông nên ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1+9}{2} \cdot 4 - \frac{1+c^2}{2} \cdot (c+1) - \frac{9+c^2}{2} \cdot (3-c) = 8 - 2(c-1)^2 \leq 8. \text{ Vậy diện tích tam giác } ABC \text{ lớn nhất bằng}$$

8 (đvdt) khi $C(1;1)$.

Câu 167. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = -x + 6$ và parabol (P): $y = x^2$.



Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OAB . (Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 THPT Hà Nội năm 2014)

- A. $S_{\Delta OAB} = 12$ B. $S_{\Delta OAB} = 15$ C. $S_{\Delta OAB} = 14$ D. $S_{\Delta OAB} = 13$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = -x + 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3$. Ta có $y(2) = 4; y(-3) = 9$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $B(2;4)$ và $A(-3;9)$.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B xuống trục hoành.

Ta có $S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'}$

Ta có $A'B' = |x_{B'} - x_{A'}| = x_{B'} - x_{A'} = 5; AA' = y_A = 9; BB' = y_B = 4$

$$S_{AA'BB'} = \frac{AA' + BB'}{2} \cdot A'B' = \frac{9+4}{2} \cdot 5 = \frac{65}{2} \text{ (đvdt)}, S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} A'A \cdot A'O = \frac{27}{2} \text{ (đvdt)}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'} = \frac{65}{2} - \left(\frac{27}{2} + 4 \right) = 15 \text{ (đvdt)}.$$

Câu 168. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + (m-3) = 0$ (1). Giải phương trình (1) khi $m = 2$

- A. $x = 3 - \sqrt{10}$ và $x = 3 + \sqrt{10}$. B. $x = 3 - 2\sqrt{10}$ và $x = 3 + 2\sqrt{10}$.
 C. $x = \sqrt{10} - 3$ và $x = 3 + \sqrt{10}$. D. $x = 5 - \sqrt{10}$ và $x = 5 + \sqrt{10}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Với $m = 2$ ta có phương trình: $x^2 - 6x - 1 = 0$. Ta có $\Delta' = (-3)^2 + 1 = 10$ nên phương trình có 2 nghiệm là: $x = 3 - \sqrt{10}$ và $x = 3 + \sqrt{10}$.

Câu 169. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + (m-3) = 0$. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép.

- A. $m = -\frac{1}{2}$ B. $m = \frac{1}{3}$ C. $m = -\frac{1}{3}$ D. $m = \frac{1}{2}$



Hướng dẫn

Chọn B

Phương trình (1) có nghiệm kép khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} (m-1) \neq 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m-1)(m-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 6m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Câu 170. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + (m-3) = 0$. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m > \frac{1}{3}$ và $m \neq 1$ B. $m \geq \frac{1}{3}$ và $m \neq 1$ C. $m > \frac{2}{3}$ và $m \neq 1$ D. $m \geq \frac{2}{3}$ và $m \neq 1$

Hướng dẫn

Chọn A

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} (m-1) \neq 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m-1)(m-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 6m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}.$$

Câu 171. Cho $a+b \geq 0, b+c \geq 0, a+c \geq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. Phương trình $(a+b+c)x^2 - 2\sqrt{3(a^3+b^3+c^3)}x + (a^2+b^2+c^2) = 0$ có nghiệm.
 B. Phương trình $(a+b+c)x^2 - 2\sqrt{3(a^3+b^3+c^3)}x + (a^2+b^2+c^2) = 0$ vô nghiệm.
 C. Phương trình $(a+b+c)x^2 - 2\sqrt{3(a^3+b^3+c^3)}x + (a^2+b^2+c^2) = 0$ có nghiệm kép.
 D. Phương trình $(a+b+c)x^2 - 2\sqrt{3(a^3+b^3+c^3)}x + (a^2+b^2+c^2) = 0$ có nghiệm $x=1$

Hướng dẫn

Chọn A

Nếu $a+b+c=0$ thì từ giả thiết ta suy ra $a=b=c=0$. Do vậy phương trình có vô số nghiệm.

Dưới đây ta xét trường hợp $a+b+c \neq 0$.



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \Delta' &= 3(a^3 + b^3 + c^3) - (a+b+c) \cdot (a^2 + b^2 + c^2) = 2(a^3 + b^3 + c^3) - ab(a+b) - bc(b+c) - ac(a+c) \\ &= (a^3 + b^3 - ab(a+b)) + (b^3 + c^3 - bc(b+c)) + (a^3 + c^3 - ac(a+c)) \\ &= (a+b) \cdot (a-b)^2 + (b+c) \cdot (b-c)^2 + (a+c) \cdot (a-c)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Do $a+b, b+c, a+c \geq 0$. Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 172. Cho phương trình: $ax^2 + bcx + b^3 + c^3 - 4abc = 0$ (1), ($a \neq 0$) vô nghiệm. Trong hai phương trình sau $ax^2 + bx + c = 0$ (2) và $ax^2 + cx + b = 0$ (3).

- A. Hai phương trình vô nghiệm.
- B. Hai phương trình đều có nghiệm.
- C. Hai phương trình có nghiệm kép.
- D. Một phương trình vô nghiệm và một phương trình có nghiệm.

Hướng dẫn

Chọn

Vì (1) vô nghiệm nên ta có:

$$\Delta_1 = b^2c^2 - 4a(b^3 + c^3 - 4abc) < 0 \Leftrightarrow (b^2 - 4ac)(c^2 - 4ab) < 0(*)$$

Phương trình(2) có: $\Delta_2 = b^2 - 4ac$; Phương trình (3) có: $\Delta_3 = c^2 - 4ab$

Nên (*) $\Leftrightarrow \Delta_2, \Delta_3 < 0 \Rightarrow$ trong hai số Δ_2, Δ_3 luôn có một số dương và một số âm dẫn đến trong hai phương trình (2) và (3) luôn có một phương trình có nghiệm và một phương trình vô nghiệm.

Câu 173. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + 2b + 3c = 1$. Cho hai phương trình $4x^2 - 4(2a+1)x + 4a^2 + 192abc + 1 = 0$ và $4x^2 - 4(2b+1)x + 4b^2 + 96abc + 1 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm.
- B. Hai phương trình đều có nghiệm.
- C. Hai phương trình có nghiệm kép.
- D. Một phương trình vô nghiệm và một phương trình có nghiệm.

Hướng dẫn

Chọn A.



Hai phương trình trên lần lượt có

$\Delta'_1 = 16a(1-48bc), \Delta'_2 = 16b(1-24ac)$. Vì a, b là các số dương nên Δ'_1, Δ'_2 lần lượt cùng dấu với $1-48bc$ và $1-24ac$.

Mặt khác ta lại có $1-48bc + 1-24ac = 2-24c(a+b) = 2-24c(1-3c) = 2(6c-1)^2 \geq 0$. Dẫn đến $\Delta'_1 + \Delta'_2 \geq 0$. Vậy có ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.

Câu 174. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=6$. Chứng minh rằng ít nhất một trong ba phương trình sau có nghiệm : $x^2 + ax + 1 = 0; x^2 + bx + 1 = 0; x^2 + cx + 1 = 0$

- A. Ba phương trình có nghiệm kép.
- B. Ba phương trình đều có nghiệm.
- C. Ít nhất một trong ba phương trình có nghiệm.
- D. Một phương trình vô nghiệm và một phương trình có nghiệm.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ba phương trình đã cho lần lượt có $\Delta_1 = a^2 - 4; \Delta_2 = b^2 - 4; \Delta_3 = c^2 - 4$. Do đó $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = a^2 + b^2 + c^2 - 12$.

Lại có $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a+b+c)^2 + (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq (a+b+c)^2$. Suy ra $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3} = \frac{6^2}{3} = 12$. Do đó $a^2 + b^2 + c^2 - 12 \geq 0$ hay $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \geq 0$. Vậy có ít nhất một trong ba phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 175. Tìm GTLN, GTNN của các biểu thức $y = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 7}$.

- A. $y_{\min} = 0; y_{\max} = \frac{28}{3}$
- B. $y_{\min} = 1; y_{\max} = \frac{28}{3}$
- C. $y_{\min} = 0; y_{\max} = 1$
- D. $y_{\min} = \frac{1}{3}; y_{\max} = \frac{28}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.



Do $x^2 - 5x + 7 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x$ suy ra biểu thức y luôn xác định với mọi x . Gọi y_0 là một giá trị

của biểu thức khi đó ta có: $y_0 = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 7} \Leftrightarrow (y_0 - 1)x^2 - 5y_0x + 7y_0 = 0$ (*).

+ Nếu $y_0 = 1 \Rightarrow -5x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5}$ điều đó có nghĩa là $y_0 = 1$ là một giá trị của biểu thức nhận được.

+ Nếu $y_0 \neq 1$ thì (*) là một phương trình bậc 2 có $\Delta = (5y_0)^2 - 4 \cdot (y_0 - 1) \cdot 7y_0 = y_0(28 - 3y_0)$. Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y_0 \leq \frac{28}{3}$. Để ý rằng với mỗi giá trị $y_0 = 0$ hoặc $y_0 = \frac{28}{3}$ thì

$\Delta = 0$ nên

+ GTNN của y là 0 khi và chỉ khi $x = -\frac{5y_0}{2(y_0 - 1)} = 0$.

+ GTLN của y là $\frac{28}{3}$ khi và chỉ khi $x = -\frac{5y_0}{2(y_0 - 1)} = \frac{5 \cdot \frac{28}{3}}{2\left(\frac{28}{3} - 1\right)} = \frac{14}{5}$.

Câu 176. Tìm GTLN, GTNN của các biểu thức: $P = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$.

A. $\min P = -9; \max P = 1$ **B.** $\min P = -1; \max P = 9$

C. $\min P = 0; \max P = 8$ **D.** $\min P = 1; \max P = 7$

Hướng dẫn

Chọn B.

ĐKXD $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $P = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1} \Leftrightarrow (P - 1)x^2 + 8x + (P - 7) = 0$ (1). Coi (1) là phương trình bậc hai ẩn x .

Trường hợp 1: $P - 1 = 0 \Leftrightarrow P = 1$ thì $x = \frac{3}{4}$ (*).

Trường hợp 2: $P - 1 \neq 0 \Leftrightarrow P \neq 1$ phương trình (1) có nghiệm khi

$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow P^2 - 8P - 9 \leq 0 \Leftrightarrow (P + 1)(P - 9) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq P \leq 9$ (**).

Kết hợp (*) và (**) ta có $\min P = -1; \max P = 9$.



Câu 177. Tìm GTLN, GTNN của các biểu thức: $A = \frac{2x^2 - 2xy + 9y^2}{x^2 + 2xy + 5y^2}$ với $y \neq 0$.

A. $A_{max} = -\frac{17}{4}, A_{min} = -1$ B. $A_{max} = \frac{19}{4}, A_{min} = \frac{17}{4}$

C. $A_{max} = \frac{17}{4}, A_{min} = 1$ D. $A_{max} = \frac{21}{4}, A_{min} = \frac{15}{4}$

Hướng dẫn

Chọn C.

$A = \frac{2x^2 - 2xy + 9y^2}{x^2 + 2xy + 5y^2}$. Biểu thức A có dạng đẳng cấp bậc 2.

Ta chia tử số và mẫu số cho y^2 và đặt $t = \frac{x}{y}$ thì $A = \frac{2t^2 - 2t + 9}{t^2 + 2t + 5}$. Ta có $t^2 + 2t + 5 = (t+1)^2 + 4 > 0$ với

mọi t . Gọi A_0 là một giá trị của biểu thức. Khi đó ta có:

$$A_0 = \frac{2t^2 - 2t + 9}{t^2 + 2t + 5} \Leftrightarrow (A_0 - 2)t^2 + (2A_0 + 2)t + 5A_0 - 9 = 0 (*)$$

+ Nếu $A_0 = 2$ thì $t = -\frac{1}{6}$ suy ra $A_0 = 2$ là một giá trị của biểu thức nhận được.

+ Nếu $A_0 \neq 2$ thì (*) là một phương trình bậc 2 có $\Delta' = (A_0 + 1)^2 - (A_0 - 2)(5A_0 - 9) = -4A_0^2 + 21A_0 - 17$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm là

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -4A_0^2 + 21A_0 - 17 \geq 0 \Leftrightarrow (1 - A_0)(4A_0 - 17) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq A_0 \leq \frac{17}{4}. \text{ Từ đó ta có GTNN của } A \text{ là } 1 \text{ khi}$$

và chỉ khi $t = -\frac{A_0 + 1}{A_0 - 2} = 2 \Leftrightarrow x = 2y$. GTLN của A là $\frac{17}{4}$ khi và chỉ khi $t = -\frac{A_0 + 1}{A_0 - 2} = -\frac{7}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}y$.

Câu 178. Tìm GTLN, GTNN của các biểu thức: $A = \frac{2x^2 + 12xy}{1 + 2xy + 2y^2}$ biết $x^2 + y^2 = 1$ (Đề TS ĐH khối B-2008)

A. $A_{max} = 3; A_{min} = -6$ B. $A_{max} = 6; A_{min} = -3$

C. $A_{max} = 4; A_{min} = -4$ D. $A_{max} = 5; A_{min} = -5$

Hướng dẫn



Chọn A.

Nếu $y = 0$ thì $x^2 = 1 \Rightarrow P = 2x^2 = 2$.

Xét $y \neq 0$ đặt $x = ty$ thì $A = \frac{2x^2 + 12xy}{1 + 2xy + 2y^2} = \frac{2x^2 + 12xy}{x^2 + 2xy + 3y^2} = \frac{2(t^2 + 6t)}{t^2 + 2t + 3}$.

Ta có $-6 \leq A \leq 3$. Suy ra GTNN của A là -6 đạt được khi và chỉ khi $x = \frac{3}{\sqrt{13}}; y = \frac{-2}{\sqrt{13}}$ hoặc

$x = -\frac{3}{\sqrt{13}}; y = \frac{2}{\sqrt{13}}$. GTLN của A là 3 đạt được khi và chỉ khi $x = \frac{3}{\sqrt{10}}; y = \frac{1}{\sqrt{10}}$ hoặc

$x = -\frac{3}{\sqrt{10}}; y = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 179. Cho phương trình $2x^2 - mx + 5 = 0$, với m là tham số. Biết phương trình có một nghiệm là 2 , tìm nghiệm còn lại.

A. $x = -\frac{5}{2}$

B. $x = \frac{3}{2}$

C. $x = \frac{-3}{2}$

D. $x = \frac{5}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì $x = 2$ là nghiệm của phương trình nên thay $x = 2$ vào phương trình ta được $8 - 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{2}$.

Theo hệ thức Viet ta có: $x_1 x_2 = \frac{5}{2}$ mà $x_1 = 2$ nên $x_2 = \frac{5}{4}$. Vậy $m = \frac{13}{2}$ và nghiệm còn lại là $\frac{5}{2}$.

Câu 180. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Với $m = 1$, xác định tọa

độ giao điểm A, B và (d) và (P) .

A. $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$

B. $A\left(\frac{-1}{2}; 1\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$

C. $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(\frac{9}{2}; 3\right)$

D. $A\left(1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(-3; \frac{9}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.



Với $m=1$ ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3 \text{ (do } a - b + c = 0)$$

Ta có $y(-1) = \frac{1}{2}; y(3) = \frac{9}{2}$. Vậy tọa độ các giao điểm là $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$.

Câu 181. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$. (Trích đề tuyển sinh lớp 10 – thành phố Hà Nội năm 2014).

A. $m = \frac{1}{2}$

B. $m = -\frac{1}{2}$

C. $m > -1$

D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$\frac{1}{2}x^2 = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 2 = 0 \quad (*)$$

Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Khi đó } \Delta' = m^2 - m^2 + 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Cách 1:

$$\text{Khi } m > -1 \text{ ta có: } |x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \Leftrightarrow 8m = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Cách 2:

$$\text{Khi } m > -1 \text{ ta có: } |x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a} \right| = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{2m+2}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có: } 2\sqrt{2m+2} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{m+2} = 2 \Leftrightarrow 2m+2 = 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$



Câu 182. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$, điểm $M(m;0)$ với m là tham số khác 0 và điểm $I(0;-2)$. Phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm M, I . Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B thì : $AB > 4$.

- A.** $AB = 4$ **B.** $AB > 3$ **C.** $AB > 4$ **D.** $AB = 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình đường thẳng $(d): y = \frac{2}{m}x - 2$. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng

(d) và Parabol là: $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{2}{m}x - 2 \Leftrightarrow mx^2 + 4x - 4m = 0$. Ta có $\Delta' = 4 + 4m^2 > 0, \forall m$ suy ra

(d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A\left(x_1; \frac{-x_1^2}{2}\right), B\left(x_2; \frac{-x_2^2}{2}\right)$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2\right)^2 = \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right] \left[1 + \frac{1}{4}(x_1 + x_2)^2\right]$$

Theo định lý Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-4}{m}, x_1x_2 = -4$.

Vậy $AB^2 = \left(\frac{16}{m^2} + 16\right) \left(1 + \frac{4}{m^2}\right) > 16$ nên $AB > 4$.

Câu 183. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{-x^2}{2}$ và $(d): y = kx - 2$.

Giả sử (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tam giác IHK là tam giác gì ?

- A.** cân **B.** vuông cân **C.** đều **D.** vuông

Hướng dẫn

Chọn D.

Xét phương trình $\frac{-x^2}{2} = kx - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2kx - 4 = 0$ (1). Ta có: $\Delta' = k^2 + 4 > 0$ với mọi k , suy ra

(1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.



Giả sử (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Suy ra $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì $H(x_1; 0), K(x_2; 0)$. Khi đó

$IH^2 = x_1^2 + 4, IK^2 = x_2^2 + 4, KH^2 = (x_1 - x_2)^2$. Theo định lý Vi-et thì $x_1 x_2 = -4$ nên

$IH^2 + IK^2 = x_1^2 + x_2^2 + 8 = KH^2$. Vậy tam giác IHK vuông tại I .

Câu 184. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 4$. Giao (d) và (P) là A, B . Gọi

x_1, x_2 là hoành độ của các điểm A, B . Tìm GTLN, GTNN của $Q = \frac{2(x_1 + x_2) + 7}{x_1^2 + x_2^2}$.

- A. 1 và $-\frac{1}{8}$ B. 2 và 1 C. -8 và $-\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$ và 1

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$. Ta có

$\Delta = m^2 + 16 > 0$, với mọi m nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt, suy ra đường thẳng

(d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$ ta có

$Q = \frac{2m+7}{m^2+8}$. (dùng phương pháp miền giá trị hàm số- Xem thêm phần ứng dụng trong bài toán

GTLN, GTNN) ta dễ tìm được giá trị lớn nhất của Q là 1 và GTNN của Q là $-\frac{1}{8}$ đạt được

khi $m = 1$ và $m = -8$.

Câu 185. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 4$. Giao (d) và (P) là A, B . Tìm

m để diện tích tam giác OAB bằng 8.

- A. $m = 8$ B. $m = 0$ C. $m = -4$ D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.



Để ý rằng đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định $I(0;4)$ nằm trên trục tung. Ngoài ra nếu gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì $x_1 \cdot x_2 = -4 < 0$ nên hai giao điểm A, B nằm về hai phía trục tung. Giả sử $x_1 < 0 < x_2$ thì ta có:

$$S_{OAB} = S_{OAI} + S_{OBI} = \frac{1}{2}AH.OI + \frac{1}{2}BK.OI \text{ với } H, K \text{ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm } A, B \text{ trên trục } Oy. \text{ Ta có } OI = 4, AH = |x_1| = -x_1, BK = |x_2| = x_2. \text{ Suy ra } S_{OAB} = 2(x_2 - x_1) \\ \Rightarrow S_{OAB}^2 = 4(x_1 - x_2)^2 = 4[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]. \text{ Theo định lý Viet ta có: } x_1 + x_2 = m, x_1x_2 = -4. \text{ Thay vào ta có: } S_{OAB}^2 = 4(m^2 + 16) = 64 \Leftrightarrow m = 0.$$

Nếu thay điều kiện $S = 8$ thành diện tích tam giác OAB nhỏ nhất ta cũng có kết quả như trên. Vì $m^2 \geq 0 \Rightarrow S^2 \geq 4(m^2 + 16) \geq 64$.

Câu 186. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 2x - y - a^2 = 0$ và parabol $(P): y = ax^2$ ($a > 0$). Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .

- A.** $0 < a < 1$ **B.** $0 \leq a < 1$ **C.** $-1 < a < 1$ **D.** $a < 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình $ax^2 = 2x - a^2 \Leftrightarrow ax^2 - 2x + a^2 = 0$ (1)

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow a < 1$. Kết hợp với điều kiện ta có $0 < a < 1$

Câu 187. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 2x - y - a^2 = 0$ và parabol $(P): y = ax^2$ ($a > 0$) cắt nhau tại hai điểm A và B . Gọi x_A, x_B là hoành độ của A và B . Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A \cdot x_B}$. (Trích Đề thi vòng 1 THPT chuyên – TP Hà Nội năm học 2005-2006)

- A.** $-2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{2}$

Hướng dẫn



Chọn C.

Xét phương trình $ax^2 = 2x - a^2 \Leftrightarrow ax^2 - 2x + a^2 = 0$ (1)

Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = \frac{2}{a} > 0 \\ x_A \cdot x_B = a > 0 \end{cases}$$

Ta có: $T = 2a + \frac{1}{a}$ theo bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta có: $2a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{2}$. Vậy

$\min T = 2\sqrt{2}$ khi $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 188. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 1$. Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là các giao điểm của (d) và (P) . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = (y_1 - 1)(y_2 - 1)$.

(Trích đề TS lớp 10 Trường THPT chuyên ĐH sư phạm Hà Nội năm 2009)

A. -1

B. 1

C. 2

D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và Parabol là: $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$ (1)

$\Delta = m^2 + 4 > 0$ với mọi m nên (1) có hai nghiệm phân biệt, suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = m; x_1 x_2 = -1$

$M = (y_1 - 1)(y_2 - 1) = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = x_1^2 x_2^2 + 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2)^2 + 1 = -m^2 \leq 0$ Vậy $\max M = 0$ khi $m = 0$.

Câu 189. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Với $m = 1$, xác định tọa độ giao điểm A, B và (d) và (P) .

A. $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$

B. $A\left(\frac{-1}{2}; 1\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$



C. $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(\frac{9}{2}; 3\right)$

D. $A\left(1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(-3; \frac{9}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn A.

Với $m=1$ ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3 \text{ (do } a - b + c = 0)$$

Ta có $y(-1) = \frac{1}{2}; y(3) = \frac{9}{2}$. Vậy tọa độ các giao điểm là $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $B\left(3; \frac{9}{2}\right)$.

Câu 190. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$. (Trích đề tuyển sinh lớp 10 – thành phố Hà Nội năm 2014).

A. $m = \frac{1}{2}$

B. $m = -\frac{1}{2}$

C. $m > -1$

D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$\frac{1}{2}x^2 = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 2 = 0 \quad (*)$$

Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó $\Delta' = m^2 - m^2 + 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Cách 1:

Khi $m > -1$ ta có: $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \Leftrightarrow 8m = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Cách 2:

Khi $m > -1$ ta có: $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a} \right| = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{2m + 2}$



Theo yêu cầu bài toán ta có: $2\sqrt{2m+2} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{m+2} = 2 \Leftrightarrow 2m+2=1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 191. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$, điểm $M(m;0)$ với m là tham số khác 0 và điểm $I(0;-2)$. Phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm M, I . Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B thì : $AB > 4$.

- A.** $AB = 4$ **B.** $AB > 3$ **C.** $AB > 4$ **D.** $AB = 3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình đường thẳng $(d): y = \frac{2}{m}x - 2$. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và

Parabol là: $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{2}{m}x - 2 \Leftrightarrow mx^2 + 4x - 4m = 0$.

Ta có $\Delta' = 4 + 4m^2 > 0, \forall m$ suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A\left(x_1; \frac{-x_1^2}{2}\right), B\left(x_2; \frac{-x_2^2}{2}\right)$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2\right)^2 = \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right] \left[1 + \frac{1}{4}(x_1 + x_2)^2\right]$$

Theo định lý Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-4}{m}, x_1x_2 = -4$.

Vậy $AB^2 = \left(\frac{16}{m^2} + 16\right) \left(1 + \frac{4}{m^2}\right) > 16$ nên $AB > 4$.

Câu 192. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{-x^2}{2}$ và $(d): y = kx - 2$.

Giả sử (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tam giác IHK là tam giác gì ?

- A.** cân **B.** vuông cân **C.** đều **D.** vuông

Hướng dẫn

Chọn D.



Xét phương trình $\frac{-x^2}{2} = kx - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2kx - 4 = 0$ (1). Ta có: $\Delta' = k^2 + 4 > 0$ với mọi k , suy ra (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Giả sử (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Suy ra $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì $H(x_1; 0), K(x_2; 0)$. Khi đó $IH^2 = x_1^2 + 4, IK^2 = x_2^2 + 4, KH^2 = (x_1 - x_2)^2$.

Theo định lý Vi-et thì $x_1 x_2 = -4$ nên $IH^2 + IK^2 = x_1^2 + x_2^2 + 8 = KH^2$. Vậy tam giác IHK vuông tại I .

Câu 193. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 4$. Giao (d) và (P) là A, B. Gọi

x_1, x_2 là hoành độ của các điểm A, B. Tìm GTLN, GTNN của $Q = \frac{2(x_1 + x_2) + 7}{x_1^2 + x_2^2}$.

- A. 1 và $-\frac{1}{8}$ B. 2 và 1 C. -8 và $-\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$ và 1

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$. Ta có $\Delta = m^2 + 16 > 0$, với mọi m nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt, suy ra đường thẳng (d) luôn

cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$ ta có $Q = \frac{2m + 7}{m^2 + 8}$. (dùng phương

pháp miền giá trị hàm số- Xem thêm phần ứng dụng trong bài toán GTLN, GTNN) ta dễ tìm được giá trị lớn nhất của Q là 1 và GTNN của Q là $-\frac{1}{8}$ đạt được khi $m = 1$ và $m = -8$.

Câu 194. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 4$. Giao (d) và (P) là A, B. Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 8.

- A. $m = 8$ B. $m = 0$ C. $m = -4$ D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.



Để ý rằng đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định $I(0;4)$ nằm trên trục tung. Ngoài ra nếu gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì $x_1 \cdot x_2 = -4 < 0$ nên hai giao điểm A, B nằm về hai phía trục tung. Giả sử $x_1 < 0 < x_2$ thì ta có:

$S_{OAB} = S_{OAI} + S_{OBI} = \frac{1}{2}AH.OI + \frac{1}{2}BK.OI$ với H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A, B trên trục Oy . Ta có $OI = 4, AH = |x_1| = -x_1, BK = |x_2| = x_2$. Suy ra $S_{OAB} = 2(x_2 - x_1)$
 $\Rightarrow S_{OAB}^2 = 4(x_1 - x_2)^2 = 4[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]$. Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = m, x_1x_2 = -4$. Thay vào ta có: $S_{OAB}^2 = 4(m^2 + 16) = 64 \Leftrightarrow m = 0$.

Nếu thay điều kiện $S = 8$ thành diện tích tam giác OAB nhỏ nhất ta cũng có kết quả như trên. Vì $m^2 \geq 0 \Rightarrow S^2 \geq 4(m^2 + 16) \geq 64$.

Câu 195. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 2x - y - a^2 = 0$ và parabol $(P): y = ax^2$ ($a > 0$). Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .

- A.** $0 < a < 1$ **B.** $0 \leq a < 1$ **C.** $-1 < a < 1$ **D.** $a < 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình $ax^2 = 2x - a^2 \Leftrightarrow ax^2 - 2x + a^2 = 0$ (1)

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow a < 1$. Kết hợp với điều kiện ta có $0 < a < 1$

Câu 196. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 2x - y - a^2 = 0$ và parabol $(P): y = ax^2$ ($a > 0$) cắt nhau tại hai điểm A và B . Gọi x_A, x_B là hoành độ của A và B . Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A \cdot x_B}$. (Trích Đề thi vòng 1 THPT chuyên – TP Hà Nội năm học 2005-2006)

- A.** $-2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{2}$

Hướng dẫn



Chọn C.

Xét phương trình $ax^2 = 2x - a^2 \Leftrightarrow ax^2 - 2x + a^2 = 0$ (1)

Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = \frac{2}{a} > 0 \\ x_A \cdot x_B = a > 0 \end{cases}$$

Ta có: $T = 2a + \frac{1}{a}$ theo bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương ta có: $2a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{2}$. Vậy $\min T = 2\sqrt{2}$ khi $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 197. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 1$. Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là các giao điểm của (d) và (P) . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = (y_1 - 1)(y_2 - 1)$.

(Trích đề TS lớp 10 Trường THPT chuyên ĐH sư phạm Hà Nội năm 2009)

A. -1

B. 1

C. 2

D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và Parabol là: $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$ (1)

$\Delta = m^2 + 4 > 0$ với mọi m nên (1) có hai nghiệm phân biệt, suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = m; x_1 x_2 = -1$

$M = (y_1 - 1)(y_2 - 1) = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = x_1^2 x_2^2 + 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2)^2 + 1 = -m^2 \leq 0$ Vậy $\max M = 0$ khi $m = 0$.



Câu 198. Trong các cặp số $(12;1);(1;1);(2;-3);(1;-2)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y = 19$

- A. $(12;1)$. B. $(1;1)$. C. $(2;-3)$. D. $(1;-2)$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $2.12 - 5.1 = 19$

Câu 199. Cặp số $(-2;3)$ là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

- A. $x - y = 1$. B. $2x + 3y = 5$. C. $2x + y = -4$. D. $2x - y = -7$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $2.(-2) + 3.3 = 5$

Câu 200. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình bậc nhất hai ẩn $\sqrt{m+1}x - 2y = m+1$ có một nghiệm là $(1;-1)$

- A. $m = 0$. B. $m = 3$. C. $m = 0;3$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{m+1}.1 - 2(-1) = m+1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m+1} = m-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq 0 \\ m+1 = m^2 - 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m^2 - 3m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m = 0(1) \\ m = 3(tm) \end{cases}$$

Câu 201. Phương trình bậc nhất hai ẩn có 2 nghiệm $(2;0)$ và $(-1;-2)$ là:

- A. $2x - 3y = -4$. B. $2x - 3y = -2$. C. $3x - 2y = 4$. D. $2x - 3y = 4$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $ax + by = c$



Thay các nghiệm $(2;0)$ và $(-1;-2)$ vào $ax+by=c$ ta được:

$$\begin{cases} 2a+0b=c \\ -a-2b=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{c}{2} \\ b=\frac{-3}{4}c \end{cases}$$

Chọn $c=4 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow 2x-3y=4$

Câu 202. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $mx-5y=3m-1$

- A.** $m=5$. **B.** $m=-6$. **C.** $m=6$. **D.** $m=-\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $m \cdot 2 - 5(-1) = 3m - 1 \Leftrightarrow m = 6$

Câu 203. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình $2x-3y=5$

- A.** $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases}$ **B.** $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ **C.** $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \end{cases}$ **D.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $2x-3y=5 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$.

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases}$

Câu 204. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình $4x+0y=12$

- A.** $y=3$. **B.** $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y=3 \end{cases}$. **C.** $x=3$. **D.** $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x=3 \end{cases}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $4x+0y=12 \Rightarrow x=3$.



Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 3 \end{cases}$

Câu 205. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình $0x - 3y = 6$

- A. $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -2 \end{cases}$ B. $x = -2$. C. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2 \end{cases}$ D. $y = -2$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $0x - 3y = 6 \Rightarrow y = -2$.

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 206. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình $2x - y = 3$

- A. $y = 2x - 3$ B. $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 2x - 3 \end{cases}$ C. $x = 2y - 3$ D. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 3 \end{cases}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$.

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

Câu 207. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình $5x + 0y = 20$

- A. $y = 4$. B. $\begin{cases} y = 4 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$ C. $x = 4$. D. $\begin{cases} x = 4 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $5x + 0y = 20 \Rightarrow x = 4$.

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x = 4 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

Câu 208. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 4$



- A. $\begin{cases} y = 2 - k \\ x = 2k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = 2 - k \\ y = 2k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ C. $\begin{cases} x = k - 2 \\ y = 2k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = k - 2 \\ y = -2k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $2x:2;4:2$ nên để phương trình có nghiệm nguyên thì $y:2$.

Đặt $y = 2k (k \in \mathbb{Z})$ thay vào $2x + y = 4$ ta được $2x + 2k = 4 \Leftrightarrow x + k = 2 \Leftrightarrow x = 2 - k$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = 2 - k \\ y = 2k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 209. Cho phương trình $2x + 3y = 300$. Phương trình có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 48. B. 50. C. 49. D. 51.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $3y:3;300:3 \Rightarrow 2x:3 \Rightarrow x:3$. Đặt $x = 3k (k > 0)$ thay vào $2x + 3y = 300$ ta được

$$2.3k + 3y = 300 \Rightarrow y = \frac{300 - 6k}{3} = 100 - 2k$$

Vì y là số nguyên dương $\Rightarrow y > 0 \Rightarrow 100 - 2k > 0 \Rightarrow 0 < k < 50$

Vậy số nghiệm dương thỏa mãn phương trình là: $(49 - 1):1 + 1 = 49$ nghiệm.

Câu 210. Tập nghiệm của phương trình $2x + 0y = 5$ được biểu diễn bởi:

- A. Đường thẳng $y = 2x - 5$. B. Đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.
 C. Đường thẳng $y = 5 - 2x$. D. Đường thẳng $x = \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $2x + 0y = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$. Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$



Vậy tập nghiệm của phương trình $2x + 0y = 5$ được biểu diễn bởi đường thẳng $x = \frac{5}{2}$.

Câu 211. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình $3x + y = 8$

- A. $\begin{cases} x = k \\ y = -8 - 3k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = k \\ y = 8 - 3k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ C. $\begin{cases} x = k \\ y = 3k - 8 \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} y = k \\ x = 8 - 3k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $3x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 3x$ để y nguyên thì x cũng nguyên

Đặt $x = k (k \in \mathbb{Z})$ thay vào $3x + y = 8$ ta được $3k + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 3k$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = k \\ y = 8 - 3k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 212. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình $x - 7y = 9$

- A. $\begin{cases} x = -9 - 7k \\ y = k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = -9 + 7k \\ y = k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ C. $\begin{cases} x = 9 + 7k \\ y = k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = 9 - 7k \\ y = k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $x - 7y = 9 \Rightarrow x = 7y + 9$ để x nguyên thì y cũng nguyên

Đặt $y = k (k \in \mathbb{Z})$ thay vào $x - 7y = 9$ ta được $x - 7k = 9 \Rightarrow x = 9 + 7k$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = 9 + 7k \\ y = k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 213. Tổng các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} (x+4)(y+4) = xy + 216 \\ (x+2)(y-5) = xy - 50 \end{cases}$ là

- A. 30. B. 40. C. 50. D. 60.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Có } \begin{cases} (x+4)(y+4) = xy + 216 \\ (x+2)(y-5) = xy - 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 4x + 4y + 16 = xy + 216 \\ xy - 5x + 2y - 10 = xy - 50 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 200 \\ -5x + 2y = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ -5x + 2y = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 140 \\ x + y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (20; 30)$

Câu 214. Tổng các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+1) + 3(x+y) = 15 \\ 4(x-1) - (x+2y) = 0 \end{cases}$ là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Có } \begin{cases} 2(x+1) + 3(x+y) = 15 \\ 4(x-1) - (x+2y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 + 3x + 3y = 15 \\ xy - 5x + 2y - 10 = xy - 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 13 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 6y = 26 \\ 9x - 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x = 38 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; 3)$

Câu 215. Tích các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$ là

A. -2.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn

Chọn B.

Đặt $a = x + 1$, $b = x + 2y$, hệ trở thành

$$\begin{cases} 3a + 2b = 4 \\ 4a - b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 4 \\ 8a - 2b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11a = 22 \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x + 1 = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (1; -1)$

Câu 216. Tổng các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 2 \\ \frac{8}{x-1} - \frac{3}{y+2} = 1 \end{cases}$ là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. -5.



Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $x \neq 1, y \neq -2$.

Đặt $a = \frac{1}{x-1}, b = \frac{1}{y+2}$, hệ trở thành

$$\begin{cases} 2a + b = 2 \\ 8a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 3b = 6 \\ 8a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a = 7 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ y+2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $(x; y) = (3; -1)$

Câu 217. Tích các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x+y} + 3(y+1) = 5 \\ \frac{2}{x+y} - 5(y+1) = -1 \end{cases}$ là

A. -3.

B. 2.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. -2.

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $x + y \neq 0$.

Đặt $a = \frac{1}{x+y}, b = y+1$, hệ trở thành

$$\begin{cases} a + 3b = 5 \\ 2a - 5b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 6b = 10 \\ 2a - 5b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11b = 11 \\ 2a - 5b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} y+1 = 1 \\ \frac{1}{x+y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $(x; y) = (\frac{1}{2}; 0)$

Câu 218. Tổng các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 8 \\ 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-2} = -1 \end{cases}$ là

A. 30.

B. 25.

C. 50.

D. 6.



Hướng dẫn

Chọn D.

Điều kiện: $x \geq -1, y \geq 2$.

Đặt $a = \sqrt{x+1}, b = \sqrt{y-2}$ (điều kiện: $a \geq 0, b \geq 0$), hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} 2a+3b=8 \\ 3a-2b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+6b=16 \\ 9a-6b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13a=13 \\ 2a+3b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Suy ra $\begin{cases} \sqrt{x+1}=1 \\ \sqrt{y-2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ y-2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $(x;y) = (0;6)$.

Câu 219. Tích các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{3x-4} + 3\sqrt{y+1} = 2 \\ \frac{3}{3x-4} + 5\sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$ là

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. -6.

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $x \neq \frac{4}{3}, y \geq -1$.

Đặt $a = \frac{1}{3x-4}, b = \sqrt{y+1}$ (điều kiện: $b \geq 0$), hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} a+3b=2 \\ 3a+5b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+9b=6 \\ 3a+5b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b=2 \\ 3a+5b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ a=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Suy ra $\begin{cases} \sqrt{y+1}=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3x-4}=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{3}{4} \\ x=2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $(x;y) = \left(2; -\frac{3}{4}\right)$.



Câu 220. Tổng các nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4}{\sqrt{2x-y}} - \frac{21}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2x-y}} + \frac{7-x-y}{x+y} = 1 \end{cases}$$
 là

- A. 18. B. 15. C. 14. D. 16.

Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $2x - y > 0, x + y \neq 0$.

Trước hết ta khử x, y ở trên tử trong phương trình sau của hệ:

$$\text{Hệ} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{2x-y}} - \frac{21}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2x-y}} + \frac{7}{x+y} - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{2x-y}} - \frac{21}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2x-y}} + \frac{7}{x+y} = 2 \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{\sqrt{2x-y}}, b = \frac{7}{x+y}$ (điều kiện $a > 0, b \neq 0$), hệ trở thành

$$\begin{cases} 4a - 3b = \frac{1}{2} \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 3b = \frac{1}{2} \\ 9a + 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13a = \frac{13}{2} \\ 9a + 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Suy ra} \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2x-y}} = \frac{1}{2} \\ \frac{7}{x+y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy $(x; y) = (6; 8)$

Câu 221. Số nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|1-2y|} = 3 \end{cases}$$
 là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 9, y \neq \frac{1}{2}$.



Do $|1-2y| = |2y-1|$ nên hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 3 \end{cases}$

Đặt $a = \frac{4}{\sqrt{x-3}}, b = \frac{1}{|2y-1|}$ (điều kiện: $a \neq 0, b > 0$), hệ trở thành

$\begin{cases} 2a+b=5 \\ a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{|2y-1|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = 2 \\ |2y-1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 5 \\ 2y-1 = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 222. Tổng các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} |x-2| + 2\sqrt{y+3} = 9 \\ x + \sqrt{y+3} = -1 \end{cases}$ là:

- A. -3. B. -2. C. 0. D. 6.

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện: $y \geq -3$.

Có $\begin{cases} |x-2| + 2\sqrt{y+3} = 9 \\ x + \sqrt{y+3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-2| + 2\sqrt{y+3} = 9 \\ x-2 + \sqrt{y+3} = -3 \end{cases}$

Đặt $a = x-2, b = \sqrt{y+3}$ (điều kiện: $b \geq 0$), hệ trở thành

$\begin{cases} |a| + 2b = 9 \\ a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| + 2b = 9 \\ 2a + 2b = -6 \end{cases} \Rightarrow |a| - 2a = 15.$

Trường hợp 1: Xét $a \geq 0$ thì $|a| - 2a = 15 \Leftrightarrow a - 2a = 15 \Leftrightarrow a = -15$ (loại).

Trường hợp 2: Xét $a < 0$ thì $|a| - 2a = 15 \Leftrightarrow -a - 2a = 15 \Leftrightarrow a = -5$ (thỏa mãn).

Suy ra $x-2 = -5 \Leftrightarrow x = -3$.

Thay $x = -3$ vào $x + \sqrt{y+3} = -1$ ta được $-3 + \sqrt{y+3} = -1 \Leftrightarrow y = 1$ (thỏa mãn).

Vậy $(x; y) = (-3; 1)$.

Câu 223. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x + my = 2m + 18 \end{cases}$ với m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi m :

- A. $m = 3$. B. $m \neq 5$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq 3$.

Hướng dẫn

Chọn C.



Từ $2x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 2x$, thay vào $4x + my = 2m + 18$ ta được

$$4x + m(8 - 2x) = 2m + 18 \Leftrightarrow (4 - 2m)x = 18 - 6m \quad (*)$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ khi phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow 4 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2.$$

$$\text{Khi đó } x = \frac{18 - 6m}{4 - 2m} = \frac{3m - 9}{m - 2} \Rightarrow y = 8 - 2x = 8 - 2 \cdot \frac{3m - 9}{m - 2} = \frac{2m + 2}{m - 2}.$$

Vậy $m \neq 2$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(\frac{3m - 9}{m - 2}; \frac{2m + 2}{m - 2} \right)$.

Câu 224. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2m - 1 \\ 2x - my = 9 - 3m \end{cases}$ với m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất nguyên khi:

A. $m \in \{-1; -3; -7\}$. **B.** $m \in \{-1; -3; 3; -7\}$. **C.** $m \in \{-3; -7\}$. **D.** $m \in \{1; -3; 3; -7\}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Từ $mx - 2y = 2m - 1 \Rightarrow y = \frac{mx - 2m + 1}{2}$, thay vào $2x - my = 9 - 3m$ ta được

$$2x - m \cdot \frac{mx - 2m + 1}{2} = 9 - 3m \Leftrightarrow (4 - m^2)x = 18 - 5m - 2m^2 \quad (*)$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ khi phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow 4 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2.$$

$$\text{Khi đó } x = \frac{18 - 5m - 2m^2}{4 - m^2} = \frac{2m^2 + 5m - 18}{m^2 - 4} = \frac{(m - 2)(2m + 9)}{(m - 2)(m + 2)} = \frac{2m + 9}{m + 2}$$

$$y = \frac{1}{2} \left(m \cdot \frac{2m + 9}{m + 2} - 2m + 1 \right) = \frac{3m + 1}{m + 2}.$$

Vậy $m \neq \pm 2$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(\frac{2m + 9}{m + 2}; \frac{3m + 1}{m + 2} \right)$.

$$\text{Có } (x; y) = \left(2 + \frac{5}{m + 2}; 3 - \frac{5}{m + 2} \right).$$



Do đó cả $x, y \in Z \Leftrightarrow 5 : m + 2 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

$m \in \{-1; -3; 3; -7\}$ (thỏa mãn $m \neq 2$).

Vậy $m \in \{-1; -3; 3; -7\}$ thì x và y là các số nguyên.

Câu 225. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$

thỏa mãn $x_0^2 + y_0^2 = 10$:

A. $m \in \left\{0; -\frac{4}{3}\right\}$. **B.** $m = \frac{4}{3}$. **C.** $m = 0$. **D.** $m \in \left\{\frac{4}{3}; 0\right\}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Khi đó

$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ x + m(3 - mx) = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ x = \frac{1 - m}{1 - m^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{m + 1} \\ y = \frac{2m + 3}{m + 1} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $\begin{cases} x_0 = \frac{1}{m + 1} \\ y_0 = \frac{2m + 3}{m + 1} \end{cases}$.

$$\text{Nên: } x_0^2 + y_0^2 = 10 \Leftrightarrow 1 + (2m + 3)^2 = 10 \cdot (m + 1)^2 \Leftrightarrow 6m^2 + 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{4}{3} \end{cases} \text{ (TM).}$$

Câu 226. Hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$ vô nghiệm khi giá trị m bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn

Chọn B.

Từ phương trình đầu ta có $y = mx - 2m$ (*).



Thế (*) vào phương trình thứ hai ta được:

$$4x - m(mx - 2m) = m + 6 \Leftrightarrow (4 - m^2)x = -2m^2 + m + 6 \quad (**).$$

Hệ phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi phương trình (**) vô nghiệm.

$$(**) \text{ vô nghiệm khi và chỉ khi: } \begin{cases} 4 - m^2 = 0 \\ -2m^2 + m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 227. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số

m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x; y$ là các số nguyên:

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Xét } \begin{cases} mx + y = 3 & (1) \\ x + my = 2m + 1 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow y = 3 - mx$ thay vào (2): $(1 - m^2)x = 1 - m$

+ Với $m = 1 \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \Rightarrow$ có vô số giá trị x (**loại**).

+ Với $m = -1 \Rightarrow 0 \cdot x = 2 \Rightarrow$ không tồn tại x (**loại**).

+ Với $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Rightarrow$ có duy nhất giá trị $x = \frac{1}{1+m}$ thỏa mãn, khi đó: $y = \frac{2m+3}{m+1}$. Tức khi đó hệ có

$$\text{nghiệm duy nhất: } \begin{cases} x = \frac{1}{1+m} \\ y = \frac{2m+3}{m+1} = 2 + \frac{1}{m+1} \end{cases}$$

Để hệ có nghiệm nguyên thì $\frac{1}{m+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m+1=1 \\ m+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-2 \end{cases}$

Vậy có 1 số nguyên âm $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 228. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - 2z = 0 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$ có nghiệm là:



$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Hướng dẫn

Chọn C

$$\begin{cases} x + y - z = 1 & (1) \\ x - y - 2z = 0 & (2) \\ x + y - 4z = 0 & (3) \end{cases} \quad (I)$$

Trừ từng vế của (1) và (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - z = 12 \\ y + z = 1 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$$

Trừ từng vế của (1) và (3) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2y + z = 1 \\ 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là: $(x; y; z) = \left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 229. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y - z = -5 & (1) \\ 2y + z = 4 & (2) \\ z = 2 & (3) \end{cases}$ có nghiệm là:

A. (2; 1; 2)

B. (-2; 1; 2)

C. (-2; -1; 2)

D. (-2; 1; -2)

Hướng dẫn

Chọn B

Thế (3) vào (2) ta được: $y = 1$

Thế (3) và (2) vào (1) ta được: $x = -2$



Câu 230. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y - z = 1 & (1) \\ x - y - 2z = 0 & (2) \\ x + y - 4z = 0 & (3) \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $\left(1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ B. $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(1; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ D. $\left(1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Hướng dẫn

Chọn B

Sử dụng máy tính ta có $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 231. Hệ phương trình
$$\begin{cases} -x + 2y - 3z = 2 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ -2x - 3y + z = 5 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $\left(4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$ B. $\left(-4; \frac{11}{7}; -\frac{12}{7}\right)$ C. $\left(-4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$ D. $\left(4; \frac{11}{7}; -\frac{12}{7}\right)$

Hướng dẫn

Chọn C

Sử dụng máy tính ta có $\left(-4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$

Câu 232. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 4x - y + 3z = 10 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $\left(4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$ B. $\left(-4; \frac{11}{7}; -\frac{12}{7}\right)$ C. $\left(-4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$ D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn D

Câu 233. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$
 tương đương với hệ phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.



Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ và hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$ cùng có duy nhất một nghiệm là $(3;1)$ nên tương đương với nhau.

Câu 234. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$ tương đương với hệ phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ 6x + 3y = 9 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow VN$, mà $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow VN$ nên hai hệ phương trình trên tương đương.

Câu 235. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x = 9 + 3y \end{cases}$ tương đương với hệ phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} -x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x = 9 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases} \begin{cases} x = t \\ y = t - 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm có dạng $(t; t - 3)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Mặc khác ta cũng có $\begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ 4x - 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = t - 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, hệ phương trình này cũng có vô số nghiệm có dạng $(t; t - 3)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Vậy hai hệ phương trình trên tương đương.

Câu 236. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$ và $\begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + y = -1 \end{cases}$ tương đương?



A. $m \in \emptyset$

B. $m = 2$

C. $m = 0$

D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$, hệ trên có nghiệm duy nhất là $(2; 1)$.

Mà hai hệ phương trình trên tương đương nên hệ $\begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + y = -1 \end{cases}$ cũng có nghiệm duy nhất là $(2; 1)$

suy ra $\frac{m}{-1} \neq \frac{-1}{1} \Leftrightarrow m \neq 1$.

Thay $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ vào hệ trên ta được $\begin{cases} 2m - 1 = 1 \\ -2 + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ (loại)

Câu 237. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 2x - my = 3 \end{cases}$ tương đương?

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 0$

D. $m = -1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$, hệ trên có nghiệm duy nhất là $(1; 1)$.

Mà hai hệ phương trình trên tương đương nên hệ $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 2x - my = 3 \end{cases}$ cũng có nghiệm duy nhất là $(1; 1)$

suy ra $\frac{m}{2} \neq \frac{1}{-m} \Leftrightarrow m^2 \neq -2$ (luôn đúng).

Thay $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ vào hệ trên ta được $\begin{cases} m + 1 = 0 \\ 2 - m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$ thỏa ycbt.

Câu 238. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ vô nghiệm?

A. $m = -2$

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. $m = 4$

Hướng dẫn



Chọn A.

Để hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \\ c \neq c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{1} = \frac{m}{-2} \\ 1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$. Vậy $m = -2$ thỏa ycbt.

Câu 239. Hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x + 2y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi m khác với giá trị nào sau đây?

- A. 2 B. -5 C. 1 D. 0

Hướng dẫn

Chọn C.

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Leftrightarrow \frac{m+1}{1} \neq \frac{2}{1} \Leftrightarrow m \neq 1$. Vậy $m \neq 1$ thỏa ycbt.

Câu 240. Hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + (m-1)y = 2 \end{cases}$ có vô số nghiệm khi m có giá trị là

- A. -4 B. 5 C. 0 D. 2

Hướng dẫn

Chọn B.

Để hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m-1}{2} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = 5$. Vậy $m = 5$ thỏa ycbt.

Câu 241. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = b \\ a'x - y = b \end{cases}$ với a, b là tham số thực. Khẳng định đúng là

- A. Hệ phương trình trên vô nghiệm với mọi a, a', b
 B. Hệ phương trình trên có vô số nghiệm với mọi a, a', b
 C. Hệ phương trình trên luôn có nghiệm với mọi a, a', b
 D. Hệ phương trình trên vô nghiệm khi $a = a'$ và $b \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn C.

TH1: Nếu $a = a'$ thì hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = b \\ a'x - y = b \end{cases} \Leftrightarrow ax - y = b$ có vô số nghiệm.

TH2: Nếu $a \neq a'$, giả sử $a' \neq 0$, khi đó $\frac{a}{a'} \neq \frac{-1}{-1}$, suy ra hệ có nghiệm duy nhất.

Vậy từ 2TH suy ra hệ phương trình luôn có nghiệm với mọi a, a', b .



Câu 242. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - my = 2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$ có nghiệm $(5;1)$ khi m có giá trị là

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Hướng dẫn

Chọn D.

Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - my = 2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$ có nghiệm $(5;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2.5 - m.1 = 2 \\ 5 - 3.1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 8$. Vậy $m = 8$ thỏa ycbt.

Câu 243. Hệ phương trình $\begin{cases} mx - 3y = 5 \\ (m + 2n)x + my = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(2;1)$ khi giá trị của $m + n$ là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Hệ phương trình $\begin{cases} mx - 3y = 5 \\ (m + 2n)x + my = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(2;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3.1 = 5 \\ (m + 2n).2 + m.1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = \frac{-11}{4} \end{cases}$. Vậy

$$m + n = \frac{5}{4}.$$

Câu 244. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} y = (m - 2)x + 3 \\ y = (2m + 5)x - 1 \end{cases}$ có ít nhất một nghiệm.

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m \neq -7$ C. $m = -7$ D. $m \neq \frac{7}{3}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $3 \neq -1$ nên Hệ phương trình $\begin{cases} y = (m - 2)x + 3 \\ y = (2m + 5)x - 1 \end{cases}$ có ít nhất một nghiệm khi và chỉ khi

$$m - 2 \neq 2m + 5 \Leftrightarrow m \neq -7. \text{ Vậy } m \neq -7 \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 245. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$ có nghiệm nguyên?

- A. 4 B. 3 C. 5 D. 2



Hướng dẫn

Chọn A.

TH1: xét $m = 0$, hpt trở thành $\begin{cases} 2y = 1 \\ 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ không thỏa ycbt, vậy loại $m = 0$.

TH2: xét $m = 2$, hpt trở thành $\begin{cases} 2x + 2y = 2 + 1 \\ 2x + 2y = 2 \cdot 2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = \frac{3}{2}$, khi đó không tồn tại giá trị x, y nguyên để $x + y = \frac{3}{2}$, vậy loại $m = 2$.

TH3: xét $m = -2$, hpt trở thành $\begin{cases} -2x + 2y = -2 + 1 \\ 2x - 2y = 2 \cdot (-2) - 1 \end{cases} \Leftrightarrow VN$, vậy loại $m = -2$.

TH4: xét $m \neq 0, m \neq 2, m \neq -2$, hpt trở thành

$$\begin{cases} 2mx + 4y = 2m + 2 \\ 2mx + m^2y = 2m^2 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 4)y = 2m^2 - 3m - 2 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2m^2 - 3m - 2}{m^2 - 4} = \frac{2m - 1}{m + 2} \\ 2x = 2m - 1 - m \cdot \frac{2m - 1}{m + 2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - \frac{5}{m + 2} \\ x = 2 - \frac{5}{m + 2} \end{cases}, \text{ vậy hpt có nghiệm nguyên khi và chỉ khi } \frac{5}{m + 2} \text{ nguyên}$$

$(m + 2) \in \{\pm 1; \pm 5\} \Leftrightarrow m \in \{1; -3; 3; -7\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Từ 4 TH suy ra có 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 246. Tìm các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + (9m^2 - 2)y = 3m \\ x + y = 1 \end{cases}$ vô nghiệm

A. $m = 2$

B. $m \in \emptyset$

C. $m = \frac{-3}{2}$

D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.



Đề hệ phương trình $\begin{cases} 2x + (9m^2 - 2)y = 3m \\ x + y = 1 \end{cases}$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{9m^2 - 2}{1} \neq \frac{3m}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 9m^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-3}{2}. \text{ Vậy } m = \frac{-3}{2} \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 247. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + 2y = m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi m khác với giá trị nào sau đây

- A. 1 B. -2 C. 2 D. 0

Hướng dẫn

Chọn C.

Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + 2y = m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\frac{m}{1} \neq \frac{2}{1} \Leftrightarrow m \neq 2$. Vậy $m \neq 2$ thỏa ycbt.

Câu 248. Biết $x_0; y_0$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x + y = 23 \\ x - 6y = 17 \end{cases}$. Tính $x_0 + y_0$

- A. 3 B. 4 C. 2 D. 5

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{cases} 5x + y = 23 \\ x - 6y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 23 \\ 5x - 30y = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x + y = 3$$

Câu 249. Hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 7y = -23 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. (1; -3) B. (-1; 3) C. (-3; 1) D. (3; -1)

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 7y = -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 16 \\ 2x - 7y = -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y = 39 \\ 2x - 7y = -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 250. Cho a, b thỏa mãn: $\begin{cases} 3a + 3b = 2 \\ 11a + 6b = 4 \end{cases}$. Tính $P = 19ab$

- A. 3 B. -2 C. 4 D. 0



Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{cases} 3a + 3b = 2 \\ 11a + 6b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow P = 0$$

Câu 251. Cho hai số a, b thỏa mãn: $a:2 = b:5$ và $a+b = 21$. Tính $a-b$

A. -10

B. -8

C. 9

D. -9

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{a+b}{2+5} = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow a = 6; b = 15$$

Câu 252. Gọi x, y là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{30} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{9}{10} \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

A. $x < y$

B. $x = y$

C. $x + y = 15$

D. $x > y$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{30} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{11}{15} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Câu 253. An mua 2 quyển vở và 1 chiếc bút hết 13000 đồng, Bình mua 3 quyển vở và 2 chiếc bút hết 21000 đồng. Giá tiền 1 quyển vở là bao nhiêu

A. 5000

B. 3000

C. 4000

D. 6000

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi giá 1 quyển vở và 1 cái bút là x, y đồng, $x, y > 0$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 13000 \\ 3x + 2y = 21000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$



Câu 254. Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Tính $M = \frac{7a+9b+16c}{10a+b-3c}$

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6**

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+b+c}{b+c+a} = 1 \Rightarrow a = b = c \Rightarrow M = 4$$

Câu 255. Gọi x_0, y_0, z_0 là nghiệm của $\begin{cases} x + y = z \\ y + z = x + 4 \\ z + x = y + 2 \end{cases}$. Tính $3x_0 + 4y_0 + 5z_0$

- A. 22 B. 24 C. 26 D. 27**

Hướng dẫn

Chọn C.

Cộng theo vế suy ra $2(x + y + z) = x + y + z + 6$ nên $x + y + z = 6$.

Mà $x + y = z \Rightarrow 2z = 6 \Leftrightarrow z = 3$

$y + z = x + 4 \Rightarrow x + x + 4 = 6 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2$

Câu 256. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} |x| + 3|y| = 18 \\ 4|x| - |y| = 7 \end{cases}$

- A. 4 B. 2 C. 0 D. 6**

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\begin{cases} |x| + 3|y| = 18 \\ 4|x| - |y| = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4|x| + 12|y| = 72 \\ 4|x| - |y| = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y| = 5 \\ |x| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $(3;5), (-3;5), (3;-5), (-3,-5)$

Câu 257. Hai tổ theo kế hoạch may 80 chiếc áo. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ 1 vượt mức 10%, tổ 2 vượt mức 20% nên hai tổ may được 91 chiếc áo. Tính số áo tổ 1 dự định may

- A. 52 B. 50 C. 40 D. 35**

Hướng dẫn

Chọn B.



Gọi số áo hai tổ dự định may là x, y , $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 80$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 1,1x + 1,2y = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 30 \end{cases}$$

Câu 258. Cho a, b, c thỏa mãn: $\frac{5}{a-15} = \frac{10}{b-30} = \frac{7}{c-21}$ và $abc = 350$. Tính $2a + b + c$

A. 25

B. 26

C. 27

D. 32

Hướng dẫn

Chọn C.

Từ gt suy ra $\frac{a-15}{5} = \frac{b-30}{10} = \frac{c-21}{7} \Leftrightarrow \frac{a}{5} - 3 = \frac{b}{10} - 3 = \frac{c}{7} - 3 \Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{10} = \frac{c}{7}$

Câu 259. Cho a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} \frac{a}{12} + \frac{b}{3} - \frac{c}{4} = 1 \\ \frac{a}{5} + \frac{b}{10} + \frac{c}{3} = 1 \end{cases}$$
. Tính $A = a + b + c + 4$

A. 9

B. 10

C. 12

D. 15

Hướng dẫn

Chọn B.

Đặt $X = a + b + c$ suy ra $c = X - a - b$.

Đưa hệ trên về dạng:
$$\begin{cases} 12a + 21b - 9X = 36 \\ -8a - 14b + 20X = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 7b - 3X = 21 \\ -4a - 7b + 10X = 30 \end{cases} \Rightarrow X = 6$$

Câu 260. Cho a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7} \end{cases}$$
. Tính $P = (a-7)(b-7)(c-7)$

A. 0

B. 1

C. 7

D. -7

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow abc - 7(ab + bc + ac) + 7^3 - 7^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow abc - 7(ab + bc + ac) + 7^2a + 7^2b + 7^2c - 7^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-7)(b-7)(c-7) = 0$$



Câu 261. Hệ phương trình nào dưới đây có nghiệm:

A.
$$\begin{cases} 2x^2 + y^4 + 1 = 0 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 6x - y = -17 \\ x + 5y = 23 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x^2 - 3x + 12 = 0 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x^2 + 7y^4 = -3 \\ 3x^2 + y = 2 \end{cases}$$

Hướng dẫn

Chọn B.

Các hệ phương trình còn lại (trừ hệ B) đều có 1 phương trình vô nghiệm.

Câu 262. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} y^4 + |y| = 0 \\ x^4 y + x^2 y + x^2 - 4x + 4 - y = 0 \end{cases}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$y^4 + |y| = 0 \Rightarrow y = 0$. Thay vào phương trình còn lại được $(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy nghiệm của hệ phương trình: (2;0)

Câu 263. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ x^2 + 2y^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

A. 4

B. 2

C. 1

D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 264. Giá trị $x = 3; y = -2$ là nghiệm của hệ phương trình nào?

A.
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 + 3 = 0 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 7 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

Hướng dẫn

Chọn D.



Câu 265. Hệ phương trình $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có tập nghiệm là:

- A. (2;1) B. (1;2); (2;1) C. (1;2); (1;1) D. (2;2)

Hướng dẫn

Chọn B.

Đưa hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ (x + y)^2 - 2xy = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ a^2 - 2b = 4 \end{cases} \text{ rồi dùng phương pháp thế để giải.}$$

Câu 266. Cho a, b thỏa mãn: $\begin{cases} a^2 - b^2 = a - 3 \\ b^2 - a^2 = b + 2 \end{cases}$. Tính $A = 3a + 2b + 7$

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 9

Hướng dẫn

Chọn C.

Cộng theo vế ta được $a + b = 1$ suy ra $b = 1 - a$ rồi thay vào 1 phương trình ban đầu.

Câu 267. Biết x, y, z là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4y + 4 = 0 \\ y^2 - 4z + 4 = 0 \\ z^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases}$. Tính $A = 3x + 2y + z + 12$

- A. 25 B. 24 C. 28 D. -24

Hướng dẫn

Chọn B.

Cộng theo vế đưa về $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = y = z = 2$

Câu 268. Cho x, y là các số thực thỏa mãn: $\begin{cases} x^3 = 3y + 18 \\ y^3 = 3x + 18 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

- A. $x < y < 3$ B. $x \geq y > 3$ C. $x + y = 8$ D. $x \leq y \leq 3$

Hướng dẫn

Chọn D.

Hệ đối xứng loại II, giải được $x = y = 3$



Câu 269. Cho a, b thỏa mãn:
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + 4a - 2b + 5 = 0 \\ 2a^2 + b^2 - 9 = 0 \end{cases}$$
. Tính $A = 5ab + a + b$

A. -11

B. -12

C. -14

D. -10

Hướng dẫn

Chọn A.

Biến đổi phương trình thứ nhất thành: $(a+2)^2 + (b-1)^2 = 0$

Câu 270. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x(y+1) = 6 \\ xz = 12 \\ z(y+1) = 8 \end{cases}$$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Nhân theo vế đưa về: $[xz(y+1)]^2 = 756 \Rightarrow xz(y+1) = \pm 24$

Câu 271. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm:
$$\begin{cases} (x^2 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 2020) = 0(1) \\ x^2 + y^2 = 50(2) \end{cases}$$

A. 200

B. 198

C. 400

D. 4040

Hướng dẫn

Chọn B.

Từ phương trình (1) ta tìm được 4040 giá trị của x, nhưng từ giá trị x thỏa mãn $x^2 \in \{51, 52, \dots, 2020\}$ sẽ không thỏa mãn phương trình (2) nên chỉ có 100 giá trị x.

Một giá trị x, thay vào (2) sẽ có 2 giá trị y. Nhưng giá trị $x^2 = 50$ chỉ có $y = 0$ nên hệ có 198 nghiệm.

Câu 272. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm dương:
$$\begin{cases} x + y = 2z^2 \\ y + z = 2x^2 \\ z + x = 2y^2 \end{cases}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.



Nếu $x > y > 0$ thì $2x^2 > 2y^2 \Rightarrow y + z > z + x \Rightarrow y > x$ vô lí

Tương tự $x < y$: Vô lí. Suy ra $x = y = z = 1$.

Câu 273. Cho x, y, z thỏa mãn: $\begin{cases} x+1 = y+z \\ xy + z^2 - 7z + 10 = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của $A = x^2 + y^2$

A. 16

B. 17

C. 18

D. 22

Hướng dẫn

Chọn B.

Từ gt suy ra: $\begin{cases} (x-y)^2 = z^2 - 2z + 1 \\ 2xy = -2z^2 + 14z - 20 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = -(z-6)^2 + 17 \leq 17$

Câu 274. Cho a, b, c thỏa mãn: $\begin{cases} a+b+c = 9 \\ ab+bc+ac = 27 \end{cases}$. Tính $A = 3a+2b+c$

A. 15

B. 16

C. 17

D. 18

Hướng dẫn

Chọn D.

Từ gt suy ra $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 81 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 27 = ab + bc + ac$

$\Rightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c = 3$

Câu 275. Cho các số dương a, b thỏa mãn: $\begin{cases} a+b = 2 \\ a^4 + b^4 + \frac{5}{ab} = 7 \end{cases}$. Tính $A = 2a^6 + 7b^9$

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

Hướng dẫn

Chọn A.

$4 = (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow a^4 + b^4 \geq 2; ab \leq 1 \Rightarrow a^4 + b^4 + \frac{5}{ab} \geq 7$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = 1 \Rightarrow A = 9$.

Câu 276. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} x^7 + y^7 = 1 \\ x^8 + y^8 = 1 \end{cases}$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.



Nhận xét $0 \leq x \leq 1$. Hệ phương trình có nghiệm $(1;0); (0;1)$

Câu 277. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 2xy + 2y + 3 = 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4xy + 1 = 0 \end{cases}$$

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Chuyển phương trình thứ nhất về dạng bậc 2 ẩn y : $y^2 + 2(1-x)y + 2x^2 + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = -(x+1)^2 - 1 < 0$ nên phương trình vô nghiệm. Vậy hệ vô nghiệm.

Câu 278. Biết rằng $(x; y)$ là nghiệm:
$$\begin{cases} y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{y}{x} = 12 \\ y + \frac{1}{x} + \frac{y}{x} = 8 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

- A.** $x = 2y$ **B.** $x = -2y$ **C.** $x + y = 3$ **D.** $y = 4x$

Hướng dẫn

Chọn D.

Đặt $\frac{1}{x} + x = a; \frac{y}{x} = b \Rightarrow \begin{cases} a^2 - b = 12 \\ a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5; b = 13 \\ a = b = 4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}; y = 2$

Câu 279. Gọi x, y là nghiệm của phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y-3} = 18 \\ 3\sqrt{x} - \sqrt{y-3} = 5 \end{cases}$$
. Tính $x + y$

- A.** 26 **B.** 27 **C.** 28 **D.** 32

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 280. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y+1)^2 = 0 \\ \sqrt{2x+y+7} + \sqrt{y+10} = 7 \end{cases}$$

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn

Chọn B.

Từ phương trình $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$. Thay vào phương trình còn lại thỏa mãn.



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$

Câu 281. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13} + \sqrt{y + 2} = 0 \\ x^2 + y^2 + 3xy + 7 = 0 \end{cases}$

A. 4

B. 3

C. 1

D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

Từ $\sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13} + \sqrt{y + 2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \\ y = -2 \end{cases}$

Thay $y = -2$ vào $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ ta được:

$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$. Thay $x = 3, y = -2$ vào $x^2 + y^2 + 3xy + 7 = 0$ không thỏa mãn.

Vậy hệ vô nghiệm

Câu 282. Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm $x = -3; y = 1$.

A. $\begin{cases} \sqrt{x+12} + 2\sqrt{y+8} = 9 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{y+3} = 3 \\ 3x - 2y = -11 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-1)^2 = 0 \\ 4x + y = 13 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \sqrt{x-5} + \sqrt{y} = 4 \\ x + y = 7 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 283. Hệ phương trình nào dưới đây vô nghiệm:

A. $\begin{cases} \sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} = 0 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \sqrt{x-2} + 2\sqrt{y-3} = 0 \\ (x-2)^2 + 2\sqrt{y-3} = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 0 \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{y+11} = 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 16y = 20 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A.



$$\sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ thay vào phương trình còn lại vô nghiệm.}$$

Câu 284. Gọi x_0, y_0 là nghiệm hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 13y - 14 = 0 \\ \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 5(\sqrt{y} - \sqrt{x}) \end{cases}$$
 . Tính $A = 3x + 7y$

A. 140

B. 142

C. 148

D. 132

Hướng dẫn

Chọn A.

Từ Phương trình (2) suy ra $x = y$ thay vào 1 được $x = y = -1$ (loại) hoặc $x = y = 14$.

Câu 285. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = \sqrt{2} \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = \sqrt{2} \end{cases}$$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

Nếu phương trình có nghiệm thì $x = y$.

Với $x = y \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{2-x} = \sqrt{2}$. Từ đó giải được $x = y = 0$ hoặc $x = y = 2$

Câu 286. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm nguyên:
$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 12 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 28 \end{cases}$$

A. 2

B. 4

C. 6

D. 0

Hướng dẫn

Chọn A.

Chuyển hệ về dạng:
$$\begin{cases} ab(a+b) = 12 \\ a^3 + b^3 = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 4 \\ ab = 3 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (1; 9); (9; 1)$$

Câu 287. Số nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 13 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 5 \end{cases}$$

A. 0

B. 2

C. 4

D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.



Chuyển hệ về: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow (x; y) = (16; 81); (81; 16)$

Câu 288. Gọi x_0, y_0 là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{y-4} = 3 \\ x + y - \sqrt{(x-1)(y-4)} = 8 \end{cases}$

Tính $S = 5(x_0 + y_0)$

A. 40

B. 45

C. 60

D. 50

Hướng dẫn

Chọn D.

Đặt ẩn phụ đưa về: $\begin{cases} a + b = 3 \\ a^2 + b^2 - ab = 3 \end{cases} \Rightarrow (a; b) = (1; 2); (2; 1) \Rightarrow (x_0; y_0) = (2; 8); (5; 5)$

Câu 289. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} x + \sqrt[4]{y-3} = 3 \\ y + \sqrt[4]{x-3} = 3 \end{cases}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$x > 3$ hoặc $y > 3$ không phải là nghiệm, suy ra $x = y = 3$.

Câu 290. Gọi x_0, y_0 là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x(y+3)} + \sqrt{y(x+3)} = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$. Khẳng định nào

đúng

A. $x_0 < 1 < y_0$

B. $x_0 \leq 1 \leq y_0$

C. $x_0 < y_0 < 1$

D. $1 < x_0 \leq y_0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Cách 1: Nhận xét: Nếu hệ có nghiệm thì $x = y$. Thay vào phương trình (2) suy ra $x = y = 1$. Thay $x = y = 1$ vào (1) thỏa mãn.

Cách 2: Bunhia: $\left(\sqrt{x(y+3)} + \sqrt{y(x+3)}\right)^2 \leq (x+y)(x+y+6) = 16$

$\Rightarrow \sqrt{x(y+3)} + \sqrt{y(x+3)} \leq 4$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$



Câu 291. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{5z - 1} \\ y + z = \sqrt{5x - 1} \\ x + z = \sqrt{5y - 1} \end{cases}$$

- A. 6 B. 4 C. 2 D. 0

Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $x, y, z \geq \frac{1}{5}$.

Nếu hệ có nghiệm thì $x = y = z$ thay vào ta được: $2x = \sqrt{5x - 1} \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{1}{4}$

Câu 292. Cho a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} \sqrt{a-3} + \sqrt{b+22} = 5 \\ \sqrt{b-3} + \sqrt{c+22} = 5 \\ \sqrt{c-3} + \sqrt{a+22} = 5 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

- A. $3 \leq a \leq b \leq c$ B. $3 < a < b < c$
C. $a = b = c < 3$ D. $b < 3 < a < c$

Hướng dẫn

Chọn A.

Các em có thể nhận xét $a = b = c$ rồi thay vào phương trình để giải hoặc biện luận như sau:

Đk: $a, b, c \geq 3$. Nếu $a > 3$ thì $\sqrt{a-3} + \sqrt{a+22} > 5$ nên phương trình vô nghiệm.

Vậy $a = b = c$.

Câu 293. Cho a, b thỏa mãn:
$$\begin{cases} \sqrt{7-a} + \sqrt{a-5} = b^2 - 6b + 11(1) \\ 3a^2 + b^2 = 117 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

- A. $b = 2a$ B. $a = 2b$ C. $a = b$ D. $a + b = 12$

Hướng dẫn

Chọn B.

VT (1) ≤ 2 ; VP(1) ≥ 2 . Dấu bằng xảy ra khi $a = 6, b = 3$.

Câu 294. Có bao nhiêu giá trị của a để hệ sau có nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} |y| + \sqrt{x^2 + 9} = a \\ \sqrt{y^2 + 1} + |x| = \sqrt{x^2 + 1} + 3 - a \end{cases}$$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1



Hướng dẫn

Chọn D.

Nếu $(x; y)$ là nghiệm thì $(-x; -y)$ cũng là nghiệm nên $x = y = 0$. Thay vào ta được $a = 3$. Thay $a = 3$ vào hệ ta được $x = y = 0$.

Câu 295. Tìm m để hệ sau tương đương: $\begin{cases} x - y = 7 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x - 2y = -m \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$

- A. 14 B. -14 C. 7 D. -7

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 296. Tìm a để hệ $\begin{cases} ax + y = 3 \\ 4x + ay = -1 \end{cases}$ có nghiệm $x = 2; y = -3$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 6

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay $x = 2; y = -3$ vào hệ phương trình được $a = 3$.

Câu 297. Tìm k để hệ $\begin{cases} kx - 2y = 1 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

- A. $k \neq -6$ B. $k \neq 2$ C. $k = -6$ D. Không tồn tại k

Hướng dẫn

Chọn A.

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{k}{3} \neq \frac{-2}{1} \Leftrightarrow k \neq -6$

Câu 298. Có bao nhiêu giá trị m để hệ $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = -1 \end{cases}$ vô nghiệm

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Hệ phương trình vô nghiệm khi $\frac{1}{m} = \frac{m}{4} \neq \frac{3}{-1} \Leftrightarrow m = \pm 2$



Câu 299. Tìm m để hệ $\begin{cases} x-3y=2 \\ m^2x-3y=2 \end{cases}$ vô số nghiệm

- A. ± 1 B. 2 C. -2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 300. Trên mặt phẳng Oxy cho M(x;y) thỏa mãn: $\begin{cases} x-y=3m-3 \\ x+y=3-m \end{cases}$. Tìm m để điểm M (x; y) nằm trên đường thẳng $y = x$.

- A. -1 B. 0 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn A.

Giải hệ được $x = m$; $y = 3 - 2m$. thay vào $y = x$ được $m = 1$.

Câu 301. Có bao nhiêu giá trị của k để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} (x-3)(y+k^2-16)=0 \\ (x-k)(y-7)=0 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Giải phương trình (1) được: $x = 3$ hoặc $y = 16 - k^2$

Với $x = 3 \Rightarrow k = 3$.

Với $y = 16 - k^2 \Rightarrow k = \pm 3$. Kết hợp điều kiện suy ra $k = 3$.

Câu 302. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm khi m là số thực bất kì: $\begin{cases} x+y=3 \\ 4xy=m^2-4m+14 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

$4xy = (m-2)^2 + 10 \leq 10$ mà $(x+y)^2 = 9 < 10 = 4xy \Rightarrow (x-y)^2 < 0$: Vô nghiệm

Câu 303. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình sau vô nghiệm: $\begin{cases} x+y=m+2 \\ x^2+y^2=2m^2+4m \end{cases}$



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Hệ có nghiệm khi: $(x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 \geq -2m^2 + 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq \frac{2}{3} \end{cases}$

Suy ra hệ vô nghiệm khi: $-2 < m < \frac{2}{3}$. Vì m nguyên nên $m \in \{-1; 0\}$

Câu 304. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (2a-b)x + (a+b)y = 3a \\ (a+3b)x - (a-b)y = 4a \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

- A. Không tồn tại a, b để hệ có nghiệm
- B. Tồn tại duy nhất một cặp số (a;b) để hệ có nghiệm
- C. Tồn tại hai cặp số (a;b) để hệ có nghiệm
- D. Hệ đều có nghiệm với mọi a, b

Hướng dẫn

Chọn D.

Nhận xét: với mọi a, b hệ luôn có nghiệm $x = y = 1$.

Câu 305. Có bao nhiêu giá trị của k để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 6x - 2y + 10 = 0 \\ x^2 + 2y^2 + xy + k^2 - 16k + 7 = 0 \end{cases}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Giải phương trình thứ nhất: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 0$ suy ra $x = -3; y = 1$ thay vào phương trình thứ hai tìm được $k = 1; k = 15$.

Câu 306. Cho a, b thỏa mãn: $\begin{cases} a - b = m + 1 \\ ab + m^2 + 4m - 1 = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất $a^2 + b^2$

A. 12

B. 13

C. 15

D. 9

Hướng dẫn

Chọn A.



Từ giả thiết suy ra: $\begin{cases} (a-b)^2 = m^2 + 2m + 1 \\ 2ab = -2m^2 - 8m + 2 \end{cases}$. Cộng theo vế hai phương trình trên được :

$$a^2 + b^2 = 12 - (m+3)^2 \leq 12$$

Câu 307. Có bao nhiêu giá trị m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x = y^2$ với $\begin{cases} mx + y = -1 \\ x + y = m \end{cases}$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Giải hệ được $x = 1; y = -m - 1$. Thay vào $x = y^2$ tìm được $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 308. Có bao nhiêu giá trị của k để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} x + y + xy = 8 \\ x^2 + y^2 = -k^2 + 6k - 1 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Áp dụng BĐT ta có: $\begin{cases} x^2 \geq 4x - 4 \\ y^2 \geq 4y - 4 \\ 2x^2 + 2y^2 \geq 4xy \end{cases}$

Cộng theo vế BĐT trên được: $x^2 + y^2 \geq 8$

mà $x^2 + y^2 = 8 - (k-3)^2 \leq 8$. Dấu bằng xảy ra khi $k = 3$.

Câu 309. Tìm k để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-5} = 4 \\ x + y = k + 3 \end{cases}$

- A. $k \geq 9$ B. $k \leq 17$ C. $9 \leq k \leq 17$ D. $-17 < k < 9$

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $\sqrt{x+1} = a; \sqrt{y-5} = b$ đưa hệ về: $\begin{cases} a + b = 4 \\ a^2 + b^2 = k - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ ab = \frac{17 - k}{2} \end{cases}$ do đó a, b là nghiệm không âm của

phương trình: $2t^2 - 8t + 17 - k = 0$. Từ đó suy ra $9 \leq k \leq 17$



- Câu 310.** Giả sử tồn tại a, b, c, x, y, z thỏa mãn:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases}$$
. Tính $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $a^3 + b^3 + c^3 = a^2(bx + cy) + b^2(cx + ay) + c^2(ax + by)$
 $= ab(ax + by) + bc(bx + cy) + ac(cx + ay) = 3abc$

- Câu 311.** Giả sử a, b thỏa mãn:
$$\begin{cases} 3a + \sqrt{12 - 3a^2} = -b^2 + 4b - 10 \\ a^2 + 2b^2 = 13 \end{cases}$$
. Tính $5a + 3b$
- A. -3 B. -5 C. -4 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Điều kiện: $-2 \leq m \leq 2$ suy ra VT ≥ -6 ; VP $= -(b-2)^2 - 6 \leq -6$ suy ra $ab = 2$; $a = -2$.

- Câu 312.** Giả sử x, y là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x + y = k - 1 \\ x^2 + y^2 = 5 + 2k - k^2 \end{cases}$$
.

Tìm giá trị lớn nhất của $A = xy + 8(x + y) - 25$

- A. -7 B. -8 C. -6 D. -9

Hướng dẫn

Chọn .

Các em tìm $x + y$ và xy rồi dùng điều kiện có nghiệm: $(x + y)^2 \geq 4xy \Rightarrow -1 \leq k \leq 3$

Biến đổi $A = (k + 3)^2 - 44$ suy ra $\max A = -8 \Leftrightarrow k = 3$.

Câu 313. Có bao nhiêu giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^2 - 2(m^2 + 2m)x + 13(m^2 + 2m)^2 = 0 & (1) \\ x^2 - 2x + (m + 2)^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.



Ta có: $\Delta_1 = -12(m^2 + 2m)^2 \geq 0$ suy ra $\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$.

Thay lần lượt từng giá trị vào phương trình (2)

Câu 314. Cho a, b là các số thỏa mãn: $\begin{cases} 2a + b = -1 \\ 3a - 4b = -40 \end{cases}$. Tính ab.

A. -21

B. -28

C. 28

D. -32

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 315. Cho $(x; y)$ là nghiệm của phương trình: $\begin{cases} x - 5y = -16 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

A. $y = 3x$

B. $x = 3y$

C. $y = -3x$

D. $x = -3y$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 316. Hệ phương trình nào dưới đây có hai nghiệm:

A. $\begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x^2 + y^4 = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y^2 - 6x + 9 = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} (x-1)(y+2) = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 317. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là

A. $(1; -4)$

B. $(1; 4)$

C. $(-1; -1)$

D. $(1; 1)$

Hướng dẫn

Chọn A.



Câu 318. Biết $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 5x + 2y = -20 \\ x - y = -11 \end{cases}$. Tính $x^2 + y^2$

- A. 61 B. 64 C. 50 D. 74

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 319. Giá trị của k để $x = -3; y = 4$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} (k+1)x + 2y = -13 \\ 2x - ky = -30 \end{cases}$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 320. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} y^6 + 5|y| = 0 \\ x^4y + x^2 + 3y^2 + 5xy - 8x + 15 = 0 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 321. Có bao nhiêu giá trị của k để $x = -1; y = 2$ là một nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ x + (k^2 - 6k + 4)y = 7 \end{cases}$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 322. Tìm k để hệ phương trình sau vô nghiệm: $\begin{cases} 2x - 7y = -3 \\ 2x + ky = -2 \end{cases}$

- A. $k = -7$ B. $k = 7$ C. $-7 < k < 7$ D. $k > 7$

Hướng dẫn

Chọn A.



Câu 323. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} (x-1)(y+3) = 0 \\ x^2 + y^2 = 200 \end{cases}$$

- A. 1** **B. 2** **C. 3** **D. 4**

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 324. Giá trị của m để hệ phương trình sau vô số nghiệm là:
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ (m^2 - 7m + 6)x - 2y = 10 \end{cases}$$

- A. $m \in \{0; 7\}$** **B. $m \in \{0; -7\}$** **C. $m = 1$** **D. Không tồn tại m**

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 325. Tìm k để hai hệ phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ x + y = 2 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ (k+2)x - y = 25 \end{cases}$$

- A. 4** **B. 5** **C. 6** **D. -6**

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 326. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x + |y| = 1 \\ x|y| = -2 \end{cases}$$

- A. 1** **B. 2** **C. 3** **D. 4**

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 327. Tìm các giá trị $(a; b)$ để $x = 1; y = 4$ là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x + (a-3)y = -2 \\ (b-2)x + 3y = 13 \end{cases}$$

- A. $(2; 3)$** **B. $(-2; 3)$** **C. $(2; -3)$** **D. $(3; -2)$**

Hướng dẫn



Chọn A.

Câu 328. Chị Lan mua 1kg thịt lợn và 2kg thịt bò hết 320000 đồng. Chị Hoa mua 3kg thịt lợn và 7kg thịt bò hết 1080000 đồng. Hỏi giá tiền 1kg thịt lợn là

- A.** 85.000 **B.** 82.000 **C.** 78.000 **D.** 80.000

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 329. Cho $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 + xy - 3 = 0 \end{cases}$. Tính $2x + y$?

- A.** -3 **B.** -2 **C.** 3 **D.** 1

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 330. Cho a, b là các số thực thỏa mãn: $\begin{cases} a^2 + b^2 - 4a + 6b + 13 = 0 \\ 2a^2 + b^2 = 17 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

- A.** $3a - 2b = 0$ **B.** $a = 3b$ **C.** $3a + 2b = 0$ **D.** $b = 3a$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 331. Có 19 xe bao gồm xe máy hai bánh và mô tô 3 bánh. Tổng số bánh là 45. Hỏi có bao nhiêu xe máy.

- A.** 14 **B.** 13 **C.** 12 **D.** 11

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 332. Cho a, b là các số thực thỏa mãn: $\frac{a}{3} = \frac{b}{8} = \frac{c}{5}$ và $2a + 3b - c = 50$. Tính $2a + 3b + c$?

- A.** 68 **B.** 70 **C.** 72 **D.** 75

Hướng dẫn



Chọn B.

Câu 333. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{y + 1} = 0 \\ x^5 + y^5 + 3xy^4 + xy = 2 \end{cases}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 334. Tìm số nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 335. Tìm các giá trị k để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất
$$\begin{cases} 8x - k^2y = 12 \\ 2x - y = 1 - k \end{cases}$$

- A. $k \neq -2$ B. $k \neq 2$ C. $k \neq \pm 3$ D. $k \neq \pm 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 336. Cho a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} a^2 + 2b = -1 \\ b^2 - 4c = -7 \\ c^2 - 2a = 2 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 337. Giá trị lớn nhất của k để hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = k - 1 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. 18 B. 15 C. 19 D. 17



Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 338. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^5 + y^6 = 3 \end{cases}$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 339. Điều kiện của k để hệ phương trình sau có nghiệm là: $\begin{cases} x + y = 5 - k \\ x^2 + y^2 = 9 - k^2 \end{cases}$

- A. $-1 \leq k \leq \frac{7}{3}$ B. $-\frac{7}{3} \leq k \leq 1$ C. $1 \leq k \leq \frac{7}{3}$ D. $k \geq -\frac{7}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 340. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\begin{cases} (x-1)(x-2)\dots(x-50) = 0 \\ x^2 + y^2 = 64 \end{cases}$

- A. 15 B. 100 C. 14 D. 16

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 341. Trên mặt phẳng Oxy cho $M(x; y)$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} x + y = 3k - 1 \\ 3x - y = k + 1 \end{cases}$. Tìm k để điểm M nằm

trên đường thẳng $y = 3x - 7$.

- A. 7 B. 5 C. -6 D. 6

Hướng dẫn

Chọn D.



Câu 342. Cho a, b, c thỏa mãn: $\frac{a}{7} = \frac{b}{5}; \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a + 2b + 3c = 111$. Tính $3a + 2b + c$

A. 112

B. 113

C. 115

D. 110

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 343. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x^3 + 6x^2y = 7 \\ 8y^3 + 12xy^2 = 20 \end{cases}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 344. Gọi x, y là các nghiệm thỏa mãn:
$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{y-5} = 9 \\ x - 5\sqrt{y+4} = 9 \end{cases}$$
. Tính $2x + 3y$

A. 100

B. 102

C. 104

D. 105

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 345. Gọi x, y là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y-1} = 2 \\ x + y - \sqrt{x(y-1)} = 2 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

A. $x < y$

B. $y < x$

C. $x = y$

D. $x + y = 5$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 346. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$
 có mấy nghiệm

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Hướng dẫn



Chọn C.

Câu 347. Cho x, y, z thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 - 2z + 1 = 0 \\ z^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$$
 . Tính $x + 2y + 3z$

A. 0

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 348. Cho a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 27 \\ ab + bc + ac = 27 \end{cases}$$
 . Tính $|3a - 4b + 5c|$

A. 12

B. 11

C. 15

D. 18

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 349. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm
$$\begin{cases} 3x^3 = 2y + 20 \\ 3y^3 = 2x + 20 \end{cases}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 350. Có bao nhiêu cặp số a, b để hệ phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} (a-b)x + (a+b)y = 2a \\ (a^2 + b^2)x - (a^2 - b^2)y = 2b^2 \end{cases}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số

Hướng dẫn

Chọn D.



Câu 351. Biết x, y, z là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+2} + \sqrt{y-6} = 2 \\ \sqrt[3]{y+2} + \sqrt{z-6} = 2 \\ \sqrt[3]{z+2} + \sqrt{x-6} = 2 \end{cases}$$
. Khẳng định nào đúng

- A. $x < y < z$ B. $x < z \leq y$ C. $x = y = z$ D. $x + y = z$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 352. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4x - 2y - 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 353. Cho a, b là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \\ 2a^2 - 3ab + 5 = 0 \end{cases}$$
. Tính $a^2 + b^2$

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 354. Biết $(x; y; z)$ là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x^2 - 2y = 2 \\ y^2 + 2z = -1 \\ z^2 - 4x = -7 \end{cases}$$
. Tính $x^2 + y^2 + z^2$

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 355. Với a là số thực bất kì, hệ phương trình sau có mấy nghiệm:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 4xy = a^2 - 2a + 15 \end{cases}$$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn



Chọn A.

Câu 356. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^4 + y^4 = 1 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 357. Gọi x, y là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 - 5y^2 + 4 = 0 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = (\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{x})(x^2 - xy + y^2 + 1) \end{cases}$. Tính giá trị

của biểu thức $P = (x-1)(x-2)(y+1)(y+2)$

- A. -1 B. -2 C. 0 D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 358. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm $\begin{cases} x^2 + xy + xz = 6 \\ x^2 + y^2 + yz = 12 \\ z^2 + xz + yz = 18 \end{cases}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 359. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn: $\begin{cases} (a^2 + 1)b = 2a^2 \\ (b^2 + 1)c = 2b^2 \\ (c^2 + 1)a = 2c^2 \end{cases}$. Tính $a + 2b + 3c^3$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

Hướng dẫn

Chọn C.



Câu 360. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm:
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2 \\ (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2 \\ (z-1)^2 + (x-1)^2 = 2 \end{cases}$$

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 361. Cho a, b thỏa mãn:
$$\begin{cases} a^3 + 2ab^2 = 24 \\ b^3 + 2a^2b = 24 \end{cases}$$
. Tính $a + b + a^2 + b^2$

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 16

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 362. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hệ phương trình sau có nghiệm
$$\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = 6 - a^2 \end{cases}$$

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 363. Cho x, y, z thỏa mãn:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^4 + y^4 + z^4 = 3xyz \end{cases}$$
. Tính giá trị biểu thức $3x^3 + 4y^4 + 5z^5$

- A. 10 B. 12 C. 15 D. 20

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 364. Có bao nhiêu cặp số a, b dương thỏa mãn
$$\begin{cases} a + b = 2 \\ a^2 b^2 (a^2 + b^2) = 3 \end{cases}$$

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 0

Hướng dẫn



Chọn D.

Câu 365. Cho x, y thỏa mãn $\begin{cases} x^3 + xy^2 = 2 \\ y^3 + x^2y = 2 \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $A = 25x - 3y$

A. 20

B. 21

C. 22

D. 28

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 366. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x + y = x^4 + y^4 \end{cases}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 367. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm $\begin{cases} 2x = \frac{x^2 + 1}{y^2} \\ 2y = \frac{y^2 + 1}{x^2} \end{cases}$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 368. Cho a, b thỏa mãn $\begin{cases} \frac{a^4 + 1}{(a^2 + 1)^2} = b^2 - 2b + 2 \\ a^3 + b^3 = 1 \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $5a^3b^5$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 5

Hướng dẫn

Chọn B.



Câu 369. Có bao nhiêu bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} (a+b)(a+c)=12 \\ (b+c)(b+a)=15 \\ (a+c)(c+b)=20 \end{cases}$$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 370. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6 \\ x^2 = y^2 + xy - 3x - y + 2 = 9 \end{cases}$$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 371. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm
$$\begin{cases} (y+1)^2(y-1) = x+1 \\ (x-3)^2(x+1) = z-1 \\ (z+2)^2(z-1) = 1-y \end{cases}$$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 372. Có bao nhiêu giá trị của k để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm

$$\begin{cases} (x-k+5)(x-k+2) = 0 \\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 373. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x^3 + y^3 = 3(x^2 + y^2) \end{cases}$$



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 374. Cho x, y thỏa mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy - 1 \\ x^3 + y^3 = 3x + y \end{cases}$. Tính $x^2 + y^6$

A. 0

B. 1

C. 8

D. 16

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 375. Cho x, y thỏa mãn $\begin{cases} y + \frac{2}{y} + \frac{1}{x} = 4 \\ \left(y + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

A. $x > y$

B. $x < y$

C. $x = y$

D. $2x + y = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 376. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 1 \\ a^3 + (b-1)^3 = 1 \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $A = 12(a+b)$

A. 12

B. 18

C. 24

D. 36

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 377. Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thỏa mãn $xy < 0$

$$\begin{cases} x + xy + y = m + 3 \\ x^2y + xy^2 = m + 2 \end{cases}$$

A. $m > 2$

B. $m < -2$

C. $m \geq 2$

D. $-1 < m < 2$

Hướng dẫn

Chọn B.



- Câu 378.** Có bao nhiêu giá trị của k để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x^2 + xy = (k+2)(y-1) \\ y^2 + xy = (k+2)(x-1) \end{cases}$
- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Chọn B.

- Câu 379.** Để hoàn thành một công việc hai tổ làm chung hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Mỗi tổ làm riêng thì tổ một hoàn thành công việc trong bao lâu ?
- A.** 12 **B.** 13 **C.** 14 **D.** 15

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi thời gian tổ một làm riêng và hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 6$)

Gọi thời gian tổ hai làm riêng và hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 6$)

Mỗi giờ tổ một làm được $\frac{1}{x}$ (phần công việc)

Mỗi giờ tổ hai làm được $\frac{1}{y}$ (phần công việc)

Biết hai tổ làm chung trong 6 giờ thì hoàn thành được công việc nên ta có phương trình:

$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$ (1). Thực tế để hoàn thành công việc này thì hai tổ làm trong 2 giờ và tổ một làm

trong $2+10=12$ (giờ), ta có phương trình: $\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$. Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Nếu làm riêng thì tổ một hoàn thành công việc trong 15 giờ và tổ 2 hoàn thành công việc trong 10 giờ



Câu 380. Cho một bể cạn. Nếu hai vòi nước cùng được mở để chảy vào bể này thì sẽ đầy bể sau 4 giờ 48 phút. Nếu mở riêng từng vòi chảy vào bể thì thời gian vòi một chảy đầy bể sẽ ít hơn thời gian vòi hai chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì vòi 1 chảy bao lâu sẽ đầy bể?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể trong x (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Gọi thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể trong y (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Biết hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1$ (1)

Nếu chảy riêng thì vòi một chảy đầy bể nhanh hơn vòi hai là 4 giờ nên ta có phương trình:

$$x = y - 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy vòi một chảy một mình trong 8 giờ thì đầy bể và vòi hai chảy một mình trong 12 giờ thì đầy bể.

Câu 381. Để chuẩn bị chuyến đánh bắt cá ở Hoàng Sa, hai ngư dân đảo Lý Sơn cần chuyển một số lượng thực phẩm lên tàu. Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lượng thực phẩm, thực phẩm sau đó người thứ hai chuyển nốt số còn lại thì thời gian hoàn thành lâu hơn người thứ nhất 3 giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì người thứ nhất cần bao nhiêu lâu để chuyển hết số lượng thực phẩm lên tàu?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Hướng dẫn

Chọn C.



Gọi thời gian để người thứ nhất một mình hoàn thành công việc là x (giờ). Thời gian để người thứ hai một mình hoàn thành công việc là y (giờ) (với $x, y > \frac{20}{7}$)

Người thứ nhất hoàn thành $\frac{1}{2}$ công việc trong $\frac{x}{2}$ giờ . Người thứ hai hoàn thành $\frac{1}{2}$ công việc trong $\frac{y}{2}$ giờ. Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$

công việc. Theo giả thiết ta có :

$$\begin{cases} \frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{7}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ 7x^2 + 2x - 120 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x = 4 \\ x = -\frac{30}{7} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện suy ra $x = 4; y = 10$ thỏa mãn.

Nếu làm riêng một mình thì người thứ nhất cần 4 giờ

Câu 382. Nếu giảm chiều rộng của một mảnh vườn hình chữ nhật đi $3m$ và tăng chiều dài thêm $8m$ thì diện tích hình chữ nhật giảm đi $54m^2$. Nếu tăng chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật thêm $2m$ và giảm chiều dài đi $4m$ thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm $32m^2$. Chiều rộng hình chữ nhật là?

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$, chiều rộng mảnh vườn là $y(m)$. Điều kiện $x > 4, y > 3$.

Diện tích mảnh vườn là $x.y (m^2)$

Theo giả thiết ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (x+8)(y-3) = xy - 54 \\ (x-4)(y+2) = xy + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 8y = -30 \\ 2x - 4y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là $50(m)$, chiều rộng mảnh vườn là $15(m)$



Câu 383. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là $13m$ và chiều dài hơn chiều rộng là $7m$.

Chiều rộng của mảnh đất đó là?

A. 1

B. 2

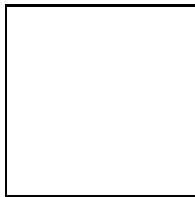
C. 3

D. 5

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi chiều dài mảnh đất đó là và chiều rộng của mảnh đất đó là (



Khi đó ta có hệ phương trình Giải hệ ta được

Đổi chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn . Vậy chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là 5 m và chiều dài là 12 m .

Câu 384. Hai người cùng làm chung một công việc trong $4\text{ giờ } 48\text{ phút}$ thì xong. Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc nhiều hơn người thứ hai làm một mình xong công việc là 4 giờ .

Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là?

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

Hướng dẫn

Chọn C.

Đổi $4\text{ giờ } 48 = \frac{24}{5}$ giờ

Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là x giờ $\left(x > \frac{24}{5}\right)$



Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là $x + 4$ (giờ)

Trong một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x+4}$ công việc

Theo bài ra, ta có trong 1 giờ, cả hai người làm được $\frac{5}{24}$ công việc

Nên ta có phương trình $\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x} = \frac{5}{24}$

Giải phương trình tìm được $x_1 = \frac{-12}{5}$ (L); $x_2 = 8$ (TM)

Vậy thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là 8 giờ.

Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 12 giờ

Câu 385. Hai đội công nhân làm chung một công việc và dự định 12 ngày thì hoàn thành xong. Nhưng khi làm chung được 8 ngày, thì đội I được điều động đi làm việc khác. Đội II tiếp tục làm nốt phần việc còn lại. Khi làm một mình, do cải tiến cách làm, năng suất của đội II tăng gấp đôi, nên đội II đã hoàn thành xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu, đội I làm một mình thì sau thời gian bao lâu sẽ hoàn thành công việc trên ?

A. 25

B. 26

C. 28

D. 30

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi thời gian đội I làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là x

Gọi thời gian đội II làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là y

Mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi ngày đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)



8 ngày làm được $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Năng suất mới của đội II là $\frac{2}{y}$ (CV/ngày)

Lập luận để có được hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{2}{y} \cdot \frac{7}{2} = 1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình được nghiệm $x = 28$, $y = 21$

Câu 386. Có 2 số biết tổng của chúng bằng 17 và tổng các bình phương của chúng 157 . Hai số cần tìm là?

A. 11;6

B. 5;12

C. 7;10

D. 8;9

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi số thứ nhất là $x(x < 17)$

Số thứ hai là: $17 - x$

Theo bài ra ta có pt: $x^2 + (17 - x)^2 = 157 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 2x^2 - 34x + 132 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 11; x_2 = 6$

Vậy 2 số cần tìm là: 11 và 6

Câu 387. Lấy một số có hai chữ số chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 4 và dư 15. nếu lấy số đó trừ đi 9 thì được một số bằng tổng bình phương của mỗi chữ số đó. Số này là?

A. 89

B. 90

C. 91

D. 92

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi số cần tìm là $\overline{xy}(x, y \in N; 0 < x, y \leq 9)$

Số viết theo thứ tự ngược lại là: \overline{yx}

Vì lấy \overline{xy} đem chia cho \overline{yx} được thương là 4 và dư 15 nên ta có:

$$\overline{xy} = 4\overline{yx} + 15 \Leftrightarrow 2x - 13y = 5 \quad (1)$$



Lấy \overline{xy} trừ đi 9 được 1 số bằng tổng bình phương của mỗi chữ số, nên ta có:

$$\overline{xy} - 9 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 10x + y - 9 = x^2 + y^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hpt:
$$\begin{cases} 2x - 13y = 5 \\ 10x + y - 9 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \overline{xy} = 91$$

Câu 388. Một hình chữ nhật có chu vi $24m$. Nếu tăng chiều rộng thêm $2m$ và giảm chiều dài đi $2m$ thì diện tích hình chữ nhật đó không thay đổi. Chiều rộng hình chữ nhật là?

- A.** 4 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

Hướng dẫn

Chọn C

Gọi x là chiều rộng của hình chữ nhật (đơn vị : $m, 0 < x < 12$). Ta có phương trình :

$$x(12 - x) = (x + 2)(10 - x) \Rightarrow \dots \Leftrightarrow x = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 389. Một hình chữ nhật có tính chất : Nếu giảm chiều rộng đi $1cm$, và tăng chiều dài thêm $4cm$, nếu tăng chiều rộng thêm $2cm$, giảm chiều dài $4cm$ thì diện tích không thay đổi. Chiều rộng hình chữ nhật là?

- A.** $4cm$ **B.** $5cm$ **C.** $6cm$ **D.** $7cm$

Hướng dẫn

Chọn A

Gọi chiều rộng và chiều dài hình chữ nhật lần lượt là x và y (đơn vị $cm, y > x > 0$)

Diện tích hình chữ nhật là

$$S = x.y = (x - 1)(y + 4) = (x + 2)(y - 4) \Rightarrow \begin{cases} (x - 1)(y + 4) = xy \\ (x + 2)(y - 4) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 4 \\ -4x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases}$$

Chiều rộng hình chữ nhật là : $4cm$

Câu 390. Khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{2}{5}$ chiều dài và có diện tích bằng $360cm^2$. Chiều rộng khu vườn là?

- A.** $11m$ **B.** $12m$ **C.** $13m$ **D.** $14m$

Hướng dẫn



Chọn B.

Gọi $x(m)$ là chiều dài khu vườn ($x > 0$). Chiều rộng khu vườn là $\frac{2}{5}x(m)$. Ta có phương trình:

$$x \cdot \frac{2}{5}x = 360 \Leftrightarrow x^2 = 900 \Leftrightarrow x = 30.$$

Chiều rộng mảnh vườn là: $\frac{2}{5} \cdot 30 = 12m$.

Câu 391. Một số có bốn chữ số có chữ số hàng đơn vị là 5. Nếu chuyển chữ số 5 lên đầu và giữ nguyên ba chữ số còn lại thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 3222 đơn vị. Chữ số hàng chục là?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi số có ba chữ số trước chữ số hàng đơn vị là x ($x \in N; 100 < x < 1000$). Số cần tìm là $\overline{x5}$.

Chuyển chữ số 5 lên đầu ta được số $\overline{5x}$

Ta có phương trình . $\overline{5x} - \overline{x5} = 3222 \Leftrightarrow 5000 + x - 10x - 5 = 3222 \Leftrightarrow x = 197$ (1)

Vậy chữ số hàng chục là : 7

Câu 392. Một số có hai chữ số, chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 3 đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số được số mới lớn hơn $\frac{1}{3}$ số ban đầu là 37 đơn vị. Số đã cho là?

- A. 96 B. 97 C. 98 D. 99

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi chữ số hàng chục là $x(x \in N; 3 < x \leq 9)$ thì chữ số hàng đơn vị là $x - 3$. Số đã cho :

$$\overline{x(x-3)} = 10x + (x-3); \text{ Đổi chỗ các chữ số: } \overline{(x-3)x} = 10(x-3) + x$$

Ta có phương trình $10(x-3) + x - \frac{10x + (x-3)}{3} = 37$

Giải phương trình được $x = 9$ phù hợp điều kiện của ẩn. Số cần tìm là 96 .



Câu 393. Tổng 4 số là 720. Nếu lấy số thứ nhất cộng 5, số thứ hai trừ 5, số thứ ba nhân 5 và số thứ tư chia 5 thì cả 4 kết quả bằng nhau. Số thứ nhất là?

- A. 98 B. 97 C. 96 D. 95

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi kết quả sau khi biến đổi của bốn số là $x(x \in R)$ thì : Số thứ nhất là $x-5$. Số thứ hai là $x+5$. Số thứ ba là $x:5$. Số thứ tư là $x.5$

Ta có phương trình $(x-5)+(x+5)+x:5+x.5=720$

Giải phương trình được $x=100$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy số thứ nhất là 95.

Câu 394. Nhà máy luyện thép hiện có sẵn hai loại thép chứa 10% Cacbon và loại thép chứa 20% Cacbon. Giả sử trong quá trình luyện thép các nguyên liệu không bị hao hụt. Tính khối lượng loại thép chứa 10% Cacbon dùng để tạo ra 1000 tấn thép chứa 16% từ hai loại thép trên.

- A. 600 B. 400 C. 700 D. 800

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi $x, y(x, y > 0)$ lần lượt là số lượng thép chứa 10% Cacbon và 20% Cacbon.

$$\begin{aligned} \text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{1}{10}x + \frac{1}{5}y = \frac{8}{50} \cdot (x + y) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 5x + 10y = 8(x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 3000 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 3000 \\ x + y = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 600 \\ x = 400 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 395. Năm ngoái 2 tổ làm được 700 sản phẩm. Năm nay tổ 1 vượt 20%, tổ 2 vượt 15% nên hai tổ làm được 830 sản phẩm. Hỏi năm ngoái tổ 2 làm được bao nhiêu sản phẩm?

- A. 500 B. 500 C. 200 D. 300

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $x, y(x, y > 0)$ lần lượt là số lượng sản phẩm làm ra của tổ 1 và tổ 2 năm ngoái.



Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{120}{100}x + \frac{115}{100}y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{6}{5}x + \frac{23}{20}y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 700 \\ 24x + 23y = 17600 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 24x + 24y = 16800 \\ 24x + 23y = 16600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 700 \\ y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 200 \end{cases}$$

Câu 396. Năm ngoái 2 tổ làm được 900 sản phẩm. Năm nay tổ 1 giảm 15% và tổ 2 giảm 25% nên hai tổ làm được 750 sản phẩm. Hỏi năm ngoái tổ 1 làm được bao nhiêu sản phẩm?

- A.** 600 **B.** 300 **C.** 150 **D.** 750

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi $x, y (x, y > 0)$ lần lượt là số lượng sản phẩm làm ra của tổ 1 và tổ 2 năm ngoái.

Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} x + y = 900 \\ \frac{85}{100}x + \frac{75}{100}y = 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 900 \\ \frac{17}{20}x + \frac{3}{4}y = 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 900 \\ 17x + 15y = 15000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 15y = 13500 \\ 17x + 15y = 15000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 900 \\ 2x = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 750 \\ y = 150 \end{cases}$$

Câu 397. Hai trường A và B có 1000 học sinh dự thi. Số học sinh thi đỗ của hai trường là 86% , trong đó riêng trường A đỗ 80% , trường B đỗ 90% . Số học sinh thi đỗ của trường A là

- A.** 320 **B.** 600 **C.** 540 **D.** 400

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi $x, y (x, y > 0)$ lần lượt là số học sinh dự thi trường A và trường B.

Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = \frac{43}{50}(x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 40x + 45y = 43(x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 2000 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 5x = 2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$$



* Số học sinh thi đỗ trường A là $400.80\% = 400 \cdot \frac{4}{5} = 320$ học sinh

Câu 398. Hai trường A và B có 1000 học sinh dự thi. Số học sinh đỗ trường A đạt tỉ lệ $\frac{2}{3}$, số học sinh đỗ trường B đạt tỉ lệ 75% nên cả hai trường có 700 học sinh thi đỗ. Số học sinh thi đỗ trường A là.

- A.** 700 **B.** 300 **C.** 400 **D.** 600

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi $x, y (x, y > 0)$ lần lượt là số học sinh dự thi trường A và trường B

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{2}{3}x + \frac{75}{100}y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 8x + 9y = 8400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 8y = 8000 \\ 8x + 9y = 8400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 400 \\ x = 600 \end{cases}$$

* Số học sinh thi đỗ trường A là $\frac{2}{3} \cdot 600 = 400$ học sinh

Câu 399. Hai ô tô đi từ A đến B dài 200km. Biết vận tốc xe thứ nhất nhanh hơn vận tốc xe thứ hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 1 giờ. Vận tốc xe thứ hai là:

- A.** 40 km/h **B.** 50 km/h **C.** 60 km/h **D.** 70 km/h

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi vận tốc xe thứ hai là x (km/h). Đk: $x > 0$

Vận tốc xe thứ nhất là $x + 10$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi quãng đường từ A đến B là : $\frac{200}{x+10}$ (giờ)

Thời gian xe thứ hai đi quãng đường từ A đến B là : $\frac{200}{x}$ (giờ)

Vì Xe thứ nhất đến B sớm 1 giờ so với xe thứ hai nên ta có

Phương trình: $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1$



$$\Leftrightarrow 200(x+10) - 200x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -50$ (loại); $x_2 = 40$ (TMĐK).

Vậy vận tốc xe thứ nhất là 50km/h, vận tốc xe thứ hai là 40km/h.

Câu 400. Một ô tô đi trên quãng đường dài 520 km. Khi đi được 240 km thì ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h nữa và đi hết quãng đường còn lại. Biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ, vậy vận tốc ban đầu của ô tô là:

A. 50 km/h

B. 60 km/h

C. 65 km/h

D. 70 km/h

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là x (km/h), đk: $x > 0$

Vận tốc lúc sau của ô tô là $x + 10$ (km/h).

Thời gian ô tô đi hết quãng đường đầu là $\frac{240}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường đầu là $\frac{280}{x+10}$ (giờ)

Vì thời gian ô tô đi hết quãng đường là 8 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{240}{x} + \frac{280}{x+10} = 8 \Rightarrow x^2 - 55x - 300 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-55)^2 - 4 \cdot (-300) = 4225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{4225} = 65$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1 = \frac{55+65}{2} = 60$ (TMĐK); $x_2 = \frac{55-65}{2} = -5$ (loại)

Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 60 km/h.

Câu 401. Đoạn đường AB dài 180 km. Cùng một lúc xe máy đi từ A và ô tô đi từ B xe máy gặp ô tô tại C cách A 80 km. Nếu xe máy khởi hành sau 54 phút thì chúng gặp nhau tại D cách A là 60 km. Hỏi vận tốc của ô tô là bao nhiêu?

A. 40 km/h

B. 50 km/h

C. 60 km/h

D. 70 km/h

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h), đk: $x > 0$



Gọi vận tốc của xe máy là y (km/h), đk: $y > 0$.

Thời gian xe máy đi để gặp ô tô là $\frac{80}{y}$ (giờ)

Quãng đường ô tô đi là 100 km nên thời gian ô tô đi là $\frac{100}{y}$ (giờ)

ta có phương trình $\frac{100}{x} = \frac{80}{y}$ (1)

Quãng đường xe máy đi là 60 km nên thời gian xe máy đi là $\frac{60}{y}$ (giờ)

Quãng đường ô tô đi là 120 km nên thời gian ô tô đi là $\frac{120}{y}$ (giờ)

Vì ô tô đi trước xe máy 54 phút = $\frac{9}{10}$ nên ta có phương trình : $\frac{120}{x} - \frac{60}{y} = \frac{9}{10}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{100}{x} = \frac{80}{y} \\ \frac{120}{x} - \frac{60}{y} = \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{100}{x} - \frac{80}{y} = 0 \\ \frac{40}{x} - \frac{20}{y} = \frac{3}{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{100}{x} - \frac{80}{y} = 0 \\ \frac{160}{x} - \frac{80}{y} = \frac{12}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{x} = \frac{12}{10} \\ \frac{100}{x} - \frac{80}{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases}$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h. Vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Câu 402. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lại ngược dòng từ bến B về bến A. Tổng thời gian ca nô đi xuôi dòng và ngược dòng là 4 giờ . Tìm vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

A. 20 km/h

B. 14 km/h

C. 15 km/h

D. 16 km/h

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là x (km/h) (đk: $4 < x < 30$)

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng: $x+4$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng: $x-4$ (km/h)



Thời gian ca nô đi xuôi dòng: $\frac{30}{x+4}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng: $\frac{30}{x-4}$ (h)

Tổng thời gian ca nô đi xuôi dòng và ngược dòng là 4h nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x+4} + \frac{30}{x-4} = 4 \Rightarrow x^2 - 15x + 16 = 0$$

Giải phương trình trên ta được: $x_1 = -1$ (Loại) ; $x_2 = 16$ (Thỏa ĐK)

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là 16 km/h

Câu 403. Quãng đường từ A đến B dài 120km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Ô tô thứ hai chạy chậm hơn ô tô thứ nhất là 10km/h nên đến B chậm hơn ô tô thứ nhất 24 phút. Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là bao nhiêu?

A. 20 km/h

B. 35 km/h

C. 50 km/h

D. 60 km/h

Hướng dẫn

Chọn D.

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là x (km/h). Đk: $x > 10$

Vận tốc xe thứ hai là $x - 10$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường từ A đến B là : $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian xe thứ hai đi quãng đường từ A đến B là : $\frac{120}{x-10}$ (h)

Vì ô tô hai đến B chậm hơn ô tô thứ nhất 24 phút nên ta có

$$\text{Phương trình: } \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow 120.5.x - 120.5(x-10) = 2x(x-10)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x - 3000 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -50$ (loại); $x_2 = 60$ (TMĐK).

Vậy vận tốc xe ô tô thứ nhất là 60km/h, vận tốc ô tô thứ hai là 50km/h.

Câu 404. Một ô tô chuyển động đều với vận tốc đã dự định để đi hết quãng đường 120 km trong một thời gian đã định. Đi được nửa quãng đường xe nghỉ 3 phút nên để đến nơi đúng giờ, xe phải tăng vận tốc thêm 2 km/h trên quãng đường còn lại. Hỏi vận tốc đã định của ô tô là bao nhiêu?



A. 35 km/h

B. 48 km/h

C. 50 km/h

D. 36 km/h

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi vận tốc đã định của ô tô là x (km/h). Đk: $x > 2$.

Thời gian dự định là : $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian xe đi nửa quãng đường đầu là : $\frac{60}{x}$ (h)

Thời gian xe đi nửa quãng đường sau là : $\frac{60}{x+2}$ (h)

Theo đề ta có phương trình: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{120}{x}$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 2400 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -50$ (loại); $x_2 = 48$ (TMĐK).

Vậy vận tốc đã định của ô tô là 48 km/h

Câu 405. Một Ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Sau khi đi được một nửa quãng đường, xe giảm vận tốc đi 10km mỗi giờ và về đến nơi chậm hơn 30 phút. Biết quãng đường AB dài 200km, hỏi vận tốc ban đầu của xe là bao nhiêu?

A. 30 km/h

B. 40 km/h

C. 50 km/h

D. 70 km/h

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là x (km/h). Đk: $x > 10$.

Thời gian dự định ban đầu là : $\frac{200}{x}$ (h)

Thời gian xe đi nửa quãng đường đầu là : $\frac{100}{x}$ (h)

Thời gian xe đi nửa quãng đường sau là : $\frac{100}{x-10}$ (h)

Theo đề ta có phương trình: $\frac{100}{x} + \frac{100}{x-10} - \frac{200}{x} = \frac{1}{2}$



$$\Rightarrow 100.2(x - 10) + 100.2.x - 200.2(x - 10) = x(x - 10)$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -40$ (loại); $x_2 = 50$ (TMDK).

Vậy vận tốc đã định ban đầu của ô tô là 50 km/h

Câu 406. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai là 5km/h, nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 30 phút. Biết rằng quãng đường AB dài 140km. Hỏi vận tốc của xe thứ nhất là bao nhiêu?

A. 35 km/h

B. 40 km/h

C. 45 km/h

D. 50 km/h

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi vận tốc xe thứ nhất là x (km/h). Đk: $x > 5$.

Vận tốc xe thứ hai là $x - 5$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường từ A đến B là : $\frac{140}{x}$ (h)

Thời gian xe thứ hai đi quãng đường từ A đến B là : $\frac{140}{x - 5}$ (h)

Vì xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 30 phút nên ta có

$$\text{Phương trình: } \frac{140}{x - 5} - \frac{140}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 140.2.x - 140.2(x - 5) = x(x - 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 1400 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -35$ (loại); $x_2 = 40$ (TMDK).

Vậy vận tốc xe thứ nhất là 40km/h, vận tốc xe thứ hai là 35km/h.

Câu 407. Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A, sau 5 giờ 20 phút một Ca nô chạy từ bến sông A đuổi theo và gặp thuyền cách bến A 20 km. Biết rằng Ca nô chạy nhanh hơn thuyền 12 km/h. Hỏi vận tốc của thuyền là bao nhiêu?

A. 5 km/h

B. 35 km/h

C. 3 km/h

D. 40 km/h

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi vận tốc của thuyền là x (km/h). Đk: $x > 0$.



Vận tốc xe của Ca nô là $x+12$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường 20km là: $\frac{20}{x}$ (h)

Thời gian xe thứ hai đi quãng đường 20km là : $\frac{20}{x+12}$ (h)

Theo đề ta có phương trình: $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+12} = \frac{16}{3}$

$$\Rightarrow x^2 + 12x - 45 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -15$ (loại); $x_2 = 3$ (TMĐK).

Vậy vận tốc thuyền là 3km/h, vận tốc ca nô là 15km/h.

Câu 408. Một người đi từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 78 km, sau đó 1 giờ , người thứ hai đi từ tỉnh B đến tỉnh A hai người gặp nhau tại điểm C cách B 36 km. Biết rằng vận tốc của người thứ hai lớn hơn vận tốc của người thứ nhất là 4 km. Vậy thời gian người đi từ B từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là bao nhiêu?

A. 2h

B. 3h

C. 4h

D. 5h

Hướng dẫn

Chọn B.

Gọi vận tốc người đi từ A là x (km/h). Đk: $x > 0$

Thời gian người đi từ A từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là: $\frac{42}{x}$ (h)

Vận tốc người đi từ B là $x+4$ (km/h)

Thời gian người đi từ B từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là : $\frac{36}{x+4}$ (h)

Vì hai người gặp nhau tại điểm C, người thứ hai đi sau người thứ nhất 1h

Theo đề ta có phương trình: $\frac{42}{x} - \frac{36}{x+4} = 1$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$$

Giải phương trình ta có $x_1 = -12$ (loại); $x_2 = 14$ (TMĐK).

Vậy Thời gian người đi từ B từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là $\frac{36}{14+4} = 2h$

Thời gian người đi từ A từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là $\frac{42}{14} = 3h$

Nhóm Toán VD – VDC – THCS





Câu 409. Phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = -3; x = 2$ B. $x = 2$ C. $x = 3; x = 2$ D. $x = 3; x = -2$

Hướng dẫn

Chọn C

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2; x = 3$$

Câu 410. Phương trình $x^2 - 5x + 5 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}; x = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ B. $x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ C. $x = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ D. $x = 2$

Hướng dẫn

Chọn A

$$x^2 - 5x + 5 = 0 (*)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5 > 0 \text{ nên phương trình } (*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}; x = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$$

Câu 411. Phương trình nào sau đây có 2 nghiệm phân biệt

- A. $x^2 + x + 1 = 0$ B. $4x^2 - 4x + 1 = 0$ C. $371x^2 + 5x - 1 = 0$ D. $4x^2 = 0$

Hướng dẫn

Chọn C

$$371x^2 + 5x - 1 = 0 (*) \text{ có } ac = -371 < 0 \text{ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt}$$

Câu 412. Hai số u và v biết $u + v = 5; u.v = 6$ là:

- A. $u = 3; v = -2$ B. $u = -3; v = 2$ C. $u = 3; v = 2$ D. $u = -3; v = -2$

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Hai số } u \text{ và } v \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow (X - 3)(X - 2) = 0 \Rightarrow X = 2; X = 3$$

$$\text{Vậy } u = 2; v = 3 \text{ hoặc } u = 3; v = 2$$

Câu 413. Hai số u và v biết $u + v = -10; u.v = -39$ là:

- A. $u = 13; v = 3$ B. $u = -13; v = 3$ C. $u = -13; v = -3$ D. $u = 13; v = -3$

Hướng dẫn

Chọn B



Hai số u và v là nghiệm của phương trình

$$X^2 + 10X - 39 = 0 \Leftrightarrow (X + 13)(X - 3) = 0 \Rightarrow X = -13; X = 3$$

Vậy $u = -13; v = 3$ hoặc $u = 3; v = -13$

Câu 414. Hai số u và v biết $u + v = -7; u.v = 6$ là:

- A.** $u = 6; v = -1$ **B.** $u = -6; v = 1$ **C.** $u = 6; v = 1$ **D.** $u = -6; v = -1$

Hướng dẫn

Chọn D

Hai số u và v là nghiệm của phương trình $X^2 + 7X + 6 = 0 \Leftrightarrow (X + 1)(X + 6) = 0 \Rightarrow X = -1; X = -6$

Vậy $u = -1; v = -6$ hoặc $u = -6; v = -1$

Câu 415. Hai số u và v biết $u + v = 10; u.v = 24$ là:

- A.** $u = 6; v = 4$ **B.** $u = -6; v = 4$ **C.** $u = 6; v = -4$ **D.** $u = -6; v = -4$

Hướng dẫn

Chọn A

Hai số u và v là nghiệm của phương trình $X^2 - 10X + 24 = 0 \Leftrightarrow (X - 4)(X - 6) = 0 \Rightarrow X = 4; X = 6$

Vậy $u = 4; v = 6$ hoặc $u = 6; v = 4$

Câu 416. Hai số u và v biết $u + v = 11; u.v = 30$ là:

- A.** $u = 6; v = 5$ **B.** $u = -6; v = 5$ **C.** $u = 6; v = -5$ **D.** $u = -6; v = -5$

Hướng dẫn

Chọn A

Hai số u và v là nghiệm của phương trình $X^2 - 11X + 30 = 0 \Leftrightarrow (X - 5)(X - 6) = 0 \Rightarrow X = 5; X = 6$

Vậy $u = 5; v = 6$ hoặc $u = 6; v = 5$

Câu 417. Hai số u và v biết $u + v = 1; u.v = -2$ là:

- A.** $u = 2; v = -1$ **B.** $u = -2; v = -1$ **C.** $u = 2; v = 1$ **D.** $u = -2; v = 1$

Hướng dẫn

Chọn A

Hai số u và v là nghiệm của phương trình $X^2 - X - 2 = 0 \Leftrightarrow (X + 1)(X - 2) = 0 \Rightarrow X = -1; X = 2$

Vậy $u = -1; v = 2$ hoặc $u = 2; v = -1$



Câu 418. Hai số u và v biết $u + v = 19; u.v = 190$ là:

- A.** $u = -19; v = 10$ **B.** $u = 19; v = 10$ **C.** $u = -19; v = -10$ **D.** $u = 19; v = -10$

Hướng dẫn

Chọn B

Hai số u và v là nghiệm của phương trình

$$X^2 - 19X + 190 = 0 \Leftrightarrow (X - 19)(X - 10) = 0 \Rightarrow X = 19; X = 10$$

Vậy $u = 10; v = 19$ hoặc $u = 19; v = 10$

Câu 419. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là cặp số 3 và 7. Hãy chọn câu đúng:

- A.** $X^2 - 10X + 21 = 0$ **B.** $X^2 + 10X - 21 = 0$ **C.** $X^2 - 10X - 21 = 0$ **D.** $X^2 + 10X + 21 = 0$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì tổng hai nghiệm là : $S = 3 + 7 = 10$

Tích hai nghiệm : $P = 3.7 = 21$.

Nên 3 và 7 là nghiệm của phương trình : $X^2 - 10X + 21 = 0$.

Câu 420. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là cặp số 2 và -5. Hãy chọn câu đúng:

- A.** $X^2 - 3X - 10 = 0$ **B.** $X^2 + 3X + 10 = 0$ **C.** $X^2 - 3X + 10 = 0$ **D.** $X^2 + 3X - 10 = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì tổng hai nghiệm là : $S = 2 - 5 = -3$

Tích hai nghiệm : $P = 2.(-5) = -10$.

Nên 2 và -5 là nghiệm của phương trình : $X^2 + 3X - 10 = 0$.

Câu 421. Cho hai số u và v thỏa mãn điều kiện $u + v = 5; u.v = 6$, khi đó u và v là hai nghiệm của phương trình:

- A.** $X^2 + 5X + 6 = 0$ **B.** $X^2 - 5X + 6 = 0$ **C.** $X^2 + 6X + 5 = 0$ **D.** $X^2 - 6X + 5 = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì tổng hai nghiệm là : $S = 5$



Tích hai nghiệm : $P = 6$.

Nên 3 và 7 là nghiệm của phương trình : $X^2 - 5X + 6 = 0$.

Câu 422. Cho hai số a và b thỏa mãn điều kiện $a + b = -5$; $a \cdot b = -24$, khi đó a và b là hai nghiệm của phương trình:

A. $X^2 + 24X + 5 = 0$ **B.** $X^2 - 5X + 24 = 0$ **C.** $X^2 + 5X - 24 = 0$ **D.** $X^2 - 24X + 5 = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì tổng hai nghiệm là : $S = -5$

Tích hai nghiệm : $P = -24$.

Nên a và b là nghiệm của phương trình : $X^2 + 5X - 24 = 0$.

Câu 423. Cho hai số a và b thỏa mãn điều kiện $a - b = 5$; $a \cdot b = 24$, khi đó a và $-b$ là hai nghiệm của phương trình:

A. $X^2 + 24X + 5 = 0$ **B.** $X^2 - 5X - 24 = 0$ **C.** $X^2 + 5X - 24 = 0$ **D.** $X^2 - 24X + 5 = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì tổng hai nghiệm là : $S = a + (-b) = 5$

Tích hai nghiệm : $ab = 24 \Rightarrow p = a \cdot (-b) = -24$

Nên a và $-b$ là nghiệm của phương trình : $X^2 - 5X - 24 = 0$.

Câu 424. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm bằng : $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ và $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

A. $y^2 + 2\sqrt{3}y + 1 = 0$

B. $y^2 + y + 2\sqrt{3} = 0$

C. $y^2 - 2\sqrt{3}y - 1 = 0$

D. $y^2 - y - 2\sqrt{3} = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có : $y_1 + y_2 = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$



$$y_1 \cdot y_2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 1$$

Phương trình cần lập : $y^2 + 2\sqrt{3}y + 1 = 0$.

Câu 425. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm bằng $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$ và 2.

A. $y^2 - \sqrt{5}y + 2\sqrt{5} = 0$

B. $y^2 + \sqrt{5}y + 2\sqrt{5} = 0$

C. $y^2 - \sqrt{5}y + 2(\sqrt{5} - 2) = 0$

D. $y^2 - \sqrt{5}y + 2 = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$y_1 = \sqrt{17 - 4\sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2}} = \sqrt{17 - 4(\sqrt{5} + 2)} = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt{5} - 2$$

$$y_1 + y_2 = \sqrt{5} - 2 + 2 = \sqrt{5}$$

$$y_1 \cdot y_2 = (\sqrt{5} - 2) \cdot 2$$

Phương trình cần lập : $y^2 - \sqrt{5}y + 2(\sqrt{5} - 2) = 0$

Câu 426. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm bằng $\frac{1}{\sqrt{97 + 2\sqrt{96}}}$ và $\frac{1}{\sqrt{97 - 2\sqrt{96}}}$

A. $y^2 - 2\sqrt{96} + 1 = 0$

B. $y^2 - \frac{2\sqrt{96}}{95}y + \frac{1}{95} = 0$

C. $y^2 - \frac{\sqrt{96}}{95}y + 1 = 0$

D. $y^2 - 2\sqrt{96} + \frac{1}{95} = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$y_1 + y_2 = \frac{1}{\sqrt{97 - 2\sqrt{96}}} + \frac{1}{\sqrt{97 + 2\sqrt{96}}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{96} - 1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{96} + 1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{96} - 1} + \frac{1}{\sqrt{96} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{96} + 1 + \sqrt{96} - 1}{96 - 1} = \frac{2\sqrt{96}}{95}$$

$$y_1 \cdot y_2 = \frac{1}{\sqrt{97 - 2\sqrt{96}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{97 + 2\sqrt{96}}} = \frac{1}{\sqrt{96} - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{96} + 1} = \frac{1}{95}$$



Phương trình cần lập $y^2 - \frac{2\sqrt{96}}{95}y + \frac{1}{95} = 0$

Câu 427. Cho phương trình bậc hai : $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình trên .

Không giải phương trình hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm : $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$, $y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$

A. $6y^2 + 5y - 1 = 0$

B. $y^2 + \frac{5}{6}y - 1 = 0$

C. $6y^2 + y - 1 = 0$

D. $y^2 + 5y - \frac{1}{2} = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có : $\Delta = 5^2 + 4.3.6 = 25 + 72 = 97 > 0$

Vậy phương trình luôn có nghiệm

Theo hệ thức Vi-et ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$$

Do đó : $y_1 + y_2 = x_1 + \frac{1}{x_2} + x_2 + \frac{1}{x_1} = (x_1 + x_2) + \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{5}{6}$

$y_1 \cdot y_2 = \left(x_1 + \frac{1}{x_2}\right)\left(x_2 + \frac{1}{x_1}\right) = 2 + x_1 x_2 + \frac{1}{x_1 x_2} = -\frac{1}{2}$

Vậy phương trình cần lập là : $y^2 + \frac{5}{6}y - \frac{1}{2} = 0$ hay $6y^2 + 5y - 1 = 0$

Câu 428. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm thỏa mãn :
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ x_1^3 - x_2^3 = 26 \end{cases}$$

A. $x^2 + 2x - 3 = 0$ và $x^2 + 4x + 3 = 0$

B. $x^2 + 2x - 2 = 0$ và $x^2 + 4x - 3 = 0$

C. $2x^2 + x - 3 = 0$ và $x^2 + x + 3 = 0$

D. $x^2 + 3x - 2 = 0$ và $x^2 + 4x + 1 = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có : $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2) = 26$



Mà $x_1 - x_2 = 2$ nên $x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2 = 13$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra : } \begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2 = 13 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (-x_2) = 13 \\ x_1^2 + (-x_2)^2 - x_1(-x_2) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (-x_2) = 2 \\ [x_1 + (-x_2)]^2 - 3x_1(-x_2) = 13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (-x_2) = 2 \\ -3x_1(-x_2) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (-x_2) = 2 \\ x_1(-x_2) = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy x_1 và $-x_2$ là các nghiệm của phương trình :

$$X^2 - 2X - 3 = 0$$

Phương trình này có nghiệm $X_1 = -1, X_2 = 3$

- Nếu $x_1 = -1$ và $-x_2 = 3$ thì $x_1 = -1$ và $x_2 = -3$
 $x_1 + x_2 = -1 - 3 = -4, x_1 \cdot x_2 = -1 \cdot (-3) = 3$

Phương trình cần lập là : $x^2 + 4x + 3 = 0$

- Nếu $x_1 = -3$ và $-x_2 = -1$ thì $x_1 = -3$ và $x_2 = 1$
 $x_1 + x_2 = -3 + 1 = -2, x_1 \cdot x_2 = -3 \cdot 1 = -3$

Phương trình cần lập là : $x^2 + 2x - 3 = 0$

Câu 429. Phương trình $mx^2 - 3x + 2m + 1 = 0$ có một nghiệm $x = 2$.

- A. $\frac{6}{5}$ B. $-\frac{6}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $-\frac{5}{6}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Khi $x = 2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 3x + 2m + 1 = 0$ ta có:

$$m \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow 6m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{6}$$

Câu 430. Phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 2m - 4 = 0$ có một nghiệm bằng -2 . Khi đó bằng :

- A. -1 B. 0 C. 1 D. -2

Hướng dẫn



Chọn D.

Khi $x = -2$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 2m - 4 = 0$ ta có:

$$(-2)^2 - 2 \cdot (m+1) \cdot (-2) - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow 2m = -4 \Leftrightarrow m = -2$$

Câu 431. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$. Giá trị của m để phương trình có một nghiệm bằng 1 là :

- A. $m = 3$ B. $m = -2$ C. $m = 1$ D. $m = \frac{-3}{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Khi 1 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ ta có:

$$1 - m - 2 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 432. Phương trình $x^2 - (2m-1)x + 3 = 0$ có nghiệm $x = 2$ khi đó giá trị của m

- A. $m = \frac{9}{4}$ B. $m = \frac{-9}{4}$ C. $m = \frac{4}{9}$ D. $m = \frac{-4}{9}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Khi $x = 2$ là nghiệm của phương trình $x^2 - (2m-1)x + 3 = 0$ ta có:

$$(-2)^2 - (2m-1) \cdot (-2) + 3 = 0 \Leftrightarrow 9 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$$

Câu 433. Giá trị của m để phương trình $(m-1)x^2 + 3(2-3m)x + 1 = 0$ có một nghiệm bằng -1 là:

- A. $m = \frac{3}{5}$ B. $m = \frac{-5}{3}$ C. $m = \frac{-3}{5}$ D. $m = \frac{5}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Khi -1 là nghiệm của phương trình $(m-1)x^2 + 3(2-3m)x + 1 = 0$ ta có:

$$m - 1 - 3(2 - 3m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$$



Câu 434. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - 3x + m = 0$ vô nghiệm ?

- A. $m > \frac{9}{8}$ B. $m < \frac{9}{4}$ C. $m > \frac{9}{4}$ D. $m < \frac{9}{8}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1.m = 9 - 4m$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 9 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$.

Câu 435. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ vô nghiệm ?

- A. $-1 < m < 7$ B. $0 < m < 7$ C. $0 < m < 5$ D. $m > 8$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4.1.(m+2) = m^2 - 6m - 7 = (m-7)(m+1)$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow (m-7)(m+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 7$.

Câu 436. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - mx - 2 = 0$ vô nghiệm ?

- A. $m > 8$ B. $m < 8$ C. $m > 0$ D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4.1.(-2) = m^2 + 8 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 437. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - x + m + 3 = 0$ vô nghiệm ?

- A. $m > -\frac{11}{4}$ B. $m < \frac{9}{4}$ C. $m > \frac{11}{4}$ D. $m < \frac{9}{8}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.(m+3) = -11 - 4m$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -11 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{11}{4}$.

Câu 438. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 + x - m = 0$ vô nghiệm ?



A. $m > \frac{9}{8}$

B. $m < \frac{1}{4}$

C. $m < -\frac{1}{4}$

D. $m > \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4.1.(-m) = 1 + 4m$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 1 + 4m < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$.

Câu 439. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có nghiệm kép ?

A. $m = -\frac{3}{4}$

B. $m = \frac{37}{4}$

C. $m = -\frac{37}{4}$

D. $m = \frac{3}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.1.(m - 3) = 37 - 4m = (m - 7)(m + 1)$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 37 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{37}{4}$.

Câu 440. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - mx + 4 = 0$ có nghiệm kép ?

A. $m = 0$

B. $m = 4$

C. $m = -4$

D. $m = \pm 4$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4.1.4 = m^2 - 16 = (m - 4)(m + 4)$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (m - 4)(m + 4) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Câu 441. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - (m - 1)x + 4 = 0$ có nghiệm kép ?

A. $m = -3$

B. $m = 0$

C. $m = 5; m = -3$

D. $m = 5$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (m - 1)^2 - 4.1.4 = m^2 - 2m - 15$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}$.

Câu 442. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - 2mx + 4m = 0$ có nghiệm kép ?



- A. $\forall m \in \mathbb{R}$ B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$ D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta' = b'^2 - ac = (-m)^2 - 1.4m = m(m-4)$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m(m-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$.

Câu 443. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 - 2(m-1)x + m + 5 = 0$ có nghiệm kép ?

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$ B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$ D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn C

Ta có $\Delta' = b'^2 - ac = (m-1)^2 - 1.(m+5) = m^2 - 3m - 4 = (m-4)(m+1)$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow (m-4)(m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 444. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $3x^2 - 7x - m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $m > -\frac{37}{12}$ B. $m > \frac{37}{12}$ C. $m > -\frac{12}{37}$ D. $m > \frac{12}{37}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.3.(-m+1) = 12m + 37$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 12m + 37 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{37}{12}$.

Câu 445. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $3x^2 - mx + 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $m > 7$ hoặc $m < -7$ B. $m > 12$ hoặc $m < -12$
 C. $-7 < m < 7$ D. $-12 < m < 12$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4.3.12 = m^2 - 144 = (m-12)(m+12)$



Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-12)(m+12) > 0 \Leftrightarrow m > 12$ hoặc $m < -12$.

Câu 446. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $3x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $m < \frac{1}{3}$ B. $m > \frac{1}{15}$ C. $m > -\frac{1}{3}$ D. $m < \frac{12}{7}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta' = b'^2 + ac = (1)^2 - 3.m = 1 - 3m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$.

Câu 447. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $(m-2)x^2 - 2mx + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $m < 2$ B. $m \neq 2$ C. $m > \frac{6}{5}$ D. $\frac{6}{5} < m \neq 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta' = b'^2 + ac = (m)^2 - (m-2)(m+3) = 5m - 6$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 5m-6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{6}{5} < m \neq 2$.

Câu 448. Với giá trị nào của m thì phương trình sau $x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$ B. $m > 1$ C. $m > 0$ D. $m < 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta' = b'^2 + ac = (m)^2 - (m-1) = 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 449. Giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có các nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức

$$x_1^2 + x_2^2 = 1 \text{ là}$$

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi :



$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m - 2^2 - m - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \leq 4 \end{cases}$$

Áp dụng định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m - 4}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{m - 3}{m} \end{cases}$$

Ta có:
$$x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{2m - 4}{m}\right)^2 - 2 \cdot \frac{m - 3}{m} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{4m^2 - 16m + 16}{m^2} - \frac{2m^2 - 6m}{m^2} = 1 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 16 = 0 \Leftrightarrow m - 2 \quad m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \quad tm \\ m = 8 \quad L \end{cases} \text{ . Vậy } m = 2.$$

Câu 450. Giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ có các nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ

thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$ là

A. $m = 2; m = 4$. **B.** $m = 2; m = -4$. **C.** $m = -2; m = 4$. **D.** $m = -2; m = -4$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình có hai nghiệm khác 0 khi:

$$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2^2 - m^2 + 2m - 3 \geq 0 \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{7}{6} \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ x_1 x_2 = m^2 + 2m - 3 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$$

TH1: $x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \quad tm$



$$\text{TH2: } x_1x_2 = 5 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 5 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \end{cases}$$

Vậy $m = 2; m = -4$.

Câu 451. Cho phương trình : $3x^2 - 4x + m = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có các nghiệm x_1, x_2 thoả mãn : $x_1 = 3x_2$.

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm khi:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - 3m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{4}{3}.$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét và bài ra ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4}{3} & (1) \\ x_1x_2 = \frac{m}{3} & (2) \\ x_1 = 3x_2 & (3) \end{cases}$$

Từ (1), (3) suy ra $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$ thay vào (2) ta được: $m = 1$ (thoả mãn).

Vậy $m = 1$.

Câu 452. Xác định giá trị của tham số k sao cho hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình

$$x^2 - 6x + k = 0 \text{ thoả mãn điều kiện: } 3x_1 + 2x_2 = 20$$

A. $k = -16$.

B. $k = 16$.

C. $k = -4$.

D. $k = 4$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình có hai nghiệm khi

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 9 - k \geq 0 \Leftrightarrow k \leq 9$$



Áp dụng hệ thức Vi-ét và điều kiện bài ra ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 & 1 \\ x_1 x_2 = k & 2 \\ 3x_1 + 2x_2 = 20 & 3 \end{cases}$$

Từ (1)(3) ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 = 20 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

thay vào (2) ta được: $k = -16$ (thỏa mãn)

Vậy $k = -16$.

Câu 453. Cho phương trình: $x^2 + 2x + 3k = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, giá trị của k

để: $x_1 - x_2 = 14$.

A. $k = 48$.

B. $k = 16$.

C. $k = -48$.

D. $k = -16$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi:

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1^2 - 3k > 0 \Leftrightarrow k < \frac{1}{3}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét và điều kiện bài ra ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 & 1 \\ x_1 x_2 = 3k & 2 \\ x_1 - x_2 = 14 & 3 \end{cases}$$

Từ (1), (3) ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 - x_2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -8 \end{cases}$$

Thay vào (2) ta được: $k = -16$ (thỏa mãn).

Vậy $k = -16$.

Câu 454. Cho hệ phương trình: $I : \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 3 \end{cases}$. Giá trị của m để hệ phương trình I có nghiệm $x; y$

thỏa mãn $x - y = 1$ là

A. 1.

B. -3.

C. -2.

D. -1.

Hướng dẫn

Chọn D.



Ta có $I : \begin{cases} mx + y = 1 & 1 \\ x + my = 3 & 2 \end{cases}$. Lấy (1) trừ (2), ta được

$$m x - y + y - x = -2 \Leftrightarrow x - y - m - 1 = -2 \Rightarrow m - 1 = -2 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 455. Cho hệ phương trình: $I : \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 3 \end{cases}$. Tìm hệ thức liên hệ giữa $x; y$ không phụ thuộc vào giá

trị của m

A. $x + y = 3$.

B. $x^2 + y^2 = 3x - y$.

C. $x^2 - y^2 = 3x - y$.

D. $x^2 - y = 3y^2 + x$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $I : \begin{cases} mx + y = 1 & 1 \\ x + my = 3 & 2 \end{cases}$.

Nhận thấy $x = 0; y = 0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình (I) nên

$$\begin{cases} m = \frac{1-y}{x} \\ m = \frac{3-x}{y} \end{cases} \Rightarrow \frac{1-y}{x} = \frac{3-x}{y} \Rightarrow y - y^2 = 3x - x^2$$

Câu 456. Giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $3x^2 - mx + 2 = 0$ thỏa mãn hệ thức

$$3x_1 \cdot x_2 = 2x_1 - 2 \text{ là}$$

A. $m = \frac{7}{3}$.

B. $m = -\frac{7}{3}$.

C. $m = 7$.

D. $m = -7$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 24 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{6} \\ m \leq -2\sqrt{6} \end{cases}$



Áp dụng hệ thức Vi-ét và điều kiện bài ra ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m}{3} & 1 \\ x_1 x_2 = \frac{2}{3} & 2 \\ 3x_1 x_2 = 2x_2 - 2 & 3 \end{cases} .$$

Thay (2) vào (3) ta được: $x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}$.

Thay vào (1) ta được $m = 7$ (nhận).

Vậy $m = 7$.

Câu 457. Cho phương trình: $(m + 3)x^2 - 3mx + 2m = 0$. Tìm giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn hệ thức $2x_1 - x_2 = 3$.

A. -1.

B. -2.

C. -3.

D. -4.

Hướng dẫn

Chọn A.

Hệ phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m + 3 \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ 9m^2 - 8m(m + 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m^2 - 24m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m \leq 0 \\ m \geq 24 \end{cases}$$

Theo đề bài và áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3m}{m + 3} & 1 \\ x_1 x_2 = \frac{2m}{m + 3} & 2 \\ 2x_1 - x_2 = 3 & 3 \end{cases}$$

Từ (1) và (3) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3m}{m + 3} \\ 2x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2m + 3}{m + 3} \\ x_2 = \frac{m - 3}{m + 3} \end{cases}$

Thay vào (2) ta được $\left(\frac{2m + 3}{m + 3}\right)\left(\frac{m - 3}{m + 3}\right) = \frac{2m}{m + 3} \Leftrightarrow m = -1$ (thỏa mãn).



Vậy $m = -1$.

Câu 458. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2 = 0$. Tìm giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn hệ thức $3x_1x_2 - 5x_1 + x_2 + 7 = 0$.

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = 4m - 7 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{4}$.

Theo hệ thức Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$. Thay vào $3x_1x_2 - 5x_1 + x_2 + 7 = 0$ ta được

$$\begin{cases} m = 2(m) \\ m = \frac{4}{3}(L) \end{cases} \Rightarrow m = 2.$$

Câu 459. Cho phương trình: $x^2 + (2 - 3m)x + m^2 = 0$. Tìm giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn hệ thức $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = 5m^2 - 12m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{2}{5} \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Theo hệ thức Vi-ét và đề bài ta được $\begin{cases} m = 1 & l \\ m = 2 & n \end{cases} \Rightarrow m = 2$.

Câu 460. Cho phương trình: $(k + 1)x^2 - 2(k + 2)x + k - 3 = 0$. Tìm giá trị của k để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn hệ thức $4x_1 + 1 \cdot 4x_2 + 1 = 18$.

- A. 7. B. -7. C. $\frac{7}{3}$. D. $-\frac{7}{3}$.

Hướng dẫn

Chọn A.



Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi
$$\begin{cases} k + 1 \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq -1 \\ 6k + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq -1 \\ k \geq -\frac{7}{6} \end{cases}.$$

Theo hệ thức Vi-ét và đề bài ta được $m = 7$.

Câu 461. Cho phương trình: $x^2 - 2x + m = 0$. Giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm

phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{10}{3}$.

A. 3.

B. -3.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Theo hệ thức Vi-ét và đề bài ta có

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{10}{3} \Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = -\frac{10}{3} \Rightarrow \frac{4 - 2m}{m} = -\frac{10}{3} \\ \Rightarrow 4m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = -3$$

Câu 462. Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 + 2m - 3 = 0$. Giá trị của tham số m để phương trình

có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$.

A. $m = 2$.

B. $m = 2; m = -4$.

C. $m = -4$.

D. $m = -2; m = 4$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 6m > 0 \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{7}{6} \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases}.$$

Theo hệ thức Vi-ét và đề bài ta có
$$\begin{cases} m = 2 & l \\ m = -4 & n \end{cases} \Rightarrow m = -4.$$



Câu 463. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^2 + 3x + m = 0$ vô nghiệm?

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $m \neq \frac{9}{4}$. C. $m \geq -\frac{9}{4}$. D. $m \leq \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = 9 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$.

Câu 464. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $mx^2 - (12 - 5m)x - 4(1 + m) = 0$ có tổng bình phương các nghiệm là 13?

- A. $m = 2$. B. $m = 3,6$. C. $m = 2; m = 3,6$. D. $m = -2; m = -3,6$.

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 41m^2 - 104m + 144 \geq 0, \forall x \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow x_1 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 13$. (1)

Theo hệ thức Vi-ét và đề bài ta có

$$\left(\frac{12 - 5m}{m}\right)^2 + 2 \cdot \frac{4(1 + m)}{m} = 13 \Leftrightarrow 20m^2 - 112m + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{18}{5} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 465. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị lớn nhất của biểu

thức $A = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 1}$ là

- A. 0. B. 0,5. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Vì $\Delta' = (m - 2)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Theo hệ thức Vi-ét ta tìm được $A = \frac{2m + 1}{m^2 + 2}$.



Ta có $A = \frac{m^2 + 2 - (m - 1)^2}{m^2 + 2} = 1 - \frac{(m - 1)^2}{m^2 + 2} \leq 1$. Dấu “=” xảy ra khi $m = 1$.

Vậy GTLN của biểu thức A bằng 1.

Câu 466. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $A = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 1}$ là

- A.** 0. **B.** -0,5. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $\Delta' = (m - 2)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Theo hệ thức Vi-ét ta tìm được $A = \frac{2m + 1}{m^2 + 2}$.

Ta có $A = \frac{m^2 + 4m + 4 - m^2 + 2}{m^2 + 2} = \frac{(m + 2)^2}{m^2 + 2} - \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $m = -2$.

Vậy GTNN của biểu thức A bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 467. Cho phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{25}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** 2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Để phương trình luôn có hai nghiệm thì

$$\Delta' = m^2 - 2(m^2 - 2) = -m^2 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Theo hệ thức Vi-ét ta tìm được $A = |(m + 2)(m - 3)|$.



Vì $-2 \leq m \leq 2$ nên $A = (m + 2)(3 - m) = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi

$$m = \frac{1}{2}.$$

Vậy GTLN của biểu thức A bằng $\frac{25}{4}$.

Câu 468. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = |x_1 x_2 + x_1 + x_2|$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{25}$. C. $\frac{25}{4}$. D. 2.

Hướng dẫn

Chọn C.

Để phương trình luôn có hai nghiệm thì

$$\Delta' = m - 1 - 2m^2 - 3m + 1 = -m^2 + m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1.$$

Theo hệ thức Vi-ét ta tìm được $A = 2 \left| \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} \right|$.

Vì $0 \leq m \leq 1$ nên $-\frac{1}{4} \leq m - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{16} \Rightarrow A = 2 \left[\frac{9}{16} - \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \right] \leq \frac{9}{8}$.

Dấu “=” xảy ra khi $m = \frac{1}{4}$.

Vậy GTLN của biểu thức A bằng $\frac{9}{8}$.

Câu 469. Giá trị nào của m để phương trình $2x^2 - 3(m + 1)x + m^2 - m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu ?

- A. $-1 < x < 2$ B. $x < -1$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Để phương trình $2x^2 - 3(m + 1)x + m^2 - m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$$



Câu 470. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - 8x + 2m + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m < -3$ B. $m < 5$ C. $m > 5$ D. $m > -3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Để phương trình $x^2 - 8x + 2m + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = 8^2 - 4(2m + 6) > 0 \Leftrightarrow m < 5$$

Câu 471. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - 2(m - 3)x + 8 - 4m = 0$ có hai nghiệm âm.

- A. $m < 2$ B. $m < 2$ và $m \neq 1$ C. $x < 3$ D. $2 < m < 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 4 \geq 0 \\ 2(m - 3) > 0 \\ 8 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Câu 472. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - 6x + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

- A. $m < \frac{-1}{2}$ B. $m > \frac{-1}{2}$ C. $\frac{-1}{2} < m < 4$ D. $m > 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 32 - 8m > 0 \\ 6 > 0 \\ 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m < 4.$$

Câu 473. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$ có đúng một nghiệm dương.

- A. $m > -3$ B. $m < -3$ C. $m = -3$ D. $m \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn A.



Vì $\Delta = 4(m-1)^2 - 4(-3-m) = (2m-1)^2 + 15 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

\Rightarrow Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình có đúng một nghiệm dương $\Leftrightarrow ac = -3-m < 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Câu 474. Giá trị nào của m để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3(m-2) = 0$ có hai nghiệm cùng dấu.

- A.** $m < 0$ **B.** $m > 0$ **C.** $m < -1$ **D.** $-1 \leq m < 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3(m-2) = 0$ có hai nghiệm cùng dấu.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 - 3m(m-2) \geq 0 \\ \frac{3(m-2)}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 2m + 4 \geq 0 \\ \frac{3(m-2)}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 \leq 0 \\ m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) \leq 0 \\ m < 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 2 \\ m < 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 0$$

Câu 475. Cho phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ có một nghiệm bằng 5. Giá trị nghiệm còn lại ?

- A.** $x = 1$ **B.** $x = -1$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = -2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Thay $x = 5 \Rightarrow 5^2 - m \cdot 5 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow 24 - 6m = 0 \Leftrightarrow m = 4 \Rightarrow x^2 - 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Vậy nghiệm còn lại là $x = -1$

Câu 476. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm lớn hơn m .

- A.** $m > -1$ **B.** $-1 < m < \frac{1}{2}$ **C.** $m > \frac{1}{2}$ **D.** $m < -1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta nhận thấy $a - b + c = 1 - m + m - 1 = 0$

Phương trình có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = -\frac{c}{a} = 1 - m$



$$\text{Phương trình có hai nghiệm lớn hơn } m \Leftrightarrow \begin{cases} -1 > m \\ 1 - m > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < -1$$

Câu 477. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

- A. $m \in \emptyset$ B. $-1 < m$ C. $-1 < m < 0$ D. $m < 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Để phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P < 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 1 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$$

Câu 478. Giá trị nào của m để phương trình bậc hai: $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A. $m > 4$ B. $-\frac{9}{4} < m < -2$ C. Cả A và B D. Không có đáp án

Hướng dẫn

Chọn D.

Để phương trình bậc hai: $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ (m+1)^2 - (m+2)(m-4) > 0 \\ \frac{m-4}{m+2} > 0 \\ \frac{2(m+1)}{m+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ 4m+9 > 0 \\ m < -2 \vee m > 4 \\ m < -2 \vee m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -\frac{9}{4} < m < -2 \end{cases}$$

Câu 479. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m \in \emptyset$ C. $m > -7$ D. $m > 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt



$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 1 \cdot (2m-6) = m^2 + 7 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Câu 480. Cho phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (m là tham số). Giá trị nào của m để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

- A. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \end{cases}$ B. $m < -1$ C. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m < 0 \end{cases}$ D. $m < 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Để phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4(+1) > 0 \\ -m - 1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 > 0 \\ m < -1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \end{cases}$$

Câu 481. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 6 = 0$, tìm m để phương trình có nghiệm đối nhau.

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $m \in \emptyset$ D. $m = 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

Để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 6 = 0$ có nghiệm đối nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (2m-6) > 0 \\ 2(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 6 > 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 482. Giá trị nào của m để phương trình $x^2 + (m-2)x + m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn nghiệm dương.

- A. $m < 2$ B. $-5 < m < 2$ C. $m > 2$ D. $m < -5$

Hướng dẫn

Chọn D.

Để phương trình $x^2 + (m-2)x + m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P < 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ -(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -5$$

Câu 483. Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm nghịch đảo.



A. $m = 3$

B. $m = -3$

C. $m < \frac{9}{4}$

D. $m \geq \frac{9}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Đề phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$ có hai nghiệm nghịch đảo

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-5)^2 - 4(m+4) < 0 \\ m+4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m < 0 \\ m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

Câu 484. Nếu $x = 1$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + m - 7 = 0$ thì nghiệm còn lại là?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn

Chọn C.

Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $m = 11$.

Khi đó phương trình trở thành: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Câu 485. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 - 2mx - 5m + 6 = 0$ vô nghiệm

A. 5

B. 6

C. 7

D. 9

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình vô nghiệm khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 < 0 \Leftrightarrow -6 < m < 1$. Có 6 giá trị nguyên.

Câu 486. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $x^2 - (m^2 - 2m + 17)x - (m^4 + 5) = 0$ thì giá trị nhỏ nhất của $x_1 + x_2$ là?

A. 13

B. 14

C. 16

D. 20

Hướng dẫn

Chọn C.

Áp dụng định lí Vi Ét:

$$x_1 + x_2 = m^2 - 2m + 17 = (m - 1)^2 + 16 \geq 16$$

Câu 487. Có bao nhiêu giá trị của m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

$$(x^2 - 7x + 41)(x - 2) = 0; x^2 - mx + m^2 - 5m + 8 = 0$$

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1



Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có: } (x^2 - 7x + 41)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 7x + 41 = 0 \text{ (vn)} \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

Thay $x = 2$ vào phương trình $x^2 - mx + m^2 - 5m + 8 = 0$ ta được:

$$m^2 - 7m + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 4 \end{cases}$$

Câu 488. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $x^2 - 23x - (m^2 + 14) = 0$ thì giá trị lớn nhất của

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 \text{ là?}$$

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Hướng dẫn

Chọn B.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có:

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 23 - (m^2 + 14) = 9 - m^2 \leq 9$$

Câu 489. Phương trình nào dưới đây có nghiệm là 4 và $m - 1$.

- A. $x^2 + (m + 3)x + 4(m - 1) = 0$ B. $x^2 - (m + 3)x + 4(m - 1) = 0$
C. $x^2 - (m + 3)x - 4(m - 1) = 0$ D. $x^2 + (m - 3)x + 4m = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Vì hai nghiệm là nghiệm là 4 và } m - 1 \text{ nên } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1 \cdot x_2 = 4(m - 1) \end{cases}$$

Chỉ có phương trình $x^2 - (m + 3)x + 4(m - 1) = 0$ thỏa mãn.

Câu 490. Có bao nhiêu giá trị của a để phương trình sau có nghiệm chung

$$x^2 + 2x + a - 1 = 0; x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Hướng dẫn

Chọn D.



Trừ hai phương trình theo vế đưa về : $(a - 3)(1 - x) = 0$.

Với $a = 3$. Thay vào phương trình không thỏa mãn

Với $x = 1$ thay vào phương trình được $a = -2$.

Câu 491. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $x^2 + (5 - 2a)x + 4a - 14 = 0$. Hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào a là:

- A.** $x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 4$ **B.** $2(x_1 + x_2) + x_1 x_2 = -4$
C. $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4$ **D.** $3(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 5$

Hướng dẫn

Chọn C.

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a - 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 4a - 14 \end{cases} \Rightarrow 2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4$

Câu 492. Phương trình $x^2 - (a + b + c)x + ab + bc + ac = 0$ (1) với a, b, c là 3 cạnh của tam giác. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Phương trình (1) vô nghiệm **B.** Phương trình (1) có nghiệm kép
C. Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu **D.** Phương trình (1) có hai nghiệm đều dương.

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + bc + ac)$. Mà $a < b + c$ nên $a^2 < ab + ac; b^2 < bc + ab; c^2 < ac + cb$
 nên $\Delta < 0$

Câu 493. Phương trình $x^2 - 2ax + b = 0$ (1); $x^2 - 2bx + a = 0$ (2); $a + b \geq 2$. Khẳng định nào đúng

- A.** (1) vô nghiệm **B.** (2) luôn có nghiệm
C. (1)(2) đều vô nghiệm **D.** Ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm.

Hướng dẫn

Chọn D.

$\Delta_1 + \Delta_2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (a + b - 2) \geq 0$.

Câu 494. Với giá trị nào của k thì phương trình $x^2 - (k - 4)x + k - 5 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A.** $k > 5$ **B.** $\begin{cases} k > 5 \\ k \neq 6 \end{cases}$ **C.** $k \leq 5$ **D.** $k \neq 6$



Hướng dẫn

Chọn B.

Các em dùng điều kiện $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$ hoặc nhằm được $x = 1$ và $x = k - 5$.

Để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thì $\begin{cases} k - 5 > 0 \\ k - 5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 5 \\ k \neq 6 \end{cases}$

Câu 495. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m - m^2 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của

$A = |x_1 - x_2|$ là?

- A.** $2\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 3

Hướng dẫn

Chọn C.

Nhận xét: $\Delta = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} > 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm.

$A^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 2(2m - 1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow A \geq \sqrt{2}$

Câu 496. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình sau vô số nghiệm:

$(m - 2)(m^2 + m)x = m(m^2 - 5m + 6)$

- A.** 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình vô số nghiệm khi $\begin{cases} (m - 2)(m^2 + m) = 0 \\ m(m^2 - 5m + 6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 497. Với m khác 0. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $x^2 + mx - \frac{1}{2m^2} = 0$. Giá trị nhỏ nhất của

$x_1^4 + x_2^4$ là:

- A.** $2 - \sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $2 + \sqrt{2}$ **D.** $1 + \sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn C.



$$x_1^4 + x_2^4 = 2 + m^4 + \frac{1}{2m^4} \geq 2 + 2\sqrt{m^4 \cdot \frac{1}{2m^4}} = 2 + \sqrt{2}.$$

Câu 498. Cho các phương trình: $3x^2 + ax - 5 = 0(1)$; $-5x^2 + ax + 3 = 0(2)$. Gọi m và n lần lượt là các nghiệm lớn nhất của (1) và (2). Tìm giá trị nhỏ nhất của $m + n$

- A.** 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Hướng dẫn

Chọn D.

Do 2 phương trình có hai nghiệm trái dấu nên $m > 0$; $n > 0$.

Ta có: $3m^2 + a.m - 5 = 0 \Leftrightarrow -5\left(\frac{1}{m}\right)^2 + \frac{a}{m} + 3 = 0$ nên $\frac{1}{m}$ là nghiệm của phương trình (2)

Suy ra $n = \frac{1}{m}$ nên $m + n = m + \frac{1}{m} \geq 2$

Câu 499. Cho phương trình $a^2x^2 - (a^2 + b^2 + c^2)x + b^2 = 0(1)$ với a, b, c là 3 cạnh tam giác. Khẳng định nào đúng?

- A.** (1) vô nghiệm **B.** (1) có nghiệm kép
C. (1) có hai nghiệm trái dấu **D.** (1) có hai nghiệm đều dương

Hướng dẫn

Chọn .

$\Delta = [(a-b)^2 + c^2][(a+b)^2 + c^2] > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Mà $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{b^2}{a^2} > 0 \end{cases}$ nên hai nghiệm phân biệt dương.

Câu 500. Có bao nhiêu giá trị của m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

$$2x^2 - (3m - 1)x + 12 = 0; 4x^2 - (9m - 11)x + 36 = 0$$

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi x_0 là nghiệm chung suy ra:



$$\begin{cases} 6x_0^2 - (9m-3)x_0 + 36 = 0 \\ 4x_0^2 - (9m-11)x_0 + 36 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x_0^2 - 8x_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$$

Với $x_0 = 0$: Thay vào pt không thỏa mãn.

$x_0 = 4$ thay vào pt được $m = 4$. Thay $m = 4$ vào 2 phương trình có nghiệm chung.

Câu 501. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $(m^2 + 1)x^2 + 2(m^2 + 1)x - m = 0$. Giá trị lớn nhất của

$x_1^2 + x_2^2$ là:

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x_1^2 + x_2^2 = 4 + \frac{2m}{m^2 + 1}$$

Đặt $y = \frac{2m}{m^2 + 1} \Rightarrow ym^2 - 2m + y = 0$ có nghiệm.

Dùng $\Delta \geq 0 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1$ nên $4 + \frac{2m}{m^2 + 1} = 4 + y \leq 5$

Câu 502. Gọi m, M là nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất của phương trình:

$x^4 + 2x^2 + 2(k+1)x + k^2 + 4k + 4 = 0$. Khi k thay đổi. Tính $m + M$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

Gọi x_0 là nghiệm thì phương trình phải có nghiệm với k.

$$k^2 + 2(x_0 + 2)k + x_0^4 + 2x_0^2 + 2x_0 + 4 = 0$$

$$\Delta' = (x_0 - x_0^2)(x_0^2 + x_0 + 2) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x_0 \leq 1 \Rightarrow m = 0, M = 1 \Rightarrow m + M = 1$$

Câu 503. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - (m+1)x - (m^2 - 12m + 48) = 0$. Giá trị lớn nhất của

$x_1 \cdot x_2$ là?

A. 12

B. -6

C. -12

D. -11



Hướng dẫn

Chọn C.

$$x_1 \cdot x_2 = -(m^2 - 12m + 48) = -(m - 6)^2 - 12 \leq -12$$

Câu 504. Giá trị $x = 3$ không phải là nghiệm của phương trình nào?

A. $x^2 - 6x + 9 = 0$

B. $x^2 - 2x - 3 = 0$

C. $x^2 - mx + 3m - 9 = 0$

D. $x^2 - 3x + m^2 - 2m + 3 = 0$

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 505. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - 4321x - (m^6 + 3) = 0$. Tính $2(x_1 + x_2)$ là?

A. 4321

B. -8642

C. 8642

D. 8644

Hướng dẫn

Chọn .

Vì $a \cdot c = -(m^6 + 3) < 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $2(x_1 + x_2) = 2 \cdot 4321 = 8642$

Câu 506. Gọi S và P lần lượt là tổng và tích các nghiệm phương trình:

$$x^2 - (m^2 + 2)x - \frac{15}{m^2 + 2} = 0. \text{ Tính } S \cdot P$$

A. 15

B. -15

C. 14

D. -30

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Áp dụng định lí Vi Ét: } \begin{cases} S = m^2 + 2 \\ P = -\frac{15}{m^2 + 2} \end{cases} \Rightarrow S \cdot P = -15$$

Câu 507. Với giá trị nào của m phương trình sau có hai nghiệm trái dấu:

$$x^2 + (m - 19)x + m^4 - 16 = 0$$

A. $m \geq 2$

B. $m \leq -2$

C. $-2 < m < 2$

D. $0 < m < 3$



Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow m^4 - 16 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 508. Tổng các nghiệm của phương trình $(x^4 - 1)(x^4 - 2) \dots (x^4 - 100)$ bằng

- A. 1 B. -2 C. 2 D. 0

Hướng dẫn

Chọn D.

Các nghiệm của các phương trình thành phần đối nhau, nên có tổng bằng 0.

Câu 509. Phương trình $(m - 3)x^2 - 2(m + 1)x - m - 3 = 0$ có một nghiệm $x = -1$. Nghiệm còn lại là

- A. 5 B. 3 C. -3 D. -5

Hướng dẫn

Chọn D.

Thay $x = -1$ vào phương trình được:

$(m - 3) + 2(m + 1) - m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 2$. Khi đó phương trình trở thành:

$$-x^2 - 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases}$$

Câu 510. Gọi k_0 là số nguyên nhỏ nhất để phương trình $(k^2 - k)x^2 + 2kx + 1 = 0$ có nghiệm. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $k_0 \in (-3; 0)$ B. $k_0 \in (-2; 1)$ C. $k_0 \in (0; 3)$ D. $k_0 > 3$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\text{Xét } k^2 - k = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0(L) \\ k = 1 \end{cases}, k = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Với $k \neq 0; k \neq 1$ phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow k^2 - (k^2 - k) \geq 0 \Leftrightarrow k \geq 0 \Rightarrow k = 0$

Câu 511. Phương trình $x^3 + y^3 = x + y + 45$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3



Hướng dẫn

Chọn A.

$$x^3 + y^3 = x + y + 45 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1) + y(y-1)(y+1) = 45$$

$x(x-1)(x+1)$ là tích 3 số nguyên liên tiếp nên VT chẵn còn VP lẻ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 512. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $x^2 - 473x - m^2 + 4m - 10 = 0$ có hai nghiệm thỏa mãn tích hai nghiệm bằng -6

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn tích bằng -6 suy ra

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 + 4m - 10 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 513. Cho hai phương trình: $x^2 - 2mx + 1 = 0(1)$; $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2m = 0(2)$. Khẳng định nào luôn đúng với mọi m

- A. (1) có nghiệm B. (2) có nghiệm
C. (1)(2) đều vô nghiệm D. Ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm

Hướng dẫn

Chọn D.

$$\Delta'_1 + \Delta'_2 = m^2 - 1 + 3 - 2m = (m-1)^2 + 1 > 0$$

Câu 514. Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác và phương trình sau có nghiệm:

$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$

Khẳng định nào đúng

- A. Tam giác ABC đều B. Tam giác ABC vuông
C. Tam giác ABC có một góc tù D. Tam giác ABC có một góc nhỏ hơn 60°

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình có nghiệm $x = a = b = c$.



Câu 515. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m - m^2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $|x_1 - x_2|$

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } A = |x_1 - x_2| &\Rightarrow A^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4(m+1)^2 - 4(4m - m^2) = 8m^2 - 8m + 4 \\ &= 8\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow A \geq \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 516. Phương trình $x^2 - 2(k-1)x + k - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ là?

- A. $\frac{15}{8}$ B. 2 C. $\frac{15}{4}$ D. 1

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 517. Cho phương trình $x^2 + ax + b = 0(1); x^2 + bx + a = 0(2)$; $2(a+b) - ab = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (1) luôn có nghiệm B. (2) luôn có nghiệm
C. (1); (2) đều vô nghiệm D. Có ít nhất một phương trình có nghiệm

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 518. Có bao nhiêu giá trị của k để các phương trình sau có nghiệm chung:

$$(x-2)(x^2 - 2x + 7 + k^2) = 0; x^2 + 2x + k^2 - 8k + 7 = 0$$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.



Câu 519. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình: $x^2 + 5x - 1 = 0$. Lập phương trình có hai nghiệm là $\frac{1}{x_1^2}; \frac{1}{x_2^2}$

A. $x^2 + 27x + 1 = 0$

B. $x^2 - 27x + 1 = 0$

C. $x^2 - 27x - 1 = 0$

D. $2x^2 - 27x - 2 = 0$

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 520. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình: $x^2 + (5 - 2m)x - 12m - 6 = 0$. Tìm hệ thức giữa 2 nghiệm không phụ thuộc vào m

A. $6(x_1 + x_2) + x_1x_2 + 36 = 0$

B. $6(x_1 + x_2) + x_1x_2 - 36 = 0$

C. $6(x_1 + x_2) - x_1x_2 + 30 = 0$

D. $5(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 - 30 = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 521. Tìm tích các nghiệm của phương trình: $(x - 11)^3 + (x - 13)^4 = 16$

A. 110

B. 132

C. 143

D. 164

Hướng dẫn

Chọn C.

Đặt $x - 12 = a \Rightarrow (a + 1)^4 + (a - 1)^4 = 16$

$\Leftrightarrow (a^2 + 2a + 1)^2 + (a^2 - 2a + 1)^2 = 16$

$\Leftrightarrow a^4 + 4a^2 + 1 + 4a^3 + 2a^2 + 4a + a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^3 + 2a^2 - 4a = 16$

$\Leftrightarrow 2a^4 + 12a^2 - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2 = -7 \end{cases} \Rightarrow a = \pm 1$

$\left. \begin{matrix} a = 1 \Rightarrow x = 13 \\ a = -1 \Rightarrow x = 11 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{Tích các nghiệm là } 11.13 = 143 .$

Câu 522. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là 4 và $2a - 1$



A. $x^2 - (2a + 3)x + 8a - 4 = 0$

B. $x^2 + (2a + 3)x + 8a - 4 = 0$

C. $x^2 + (2a - 3)x + 8a + 4 = 0$

D. $x^2 + (2a - 3)x + 4 = 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì hai nghiệm của phương trình là 4 và $2a - 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2a + 3 \\ x_1 x_2 = 8a - 4 \end{cases}$

Câu 523. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $x^2 - (m + 5)x - m + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 = 13$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

Câu 524. Tìm m để phương trình $x^3 - (m + 2)(x + 2) + 8 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $m < 1$

B. $m > 1$

C. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 10 \end{cases}$

D. $-2 < m < 2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Tách đưa về dạng $(x + 2)(x^2 - 2x - m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - m + 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$

Để phương trình có 3 nghiệm thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -2 .

Suy ra $\begin{cases} \Delta > 0 \\ (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 10 \end{cases}$.

Câu 525. Cho hàm số $y = -x^2 + 2(2m - 1)x - 2m^2 + 8m + 1$. Với mỗi giá trị của m hàm số đều có giá trị lớn nhất. Khi m thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất trong các giá trị lớn nhất đó

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

Hướng dẫn

Chọn D.



$$y = -[x - (2m - 1)]^2 + 2m^2 + 4m + 17$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 2m^2 + 4m + 17 = 2(m + 1)^2 + 15 \geq 15$

Câu 526. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Tính $f\left(\frac{1}{1-a}\right)$

A. $\frac{a+1}{a}$

B. $\frac{a}{a-1}$

C. $\frac{a-1}{a}$

D. $\frac{a-2}{a}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Câu 527. Đường thẳng $y = ax + 1$ cắt (P): $y = x^2$ tại M và N. Khẳng định nào đúng

A. $\triangle OMN$ đều

B. $\triangle OMN$ có một góc tù

C. $\triangle OMN$ có 3 góc nhọn

D. $\triangle OMN$ vuông tại O.

Hướng dẫn

Chọn D.

Câu 528. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f(a+1) = a^2 + 5a - 25$

A. $f(x) = x^2 + 3x - 29$

B. $f(x) = x^2 - 3x - 29$

C. $f(x) = x^2 + 3x - 28$

D. $f(x) = x^2 - 3x + 29$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 529. Biết rằng tồn tại số a để phương trình $(x+2)(x^2 - 2x - a + 5) = 0$ có các nghiệm x_1, x_2, x_3 . Tính

giá trị của biểu thức $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3 + 12$

A. 8

B. 10

C. 11

D. 12

Hướng dẫn

Chọn D.



Câu 530. Cho $a > 0$ và phương trình $ax^2 + (b-4)x + 4 - a - b = 0$ có nghiệm lớn hơn 2. Khẳng định nào đúng

- A. $3a + b < 4$ B. $3a + b = 4$ C. $3a + b > 4$ D. $a = 2b$

Hướng dẫn

Chọn A.

Câu 531. Cho a, b là các số thực thay đổi sao cho phương trình $ax^2 + 5x + b = 0$ có hai nghiệm dương x_1, x_2 và phương trình $bx^2 + 5x + a = 0$ có hai nghiệm dương x_3, x_4 . Giá trị nhỏ nhất của $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

- A. 3 B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$ và $x_3 \cdot x_4 = \frac{a}{b} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 1$

Áp dụng BĐT Cosi ta có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 4\sqrt[4]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4} = 4$

Câu 532. Gọi $x_1; x_2$ là các nghiệm của phương trình $x^2 + (m^2 + 1)x + m = 2$. Tìm m sao cho

$$x_1(2x_1 - 1) + x_2(2x_2 - 1) = x_1^2 \cdot x_2^2 + 55$$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 12$ D. $m = \pm 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình $x^2 + (m^2 + 1)x + m = 2$ có $\Delta = 2(m-1)^2 + m^4 + 7 > 0, \forall m$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m^2 - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Hệ thức đã cho tương đương với:



$$\begin{aligned} x_1(2x_1 - 1) + x_2(2x_2 - 1) &= x_1^2 \cdot x_2^2 + 55 \\ \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - (x_1 + x_2) - 4x_1 \cdot x_2 - (x_1 \cdot x_2)^2 &= 55 \\ \Leftrightarrow m^4 + 2m^2 - 24 = 0 \Leftrightarrow m &= \pm 2 \end{aligned}$$

Câu 533. Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$. Gọi m_1, m_2 là hai giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $|x_2 - x_1| = 17$. Tính giá trị của biểu thức $m_1^2 + m_2^2$.

A. 31

B. 33

C. 32

D. 35

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ có $\Delta = 16m^2 + 33 > 0, \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2(m - 4) \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} |x_2 - x_1| = 17 &\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 17^2 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 = 289 \\ \Leftrightarrow 16m^2 + 33 = 289 &\Leftrightarrow m = \pm 4 \Rightarrow m_1^2 + m_2^2 = 32 \end{aligned}$$

Câu 534. Cho phương trình: $x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

A. $m = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$

B. $m = 1$

C. $m = \left\{ -\frac{1}{2}; -1 \right\}$

D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình: $x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$ có $\Delta' = m^2 - m + 1 > 0, \forall m$ nên có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$$

Khi đó :



$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 = 2 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2 \\ \Rightarrow 4(m-1)^2 + 2m = 2 &\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 + 2m = 2 \\ \Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 2 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 535. Cho phương trình: $x^2 + x + m = 0$. Với $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình trên. Tìm m để

$$2m - 1 = x_1^2(x_1 + 1) + x_2^2(x_2 + 1)$$

- A.** $m = 4$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = -\frac{1}{4}$ **D.** $m = \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Để phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$

Khi đó:

$$\begin{aligned} 2m - 1 &= x_1^2(x_1 + 1) + x_2^2(x_2 + 1) \\ \Leftrightarrow 2m - 1 &= (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 \right] + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ \Leftrightarrow 2m - 1 &= -1(1 - 3m) + 1 - 2m \\ \Leftrightarrow m &= 1 \end{aligned}$$

Câu 536. Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$. Tìm giá trị của m để $x_1 \cdot x_2 - 2x_1 = 2x_2$

- A.** $m = \frac{1}{3}$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = -\frac{1}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$ có $\Delta' = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0; \forall m$ nên có 2 nghiệm phân

biệt với mọi m .

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = -(m+1) \end{cases}$



Khi đó: $x_1 \cdot x_2 - 2x_1 = 2x_2$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) = 0$$

$$\Rightarrow -m - 1 + 4(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Câu 537. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tìm m để $x_1 = 2x_2$

- A. $m = \emptyset$ B. $m = 0$ C. $m = \frac{15}{4}$ D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có $\Delta' = m^2 - 3m + 4 > 0; \forall m$ nên có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = m-3 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2(m-1) \\ x_2 = \frac{2}{3}(m-1) \\ 2(m-1) \cdot \frac{2}{3}(m-1) = m-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2(m-1) \cdot \frac{2}{3}(m-1) = m-3$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 = m-3$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 3m + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 11m + 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \emptyset$$

Câu 538. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$. Tìm m để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -3$.

- A. $m = -2$ B. $m = -9$ C. $m = 18$ D. $m = -29$

Hướng dẫn

Chọn D.



Phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$ có $\Delta' = 9 - 4m \Rightarrow$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m < \frac{9}{4}$.

Theo định lý Vi-ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 4 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -3 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow 25 + m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -29 \text{ (t/m)}$$

Câu 539. Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Giá trị của m để $x_2 - x_1 = 17$ là:

A. $m = -4$

B. $m = 4$

C. $m = \pm 4$

D. $m = \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ có $\Delta = 16m^2 + 33 > 0, \forall m$ nên có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2(m - 4) \end{cases}$

Khi đó:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2(m - 4) \\ x_2 - x_1 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2m + 8 \\ x_2 = -2m - 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (-2m + 8)(-2m - 9) = 2m - 8$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 64 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$$

Câu 540. Cho phương trình $x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0$. Tính các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

A. $m = 3$

B. $m = -3$

C. $m = 1$

D. $m = \pm 3$

Hướng dẫn

Chọn D.



Phương trình $x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0$. có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0, \forall m$ nên có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 = 20 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 20 \\ \Rightarrow 4m^2 - 2m^2 + 2 = 20 &\Leftrightarrow 2m^2 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3 \end{aligned}$$

Câu 541. Cho phương trình $x^2 - 7x + 2m - 1 = 0$ với m là tham số thực. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 sao cho $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1 \cdot x_2 = 147$.

A. $m = \frac{11}{2}$

B. $m = -\frac{11}{2}$

C. $m = 10$

D. $m = 5$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình $x^2 - 7x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow 53 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{53}{8}$

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} x_1^3 - x_2^3 + 3x_1 \cdot x_2 &= 147 \\ \Leftrightarrow (x_1 - x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2 \right] &= 147 - 3x_1 \cdot x_2 \\ \Leftrightarrow (x_1 - x_2) &= \frac{147 - 3x_1 \cdot x_2}{\left[(x_1 + x_2)^2 - x_1 \cdot x_2 \right]} \\ \Rightarrow x_1 - x_2 &= \frac{147 - 3(2m - 1)}{49 - 2m + 1} = \frac{3(50 - 2m)}{50 - 2m} = 3 \end{aligned}$$

Kết hợp:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Thay $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ vào $x_1 \cdot x_2 = 2m - 1$, ta được: $m = \frac{11}{2} (tm)$



Câu 542. Cho phương trình $2x^2 + 2x + m = 0$. Tìm điều kiện tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

- A.** $m = 3$ **B.** $m = -\frac{2}{3}$ **C.** $m = \frac{2}{3}$ **D.** $m = -3$

Hướng dẫn

Chọn B.

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $\Delta' \geq 0$.

Khi đó: $\Delta' = 1 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Theo hệ thức Vi-ét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Theo điều kiện đề bài $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 3 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta có: $m = -\frac{2}{3}$.

Vậy $m = -\frac{2}{3}$ thỏa mãn điều kiện là số cần tìm.

Câu 543. Cho phương trình $x^2 = x + m - 1$. Tìm m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thỏa mãn đẳng thức

sau: $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1 \cdot x_2 + 3 = 0$

- A.** $m = 2$ **B.** $m = -3$ **C.** $m = \{-3; 2\}$ **D.** $m = \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn A.

Phương trình $x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 - x - m + 1 = 0$ có $\Delta = 4m - 3$. Để phương có 2 nghiệm thì

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$.

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - m \end{cases}$$



Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình $x^2 + 2mx + 4m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$.

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = 4m \end{cases}$

Khi đó:

$$|x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + 2|x_1 \cdot x_2| + x_2^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + 2|x_1 \cdot x_2| = 9$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 8m + 8|m| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 8m = 9, m \geq 0 \\ 4m^2 - 16m = 9, m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm \frac{3}{2}, m \geq 0 \\ m = \frac{9}{2} (ktm) \\ m = -\frac{1}{2} (tm) \end{cases}, m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} (tm) \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 546. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{3}$

- A. $m = \emptyset$ B. $m = -\frac{5}{2}$ C. $m = \frac{9}{2}$ D. $m = \frac{5}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ có $\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6 > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 5 \end{cases}$

Khi đó:



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m^2 + 1} \\ x_1 x_2 = \frac{1 - m^2}{m^2 + 1} \end{cases}$$

Khử m trong hệ này ta được: $(x_1 + x_2)^2 + (x_1 x_2)^2 = 1$.

Câu 549. Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + (2m - 1) = 0$. Hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m là:

A. $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 1$

B. $3(x_1 - x_2) - 2x_1 x_2 = 1$

C. $2(x_1 + x_2) - 3x_1 x_2 = 5$

D. $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 5$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta = (m - 2)^2 + 4 > 0$

Vậy với mọi $m > 1$ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 1 \end{cases}$$

Khử m trong hệ này ta được: $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 5$.

Câu 550. Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$. Hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m là:

A. $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 17$

B. $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = -17$

C. $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = -17$

D. $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 17$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta = 16m^2 + 33 > 0$

Vậy với mọi $m > 1$ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -(4m + 1) \\ x_1 x_2 = 2(m - 4) \end{cases}$$

Khử m trong hệ này ta được: $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = -17$.



Câu 551. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$, ($m \leq 1$). Hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m là:

A. $(x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 = 4$

B. $(x_1 + x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) = 4$

C. $(x_1 + x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) = 4x_1x_2$

D. $(x_1 + x_2)^2 - 4(x_1 + x_2) = 4x_1x_2$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta = -2m + 2$

Vậy với mọi $m \leq 1$ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Khử m trong hệ này ta được: $(x_1 + x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) = 4x_1x_2$.

Câu 552. Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - 5 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là số nguyên:

A. $m \in \{1; 7\}$

B. $m \in \{-1; 7\}$

C. $m \in \{1; -7\}$

D. $m \in \{-1; -7\}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta = (m-3)^2 + 20 > 0 \quad \forall m$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 \\ x_1x_2 = -5 \end{cases}$

Do $x_1x_2 = -5$, $x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{Z}$ nên ta có:

TH1: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow m = 7$

TH2: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow m - 3 = -4 \Rightarrow m = -1$

TH3: $\begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow m - 3 = -4 \Rightarrow m = -1$



$$\text{TH4: } \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow m = 7$$

Vậy $m \in \{-1; 7\}$.

Câu 553. Cho phương trình $x^2 - 20x + m + 5 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là số nguyên tố:

- A.** $m \in \{46; 86\}$ **B.** $m \in \{46; 68\}$ **C.** $m \in \{64; 86\}$ **D.** $m \in \{64; 68\}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta' = 95 - m$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 95$

$$\text{Theo định lý Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 20 \\ x_1 x_2 = m + 5 \end{cases}$$

Do $x_1 + x_2 = 20$ mà x_1, x_2 là hai số nguyên tố nên ta có:

$$\text{TH1: } \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 17 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 51 \Rightarrow m + 5 = 51 \Rightarrow m = 46$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x_1 = 17 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 51 \Rightarrow m + 5 = 51 \Rightarrow m = 46$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 13 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 91 \Rightarrow m + 5 = 91 \Rightarrow m = 86$$

$$\text{TH4: } \begin{cases} x_1 = 13 \\ x_2 = 7 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 91 \Rightarrow m + 5 = 91 \Rightarrow m = 86$$

Vậy $m \in \{46; 86\}$.

Câu 554. Cho phương trình $x^2 - 6x + m + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là số nguyên tố:

- A.** $m \in \{-3; 5\}$ **B.** $m \in \{3; 5\}$ **C.** $m \in \{2\}$ **D.** $m \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta' = 6 - m$



Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 6$

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 3 \end{cases}$$

Do $x_1 + x_2 = 6$ mà x_1, x_2 là hai số nguyên tố nên ta có:

TH1:
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 5 \Rightarrow m + 3 = 5 \Rightarrow m = 2$$

TH2:
$$\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 5 \Rightarrow m + 3 = 5 \Rightarrow m = 2$$

Vậy $m \in \{2\}$.

Câu 555. Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là số nguyên dương:

- A. $m \in \{1\}$ B. $m \in \{-1\}$ C. $m \in \{2\}$ D. $m \in \emptyset$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta = 8m$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > 0$

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -2m + 1 \end{cases}$$

Do $x_1 + x_2 = 2$ mà x_1, x_2 là hai số nguyên dương nên ta có:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 1 \Rightarrow -2m + 1 = 1 \Rightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$.

Câu 556. Cho phương trình $mx^2 - (2m - 1)x + 4m = 0$. Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là số nguyên:

- A. $m \in \emptyset$ B. $m \in \{0\}$ C. $m \in \{-1\}$ D. $m \in \{-1; 0\}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có $\Delta = -4m + 1$



Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m-1}{m} \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$$

Do $x_1 x_2 = 4, x_1 \in \mathbb{Z}, x_2 \in \mathbb{Z}$ nên ta có:

TH1:
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = 5 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

TH2:
$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = 5 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

TH3:
$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = 3 \Rightarrow m = -1$$

TH4:
$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = 3 \Rightarrow m = -1$$

TH5:
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = 4 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

TH6:
$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} = -4 \Rightarrow m = \frac{1}{6}$$

Vậy $m \in \{-1; 7\}$.

Câu 557. Tìm m để hai phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$mx^2 - (2m-1)x + 4m = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad (2)$$

A. $m \in \emptyset$

B. $m \in \left\{ \frac{1}{7}; \frac{1}{3} \right\}$

C. $m \in \left\{ \frac{1}{7}; \frac{3}{7} \right\}$

D. $m \in \left\{ \frac{-1}{7}; \frac{-3}{7} \right\}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: Nghiệm của phương trình (2) là $x \in \left\{ \frac{1}{2}; 3 \right\}$

Để (1) và (2) có cùng tập nghiệm thì nghiệm của (1) cũng là $x \in \left\{ \frac{1}{2}; 3 \right\}$.

Khi đó ta có:



Thay $x = \frac{1}{2}$ vào (1) ta được: $\frac{1}{4}m - (2m - 1) \cdot \frac{1}{2} + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{7}$

Thay $x = 3$ vào (1) ta được: $9m - (2m - 1) \cdot 3 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{7}$

Câu 558. Tìm m để hai phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$x^2 - 6x + m + 3 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 6x^2 - 5x + 8 = 0 \quad (2)$$

- A.** $m > 6$ **B.** $m < 0$ **C.** $m \geq 0$ **D.** $0 < m \leq 6$

Hướng dẫn

Chọn A.

Xét phương trình (2) ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 8 < 0$ nên (2) vô nghiệm.

Vậy để (1) và (2) có cùng tập nghiệm thì (1) cũng phải vô nghiệm, do đó:

$$\Delta'_{(1)} = 6 - m < 0 \Leftrightarrow m > 6$$

Câu 559. Tìm m để hai phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$x^2 - 8x + 16 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 2mx^2 - (5 + m)x + 1 = 0 \quad (2)$$

- A.** $m = \frac{19}{28}$ **B.** $m = \frac{18}{29}$ **C.** $m = \frac{29}{18}$ **D.** $m = \frac{18}{19}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: Nghiệm của phương trình (1) là $x = 4$

Để (1) và (2) có cùng tập nghiệm thì nghiệm của (2) cũng là $x = 4$.

Khi đó ta có:

$$\text{Thay } x = 4 \text{ vào (2) ta được: } 2m \cdot 4^2 - (5 + m) \cdot 4 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{19}{28}$$

Câu 560. Tìm m để hai phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$x^2 - mx + 2m - 3 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad x^2 - (m^2 + m - 4)x + 1 = 0 \quad (2)$$

- A.** $m = 1$ **B.** $m \in \emptyset$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

Gọi x_0 là nghiệm chung của (1) và (2), khi đó ta có:



$$\begin{cases} x_0^2 - mx_0 + 2m - 3 = 0 \\ x_0^2 - (m^2 + m - 4)x_0 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m^2 + m - 4)x_0 - 1 - mx_0 + 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)[(m + 2)x_0 + 2] = 0$$

Khi $m = 2$ thì (1) và (2) chung nhau nghiệm x_0 .

Khi $x_0 = -\frac{2}{m+2}$ ($m \neq -2$), thay vào (1) và biến đổi, ta được $2m^3 + 7m^2 - 8 = 0$ (Phương trình này vô nghiệm).

Vậy với $m = 2$ thì (1) và (2) chung nhau tập nghiệm.

Câu 561. Tìm m để hai phương trình sau có cùng tập nghiệm:

$$x^2 - (m + 2)x + m + 1 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad x^3 - 2x^2 - mx - m^2 + 3 = 0 \quad (2)$$

- A.** $m = 0$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = -2$ **D.** $m \in \{-2; 1\}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: Nghiệm của phương trình (1) là $x = 1$ (do có $a + b + c = 0$)

Để (1) và (2) có cùng tập nghiệm thì nghiệm của (2) cũng là $x = 0$.

Khi đó ta có:

$$\text{Thay } x = 0 \text{ vào (2) ta được: } 1 - 2 - m - m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 562. Cho phương trình $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1 > x_2 > 2$

- A.** $m > 3$ **B.** $m > 5$ **C.** $m > 7$ **D.** $m > 8$

Hướng dẫn

Chọn A

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 2 thì } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(2) > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ 1 > 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$



Câu 563. Tìm m để phương trình $(2m-1)x^2 + (m^2-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho

$$x_1 < 1 < x_2$$

A.
$$\begin{cases} m > \frac{5}{3} \\ m < \frac{-5}{4} \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} m < -3 \\ 0 < m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} m < \frac{3}{4} \\ m > \frac{5}{4} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} m < \frac{3}{8} \\ m > \frac{-5}{4} \end{cases}$$

Hướng dẫn

Chọn B

Để phương trình có hai nghiệm $x_1 < 1 < x_2$ thì

$$a.f(1) < 0 \Leftrightarrow (2m-1) \cdot [2m-1+m^2-1+m+2] < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m < -3 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ 0 < m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 564. Cho phương trình $x^2 - 3x + 2m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1; x_2 \text{ thỏa mãn : } 1 < x_1 < x_2$$

A. $m > 3$

B. $m > 5$

C. $\frac{2}{3} < m < \frac{13}{8}$

D. $m > 8$

Hướng dẫn

Chọn C

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(1) > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{13}{8} \\ m > \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m < \frac{13}{8}$$

Câu 565. Cho phương trình $x^2 + 2mx - 3m^2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ và số $\alpha = 1$ nằm ngoài khoảng hai nghiệm

A.
$$\begin{cases} m \neq 1 \\ -\frac{2}{3} < m < 3 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{3} < m < 1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} m \neq 1 \\ \frac{2}{3} < m < 3 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} m \neq 4 \\ \frac{2}{3} < m < 3 \end{cases}$$

Hướng dẫn

Chọn B



Để phương trình có hai nghiệm phân biệt và số $\alpha = 1$ nằm ngoài khoảng hai nghiệm

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 > 0 \\ -3m^2 + 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{3} < m < 1 \end{cases}$$

Câu 566. Cho phương trình $mx^2 - (3m+4)x + 4 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn : $x_1 < x_2 < 3$

- A.** $m > 3$ **B.** $m > 5$ **C.** $m < 0$ **D.** $m > 8$

Hướng dẫn

Chọn C

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3 thì

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ a.f(3) > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(3m + \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{128}{9} \geq 0 \forall m \\ m < 0 \\ \frac{4-3m}{2m} < 0 \Leftrightarrow m < \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0$$

Câu 567. Giải phương trình sau $x^4 - 13x^2 + 36 = 0(1)$. Đáp án đúng là

- A.** $x \in \{\pm 2; \pm 3\}$ **B.** $x \in \{\pm 1; \pm 3\}$ **C.** $x \in \{\pm 2; \pm 4\}$ **D.** $x \in \{\pm 4; \pm 3\}$

Hướng dẫn

Chọn A

Đặt $t = x^2 \Rightarrow t \geq 0$ phương trình (1) có dạng

$$t^2 - 13t + 36 = 0 \text{ Ta có } \Delta = 25 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 9 \\ t_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Câu 568. Chọn đáp án đúng, nghiệm của phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 = 0(1)$

- A.** $x \in \{\pm 1; \pm 3\}$ **B.** $x \in \{\pm 1; \pm 2\}$ **C.** $x \in \{\pm 1; \pm 4\}$ **D.** $x \in \{\pm 1; \pm 5\}$

Hướng dẫn

Chọn B

Đặt $t = x^2 \Rightarrow t \geq 0$ phương trình (1) có dạng



$$t^2 - 5t + 4 = 0 \text{ Ta có } \Delta = 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Câu 569. Chọn đáp án đúng, nghiệm của phương trình $3x^4 + 10x^2 + 3 = 0$ (1)

- A. $x \in \{\pm 1; \pm 3\}$ B. $x \in \left\{ \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$ C. $x \in \{\pm 1\}$ D. $x \in \{\pm 1; \pm 2\}$

Hướng dẫn

Chọn B

Đặt $t = x^2 \Rightarrow t \geq 0$ phương trình (1) có dạng

$$3t^2 + 10t + 3 = 0 \text{ Ta có } \Delta = 64 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -3(\text{loại}) \\ t_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 570. Nghiệm của phương trình $x^3 + 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} = 0$ là:

- A. $x = 3$ B. $x = 4$ C. $x = -\sqrt{2}$ D. $x = -\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Chọn C

$$x^3 + 2x(x + \sqrt{2}) + (\sqrt{2})^3 = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{2})[x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{2} = 0 \\ x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2 = 0 \end{cases}$$

Phương trình $x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2 = 0$ vô nghiệm vì $\Delta < 0$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là: $x = -\sqrt{2}$

Câu 571. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2}x^3 + 3x^2 - 2 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{3} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{5} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

Hướng dẫn

Chọn A

$$2\sqrt{2}x^3 + 3.2x^2 - 4 = 0$$



Đặt $y = x\sqrt{2}$ phương trình trở thành $y^3 + 3y^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (y-1)(y+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

Câu 572. Chọn đáp án đúng. Nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$

A. $x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{5}}$ B. $x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{6}}$ C. $x = \frac{1}{2-\sqrt[3]{2}}$ D. $x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{2}}$

Hướng dẫn

Chọn D

$$x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \Leftrightarrow (x\sqrt[3]{2})^3 = (x-1)^3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{2}}$$

Câu 573. Chọn đáp án đúng, nghiệm của phương trình $x^4 = 24x + 32$

A. $x = 1 \pm \sqrt{5}$ B. $x = 2 \pm \sqrt{5}$ C. $x = 3 \pm \sqrt{5}$ D. $x = 1 \pm \sqrt{7}$

Hướng dẫn

Chọn A

$$x^4 + 4x^2 + 4 = 4x^2 + 24x + 36 \Leftrightarrow (x^2 + 2)^2 = (2x + 6)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2 = 2x + 6 \\ x^2 + 2 = -2x - 6 \end{cases}$$

Phương trình $x^2 + 2 = 2x + 6$ có nghiệm $x = 1 \pm \sqrt{5}$

Phương trình $x^2 + 2 = -2x - 6$ vô nghiệm

Câu 574. Chọn đáp án đúng. Nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$

A. $x \in \{3; 1 \pm \sqrt{2}\}$ B. $x \in \{-1; 1 \pm \sqrt{2}\}$ C. $x \in \{2; 1 \pm \sqrt{2}\}$ D. $x \in \{1; 1 \pm \sqrt{2}\}$

Hướng dẫn

Chọn D

$$x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Câu 575. Nghiệm của phương trình $x^4 - x^2 + 2x - 1 = 0$

A. $x = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{2}$ B. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ C. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{3}$ D. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{5}$



Hướng dẫn

Chọn B

$$x^4 - x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x-1(vn) \\ x^2 = -(x-1) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Câu 576. Nghiệm của phương trình $x^4 - 9x^2 + 24x - 16 = 0$

- A. $x = 1; -4$ B. $x = 1; -5$ C. $x = 2; -4$ D. $x = 3; -4$

Hướng dẫn

Chọn A

$$x^4 = 9x^2 - 24x - 16 = 0 \Leftrightarrow x^4 = (3x-4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3x-4(vn) \\ x^2 = -(3x-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 577. Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x - (2m+5) = 0$ tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 và biểu thức $B = 12 - 10x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2)$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn B.

Xét $x^2 + 2(m-1)x - (2m+5) = 0$ phương trình có hai nghiệm

$\Delta' = m^2 + 6 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 .

Theo Viét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - 2m \\ x_1x_2 = -2m - 5 \end{cases}$$

Mặt khác: $B = 12 - 10x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2) = 12 - 8x_1x_2 - (x_1 + x_2)^2 = -4m^2 + 24m + 48 = 48 - 4(m-3)^2 \leq 48$

Vậy giá trị lớn nhất $B = 48 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 578. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Hướng dẫn

Chọn A.



Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi: $\Delta' = m^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m + 10 \end{cases}$

$$A = 10x_1 x_2 + x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 + 8x_1 x_2 = (2m + 2)^2 + 8(2m + 10) = 4(m + 3)^2 + 48 \geq 48$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = -3$. Vậy $A_{\min} = 48 \Leftrightarrow m = -3$

Câu 579. Xác định a để tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + a - 2 = 0$ là bé nhất.

A. $a = -1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 1$.

D. $a = -3$

Hướng dẫn

Chọn C.

Ta có: $\Delta = (a - 2)^2 + 4 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = a - 2 \end{cases}$

$$A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (-a)^2 - 2(a - 2) = (a - 1)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow A_{\min} = 3 \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 580. Cho phương trình $x^2 + (2m - 1)x - m = 0$. Tìm giá trị của m để $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 x_2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 2$. **B.** $m = 3$.

C. $m = 1$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có: $\Delta = 4m^2 + 1 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 2m \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 8x_1 x_2 = (1 - 2m)^2 + 8m = (2m + 1)^2 \geq 0$$

Vậy $A_{\min} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$



Câu 581. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$. Tìm giá trị của m để $P = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = \frac{5}{4}$. B. $m = -\frac{5}{4}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta' = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$

Mà $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (2m - 2)^2 - 2(m - 3) = \left(2m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$

Dấu bằng xảy ra khi $m = \frac{5}{4}$. Vậy $P_{\min} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$

Câu 582. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 x_2$ và giá trị tương ứng của m .

- A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = -4$. D. $m = -5$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $\Delta = (m - 2)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 x_2 = m^2 - 8(m - 1) = (m - 4)^2 - 8 \geq -8$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 4$. Vậy $P_{\min} = -8 \Leftrightarrow m = 4$

Câu 583. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình, giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$ là:



- A. $P_{\min} = 1$. B. $P_{\min} = -1$. C. $P_{\min} = 2$. D. $P_{\min} = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $a + b + c = 1 - m + m - 1 = 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

$$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (m - 1)^2 + 1 \geq 1$$

Vậy $P_{\min} = 1 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 584. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Tìm m sao cho $A = 2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = -4$. B. $m = \frac{9}{8}$ C. $m = -\frac{9}{8}$. D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn B.

$\Delta = (m - 1)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 1 \end{cases}$$

Ta có:

$$A = 2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1 x_2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 9x_1 x_2 = 2\left(2m - \frac{9}{4}\right)^2 - \frac{9}{8} \geq -\frac{9}{8}$$

Vậy $A_{\min} = -\frac{9}{8} \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$

Câu 585. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x - 6m = 0$ (1). Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của $D = x_1^2 + x_2^2$

- A. $D_{\min} = 15$. B. $D_{\min} = -15$ C. $D_{\min} = 16$. D. $D_{\min} = -16$

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta = (m + 1)^2 + 3 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m



Áp dụng định lí Vi Ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ x_1 x_2 = -6m \end{cases}$$

$$D = x_1^2 + x_2^2 = (2m - 1)^2 + 15 \geq 15. \text{ Vậy } D_{\min} = 15 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Câu 586. Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$$

A. $A_{\min} = \frac{4}{3}$. B. $A_{\min} = -\frac{4}{3}$ C. $A_{\min} = -\frac{3}{16}$. D. $A_{\min} = \frac{3}{16}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$\Delta = (2m - 3)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1 - 2m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m - 1}{2} \end{cases}$$

Thay vào $A = \frac{\left(2m - \frac{5}{2}\right)^2}{4} + \frac{3}{16} \geq \frac{3}{16} \Rightarrow A_{\min} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$

Câu 587. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m - 1 = 0$, tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $A_{\min} = \frac{-1}{3}$. B. $A_{\min} = \frac{1}{3}$ C. $A_{\min} = -\frac{1}{4}$. D. $A_{\min} = \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn D.

$\Delta = 4m^2 + 5 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4m^2 + 2m + 3 = \left(2m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \geq \frac{5}{4} \Rightarrow (x_1^2 + x_2^2)_{\min} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$$

Câu 588. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m - 2)x - (2m - 7) = 0$, tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.



- A. $m = 1$. B. $m = 2$ C. $m = 3$. D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm khi: $\Delta' = m^2 - 2m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 - 2m \\ x_1 x_2 = -2m + 7 \end{cases}$

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = 4m^2 - 12m + 2 = (2m - 3)^2 - 7$

+ Với $m \geq 3 \Rightarrow A \geq (2 \cdot 3 - 3)^2 - 7 = 2$

+ Với $m \leq -1 \Rightarrow A \geq [2 \cdot (-1) - 3]^2 - 7 = 18$ Suy ra $A_{\min} = 2 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 589. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m - 1)x - (m + 1) = 0$, tìm giá trị của m để $|x_1 - x_2|$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$ C. $m = -2$. D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta = (m + 1)^2 + 4 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -(m + 1) \end{cases}$

$(x_1 - x_2)^2 = (m + 1)^2 + 4 \Rightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(m + 1)^2 + 4}$

$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{(m + 1)^2 + 4} \geq 2 \Rightarrow (|x_1 - x_2|)_{\min} = 2 \Leftrightarrow m = -1$

Câu 590. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4m - 3 = 0$. Xác định m để hiệu giữa tổng hai nghiệm và tích hai nghiệm của phương trình đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$ C. $m = -2$. D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta' = 4 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 4m - 3 \end{cases}$



Ta có:

$$(x_1 + x_2) - x_1x_2 = -m^2 - 2m + 5 = -(m+1)^2 + 6 \leq 6 \Rightarrow [(x_1 + x_2) - x_1x_2]_{\max} = 6 \Leftrightarrow m = -1 \quad (t/m)$$

Câu 591. Cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m = 0$ (1). Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1)

Tìm giá trị của m để biểu thức $B = x_1^2x_2 + x_2^2x_1$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{3}$. B. $m = \frac{-1}{2}$ C. $m = \frac{-2}{3}$. D. $m = \frac{-3}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

* $\Delta = (m-1)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lí Vi Ét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m - 1 \\ x_1x_2 = m \end{cases}$$

$$B = x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -m^2 - m = -\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$$

$$B_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Câu 592. Cho phương trình $mx^2 - 2mx + 3m - 1 = 0$. Tìm giá trị của m để các nghiệm x_1, x_2 của phương trình trên có tích x_1x_2 lớn nhất.

A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = \frac{3}{5}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi:
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = m - 2m^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{1}{2}$$

Ta có: $x_1x_2 = \frac{3m-1}{m} = 3 - \frac{1}{m}$ Do $0 < m \leq \frac{1}{2}$ nên x_1x_2 lớn nhất $\Leftrightarrow \frac{1}{m}$ nhỏ nhất hay m lớn nhất

Mà $0 < m \leq \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

Câu 593. Cho phương trình bậc hai (ẩn là x): $x^2 + 2(m-1)x - 2m + 5 = 0$. Tìm m sao cho



$A = 12 - 10x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2)$ đạt giá trị lớn nhất.

- A.** $m = 1$. **B.** $m = 2$ **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi: $\Delta' = m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - 2m \\ x_1x_2 = 5 - 2m \end{cases}$

* $A = 12 - 10x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2) = -4m^2 + 24m - 32 = -(2m - 6)^2 + 4 \leq 4$

$A_{\max} = 4 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 594. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - (m + 1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt GTNN, GTLN.

- A.** $m = \frac{5}{3}$. **B.** $m = 2$ **C.** $m = \frac{7}{3}$. **D.** $m = \frac{8}{3}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi: $\Delta = -3m^2 + 10m - 7 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{7}{3}$

Áp dụng định lí Vi Ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1x_2 = m^2 - 2m + 2 \end{cases}$

* $A = x_1^2 + x_2^2 = -m^2 + 6m - 3 = 6 - (m - 3)^2$; Do $1 \leq m \leq \frac{7}{3}$ nên $2 \leq A \leq \frac{50}{9}$

Vậy $A_{\min} = 2 \Leftrightarrow m = 1$. $A_{\max} = \frac{50}{9} \Leftrightarrow m = \frac{7}{3}$

Câu 595. Cho phương trình $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm GTNN và GTLN của biểu thức $S = x_1 + x_2$



A. $S_{\min} = \frac{-2\sqrt{13}}{3}, S_{\max} = \frac{2\sqrt{13}}{3}$.

B. $S_{\min} = \frac{-5\sqrt{13}}{3}, S_{\max} = \frac{5\sqrt{13}}{3}$

C. $S_{\min} = \frac{-\sqrt{13}}{3}, S_{\max} = \frac{\sqrt{13}}{3}$.

D. $S_{\min} = \frac{-4\sqrt{13}}{3}, S_{\max} = \frac{4\sqrt{13}}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $a = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, c = -1$

$\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có nghiệm.

$$S = \frac{m^2 + 8m + 3}{m^2 + m + 1} \Leftrightarrow S(m^2 + m + 1) = m^2 + 8m + 3 \Leftrightarrow (S - 1)m^2 + (S - 8)m + S - 3 = 0$$

$$\Delta = -3S^2 + 52 \geq 0 \Leftrightarrow S^2 \leq \frac{52}{3} \Leftrightarrow -\frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \leq S \leq \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$$

Vậy $S_{\min} = -\frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = -\frac{\sqrt{13} + 4\sqrt{3}}{2\sqrt{13} + \sqrt{3}}; S_{\max} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{13} - 4\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{13}}$

Câu 596. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$. Tìm GTNN và GTLN của biểu thức

$$A = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

A. $S_{\min} = 1, S_{\max} = 2$.

B. $S_{\min} = -1, S_{\max} = \frac{1}{2}$

C. $S_{\min} = -2, S_{\max} = -1$.

D. $S_{\min} = \frac{-1}{2}, S_{\max} = 1$

Hướng dẫn

Chọn D.

$$A = \frac{2m + 1}{m^2 + 2} \Leftrightarrow Am^2 - 2m + 2A - 1 = 0$$

$$\Delta = -2A^2 + A + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq A \leq 1$$

Vậy $A_{\min} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2; A_{\max} = 1 \Leftrightarrow m = 1$



Câu 597. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

sao cho $A = \left| \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right|$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $m = \frac{-1}{2}$.

B. $m = \frac{-2}{3}$

C. $m = \frac{2}{3}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

$\Delta = m^2 + 4 > 0 \quad \forall m \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt mọi m

Tính $A = \frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+4}} \leq \frac{|m|+1}{\sqrt{m^2+4}} = \frac{|m|.1 + 2 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{m^2+4}} \leq \frac{\sqrt{(m^2+4)} \left(1 + \frac{1}{4}\right)}{\sqrt{m^2+4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} m \cdot 1 > 0 \\ \frac{|m|}{1} = \frac{2}{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow m = 4$

Câu 598. Cho phương trình $x^2 - (m+1)x - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

$B = \frac{3x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1 + 4x_2 - 5}{x_1^2 + x_2^2 - 4}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{2}$.

B. $m = \frac{-2}{3}$

C. $m = \frac{2}{3}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

+ Chỉ ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt:

+ Viết hệ thức Vi Ét.

+ Biến đổi B và thay Vi Et vào được $B = \frac{3m^2 + 10m + 20}{m^2 + 2m + 3}$

+ Dùng phương pháp miền giá trị được $B_{max} = 7 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Câu 599. Cho phương trình $x^2 - 5mx + 4m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

$A = \frac{m^2}{x_1^2 + 5mx_2 - 12m} + \frac{x_2^2 + 5mx_1 - 12m}{m^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.



$$C = \frac{-3 - \sqrt{2}}{-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

$$C = \frac{-3 - \sqrt{2}}{-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

C. $A = 3 + 2\sqrt{2}$

D. $A = -3 + 2\sqrt{2}$

$$B = -3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$$

$$B = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$$

$$C = \frac{-3 + \sqrt{2}}{-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

$$C = \frac{3 + \sqrt{2}}{-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

Hướng dẫn

Chọn A.

Áp dụng định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\sqrt{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$ $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-\sqrt{3})^2 - 2(-\sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2}$

$$B = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = (-\sqrt{3})^3 - 3(-\sqrt{2})(-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} - 3\sqrt{6}$$

$$C = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{-\sqrt{3} - 2}{-\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

Câu 602. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m + 2)x + 1 + m^2 = 0$, m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > \frac{3}{4}$

B. $m < \frac{3}{4}$

C. $m < \frac{-3}{4}$

D. $m > \frac{-3}{4}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta' = (m + 2)^2 - (1 + m^2) = 4m + 3$

phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{4}$

Câu 603. Cho phương trình bậc hai $x^2 - mx + m + 1 = 0$, m là tham số. Gọi hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 .

Tìm m để $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ P đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

A. $m = 1$ và $m = -2$

B. $m = 1$ và $m = 2$



C. $m = -1$ và $m = 2$

D. $m = -1$ và $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$. Khi đó $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2} = \frac{2m + 1}{m^2 + 2}$

Ta có $P = \frac{2m + 1}{m^2 + 2} = \frac{m^2 + 2 - (m - 1)^2}{m^2 + 2} = 1 - \frac{(m - 1)^2}{m^2 + 2} \leq 1$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $m = 1$ nên giá trị lớn nhất

$\max P = 1$. Tương tự ta có giá trị nhỏ nhất $\min P = -\frac{1}{2}$, đạt được khi $m = -2$. (Xem thêm phần phương pháp miền giá trị hàm số)

Câu 604. Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm gấp đôi nghiệm còn lại.

A. $m = \frac{-5}{2}$ hoặc $m = \frac{-7}{2}$ B. $m = \frac{5}{2}$ hoặc $m = -\frac{7}{2}$

C. $m = \frac{-5}{2}$ hoặc $m = \frac{7}{2}$ D. $m = \frac{5}{2}$ hoặc $m = \frac{7}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Cách 1: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$\Leftrightarrow [-(2m + 1)]^2 - (4m^2 + 4m - 3) = 4 > 0, \forall m$. Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của

m . Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(2m + 1) & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = 4m^2 + 4m - 3 & (2) \end{cases}$.

Có thể giả sử $x_1 = 2x_2$ (3). Khi đó từ (1) và (3) có $\begin{cases} x_2 = \frac{2(2m + 1)}{3} \\ x_1 = \frac{4(2m + 1)}{3} \end{cases}$.

Thay vào (2) ta có phương trình $8 \cdot \frac{(2m + 1)^2}{9} = 4m^2 + 4m - 3 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m - 35 = 0$

Giải phương trình ta được $m = \frac{5}{2}$ hoặc $m = -\frac{7}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).



Cách 2: Từ yêu cầu đề bài suy ra $x_1 = 2x_2$ hoặc $x_2 = 2x_1$,

tức là: $(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 0 \Leftrightarrow 9x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)^2 = 0$

áp dụng hệ thức Vi-et ta được phương trình $4m^2 + 4m - 35 = 0$.

Câu 605. Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$, m là tham số. tìm điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

A. $m = 3$

B. $m < 1$

C. $m > 1$

D. $m = -3$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Theo hệ thức Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(1) \\ x_1 \cdot x_2 = m(2) \end{cases}$. Ta có $x_1 + 2x_2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1 - 2x_2$ (3). Từ (1) và (3) ta có được

$\begin{cases} x_2 = -1 \\ x_1 = 3 \end{cases}$. Thay vào (2) ta có được $m = -3$ thỏa mãn điều kiện

Câu 606. Cho phương trình $x^2 - 2mx + (5m - 4) = 0$, với m là tham số. Xác định các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

A. $m > \frac{-4}{5}$

B. $m < \frac{-4}{5}$

C. $m < \frac{4}{5}$

D. $m > \frac{4}{5}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow 1 \cdot (5m - 4) < 0 \Leftrightarrow m < \frac{4}{5}$

Câu 607. Cho phương trình $x^2 - 2mx + (5m - 4) = 0$, với m là tham số. Xác định các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

A. $\frac{4}{5} < m < 1$

B. $\frac{4}{5} < m < 1$ hoặc $m < 4$

C. $m > 4$

D. $\frac{4}{5} < m < 1$ hoặc $m > 4$



Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - (5m - 4) > 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 4) > 0 \Leftrightarrow m > 4 \text{ hoặc } m < 1.$$

Theo hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 5m - 4 \end{cases}$$

Hai nghiệm của phương trình cùng dương $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ 5m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{4}{5}$

Kết hợp với điều kiện ta có $\frac{4}{5} < m < 1$ hoặc $m > 4$.

Câu 608. Cho phương trình $x^2 - x + 3m = 0$, với m là tham số. Xác định các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2$.

- A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Cách 1. Đặt $x - 1 = t$, ta có $x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1 \Leftrightarrow t_1 < 0 < t_2$

Phương trình ẩn x là $x^2 - x + 3m = 0$ được đưa về phương trình ẩn t :

$$(t + 1)^2 - (t + 1) + 3m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t + 3m = 0. \text{ Phương trình ẩn } t \text{ phải có hai nghiệm trái dấu}$$

$$\Leftrightarrow 3m < 0 \Leftrightarrow m < 0$$

Vậy $m < 0$

Cách 2: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 1 - 12m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{12}$. Khi đó theo hệ thức

Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 3m \end{cases} \quad (1). \text{ Hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 - 1 \text{ và } x_2 - 1$$

trái dấu $\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \quad (2). \text{ Thay (1) vào (2) ta có: } 3m - 1 + 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0.$

Kết hợp với điều kiện ta có $m < 0$ là các giá trị cần tìm.

Chú ý:

Nếu hai nghiệm $x_1, x_2 < 1$ thì phương trình ẩn t có hai nghiệm đều là số âm.



Nếu hai nghiệm $x_1, x_2 > 1$ thì phương trình ẩn t có hai nghiệm đều là số dương.

Câu 609. Cho các phương trình $x^2 + ax + b = 0$ (1); $x^2 + cx + d = 0$ (2), trong đó các hệ số a, b, c, d đều khác 0. Biết a, b là nghiệm của phương trình (2) và c, d là nghiệm của phương trình (1). Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 10$.

A. $m < 0$

B. $m > 0$

C. $m > 1$

D. $m < 1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Áp dụng hệ thức Viet ta có: $a + b = -c; ab = d; c + d = -a; cd = b$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c + d = -a \\ a + b = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a - d \\ a + b = -c \end{cases} \Rightarrow b = d$$

Kết hợp với $ab = d$ và $cd = b$ suy ra $a = 1, c = 1$

Do $a + b = -c$ và $c + d = -a$ suy ra $b = -2, d = -2$

Do đó $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-2)^2 = 10$.

Câu 610. Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $ax_1 + bx_2 + c = 0$ Giá trị của $ac(a + c - 3b) + b^3$ là:

A. 1 B. 0

C. -1

D. -2

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $a \neq 0$ nên $ac(a + c - 3b) + b^3 = ac^2 + a^2c + b^3 - 3abc = a^3 \left[\left(\frac{c}{a} \right)^2 + \frac{c}{a} - 3 \frac{bc}{a^2} \right] (*)$. Theo hệ thức Viet, ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}. \text{ Khi đó } (*) \text{ thành: } a^3 \left[x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2 - (x_1 + x_2)^3 + 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) \right]$$

$$= a^3 \left[x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2 - (x_1^3 + x_2^3) \right] = a^3 (x_1^2 - x_2)(x_2^2 - x_1)$$

$$\Rightarrow ac(a + c - 3b) + b^3 = a^3 (x_1^2 - x_2)(x_2^2 - x_1)$$

Mà theo giả thiết ta có $ax_2^2 + bx_2 + c = 0$ và $ax_1 + bx_2 + c = 0 (a \neq 0)$

Suy ra $bx_2 + c = -ax_2^2 = -ax_1 \Rightarrow x_2^2 - x_1 = 0$. Do đó $ac(a + c - 3b) + b^3 = 0$



A. 1 B. 2

C. 4

D. Vô nghiệm

Hướng dẫn

Chọn D.

Vì phương trình $f(x) = x$ vô nghiệm, nên suy ra $f(x) > x$ hoặc $f(x) < x, \forall x \in \mathbb{R}$

Khi đó $af^2(x) + bf(x) + c > f(x) > x, \forall x \in \mathbb{R}$ hoặc $af^2(x) + bf(x) + c < f(x) < x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tức là phương trình $af^2(x) + bf(x) + c = x$ vô nghiệm.

Câu 616. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm dương là:

A. $m > 1$

B. $m < -1$

C. $m > -1$

D. $1 < m < -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Phương trình có hai nghiệm dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2m+2 \geq 0 \\ S = 2(m+1) > 0 \\ P = m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > -1 \\ m > 1 \vee m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy với $m > 1$ thỏa mãn bài toán.

Câu 617. Cho phương trình $x^2 - 4x = 2|x-2| - m - 5$, với m là tham số. Giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt là:

A. $-1 < m < 0$

B. $m < 0$

C. $m > 0$

D. $m > -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\text{Ta có } x^2 - 4x = 2|x-2| - m - 5 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) - 2|x-2| = -m - 1$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 2|x-2| = -m - 1 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = |x-2| \geq 0. \text{ Khi đó (1) thành: } t^2 - 2t + 1 + m = 0 \quad (2)$$



Đề (1) có 4 nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt dương, tức là phải có:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m > 0 \\ 1+m > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0 \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Câu 618. Số các giá trị của m để phương trình $3x^2 + 4(m-1)x + m^2 - 4m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$x_1, x_2 \text{ thỏa mãn: } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2).$$

A. 3 B. 2

C. 1

D. $m \in R$

Hướng dẫn

Chọn B.

Trước hết phương trình phải có hai nghiệm khác 0 nên:

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m + 1 > 0 \\ \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4m + 1}{3} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 1 > 0 \\ m^2 - 4m + 1 \neq 0 \end{cases} \quad (*) \text{. Khi đó theo định lý Viet ta có:}$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{4(1-m)}{3}; P = x_1 x_2 = \frac{m^2 - 4m + 1}{3}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 x_2 - 2) = 0 \text{ (do } x_1 x_2 \neq 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m^2 - 4m - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1; m = -1; m = 5$$

Thay vào (*) ta thấy $m = -1$ không thỏa mãn.

Vậy $m = 1; m = 5$ là giá trị cần tìm.

Câu 619. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 1 = 0$, có hai nghiệm phân biệt và nghiệm này gấp 2 lần nghiệm kia khi .

A. $m = \frac{1}{2}$

B. $m = \frac{-1}{4}$

C. $m \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{-1}{4} \right\}$

D. $m = 0$

Hướng dẫn

Chọn C



Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m^2 > 0$.

Theo hệ thức Vi-ét và giả thiết :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m + 1 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4(m+1)}{3} \\ x_1 x_2 = 2m + 1 \\ x_2 = \frac{2(m+1)}{3} \end{cases} \Rightarrow 8x^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{-1}{4} \right\}.$$

Câu 620. Giá trị của m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông ABC , sao cho độ dài cạnh huyền $BC = 2$ là :

- A.** $m = 1 + \sqrt{3}$ **B.** $m = 1 \pm \sqrt{3}$ **C.** $\frac{2 - 2\sqrt{10}}{3} \leq m \leq \frac{2 + 2\sqrt{10}}{3}$ **D.** $m > 0$

Hướng dẫn

Chọn A.

Vì độ dài cạnh của tam giác vuông là số dương nên $x_1, x_2 > 0$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - m - 3 > 0 \end{cases}$ (1). Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$\Delta = m^2 - 4(m^2 - m - 3) \geq 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m - 12 \leq 0 \quad (2).$$

Từ giả thiết suy ra $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4$. Do đó

$$m^2 - 2(m^2 - m - 3) = 4 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{3}$$

Thay $m = 1 \pm \sqrt{3}$ vào (1) và (2) ta thấy $m = 1 + \sqrt{3}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = 1 + \sqrt{3}$.

Câu 621. Cho phương trình $x^4 - mx^3 + (m+1)x^2 - m(m+1)x + (m+1)^2 = 0$. khi $m = -2$. phương trình có nghiệm là :

- A.** $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ **B.** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ **C.** $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ **D.** $x \in \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$



Hướng dẫn

Chọn B.

Khi $m = -2$, ta có phương trình: $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

Kiểm tra ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình

Chia hai vế của phương trình cho x^2 ta được: $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x - \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$

Đặt $t = x - \frac{1}{x}$, suy ra $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$. Thay vào phương trình trên ta được: $t^2 + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Với $t = -1$ ta được $x - \frac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Vậy với $m = -2$ phương trình có nghiệm $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Câu 622. Cho phương trình $x^4 - mx^3 + (m+1)x^2 - m(m+1)x + (m+1)^2 = 0$. Tất cả các giá trị của tham số

m sao cho phương trình có bốn nghiệm đôi một phân biệt là :

- A. $-2 \neq m < -1$ B. $m = -2$ C. $m \neq -2$ D. $m < -1$

Hướng dẫn

Chọn A.

Nếu $x = 0$ phương trình đã cho thành: $(m+1)^2 = 0$

Khi $m = -1$ thì $x = 0$ là một nghiệm của phương trình đã cho và khi đó phương trình đã cho có dạng

$x^4 + x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$. Trong trường hợp này phương trình chỉ có hai nghiệm nên không thỏa mãn yêu

cầu bài toán.

Do đó $x \neq 0$ và $m \neq -1$. Chia hai vế của phương trình cho $x^2 \neq 0$ và đặt $t = x + \frac{(m+1)}{x}$. Ta thu được

phương trình: $t^2 - mt - (m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = m+1 \end{cases}$

Với $t = -1$ ta được $x^2 + x + (m+1) = 0$ (1)

Với $t = m+1$ ta được $x^2 - (m+1)x + (m+1) = 0$ (2)



Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi mỗi một trong các phương trình (1) và (2) đều có hai nghiệm phân biệt, đồng thời chúng không có nghiệm chung.

Để (1) và (2) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 1-4(m+1) > 0 \\ (m+1)^2 - 4(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \quad (*)$$

Khi đó nếu x_0 là một nghiệm chung của (1) và (2) thì: $\begin{cases} (m+1) = -x_0^2 - x_0 \\ (m+1) = -x_0^2 + (m+1)x_0 \end{cases}$. Suy ra $(m+2)x_0 = 0$

điều này tương đương với hoặc $m = -2$ hoặc $x_0 = 0$.

Nếu $x_0 = 0$ thì $m = -1$ (không thỏa mãn). Nếu $m = -2$ thì (1) và (2) cùng có hai nghiệm $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Do đó kết hợp với (*), suy ra phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 \neq m < -1$.

Câu 623. Các giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + 2x_2 = 1 \text{ là:}$$

A. $m \in \left\{ 2; \frac{2}{3} \right\}$

B. $m \in \left\{ 2; \frac{2}{5} \right\}$

C. $m = 2$

D. $m = \frac{2}{3}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Nếu $m = 0$ thì phương trình đã cho thành: $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (không thỏa mãn)

Nếu $m \neq 0$. Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - m \cdot 3(m-2) = -2m^2 + 4m + 1$

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{6}}{2} \leq m \leq \frac{2+\sqrt{6}}{2}$ (*). Với điều kiện (*) giả sử

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Từ yêu cầu bài toán và áp dụng Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{2-m}{m}$



Thay $x = \frac{2-m}{m}$ vào phương trình ta được $(m-2)(6m-4) = 0 \Leftrightarrow m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{3}$. Đối chiếu điều kiện ta được $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 624. Số các giá trị của m để phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. $m \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có: $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + 2) = 4m - 7$

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{4}$

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1x_2 = m^2 + 2 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 \end{cases}$ thay vào hệ thức $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0$, ta được

$$3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3} \text{ hoặc } m = 2$$

Đối chiếu điều kiện ta được $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 625. Số các giá trị của m để phương trình $x^2 - 3x - m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2(1-x_2) + x_2^2(1-x_1) = 19.$$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có: $\Delta = 9 - 4.1(-m) = 9 + 4m$

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{9}{4}$

Ta có: $x_1^2(1-x_2) + x_2^2(1-x_1) = 19 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 \cdot x_2 + x_2^2 - x_2^2 \cdot x_1 = 19$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 \cdot x_2 - x_2^2 \cdot x_1 = 19 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = 19$$



$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2(x_1 + x_2) = 19. \text{ Theo định lý Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$$

Thay vào hệ thức $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1 \cdot x_2(x_1 + x_2) = 19$ ta được:

$$3^2 - 2(-m) - (-m) \cdot 3 = 19 \Leftrightarrow 5m = 10 \Leftrightarrow m = 2$$

Đối chiếu điều kiện ta được $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 626. Số tất cả các giá trị của m để phương trình $3x^2 + 4(m-1)x + m^2 - 4m + 1 = 0$ có hai nghiệm

$$\text{phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2).$$

A. 0 B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \Delta' = 4(m-1)^2 - 3(m^2 - 4m + 1) = m^2 + 4m + 1$$

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < -2 - \sqrt{3}$ hoặc $m > -2 + \sqrt{3}$. Ta có: Theo định

$$\text{lý Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-4(m-1)}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-(m^2 - 4m + 1)}{3} \end{cases}$$

Thay vào hệ thức $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$, ta được:

$$-\frac{4(m-1)}{3} \cdot \frac{3}{m^2 - 4m + 1} = -\frac{4(m-1)}{6} \Leftrightarrow \frac{2(m-1)(m^2 - 4m - 5)}{3(m^2 - 4m + 1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(m-1)(m^2 - 4m - 5) \\ m^2 - 4m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \vee m = 1 \vee m = 5 \\ m \neq 2 \pm \sqrt{3} \end{cases} \text{ . Đối chiếu điều kiện ta được } m = 1 \text{ hoặc } m = 5 \text{ thỏa}$$

mãn yêu cầu bài toán.

Câu 627. Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$, với m là tham số.



Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-1) = (m-2)^2 \geq 0$, với mọi m .

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

Theo hệ thức Viet, ta có: $x_1 + x_2 = m$ và $x_1 x_2 = m-1$

Thay $m = x_1 + x_2$ vào $x_1 x_2 = m-1$, ta được $x_1 x_2 = x_1 + x_2 - 1$

Vậy hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m là $x_1 x_2 = x_1 + x_2 - 1$.

Câu 629. Cho phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$, với m là tham số. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của

phương trình. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2x_1 x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 x_2 + 1)}$ là:

A. $-\frac{1}{2}$

B. -2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn A.

Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-1) = (m-2)^2 \geq 0$, với mọi m .

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

Theo hệ thức Viet, ta có: $x_1 + x_2 = m$ và $x_1 x_2 = m-1$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 2$.

Suy ra $A = \frac{2x_1 x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 x_2 + 1)} = \frac{2m+1}{m^2+2}$. Vì $A-1 = \frac{2m+1}{m^2+2} - 1 = \frac{2m+1-m^2-2}{m^2+2} = -\frac{(m-1)^2}{m^2+2} \leq 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra $A \leq 1, \forall m \in \mathbb{R}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = 1$

Và $A + \frac{1}{2} = \frac{2m+1}{m^2+2} + \frac{1}{2} = \frac{2(m+1)+m^2+2}{2(m^2+2)} = \frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra $A \geq -\frac{1}{2}, \forall m \in \mathbb{R}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = -2$. Vậy GTLN của A bằng 1 khi $m = 1$ và

GTNN của A bằng $-\frac{1}{2}$ khi $m = -2$.



Câu 630. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$, với m là tham số. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Giá trị của m để biểu thức $|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$ là :

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\pm\frac{1}{4}$ D. $\frac{9}{8}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (2m^2 - 3m + 1) = -m^2 + m = m(1-m)$. Để phương trình có hai nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = 2(m-1)$ và $x_1x_2 = 2m^2 - 3m + 1$. Ta có

$$|x_1 + x_2 + x_1x_2| = |2(m-1) + 2m^2 - 3m + 1| = |2m^2 - m - 1| = 2 \left| m^2 - \frac{m}{2} - \frac{1}{2} \right| = 2 \left| \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} \right|$$

$$\text{Vì } 0 \leq m \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \text{ suy ra } \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 \leq \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} \leq 0$$

$$\text{Do đó } |x_1 + x_2 + x_1x_2| = 2 \left| \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} \right| = 2 \left| \frac{9}{16} - \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 \right| = \frac{9}{8} - 2 \left(m - \frac{1}{4} \right)^2 \leq \frac{9}{8}$$

Dấu “ \Leftarrow ” xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{4}$.

Câu 631. Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$, với m là tham số. Số tất cả các giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để

phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \frac{x_1x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị là số

nguyên là :

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.



Ta có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + 1) = 4m - 3$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$.

Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = 2m+1$ và $x_1x_2 = m^2 + 1$. Do đó $P = \frac{x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{m^2 + 1}{2m+1} = \frac{2m-1}{4} = \frac{5}{4(2m+1)}$.

Suy ra $4P = 2m-1 + \frac{5}{2m+1}$. Do $m > \frac{3}{4}$ nên $2m+1 > 1$

Để $P \in \mathbb{Z}$ thì ta phải có $(2m+1)$ là ước của 5, suy ra $2m+1 = 5 \Leftrightarrow m = 2$

Thử lại với $m = 2$, ta được $P = 1$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm thỏa mãn bài toán.

Câu 632. Giá trị của m để phương trình $x^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và biểu thức:

$Q = x_1^2(x_1 + 1) + x_2^2(x_2 + 1)$ đạt giá trị lớn nhất là :

A. $m \leq \frac{1}{4}$

B. $m \geq \frac{1}{4}$

C. $m = \frac{1}{4}$

D. $m < \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Chọn C.

Phương trình có nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ (*).

Khi đó theo định lý Viet: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -1 \\ P = x_1x_2 = m \end{cases}$. Ta có: $Q = S(S^2 - 3P) + S^2 - 2P = m \leq \frac{1}{4}$ (do (*))

$\Rightarrow \max Q = \frac{1}{4}$ đạt được khi $m = \frac{1}{4}$. Vậy $m = \frac{1}{4}$ là giá trị cần tìm.

Câu 633. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$, với m là tham số. Giá trị m để phương trình có

hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất là :

A. $m \geq \frac{1}{2}$

B. $m > \frac{1}{2}$

C. $m = -12$

D. $m = 2$

Hướng dẫn

Chọn D.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) = 2m - 1$



Câu 638. Cho $S_n = \frac{(9 - \sqrt{11})^n - (9 + \sqrt{11})^n}{2\sqrt{11}}$ với $n \in \mathbb{N}$

Công thức truy hồi $S_{n+2} = aS_{n+1} + bS_n + c$ (1), cặp số $(a; b)$ thỏa mãn (1) là:

- A.** (18; 70) **B.** (18; -70) **C.** (70; 18) **D.** (-70; 18)

Hướng dẫn

Chọn B.

Cho $n = 0; 1; 2; 3$ thay vào công thức ta được

n	0	1	2	3	4
S_n	0	-1	-18	-254	3312

$S_{n+2} = aS_{n+1} + bS_n + c$ thay $n = 0; 1; 2; 3$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} S_2 = aS_1 + bS_0 + c \\ S_3 = aS_2 + bS_1 + c \\ S_4 = aS_3 + bS_2 + c \end{cases} \text{ tiếp tục thay các giá trị } S_{1;2;3;4} \text{ ta được } \begin{cases} a - c = 18 \\ 18a + b - c = 254 \\ 254a + 18b - c = 3312 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ra được $a = 18; b = -70; c = 0$

Vậy $S_{n+2} = 18S_{n+1} - 70S_n$

Câu 639. Số các đường thẳng (d) đi qua điểm $I(0; 1)$ và cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt

M và N sao cho $MN = 2\sqrt{10}$ là

(Trích đề thi THPT chuyên Ngoại Ngữ - ĐHQGHN năm học 2000-2001).

- A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Hướng dẫn

Chọn C

Đường thẳng (d) qua I với hệ số góc a có dạng: $y = ax + 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = ax + 1 \Leftrightarrow x^2 - ax - 1 = 0$ (1). Vì $\Delta = a^2 + 4 > 0$

với mọi a , (1) luôn có hai nghiệm phân biệt nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

$M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ hay $M(x_1; ax_1 + 1), N(x_2; ax_2 + 1)$. Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = a, x_1x_2 = -1$.



$$MN = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (ax_2 + 1 - ax_1 - 1)^2 = 40$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 1)(x_2 - x_1)^2 = 40 \Leftrightarrow (a^2 + 1)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2] = 40 \Leftrightarrow (a^2 + 1)(a^2 + 4) = 40 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2.$$

Câu 640. Cho các số a_1, a_2, b_1, b_2 sao cho các phương trình sau vô nghiệm: $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ và

$$x^2 + a_2x + b_2 = 0. \text{ Hỏi phương trình } x^2 + \frac{1}{2}(a_1 + a_2)x + \frac{1}{2}(b_1 + b_2) = 0 \text{ có mấy nghiệm?}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. \emptyset

Hướng dẫn

Chọn D.

Từ giả thiết suy ra $a_1^2 - 4b_1 < 0$ và $a_2^2 - 4b_2 < 0$. Do đó $x^2 + a_1x + b_1 = \left(x + \frac{a_1}{2}\right)^2 - \frac{a_1^2 - 4b_1}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. và

$$x^2 + a_2x + b_2 = \left(x + \frac{a_2}{2}\right)^2 - \frac{a_2^2 - 4b_2}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên}$$

$$x^2 + \frac{1}{2}(a_1 + a_2)x + \frac{1}{2}(b_1 + b_2) = \frac{1}{2}[(x^2 + a_1x + b_1) + (x^2 + a_2x + b_2)] > 0.$$

Do vậy phương trình $x^2 + \frac{1}{2}(a_1 + a_2)x + \frac{1}{2}(b_1 + b_2) = 0$ vô nghiệm.

Câu 641. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số). Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương

trình. Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Hướng dẫn

Chọn A.

$$\Delta' = m^2 - m + 2 \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \text{ với mọi } m \text{ Vậy phương trình luôn có hai nghiệm với mọi } m.$$

Theo hệ thức Viet ta có: $x_1 + x_2 = 2m; x_1x_2 = m - 2$



$$M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2} = \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_2} = \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2}$$

$$= \frac{-24}{(2m)^2 - 8(m-2)} = \frac{-24}{4m^2 - 8m + 16} = \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \geq -2 . \text{ Dấu “}=\text{” xảy ra khi } m = 1 . \text{ Vậy giá trị nhỏ nhất}$$

của $M = -2$ khi $m = 1$.

Câu 642. Cho phương trình $x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0$, với m là tham số. Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với $x_1 < x_2$, tìm tất cả các nghiệm của m sao cho $|x_1| - |x_2| = 6$

- A.** $m = 1 \vee m = 5$ **B.** $m = -1 \vee m = 5$ **C.** $m = -1 \vee m = -5$ **D.** $m = 1 \vee m = -5$

Hướng dẫn

Chọn B.

$$\Delta' = (m-2)^2 + m^2 = 2m^2 - 4m + 4 = 2(m^2 - 2m + 1) + 2$$

$= 2(m-1)^2 + 2 > 0, \forall m$. Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Ta có

$$S = x_1 + x_2 = 2(2-m); P = x_1x_2 = -m^2 \leq 0$$

$$\text{Ta có } |x_1| - |x_2| = 6 \Rightarrow x_1^2 - 2|x_1x_2| + x_2^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_2 = 36 \Leftrightarrow 4(2-m)^2 = 36 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow m = -1 \vee m = 5 .$$

Câu 643. Cho phương trình $x^2 - 2x - 3m^2 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để

phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \neq 0$ và thỏa điều kiện $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3}$.

- A.** $m = \pm 1$ **B.** $m = \pm 2$ **C.** $m = \pm 3$ **D.** $m = \pm 4$

Hướng dẫn

Câu 644. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có

hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 1$.

- A.** $m = 4$ **B.** $m = 5$ **C.** $m = 6$ **D.** $m = 3$

Hướng dẫn



Câu 645. Cho phương trình: $x^2 + 2(m+1)x - 2m^4 + m^2 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Câu 646. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.

- A. $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$ B. $m \geq 1$ C. $m \geq 2$ D. $m \leq 2$

Câu 647. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = mx - 3$ tham số m và parabol $(P): y = x^2$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

- A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 4$ C. $m = \pm 2$ D. $m = \pm 3$

Câu 648. Cho phương trình: $x^2 + x + m - 5 = 0$ (1) (m là tham số, x là ẩn). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$.

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -1$

Câu 649. Cho phương trình: $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

- A. $m = 3$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 650. Tìm m để phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và biểu thức $M = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc vào m .

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Hướng dẫn

Chọn A.



Phương trình: (1)

Có

với mọi

Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi .

Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là .

Theo hệ thức Viet ta có: (2)

Câu 651. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$ (1) (m là tham số).

Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \neq -1$ B. $m \neq 0$ C. $m = 1$ D. $m \neq 2$

Hướng dẫn

Chọn B.

Phương trình

Có

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi .

Câu 652. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm các giá trị của m

để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 12$.

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = -\frac{3}{2}$ C. $m = -\frac{3}{2}$ D. $m = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn D.

Phương trình

Có

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi .



Theo định lý Vi et ta có:

This image cannot currently be displayed.

Hay

This image cannot currently be displayed.

Câu 653. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -\frac{2}{3}(m+1)x + \frac{1}{3}$

(m là tham số). Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm (P) và (d) , đặt $f(x) = x^3 + (m+1)x^2 - x$.

Tính $f(x_1) - f(x_2)$.

A. $-\frac{1}{2}(x_1 - x_2)^3$

B. $\frac{1}{2}(x_1 - x_2)^3$

C. $-\frac{1}{2}(x_1 + x_2)^3$

D. $-\frac{1}{2}(x_1 + x_2)^3$

Hướng dẫn

Chọn A.

Theo hệ thức Viet:

This image cannot currently be displayed.

Ta có:

This image cannot currently be displayed.

This image cannot currently be displayed.

This image cannot currently be displayed.

This image cannot currently be displayed.

. Nên

This image cannot currently be displayed.

Câu 654. Một nghiệm của phương trình $2x^2 - (m-1)x - m - 1 = 0$ là:

A. $\frac{m-1}{2}$

B. $\frac{m+1}{2}$

C. $\frac{-m+1}{2}$

D. $\frac{-m-1}{2}$

Hướng dẫn

Chọn B.

Vì $a-b+c=0$ nên phương trình có nghiệm $x = -1$ hoặc $x = \frac{m+1}{2}$

Câu 655. Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$ thì $x_1^3 + x_2^3$ bằng :



Chọn C.

Áp dụng định lí Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$$

$$(2x_1 + x_2)(2x_2 + x_1) = 5x_1x_2 + 2(x_1^2 + x_2^2) = 14$$

❖ Cho phương trình $x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 3)x - m^2 - 1 = 0, (*)$

(Giả thiết để giải 4 câu sau)

Câu 667. Tìm số các giá trị nguyên của $m > -4$ để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

$$x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 3)x - m^2 - 1 = 0, (*) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1 = 0, (1) \end{cases}$$

Để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 + 2(m - 1) \cdot 1 + m^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m > 0 \\ m^2 + 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Mà $m > -4$ nên $\begin{cases} -4 < m < 0 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Vậy $m \in \{-3; -1\}$ suy ra có 2 giá trị

Câu 668. Tìm số các giá trị nguyên của $m > -4$ để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Chọn A.



$$x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 3)x - m^2 - 1 = 0, (*) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1 = 0, (1) \end{cases}$$

Để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1 hoặc có nghiệm kép khác 1.

$$\begin{cases} \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 + 2(m - 1) \cdot 1 + m^2 + 1 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \Delta' = 0 \\ 1^2 + 2(m - 1) \cdot 1 + m^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ 1^2 + 2(m - 1) \cdot 1 + m^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = 0 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Mà $m > -4$ nên $m = -2$

Vậy có 1 giá trị

Câu 669. Tìm số các giá trị nguyên của $m < 4$ để phương trình (*) có 1 nghiệm .

A. 1

B. 0

C. 4

D. 3

Hướng dẫn

Chọn C.

$$x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 3)x - m^2 - 1 = 0, (*) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1 = 0, (1) \end{cases}$$

Để phương trình (*) có 1 nghiệm phân biệt thì (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 1.

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ \begin{cases} \Delta' = 0 \\ 1^2 + 2(m - 1) \cdot 1 + m^2 + 1 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \begin{cases} m = 0 \\ m = 0 \\ m = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Mà $m < 4$ nên $0 \leq m < 4$

Vậy có 4 giá trị



Câu 670. Tìm số các giá trị nguyên của $m < 4$ để phương trình (*) vô nghiệm .

- A. 1 B. 0 C. 4 D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 3)x - m^2 - 1 = 0, (*) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m - 1)x + m^2 + 1 = 0, (1) \end{cases}$$

Vậy phương trình (*) luôn có ít nhất 1 nghiệm $x = 1, \forall m$.Do đó không có giá trị m

❖ Cho phương trình $x^3 + (m - 3)x^2 - (3m - 2)x + 2m = 0, (**)$
(Giả thiết để giải 3 câu sau)

Câu 671. Tổng các giá trị nguyên của m thỏa $-3 \leq m \leq 1$ để phương trình (**) có 3 nghiệm phân biệt.

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -2

Hướng dẫn

Chọn D.

$$x^3 + (m - 3)x^2 - (3m - 2)x + 2m = 0, (***) \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2)(x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -m \end{cases}$$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$

Do $-3 \leq m \leq 1$ nên $m \in \{-3; 0; 1\}$. Vậy tổng các giá trị m là -2

Câu 672. Số các giá trị nguyên của m thỏa $m \leq -\frac{3}{2}$ để phương trình (**) có 2 nghiệm phân biệt.

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -2

Hướng dẫn

Chọn A.



$$x^3 + (m-3)x^2 - (3m-2)x + 2m = 0, (**) \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -m \end{cases}$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$

Do $m \leq -\frac{3}{2}$ nên có 1 giá trị của m .

Câu 673. Số các giá trị của m để phương trình (**) có 1 nghiệm .

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -2

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x^3 + (m-3)x^2 - (3m-2)x + 2m = 0, (**) \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -m \end{cases}$$

Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m . Vậy không có giá trị m nào thỏa

❖ Cho phương trình $x^4 - (m+1)x^2 + m = 0, (***)$

(Giả thiết để giải 3 câu sau)

Câu 674. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (***) có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m \leq 0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m \geq 0$

Hướng dẫn

Chọn C.

$$x^4 - (m+1)x^2 + m = 0, (***)$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - (m+1)t + m = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = m \end{cases}$$

Để pt có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 0$



Vậy $m > 0$

Câu 675. Số các giá trị nguyên của m để phương trình (***) có 3 nghiệm phân biệt.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x^4 - (m+1)x^2 + m = 0, (***)$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - (m+1)t + m = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = m \end{cases}$$

Để pt có 3 nghiệm phân biệt thì $m = 0$

Vậy có 1 giá trị của m

Câu 676. Số các giá trị nguyên của $m > -4$ để phương trình (***) có 2 nghiệm phân biệt.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn

Chọn D.

$$x^4 - (m+1)x^2 + m = 0, (***)$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - (m+1)t + m = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = m \end{cases}$$

Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì $m < 0$

Vậy có 3 giá trị của m

❖ Cho phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 = 0, (***)$

(Giả thiết để giải 2 câu sau)



Câu 677. Số các giá trị nguyên của $m < 4$ để phương trình (***) có 4 nghiệm phân biệt.

- A.1 B.2 C.3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn C.

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 = 0, (***)$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + m^2 = 0, (2)$$

Để pt có 4 nghiệm phân biệt thì pt (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ 2(m+1) > 0 \\ m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Do giá trị nguyên $m < 4$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$

Câu 678. Số các giá trị nguyên của $m < 4$ để phương trình (***) có 3 nghiệm phân biệt.

- A.1 B.2 C.3 D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 = 0, (***)$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + m^2 = 0, (2)$$

Điều kiện cần để pt (***) có 3 nghiệm phân biệt thì (2) có nghiệm bằng 0

$$\Rightarrow 0^4 - 2(m+1).0 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

Điều kiện đủ: Thay $m = 0$ vào (2) ta được :

$$t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy $m = 0$



Câu 679. Cho phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn A.

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 + 1 = 0$$

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

Khi đó pt (***) trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + m^2 + 1 = 0, (3)$$

Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì pt (3) có 2 nghiệm trái dấu hoặc có 1 nghiệm kép dương.

$$\begin{cases} a.c < 0 \\ \Delta' = 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 < 0 \\ 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases}$$

Câu 680. Cho phương trình $x^3 + (1-2m)x^2 + (m^2 - 2m - 3)x + m^2 - 3 = 0$. Tìm số các giá trị nguyên của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Chọn B.

$$x^3 + (1-2m)x^2 + (m^2 - 2m - 3)x + m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 2mx + m^2 - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 2mx + m^2 - 3 = 0, (4) \end{cases}$$

Để pt có 3 nghiệm phân biệt thì (4) có 2 nghiệm phân biệt khác -1



$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + m^2 - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ m \neq -1 + \sqrt{3} \\ m \neq -1 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 + \sqrt{3} \\ m \neq -1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$

Theo đề :

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3 &\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + (-1)^2 = 3 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 - 6 = 2 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2 \end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị thỏa mãn

Câu 681. Cho phương trình $(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m$. Tìm số các giá trị nguyên của m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

A. 21

B. 22

C. 23

D. 24

Hướng dẫn

Chọn D.

$$(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m \Leftrightarrow (x^2 + 4x - 5)(x^2 + 4x + 3) = m$$

Đặt $t = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \geq 0$

Khi đó phương trình trở thành

$$(t - 1)(t - 9) = m \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 - m = 0$$

Để pt có 4 nghiệm phân biệt thì pt $t^2 - 10t + 9 - m = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -16 \\ 10 > 0 \\ m < 9 \end{cases} \Leftrightarrow -16 < m < 9$$

Vậy có 24 giá trị thỏa