HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHẦN I.TRỌNG TÂM CẦN ĐẠT

A.KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn: $(I)\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$

a. Phương pháp thế:

+ *Bước 1: Từ một phương trình của hệ, ta biểu thị ẩn x theo y (hoặc y theo x).*

+ *Bước 2: Thế biểu thức tìm được của x (hoặc của y) vào phương trình còn lại để được phương trình bậc nhất một ẩn. Giải phương trình bậc nhất vừa tìm được.*

+ *Bước 3: Thay giá trị vừa tìm được của ẩn vào biểu thức tìm được trong bước thứ nhất để tìm giá trị của ẩn còn lại.*

b. Phương pháp cộng đại số:

+ *Bước 1: Chọn ẩn muốn khử, thường là x (hoặc y).*

+ *Bước 2:*

- *Xem xét hệ số của ẩn muốn khử.*
- *Khi các hệ số của cùng một ẩn đối nhau thì ta **cộng vế theo vế** của hệ.*
- *Khi các hệ số của cùng một ẩn **bằng nhau** thì ta **trừ về theo vế** của hệ.*
- *Nếu các hệ số đó **không bằng nhau** thì ta **nhân các vế** của hai phương trình **với số thích hợp** (nếu cần) sao cho các hệ số của x (hoặc y) trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau (đồng nhất hệ số). Rồi thực hiện các bước ở trên.*
- *Ta được một phương trình mới, trong đó ẩn muốn khử có hệ số bằng 0.*

+ *Bước 3: Giải hệ phương trình gồm một phương trình mới (một ẩn) và một phương trình đã cho.*

Ta suy ra nghiệm của hệ

** Đối với một số bài toán ta có thể kết hợp phương pháp **đặt ẩn phụ** để **biến đổi** hệ phương trình đã cho **thành hệ phương trình đơn giản hơn với ẩn mới**.*

Sau khi tìm được nghiệm của hệ phương trình mới, ta có thể tìm nghiệm của hệ phương trình ban đầu.

** Sử dụng máy tính CASIO/VINACAL:*

+ *Nhấn Mode, chọn mục EQN, chọn số tương ứng với mục: anX+bnY=cn*

+ *Nếu hệ phương trình theo đúng thứ tự* $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$

+ *Ta nhập số liệu tương ứng:*

Hàng thứ nhất: $a_1=;\ b_1=;\ c_1=$ *và hàng thứ hai:* $a_2=;\ b_2=;\ c_2=$

+ *Nhấn =; = ta sẽ có kết quả nghiệm của hệ phương trình.*

Các em có thể sử dụng máy tính casio để tính ra nghiệm đúng.

B.CÁC DẠNG TOÁN

I. PHƯƠNG PHÁP THẾ

Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Phương pháp giải

Thực hiện theo hai bước ***Bước 1.*** Từ một phương trình đã cho (coi như phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn này theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được phương trình mới (chỉ có một ẩn). **Bước 2.** Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia có được ở bước 1).	**Ví dụ:** Giải hệ phương trình $(I):\begin{cases}2x+y=3\\x+3y=4\end{cases}$ bằng phương pháp thế. ***Hướng dẫn giải*** Ta có $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\x+3y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\x+3(3-2x)=4\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\9-5x=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\5x=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=1\end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(1;1)$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases}-x+2y=3\\2x-3y=-4\end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases}-x+2y=3\\2x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y-3\\2x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y-3\\2(2y-3)-3y=-4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y-3\\y-6=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y-3\\y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(1;2)$.

Lưu ý: *Trong phương pháp thế khi lựa chọn rút x theo y hay rút y theo x thì nên cố gắng chọn các phương trình cho liên hệ của y,x có hệ số nguyên.*

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=4\\4x-3y=5\end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases}3x-2y=4\\4x-3y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2y=3x-4\\4x-3y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\4x-3y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\4x-3\left(\frac{3}{2}x-2\right)=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\4x-\frac{9}{2}x+6=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\-\frac{1}{2}x+6=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\-\frac{1}{2}x=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x-2\\x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\x=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=4\\4x-3y=5\end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(2;1)$.

> ***Lưu ý:*** *Nếu không thể lựa chọn phương trình nào để liên hệ của y,x có hệ số nguyên thì chúng ta sẽ lựa chọn phương trình để liên hệ của y,x dễ biến đổi nhất.*

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=5\\4x+2y=8\end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases}-2x+3y=4\\3x+4y=11\end{cases}$ bằng phương pháp thế.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$\begin{cases}3x+y=5\\4x+2y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\4x+2y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\4x+2(5-3x)=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\4x+10-6x=8\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\10-2x=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\2x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\x=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2\\x=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=5\\4x+2y=8\end{cases}$ nhận $(x;y)=(1;2)$ là nghiệm duy nhất.

Câu 2:

$\begin{cases}-2x+3y=4\\3x+4y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x=3y-4\\3x+4y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}y-2\\3x+4y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}y-2\\3\left(\frac{3}{2}y-2\right)+4y=11\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}y-2\\\frac{9}{2}y-6+4y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}y-2\\\frac{17}{2}y=17\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}y-2\\y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}-2x+3y=4\\3x+4y=11\end{cases}$ nhận $(x;y)=(1;2)$ là nghiệm duy nhất.

Dạng 2: Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế

Phương pháp giải

Thực hiện theo các bước sau	**Ví dụ:** Giải hệ phương trình
Bước 1: Nhân khai triển, chuyển vế đưa hệ phương trình về phương trình bậc nhất hai ẩn. ***Bước 2:*** Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế. ***Bước 3:*** Kết luận.	$\begin{cases}3(x+1)-2(y-1)=4\\4(x-2)+3(y+1)=5\end{cases}$ bằng phương pháp thế. ***Hướng dẫn giải*** $\begin{cases}3(x+1)-2(y-1)=4\\4(x-2)+3(y+1)=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3-2y+2=4\\4x-8+3y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=-1\\4x+3y=10\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\4x+3y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\4x+3\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)=10\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\4x+\frac{9}{2}x+\frac{3}{2}=10\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\\frac{17}{2}x=\frac{17}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\x=1\end{cases}$ Vậy hệ phương trình $\begin{cases}3(x+1)-2(y-1)=4\\4(x-2)+3(y+1)=5\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;2)$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases}x(y+2)-y(x+1)=3\\2x(y+1)-y(2x+3)=1\end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Hướng dẫn giải

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x(y+2)-y(x+1)=3\\2x(y+1)-y(2x+3)=1\end{cases}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}xy-2x-yx-y=3\\2xy+2x-2xy-3y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=3\\2x-3y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3\\2x-3y=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3\\2x-3(2x-3)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3\\2x-6x+9=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3\\-4x=-8\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 3 \\ 2x(y+1) - y(2x+3) = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;1)$.

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(2y-1) - y(2x+1) = -4 \\ x(3y+1) + y(-3x+2) = 5 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} x(2y-1) - y(2x+1) = -4 \\ x(3y+1) + y(-3x+2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy - x - 2xy - y = -4 \\ 3xy + x - 3xy + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 4 \\ x + 2(-x+4) = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 4 \\ -x = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 4 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x(2y-1) - y(2x+1) = -4 \\ x(3y+1) + y(-3x+2) = 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;1)$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+1) + 3(y-2) = 9 \\ 3(x-1) + y = 6 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(2y+1) - y(2x-2) = 7 \\ x(2-2y) + y(2x+1) = 8 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y) - 3(y+1) = -7 \\ 3(x+1) + 2y = 6 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Câu 4: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y(x-2) - x(3y+1) = 5 \\ 3x(2-y) + y(3x+2) = 4 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Ta có $\begin{cases}2(x+1)+3(y-2)=9\\3(x-1)+y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3y=13\\3x+y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3(-3x+9)=13\\y=-3x+9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-7x=-14\\y=-3x+9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}2(x+1)+3(y-2)=9\\3(x-1)+y=6\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;3)$.

Câu 2:

Ta có

$\begin{cases}x(2y+1)-y(2x-2)=7\\x(2-2y)+y(2x+1)=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2xy+x-2xy+2y=7\\2x-2xy+2xy+y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7-2y\\2x+y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7-2y\\2(7-2y)+y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}x(2y+1)-y(2x-2)=7\\x(2-2y)+y(2x+1)=8\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;2)$.

Câu 3:

Ta có $\begin{cases}2(x+y)-3(y+1)=-7\\3(x+1)+2y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+2y-3y-3=-7\\3x+3+2y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-y=-4\\3x+2y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\3x+2y=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\3x+2(2x+4)=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\3x+4x+8=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\7x+8=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\7x=-5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x+4\\x=-\dfrac{5}{7}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\dfrac{18}{7}\\x=\dfrac{-5}{7}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}2(x+y)-3(y+1)=-7\\3(x+1)+2y=6\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{-5}{7};\dfrac{18}{7}\right)$.

Câu 4:

Ta có $\begin{cases}3y(x-2)-x(3y+1)=5\\3x(2-y)+y(3x+2)=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3yx-6y-3xy-x=5\\6x-3xy+3xy+2y=4\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6y - x = 5 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 6y = -5 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 5 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 5 \\ 6(-6y - 5) + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 5 \\ -36y - 30 + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 5 \\ -34y = 34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3y(x-2) - x(3y+1) = 5 \\ 3x(2-y) + y(3x+2) = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -1)$.

Dạng 3: Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Phương pháp giải

Thực hiện theo các bước sau ***Bước 1.*** Đặt điều kiện. ***Bước 2.*** Đặt ẩn phụ cho các biểu thức của hệ phương trình để đưa hệ phương trình về dạng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn. Chú ý điều kiện của ẩn phụ. ***Bước 3.*** Sử dụng phương pháp thế giải hệ phương trình theo ẩn phụ. ***Bước 4.*** Với các giá trị của ẩn phụ tìm được thay vào biểu thức đặt ẩn phụ để xác định nghiệm của hệ phương trình. ***Bước 5.*** Kết luận.	**Ví dụ:** Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = 2 \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{4}{y} = 1 \end{cases}$ ***Hướng dẫn giải*** Điều kiện: $x \neq 0$; $y \neq 0$ Đặt $\dfrac{1}{x} = a$; $\dfrac{1}{y} = b$ $(a, b \neq 0)$. Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} a + 2b = 2 \\ 3a - 4b = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a + 2b = 2 \\ 3a - 4b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ 3a - 4b = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ 3(2 - 2b) - 4b = 1 \end{cases}$

	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ -10b + 6 = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ -10b = -5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ Với $a = 1$ suy ra $\dfrac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$ (thỏa mãn); $b = \dfrac{1}{2}$ suy ra $\dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 2$ (thỏa mãn). Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 2)$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{3}{x-1} - \dfrac{4}{y+2} = -1 \\ \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2}{y+2} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq 1$; $y \neq -2$

Đặt $\dfrac{1}{x-1} = a$; $\dfrac{1}{y+2} = b$ $(a, b \neq 0)$.

Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} 3a - 4b = -1 \\ a + 2b = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} 3a - 4b = -1 \\ a + 2b = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b = -1 \\ a = \dfrac{4}{3} - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\left(\dfrac{4}{3} - 2b\right) - 4b = -1 \\ a = \dfrac{4}{3} - 2b \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10b + 4 = -1 \\ a = \dfrac{4}{3} - 2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{2} \\ a = \dfrac{4}{3} - 2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{2} \\ a = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Với $a = \dfrac{1}{3}$ suy ra $\dfrac{1}{x-1} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4$ (thỏa mãn điều kiện);

$b = \dfrac{1}{2}$ suy ra $\dfrac{1}{y+2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y + 2 = 2 \Rightarrow y = 0$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (4; 0)$.

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-2} - 3\sqrt{y+1} = -4 \\ 3\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+1} = 7 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \geq 2$; $y \geq -1$

Đặt $\sqrt{x-2} = a$; $\sqrt{y+1} = b$ $(a \geq 0; b \geq 0)$.

Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ b = \dfrac{-3}{2}a + \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3\left(\dfrac{-3}{2}a + \dfrac{7}{2}\right) = -4 \\ b = \dfrac{-3}{2}a + \dfrac{7}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{13}{2}a - \dfrac{21}{2} = -4 \\ b = \dfrac{-3}{2}a + \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{13}{2}a = \dfrac{13}{2} \\ b = \dfrac{-3}{2}a + \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $a = 1$ suy ra $\sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện);

$b = 2$ suy ra $\sqrt{y+1} = 2 \Rightarrow y + 1 = 4 \Rightarrow y = 3$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-2} - 3\sqrt{y+1} = -4 \\ 3\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+1} = 7 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 3)$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2 - 3y^2 = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 4 \end{cases}$

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{6}{x+y} - \dfrac{3}{x-2y} = 3 \\ \dfrac{1}{x+y} + \dfrac{7}{x-2y} = 2 \end{cases}$

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 7|x+2| - 2|y+1| = 1 \\ 3|x+2| + |y+1| = 6 \end{cases}$

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Đặt $a = x^2 \ (a \geq 0)$; $b = y^2$ $($ ta có hệ phương trình sau $\begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ a = 4 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(4-2b) - 3b = 5 \\ a = 4 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 8b - 3b = 5 \\ a = 4 - 2b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 11b = 5 \\ a = 4 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11b = 11 \\ a = 4 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 4 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $a = 2$ suy ra $x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

$b = 1$ suy ra $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2 - 3y^2 = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 4 \end{cases}$ có các nghiệm là

$(x;y) \in \left\{ \left(\sqrt{2};1\right);\left(-\sqrt{2};1\right);\left(\sqrt{2};-1\right);\left(-\sqrt{2};-1\right) \right\}$.

Câu 2:

Điều kiện: $x \neq -y$; $x \neq 2y$

Đặt $a = \dfrac{1}{x+y}$; $b = \dfrac{1}{x-2y}$ $(a;b \neq 0)$ ta có hệ phương trình sau $\begin{cases} 6a - 3b = 3 \\ a + 7b = 2 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 6a - 3b = 3 \\ a + 7b = 2 \end{cases}$

Ta có

$\begin{cases} 6a - 3b = 3 \\ a + 7b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 3b = 3 \\ a = 2 - 7b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(2-7b) - 3b = 3 \\ a = 2 - 7b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 42b - 3b = 3 \\ a = 2 - 7b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -45b = -9 \\ a = 2 - 7b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{5} \\ a = \dfrac{3}{5} \end{cases}$

Với $a=\frac{3}{5}$ suy ra $\frac{1}{x+y}=\frac{3}{5}\Rightarrow x+y=\frac{5}{3}$

$b=\frac{1}{5}$ suy ra $\frac{1}{x-2y}=\frac{1}{5}\Rightarrow x-2y=5$

Vậy suy ra $x;y$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+y=\frac{5}{3}\\x-2y=5\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}x+y=\frac{5}{3}\\x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y+\frac{5}{3}\\x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y+\frac{5}{3}\\-y+\frac{5}{3}-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y+\frac{5}{3}\\-3y=5-\frac{5}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y+\frac{5}{3}\\-3y=\frac{10}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y+\frac{5}{3}\\y=\frac{-10}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{25}{9}\\y=\frac{-10}{9}\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}\frac{6}{x+y}-\frac{3}{x-2y}=3\\\frac{1}{x+y}+\frac{7}{x-2y}=2\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{25}{9};\frac{-10}{9}\right)$.

Câu 3:

Đặt $a=|x+2|\ (a\ge 0);\ b=|y+1|\ (b\ge 0)$ ta có hệ phương trình sau $\begin{cases}7a-2b=1\\3a+b=6\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}7a-2b=1\\3a+b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a-2b=1\\b=-3a+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a-2(-3a+6)=1\\b=-3a+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}13a-12=1\\b=-3a+6\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}13a=13\\b=-3a+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3a+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $a=1$ suy ra $|x+2|=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=1\\x+2=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$.

$b=3$ suy ra $|y+1|=3\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y+1=3\\y+1=-3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=2\\y=-4\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}7|x+2|-2|y+1|=1\\3|x+2|+|y+1|=6\end{cases}$ có các nghiệm là $(x;y)\in\{(-1;2);(-1;-4);(-3;2);(-3;-4)\}$.

Dạng 4. Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải

Tìm giá trị của tham số để hệ phương trình nhận $(x_0; y_0)$ là nghiệm. Hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} ax_0+by_0=c \\ a'x_0+b'y_0=c' \end{cases}$. - Tìm giá trị của tham số để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn một số điều kiện khác. ***Bước 1.*** Dựa vào điều kiện của nghiệm thiết lập phương trình có ẩn là tham số. ***Bước 2.*** Giải phương trình tham số. ***Bước 3.*** Kết luận	**Ví dụ:** Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+ny=3 \\ 2mx+y=2 \end{cases}$. Tìm m, n để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;2)$. ***Hướng dẫn giải*** Hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+ny=3 \\ 2mx+y=2 \end{cases}$ nhận cặp số $(x;y)=(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình nên $\begin{cases} (m+1).1+n.2=3 \\ 2m.1+2=2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=2 \\ 2m+2=2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=2 \\ m=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=0 \end{cases}$ Vậy với $\begin{cases} n=1 \\ m=0 \end{cases}$ hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+ny=3 \\ 2mx+y=2 \end{cases}$ nhận $(x;y)=(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=m-2 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ với $y_0 = x_0$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-2y \\ 2x+y=m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-2y \\ 2(3-2y)+y=m-2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3-2y \\ 6-3y=m-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = \dfrac{8-m}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2m-7}{3} \\ y = \dfrac{8-m}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = m - 2 \end{cases}$ nhận $(x; y) = \left(\dfrac{2m-7}{3}; \dfrac{8-m}{3}\right)$ là nghiệm.

Mặt khác theo đề bài hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = m - 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ với $y_0 = x_0$ nên

$\dfrac{2m-7}{3} = \dfrac{8-m}{3} \Leftrightarrow 2m - 7 = 8 - m \Leftrightarrow 3m = 15 \Leftrightarrow m = 5$

Vậy với $m = 5$ hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = m - 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ với $y_0 = x_0$.

Lưu ý: *Với hệ phương trình bậc nhất chứa tham số ta vẫn giải như hệ phương trình bậc nhất khi có đầy đủ các hệ số nhưng lưu ý khi chia hai vế cho đại lượng nào đó thì đại lượng đó khác 0.*

Ví dụ 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 2\sqrt{m} + 6 \\ x - y = \sqrt{m} + 2 \end{cases}$ (m là tham số, $m \geq 0$). Tìm điều kiện của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $x_0 + y_0$ nhỏ nhất.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} 2x + 3y = 2\sqrt{m} + 6 \\ x - y = \sqrt{m} + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 2\sqrt{m} + 6 \\ y = x - \sqrt{m} - 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3\left(x - \sqrt{m} - 2\right) = 2\sqrt{m} + 6 \\ y = x - \sqrt{m} - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3x - 3\sqrt{m} - 6 = 2\sqrt{m} + 6 \\ y = x - \sqrt{m} - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5\sqrt{m} + 12 \\ y = x - \sqrt{m} - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} + \dfrac{12}{5} \\ y = x - \sqrt{m} - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} + \dfrac{12}{5} \\ y = \dfrac{2}{5} \end{cases}$$

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 2\sqrt{m} + 6 \\ x - y = \sqrt{m} + 2 \end{cases}$ luôn có nghiệm duy nhất

$(x_0; y_0) = \left(\sqrt{m} + \dfrac{12}{5}; \dfrac{2}{5}\right)$ với mọi $m \geq 0$

Khi đó $x_0 + y_0 = \sqrt{m} + \dfrac{12}{5} + \dfrac{2}{5} = \sqrt{m} + \dfrac{14}{5}$

Vì $\sqrt{m} \geq 0$ nên $(x_0 + y_0) = \sqrt{m} + \dfrac{14}{5} \geq 0 + \dfrac{14}{5} = \dfrac{14}{5}$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 0$

Vậy với $m = 0$ hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 2\sqrt{m} + 6 \\ x - y = \sqrt{m} + 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0$ nhỏ nhất.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} 2(m+1)x - 7(n-2)y = 6 \\ (m+1)x + (n-2)y = 12 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 2: Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 2a + 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x = 2y$.

Câu 3: Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = a + 2 \\ 3x + 5y = 2a \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$, sao cho $x; y$ là các số nguyên.

Câu 4: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \quad (1) \\ mx + y = 3m - 1 \quad (2) \end{cases}$. Tìm số nguyên m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà x, y đều là số nguyên.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Hệ phương trình $\begin{cases} 2(m+1)x - 7(n-2)y = 6 \\ (m+1)x + (n-2)y = 12 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$ suy ra

$$\begin{cases} 2(m+1).1 - 7(n-2).2 = 6 \\ (m+1).1 + (n-2).2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 2 - 14n + 28 = 6 \\ m + 1 + 2n - 4 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 14 = -24 \\ m + 2n = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 7n = -12 \\ m + 2n = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7n - 12 \\ m + 2n = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7n - 12 \\ 7n - 12 + 2n = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7n - 12 \\ 9n = 27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7n - 12 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ n = 3 \end{cases}$$

Vậy với $m = 9; n = 3$ hệ phương trình $\begin{cases} 2(m+1)x - 7(n-2)y = 6 \\ (m+1)x + (n-2)y = 12 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 2:

Ta có $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 2a + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ 2x - y = 2a + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ 2x - (3 - x) = 2a + 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ 3x - 3 = 2a + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ 3x = 2a + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ x = \dfrac{2a+8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{1-2a}{3} \\ x = \dfrac{2a+8}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\dfrac{2a+8}{3}; \dfrac{1-2a}{3} \right)$

Theo giả thiết hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 2a + 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x = 2y$ nên

$$\frac{2a+8}{3} = 2.\frac{1-2a}{3} \Leftrightarrow 2a + 8 = 2 - 4a \Leftrightarrow 6a = -6 \Leftrightarrow a = -1$$

Vậy với $a = -1$ hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 2a + 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x = 2y$.

Câu 3:

Ta có $\begin{cases} x + y = a + 2 \\ 3x + 5y = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ 3x + 5y = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ 3x + 5(-x + a + 2) = 2a \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ -2x + 5a + 10 = 2a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ -2x = -3a - 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ x = \dfrac{3a+10}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + a + 2 \\ x = \dfrac{3a}{2} + 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x + y = a + 2 \\ 3x + 5y = 2a \end{cases}$ nhận $(x; y) = \left(\dfrac{3a}{2} + 5; -x + a + 2\right)$ là nghiệm.

Để hệ phương trình có nghiệm nguyên thì $\begin{cases} \dfrac{3a}{2} + 5 \in \mathbb{Z} \\ -x + a + 2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Vì $5 \in \mathbb{Z}$ do đó để $\dfrac{3a}{2} + 5 \in \mathbb{Z}$ thì $\dfrac{3a}{2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow a = 2k \ \ (k \in \mathbb{Z})$

Với $x \in \mathbb{Z}$; $a \in \mathbb{Z}$ suy ra $y = -x + a + 2 \in \mathbb{Z}$

Vậy để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = a + 2 \\ 3x + 5y = 2a \end{cases}$ có nghiệm là các số nguyên thì $a = 2k \ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4:

Từ phương trình (2) ta có $y = 3m - 1 - mx$

Thế vào phương trình (1) ta được $x + m(3m - 1 - mx) = m + 1 \Leftrightarrow (m^2 - 1)x = 3m^2 - 2m - 1$ (3)

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình (3) có nghiệm duy nhất, tức là $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

Khi đó hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x = \dfrac{3m^2 - 2m - 1}{m^2 - 1} = \dfrac{(m-1)(3m+1)}{(m-1).(m+1)} \\ y = 3m - 1 - m.\dfrac{3m+1}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3m+1}{m+1} = 3 - \dfrac{2}{m+1} \\ y = \dfrac{m-1}{m+1} = 1 - \dfrac{2}{m+1} \end{cases}$$

Để $x, y \in \mathbb{Z}$ thì $\dfrac{2}{m+1} \in \mathbb{Z}$. Do đó $m + 1 \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 0; 1\}$

Kết hợp điều kiện $m \neq \pm 1$ chỉ có $m \in \{-3; -2; 0\}$ thỏa mãn.

Vậy $m \in \{-3; -2; 0\}$ là các giá trị cần tìm.

II. PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Phương pháp giải

Thực hiện theo hai bước

Bước 1. Cộng hoặc trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được phương trình mới.

Bước 2. Dùng phương trình mới thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (vẫn giữ nguyên phương trình kia). Giải hệ phương trình mới tìm được.

Chú ý:

Trường hợp 1: Nếu các hệ số cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau thì ta trừ hai phương trình đó, đối nhau thì ta cộng hai phương trình đó.

Trường hợp 2: Nếu các hệ số cùng một ẩn trong hai phương trình không bằng nhau và không đối nhau ta phải thực hiện biến đổi cùng nhân hai vế các phương trình với một số nào đó để đưa về trường hợp 1.

Ví dụ: Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=7\\x+2y=4\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta lấy phương trình thứ hai nhân với 2 sau đó trừ hai phương trình cho nhau.

$$\begin{cases}2x+3y=7\\x+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=7\\2x+4y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=7\\y=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x=4\\y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=7\\3x+2y=13\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Hướng dẫn giải

Trừ phương trình thứ hai cho phương trình thứ nhất ta được hệ phương trình

$$\begin{cases}x+2y=7\\2x=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=7\\x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2y=7-3\\x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2y=4\\x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;2)$

Ví dụ 2. Tìm số nghiệm của hệ phương trình sau $\begin{cases}4x-3y=5\\x+y=3\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta nhân hai vế phương trình thứ hai với 3 sau đó cộng hai phương trình lại với nhau được hệ phương trình

$$\begin{cases}4x-3y=5\\7x=14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-3y=5\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4.2-3y=5\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y=3\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=2\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}4x-3y=5\\x+y=3\end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases}7x-2y=3\\5x+3y=11\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+5y=23\\2x+3y=13\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Dạng 2: Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số.

Phương pháp giải

Thực hiện theo các bước sau

Bước 1. Nhân khai triển chuyển vế đưa hệ phương trình về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bước 2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Bước 3. Kết luận.

Ví dụ: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}2(x+2)-3(y+1)=-4\\3(x-2)+2(y+1)=8\end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases}2(x+2)-3(y+1)=-4\\3(x-2)+2(y+1)=8\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4-3y-3=-4\\3x-6+2y+2=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=-5\\3x+2y=12\end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình một với 2 và hai vế phương trình hai với 3 sau đó ta cộng hai vế phương trình với nhau.

$$\begin{cases}2x-3y=-5\\3x+2y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-6y=-10\\9x+6y=36\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=-5\\13x=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=-5\\13x=26\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=-5\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.2-3y=-5\\x=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 9 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+2) - 3(y+1) = -4 \\ 3(x-2) + 2(y+1) = 8 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;3)$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x(y+2) - y(2x+1) = 5 \\ x(y+1) + y(2-x) = 8 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} 2x(y+2) - y(2x+1) = 5 \\ x(y+1) + y(2-x) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy + 4x - 2xy - y = 5 \\ xy + x + 2y - xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$.

Nhân hai vế phương trình một với 2 sau đó cộng hai phương trình lại với nhau ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 9x = 18 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 2x(y+2) - y(2x+1) = 5 \\ x(y+1) + y(2-x) = 8 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;3)$.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x(y+1) + y(2-3x) = 1 \\ 2x(y-2) - 2y(x+2) = 4 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} 3x(y+1) + y(2-3x) = 1 \\ 2x(y-2) - 2y(x+2) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3xy + 3x + 2y - 3xy = 1 \\ 2xy - 4x - 2yx - 4y = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ -4x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ -x - y = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ -x - y = 1 \end{cases}$

Nhân hai vế phương trình hai với 2 sau đó cộng hai phương trình lại với nhau được ta được hệ phương trình $\begin{cases} x = 3 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3x(y+1) + y(2-3x) = 1 \\ 2x(y-2) - 2y(x+2) = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất: $(x;y) = (3;-4)$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4(x+y) - 3(y+1) = -7 \\ 2(x+1) - y = 6 \end{cases}$

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x(1-2y) + 4y(x+1) = 8 \\ 3x(y+1) - y(3+3x) = -15 \end{cases}$

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2y(x-2) + x(4-2y) = -4 \\ 5x(y+3) - y(5x+4) = 7 \end{cases}$

Dạng 3: Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn dụ

Phương pháp giải

Thực hiện theo các bước sau

Bước 1. Đặt ẩn phụ cho các biểu thức của hệ phương trình để đưa hệ phương trình về dạng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bước 2. Đặt điều kiện của ẩn phụ.

Bước 3. Sử dụng phương pháp cộng đại số giải hệ phương trình theo ẩn phụ.

Bước 4. Với các giá trị của ẩn phụ tìm được thay vào biểu thức đặt ẩn phụ để xác định nghiệm của hệ phương trình.

Bước 5. Kết luận.

Ví dụ: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{3}{y+2} = 2 \\ \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2}{y+2} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ y + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq -2 \end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{x-1} = a; \dfrac{1}{y+2} = b$ ta có hệ phương trình sau

$\begin{cases} a + 3b = 2 \\ a + 2b = \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Điều kiện $a, b \neq 0$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} a + 3b = 2 \\ a + 2b = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Trừ phương trình một cho phương trình hai ta được hệ

$$\begin{cases} a+3b=2 \\ a+2b=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+3b=2 \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+3\left(\dfrac{1}{2}\right)=2 \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $a=\dfrac{1}{2}$ thì

$\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x-1=2 \Rightarrow x=3$ (TMĐK)

Với $b=\dfrac{1}{2}$ thì

$\dfrac{1}{y+2}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow y+2=2 \Rightarrow y=0$ (TMĐK)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;0)$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3|x-1|-2|y+2|=4 \\ 2|x-1|+3|y+2|=7 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Đặt $a=|x-1|\ (a\ge 0)$; $b=|y+2|\,(b\ge 0)$

Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} 3a-2b=4 \\ 2a+3b=7 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3a-2b=4 \\ 2a+3b=7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3a-2b=4 \\ 2a+3b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a-6b=12 \\ 4a+6b=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=4 \\ 13a=26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=4 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.2-2b=4 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=2 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases}$$

Với $a=2$ thì $|x-1|=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$

$b=1$ thì $|y+2|=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y+2=1 \\ y+2=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=-3 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3|x-1|-2|y+2|=4 \\ 2|x-1|+3|y+2|=7 \end{cases}$ có các nghiệm là $(x;y)\in\{(3;-1);(3;-3);(-1;-1);(-1;-3)\}$.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4\sqrt{2x+1}-3\sqrt{y-2}=-1 \\ 2\sqrt{2x+1}+3\sqrt{y-2}=13 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ y-2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ y\ge 2 \end{cases}$

Đặt $a=\sqrt{2x+1}\,(a\ge 0)$; $b=\sqrt{y-2}\,(b\ge 0)$.

Hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} 4a-3b=-1 \\ 2a+3b=13 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4a-3b=-1 \\ 2a+3b=13 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4a-3b=-1 \\ 2a+3b=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-3b=-1 \\ 4a+6b=26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-3b=-1 \\ 9b-27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a-3b=-1 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-3.3=-1 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=8 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$$

Với $a=2$ thì $\sqrt{2x+1}=2 \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

$b=3$ thì $\sqrt{y-2}=3 \Rightarrow y-2=9 \Rightarrow y=11$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4\sqrt{2x+1}-3\sqrt{y-2}=-1 \\ 2\sqrt{2x+1}+3\sqrt{y-2}=13 \end{cases}$ là $(x;y)=\left(\dfrac{3}{2};11\right)$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{15}{x}-\dfrac{3}{2y-2}=1 \\ \dfrac{6}{x}+\dfrac{1}{2y-2}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-\dfrac{4}{|2y+1|}=7 \\ \sqrt{x+1}+\dfrac{6}{|2y+1|}=6 \end{cases}$

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3|2y+1|=1 \\ 2(x+2)+3|2y+1|=11 \end{cases}$

Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải

- Tìm giá trị của tham số để hệ phương trình nhận $(x_0;y_0)$ là nghiệm.

Hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} ax_0+by_0=c \\ a'x_0+b'y_0=c' \end{cases}$

- Tìm giá trị của tham số để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn một số điều kiện khác.

Bước 1. Tìm nghiệm của hệ phương trình theo tham số m.

Bước 2. Dựa vào điều kiện của nghiệm thiết lập phương trình chứa tham số.

Bước 3. Giải phương trình tham số.

Bước 4. Kết luận.

Ví dụ: Cho hệ phương trình $\begin{cases} (2m+1)x+ny=5 \\ mx+(n+2)y=7 \end{cases}$

Tìm m, n để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Hệ phương trình $\begin{cases} (2m+1)x+ny=5 \\ mx+(n+2)y=7 \end{cases}$ nhận cặp số $(x;y)=(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình nên

$\begin{cases} (2m+1).1+n.2=5 \\ m.1+(n+2).2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2n=4 \\ m+2n=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m+2n=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=1 \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} n=1 \\ m=1 \end{cases}$ hệ phương trình

$\begin{cases} (2m+1)x+ny=5 \\ mx+(n+2)y=7 \end{cases}$ nhận $(x;y)=(1;2)$ làm nghiệm.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x-4y=m+3 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0=y_0+2$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x-4y=m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6y=3 \\ 3x-4y=m+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=m \\ x=2y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{m}{2} \\ x=m+1 \end{cases}$$

Theo đề bài hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x-4y=m+3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0=y_0+2$

nên $m+1=\dfrac{m}{2}+2 \Leftrightarrow 2m+2=m+4 \Leftrightarrow m=2$.

Vậy với $m=2$ hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x-4y=m+3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0=y_0+2$

Ví dụ 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m \\ 2x+5y=3m-6 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm điều kiện của m để hệ phương trình có nghiệm là các số nguyên.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{cases} x+y=m \\ 2x+5y=3m-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=2m \\ 2x+5y=3m-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=m \\ 3y=m-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y+m \\ y=\dfrac{m}{3}-2 \end{cases}$$

Để hệ phương trình có nghiệm là các số nguyên thì $\dfrac{m}{3}-2 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{m}{3} \in \mathbb{Z}$.

Suy ra m có dạng $m=3k\,(k \in \mathbb{Z})$.

Vậy với $m=3k\,(k \in \mathbb{Z})$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm là các số nguyên.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Xác định m; n để hệ phương trình $\begin{cases} 2(m+1)x-(2n+1)y=2 \\ (m+2)x+3ny=21 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)=(3;2)$.

Câu 2: Xác định a để hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x+2y=2a+1 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x+2=y$.

Câu 3: Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=3 \\ mx+y=m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x+y>0$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Câu 1.

Ta có $\begin{cases}7x-2y=3\\5x+3y=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}21x-6y=9\\10x+6y=22\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}31x=31\\7x-2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\7.1-2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}7x-2y=3\\5x+3y=11\end{cases}$ là $(x;y)=(1;2)$.

Câu 2.

Ta có $\begin{cases}4x+5y=23\\2x+3y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+5y=23\\4x+6y=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\2x+3y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\2x+3.3=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\2x=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\x=2\end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4x+5y=23\\2x+3y=13\end{cases}$ là $(x;y)=(2;3)$

Câu 3.

Ta có $\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+8y=16\\2x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y=3\\2x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\2x+5.1=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13\end{cases}$ là $(x;y)=(4;1)$

Dạng 2: Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số.

Câu 1.

Ta có $\begin{cases}4(x+y)-3(y+1)=-7\\2(x+1)-y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+4y-3y-3=-7\\2x+2-y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+y=-4\\2x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x=0\\2x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-4\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4(x+y)-3(y+1)=-7\\2(x+1)-y=6\end{cases}$ là $(x;y)=(0;-4)$.

Câu 2.

Ta có $\begin{cases}2x(1-2y)+4y(x+1)=8\\3x(y+1)-y(3+3x)=-15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4xy+4xy+4y=8\\3xy+3x-3y-3xy=-15\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=4\\x-y=-5\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3y=9\\x-y=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\x-3=-5\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\x=-2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x(1-2y)+4y(x+1)=8\\3x(y+1)-y(3+3x)=-15\end{cases}$ là $(x;y)=(-2;3)$

Câu 3.

Ta có $\begin{cases}2y(x-2)+x(4-2y)=-4\\5x(y+3)-y(5x+4)=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2yx-4y+4x-2xy=-4\\5xy+15x-5xy-4y=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x-4y=-4\\15x-4y=7\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}11x=11\\15x-4y=7\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\15.1-4y=7\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\4y=8\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ $\begin{cases}2y(x-2)+x(4-2y)=-4\\5x(y+3)-y(5x+4)=7\end{cases}$ là $(x;y)=(1;2)$

Dạng 3: Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn dụ

Câu 1.

Điều kiện $x \neq 0;\ y \neq 1$.

Đặt $a=\frac{1}{x};\ b=\frac{1}{2y-2}(a;b\neq 0)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}15a-3b=1\\6a+b=\frac{3}{2}\end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases}15a-3b=1\\6a+b=\frac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}15a-3b=1\\18a+3b=\frac{9}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}33a=\frac{11}{2}\\15a-3b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{1}{6}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$.

Với $a=\frac{1}{6}$ thì $\frac{1}{x}=\frac{1}{6}\Rightarrow x=6$.

Với $b=\frac{1}{2}$ thì $\frac{1}{2y-2}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2y-2=2\Rightarrow 2y=4\Rightarrow y=2$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{2y-2}=1\\\frac{3}{x}+\frac{5}{2y-2}=5\end{cases}$ là $(x;y)=(6;2)$.

Câu 2.

Điều kiện $x \ge -1;\ y \ne -\frac{1}{2}$.

Đặt $a = \sqrt{x+1}\,(a \ge 0);\ b = \frac{1}{|2y+1|}\,(b > 0)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} 3a - 4b = 7 \\ a + 6b = 6 \end{cases}$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3a - 4b = 7 \\ a + 6b = 6 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 3a - 4b = 7 \\ a + 6b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b = 7 \\ 3a + 18b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22b = 11 \\ a + 6b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a + 6.\frac{1}{2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = 3 \end{cases}$$

Với $a = 3$ thì $\sqrt{x+1} = 3 \Rightarrow x + 1 = 9 \Rightarrow x = 8$.

$b = \frac{1}{2}$ thì $\frac{1}{|2y+1|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |2y+1| = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y + 1 = 2 \\ 2y + 1 = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y = 1 \\ 2y = -3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \\ y = \frac{-3}{2} \end{array}\right.$.

Vậy các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \frac{4}{|2y+1|} = 7 \\ \sqrt{x+1} + \frac{6}{|2y+1|} = 6 \end{cases}$ là $(x;y) \in \left\{\left(8;\frac{1}{2}\right);\left(8;\frac{-3}{2}\right)\right\}$.

Câu 3.

Ta có $\begin{cases} 2x - 3|2y+1| = 1 \\ 2(x+2) + 3|2y+1| = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3|2y+1| = 1 \\ 2x + 4 + 3|2y+1| = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3|2y+1| = 1 \\ 2x + 3|2y+1| = 7 \end{cases}$

Đặt $a = x;\ b = |2y+1|\,(b \ge 0)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 2a + 3b = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 2a + 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 4a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.2 - 3b = 1 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 3 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Với $a = 2$ thì $x = 2$

$b = 1$ thì $|2y+1| = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y + 1 = 1 \\ 2y + 1 = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y = 0 \\ 2y = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -1 \end{array}\right.$

Vậy các cặp nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3|2y+1| = 1 \\ 2(x+2) + 3|2y+1| = 11 \end{cases}$ là $(x;y) = \{(2;0);(2;-1)\}$.

Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 1.

Hệ phương trình $\begin{cases}2(m+1)x-(2n+1)y=2\\(m+2)x+3ny=21\end{cases}$ nhận cặp số $(x;y)=(3;2)$ là nghiệm nên

$$\begin{cases}2(m+1)x-(2n+1)y=2\\(m+2)x+3ny=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6m+6-4n-2=2\\3m+6+6n=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6m-4n=-2\\3m+6n=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-2n=-1\\3m+6n=15\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}8n=16\\3m-2n=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2\\3m-2n=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2\\3m-2.2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2\\3m=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2\\m=1\end{cases}.$$

Vậy với $m=1;\ n=2$ hệ phương trình $\begin{cases}2(m+1)x-(2n+1)y=2\\(m+2)x+3ny=21\end{cases}$ nhận cặp số $(x;y)=(3;2)$ là nghiệm.

Câu 2.

Ta có $\begin{cases}x+2y=7\\3x+2y=2a+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=7\\2x=2a-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\dfrac{x}{2}+\dfrac{7}{2}\\x=a-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\dfrac{a-3}{2}+\dfrac{7}{2}\\x=a-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\dfrac{a}{2}+5\\x=a-3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=7\\3x+2y=2a+1\end{cases}$ nhận $(x;y)=\left(a-3;-\dfrac{a}{2}+5\right)$ là nghiệm.

Theo giả thiết hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=7\\3x+2y=2a+1\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x+2=y$ nên

$a-3+2=-\dfrac{a}{2}+5$.

$\Leftrightarrow a-1=-\dfrac{a}{2}+5\Leftrightarrow 2a-2=-a+10\Leftrightarrow 3a=12\Leftrightarrow a=4$

Vậy với $a=4$ hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=7\\3x+2y=2a+1\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x+2=y$.

Câu 3.

Ta có $\begin{cases}(m+1)x-y=3\\mx+y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2m+1)x=3+m\\mx+y=m\end{cases}$

Với $m=-\dfrac{1}{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}0.x=\dfrac{5}{2}\\mx+y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=\dfrac{5}{2}\\\dfrac{-1}{2}x+y=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$ (vô lí).

Vậy với $m=-\dfrac{1}{2}$ hệ phương trình vô nghiệm.

Với $m \neq -\frac{1}{2}$ ta có:

$$\begin{cases}(2m+1)x=3+m\\ mx+y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ mx+y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ m.\dfrac{3+m}{2m+1}+y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ y=m-m.\dfrac{3+m}{2m+1}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ y=\dfrac{m(2m+1)}{2m+1}-\dfrac{3m+m^2}{2m+1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ y=\dfrac{2m^2+m}{2m+1}-\dfrac{3m+m^2}{2m+1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ y=\dfrac{2m^2+m-3m-m^2}{2m+1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+m}{2m+1}\\ y=\dfrac{m^2-2m}{2m+1}\end{cases}$$

Suy ra $x+y=\frac{3+m}{2m+1}+\frac{m^2-2m}{2m+1}=\frac{m^2-m+3}{2m+1}$

Theo bài ra $x+y>0$ nên $\frac{m^2-m+3}{2m+1}>0$

Ta có $m^2-m+3=m^2-2.m.\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{11}{4}=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}>0$ với mọi $m \neq -\frac{1}{2}$

Vậy để $\frac{m^2-m+3}{2m+1}>0$ thì $2m+1>0 \Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$

Để hệ phương trình $\begin{cases}(m+1)x-y=3\\ mx+y=m\end{cases}$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x+y>0$ thì

$m>-\frac{1}{2}$.

III. Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ

Ví dụ minh họa 3: Bằng cách đặt ẩn phụ, hãy giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\dfrac{-5}{x-1}+\dfrac{1}{y-1}=10\\ \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{y-1}=18\end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện để hệ phương trình xác định là: $\begin{cases}x-1\neq 0\\ y-1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 1\\ y\neq 1\end{cases}$

Đặt $u=\frac{1}{x-1}; v=\frac{1}{y-1}$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{-5}{x-1}+\dfrac{1}{y-1}=10\\ \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{y-1}=-18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-5u+v=10\\ u+3v=-18\end{cases}$$

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

Từ phương trình $-5u+v=10$, ta có: $v=5u+10$

Thế vào phương trình $u+3v=-18$, ta được:

$$u+3v=-18\Leftrightarrow u+3(5u+10)=-18$$

$$\Leftrightarrow 16u+30=-18\Leftrightarrow 16u=-48$$

$$\Leftrightarrow u=-3$$

Thay $u=-3$ vào phương trình $v=5u+10$, ta được $v=5.(-3)+10=-5$

Vậy $\begin{cases}u=-3\\ v=-5\end{cases}$, nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}=-3\\ \dfrac{1}{y-1}=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=-3(x-1)\\ 1=-5(y-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=-3x+3\\ 1=-5y+5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x=2\\ 5y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ y=\dfrac{4}{5}\end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình đã cho một nghiệm $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{5}\right)$.

IV. Một số bài toán liên quan

Ví dụ minh họa 4: Xác định phương trình đường thẳng $y=ax+b$ biết nó đi qua hai điểm $A(-1;6)$ và $B(2;-3)$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-1;6)$, nên ta có $6=a(-1)+b\Leftrightarrow -a+b=6$ (1)

Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $B(2;-3)$, nên ta có $-3=a.2+b\Leftrightarrow 2a+b=-3$ (2)

Vì *a*, *b* phải là nghiệm đúng của cả hai phương trình (1) và (2) nên *a*, *b* là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}-a+b=6\\ 2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a=-9\\ 2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\ b=3\end{cases}$$

Vậy, phương trình đường thẳng cần tìm là: $y=-3x+3$.

Ví dụ minh họa 5: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+2y=1 \\ mx+my=m-1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình khi:

a) $m=3$; b) $m=2$; c) $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=1 \\ mx+my=m-1 \end{cases}$

a. Khi $m=3$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 3x+3y=3-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=1 \\ 3x+3y=2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 3x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{3} \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy, khi $m=3$, hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$

b. Khi $m=2$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$

Hệ phương trình có vô số nghiệm. Công thức nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{-2x+1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y\in\mathbb{R} \\ x=\dfrac{-2y+1}{2} \end{cases}$

c. Khi $m=0$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0x+2y=1 & (1) \\ 0x+0y=0-1 & (2) \end{cases}$

Trong hệ phương trình này, ta thấy phương trình thứ (1) có nghiệm, còn phương trình thứ (2) vô nghiệm, nên hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy khi $m=0$, hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

SƠ ĐỒ TƯ DUY PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

- Giải hệ bằng Phương pháp thế
  - Bước 1: Chọn PT dễ nhất (thường là pt có hệ số đơn giản) $\to$ Rút ẩn: biểu diễn ẩn này theo ẩn kia (1) $\to$ Rồi thay vào phương trình còn lại được (2)
  - Bước 2: Giải phương trình (2) $\Rightarrow$ 1 ẩn, ta thay ẩn này vào phương trình (1) để tìm ẩn còn lại $\Rightarrow$ Kết luận nghiệm.
- Giải hệ bằng Phương pháp cộng đại số
  - Bước 1: Xác định ẩn muốn khử (*x* hoặc *y*?...)
  - Bước 2: Đồng nhất hệ số $\to$ Xem xét hệ số đứng trước ẩn muốn khử ở hai phương trình (không quan tâm dấu $\pm$) $\to$ Nhân 2 vế của mỗi phương trình cho số thích hợp sao cho hệ số đứng trước ẩn muốn khử bằng nhau (không quan tâm dấu).
  - Bước 3: Cộng vế theo vế nếu hệ số của ẩn muốn khử ở hai phương trình trái dấu, và trừ vế theo vế nếu hệ số của ẩn muốn khử ở hai phương trình cùng dấu.
    Bước 4: Giải phương trình 1 ẩn, suy ra ẩn còn lại và kết luận.

PHẦN II.TRẮC NGHIỆM CỦNG CỐ PHẢN XẠ

I. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Câu 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tính $x.y$ là:

A. 5. **B.** $\dfrac{84}{25}$. **C.** $\dfrac{25}{84}$. **D.** $\dfrac{84}{5}$.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tích $x^2.y$ là:

A. 7000. **B.** 490. **C.** 70. **D.** 700.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 7y = 8 \\ 10x + 3y = 21 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tổng $x + y$ là:

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{4}$.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tổng $x + y$ là:

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $-\dfrac{5}{19}$. **C.** $\dfrac{5}{19}$. **D.** $-\dfrac{5}{9}$.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 12 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$. Số nghiệm của hệ phương trình là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là:

A. $(x;y) = \left(\dfrac{15}{4}; -\dfrac{3}{8}\right)$. **B.** $(x;y) = \left(-\dfrac{15}{4}; -\dfrac{3}{8}\right)$. **C.** $(x;y) = \left(\dfrac{15}{4}; \dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $(x;y) = \left(\dfrac{15}{4}; -\dfrac{3}{4}\right)$.

Câu 7. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases}$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 9. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y-3) = xy - 3 \end{cases}$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 10. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)(y-3) = (x-1)(y+3) \\ (x-3)(y+1) = (x+1)(y-3) \end{cases}$. Chọn câu đúng.

A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1)$. **B.** Hệ phương trình vô nghiệm.
C. Hệ phương trình vô số nghiệm. **D.** Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(0;0)$.

Câu 11. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+by=-1\\bx-2ay=1\end{cases}$. Biết rằng hệ phương trình có nghiệm là $(1;-2)$. Tính $a-b$.

A. $\frac{13}{8}$. **B.** $-\frac{13}{8}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $-\frac{5}{8}$.

Câu 12. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+by=-4\\bx-ay=-5\end{cases}$. Biết răng hệ phương trình có nghiệm là $(1;-2)$, tính $a+b$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -7.

Câu 13. Cho hai đường thẳng:
$d_1: mx-2(3n+2)y=6$ và $d_2:(3m-1)x+2ny=56$.
Tìm tích $m.n$ để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $I(-2;3)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 14. Cho hai đường thẳng:
$d_1: mx-2(3n+2)y=18$ và $d_2:(3m-1)x+2ny=-37$.
Tìm tích $m.n$ để hai đường thẳng d_1,d_2 cắt nhau tại điểm $I(-5;2)$.

A. $m=2;n=3$. **B.** $m=-2;n=-3$. **C.** $m=2;n=-3$. **D.** $m=3;n=-2$.

Câu 15. Tìm a,b để đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M(3;-5),N(1;2)$

A. $a=\frac{7}{2};b=\frac{-11}{2}$. **B.** $a=\frac{-7}{2};b=\frac{-11}{2}$. **C.** $a=\frac{7}{2};b=\frac{11}{2}$. **D.** $a=\frac{-7}{2};b=\frac{11}{2}$.

Câu 16. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{2y-1}=2\\\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{2y-1}=1\end{cases}$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 17. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}=3\\\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{3y}{y+1}=-1\end{cases}$ có nghiệm là:

A. $\left(-\frac{1}{2};-2\right)$. **B.** $\left(2;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(2;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 18. Tìm các giá trị của m và n sao cho đa thức $P(x)=mx^3+(m-2)x^2-(3n-5)x-4n$ đồng thời chia hết cho $x+1$ và $x-3$

A. $m=-\frac{22}{9};n=7$. **B.** $m=\frac{22}{9};n=-7$.

C. $m=-\frac{22}{9};n=-7$. **D.** $m=-7;n=-\frac{22}{9}$.

Câu 19. Tìm các giá trị của m và n sao cho đa thức
$Q(2)=(3m-1)x^3-(2n-5)x^2-n.x-9m-72$ đồng thời chia hết cho $x-2$ và $x+3$

A. $n=\frac{4}{5};m=-\frac{24}{5}$. **B.** $m=\frac{4}{5};n=-\frac{4}{5}$.

C. $m=\frac{4}{5};n=\frac{24}{5}$. **D.** $m=\frac{4}{5};n=-\frac{24}{5}$.

Câu 20. Cho hệ phương trình $\begin{cases}\frac{2}{2x+y}+\frac{5}{x+2y}=\frac{5}{6}\\ \frac{3}{2x+y}-\frac{4}{x+2y}=-\frac{3}{5}\end{cases}$

Nếu đặt $\frac{1}{2x+y}=a;\frac{1}{x+2y}=b$ ta được hệ phương trình mới là:

A. $\begin{cases}2a+5b=\frac{5}{6}\\ 3a-4b=-\frac{3}{5}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}2a+5b=\frac{6}{5}\\ 3a-4b=-\frac{5}{3}\end{cases}$.

C. $\begin{cases}2a-5b=\frac{5}{6}\\ 3a+4b=-\frac{3}{5}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-2a-5b=\frac{5}{6}\\ 3a-4b=-\frac{3}{5}\end{cases}$.

Câu 21. Cho hệ phương trình $\begin{cases}\frac{2}{3x-9y}+\frac{6}{x+\sqrt{y}}=3\\ \frac{4}{x-3y}-\frac{9}{x+\sqrt{y}}=1\end{cases}$ $(y\geq 0;x\neq 3y)$. Nếu đặt ta được hệ phương trình mới là:

A. $\begin{cases}\frac{1}{2}a+\frac{1}{6}b=3\\ \frac{1}{4}a-\frac{1}{9}b=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}2a+6b=3\\ 4a-9b=1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}2b+6a=3\\ 4b-9a=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\frac{2}{3}a+6b=3\\ 4a-9b=1\end{cases}$.

Câu 22. Biết nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{cases}$ là $(x;y)$. Tính $9x+2y$

A. 10. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 13.

Câu 23. Cho hệ phương trình $\begin{cases}\frac{15x}{\sqrt{y}}-\frac{7\sqrt{x}}{y}=9\\ \frac{4x}{\sqrt{y}}+\frac{9\sqrt{x}}{y}=5\end{cases}$ nếu đặt $\frac{x}{\sqrt{y}}=a;\frac{\sqrt{x}}{y}=b$ (với $x>0;y>0$) ta được hệ phương trình mới là:

A. $\begin{cases}15a-7b=9\\ -4a+9b=5\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}15a-7b=9\\ 4a+9b=5\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}15a-7b=-9\\ 4a+9b=\frac{1}{5}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-15a+7b=9\\ 4a-9b=5\end{cases}$.

Câu 24. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3(y-5)+2(x-3)=0\\7(x-4)+3(x+y-1)-14=0\end{cases}$ là $(x;y)$

Tính x^2+y^2.

A. 8. **B.** 34. **C.** 21. **D.** 24.

Câu 25. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2(x+y)+3(x-y)=4\\(x+y)+2(x-y)=5\end{cases}$ là $(x;y)$.

Chọn câu đúng.

A. $x>0;y<0$. **B.** $x-y=7$. **C.** $x-y=-7$. **D.** $x>y$.

II. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Câu 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases}8x+7y=16\\8x-3y=-24\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là:

A. $(x;y)=\left(-\frac{3}{2};4\right)$. **B.** $(x;y)=\left(4;-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(x;y)=\left(-\frac{3}{2};-4\right)$. **D.** $(x;y)=(-2;2)$.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases}4x+3y=6\\2x+y=4\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là:

A. $(x;y)=(-2;-3)$. **B.** $(x;y)=(-3;-2)$. **C.** $(x;y)=(-2;3)$. **D.** $(x;y)=(3;-2)$.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=1\\4x+y=9\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là.

$(x;y)$. Tính $x-y$.

A. $x-y=-1$. **B.** $x-y=1$. **C.** $x-y=0$. **D.** $x-y=2$.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1\\x+y\sqrt{3}=\sqrt{2}\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là

$(x;y)$. Tính $x+3\sqrt{3}y$.

A. $3\sqrt{2}+2$. **B.** $-3\sqrt{2}-2$. **C.** $2\sqrt{2}-2$. **D.** $3\sqrt{2}-2$.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases}5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2}\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là.

$(x;y)$. Tính $6x+3\sqrt{3}y$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases}0,3\sqrt{x}+0,5\sqrt{y}=3\\1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình

là $(x;y)$. Tính $x.y$.

A. 225. **B.** 0. **C.** 125. **D.** 15.

Câu 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases}4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=4\\2\sqrt{x}+\sqrt{y}=2\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là

$(x;y)$. Tính $x.y$.

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+y=3 \\ \dfrac{1}{x}-2y=4 \end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)$. Tính $\dfrac{x}{y}$.

A. 2. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases}$ là:

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\begin{cases} 2(x+y)-3(x-y)=4 \\ x+4y=2x-y+5 \end{cases}$ là:

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình.

$\begin{cases} \dfrac{x+y}{5}=\dfrac{x-y}{3} \\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}+1 \end{cases}$.

A. $x>0;y<0$. **B.** $x<0;y<0$. **C.** $x<0;y>0$. **D.** $x>0;y>0$.

Câu 12. Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+\dfrac{y}{2}=\dfrac{2x-3}{2} \\ \dfrac{x}{2}+3y=\dfrac{25-9y}{8} \end{cases}$

A. $x>0;y<0$. **B.** $x<0;y<0$. **C.** $x<0;y>0$. **D.** $x>0;y>0$.

Câu 13. Hệ phương trình $\begin{cases} (x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3) \end{cases}$ tương đương với hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x-13y=8 \\ -42x+5y=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 42x-78y=48 \\ -42x+5y=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 42x+78y=48 \\ -42x+5y=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 7x-13y=8 \\ -4x+5y=3 \end{cases}$.

Câu 14. Kết luận đúng về nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13 \\ 2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4 \end{cases}$

A. $x.y=16$. **B.** $x+y=10$. **C.** $x-y=6$. **D.** $y:x=4$.

Câu 15. . Kết luận đúng về nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2 \\ 2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$

A. $x.y=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $x-y=-2$. **D.** $y:x=2$.

Câu 16. Tìm a,b để hệ phương trình $\begin{cases} 2ax+by=-1 \\ bx-ay=5 \end{cases}$ có nghiệm là $(3;-4)$.

A. $a=\dfrac{1}{2};b=1$. **B.** $a=-\dfrac{1}{2};b=1$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-1$. **D.** $a=-\dfrac{1}{2};b=-1$.

Câu 17. Tìm a,b để hệ phương trình $\begin{cases}4ax+2by=-3\\3bx+ay=8\end{cases}$ có nghiệm là $(2;-3)$

A. $a=1;b=11$. **B.** $a=-1;b=\dfrac{11}{6}$. **C.** $a=1;b=-\dfrac{11}{6}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{11}{6}$.

Câu 18. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}$ có tính chất là:

A. $x;y$ là số nguyên. **B.** $x;y$ là số vô tỉ .

C. $x;y$ là các phân số tối giản có tổng các tử số là 27 . **D.** x nguyên dương, y không âm.

Câu 19. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{x}-7}-\dfrac{4}{\sqrt{y}+6}=\dfrac{5}{3}\\\dfrac{5}{\sqrt{x}-7}+\dfrac{3}{\sqrt{y}+6}=2\dfrac{1}{6}\end{cases}$ có tính chất là:

A. $x;y$ là số nguyên. **B.** $x;y$ là số vô tỉ.

C. $x;y$ nguyên âm. **D.** x nguyên dương, y không âm.

Câu 20. Tìm các giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{x+1}{4}-\dfrac{y}{2}=x+y+1\\\dfrac{x-2}{2}+\dfrac{y-1}{3}=x+y-1\end{cases}$

Cũng là nghiệm của phương trình $m+2\ \ x+7my=m-225$

A. $m=40$. **B.** $m=5$. **C.** $m=50$. **D.** $m=60$.

Câu 21. Tìm các giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{4x-2y+2}{5}\\\dfrac{2x-3}{4}-\dfrac{y-4}{3}=-2x+2y-2\end{cases}$

Cũng là nghiệm của phương trình $6mx-5y=2m-66$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 22. Tìm a,b biết đường thẳng $d: y=ax+b$ đi qua điểm $A(-4;-2),B(2;1)$.

A. $a=0;b=\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=0$. **C.** $a=1;b=1$. **D.** $a=-\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$.

III. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số

Câu 1. Biết hệ phương trình $\begin{cases}2x+by=a\\bx+ay=5\end{cases}$ có nghiệm $x=1;y=3$. Tính $10(a+b)$.

A. 15. **B.** 16. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=m+3\\2x-3y=m\end{cases}$ (m là tham số). Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $x+y=-3$.

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-4$.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=5m-1\\x-2y=2\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x^2-2y^2=-2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=\dfrac{7}{2}-m\\4x-y=5m\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của m mà $m>\dfrac{1}{2}$ để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x^2+y^2=\dfrac{25}{16}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số). Nghiệm của hệ phương trình khi $m=2$ là:

A. $(x;y)=(1;-1)$. **B.** $(x;y)=(-1;-1)$. **C.** $(x;y)=(-1;1)$. **D.** $(x;y)=(1;1)$.

Câu 6. Với $m=1$ thì hệ phương trình $\begin{cases}x-y=m+1\\x+y=2m+3\end{cases}$ có cặp nghiệm $(x;y)$ là:

A. $(3;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(-3;-1)$.

Câu 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng khi nói về nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình

A. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $2x+y\le 3$.

B. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $2x+y>3$.

C. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $2x+y\ge 3$.

D. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $2x+y=3$.

Câu 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x-my=m(1)\\mx+y=1(2)\end{cases}$ (m là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng khi nói về nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình

A. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $x-y=\dfrac{m^2+2m+1}{m^2+1}$.

B. Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $x-y=\dfrac{m^2+2m-1}{m^2+1}$.

C. Hệ phương trình có vô số nghiệm với mọi m.

D. Hệ phương trình vô nghiệm với mọi m.

Câu 9. Biết rằng hệ phương trình $\begin{cases}(m-2)x-3y=-5\\x+my=3\end{cases}$ có nghiệm duy nhất với mọi m. Tìm nghiệm duy nhất theo m.

A. $(x;y)=\left(\dfrac{9+5m}{m^2-2m+3};\dfrac{3m+1}{m^2-2m+3}\right)$. **B.** $(x;y)=\left(\dfrac{9-5m}{m^2-2m+3};\dfrac{3m-1}{m^2-2m+3}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\dfrac{-9-5m}{m^2-2m+3};\dfrac{-3m-1}{m^2-2m+3}\right)$. **D.** $(x;y)=\left(\dfrac{9-5m}{m^2-2m+3};\dfrac{3m+1}{m^2-2m+3}\right)$.

Câu 10. Biết rằng hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m+1\\2x+my=1-m\end{cases}$ có nghiệm duy nhất với mọi m . Tìm nghiệm duy nhất theo m .

A. $(x;y)=\left(\dfrac{2m^2+1}{m^2+2};\dfrac{m^2-3m+2}{m^2+2}\right)$. **B.** $(x;y)=\left(\dfrac{-m^2-3m-2}{m^2+2};\dfrac{2m^2+1}{m^2+2}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\dfrac{2m^2+1}{m^2+2};\dfrac{m^2+3m+2}{m^2+2}\right)$. **D.** $(x;y)=\left(\dfrac{2m^2+1}{m^2+2};\dfrac{-m^2-3m-2}{m^2+2}\right)$.

Câu 11. Cho hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=2m+9\\x+y=5\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tìm m để biểu thức $A=xy+x-1$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Câu 12. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+my=m+1\\mx+y=2m\end{cases}$ (m là tham số). Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x\ge 2\\y\ge 1\end{cases}$.

A. $m<1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m>-1$.

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+ay=-4\\ax-3y=5\end{cases}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi:

A. $a<1$. **B.** $a<-2$. **C.** mọi a . **D.** $a>-1$.

Câu 14. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases}mx+y=2m\\x+my=m+1\end{cases}$ có vô số nghiệm.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m\ne \pm 1$.

Câu 15. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(a+1)x-y=a+1 & (1)\\x+(a-1)y=2 & (2)\end{cases}$ (a là tham số)

Với $a\ne 0$ hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$. Tính $x+y$ theo a

A. $x+y=\dfrac{a^2+a+2}{a^2}$. **B.** $x+y=\dfrac{a^2+2}{a^2}$. **C.** $x+y=\dfrac{a^2+a+1}{a^2}$. **D.** $x+y=\dfrac{a+2}{a^2}$.

Câu 16. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=m^2\\2x+my=-m^3+2m+2\end{cases}$. Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất, tính $x-y$ theo m

A. $x-y=\dfrac{m^4-2}{m^2+2}$. **B.** $x-y=\dfrac{m^4+4m+2}{m^2+2}$.

C. $x-y=\dfrac{m^4+2}{m^2+2}$. **D.** $x-y=\dfrac{-m^4+2}{m^2+2}$.

Câu 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(a+1)x-y=a+1 & (1)\\ x+(a-1)y=2 & (2)\end{cases}$ (a là tham số) với $a\neq 0$ hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$. Tìm các số nguyên a để hệ phương trình có nghiệm nguyên.

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a\neq \pm 1$. **D.** $a=\pm 1$.

Câu 18. Tìm giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases}x+y=2\\ mx-y=m\end{cases}$ có nghiệm nguyên duy nhất.

A. $m=-1$. **B.** $m=0; m=1$. **C.** $m=0; m=-2$. **D.** $m=-2; m=1$.

Câu 19. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=2\\ mx-y=m\end{cases}$. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm điều kiện của m để $x>1$ và $y>0$.

A. $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>2$.

Câu 20. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m\\ 4x-my=m+6\end{cases}$. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm hệ thức liên hệ giữa $x;y$ không phụ thuộc vào m .

A. $2x+y+3=0$. **B.** $2x-y=3$. **C.** $-2x+y=3$. **D.** $2x+y=3$.

Câu 21. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+my=1\\ mx-y=-m\end{cases}$. Hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào giá trị của m là

A. $2x+y=3$. **B.** $\dfrac{x}{y}=3$. **C.** $xy=3$. **D.** $x^2+y^2=1$.

Câu 22. Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m\\ 4x-my=m+6\end{cases}$. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm giá trị của m để: $6x-2y=13$.

A. $m=-9$. **B.** $m=9$. **C.** $m=8$. **D.** $m=-8$.

Câu 23. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+(m+1)y=1\\ 4x-y=-2\end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $2x+2y=5$.

A. $m=-\dfrac{5}{8}$. **B.** $m=\dfrac{5}{8}$. **C.** $m=\dfrac{8}{5}$. **D.** $m=-\dfrac{8}{5}$.

HƯỚNG DẪN

I. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Câu 1. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}x-y=5\\ 3x+2y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y+5\\ 3.(y+5)+2y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y+5\\ 3y+15+2y=18\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{5} \\ x = 5 + \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{28}{5} \\ y = \dfrac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{28}{5};\dfrac{3}{5}\right) \Rightarrow x.y = \dfrac{84}{25}$

Câu 2. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y+3) - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (10;7)$

Do đó $x^2y = 10^2.7 = 700$

Câu 3. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} 2x - 7y = 8 \\ 10x + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{8+7y}{2} \\ 10.\left(\dfrac{8+7y}{2}\right) + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{8+7y}{2} \\ 40 + 35y + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{8+7y}{2} \\ 38y = -19 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{8+7y}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{9}{4};-\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow x + y = \dfrac{7}{4}$

Câu 4. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 3(2-4x) = 5 \\ y = 2 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{19} \\ y = 2 - 4.\dfrac{11}{19} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{19} \\ y = -\dfrac{6}{19} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{11}{19};-\dfrac{6}{19}\right) \Rightarrow x + y = \dfrac{5}{19}$

Câu 5. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} x - 2y = 12 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + 2y \\ 2(12 + 2y) + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + 2y \\ 7y = -21 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 12 + 2.(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (6;-3)$

Câu 6. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 3(3-2y) - 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ -8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{3}{8} \\ x = 3 + \dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{4} \\ y = -\dfrac{3}{8} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{15}{4};-\dfrac{3}{8}\right)$.

Câu 7. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} -x-\sqrt{2}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{2}x+2y=-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ \sqrt{2}\ \ -\sqrt{2}y-\sqrt{3}\ \ +2y=-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ -2y-\sqrt{6}+2y=-\sqrt{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ -\sqrt{6}=-\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\in\mathbb{R} \\ x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

Câu 8. Đáp án A.

Ta

có $\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ x+y\sqrt{3}=\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ \sqrt{2}-y\sqrt{3}\ \ \sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-y\ \ \sqrt{6}+\sqrt{3}\ \ =1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\ \ \sqrt{6}+\sqrt{3}\ \ =1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \quad y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}\, x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} \\ x=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(1;\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 9. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} (x+1)(y-1)=xy-1 \\ (x-3)(y-3)=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-x+y-1=xy-1 \\ xy-3x-3y+9=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+y=0 \\ -3x-3y=-12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ -3y-3y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ -6y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;2)$

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} (x+1)(y-3)=(x-1)(y+3) \\ (x-3)(y+1)=(x+1)(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-3x+y-3=xy+3x-y-3 \\ xy+x-3y-3=xy-3x+y-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=0 \\ 4x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 6y-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(0;0)$.

Câu 11. Đáp án B.

Thay $x=1;y=-2$ vào hệ ta được $\begin{cases} 2.1+b.(-2)=-1 \\ b.1-2a.(-2)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b=-3 \\ b+4a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{3}{2}+4a=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{3}{2} \\ a = -\dfrac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow a - b = -\dfrac{13}{8}$$

Vậy $a - b = -\dfrac{13}{8}$.

Câu 12. Đáp án A.

Thay $x = 1; y = -2$ vào hệ ta được $\begin{cases} 2 + b(-2) = -4 \\ b - a(-2) = -5 \end{cases}$

Ta coi đây là một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn là a và b và giải hệ phương trình này

$$\begin{cases} 2 + b(-2) = -4 \\ b - a(-2) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b = -6 \\ b + 2a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ 3 + 2.a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -4 \end{cases}$$

Suy ra $a + b = -4 + 3 = -1$.

Câu 13. Đáp án A.

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_1 ta được

$m.(-2) - 2(3n + 2).3 = 6 \Leftrightarrow -2m - 18n = 18 \Leftrightarrow m + 9n = -9$

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_2 ta được

$(3m - 1).(-2) + 2n.3 = 56 \Leftrightarrow -6m + 2 + 6n = 56 \Leftrightarrow m - n = -9$

Suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases} m + 9n = -9 \\ m - n = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -9 + n \\ -9 + n + 9n = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -9 + n \\ 10n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ m = -9 \end{cases} \Rightarrow m.n = 0.$$

Vậy $m.n = 0$.

Câu 14. Đáp án C.

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_1 ta được

$m.(-5) - 2(3n + 2).2 = 18 \Leftrightarrow -5m - 12n - 8 = 18 \Leftrightarrow 5m + 12n = -26$

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_2 ta được

$(3m - 1).(-5) + 2n.2 = -37 \Leftrightarrow -15m + 5 + 4n = -37 \Leftrightarrow 15m - 4n = 42$

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} 5m + 12n = -26 \\ 15m - 4n = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m + 12n = -26 \\ n = \dfrac{15m - 42}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{15m - 42}{4} \\ 5m + 12.\dfrac{15m - 42}{4} = -26 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{15m - 42}{4} \\ 5m + 3(15m - 42) = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{15m - 42}{4} \\ 50m - 126 = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -3 \end{cases}$$

Vậy $m = 2; n = -3$.

Câu 15. Đáp án D.

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng ta được $3a + b = -5$

Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng ta được $a + b = 2$

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+b=2 \\ 3a+b=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2-a \\ 3a+2-a=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2-a \\ 2a=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-7}{2} \\ b=\dfrac{11}{2} \end{cases}$

Vậy $a=\dfrac{-7}{2};b=\dfrac{11}{2}$.

Câu 16. Đáp án A.

Điều kiện: $x\neq 2;y\neq \dfrac{1}{2}$

Đặt $\dfrac{1}{x-2}=a;\dfrac{1}{2y-1}=b$ khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+b=2 \\ 2a-3b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-b \\ 2(2-b)-3b=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2-b \\ -5b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-b \\ b=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-\dfrac{3}{5} \\ b=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{5} \\ b=\dfrac{3}{5} \end{cases}$

Trả lại biến ta được $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}=\dfrac{7}{5} \\ \dfrac{1}{2y-1}=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-14=5 \\ 6y-3=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{19}{7} \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 17. Đáp án C.

Điều kiện: $x\neq -1;y\neq -1$

Ta có $\begin{cases} \dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}=3 \\ \dfrac{x}{x+1}+\dfrac{3y}{y+1}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}=3 \\ \dfrac{x}{x+1}+3.\dfrac{y}{y+1}=-1 \end{cases}$

Đặt $\dfrac{x}{x+1}=a;\dfrac{y}{y+1}=b$ khi đó ta có hệ phương trình

$\begin{cases} 2a+b=3 \\ a+3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ a+3(3-2a)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ a+9-6a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ -5a=-10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3-2.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

Thay trở lại cách đặt ta được $\begin{cases} \dfrac{x}{x+1}=2 \\ \dfrac{y}{y+1}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2x+2 \\ y=-y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 18. Đáp án C.

Ta sử dụng: Đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $P(a)=0$

Áp dụng mệnh đề trên với $a=-1$, rồi với $a=3$, ta có

$P(-1)=m(-1)^3+(m-2).(-1)^2-(3n-5).(-1)-4n=-n-7$

$P(3)=m.3^3+(m-2).3^2-(3n-5).3-4n=36m-13n-3$

Theo giả thiết, $P(x)$ chia hết cho $x+1$ nên $P(-1)=0$ tức là $-n-7=0$

Tương tự, vì $P(x)$ chia hết cho $x-3$ nên $P(3)=0$ tức là $36m-13n-3=0$

Vậy ta phải giải hệ phương trình $\begin{cases}-n-7=0\\36m-13n-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-7\\36m-13.(-7)-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-7\\m=-\dfrac{22}{9}\end{cases}$

Trả lời: Vậy $m=-\dfrac{22}{9};n=-7$.

Câu 19. Đáp án D.

Ta sử dụng: Đa thức $Q(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $Q(a)=0$

Áp dụng mệnh đề đã cho với $a=2$, rồi với $a=-3$, ta có

$Q(2)=(3m-1)2^3-(2n-5)2^2-n.2-9m-72$

$=24m-8-8n+20-2n-9m-72=15m-10n-60$

$Q(-3)=(3m-1)(-3)^3-(2n-5)(-3)^2-n.(-3)-9m-72$

$=-81m+27-18n+45+3n-9m-72=-90m-15n$

Theo giả thiết, $Q(x)$ chia hết cho $x-2$ nên $Q(2)=0$ tức là $15m-10n-60=0$ (1)

Tương tự, vì $Q(x)$ chia hết cho $x+3$ nên $Q(-3)=0$ tức là $-90m-15n=0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}15m-10n-60=0\\-90m-15n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-6m\\15m-10(-6m)=60\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\dfrac{4}{5}\\n=-\dfrac{24}{5}\end{cases}$$

Trả lời: Vậy $m=\dfrac{4}{5};n=-\dfrac{24}{5}$.

Câu 20. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2}{2x+y}+\dfrac{5}{x+2y}=\dfrac{5}{6}\\\dfrac{3}{2x+y}-\dfrac{4}{x+2y}=-\dfrac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.\dfrac{1}{2x+y}+5.\dfrac{1}{x+2y}=\dfrac{5}{6}\\3.\dfrac{1}{2x+y}-4.\dfrac{1}{x+2y}=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{2x+y}=a;\dfrac{1}{x+2y}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}2a+5b=\dfrac{5}{6}\\3a-4b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

Câu 21. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2}{3x-9y}+\dfrac{6}{x+\sqrt{y}}=3\\\dfrac{4}{x-3y}-\dfrac{9}{x+\sqrt{y}}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{x-3y}+6.\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=3\\4.\dfrac{1}{x-3y}-9.\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=1\end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{x-3y}=a;\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{2}{3}a+6b=3\\4a-9b=1\end{cases}$

Câu 22. Đáp án B.

Điều kiện: $x\neq 0;y\neq 0$

Đặt $\dfrac{1}{x}=a;\dfrac{1}{y}=b$ khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a-b=1\\3a+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\3(1+b)+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\7b=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{2}{7}\\a=1+\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{9}{7}\\b=\dfrac{2}{7}\end{cases}$$

Trả lại biến ta được $\begin{cases}\dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{7}\\\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{9}\\b=\dfrac{7}{2}\end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Khi đó $9x+2y=9.\dfrac{7}{9}+2.\dfrac{7}{2}=14$

Câu 23. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{15x}{\sqrt{y}}-\dfrac{7\sqrt{x}}{y}=9\\\dfrac{4x}{\sqrt{y}}+\dfrac{9\sqrt{x}}{y}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15.\dfrac{x}{\sqrt{y}}-7.\dfrac{\sqrt{x}}{y}=9\\4.\dfrac{x}{\sqrt{y}}+9.\dfrac{\sqrt{x}}{y}=5\end{cases}$

Đặt $\dfrac{x}{\sqrt{y}}=a;\dfrac{\sqrt{x}}{y}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}15a-7b=9\\4a+9b=5\end{cases}$

Câu 24. Đáp án B.

Ta có

$$\begin{cases}3(y-5)+2(x-3)=0\\7(x-4)+3(x+y-1)-14=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y-15+2x-6=0\\7x-28+3x+3y-3-14=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=21\\10x+3y=45\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3y=21-2x\\8x=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\3y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;5)\Rightarrow x^2+y^2=3^2+5^2=34$.

Câu 25. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}2(x+y)+3(x-y)=4\\(x+y)+2(x-y)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2y+3x-3y=4\\x+y+2x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x-y=4\\3x-y=5\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5x-y=4\\y=3x-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x-5\\5x-(3x-5)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x-5\\5x-3x+5=4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = 3.\dfrac{-1}{2} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -\dfrac{13}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{13}{2}\right) \Rightarrow x > y$ và $x - y = 6$.

II. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Câu 1. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 8x - 3y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 8x + 7y - (8x - 3y) = 16 - (-24) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 10y = 40 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 4 \\ 8x + 7.4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(-\dfrac{3}{2}; 4\right)$.

Câu 2. Đáp án D.

Ta giải hệ phương trình bằng cách nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 rồi trừ từng vế của hai phương trình:

$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3(-2) = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;-2)$.

Câu 3. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 12x + 3y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 14x = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;1) \Rightarrow x - y = 2 - 1 = 1$

Câu 4. Đáp án D.

$\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ \left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x\sqrt{2} - \sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x = 1 \end{cases}.$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(1; \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow x + 3\sqrt{3}y = 1 + 3\sqrt{2} - 3 = 3\sqrt{2} - 2$.

Câu 5. Đáp án C.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với $\sqrt{2}$ rồi cộng từng vế của hai phương trình

$$\begin{cases} 5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x\sqrt{6}+y\sqrt{2}=4 \\ x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x\sqrt{6}=6 \\ x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{\sqrt{6}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{6}}.\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{\sqrt{6}} \\ 1-y\sqrt{2}=2 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{1}{\sqrt{6}} \\ y\sqrt{2}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{\sqrt{6}}{6};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$\Rightarrow 6x+3\sqrt{3}y=6.\frac{\sqrt{6}}{6}+3\sqrt{3}.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{6}=-\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 6. Đáp án A.

ĐK: $x\ge 0;y\ge 0$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 5 rồi trừ từng vế của hai phương trình:

$$\begin{cases} 0,3\sqrt{x}+0,5\sqrt{y}=3 \\ 1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5\sqrt{x}+2,5\sqrt{y}=15 \\ 1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4,5\sqrt{y}=13,5 \\ 1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y}=3 \\ 1,5\sqrt{x}-2.3=1,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=9 \\ 1,5\sqrt{x}=7,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=9 \\ \sqrt{x}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=9 \\ x=25 \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(25;9)\Rightarrow xy=25.9=225$.

Câu 7. Đáp án B.

ĐK: $x\ge 0;y\ge 0$

Ta có $\begin{cases} 4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=4 \\ 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=4 \\ 4\sqrt{x}+2\sqrt{y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\sqrt{y}=0 \\ 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y}=0 \\ 2\sqrt{x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases}$ (tm).

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;0)\Rightarrow x.y=0$.

Câu 8. Đáp án C.

ĐK: $x\ne 0$

Ta có $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+y=3 \\ \dfrac{1}{x}-2y=4 \end{cases} \begin{cases} \dfrac{4}{x}+2y=6 \\ \dfrac{1}{x}-2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$ (TM)

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};-1\right)\Rightarrow \dfrac{x}{y}=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10y-3x+3y=99 \\ x-3y-7x+4y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ -6x+y=-17 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+39y=297 \\ -6x+y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x+y=-17 \\ 40y=280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(4;7)$.

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}2(x+y)-3(x-y)=4\\x+4y=2x-y+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2y-3x+3y=4\\x+4y-2x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x+5y=4\\-x+5y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=1\\-x+5y=5\end{cases}(VL)$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 11. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{x+y}{5}=\dfrac{x-y}{3}\\\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3y=5x-5y\\x=2y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=8y\\x=2y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\x=2y+4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\2y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\x=8\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;8)\Rightarrow x>0;y>0$.

Câu 12. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}x+\dfrac{y}{2}=\dfrac{2x-3}{2}\\\dfrac{x}{2}+3y=\dfrac{25-9y}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=2x-3\\4x+24y=25-9y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\4x+33y=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=31\\y=-3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(31;-3)$

$\Rightarrow x>0;y<0$.

Câu 13. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}(x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1)\\(4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x-13y=8\\-42x+5y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}42x-78y=48\\-42x+5y=3\end{cases}$

Câu 14. Đáp án C.

Điều kiện: $x\ge 1;y\ge 0$

Ta có $\begin{cases}3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13\\2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13\\4\sqrt{x-1}-2\sqrt{y}=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4\\7\sqrt{x-1}=21\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}=3\\3.3+2\sqrt{y}=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=9\\2\sqrt{y}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=4\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(10;4)$. Nên $x-y=10-4=6$.

Câu 15. Đáp án B.

Điều kiện: $x\ge -3;y\ge -1$ Ta có $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x+3}-4\sqrt{y+1}=4\\2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\-5\sqrt{y+1}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\\sqrt{x+3}-2.\sqrt{(-1)+1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\\sqrt{x+3}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\x+3=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\x=1\end{cases}(tm)$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-1)$.

Nên $x+y=1+(-1)=0$.

Câu 16. Đáp án A.

Thay $x=3;y=-4$ vào hệ phương trình ta được

$$\begin{cases}2a.3+b(-4)=-1\\ b.3-a.(-4)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a-4b=-1\\ 4a+3b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a-8b=-2\\ 12a+9b=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}17b=17\\ 4a+3b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\ a=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Vậy $a=\dfrac{1}{2};b=1$.

Câu 17. Đáp án D.

Thay $x=2;y=-3$ vào hệ phương trình ta được

$$\begin{cases}4a.2+2b.(-3)=-3\\ 3b.2+a(-3)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a-6b=-3\\ -3a+6b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a=5\\ -3a+6b=8\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ -3.1+6b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ 6b=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=\dfrac{11}{6}\end{cases}$. Vậy $a=1;b=\dfrac{11}{6}$.

Câu 18. Đáp án C.

ĐK: $x\neq 2;y\neq 1$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\ 2.\dfrac{1}{x-2}-3.\dfrac{1}{y-1}=1\end{cases}$$

Đặt $\dfrac{1}{x-2}=u;\dfrac{1}{y-1}=v\,(u;v\neq 0)$ ta có hệ $\begin{cases}u+v=2\\ 2u-3v=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2u+2v=4\\ 2u-3v=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5v=3\\ u+v=2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}v=\dfrac{3}{5}\\ u+\dfrac{3}{5}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=\dfrac{3}{5}\\ u=\dfrac{7}{5}\end{cases}(TM)$$

Thay lại cách đặt ta được $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{7}{5}\\ \dfrac{1}{y-1}=\dfrac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=\dfrac{5}{7}\\ y-1=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{19}{7}\\ y=\dfrac{8}{3}\end{cases}(TM)$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{8}{3}\right)$

Câu 19. Đáp án D.

Điều kiện: $x\geq 0;x\neq 7;y\geq 0$

Đặt $\dfrac{1}{\sqrt{x}-7}=a;\dfrac{1}{\sqrt{y}+6}=b$ ta được $\begin{cases}7a-4b=\dfrac{5}{3}\\ 5a+3b=2\dfrac{1}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}21a-12b=5\\ 20a+12b=2\dfrac{1}{6}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21a - 12b = 5 \\ 41a = \dfrac{41}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ 21.\dfrac{1}{3} - 12b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ b = \dfrac{1}{6} \end{cases}$$

Trả lại biến ta có $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}-7} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{\sqrt{y}+6} = \dfrac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 7 = 3 \\ \sqrt{y} + 6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 0 \end{cases} (TM)$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (100;0)$.

Câu 20. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} \dfrac{x+1}{4} - \dfrac{y}{2} = x + y + 1 \\ \dfrac{x-2}{2} + \dfrac{y-1}{3} = x + y - 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 - 2y = 4x + 4y + 4 \\ 3x - 6 + 2y - 2 = 6x + 6y - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6y = -3 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

Thay $x = 0; y = -\dfrac{1}{2}$ vào phương trình $(m+2)x + 7my = m - 225$ ta được

$(m+2).0 + 7m\left(-\dfrac{1}{2}\right) = m - 225 \Leftrightarrow \dfrac{9}{2}m = 225 \Leftrightarrow m = 50$.

Câu 21. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} \dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{4x-2y+2}{5} \\ \dfrac{2x-3}{4} - \dfrac{y-4}{3} = -2x + 2y - 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 40x + 20 - 15y - 15 = 48x - 24y + 24 \\ 6x - 9 - 4y + 16 = -24x + 24y - 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 9y = -19 \\ 30x - 28y = -31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 120x - 135y = -285 \\ 120x - 112y = -124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{2} \\ y = 7 \end{cases}$$

Thay $x = \dfrac{11}{2}; y = 7$ vào phương trình $6mx - 5y = 2m - 66$ ta được

$6m.\dfrac{11}{2} - 5.7 = 2m - 66 \Leftrightarrow 31m = -31 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 22. Đáp án B.

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-4;-2) \Leftrightarrow -4a + b = -2$ (1)

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $B(2;1) \Leftrightarrow 2a + b = 1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} -4a + b = -2 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a = -3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ 2.\dfrac{1}{2} + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 0 \end{cases}$

Vậy $a=\frac{1}{2};b=0$.

III. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số

Câu 1. Đáp án B.

Thay $x=1;y=3$ vào hệ ta có: $\begin{cases}2.1+b.3=a\\ b.1+a.3=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-3b=2\\ 3a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-9b=6\\ 3a+b=5\end{cases}$

$\begin{cases}10b=-1\\ 3a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-\dfrac{1}{10}\\ a=\dfrac{17}{10}\end{cases}$.

Vậy $a=\frac{-1}{10};b=\frac{17}{10}$ thì hệ phương trình có nghiệm $x=1,y=3\Rightarrow 10(a+b)=16$

Câu 2. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}x+2y=m+3\\ 2x-3y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4y=2m+6\\ 2x-3y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=m+3\\ 7y=m+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5m+9}{7}\\ y=\dfrac{m+6}{7}\end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{5m+9}{7};\frac{m+6}{7}\right)$

Lại có $x+y=-3$ hay

$\frac{5m+9}{7}+\frac{m+6}{7}=-3\Leftrightarrow 5m+9+m+6=-21\Leftrightarrow 6m=-36\Leftrightarrow m=-6$

Vậy với $m=-6$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x,y) thỏa mãn $x+y=-3$.

Câu 3. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases}2x+y=5m-1\\ x-2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5m-1-2x\\ x-2(5m-1-2x)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5m-1-2x\\ 5x=10m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2m\\ y=m-1\end{cases}$

Thay vào $x^2-2y^2=-2$ ta có $x^2-2y^2=-2\Leftrightarrow(2m)^2-2(m-1)^2=-2$

$\Leftrightarrow 2m^2+4m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-2\end{array}\right.$.

Vậy $m\in -2;0$.

Câu 4. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}2x+3y=\dfrac{7}{2}-m\\ 4x-y=5m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+6y=7-2m\\ 4x-y=5m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7y=7-7m\\ 4x-y=5m\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-m\\ 4x-(1-m)=5m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-m\\ x=4m+14\end{cases}$

Thay vào $x^2+y^2=\dfrac{25}{16}$ ta có $x^2+y^2=\dfrac{25}{16} \Leftrightarrow \left(\dfrac{4m+1}{4}\right)^2+(1-m)^2=\dfrac{25}{16}$

$\Leftrightarrow 16m^2+8m+1+16m^2-32m+16=25$

$\Leftrightarrow 32m^2-24m-8=0 \Leftrightarrow 4m^2-3m-1=0$

$\Leftrightarrow 4m^2-4m+m-1=0 \Leftrightarrow (4m+1)(m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$

Mà $m>\dfrac{1}{2} \Rightarrow m=1$ thỏa mãn. Vậy $m=1$.

Câu 5. Đáp án D.

Thay $m=2$ vào hệ ta được $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(1;1)$ khi $m=2$.

Câu 6. Đáp án A.

Thay $m=1$ vào hệ phương trình đã cho ta được:

$\begin{cases} x-y=2 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y=4 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=9 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(3;1)$ khi $m=1$.

Câu 7. Đáp án A.

Từ $(m-1)x+y=2$ thế vào phương trình còn lại ta được phương trình:

$mx+2-(m-1)x=m+1 \Leftrightarrow x=m-1$ suy ra $y=2-(m-1)^2$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)=\ m-1;2-(m-1)^2$

$2x+y=2(m-1)+2-(m-1)^2=-m^2+4m-1=3-(m-2)^2 \le 3$ với mọi m.

Câu 8. Đáp án B.

Từ phương trình (1) $x-my=m \Leftrightarrow x=m+my$ thế vào phương trình (2) ta được phương trình:

$m(m+my)+y=1 \Leftrightarrow m^2+m^2y+y=1 \Leftrightarrow (m^2+1)y=1-m^2 \Leftrightarrow y=\dfrac{1-m^2}{1+m^2}$

(vì $1+m^2>0;\forall m$)suy ra $x=m+m.\dfrac{1-m^2}{1+m^2}=\dfrac{2m}{1+m^2}$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{2m}{1+m^2};\dfrac{1-m^2}{1+m^2}\right)$

$\Rightarrow x-y=\dfrac{2m}{1+m^2}-\dfrac{1-m^2}{1+m^2}=\dfrac{m^2+2m-1}{1+m^2}$

Câu 9. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} (m-2)x-3y=-5 \\ x+my=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)(3-my)-3y=-5 \\ x=3-my \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - m^2y - 6 + 2my - 3y = -5 \\ x = 3 - my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m2 - 2m + 3)y = 3m - 1(1) \\ x = 3 - my(2) \end{cases}.$$

Ta có: $m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 > 0\ \forall m$ nên PT (1) có nghiệm duy nhất $\forall m$ Hay hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\forall m$

Từ (1) ta có: $y = \dfrac{3m-1}{m^2 - 2m + 3}$ thay vào (2) ta có $x = \dfrac{9 - 5m}{m^2 - 2m + 3}$

Vậy $(x;y) = \left(\dfrac{9-5m}{m^2-2m+3}; \dfrac{3m-1}{m^2-2m+3}\right)$

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m + 1 \\ 2x + my = 1 - m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m - 1 \\ 2x + m(mx - 2m - 1) = 1 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m - 1 \\ 2x + m^2x - 2m^2 - m = 1 - m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 2)x = 2m^2 + 1(1) \\ y = mx - 2m - 1(2) \end{cases}$$

Ta có: $m^2 + 2 > 0; \forall m$ nên PT (1) có nghiệm duy nhất $\forall m$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\forall m$

Từ (1) ta có: $x = \dfrac{2m^2+1}{m^2+2}$ thay vào (2) ta có $y = m.\dfrac{2m^2+1}{m^2+2} - 2m - 1 = \dfrac{-m^2 - 3m - 2}{m^2 + 2}$

Vậy $(x;y) = \left(\dfrac{2m^2+1}{m^2+2}; \dfrac{-m^2-3m-2}{m^2+2}\right)$.

Câu 11. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 2 \\ y = 3 - m \end{cases} \Rightarrow A = xy + x - 1 = 8 - (m-1)^2 \Rightarrow A_{max} = 8$ khi $m = 1$.

Câu 12. Đáp án B.

Xét hệ $\begin{cases} x + my = m + 1 & (1) \\ mx + y = 2m & (2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow y = 2m - mx$ thay vào (1) ta

được $x + m(2m - mx) = m + 1 \Leftrightarrow 2m^2 - m^2x + x = m + 1$

$\Leftrightarrow (1 - m^2)x = -2m^2 + m + 1 \Leftrightarrow (m^2 - 1)x = 2m^2 - m - 1\,(3)$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (3) có nghiệm duy nhất $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

Khi đó hệ đã cho có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \dfrac{2m+1}{m+1} \\ y = \dfrac{m}{m+1} \end{cases}$

Ta có $x\begin{cases}x\ge 2\\ y\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2m+1}{m+1}\ge 2\\ \dfrac{m}{m+1}\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-1}{m+1}\ge 0\\ \dfrac{-1}{m+1}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m+1<0\Leftrightarrow m<-1$

Kết hợp với $(*)$ ta được giá trị m cần tìm là $m<-1$.

Câu 13. Đáp án C.

Ta xét 2 trường hợp:

+ Nếu $a=0$, hệ có dạng: $\begin{cases}2x=-4\\ -3y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=-\dfrac{5}{3}\end{cases}$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất.

+ Nếu $a\neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: $\dfrac{2}{a}\neq\dfrac{a}{-3}\Leftrightarrow a^2\neq -6$ (luôn đúng, vì $a^2\ge 0$ với mọi a)

Do đó, với $a\neq 0$, hệ luôn có nghiệm duy nhất.

Tóm lại hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất với mọi a.

Câu 14. Đáp án B.

$\begin{cases}mx+y=2m\\ x+my=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2m-mx\\ x+m(2m-mx)=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2m-mx\\ x+2m^2-m^2x=m+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=2m-mx\\ x(m^2-1)=2m^2-m-1\end{cases}$.

Với $m^2-1=0\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm 1$

Nếu $m=1$ ta được $0x=0$ (đúng với $\forall x$) $\Rightarrow$ hệ phương trình có vô số nghiệm

Nếu $m=-1$ ta được $0x=2$ (vô lí) $\Rightarrow\Rightarrow$ hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy $m=1$ thì hệ đã cho vô số nghiệm.

Câu 15. Đáp án A.

Từ PT (1) ta có: $y=(a+1)x-(a+1)\ (*)$ thế vào PT (2) ta được:

$x+(a-1)\left[(a+1)x-(a+1)\right]=2$

$\Leftrightarrow x+(a^2-1)x-(a^2-1)=2\Leftrightarrow a^2x=a^2+1\ (3)$

Với $a\neq 0$, phương trình (3) có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{a^2+1}{a^2}$. Thay vào $(*)$ ta có:

$y=(a+1)\dfrac{a^2+1}{a^2}-(a+1)=\dfrac{(a+1)(a^2+1)-a^2(a+1)}{a^2}$

$=\dfrac{a^3+a+a^2+1-a^3-a^2}{a^2}=\dfrac{a+1}{a^2}$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{a^2+1}{a^2};\dfrac{a+1}{a^2}\right)$

$\Rightarrow x+y=\dfrac{a^2+1}{a^2}+\dfrac{a+1}{a^2}=\dfrac{a^2+a+2}{a^2}$

Câu 16. Đáp án C.

$$\begin{cases} mx - y = m^2 \\ 2x + my = -m^3 + 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - m^2 \\ 2x + m(mx - m^2) = -m^3 + 2m + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - m^2 \\ x(m^2 + 2) = 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2m+2}{m^2+2} \\ y = m.\dfrac{2m+2}{m^2+2} - m^2 \end{cases}$$

$$x = \frac{2m+2}{m^2+2} y = \frac{-m^4 + 2m}{m^2+2} \Leftrightarrow (vì m^2 + 2 > 0; \forall m\ )$$

Suy ra $x - y = \dfrac{m^4 + 2}{m^2 + 2}$.

Câu 17. Đáp án D.

Từ PT (1) ta có: $y = (a+1)x - (a+1)\quad (*)$ thế vào PT (2) ta được

$x + (a-1)\left[(a+1)x - (a+1)\right] = 2$

$\Leftrightarrow x + (a^2 - 1)x - (a^2 - 1) = 2 \Leftrightarrow a^2 x = a^2 + 1\ (3)$

Với $a \neq 0$, phương trình (3) có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{a^2+1}{a^2}$. Thay vào $(*)$ ta có:

$$y = (a+1)\frac{a^2+1}{a^2} - (a+1) = \frac{(a+1)(a^2+1) - a^2(a+1)}{a^2}$$

$$= \frac{a^3 + a + a^2 + 1 - a^3 - a^2}{a^2} = \frac{a+1}{a^2}$$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{a^2+1}{a^2}; \dfrac{a+1}{a^2}\right)$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a^2+1}{a^2} \in \mathbb{Z} \\ \dfrac{a+1}{a^2} \in \mathbb{Z} \end{cases} (a \in \mathbb{Z})$

Điều kiện cần: $x = \dfrac{a^2+1}{a^2} = 1 + \dfrac{1}{a^2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2} \in \mathbb{Z}$ mà $a^2 > 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$ (TM $a \neq 0$)

Điều kiện đủ: $a = -1 \Rightarrow y = 0 \in \mathbb{Z}$ (nhận); $a = 1 \Rightarrow y = 2 \in \mathbb{Z}$ (nhận)

Vậy $a = \pm 1$ hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Câu 18. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} x + y = 2 \\ mx - y = m \end{cases} \Rightarrow x + mx = 2 + m \Rightarrow x(m+1) = m + 2$ Nếu $m = -1 \Rightarrow 0.x = 1$ (vô lí)

Nếu $m \neq -1 \Rightarrow x = \dfrac{m+2}{m+1} = 1 + \dfrac{1}{m+1}$

Để hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên duy nhất $\Rightarrow x$ nguyên $\Rightarrow m = 0; m = -2$

Với $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Với $m = -2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Câu 19. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ mx - y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ m(2-2y) - y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ (2m+1)y = m \end{cases}$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $m \neq -\dfrac{1}{2}$

Suy ra $y = \dfrac{m}{2m+1} \Rightarrow x = 2 - 2.\dfrac{m}{2m+1} \Rightarrow x = \dfrac{2m+2}{2m+1}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \dfrac{2m+2}{2m+1} \\ y = \dfrac{m}{2m+1} \end{cases}$

Để $\begin{cases} x > 1 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2m+2}{2m+1} > 1 \\ y = \dfrac{m}{2m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2m+1} > 0 \\ \dfrac{m}{2m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 0$

Kết hợp điều kiện $m \neq -\dfrac{1}{2}$ ta có $m > 0$.

Câu 20. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \ 2; -2$

Khi đó $x = \dfrac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \dfrac{(2m+3)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \dfrac{2m+3}{m+2} \Rightarrow y = m.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2m = \dfrac{-m}{m+2}$

$\begin{cases} x = \dfrac{2m+3}{m+2} \\ y = \dfrac{-m}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \dfrac{1}{m+2} \\ y = -1 + \dfrac{2}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 - \dfrac{2}{m+2} \\ y = -1 + \dfrac{2}{m+2} \end{cases} \Rightarrow 2x + y = 3$

Vậy hệ thức không phụ thuộc vào m là $2x + y = 3$.

Câu 21. Đáp án D.

$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m(1 - my) - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m - m^2y - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ y(m^2 + 1) = 2m \end{cases}$

Do $m^2 + 1 \geq 1 > 0 \Rightarrow y = \dfrac{2m}{m^2+1} \Rightarrow x = 1 - my = 1 - \dfrac{2m^2}{m^2+1} = \dfrac{1 - m^2}{m^2+1}$

Xét

$x^2 + y^2 = \dfrac{4m^2}{(1+m^2)^2} + \dfrac{(1-m^2)^2}{(1+m^2)^2} = \dfrac{4m^2 + 1 - 2m^2 + m^4}{(1+m^2)^2} = \dfrac{m^4 + 2m^2 + 1}{(1+m^2)^2} = \dfrac{(1+m^2)^2}{(1+m^2)^2} = 1$

Vậy $x^2 + y^2 = 1$ không phụ thuộc vào giá trị của m.

Câu 22. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2;2$

Khi đó $x = \dfrac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \dfrac{(2m+3)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \dfrac{2m+3}{m+2} \Rightarrow y = m.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2m$

Thay $\begin{cases} x = \dfrac{2m+3}{m+2} \\ y = \dfrac{-m}{m+2} \end{cases}$ vào phương trình $6x - 2y = 13$ ta được:

$6.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2.\dfrac{-m}{m+2} = 13 \Leftrightarrow \dfrac{14m+18}{m+2} = 13 \Rightarrow 14m + 18 = 13m + 26 \Leftrightarrow m = 8 \ TM$.

Vậy $m = 8$ là giá trị cần tìm.

Câu 23. Đáp án A.

Từ hệ phương trình $\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} 4x - y = -2 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2y = -4 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 1 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{10} \\ y = \dfrac{1}{25} \end{cases}$

Thay $x = \dfrac{1}{10}$ vào $y = \dfrac{12}{5}$ phương trình $x + (m+1)y = 1$

Ta được $\dfrac{1}{10} + (m+1).\dfrac{12}{5} = 1 \Leftrightarrow 1 + 24(m+1) = 10 \Leftrightarrow 24m = -15 \Leftrightarrow m = -\dfrac{5}{8}$.

PHẦN III.BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y=8 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=14 \end{cases}$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x+y=1 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{y}{5}-\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{1}{10} \\ \dfrac{y}{2}-\dfrac{x+y}{5}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=0 \\ \dfrac{4}{y+4}=\dfrac{9}{x+8} \end{cases}$

d. $\begin{cases} x-y=20 \\ x-\dfrac{x}{8}=y+\dfrac{x}{8} \end{cases}$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{2}x+y=1-\sqrt{6} \end{cases}$

b. $\begin{cases} x-y\sqrt{3}=0 \\ x\sqrt{3}+2y=1+\sqrt{3} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \sqrt{2}x-\sqrt{5}y=1 \\ x+\sqrt{5}y=\sqrt{2} \end{cases}$

d. $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{5}y=2 \\ x+\sqrt{5}y=2 \end{cases}$

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} \left(3-\sqrt{5}\right)x-3y=3+5\sqrt{5} \\ 4x+y=4-2\sqrt{5} \end{cases}$

b. $\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1 \end{cases}$

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 4x-3y+5(x-y)=1 \\ 2x-4(2y-1)=1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3(x-7)-6(x-y+1)=0 \\ 4(x-1)+2(x-2y+7)=0 \end{cases}$

Bài 6. Xác định các giá trị của *a*, *b* để hệ phương trình: $\begin{cases} 3x+by=5 \\ ax+by=12 \end{cases}$

a. Có nghiệm $(1;2)$

b. Có nghiệm $(-2;2)$

Bài 7. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{7}{x-1}+\dfrac{5}{y+2}=1 \\ \dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{y+2}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y} - \dfrac{1}{x-2y} = 1 \\ \dfrac{20}{x+2y} + \dfrac{3}{x-2y} = 1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} \dfrac{5}{x+y-3} - \dfrac{2}{x-y+1} = 8 \\ \dfrac{3}{x+y-3} + \dfrac{1}{x-y+1} = 3 \end{cases}$

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-2y=a \\ 15x-10y=5 \end{cases}$

a. Có vô số nghiệm với $a=1$

b. Vô nghiệm với $a \neq 1$

Bài 9. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} -5x+y=10 \\ x+3y=-18 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x-3y=-10 \\ 2x+5y=8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{6}{5}y=\dfrac{27}{10} \\ x-\dfrac{9}{2}y=-\dfrac{15}{2} \end{cases}$

d. $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{4}y=2 \\ \dfrac{2}{5}x+y=18 \end{cases}$

Bài 10. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} 5x+3y=19 \\ 2x+9y=31 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 15x+8y=46 \\ x-\dfrac{3}{5}y=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x-4y=10 \\ -6x+8y=-17 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 5x-4y=20 \\ \dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{5}y=1 \end{cases}$

Bài 11. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-17 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)=14 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2(x+1)-5(y+1)=8 \\ 3(x+1)-2(y+1)=1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 4(x-1)-2(3y+1)+5=0 \\ 8(x-1)-5(3y+1)=-9 \end{cases}$

Bài 12. Giải hệ phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1 \end{cases}$$

Bài 13. Xác định các hệ số *a*, *b* để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm *M* và *N* trong mỗi trường hợp sau:

a. $M(1;3)$ và $N(-2;2)$

b. $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ và $N\left(2;\sqrt{3}\right)$

c. $M(0;0)$ và $N(3;3)$

d. $M(-1;4)$ và $N(4;-1)$

Bài 14. Xác định giá trị của các hệ số *m*, *n* sao cho:

a. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+my=n \\ mx+ny=5 \end{cases}$ có nghiệm là $x=2; y=5$?

b. Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=m \\ 3x+2y-n=1 \end{cases}$ có nghiệm là $x=1; y=2$?

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. $\begin{cases} \dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1 \\ \dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases}$

c*. $\begin{cases} 2|x-6|+3|y+1|=5 \\ 5|x-6|-4|y+1|=1 \end{cases}$

d*. $\begin{cases} 4|x+y|+3|x-y|=8 \\ 3|x+y|-5|x-y|=6 \end{cases}$

Bài 16*. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=5 \\ x-2y-3z=0 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x+3y+2z=8 \\ 2x+y+z=6 \\ 3x+y+z=6 \end{cases}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 2(2y-6)-y=4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 4y-12-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 3y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2.\left(\dfrac{16}{3}\right)-6 \\ y=\dfrac{16}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{14}{3} \\ y=\dfrac{16}{3} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{16}{3}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x-y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 2(3y+5)-y=-8 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 6y+10-y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 5y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3.\left(-\dfrac{18}{5}\right)+5 \\ y=-\dfrac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{29}{5} \\ y=-\dfrac{18}{5} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(-\dfrac{29}{5};-\dfrac{18}{5}\right)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+10 \\ (y+10)+y=8 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 2y + 10 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 10 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(9;-1)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2(3x - 5) = 14 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 6x - 10 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 11x = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{24}{11} \\ y = 3.\left(\dfrac{24}{11}\right) - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{24}{11} \\ y = \dfrac{17}{11} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{24}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x + y = 1 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 3x + 2\left(-\dfrac{1}{2}x + 1\right) = 10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 3x - x + 2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -\dfrac{1}{2}.4 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(4;-1)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{y}{5} - \dfrac{x-y}{2} = \dfrac{1}{10} \\ \dfrac{y}{2} - \dfrac{x+y}{5} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 5(x - y) = 1 \\ 5y - 2(x + y) = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 5x + 5y = 1 \\ 5y - 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 7y = 1 \\ -2x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ -2x + 3\left(\dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7}\right) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ -2x + \dfrac{15}{7}x + \dfrac{3}{7} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ \dfrac{1}{7}x = \dfrac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(11;8)$.

c. Hệ phương trình đã cho có điều kiện là: $x \ne -8; y \ne -4$

Khi đó, biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=0 \\ \dfrac{4}{y+4}=\dfrac{9}{x+8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ 4(x+8)=9(y+4) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ 4(x+8)=9(y+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ 4x+32=9y+36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3}y \\ 4x-9y=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3}y \\ 4x-9y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3}y \\ 4.\left(\dfrac{2}{3}y\right)-9y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{8}{19} \\ y=-\dfrac{12}{19} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(-\dfrac{8}{19};-\dfrac{12}{19}\right)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-y=20 \\ x-\dfrac{x}{8}=y+\dfrac{x}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ 8x-x=8y+x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ 8x-x=8y+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ 6x-8y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ 6(y+20)-8y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ -2y=-120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=80 \\ y=60 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(80;60)$.

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{2}x+y=1-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2\sqrt{2}y+\sqrt{3} \\ \sqrt{2}\left(2\sqrt{2}y+\sqrt{3}\right)+y=1-\sqrt{6} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2\sqrt{2}y+\sqrt{3} \\ 4y+\sqrt{6}+y=1-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2\sqrt{2}y+\sqrt{3} \\ 5y=1-2\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2\sqrt{2}.\left(\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5}\right)+\sqrt{3} \\ y=\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2\sqrt{2}.\left(\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5}\right)+\sqrt{3} \\ y=\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2\sqrt{2}-4\sqrt{12}+5\sqrt{3}}{5} \\ y=\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{5} \\ y=\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{5};\dfrac{1-2\sqrt{6}}{5}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}x-\sqrt{3}y=0\\ \sqrt{3}x+2y=1+\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\sqrt{3}y\\ \sqrt{3}\left(\sqrt{3}y\right)+2y=1+\sqrt{3}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=\sqrt{3}y\\ 3y+3y=1+\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\sqrt{3}.\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\right)\\ y=\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3+\sqrt{3}}{5}\\ y=\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{5};\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\right)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2}x-\sqrt{5}y=1\\ x+\sqrt{5}y=\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\\ \sqrt{2}x-\sqrt{5}y=1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\\ \sqrt{2}x-\sqrt{5}y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\\ \sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}y=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\\ \sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}y+\sqrt{2}\\ -\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)y=-1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-\sqrt{5}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)}\right)\\ y=\dfrac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}\end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(1;\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}\right)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2}x+\sqrt{5}y=2\\ x+\sqrt{5}y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y+2\right)+\sqrt{5}y=2\\ x=-\sqrt{5}y+2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{5}\left(1-\sqrt{2}\right)y=2\left(1-\sqrt{2}\right)\\ x=-\sqrt{5}y+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\\ x=-\sqrt{5}\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\\ x=0\end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(0;\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}\left(3-\sqrt{5}\right)x-3y=3+5\sqrt{5}\\ 4x+y=4-2\sqrt{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(3-\sqrt{5}\right)x-3\left(-4x+4-2\sqrt{5}\right)=3+5\sqrt{5}\\ y=-4x+4-2\sqrt{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(15-\sqrt{5}\right)x=15-\sqrt{5}\\ y=-4x+4-2\sqrt{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=-2\sqrt{5}\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(1;-2\sqrt{5}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}\left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3}\\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3}\\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)\left[\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3}\right]=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3}\\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)x-\left(\sqrt{3}+1\right)\sqrt{3}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3}\\ 3x=4+\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\dfrac{4+\sqrt{3}}{3}\right)-\sqrt{3}\\ x=\dfrac{4+\sqrt{3}}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\dfrac{4\sqrt{3}-4+3-\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}\\ x=\dfrac{4+\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=-\dfrac{1}{3}\\ x=\dfrac{4+\sqrt{3}}{3}\end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{4+\sqrt{3}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}4x-3y+5(x-y)=1\\ 2x-4(2y-1)=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4x-3y+5(x-y)=1\\ 2x-4(2y-1)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x-3y+5x-5y=1\\ 2x-8y+4=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}9x-8y=1\\ 2x-8y=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9x-8y=1\\ x=4y-\dfrac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9\left(4y-\dfrac{3}{2}\right)-8y=1\\ x=4y-\dfrac{3}{2}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 36y - \dfrac{27}{2} - 8y = 1 \\ x = 4y - \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28y = 1 + \dfrac{27}{2} \\ x = 4y - \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{29}{56} \\ x = 4.\left(\dfrac{29}{56}\right) - \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{29}{56} \\ x = \dfrac{4}{7} \end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\dfrac{4}{7}; \dfrac{29}{56}\right)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 3(x-7) - 6(x-y+1) = 0 \\ 4(x-1) + 2(x-2y+7) = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 21 - 6x + 6y - 6 = 0 \\ 4x - 4 + 2x - 4y + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 6y = 27 \\ 6x - 4y = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 9 \\ 6x - 4y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 9 \\ 6(2y-9) - 4y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 9 \\ 8y = 44 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \dfrac{11}{2} \end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(2; \dfrac{11}{2}\right)$.

Bài 6. Hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + by = 5 \\ ax + by = 12 \end{cases}$

a. Có nghiệm $(1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3.1 + b.2 = 5 \\ a.1 + b.2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2b = 5 \\ a + b = 12 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2b = 5 \\ a + b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 2 \\ a + b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a + 1 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 11 \end{cases}$$

Vậy, hệ số $a = 11; b = 1$.

b. Có nghiệm $(-2;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3.(-2) + b.2 = 5 \\ a.(-2) + b.2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 2b = 5 \\ -2a + 2b = 12 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 11 \\ -a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{11}{2} \\ a = \dfrac{11}{2} - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{11}{2} \\ a = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy, hệ số $a = -\dfrac{1}{2}; b = \dfrac{11}{2}$.

Bài 7.

a. Điều kiện $x \neq 0; y \neq 0$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x} = a; \dfrac{1}{y} = b$

Khi đó, hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=\frac{1}{3}\\ a-b=\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left(b+\frac{1}{12}\right)+b=\frac{1}{3}\\ a=b+\frac{1}{12}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2b=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\\ a=b+\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b=\frac{1}{4}\\ a=b+\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=\frac{1}{8}\\ a=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=\frac{1}{8}\\ a=\frac{5}{24}\end{cases}$

Với $\begin{cases}b=\frac{1}{8}\\ a=\frac{5}{24}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{y}=\frac{1}{8}\\ \frac{1}{x}=\frac{5}{24}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{24}{5}\\ y=8\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\frac{24}{5};8\right)$.

b. Điều kiện: $x\neq 1; y\neq -2$. Đặt ẩn phụ: $\frac{1}{x-1}=a;\frac{1}{y+2}=b$

khi đó, hệ phương trình $\begin{cases}\frac{7}{x-1}+\frac{5}{y+2}=1\\ \frac{1}{x-1}-\frac{1}{y+2}=\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7a+5b=1\\ a-b=\frac{1}{12}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}7a+5b=1\\ a-b=\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7\left(b+\frac{1}{12}\right)+5b=1\\ a=b+\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12b=\frac{5}{12}\\ a=b+\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=\frac{5}{144}\\ a=\frac{17}{144}\end{cases}$

Với $\begin{cases}b=\frac{5}{144}\\ a=\frac{17}{144}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{y+2}=\frac{5}{144}\\ \frac{1}{x-1}=\frac{17}{144}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y+2=\frac{144}{5}\\ x-1=\frac{144}{17}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{144}{5}-2\\ x=\frac{144}{17}+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{134}{5}\\ x=\frac{161}{17}\end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\frac{161}{17};\frac{134}{5}\right)$.

c. Điều kiện: $x\neq \pm 2y$. Đặt ẩn phụ: $\frac{1}{x+2y}=a;\frac{1}{x-2y}=b$

khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y} - \dfrac{1}{x-2y} = 1 \\ \dfrac{20}{x+2y} + \dfrac{3}{x-2y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 1 \\ 20a + 3b = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a - 1 \\ 20a + 3(4a-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a - 1 \\ 32a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{8} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Với $\begin{cases} a = \dfrac{1}{8} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+2y} = \dfrac{1}{8} \\ \dfrac{1}{x-2y} = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Kết luận, vậy hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

d. Điều kiện: $\begin{cases} x + y \neq 3 \\ x - y \neq 1 \end{cases}$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x+y-3} = a; \dfrac{1}{x-y+1} = b$

Khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{5}{x+y-3} - \dfrac{2}{x-y+1} = 8 \\ \dfrac{3}{x+y-3} + \dfrac{1}{x-y+1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 2b = 8 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{14}{11} \\ b = -\dfrac{9}{11} \end{cases}$

Với $\begin{cases} a = \dfrac{14}{11} \\ b = -\dfrac{9}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+y-3} = \dfrac{14}{11} \\ \dfrac{1}{x-y+1} = -\dfrac{9}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3 = \dfrac{11}{14} \\ x - y + 1 = -\dfrac{11}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \dfrac{53}{14} \\ x - y = -\dfrac{19}{9} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{211}{252} \\ y = \dfrac{743}{252} \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases} x = \dfrac{211}{252} \\ y = \dfrac{743}{252} \end{cases}$

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$

a. Với $a = 1$, ta có: $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

Hệ phương trình với $a=1$ là hệ gồm hai phương trình giống nhau (hai đường thẳng trùng nhau) nên chúng có vô số nghiệm.

Nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Cách 2: Ta có thể nhìn nhanh số nghiệm của hệ phương trình khi lập tỉ số các hệ số của hai đường thẳng:

Vì: $\dfrac{3}{15} = \dfrac{-2}{-10} = \dfrac{1}{5}$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

b. Với $a \neq 1$. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$

Vì $a \neq 1$ nên $\dfrac{3}{15} = \dfrac{-2}{-10} \neq \dfrac{a}{5}$. Do đó, hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 9. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} -5x + y = 10 \\ x + 3y = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15x + 3y = 30 \\ x + 3y = -18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 16x = -48 \\ x + 3y = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-3;-5)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ 4x + 10y = 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 13y = 26 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-1;2)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{6}{5}y = \dfrac{27}{10} \\ x - \dfrac{9}{2}y = -\dfrac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 12y = 27 \\ 2x - 9y = -15 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 12y = 27 \\ 2x - 9y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x + 24y = 54 \\ 10x - 45y = -75 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -21y = -21 \\ 2x - 9y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-3;1)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{4}y = 2 \\ \dfrac{2}{5}x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{3}x - y = 8 \\ \dfrac{2}{5}x + y = 18 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{26}{15}x = 26 \\ \dfrac{2}{5}x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ \dfrac{2}{5}.15 + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(15;12)$.

Bài 10. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình: $\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 2x + 9y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 6y = 38 \\ 10x + 45y = 155 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 39y = 117 \\ 5x + 3y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 5x + 9 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(2;3)$.

b. Biến đổi hệ phương trình: $\begin{cases} 15x + 8y = 46 \\ x - \dfrac{3}{5}y = \dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 8y = 46 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 8y = 46 \\ 15x - 9y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 34 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 5x - 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(2;2)$.

c. Hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ -6x + 8y = -17 \end{cases}$ có tỉ lệ giữa các hệ số là: $\dfrac{3}{-6} = \dfrac{-4}{8} \neq \dfrac{10}{-17}$ dạng $\left(\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} \neq \dfrac{c}{c'}\right)$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

d. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 4y = 20 \\ \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{5}y = 1 \end{cases}$ có tỉ lệ giữa các hệ số là: $\dfrac{5}{\left(\dfrac{1}{4}\right)} = \dfrac{-4}{\left(-\dfrac{1}{5}\right)} = \dfrac{20}{1}$ dạng $\left(\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}\right)$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

Với nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \dfrac{5}{4}x - 5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = \dfrac{4}{5}y + 4 \end{cases}$

Bài 11. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 5(x + 2y) - 3(x - y) = 99 \\ x - 3y = 7x - 17 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y - 3x + 3y = 99 \\ 6x + 3y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 13y = 99 \\ 6x + 3y = 17 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+39y=297 \\ 6x+3y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36y=280 \\ 6x+3y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{70}{9} \\ 6x+3\left(\dfrac{70}{9}\right)=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{19}{18} \\ y=\dfrac{70}{9} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(-\dfrac{19}{18};\dfrac{70}{9}\right)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)=14 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=21 \\ 7x-28+3x+3y-3=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=21 \\ 10x+3y=45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x=24 \\ 3y=21-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 3y=21-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(3;5)$

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+1)-5(y+1)=8 \\ 3(x+1)-2(y+1)=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2-5y-5=8 \\ 3x+3-2y-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5y=11 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x-15y=33 \\ 6x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y=-33 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ 3x=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(-2;-3)$

** (Những bài toán khá đơn giản như thế này chúng ta không nên đặt ẩn phụ, bởi sẽ tạo ra nhiều bước thực hiện để hoàn thành bài toán. Cách tốt nhất là khai triển, rồi làm gọn hệ phương trình đã cho. Sau đó giải theo phương pháp thầy đã nêu.)*

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 4(x-1)-2(3y+1)+5=0 \\ 8(x-1)-5(3y+1)=-9 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-4-6y-2+5=0 \\ 8x-8-15y-5=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-6y=1 \\ 8x-15y=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x-12y=2 \\ 8x-15y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=-2 \\ 4x=6y+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{2}{3} \\ 4x=6.\left(-\dfrac{2}{3}\right)+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{3}{4} \\ y=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(-\frac{3}{4};-\frac{2}{3}\right)$

Bài 12. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

Biến đổi phương trình $\begin{cases}\left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3}\\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3}\\ \left(\sqrt{3}-1\right)x+\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)y=\sqrt{3}-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3}\\ \left(\sqrt{3}-1\right)x+2y=\sqrt{3}-1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3y=-1\\ \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{1}{3}\\ \left(\sqrt{3}-1\right)x=y+\sqrt{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{1}{3}\\ x=\frac{y+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{1}{3}\\ x=\frac{-\frac{1}{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{1}{3}\\ x=\frac{3\sqrt{3}-1}{3\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(3+\sqrt{3}+1\right)}{3\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{4+\sqrt{3}}{3}\end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\frac{4+\sqrt{3}}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Bài 13. Xác định các hệ số *a*, *b* để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm *M* và *N* trong mỗi trường hợp sau:

a. Hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M\left(1;3\right)$ và $N\left(-2;2\right)$:

Điểm $M\left(1;3\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $3=a+b\quad(1)$

Điểm $N\left(-2;2\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $2=-2a+b\quad(2)$

Suy ra: *a*, *b* là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3=a+b\\ 2=-2a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ b=\frac{8}{3}\end{cases}$

Vậy, $a=\frac{1}{3}$ và $b=\frac{8}{3}$.

b. Hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ và $N\left(2;\sqrt{3}\right)$:

Điểm $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $\sqrt{3}=-a+b \quad (1)$

Điểm $N\left(2;\sqrt{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $\sqrt{3}=2a+b \quad (2)$

Suy ra: *a, b* là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{3}=-a+b\\ \sqrt{3}=2a+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=0\\ b=\sqrt{3}\end{cases}$

Vậy, $\begin{cases}a=0\\ b=\sqrt{3}\end{cases}$.

c. Hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M\left(0;0\right)$ và $N\left(3;3\right)$:

Điểm $M\left(0;0\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $b=0 \quad (1)$

Điểm $N\left(3;3\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $3=3a+b \quad (2)$

Suy ra: *a, b* là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}b=0\\ 3=3a+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=0\end{cases}$

Vậy, $\begin{cases}a=1\\ b=0\end{cases}$.

d. Hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $M\left(1;-4\right)$ và $N\left(4;-1\right)$:

Điểm $M\left(1;-4\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $4=-a+b \quad (1)$

Điểm $N\left(4;-1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $-1=4a+b \quad (2)$

Suy ra: *a, b* là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4=-a+b\\ -1=4a+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=3\end{cases}$

Vậy, $\begin{cases}a=-1\\ b=3\end{cases}$.

Bài 14. Xác định giá trị của các hệ số *m, n* sao cho:

a. Hệ phương trình $\begin{cases}2x+my=n\\ mx+ny=5\end{cases}$ có nghiệm là $x=2; y=5$

Thay giá trị $x=2; y=5$ vào hệ phương trình, ta có hệ:

$$\begin{cases}4+5m=n\\ 2m+5n=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5m-n=-4\\ 2m+5n=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-\dfrac{5}{9}\\ n=\dfrac{11}{9}\end{cases}$$

Vậy, với $m=-\dfrac{5}{9}$ và $n=\dfrac{11}{9}$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $x=2; y=5$.

b. Hệ phương trình $\begin{cases}x-y=m\\ 3x+2y-n=1\end{cases}$ có nghiệm là $x=1; y=2$.

Thay giá trị $x=1; y=2$ vào hệ phương trình, ta có hệ:

$$\begin{cases} x-y=m \\ 3x+2y-n=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2=m \\ 3+4-n=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=6 \end{cases}$$

Vậy với $m=-1$ và $n=6$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $x=1; y=2$.

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1 \\ \dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2 \end{cases}$ có điều kiện $x \neq 1; y \neq -2$

Với x thỏa điều kiện.

Đặt ẩn phụ: $a=\dfrac{1}{x-1}; b=\dfrac{1}{y+2}$, ta có hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} \dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1 \\ \dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+b=1 \\ 25a+3b=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 30a+3b=3 \\ 25a+3b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a=1 \\ 10a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=-1 \end{cases}$$

Từ kết quả $\begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=-1 \end{cases}$, suy ra: $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{y+2}=-1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=5 \\ y+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(6;-3)$.

b. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases}$ có điều kiện $\begin{cases} 2x-y \neq 0 \\ x+3y \neq 0 \end{cases}$

Với x thỏa điều kiện.

Đặt ẩn phụ: $a=\dfrac{1}{2x-y}; b=\dfrac{1}{x+3y}$, ta có hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27a+32b=7 \\ 45a-48b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{9} \\ b=\dfrac{1}{8} \end{cases}$$

Từ kết quả $\begin{cases} a = \dfrac{1}{9} \\ b = \dfrac{1}{8} \end{cases}$, suy ra: $\begin{cases} \dfrac{1}{2x - y} = \dfrac{1}{9} \\ \dfrac{1}{x + 3y} = \dfrac{1}{8} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(5;1)$.

c*. $\begin{cases} 2|x-6| + 3|y+1| = 5 \\ 5|x-6| - 4|y+1| = 1 \end{cases}$. Đặt $a = |x-6|; b = |y+1|$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2|x-6| + 3|y+1| = 5 \\ 5|x-6| - 4|y+1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 5a - 4b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$, suy ra: $\begin{cases} |x-6| = 1 \\ |y+1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} x - 6 = 1 \\ y + 1 = 1 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} x - 6 = -1 \\ y + 1 = -1 \end{cases} & (2) \\ \begin{cases} x - 6 = 1 \\ y + 1 = -1 \end{cases} & (3) \\ \begin{cases} x - 6 = -1 \\ y + 1 = 1 \end{cases} & (4) \end{array} \right.$

Giải (1) $\begin{cases} x - 6 = 1 \\ y + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$

Giải (2) $\begin{cases} x - 6 = -1 \\ y + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$

Giải (3) $\begin{cases} x - 6 = 1 \\ y + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -2 \end{cases}$

Giải (4) $\begin{cases} x - 6 = -1 \\ y + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình có các nghiệm là: $(7;0);(5;-2);(7;-2);(5;0)$.

d*. $\begin{cases} 4|x+y| + 3|x-y| = 8 \\ 3|x+y| - 5|x-y| = 6 \end{cases}$. Đặt $a = |x+y|; b = |x-y|$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 4|x+y| + 3|x-y| = 8 \\ 3|x+y| - 5|x-y| = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 3b = 8 \\ 3a - 5b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} |x+y|=2 \\ |x-y|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=0 \end{cases} & (2) \end{array}\right.$

Giải (1) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Giải (2) $\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình có các nghiệm là: $(1;1)(-1;-1)$.

Bài 16*. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=5 \\ x-2y-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 2x-y+2(3x+y-1)=5 \\ x-2y-3(3x+y-1)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 2x-y+6x+2y-2=5 \\ x-2y-9x-3y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 8x+y=7 \\ -8x-5y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ -4y=4 \\ 8x+y=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ y=-1 \\ 8x-1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ y=-1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=-1 \\ x=1 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(1;-1;1)$

b. $\begin{cases} x+3y+2z=8 \\ 2x+y+z=6 \\ 3x+y+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y+2(-3x-y+6)=8 \\ 2x+y+(-3x-y+6)=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y+2(-3x-y+6)=8 \\ 2x+y+(-3x-y+6)=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y-6x-2y+12=8 \\ 2x+y-3x-y+6=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x+y=-4 \\ -x=0 \\ z=-3x-y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4 \\ x=0 \\ z=10 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(0;-4;10)$.