

ĐẠI SỐ 8

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bước 1: Lập phương trình:

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

II.BÀI TẬP MINH HỌA

A.DẠNG BÀI CƠ BẢN

Phương pháp chung

Bước 1: Kẻ bảng nếu được, gọi ẩn, kèm theo đơn vị và điều kiện cho ẩn.

Bước 2: Giải thích từng ô trong bảng, lập luận để thiết lập phương trình bậc hai.

Bước 3: Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và trả lời bài toán.

Dạng 1: Toán Chuyển Động

Loại 1.Chuyển động trên bộ

Phương pháp

Bước 1: Kẻ bảng gồm vận tốc, thời gian, quãng đường và điền các thông tin vào bảng đó rồi gọi ẩn, kèm theo đơn vị và điều kiện cho ẩn.

Bước 2: Giải thích từng ô trong bảng, lập luận để thiết lập phương trình bậc hai.

Bước 3: Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và trả lời bài toán.

Ví dụ 1.Hai ô tô khởi hành từ hai địa điểm A, B ngược nhau. Xe đi từ A có vận tốc 40 km/h, xe đi từ B có vận tốc 30 km/h. Nếu xe đi từ B khởi hành sớm hơn xe đi từ A là 6 giờ thì 2 xe sẽ gặp nhau ở địa điểm cách đều A và B. Tìm độ dài quãng đường AB.

Ví dụ 2. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Ví dụ 3. Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc dự định 4 km/h. Sau khi đi được nửa quãng đường AB với vận tốc đó, người ấy đi bằng ô tô với vận tốc 30 km/h, do đó đã đến B sớm hơn dự định 2 giờ 10 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Ví dụ 4. Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60 km trong một thời gian nhất định. Sau khi đi được 30 km người đó đã dừng lại nghỉ 30 phút. Do đó, để đến B đúng thời gian dự định người đó phải tăng vận tốc thêm 2 km/h. Tính vận tốc dự định của người đó.

Ví dụ 5. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến đúng hạn xe phải tăng tốc thêm 6km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Loại 2. Chuyển động trên dòng nước

-Vận tốc xuôi dòng = vận tốc riêng của ca nô + vận tốc dòng nước

(viết tắt là $v_x = v_r + v_n$)

Vận tốc ngược dòng = Vận tốc riêng của ca nô – vận tốc dòng nước

(viết tắt là $v_{ng} = v_r - v_n$, chú ý $v_r > v_n$)

-Quãng đường = vận tốc x thời gian; $S_x = v_x.t_x$; $S_{ng} = v_{ng}.t_{ng}$.

Ví dụ 1 : Để đi đoạn đường từ A đến B, xe máy phải đi hết 3 giờ 30'; ô tô đi hết 2 giờ 30' phút. Tính quãng đường AB. Biết vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20km/h.

Ví dụ 2: Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

Dạng 2: Toán Năng Suất

-Năng suất là lượng công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

-Tổng lượng công việc = Năng suất x thời gian

-*Năng suất = Tổng lượng công việc : Thời gian*

-*Thời gian = Tổng lượng công việc : Năng suất*

Ví dụ 1 : Trong tháng đầu hai tổ công nhân của một xí nghiệp dệt được 800 tấm thảm len. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 20% nên cả hai tổ dệt được 945 tấm thảm len. Tính xem trong tháng thứ hai mỗi tổ đã dệt được bao nhiêu tấm thảm len

Ví dụ 2. Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

Ví dụ 3. Một người thợ làm 120 sản phẩm trong một thời gian và năng suất dự định. Khi làm được 50 sản phẩm, người thợ đó nhận thấy làm với năng suất như vậy sẽ thấp hơn năng suất dự định là 2 sản phẩm một ngày. Do đó, để hoàn thành đúng thời gian đã định, người thợ đó tăng năng suất thêm 2 sản phẩm một ngày so với dự định. Tính năng suất dự định của người thợ đó.

Dạng 3: Toán Làm Chung Công Việc

Ví dụ 1 . Hai đội công nhân cùng sửa một con mương hết 24 ngày. Mỗi ngày phần việc làm được của đội 1 bằng $1\frac{1}{2}$ phần việc của đội 2 làm được. Nếu làm một mình, mỗi đội sẽ sửa xong con mương trong bao nhiêu ngày?

Ví dụ 2 . Khối 8 một trường THCS có số lớp nhiều hơn 2, tổ chức trồng cây:

Lớp thứ nhất trồng 5 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại. Lớp thứ hai trồng tiếp 10 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại. Lớp thứ ba trồng tiếp 15 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại. Cứ trồng như vậy đến lớp cuối cùng thì vừa hết số cây và số cây mỗi lớp trồng được là bằng nhau. Tính số cây mà khối 8 trồng và số lớp 8 của khối tham gia trồng cây.

Ví dụ 3. Trong tháng giêng cả hai tổ công nhân cùng sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng hai tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20%, do đó cả hai tổ đã sản xuất được 945 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ đã sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Dạng 4: Toán Có Nội Dung Hình Học

Dạng này ta cần ghi nhớ các công thức về chu vi, diện tích của các hình tam giác, hình vuông, hình chữ nhật,...

Ví dụ 1. Lan có một miếng bìa hình tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AB = 3\text{cm}$. Lan tính rằng nếu cắt từ miếng bìa đó ra một hình chữ nhật có chiều dài 2cm như hình bên thì hình chữ nhật ấy có diện tích bằng một nửa diện tích của miếng bìa ban đầu. Tính độ dài cạnh AC của tam giác ABC

Ví dụ 2. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 320m. nếu tăng chiều dài thêm 10m và tăng chiều rộng thêm 20m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 2700m^2 . Tính kích thước của hình chữ nhật.

Dạng 5. Dạng toán có chứa tham số

Ví dụ : Bà An gửi vào quỹ tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất mỗi tháng là $a\%$ (a là một số cho trước) và lãi tháng này được tính gộp vào vốn cho tháng sau.

a. Hãy viết biểu thức biểu thị :

+ Số tiền lãi sau tháng thứ nhất;

+ Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất;

+ Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.

b. Nếu lãi suất là 1,2% (tức là $a = 1,2$) và sau 2 tháng tổng số tiền lãi là 48,288 nghìn đồng, thì lúc đầu bà An đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm?

Dạng 6. Toán về tỉ lệ chia phần

Ví dụ 1. Hai đội công nhân cùng tham gia lao động trên một công trường xây dựng. Số người của đội I gấp hai lần số người của đội II. Nếu chuyển 10 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II bằng $\frac{4}{5}$ số người còn lại ở đội I. Hỏi lúc đầu mỗi đội có bao nhiêu người?

Ví dụ 2. Học kì I số học sinh của lớp 8A bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh của cả lớp. Sang học kì II có ba bạn phấn đấu trở thành học sinh giỏi nữa. Do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh của cả lớp. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh giỏi.

Dạng 7. Dạng toán liên quan đến số học.

Phương Pháp: Ở chương trình đại số lớp 8, các em cũng thường gặp loại bài tìm một số tự nhiên có hai chữ số, đây cũng là loại toán tương đối khó đối với các em; để giúp học sinh đỡ lúng túng khi giải loại bài này thì trước hết phải cho các em nắm được một số kiến thức liên quan như :

- Cách viết số trong hệ thập phân.

- Mối quan hệ giữa các chữ số, vị trí giữa các chữ số trong số cần tìm...; điều kiện của các chữ số.

Ví dụ 1. “Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó là 16, nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau được một số lớn hơn số đã cho là 18 đơn vị. Tìm số đã cho.

Ví dụ 2. Tìm số tự nhiên có chữ số tận cùng là 5. Biết rằng nếu xóa chữ tận cùng này thì được một số mới nhỏ hơn số đầu là 2003 đơn vị.

Ví dụ 3. Cho phân số $\frac{37}{53}$. Hãy tìm số tự nhiên m sao cho khi đem cả tử số và mẫu số trừ đi m thì được phân số mới bằng $\frac{1}{3}$.

Dạng 8 : Dạng toán có nội dung vật lý, hóa học

Phương Pháp . Để lập được phương trình, ta phải dựa vào các công thức, định luật của vật lý, hóa học liên quan đến những đại lượng có trong đề toán.

Ví dụ 1 : Biết rằng 200g một dung dịch chứa 50g muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối?

Ví dụ 2. Có hai loại thép vụn chứa 5% và 40% nicken. Cần lấy bao nhiêu thép vụn mỗi loại để luyện được 140 tấn thép chứa 30% nicken?

LỜI GIẢI DẠNG BÀI CƠ BẢN

Dạng 1: Toán Chuyển Động

Loại 1. Chuyển động trên bộ

Ví dụ 1. Hai ô tô khởi hành từ hai địa điểm A, B ngược nhau. Xe đi từ A có vận tốc 40 km/h, xe đi từ B có vận tốc 30 km/h. Nếu xe đi từ B khởi hành sớm hơn xe đi từ A là 6 giờ thì 2 xe sẽ gặp nhau ở địa điểm cách đều A và B. Tìm độ dài quãng đường AB.

Giải. Gọi độ dài quãng đường AB là x (km), với $x > 0$

Vì hai xe gặp nhau ở địa điểm cách đều A và B nên quãng đường đi được của mỗi xe là $\frac{x}{2}$ (km).

Thời gian đi $\frac{1}{2}$ quãng đường AB của xe đi từ A là $\frac{x}{2 \cdot 40} = \frac{x}{80}$ (h)

Thời gian đi $\frac{1}{2}$ quãng đường AB của xe đi từ B là $\frac{x}{2 \cdot 30} = \frac{x}{60}$ (h)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{60} - \frac{x}{80} = 6 \Leftrightarrow x = 1440$

Vậy quãng đường AB dài 1440 km.

Ví dụ 2. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Lời giải

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Lúc đi	x	$\frac{24}{x}$	24
Lúc về	$x + 4$	$\frac{24}{x + 4}$	24

Gọi vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$.

Vận tốc khi từ B trở về A là $x+4$ (km/h).

Thời gian lúc đi và lúc về lần lượt là $\frac{24}{x}$ và $\frac{24}{x+4}$ (giờ).

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{24(x+4) - 24x}{x(x+4)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{96}{x(x+4)} = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 &= 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 196 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 196 \\ \Leftrightarrow x+2 &= \pm 14 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (TM)}, x = -16 \text{ (L)}. \end{aligned}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 12 (km/h).

Ví dụ 3. Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc dự định 4 km/h. Sau khi đi được nửa quãng đường AB với vận tốc đó, người ấy đi bằng ô tô với vận tốc 30 km/h, do đó đã đến B sớm hơn dự định 2 giờ 10 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Lời giải

Đổi 2 giờ 10 phút $= \frac{13}{6}$ giờ

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), ($x > 0$)

Thời gian người đó đi nửa quãng đường AB với vận tốc 4 km/h là

$$\frac{x}{2} : 4 = \frac{x}{8} \text{ (giờ)}$$

Thời gian người đó đi quãng đường còn lại với vận tốc 30 km/h là

$$\frac{x}{2} : 30 = \frac{x}{60} \text{ (giờ)}$$

Theo đề bài, người đó đến B trước 2 giờ 10 phút ($\frac{13}{6}$ giờ) nên ta có phương trình :

$$\frac{x}{8} - \frac{x}{60} = \frac{13}{6}$$

Giải phương trình, tìm được $x = 20$ (thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Trả lời : Quãng đường AB dài 20 km

Ví dụ 4. Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60 km trong một thời gian nhất định. Sau khi đi được 30 km người đó đã dừng lại nghỉ 30 phút. Do đó, để đến B đúng thời gian dự định người đó phải tăng vận tốc thêm 2 km/h. Tính vận tốc dự định của người đó.

Lời giải

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Dự định	X	$\frac{60}{x}$	60
Thực tế	X	$\frac{30}{x}$	30
	x + 2	$\frac{30}{x+2}$	30

Đổi 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Gọi vận tốc dự định là x (km/h). Điều kiện: x > 0

Thời gian dự định là $\frac{60}{x}$ (giờ)

Thời gian người đó đi 30 km đầu là $\frac{30}{x}$ (giờ).

Thời gian người đó đi 60 – 30 = 30 km còn lại là $\frac{30}{x+2}$ (giờ).

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{30}{x} - \frac{30}{x+2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{60}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 121 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 121$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \pm 11 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thỏa mãn), } x = -12 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc dự định là 10 (km/h)

Ví dụ 5. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến đúng hạn xe phải tăng tốc thêm 6km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Lời giải

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Dự định	X	$\frac{120}{x}$	120
Thực tế	X	1	x
	x + 6	$\frac{120 - x}{x + 6}$	120 - x

$$\text{Đổi } 10 \text{ phút} = \frac{1}{6} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Thời gian dự định của ô tô là $\frac{120}{x}$ (giờ).

Trong 1 giờ đầu ô tô đi được x (km) nên quãng đường còn lại là 120 - x (km).

Thời gian ô tô đi trên quãng đường còn lại là $\frac{120 - x}{x + 6}$ (giờ).

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình

$$\frac{120 - x}{x + 6} + 1 + \frac{1}{6} = \frac{120}{x} \Leftrightarrow \frac{120}{x} - \frac{120 - x}{x + 6} = \frac{7}{6} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 720}{x(x + 6)} = \frac{7}{6}$$

$$\Leftrightarrow 6(x^2 + 720) = 7(x^2 + 6x) \Leftrightarrow x^2 + 42x - 4320 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 48)(x + 90) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 48 \text{ (thỏa mãn)}, x = -90 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc lúc đầu của ô tô là 48 (km/h)

Loại 2. Chuyển động trên dòng nước

Ví dụ 1 :Để đi đoạn đường từ A đến B, xe máy phải đi hết 3giờ 30'; ô tô đi hết 2giờ 30' phút. Tính quãng đường AB. Biết vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20km/h.

Đối với bài toán chuyển động, khi ghi tóm tắt đề bài, đồng thời ta vẽ sơ đồ minh họa thì học sinh dễ hình dung bài toán hơn

Tóm tắt:

Đoạn đường AB



$t_1 = 3 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = 3,5 \text{ giờ}; \quad t_2 = 2 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = 2,5 \text{ giờ}$

v_2 lớn hơn v_1 là 20km/h ($v_2 - v_1 = 20$)

Tính quãng đường AB=?

- Các đối tượng tham gia :(ô tô- xe máy)
- Các đại lượng liên quan : quãng đường , vận tốc , thời gian.
- Các số liệu đã biết:
 - + Thời gian xe máy đi : 3 giờ 30'
 - + Thời gian ô tô đi :2 giờ 30'
 - + Hiệu hai vận tốc : 20 km/h
- Số liệu chưa biết: $v_{\text{xe máy}}$? $v_{\text{ô tô}}$? S_{AB} ?

Cần lưu ý : Hai chuyển động này trên cùng một quãng đường không đổi. Quan hệ giữa các đại lượng s, v, t được biểu diễn bởi công thức: $s = v.t$. Như vậy ở bài toán này có đại lượng chưa biết, mà ta cần tính chiều dài đoạn AB, nên có thể chọn x (km) là chiều dài đoạn đường AB; điều kiện: $x > 0$

Biểu thị các đại lượng chưa biết qua ẩn và qua các đại lượng đã biết.

Vận tốc xe máy : $\frac{x}{3,5}$ (km/h)

Vận tốc ô tô : $\frac{x}{2,5}$ (km/h)

Dựa vào các mối liên hệ giữa các đại lượng($v_2 - v_1 = 20$)

$$\frac{x}{2,5} - \frac{x}{3,5} = 20$$

- Giải phương trình trên ta được $x = 175$. Giá trị này của x phù hợp với điều kiện trên. Vậy ta trả lời ngay được chiều dài đoạn AB là 175km.

Sau khi giải xong, giáo viên cần cho học sinh thấy rằng : Như ta đã phân tích ở trên thì bài toán này còn có vận tốc của mỗi xe chưa biết, nên ngoài việc chọn quãng đường là ẩn, ta cũng có thể chọn vận tốc xe máy hoặc vận tốc ô tô là ẩn.

- Nếu gọi vận tốc xe máy là x (km/h) : $x > 0$

Thì vận tốc ô tô là $x + 20$ (km/h)

- Vì quãng đường AB không đổi nên có thể biểu diễn theo hai cách (quãng đường xe máy đi hoặc của ô tô đi).

- Ta có phương trình : $3,5x = 2,5(x + 20)$

Giải phương trình trên ta được: $x = 50$.

Ví dụ 2: Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

Lời giải

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Xuôi dòng	$x + 2$	$\frac{48}{x + 2}$	48
Ngược dòng	$x - 2$	$\frac{60}{x - 2}$	60

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h). Điều kiện: $x > 2$.

Vận tốc lúc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là $x + 2$; $x - 2$ (km/h).

Thời gian khi xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là $\frac{48}{x + 2}$ và $\frac{60}{x - 2}$ (giờ).

Vì thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{60}{x - 2} - \frac{48}{x + 2} = 1 \Leftrightarrow \frac{60(x + 2) - 48(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} = 1 \Leftrightarrow \frac{12x - 216}{x^2 - 4} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x - 220 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 - 256 = 0 \Leftrightarrow (x - 6)^2 = 256$$

$$\Leftrightarrow x - 6 = \pm 16 \Leftrightarrow x = 22 \text{ (thỏa mãn)}, x = -10 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng là 22 (km/h).

Dạng 2: Toán Năng Suất

Ví dụ 1 : Trong tháng đầu hai tổ công nhân của một xí nghiệp dệt được 800 tấm thảm len. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 20% nên cả hai tổ dệt được 945 tấm thảm len. Tính xem trong tháng thứ hai mỗi tổ đã dệt được bao nhiêu tấm thảm len

Hướng dẫn : Trong bài toán số tấm thảm len cả hai tổ dệt được trong tháng đầu và trong tháng thứ hai đã biết. Số tấm thảm len mỗi tổ dệt được trong tháng đầu, tháng thứ hai chưa biết. Ta có thể chọn x là số tấm thảm len mà tổ I dệt được trong tháng đầu. Theo mối quan hệ giữa các đại lượng trong đề bài ta có bảng sau :

Số tấm len	Tổ I	Tổ II	Cả hai tổ
Tháng đầu	x	$800 - x$	800
Tháng thứ hai	$\frac{115x}{100}$	$\frac{120(800 - x)}{100}$	945

Cơ sở để lập phương trình là tổng số tấm thảm len cả hai tổ dệt được trong tháng thứ hai là 945

Lời giải :

Gọi số tấm thảm len tổ I dệt được trong tháng đầu là x ($x \in \mathbb{Z}^+$, $x < 800$)

Trong tháng đầu cả hai tổ dệt được 800 tấm thảm len nên số tấm thảm len tổ II dệt được trong tháng đầu là $(800 - x)$

Tháng thứ hai tổ I dệt được $x + \frac{15}{100}x = \frac{115x}{100}$ (tấm thảm)

Tháng thứ hai tổ II dệt được $(800 - x) + \frac{20}{100}(800 - x) = \frac{120(800 - x)}{100}$ (tấm thảm)

Theo đề bài trong tháng hai cả hai tổ dệt được 945 tấm thảm nên ta có phương trình :

$$\frac{115x}{100} + \frac{120(800 - x)}{100} = 945$$

Giải phương trình, tìm được $x = 300$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy : Trong tháng thứ hai tổ I dệt được $\frac{115.300}{100} = 345$ (tấm thảm len), tổ II dệt được

$$\frac{120.(800 - 300)}{100} = 600 \text{ (tấm thảm len)}$$

Ví dụ 2. Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

Lời giải

	Số sản phẩm/ngày	Số ngày	Tổng số sản phẩm
Dự kiến	x	$\frac{600}{x}$	600
Thực tế	x	$\frac{400}{x}$	400
	$x + 10$	$\frac{200}{x + 10}$	200

Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là x (sản phẩm).

Điều kiện: $x > 0$.

Thời gian dự kiến là $\frac{600}{x}$ (ngày).

Thời gian làm 400 sản phẩm đầu là $\frac{400}{x}$ (ngày).

Thời gian làm $600 - 400 = 200$ sản phẩm sau là $\frac{200}{x + 10}$ (ngày).

Vì thực tế công việc hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1 \Leftrightarrow \frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 - 2025 = 0 \Leftrightarrow (x+5)^2 = 2025.$$

$$\Leftrightarrow x+5 = \pm 45 \Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn)}, x = -50 \text{ (loại)}.$$

Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là 40 (sản phẩm).

Ví dụ 3. Một người thợ làm 120 sản phẩm trong một thời gian và năng suất dự định. Khi làm được 50 sản phẩm, người thợ đó nhận thấy làm với năng suất như vậy sẽ thấp hơn năng suất dự định là 2 sản phẩm một ngày. Do đó, để hoàn thành đúng thời gian đã định, người thợ đó tăng năng suất thêm 2 sản phẩm một ngày so với dự định. Tính năng suất dự định của người thợ đó.

Lời giải

	Số sản phẩm/ngày	Số ngày	Tổng số sản phẩm
Dự định	x	$\frac{120}{x}$	120
Thực tế	$x-2$	$\frac{50}{x-2}$	50
	$x+2$	$\frac{70}{x+2}$	70

Gọi số sản phẩm mỗi ngày người thợ đó cần làm theo dự định là x (sản phẩm).

Điều kiện: $x > 2$.

Số ngày theo dự định là $\frac{120}{x}$ (ngày).

Trong 50 sản phẩm đầu, mỗi ngày người thợ đó làm được $x-2$ (sản phẩm) nên số ngày

làm 50 sản phẩm đầu là $\frac{50}{x-2}$ (ngày).

Trong $120 - 50 = 70$ sản phẩm sau, mỗi ngày người thợ đó làm được $x + 2$ (sản phẩm) nên số ngày làm 70 sản phẩm đầu là $\frac{70}{x+2}$ (ngày).

Do thực tế người đó hoàn thành đúng như dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{50}{x-2} + \frac{70}{x+2} = \frac{120}{x} \Leftrightarrow \frac{120x - 40}{x^2 - 4} = \frac{120}{x}$$

$$\Leftrightarrow 120x^2 - 40x = 120x^2 - 480 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày người thợ đó cần làm theo dự định là 12 (sản phẩm).

Dạng 3: Toán Làm Chung Công Việc

Ví dụ 1. Hai đội công nhân cùng sửa một con mương hết 24 ngày. Mỗi ngày phần việc làm được của đội 1 bằng $1\frac{1}{2}$ phần việc của đội 2 làm được. Nếu làm một mình, mỗi đội sẽ sửa xong con mương trong bao nhiêu ngày?

Lời giải:

Gọi số ngày một mình đội 2 phải làm để sửa xong con mương là x (ngày)

Điều kiện $x > 0$.

Trong một ngày đội 2 làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Trong một ngày đội 1 làm được $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{2x}$ (công việc).

Trong một ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{24}$ công việc.

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{1}{24}$$

$$\Leftrightarrow 24 + 36 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 60 \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

Vậy, thời gian đội 2 làm một mình sửa xong con mương là 60 ngày.

Mỗi ngày đội 1 làm được $\frac{3}{2.60} = \frac{1}{40}$ công việc.

Để sửa xong con mương đội 1 làm một mình trong 40 ngày.

Chú ý: Ở loại toán này, học sinh cần hiểu rõ đề bài, đặt đúng ẩn, biểu thị qua đơn vị quy ước. Từ đó lập phương trình và giải phương trình.

Ví dụ 2. Khối 8 một trường THCS có số lớp nhiều hơn 2, tổ chức trồng cây:

Lớp thứ nhất trồng 5 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại.

Lớp thứ hai trồng tiếp 10 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại.

Lớp thứ ba trồng tiếp 15 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại.

Cứ trồng như vậy đến lớp cuối cùng thì vừa hết số cây và số cây mỗi lớp trồng được là bằng nhau. Tính số cây mà khối 8 trồng và số lớp 8 của khối tham gia trồng cây.

Tìm cách giải. Đây là một bài toán hay và khó. Cách phân bố cây trồng:

Lớp thứ nhất trồng 5 cây và $\frac{1}{5}$ số cây còn lại. Lớp thứ hai trồng tiếp 5.2 cây và $\frac{1}{5}$ cây còn

lại. Lớp thứ ba trồng tiếp 5.3 và $\frac{1}{5}$ số cây và số cây còn lại... Ta lưu ý lớp cuối cùng thì

vừa hết số cây và đặc biệt số cây mỗi lớp trồng được là bằng nhau. Vì vậy ta chọn ẩn x là toàn bộ số cây mà khối 8 trồng và chỉ cần tìm số cây lớp thứ nhất trồng, số cây lớp thứ hai trồng là có phương trình.

Giải

Gọi tổng số cây khối 8 trồng là: x cây; ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số cây lớp thứ nhất trồng là: $5 + \frac{1}{5}(x - 5) = \frac{1}{5}x + 4$ (cây)

Số cây còn lại sau khi lớp thứ nhất trồng: $x - \left(\frac{1}{5}x + 4\right) = \frac{4}{5}x - 4$ (cây)

Lớp thứ hai trồng là: $10 + \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}x - 4 - 10\right) = \frac{4}{25}x + \frac{36}{5}$

Do số cây mỗi lớp trồng bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{5}x + 4 = \frac{4}{25}x + \frac{36}{5} \quad (1)$$

Giải phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{25}x = \frac{16}{5} \Leftrightarrow x = 80$

Giá trị này thỏa mãn điều kiện của ẩn. Vậy số cây khối 8 trồng là 80 cây.

Mỗi lớp trồng: $\frac{1}{5} \cdot 80 + 4 = 20$ (cây)

\Rightarrow Số lớp 8 tham gia trồng cây: $80 : 20 = 4$ (lớp)

Ví dụ 3. Trong tháng giêng cả hai tổ công nhân cùng sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng hai tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20%, do đó cả hai tổ đã sản xuất được 945 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ đã sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Giải. Gọi x là số chi tiết máy tổ I đã làm trong tháng giêng (x nguyên dương) thì số chi tiết máy mà tổ II làm trong tháng giêng là $(800 - x)$. Sang tháng hai, tổ I, tổ II lần lượt làm được

$\frac{115}{100}x$ và $\frac{120}{100}(800 - x)$ chi tiết máy.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{115}{100}x + \frac{120}{100}(800 - x) = 945$.

Giải ra, ta được $x = 300$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vậy trong tháng giêng tổ I làm được 300 chi tiết máy và tổ II làm được 500 chi tiết máy.

Dạng 4: Toán Có Nội Dung Hình Học

Ví dụ 1. Lan có một miếng bìa hình tam giác ABC vuông tại A, cạnh AB = 3cm. Lan tính rằng nếu cắt từ miếng bìa đó ra một hình chữ nhật có chiều dài 2cm như hình bên thì hình chữ nhật ấy có diện tích bằng một nửa diện tích của miếng bìa ban đầu. Tính độ dài cạnh AC của tam giác ABC

Lời giải :

Gọi x là độ dài cạnh AC ($x \in \mathbb{Z}^+$, cm)

Diện tích tam giác ABC là $\frac{1}{2} 3x$ (cm²)

Diện tích hình chữ nhật $ADEG$ là $\frac{3x}{4}$ cm² và chiều

rộng hình chữ nhật là $\frac{3x}{4} : 2 = \frac{3x}{8}$ cm.

Diện tích hình chữ nhật bằng tổng diện tích hai tam giác BDE và CEG và ta có phương trình :

$$S_{ADGE} = S_{BDE} + S_{CEG}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{1}{2} \cdot 2 \left(3 - \frac{3x}{8} \right) + \frac{1}{2} (x - 2) \cdot \frac{3x}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{16} - \frac{3x}{2} + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \left(\frac{x}{4} - 1 \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Vậy : Cạnh AC của tam giác ABC có độ dài 4cm.

Ví dụ 2. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 320m. nếu tăng chiều dài thêm 10m và tăng chiều rộng thêm 20m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 2700m². Tính kích thước của hình chữ nhật.

Lời giải

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là x (đơn vị : m).

Điều kiện của ẩn là $0 < x < 160$.

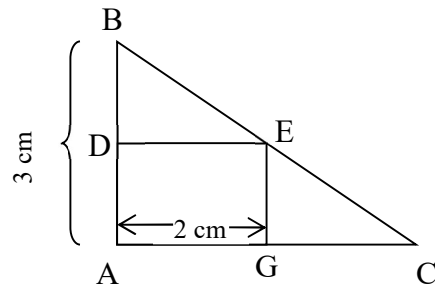
Khi đó chiều rộng hình chữ nhật là $160 - x$ (m).

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là $x(160 - x)$ (m²).

Sau khi tăng chiều dài thêm 10m, chiều rộng thêm 20m thì chiều dài mới là:

$x + 10$ và chiều rộng mới là: $160 - x + 20 = 180 - x$.

Khi đó diện tích hình chữ nhật là $(x + 10)(180 - x)$.



Theo bài ra, diện tích hình chữ nhật tăng 2700 m^2 , nên ta có phương trình:

$$(x + 10)(180 - x) - x(160 - x) = 2700.$$

$$\text{Hay } -x^2 + 170x + 1800 + x^2 - 160x = 2700.$$

$$\text{Tức là } 10x = 900 \Leftrightarrow x = 90 \text{ (m)}.$$

Ta thấy giá trị $x = 90$ thỏa mãn điều kiện đặt ra.

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 90m, chiều rộng của nó là 70m.

(Có thể thử lại thấy $(90+10)(180-90)-90 \cdot 70 = 2700$ là đúng).

Dạng 5. Dạng toán có chứa tham số

Ví dụ : Bà An gửi vào quỹ tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất mỗi tháng là $a\%$ (a là một số cho trước) và lãi tháng này được tính gộp vào vốn cho tháng sau.

a. Hãy viết biểu thức biểu thị :

+ Số tiền lãi sau tháng thứ nhất;

+ Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất;

+ Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.

b. Nếu lãi suất là $1,2\%$ (tức là $a = 1,2$) và sau 2 tháng tổng số tiền lãi là $48,288$ nghìn đồng, thì lúc đầu bà An đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm?

Lời giải :

a. Số tiền lãi sau một tháng gửi với lãi suất $a\%$ với tiền gửi x nghìn đồng là ax . Số tiền có được (cả gốc lẫn lãi) sau tháng thứ nhất : $x + ax = x(1 + a)$ nghìn đồng.

Số tiền lãi sau hai tháng là : $L = ax + ax(1+a) = x(a^2 + 2a)$

b. Thay $a = 1,2\%$ là $L = 48,288$ ta được :

$$x \left(\frac{144}{1000000} + \frac{24}{1000} \right) = 48,288 \text{ nghìn đồng}$$

$$\Rightarrow x = 2000000 \text{ đồng}$$

Dạng 6. Toán về tỉ lệ chia phần.

Ví dụ 1. Hai đội công nhân cùng tham gia lao động trên một công trường xây dựng. Số người của đội I gấp hai lần số người của đội II. Nếu chuyển 10 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II bằng $\frac{4}{5}$ số người còn lại ở đội I. Hỏi lúc đầu mỗi đội có bao nhiêu người?

Lời giải :

Gọi số người của đội II lúc đầu là x . ĐK : x nguyên dương

Số người của đội I lúc đầu là $2x$.

Sau khi chuyển 10 người từ đội I sang đội II thì số người còn lại của đội I là $2x - 10$ (người), số người của đội II là $x + 10$ (người).

Theo đề bài khi đó số người ở đội II bằng $\frac{4}{5}$ số người của đội I nên ta có phương trình :

$$x + 10 = \frac{4}{5}(2x - 10)$$

Giải phương trình, tìm được $x = 30$ (thỏa mãn điều kiện)

Ví dụ 2. Học kì I số học sinh của lớp 8A bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh của cả lớp. Sang học kì II có ba bạn phấn đấu trở thành học sinh giỏi nữa. Do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh của cả lớp. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh giỏi.

Lời giải

Ta lập phương trình như sau:

Gọi số học sinh của lớp là x (điều kiện x nguyên dương), thì số học sinh giỏi của học kì I so với số học sinh của cả lớp bằng $\frac{1}{8}x$, số học sinh giỏi của học kì II so với số học sinh của cả lớp bằng 20% số học sinh của cả lớp hay bằng $\frac{1}{5}x$ và số học sinh giỏi học kì II hơn số

học sinh giỏi học kì I là 3 em nên ta có phương trình: $\frac{1}{8}x + 3 = \frac{1}{5}x$.

Giải phương trình này ta tìm được $x = 40$. Giá trị này thỏa mãn điều kiện đặt ra nên là nghiệm của phương trình.

Vậy số học sinh của lớp 8A là 40 em.

Dạng 7. Dạng toán liên quan đến số học.

Ví dụ 1. “Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó là 16, nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau được một số lớn hơn số đã cho là 18 đơn vị. Tìm số đã cho.

Lời giải

Nếu gọi chữ số hàng chục là x

Điều kiện của x ? ($x \in \mathbb{N}$, $0 < x < 10$).

Chữ số hàng đơn vị là : $16 - x$

Số đã cho được viết $10x + 16 - x = 9x + 16$

Đổi vị trí hai chữ số cho nhau thì số mới được viết :

$$10(16 - x) + x = 160 - 9x$$

Số mới lớn hơn số đã cho là 18 nên ta có phương trình :

$$(160 - 9x) - (9x + 16) = 18$$

- Giải phương trình ta được $x = 7$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy chữ số hàng chục là 7.

Chữ số hàng đơn vị là $16 - 7 = 9$.

Số cần tìm là 79.

Ví dụ 2. Tìm số tự nhiên có chữ số tận cùng là 5. Biết rằng nếu xóa chữ tận cùng này thì được một số mới nhỏ hơn số đầu là 2003 đơn vị.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $\overline{x5}$ thì với $x \in \mathbb{N}^*$. Theo đề bài ta có:

$$\overline{x5} = x + 2003.$$

Do đó: $10x + 5 = x + 2003$ hay $9x = 1998$ suy ra $x = 222$.

Vậy số cần tìm là 2225.

Ví dụ 3. Cho phân số $\frac{37}{53}$. Hãy tìm số tự nhiên m sao cho khi đem cả tử số và mẫu số trừ đi

m thì được phân số mới bằng $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi m là số phải tìm. Theo đề bài ta có:

$$\frac{37-m}{53-m} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 111 - 3m = 53 - m$$

$$2m = 111 - 53 = 58, \text{ suy ra } m = 29.$$

Thử lại: $\frac{37-29}{53-29} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$. Vậy số m phải tìm là 29.

Dạng 8 . Dạng toán có nội dung vật lý, hóa học

Để lập được phương trình, ta phải dựa vào các công thức, định luật của vật lý, hóa học liên quan đến những đại lượng có trong đề toán.

Ví dụ 1 : Biết rằng 200g một dung dịch chứa 50g muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối?

Lời giải :

Gọi x là lượng nước cần pha thêm vào dung dịch đã cho ($x > 0$, g)

Khi đó lượng dung dịch nước là $200 + x$.

Nồng độ dung dịch là $\frac{50}{200+x}$

Theo đề bài ta có phương trình : $\frac{50}{200+x} = \frac{20}{100}$

$$\Leftrightarrow 20(150 + x) = 5000$$

$$\Leftrightarrow x = 100$$

Vậy : Lượng nước cần pha thêm là 100 g

Ví dụ 2. Có hai loại thép vụn chứa 5% và 40% nicken. Cần lấy bao nhiêu thép vụn mỗi loại để luyện được 140 tấn thép chứa 30% nicken?

Lời giải.

Gọi khối lượng thép vụn loại 5% nicken cần lấy là x (đơn vị tấn, điều kiện $x > 0$). Khối lượng nicken có trong loại thép vụn này là:

$$\frac{5}{100}x = \frac{x}{20} \text{ (tấn)}$$

Khối lượng thép vụn loại 40% nicken cần lấy là: $140 - x$ (tấn).

Khối lượng nicken có trong loại thép vụn này là:

$$\frac{40}{100}(140 - x) = \frac{2(140 - x)}{5} \text{ (tấn)}$$

Khối lượng nicken chức trong 140 tấn thép là: $\frac{30}{100} \cdot 140 = 42$ (tấn).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{2(140 - x)}{5} + \frac{x}{20} = 42 \Leftrightarrow x = 40$.

Vậy loại thép vụn 5% nicken cần lấy là 40 tấn, loại 40% cần lấy là 100 tấn.

B. DẠNG BÀI NÂNG CAO

Ví dụ 1. Quãng đường AD gồm ba đoạn AB; BC và CD. Lúc 7 giờ sáng một người đi ô tô từ A với vận tốc 60km/h đến B lúc 7 giờ 30 phút, sau đó đi tiếp trên đoạn đường BC vận tốc 50km/h. Cùng lúc 7 giờ sáng một người đi xe máy đi từ C với vận tốc 35km/h để đến D.

Biết thời gian người đi xe máy đến D nhiều hơn thời gian người đi ô tô từ B đến C là 1 giờ 24 phút và quãng đường BC ngắn hơn quãng đường CD là 40km. Tính quãng đường AD.

Ví dụ 2. Trên quãng sông AB dài 48km, một ca nô xuôi từ A đến B rồi quay trở lại và đỗ tại một địa điểm C ở chính giữa A và B. Thời gian ca nô cả xuôi và ngược dòng hết tất cả 3 giờ 30 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết rằng một bè nứa thả trôi trên sông đó 15 phút trôi được 1 km.

Ví dụ 3. Hai xưởng sản xuất cùng làm một sản phẩm, số sản phẩm xưởng thứ nhất làm trong 5 ngày nhiều hơn số sản phẩm xưởng thứ hai làm trong 6 ngày là 140 sản phẩm. Biết rằng năng suất lao động của xưởng thứ nhất hơn xưởng thứ hai là 65 sản phẩm/ngày. Tính năng suất lao động của mỗi xưởng.

Ví dụ 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể cạn trong thời gian 4 giờ 48 phút thì bể đầy. Nếu vòi thứ nhất chảy một mình trong 3 giờ, rồi vòi thứ hai chảy tiếp một mình trong 4 giờ nữa thì đầy được $\frac{17}{24}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu bể sẽ đầy?

Ví dụ 5. Năm ngoái số kg thóc thu hoạch của thửa ruộng thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số kg thóc thu hoạch của thửa thứ hai. Năm nay nhờ cải tiến kỹ thuật thửa thứ nhất thu hoạch tăng 20%; thửa thứ hai thu hoạch tăng 30% do đó cả hai thửa thu hoạch được 1320kg. Tìm số tạ thóc mỗi thửa thu hoạch trong năm nay.

Ví dụ 6. Người ta dự định tổ chức một hội nghị gồm 300 đại biểu, số chỗ ngồi được xếp thành các hàng có số ghế mỗi hàng bằng nhau. Do hội nghị có thêm 23 đại biểu nên phải sắp xếp lại, mỗi hàng thêm 4 ghế, nhưng lại bớt đi 3 hàng. Tính số hàng và số ghế mỗi hàng theo dự định xếp ban đầu.

LỜI GIẢI PHIẾU BÀI NÂNG CAO

Ví dụ 1. Quãng đường AD gồm ba đoạn AB; BC và CD. Lúc 7 giờ sáng một người đi ô tô từ A với vận tốc 60km/h đến B lúc 7 giờ 30 phút, sau đó đi tiếp trên đoạn đường BC vận tốc 50km/h. Cùng lúc 7 giờ sáng một người đi xe máy đi từ C với vận tốc 35km/h để đến D. Biết thời gian người đi xe máy đến D nhiều hơn thời gian người đi ô tô từ B đến C là 1 giờ 24 phút và quãng đường BC ngắn hơn quãng đường CD là 40km. Tính quãng đường AD.

* Tìm cách giải: Đây là bài toán chuyển động đều. Có ba đại lượng: **Quãng đường (s), vận tốc (v) và thời gian (t). Quan hệ giữa các đại lượng như sau:** $s = v.t; v = s : t; t = s : v$.

Đoạn đường AD gồm ba đoạn. Đoạn AB đã biết độ dài (do biết vận tốc đi 60km/h và thời gian đi là 0,5 giờ) nên chỉ cần tính đoạn BD. Do đó ta chọn ẩn số x (km) là độ dài đoạn BD. Do quãng đường BC ngắn hơn quãng đường CD là 40km mà tổng hai đoạn đường là x km nên độ dài đoạn CD là $\frac{x+40}{2}$ km và BC là $\frac{x-40}{x}$ km.

Ta phải tìm thời gian đi của xe máy trên đoạn đường CD và thời gian ô tô đi trên đoạn đường BC để lập phương trình.

Giải

Thời gian xe đi hết quãng đường AB là 7 giờ 30 phút - 7 giờ = 30 phút = 0,5 h. Ta có quãng đường AB dài là 60. 0,5 = 30(km).

Gọi quãng đường BD là x (km); $x > 40$. Do đoạn CD dài hơn BC là 40km; tổng hai đoạn đường là x (km) nên:

- Đoạn đường BC dài $\frac{x-40}{x}$ (km); đoạn đường CD dài $\frac{x+40}{2}$ (km)
- Thời gian ô tô đi trên đoạn BC là $\frac{x-40}{x} : 50$ (h).
- Thời gian ô tô đi trên đoạn CD là $\frac{x+40}{2} : 35$ (h).

1 giờ 24 phút = 1,4 giờ

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{x+40}{70} - \frac{x-40}{100} = 1,4$ (1)

- Giải phương trình:

$$(1) \Leftrightarrow 10x + 400 - 7x + 280 = 980 \Leftrightarrow 3x = 300$$

$$\Leftrightarrow x = 100$$

Giá trị này phù hợp với điều kiện của ẩn vậy:

Quãng đường BD dài 100 km và quãng đường AD dài $100 + 30 = 130$ (km).

Chú ý: Cách khác: Gọi thời gian xe máy đi từ C đến D là x (giờ) thì thời gian ô tô đi từ B đến C là $x - 1,4$ (giờ). Quãng đường CD dài $35x$ (km), quãng đường BC dài $(x - 1,4) \cdot 50$. Ta có phương trình $(x - 1,4) \cdot 50 = 35x - 40$

Giải phương trình được $x = 2$ (bạn đọc tính tiếp).

Ví dụ 2. Trên quãng sông AB dài 48km, một ca nô xuôi từ A đến B rồi quay trở lại và đỗ tại một địa điểm C ở chính giữa A và B. Thời gian ca nô cả xuôi và ngược dòng hết tất cả 3 giờ 30 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết rằng một bè nửa thả trôi trên sông đó 15 phút trôi được 1 km.

* Tìm cách giải: - Đây là bài toán chuyển động đều liên quan đến chuyển động xuôi, ngược dòng nước (hoặc xuôi gió, ngược gió). Nếu gọi vận tốc khi xuôi là v_x ; vận tốc khi ngược là v_n ; vận tốc riêng của động cơ là v_r và là vận tốc của dòng nước (hoặc gió) thì

$$v_x = v_r + v_{dn}; v_n = v_r - v_{dn} \text{ và } v_x - v_n = 2v_{dn} .$$

- Quãng sông ca nô xuôi là 48km và ngược là $48:2 = 24$ km. Vận tốc bè nửa trôi chính là vận tốc dòng nước.
- Chọn ẩn số x là vận tốc riêng của ca nô, ta tìm thời gian xuôi và ngược để lập phương trình.

Giải

15 phút = 0,25 giờ; 3 giờ 30 phút = 3,5 giờ.

Vận tốc bè nửa trôi là $1:0,25 = 4$ (km/h) chính là vận tốc dòng nước.

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h); $x > 4$. Thì vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x + 4$ (km/h), vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x - 4$ (km/h).

Thời gian ca nô xuôi dòng là $\frac{48}{x+4}$ (h) và ngược dòng là $\frac{24}{x-4}$ (h).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{48}{x+4} + \frac{24}{x-4} = 3,5$ (1)

* Giải phương trình (1): biến đổi thành $48x - 192 + 24x + 96 = 3,5x^2 - 56$

$$\Leftrightarrow 3,5x^2 - 72x + 40 = 0 \Leftrightarrow 7x^2 - 144x + 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 14x - 4x + 80 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(7x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = \frac{4}{7} \end{cases}$$

Trong hai giá trị trên $x = 20$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 20km/h.

Ví dụ 3. Hai xưởng sản xuất cùng làm một sản phẩm, số sản phẩm xưởng thứ nhất làm trong 5 ngày nhiều hơn số sản phẩm xưởng thứ hai làm trong 6 ngày là 140 sản phẩm. Biết rằng năng suất lao động của xưởng thứ nhất hơn xưởng thứ hai là 65 sản phẩm/ngày. Tính năng suất lao động của mỗi xưởng.

* Tìm cách giải: Bài toán thuộc loại toán Năng suất lao động. Có ba đại lượng:

- *Khối lượng công việc: (K)*
- *Thời gian hoàn thành công việc (t)*
- *Năng suất lao động: (lượng công việc hoàn thành trong một đơn vị thời gian) (N).*

Quan hệ giữa các đại lượng như sau:

$$K = Nt; t = K : N \text{ và } N = K : t.$$

Trong bài năng suất lao động mỗi xưởng là số sản phẩm mỗi xưởng làm trong một ngày, ta chọn ẩn X từ một trong hai năng suất lao động này. Khối lượng công việc của mỗi xưởng chính là số sản phẩm xưởng thứ nhất làm trong 5 ngày, xưởng thứ hai làm trong 6 ngày. Lập phương trình từ việc so sánh hai khối lượng công việc.

Giải

Gọi năng suất lao động của xưởng thứ nhất là x (sản phẩm /ngày); ($x \in \mathbb{N}; x > 65$) thì năng suất lao động của xưởng thứ hai là $(x - 65)$ (sản phẩm/ngày). Trong năm ngày xưởng thứ nhất làm được $5x$ (sản phẩm), trong sáu ngày xưởng thứ hai làm được $6(x - 65)$ (sản phẩm).

$$\text{Theo bài ra ta có phương trình: } x - 6(x - 65) = 140. \quad (1)$$

$$\text{Giải phương trình: } (1) \Leftrightarrow 5x - 6x + 390 = 140$$

$$\Leftrightarrow x = 250 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy: Năng suất lao động của xưởng thứ nhất là 250 sản phẩm /ngày

Năng suất lao động của xưởng thứ hai là $250 - 65 = 185$ (sản phẩm /ngày).

Ví dụ 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể cạn trong thời gian 4 giờ 48 phút thì bể đầy. Nếu vòi thứ nhất chảy một mình trong 3 giờ, rồi vòi thứ hai chảy tiếp một mình trong 4 giờ nữa thì đầy được $\frac{17}{24}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu bể sẽ đầy?

* Tìm cách giải. - Đây là bài toán về công việc đồng thời (làm chung, làm riêng một công việc) - là một dạng đặc biệt của toán năng suất lao động. Khối lượng công việc ở đây không được cho dưới dạng số lượng cụ thể là bao nhiêu. Bởi vậy ta có thể quy ước công việc cần hoàn thành là 1. Tùy nội dung bài toán cụ thể mà ta quy ước một đại lượng nào đó làm đơn vị (1 bể nước, 1 con mương, 1 cánh đồng, 1 con đường, ...). Đơn vị của năng suất lao động sẽ là 1 công việc / 1 đơn vị thời gian. Năng suất lao động chung bằng tổng năng suất lao động riêng của từng cá thể.

- Ở bài toán trên, công việc cụ thể là 1 bể nước (lượng nước làm đầy 1 bể). Nếu một vòi chảy một mình sau a giờ đầy bể thì năng suất (lượng nước chảy trong 1 giờ) là $\frac{1}{a}$ bể/giờ.

Nếu một vòi khác chảy một mình sau b giờ đầy bể thì năng suất là $\frac{1}{b}$ bể/giờ. Năng suất chung là $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ (bể/giờ).

Giải

Hai vòi chảy chung trong 4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ đầy bể vậy 1 giờ hai vòi chảy chung được

$\frac{5}{24}$ bể nước. Gọi thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là x giờ $\left(x > \frac{24}{5}\right)$, thì 1 giờ vòi

thứ hai chảy được $\frac{1}{x}$ bể nước

Vòi thứ nhất chảy một mình 1 giờ được $\left(\frac{5}{24} - \frac{1}{x}\right)$ bể nước.

Ta có phương trình $3\left(\frac{5}{24} - \frac{1}{x}\right) + \frac{4}{x} = \frac{17}{24}$ (1)

Giải phương trình: (1) $\Leftrightarrow 15x - 72 + 96 = 17x \Leftrightarrow 2x = 24 \Leftrightarrow x = 12$.

Giá trị này phù hợp với điều kiện của ẩn.

Vậy thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 12 giờ.

Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là $1 : \left(\frac{5}{24} - \frac{1}{12}\right) = 1 : \frac{1}{8} = 8$ (giờ).

Ví dụ 5. Năm ngoái số kg thóc thu hoạch của thửa ruộng thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số kg thóc thu hoạch của thửa thứ hai. Năm nay nhờ cải tiến kỹ thuật thửa thứ nhất thu hoạch tăng 20%; thửa thứ hai thu hoạch tăng 30% do đó cả hai thửa thu hoạch được 1320kg. Tìm số tạ thóc mỗi thửa thu hoạch trong năm nay.

* Tìm cách giải: Đây là dạng toán liên quan đến tỷ số và tỷ số %. Thu hoạch tăng a% tức là đã thu hoạch được $(100 + a)\%$. Ta phải tìm số thóc mỗi thửa thu hoạch trong năm nay. Ẩn số ta nên chọn là số thóc thu hoạch của một trong hai thửa năm trước vì các đại

lượng quan hệ: tỷ số giữa số thóc thu hoạch của hai thửa ruộng là của năm trước và tỷ số % tăng là so với năm trước.

Giải

Gọi số thóc thu hoạch năm ngoái của thửa thứ hai là x (kg) ($x > 0$)

Số thóc thu hoạch năm ngoái của thửa thứ nhất là $\frac{3}{4}x$ (kg)

Số thóc thu hoạch năm nay của thửa thứ hai là $130\% x$ (kg)

Số thóc thu hoạch năm nay của thửa thứ nhất $120\% \cdot \frac{3}{4}x$ (kg)

Theo bài ra ta có phương trình: $120\% \cdot \frac{3}{4}x + 130\%x = 1320$ (1)

Giải phương trình: (1) $\Leftrightarrow \frac{120}{100} \cdot \frac{3}{4}x + \frac{130}{100}x = 1320$

$$\Leftrightarrow 9x + 13x = 13200 \Leftrightarrow 22x = 13200 \Leftrightarrow x = 600$$

Giá trị này của x thỏa mãn điều kiện của ẩn. Vậy số thóc thửa thứ hai thu hoạch trong năm nay là $130\% \cdot 600 = 780$ (kg) = 7,8 (tạ), số thóc thửa thứ nhất thu hoạch trong năm nay là $1320 - 780 = 540$ (kg) = 5,4(tạ).

Chú ý: Ta có thể chọn x là số thóc thu hoạch năm nay của thửa thứ nhất. Khi đó ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 100}{120} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(1320 - x) \cdot 100}{130}$$

Giải được $x = 540$ (bạn đọc tự giải).

Ví dụ 6. Người ta dự định tổ chức một hội nghị gồm 300 đại biểu, số chỗ ngồi được xếp thành các hàng có số ghế mỗi hàng bằng nhau. Do hội nghị có thêm 23 đại biểu nên phải sắp xếp lại, mỗi hàng thêm 4 ghế, nhưng lại bớt đi 3 hàng. Tính số hàng và số ghế mỗi hàng theo dự định xếp ban đầu.

* Tìm cách giải: Bài toán có ba đại lượng: Tổng số chỗ ngồi (số ghế); số hàng ghế và số ghế mỗi hàng. Quan hệ của chúng là

Tổng số chỗ ngồi (số ghế) = số hàng ghế \times số ghế mỗi hàng.

Số hàng ghế = Tổng số chỗ ngồi (số ghế): số ghế mỗi hàng.

Số ghế mỗi hàng = Tổng số chỗ ngồi (số ghế): số hàng ghế.

Đã biết số đại biểu (tức là số ghế cần sắp xếp), ta chọn một trong hai đại lượng số hàng ghế và số ghế mỗi hàng làm ẩn và dựa vào quan hệ giữa ba đại lượng lúc đầu và sau này để lập phương trình.

Giải

Gọi số hàng ghế dự định xếp ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}, x > 3$), thì số dãy ghế sau khi xếp lại là $x - 3$

Số ghế mỗi hàng ban đầu là $\frac{300}{x}$ (chiếc)

Số ghế mỗi hàng sau khi xếp lại là $\frac{300 + 23}{x - 3}$ (chiếc)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{300}{x} + 4 = \frac{300 + 23}{x - 3}$ (1)

Giải phương trình: (1) $\Rightarrow 300x - 900 + 4x^2 - 12x - 323x = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 35x - 900 = 0 \Leftrightarrow (x - 20)(x + 45) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 20 = 0 \\ 4x + 45 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -\frac{45}{4} \end{cases}$$

Ta thấy $x = 20$ thỏa mãn điều kiện của ẩn, vậy:

Số hàng ghế ban đầu là 20; số ghế mỗi hàng ban đầu là $300 : 20 = 15$.

C. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

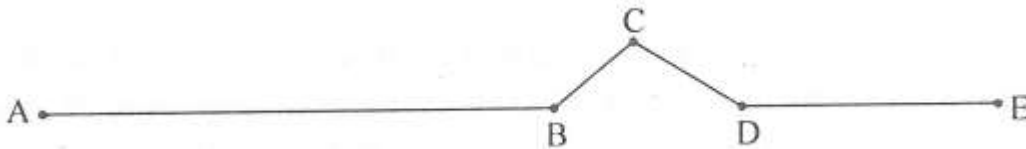
- Hai giá sách có 450 cuốn. nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách ở giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tìm số sách trong mỗi giá.
- Năm nay tuổi mẹ gấp ba lần tuổi Phương. Phương tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ chỉ gấp hai lần tuổi Phương. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi?

3. Trên một công trình thủy lợi, một đội dân công phải đào đắp 500 m^3 đất. nếu vắng 5 người thì mỗi người còn lại phải đào đắp 5 m^3 mới hoàn thành kế hoạch. Tính xem đội dân công có bao nhiêu người? (Coi như mỗi người đều đào đắp được số đất như nhau).

4. Một đội xe ô tô cần chở 30 tấn hàng từ thành phố này đến thành phố kia. Khi sắp chở thì có thêm một ô tô nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn theo dự kiến. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu ô tô?

5. Lúc 7 giờ sáng một người đi xe máy khởi hành từ A để đến B. Lúc 7 giờ 10 phút một ô tô khởi hành từ A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h . Trên đường ô tô phải dừng ở giữa đường 14 phút nhưng vẫn đến B cùng lúc với xe máy. Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng cũng trên quãng đường AB một xe taxi đi với vận tốc 60 km/h hết 1 giờ 20 phút.

6. Từ bến A trên một dòng sông, lúc 8 giờ một chiếc thuyền xuôi dòng với vận tốc 10 km/h . Lúc 9 giờ một ca nô xuôi dòng với vận tốc 25 km/h . Lúc 10 giờ một tàu thủy xuôi dòng với vận tốc 30 km/h . Hỏi lúc mấy giờ thì tàu thủy cách đều ca nô và thuyền?



7. Quãng đường AE gồm bốn đoạn, hai đoạn đường bằng AB và DE. Nếu đi từ A thì BC là đoạn lên dốc, CD là đoạn xuống dốc. Biết $AB = 2DE$; $BC = \frac{3}{8}DE$; $DE = 2CD$. Vận tốc ô tô đi trên đường bằng là 40 km/h , lên dốc là 30 km/h và xuống dốc là 60 km/h . Thời gian đi từ A đến E rồi trở về A là 7 giờ 45 phút. Tính quãng đường AE.

8. Một ca nô xuôi một dòng sông từ A đến B hết 3 giờ. Sau đó ca nô quay trở lại ngược từ B đến bến C nằm cách A một khoảng bằng $\frac{1}{3}AB$ hết 2 giờ 24 phút. Tính độ dài của đoạn sông từ A đến B biết rằng một khóm bèo trôi trên đoạn sông đó 12 phút được 400 m .

9. Ba tổ sản xuất được giao làm một số sản phẩm, số sản phẩm của tổ II được giao gấp đôi tổ I, số sản phẩm của tổ III được giao gấp đôi tổ II. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I sản xuất

vượt mức 30% kế hoạch, tổ II sản xuất vượt mức 20% kế hoạch, tổ III sản xuất vượt mức 10% kế hoạch. Do đó số sản phẩm vượt mức kế hoạch của cả ba tổ là 220 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ được giao theo kế hoạch.

10. Một xí nghiệp cơ khí được giao sản xuất 500 máy bơm nước trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật tăng năng suất lao động, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất thêm 5 máy bơm nên chẳng những xí nghiệp hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày mà còn sản xuất thêm được 70 máy bơm nữa. Hỏi số máy bơm dự định sản xuất trong một ngày và số ngày dự định theo kế hoạch ban đầu.

11. Một số có hai chữ số, chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 3 đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số được số mới lớn hơn $\frac{1}{3}$ số ban đầu là 37 đơn vị. Tìm số đã cho.

12. Một số có bốn chữ số có chữ số hàng đơn vị là 6. Nếu chuyển 6 lên đầu được số có 4 chữ số mới. Tổng của hai số có 4 chữ số này là 8217. Tìm số đã cho.

13. Một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi bằng 114cm. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông có cạnh là 5cm ở bốn góc rồi gấp lên thành một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính các kích thước của tấm tôn đã cho. Biết rằng thể tích hình hộp bằng 1500cm^3

14. Cho quãng đường AB dài 120km. Lúc 7 giờ sáng một xe máy đi từ A đến B. Đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường xe bị hỏng phải dừng lại sửa mất 10 phút rồi đi tiếp đến B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đầu là 10km/h. Biết xe máy đến B lúc 11 giờ 40 phút trưa cùng ngày. Giả sử vận tốc xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu không thay đổi và vận tốc của xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường còn lại cũng không thay đổi. Hỏi xe máy bị hỏng lúc mấy giờ?

15. Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Sau khi xe tải xuất phát một thời gian thì một xe khách cũng xuất phát từ A với vận tốc 50km/h và nếu không có gì thay đổi thì sẽ đuổi kịp xe tải tại B. Nhưng sau khi đi được một nửa quãng đường AB xe khách tăng vận tốc lên 60km/h nên đến B sớm hơn xe tải 16 phút. Tính quãng đường AB.

LỜI GIẢI PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

1. Ta lập phương trình như sau:

Gọi số sách ở giá thứ nhất trước khi chuyển là x (cuốn) (x nguyên, $x > 50$).

Khi đó số sách ở giá thứ hai trước khi chuyển là $450 - x$ (cuốn).

So sánh ở giá thứ hai sau khi chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang bằng

$$450 - x + 50 = 500 - x.$$

Vì số sách sau khi chuyển bằng $\frac{4}{5}$ số sách còn lại của giá thứ nhất (đã chuyển) tức là bằng

$\frac{4}{5}(x - 50)$, nên ta có phương trình:

$$500 - x = \frac{4}{5}(x - 50).$$

Giải phương trình này ta được $x = 300$, giá trị này thỏa mãn điều kiện.

Vậy số sách ở giá thứ nhất là 300 và giá thứ hai là 150 cuốn.

2. Ta lập phương trình như sau:

Gọi tuổi của Phương hiện nay là x (x nguyên, $x > 0$).

Khi đó tuổi của Phương sau 13 năm là $x + 13$.

Tuổi của mẹ hiện nay là $3x$ (vì tuổi mẹ gấp ba lần tuổi Phương hiện nay), và sau 13 năm nữa tuổi của mẹ là $3x + 13$.

Vì sau 13 năm tuổi của mẹ gấp hai lần tuổi của Phương, nên ta có phương trình:

$$3x + 13 = 2(x + 13).$$

Giải phương trình này ta được $x = 13$, giá trị này thỏa mãn điều kiện.

Vậy năm nay Phương là 13 tuổi.

3. Cách 1.

Ta lập phương trình như sau:

Gọi số người trong đội dân công dự kiến là x (x nguyên, $x > 5$).

Khi đó số đất dự kiến mỗi người làm là $\frac{500}{x}$.

Số người thực làm của đội là $x - 5$, khi đó số đất thực mỗi người làm là $\frac{500}{x - 5}$.

Vì số đất thực làm của mỗi người hơn số đất dự kiến là 5 m^3 nên ta có phương trình:

$$\frac{500}{x} = \frac{500}{x - 5} - 5.$$

Giải phương trình này ta được $x = -20$ và $x = 25$. So với điều kiện chỉ có giá trị $x = 25$ là thỏa mãn.

Vậy đội dân công có 25 người.

Cách 2.

Ta lập phương trình như sau:

Gọi số đất dự kiến mỗi người là $x \text{ (m}^3\text{)}$ (điều kiện: $x > 0$).

Khi đó số người dự kiến là $\frac{500}{x}$.

Số đất thực mỗi người làm là $x + 5 \text{ (m}^3\text{)}$;

Số người thực làm bằng $\frac{500}{x + 5}$.

Vì số người thực làm ít hơn số người dự kiến là 5 người, nên ta có phương trình:

$$\frac{500}{x} = \frac{500}{x + 5} + 5.$$

Giải phương trình này ta được $x = -25$ và $x = 20$. So với điều kiện chỉ có giá trị $x = 20$ thỏa mãn. Vậy số đất dự kiến mỗi người làm là 20 m^3 . Do đó đội dân công có 25 người.

4.Cách 1.

Ta lập phương trình như sau:

Gọi số hàng dự kiến một xe chở là x (đơn vị: tấn), (điều kiện: $x > 1$).

Khi đó số xe ô tô dự kiến ban đầu là $\frac{30}{x}$;

Số hàng thực tế một xe chở là $x - 1$ (do số hàng mỗi xe thực chở ít hơn dự kiến 1 tấn).

Số xe thực chở là $\frac{30}{x - 1}$.

Vì số xe thực chở hơn số xe dự kiến 1 xe nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} = \frac{30}{x-1} - 1.$$

Giải phương trình này ta được $x = 6$ và $x = -5$. Chỉ có giá trị $x = 6$ thỏa mãn điều kiện.

Do đó mỗi xe dự kiến chwor 6 tấn hàng nên đội xe ban đầu có 5 xe.

Cách 2.

Ta có thể coi số xe của đoàn ban đầu là aane, làm giống cách 1.

5. Xe taxi đi 1 giờ 20 phút (bằng $\frac{4}{3}$ giờ) với vận tốc 60km/h. Ta tính được quãng đường AB.

Xe ô tô khởi hành sau 10 phút, nghỉ giữa đường 14 phút cùng đến B một lúc với xe máy.

Như vậy xe máy đi chậm hơn ô tô $10 + 14 = 24$ (phút) = $\frac{2}{5}$ giờ. So sánh thời gian của ô tô

và xe máy đi ta lập được phương trình. Ta có cách giải:

Quãng đường AB dài là $60 \cdot \frac{4}{3} = 80$ (km)

Gọi vận tốc xe máy là x km/h ($x > 0$), thì vận tốc ô tô là $(x + 10)$ km/h.

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{80}{x}$ (h); thời gian ô tô đi trên quãng

đường AB (không tính thời gian nghỉ) là $\frac{80}{x+10}$ (h).

Ta có phương trình: $\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{2}{5}$ Giải phương trình được $x = 40$.

Vận tốc xe máy là 40 km/h và ô tô là 50km/h

6. Lúc tàu thủy cách đều ca nô và thuyền 1 thì độ dài đoạn sông tàu thủy đi được trừ đi độ dài đoạn sông thuyền đi được bằng với độ dài sông ca nô đi được trừ đi độ dài đoạn sông mà tàu thủy đi được. Từ đó có cách giải sau:

Gọi thời gian tàu thủy đi từ A đến khi cách đều ca nô và thuyền là x giờ ($x > 0$).

Đến 10 giờ khi tàu thủy khởi hành thuyền đã đi được 20km và ca nô đã đi được 25km.

Ta có phương trình: $30x - (20 + 10x) = (25 + 25x) - 30x$

Giải được $x = \frac{9}{5}$ thỏa mãn điều kiện của ẩn. ($\frac{9}{5}$ giờ = 1 giờ 48 phút)

Trả lời: Lúc 11 giờ 48 phút thì tàu thủy cách đều ca nô và thuyền

7. Nếu từ E trở về thì DC là đoạn lên dốc, CB là đoạn xuống dốc. Vận tốc lên dốc cũng là 30km/h và xuống dốc cũng là 60km/h. Tổng thời gian cả đi lẫn về là 7 giờ 45 phút. Từ đó có cách giải:

Gọi quãng đường DE dài x km ($x > 0$) thì đoạn đường AB là $2x$ km; đoạn đường CB dài là $\frac{3}{8}x$ km; đoạn

CD = $0,5x$.

Thời gian cả đi và về là 7 giờ 45 phút = $\frac{31}{4}$ giờ. Ta có phương trình:

$$\frac{3x}{40} + \frac{3x}{240} + \frac{x}{120} + \frac{3x}{40} + \frac{x}{60} + \frac{3x}{480} = \frac{31}{4}$$

Giải phương trình tìm được $x = 40$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Từ đó tìm được quãng đường AE dài 155km.

8. Vận tốc bèo trôi là vận tốc dòng nước. Nếu tính được vận tốc riêng của ca nô ta tính được độ dài quãng sông AB, nên ta chọn ẩn một cách gián tiếp. Ca nô ngược $\frac{2}{3}$ quãng sông AB hết 2 giờ 24 phút, ta tính được thời gian ca nô ngược hết quãng sông BA. Quãng sông AB cũng chính là BA, ta dựa vào đó để lập phương trình và có cách giải sau:

Vận tốc bèo trôi chính là vận tốc dòng nước. Ta có 12 phút = 0,2 giờ; 400 m = 0,4km. Vậy vận tốc dòng nước là $0,4 : 0,2 = 2$ (km/h). Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h ($x > 2$). Vận tốc của ca nô khi xuôi là

$(x + 2)$ km/h và khi ngược là $(x - 2)$ km/h.

Ca nô ngược $\frac{2}{3}$ quãng sông AB hết 2 giờ 24 phút = 2,4 giờ vậy nếu cùng vận tốc ngược ca nô đi hết quãng sông AB hết $(2,4 : 2) \cdot 3 = 3,6$ (giờ).

Theo bài ra ta có phương trình: $3(x + 2) = 3,6(x - 2)$

Giải phương trình được $x = 22$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy quãng sông AB dài là $3.(22 + 2) = 72$ (km).

* Chú ý: Cách khác: Ta biết $v_x - v_n = 2v_{dn}$ nên gọi quãng sông AB dài x km thì vận tốc ca nô

xuôi là $\frac{x}{3}$ (km/h), vận tốc ca nô ngược là $\frac{2}{3}x : \frac{12}{5} = \frac{5x}{18}$ ta có phương trình $\frac{x}{3} - \frac{5x}{18} = 4$. Giải

được $x = 72$.

9. Ta có: Số sản phẩm vượt mức = Số % vượt mức \times số sản phẩm theo kế hoạch.

Từ đó: Gọi số sản phẩm được giao của tổ I là x sản phẩm ($x > 0$) thì số sản phẩm được giao của tổ II là $2x$ sản phẩm, của tổ III là $4x$ sản phẩm.

– Số sản phẩm vượt mức của tổ I là 30%. x , của tổ II là 20%. $2x$, của tổ III là 10%. $4x$.

Theo bài ra ta có phương trình: $30\%x + 40\%x + 40\%x = 220$

Giải phương trình được $x = 200$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy: Số sản phẩm được giao:

Tổ I: 200 sản phẩm; Tổ II: 400 sản phẩm; Tổ III: 800 sản phẩm.

10. Số máy bơm sản xuất = Số máy bơm sản xuất 1 ngày \times Số ngày sản xuất.

Từ đó: Gọi số máy bơm dự định sản xuất trong 1 ngày là x chiếc ($x \in \mathbb{N}^*$) thì số ngày dự

định làm là $\frac{500}{x}$ (chiếc), số máy bơm thực làm được là $500 + 70 = 570$ (chiếc). Số máy bơm

thực sản xuất trong 1 ngày là $x + 5$ (chiếc), số ngày thực làm là $\frac{570}{x + 5}$ (ngày). Ta có phương

trình: $\frac{500}{x} = \frac{570}{x + 5} + 1$

Giải phương trình: $x^2 + 75x - 2500 = 0 \Leftrightarrow (x - 25)(x + 100) \begin{cases} x = 25 \\ x = -100 \end{cases}$

Ta có $x = 25$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy Số máy bơm dự định sản xuất trong 1 ngày là 25 chiếc.

Số ngày dự định làm là $\frac{500}{25} = 20$ (ngày)

11. Bài toán liên quan đến cấu tạo số. Số có hai chữ số là $\overline{ab} = 10a + b$; Đổi chỗ được số

$\overline{ba} = 10b + a$ với $a, b \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$). Ta có cách giải:

Gọi chữ số hàng chục là x ($x \in \mathbb{N}; 3 < x \leq 9$) thì chữ số hàng đơn vị là $(x-3)$.

Số đã cho: $\overline{x(x-3)} = 10x + (x-3)$; Đổi chỗ các chữ số: $\overline{(x-3)x} = 10(x-3) + x$

Ta có phương trình $10(x-3) + x - \frac{10x + (x-3)}{3} = 37$

Giải phương trình được $x = 9$ phù hợp điều kiện của ẩn. Số cần tìm là 96

12. Bài toán liên quan đến cấu tạo số. Số có bốn chữ số mà chữ số hàng đơn vị là 6 là

$\overline{abc6} = 10.\overline{abc} + 6$. Chuyển 6 lên đầu được số $\overline{6abc} = 6000 + \overline{abc}$ với

$a, b, c \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9$). Từ đó có cách giải: Gọi số có ba chữ số đứng trước số 6 là x

($x \in \mathbb{N}; 99 < x < 1000$) thì số đã cho là $\overline{x6} = 10x + 6$.

Chuyển 6 lên đầu được số $\overline{6x} = 6000 + x$

Ta có phương trình $10x + 6 + 6000 + x = 8217$

Giải phương trình được $x = 201$ phù hợp điều kiện của ẩn

Số cần tìm là 2016.

13. Nửa chu vi tấm tôn là 57cm. Gọi kích thước thứ nhất của tấm tôn là x (cm);

($10 < x < 57$). Thì kích thước thứ hai là $57 - x$ (cm).

Sau khi gấp thành hình hộp chữ nhật, ba kích thước của nó là

$x - 10$ (cm); $47 - x$ (cm); 5cm.

Ta có phương trình $(x-10)(47-x).5 = 1500 \Leftrightarrow x^2 - 57x + 770 = 0$

$\Leftrightarrow (x-35)(x-22) = 0 \Leftrightarrow x = 35$ và $x = 22$. Cả hai giá trị đều thỏa mãn.

Vậy kích thước của tam tôn là 35cm và 22 cm.

14. Nếu C là vị trí xe máy bị hỏng thì $AC = 90$ km; $CB = 30$ km.

Gọi vận tốc (km/h) của xe máy khi đi từ A đến C là x , $x > 10$ thì vận tốc của xe máy khi đi

từ C đến B là $(x-10)$ (km/h). Xe máy đi quãng đường AC hết $\frac{90}{x}$ (h) và CB hết $\frac{30}{x-10}$ (h).

Thời gian sửa xe máy 10 phút = $\frac{1}{6}$ h. Thời gian xe đi hết quãng đường AB (kể cả sửa xe) là 4

giờ 40 phút = $\frac{14}{3}$ h. Biến đổi thành $3x^2 - 110x + 600 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 30)(3x - 20) = 0$. Nghiệm $x = 30$ thỏa mãn điều kiện.

Thời gian đi từ A đến C là $90 : 30 = 3$ (h). Thời điểm bị hỏng xe lúc 10 giờ sáng cùng ngày.

15. Gọi quãng đường AB dài là x km, $x > 0$. Thời gian xe tải đi hết quãng đường AB là $\frac{x}{40}$

(h). Thời gian dự kiến của xe khách từ A đến B là $\frac{x}{50}$ (h). Thời gian xuất phát sau của xe

khách so với xe tải là $\frac{x}{40} - \frac{x}{50}$. Thời gian xe khách thực tế đi là $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{50} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{60}$ (h); 16 phút = $\frac{4}{15}$ h.

Ta có phương trình $\frac{x}{40} = \frac{x}{100} + \frac{x}{120} + \frac{4}{15} + \left(\frac{x}{40} - \frac{x}{50} \right) \Leftrightarrow x = 160$ thỏa mãn điều kiện. Vậy

quãng đường AB dài 160 km.

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====