

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Thực hiện phép tính sau $A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$

b) Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm x, biết $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot |2x - 1| \right) = \frac{21}{22}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = |x - 2022| + |x - 2023|$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ (a, b, c ≠ 0). Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?

Câu 4 (6,5 điểm).

1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA.

a) Chứng minh rằng: AC = EB và AC // BE.

b) Gọi I là một điểm trên cạnh AC; K là một điểm trên cạnh EB sao cho AI = EK. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

c) Từ B kẻ BP ⊥ AM, từ C kẻ CQ ⊥ AM (P, Q ∈ AE). Chứng minh AP + AQ = 2AM.

2. Cho tam giác ABC có BAC = 15°, ABC = 45°, trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính số đo ADC.

Câu 5 (1,0 điểm).

		Vì $(3 > 1)$ nên $3^{2023} - 3 > 3^{2022} - 3 \Rightarrow \frac{1}{3^{2023} - 3} < \frac{1}{3^{2022} - 3}$	0,5	
		$\Rightarrow 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3} > 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3} \Rightarrow \frac{1}{3}B > \frac{1}{3}C$	0,25	
		Vậy $B > C$	0,25	
Câu 2 (4,0 điểm)	a) Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} \cdot \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = \frac{21}{22}$.			
	b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - 2022 + x - 2023 $			
	a (2,0đ)	Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} \cdot \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = \frac{21}{22}$.		
		$\left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = 3\frac{1}{2} : \frac{21}{22}$	0,25	
		$4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{11}{3}$	0,25	
		$\frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{1}{3}$	0,25	
		$ 2x - 1 = 1$	0,25	
		$\begin{cases} 2x + 1 = 1 \\ 2x + 1 = -1 \end{cases}$	0,25	
		$\begin{cases} 2x = 0 \\ 2x = -2 \end{cases}$	0,25	
		$\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25	
		Vậy $x \in \{0; -1\}$	0,25	
		Lưu ý : Học sinh làm thiếu một trường hợp cho 1,25 điểm		
	b (2,0đ)	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - 2022 + x - 2023 $		
		Ta có : $F = x - 2022 + x - 2023 $ $= x - 2022 + 2023 - x $	0,5	
Vì $ x - 2022 \geq x - 2022$ dấu '=' xảy ra khi $x - 2022 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2022$		0,5		
$ 2023 - x \geq 2023 - x$ dấu '=' xảy ra khi $2023 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2023$		0,5		
$F = x - 2022 + 2023 - x \geq x - 2022 + 2023 - x \Rightarrow F \geq 1$				
Dấu '=' xảy ra khi $\begin{cases} x \geq 2022 \\ x \leq 2023 \end{cases} \Rightarrow 2022 \leq x \leq 2023$		0,25		
	Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 1$ khi $2022 \leq x \leq 2023$	0,25		
Câu 3 (4,5 điểm)	a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ ($a, b, c \neq 0$).			
	Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.			

b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?		
a (2,0đ)	Biết $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ ($a, b, c \neq 0$). Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	
	Từ giả thiết ta có $a, b, c \neq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = \frac{a(bz-cy)}{a^2} = \frac{b(cx-az)}{b^2} = \frac{c(ay-bx)}{c^2}$	0,5
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a(bz-cy)}{a^2} = \frac{b(cx-az)}{b^2} = \frac{c(ay-bx)}{c^2} = \frac{0}{a^2+b^2+c^2} = 0$	0,5
	$\Rightarrow bz-cy=0 \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$	0,25
	Tương tự ta có $\frac{z}{c} = \frac{x}{a}; \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ $\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	0,5
	Vậy $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	0,25
Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?		
b (2,5đ)	Gọi số thóc lúc đầu ở kho I, II, III lần lượt là x, y, z (tấn) $\Rightarrow x + y + z = 710$	0,5
	Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, thì số thóc ở kho I còn lại là $\frac{4}{5}x$ (tấn)	0,25
	Sau khi bán đi $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II, thì số thóc ở kho II còn lại là $\frac{5}{6}y$ (tấn)	0,25
	Sau khi bán đi $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III, thì số thóc ở kho III còn lại là $\frac{10}{11}z$ (tấn)	0,25
	Theo bài ra ta có : $\frac{4}{5}x = \frac{5}{6}y = \frac{10}{11}z \Rightarrow \frac{4}{5.20}x = \frac{5}{6.20}y = \frac{10}{11.20}z$	0,25

		$\Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{y}{24} = \frac{z}{22} = \frac{x+y+z}{71} = \frac{710}{71} = 10$	0,25
		$\Rightarrow x = 250; y = 240; z = 220$	0,5
		Vậy số thóc ở kho I, II, III lúc đầu lần lượt là 250 tấn, 240 tấn, 220 tấn.	0,25
Câu 4 (6,5điểm)	<p>1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:</p> <p>a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$.</p> <p>b) Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.</p> <p>c) Từ B kẻ $BP \perp AM$, từ C kẻ $CQ \perp AM$ ($P, Q \in AE$). Chứng minh $AP + AQ = 2AM$.</p> <p>2. Cho tam giác ABC có $BAC = 15^\circ$, $ABC = 45^\circ$, trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính số đo ADC.</p>		
	1.a (2,0đ)	<p>Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có:</p> <p>$MA = ME$ (gt)</p> <p>$\angle AMC = \angle EMB$ (đối đỉnh)</p> <p>$MB = MC$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow AC = EB$ (hai cạnh tương ứng)</p> <p>Vì $\triangle AMC = \triangle EMB$ (cmt) $\Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$ vì $\angle MAC; \angle MEB$ ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BE$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5
1.b (1,5đ)	<p>Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có:</p> <p>$AM = EM$ (gt); $\angle MAI = \angle MEK$ ($\triangle AMC = \triangle EMB$); $AI = EK$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (hai góc kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ \Rightarrow \angle IMK = 180^\circ$</p> <p>Vậy ba điểm I, M, K thẳng hàng.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	