

GTLN - GTNN CỦA MÔĐUN SỐ PHỨC

A. BÀI TOÁN CỰC TRỊ CỦA SỐ PHỨC

I. CÁC BÀI TOÁN QUI VỀ BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT CỦA HÀM MỘT BIẾN

1. PHƯƠNG PHÁP

Bài toán: Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện T . Tìm số phức z để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất, lớn nhất

Từ điều kiện T , biến đổi để tìm cách rút ẩn rồi thế vào biểu thức P để được hàm một biến.

Tìm giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) tùy theo yêu cầu bài toán của hàm số một biến vừa tìm được.

II. CÁC BÀI TOÁN QUI VỀ BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT CỦA MỘT BIỂU THỨC HAI BIẾN MÀ CÁC BIẾN THOẢ MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

1. PHƯƠNG PHÁP:

Để giải được lớp bài toán này, chúng tôi cung cấp cho học sinh các bất đẳng thức cơ bản như: Bất đẳng thức liên hệ giữa trung bình cộng và trung bình nhân, bất đẳng thức Bunhia- Cópcki, bất đẳng thức hình học và một số bài toán công cụ sau:

BÀI TOÁN CÔNG CỤ 1:

Cho đường tròn (T) cố định có tâm I bán kính R và điểm A cố định. Điểm M di động trên đường tròn (T) . Hãy xác định vị trí điểm M sao cho AM lớn nhất, nhỏ nhất.

Giải:

TH1: A thuộc đường tròn (T)

Ta có: AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi M trùng với A

AM đạt giá trị lớn nhất bằng $2R$ khi M là điểm đối xứng với A qua I

TH2: A không thuộc đường tròn (T)

Gọi B, C là giao điểm của đường thẳng qua A, I và đường tròn (T) ;

Giả sử $AB < AC$.

+) Nếu A nằm ngoài đường tròn (T) thì với điểm M bất kì trên (T) , ta có:

$$AM \geq AI - IM = AI - IB = AB.$$

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv B$

$$AM \leq AI + IM = AI + IC = AC.$$

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv C$

+) Nếu A nằm trong đường tròn (T) thì với điểm M bất kì trên (T) , ta có:

$$AM \geq IM - IA = IB - IA = AB.$$

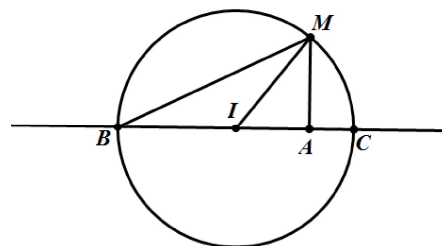
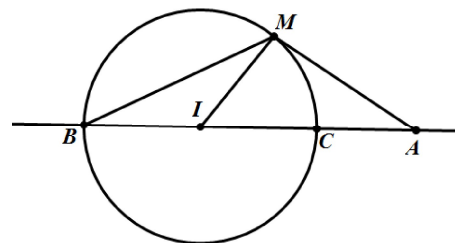
Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv B$

$$AM \leq AI + IM = AI + IC = AC.$$

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv C$

Vậy khi M trùng với B thì AM đạt giá trị nhỏ nhất.

Vậy khi M trùng với C thì AM đạt giá trị lớn nhất.



BÀI TOÁN CÔNG CỤ 2:

Cho hai đường tròn (T_1) có tâm I , bán kính R_1 ; đường tròn (T_2) có tâm J , bán kính R_2 . Tìm vị trí của điểm M trên (T_1) , điểm N trên (T_2) sao cho MN đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Giải:

Gọi d là đường thẳng đi qua I, J;

d cắt đường tròn (T_1) tại hai điểm phân biệt A, B (giả sử $JA > JB$); d cắt (T_2) tại hai điểm phân biệt C, D (giả sử $ID > IC$).

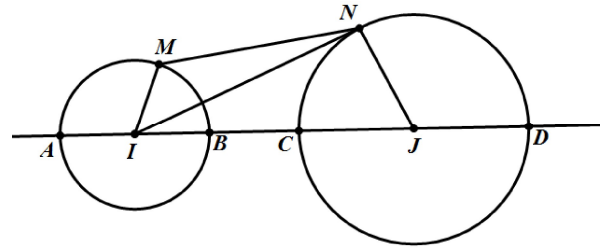
Với điểm M bất kì trên (T_1) và điểm N bất kì trên (T_2) .

$$\text{Ta có: } MN \leq IM + IN \leq IM + IJ + JN = R_1 + R_2 + IJ = AD.$$

Đẳng thức xảy ra khi M trùng với A và N trùng với D

$$MN \geq |IM - IN| \geq |IJ - IM - JN| = |IJ - R_1 + R_2| = BC.$$

Đẳng thức xảy ra khi M trùng với B và N trùng với C.



Vậy khi M trùng với A và N trùng với D thì MN đạt giá trị lớn nhất.

khi M trùng với B và N trùng với C thì MN đạt giá trị nhỏ nhất.

BÀI TOÁN CÔNG CU 3:

Cho hai đường tròn (T) có tâm I, bán kính R; đường thẳng Δ không có điểm chung với (T) . Tìm vị trí của điểm M trên (T) , điểm N trên Δ sao cho MN đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d

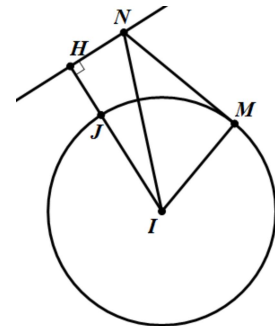
Đoạn IH cắt đường tròn (T) tại J

Với M thuộc đường thẳng Δ , N thuộc đường tròn (T) , ta có:

$$MN \geq IN - IM \geq IH - IJ = JH = \text{const}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H; N \equiv I$

Vậy khi M trùng với H; N trùng với J thì MN đạt giá trị nhỏ nhất.



B – BÀI TẬP

Câu 1. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

- A. $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$.
- B. $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$.
- C. $z = -1 + 2i$.
- D. $z = 1 - 2i$.

Câu 2. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

- A. $z = 3 + 2i$
- B. $z = -1 + i$
- C. $z = -2 + 2i$
- D. $z = 2 + 2i$

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- B. $\frac{3}{2}$.
- C. $3\sqrt{2}$.
- D. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. 6.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 5.

Câu 5. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

- A. $\sqrt{313} + 16$. B. $\sqrt{313}$. C. $\sqrt{313} + 8$. D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 6. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 3i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, hãy tìm phần ảo của số phức có môđun nhỏ nhất?

- A. $\frac{10}{13}$. B. $\frac{2}{5}$. C. -2 . D. $-\frac{2}{13}$.

Câu 7. Xét các số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = 2 + mi$, ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nhỏ nhất của môđun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng?

- A. $\frac{2}{5}$. B. 2 . C. 3 . D. $\frac{1}{5}$.

Câu 8. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$:

- A. $z = -\frac{3}{2} - 2i$. B. $z = 3 - \frac{7}{8}i$. C. $z = \frac{3}{2} + 2i$. D. $z = -3 - 4i$.

Câu 9. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng hai số phức z thỏa mãn $|z - (m - 1) + i| = 8$ và $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$.

- A. 66. B. 130. C. 131. D. 63.

Câu 10. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Đặt $w = (1 + 2i)z - 1 + 2i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

- A. 2. B. $3\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w} - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$.

- A. $\sqrt{17} + 3$ B. $\sqrt{13} + 3$ C. $\sqrt{13} - 3$ D. $\sqrt{17} - 3$

Câu 12. Cho số phức $z = \frac{-m + i}{1 - m(m - 2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm môđun lớn nhất của z .

- A. 2. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 3i|$. Tính môđun nhỏ nhất của $z - i$.

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{7\sqrt{5}}{10}$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính môđun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = 2\sqrt{309}$. B. $|w| = \sqrt{2315}$. C. $|w| = \sqrt{1258}$. D. $|w| = 3\sqrt{137}$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z - 2i$.

- A. $\sqrt{26 + 8\sqrt{17}}$. B. $\sqrt{26 - 4\sqrt{17}}$. C. $\sqrt{26 + 6\sqrt{17}}$. D. $\sqrt{26 - 6\sqrt{17}}$.

Câu 16. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 17. Gọi T là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn $|z-i| \geq 2$ và $|z+1| \leq 4$. Gọi $z_1, z_2 \in T$ lần lượt là các số phức có mô đun nhỏ nhất và lớn nhất trong T . Khi đó $z_1 - z_2$ bằng:

- A. $4-i$. B. $5-i$. C. $-5+i$. D. -5 .

Câu 18. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

- A. $\frac{\sqrt{2016}-1}{2}$. B. $\sqrt{2017}-1$. C. $\sqrt{2016}-1$. D. $\frac{\sqrt{2017}-1}{2}$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

- A. $\frac{15}{4}$. B. 3. C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 20. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4-3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là:

- A. $6\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{5}$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 4$. Tính giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $4 + \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{5}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $4 + \sqrt{5}$.

Câu 22. Biết số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $M = a^2 + b^2$.

- A. $M = 26$. B. $M = 10$. C. $M = 8$. D. $M = 16$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1| + |z^2 - z + 1|$. Tính giá trị của $M.m$.

- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{39}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 24. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right|.$$

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 25. Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z + 2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z-i| + |z-4|$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

- A. $\sqrt{13} + 2$. B. 4. C. 6. D. $\sqrt{13} + 1$.

Câu 27. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $3|u-6i| + 3|u-1-3i| = 5\sqrt{10}$, $|v-1+2i| = |\bar{v}+i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|u-v|$ là:

- A. $\frac{5\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ D. $\sqrt{10}$

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$, với z_1 có phần ảo dương. Biết số phức z thỏa mãn $2|z - z_1| \leq |z - z_2|$, phần thực nhỏ nhất của z là

- A. -2 B. 1 C. 9 D. 6

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $|(z+2)i+1|+|(\bar{z}-2)i-1|=10$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính tổng $S = M + m$.

- A. $S = 8$. B. $S = 2\sqrt{21}$. C. $S = 2\sqrt{21} - 1$. D. $S = 9$.

Câu 30. Cho 2018 phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính môđun của 2018 phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = 2\sqrt{314}$. B. $|w| = 2\sqrt{309}$. C. $|w| = \sqrt{1258}$. D. $|w| = \sqrt{1258}$.

Câu 31. Cho hai số phức z, z' thỏa mãn $|z + 5| = 5$ và $|z' + 1 - 3i| = |z' - 3 - 6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - z'|$.

- A. $\sqrt{10}$. B. $3\sqrt{10}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2|z + 1| + 2|z - 1| + |z - \bar{z} - 4i|$ bằng:

- A. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$. D. $4 + 2\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 2|1 - z|$ bằng

- A. $6\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $4\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 34. Cho các số phức $z_1 = 3i, z_2 = -1 - 3i, z_3 = m - 2i$. Tập giá trị tham số m để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là

- A. $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$. B. $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.
C. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$. D. $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 2|z|$ và $\max|z - 1 + 2i| = a + b\sqrt{2}$. Tính $a + b$.

- A. 3 . B. $\frac{4}{3}$. C. 4 . D. $4\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

- A. $\sqrt{5} + 2$. B. $\sqrt{5} + 1$. C. $\sqrt{5} - 2$. D. $\sqrt{5} - 1$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa $|z| \geq 2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1 . D. 2 .

Câu 38. Tìm số phức z sao cho $|z - (3 + 4i)| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $z = 5 + 5i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 4 + 3i$.

- Câu 39.** Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng ?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 40.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z - 1 + i$.
A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 41.** Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 1 - i| \geq 1$ và $|z - 3 - 3i| \leq \sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.
A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{14}{5}$. D. $\frac{9}{4}$.
- Câu 42.** Cho số phức z thỏa mãn $5|z - i| = |z + 1 - 3i| + 3|z - 1 + i|$. Tìm giá trị lớn nhất M của $|z - 2 + 3i|$?
A. $M = 4\sqrt{5}$ B. $M = 9$ C. $M = \frac{10}{3}$ D. $M = 1 + \sqrt{13}$
- Câu 43.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$ và $w = z + 1 + i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:
A. $5\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{2}$.
- Câu 44.** Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?
A. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. B. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \leq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
C. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \geq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. D. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \neq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
- Câu 45.** Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 2$. Giá trị lớn nhất của môđun số phức z là
A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{2}$.
- Câu 46.** Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1 - i|$ là?
A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 8.
- Câu 47.** Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z + i$.
A. $|z + i| = 5\sqrt{2}$ B. $|z + i| = \sqrt{41}$. C. $|z + i| = 2\sqrt{41}$ D. $|z + i| = 3\sqrt{5}$.
- Câu 48.** Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.
A. $\max T = 14$. B. $\max T = 4$. C. $\max T = \sqrt{106}$. D.
 $\max T = \sqrt{176}$.
- Câu 49.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4| + |z + 4| = 10$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là.
A. 5 và 4. B. 4 và 3. C. 5 và 3. D. 10 và 4.

Câu 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

Câu 51. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = |(1 + i)z|$. Đặt $m = |z|$, tìm giá trị lớn nhất của m .

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2} - 1$. C. $\sqrt{2} + 1$. D. 1.

Câu 52. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 3|1 - z|$.

- A. $6\sqrt{5}$. B. $\sqrt{20}$. C. $2\sqrt{20}$. D. $3\sqrt{15}$.

Câu 53. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 1 + 2i|$, số phức có mô đun nhỏ nhất là

- A. $z = 5$. B. $z = 1 + \frac{3}{4}i$. C. $z = \frac{1}{2} + i$. D. $z = 3 + i$.

Câu 54. Cho số phức thỏa mãn $|z - 2 + 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là.

- A. $4\sqrt{2} - 2$. B. $2 + \sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2} + 1$. D. $3\sqrt{2} + 1$.

Câu 55. Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng 2 số phức z thỏa $|z - (m - 1) + i| = 8$ và $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$.

- A. 66. B. 65. C. 131. D. 130.

Câu 57. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z - i}{2 + iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|A| < 1$. B. $|A| > 1$. C. $|A| \leq 1$. D. $|A| \geq 1$.

Câu 58. Trong tập hợp các số phức z thỏa mãn: $\left| \frac{z + 2 - i}{z + 1 - i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm mô đun lớn nhất của số phức $z + i$.

- A. $2 + \sqrt{2}$. B. $3 + \sqrt{2}$. C. $3 - \sqrt{2}$. D. $2 - \sqrt{2}$.

Câu 59. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$.

Tính $\min |w|$, với $w = z - 2 + 2i$.

- A. $\min |w| = \frac{1}{2}$. B. $\min |w| = 1$. C. $\min |w| = 2$. D. $\min |w| = \frac{3}{2}$.

Câu 60. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $\sqrt{13}$. B. $1 + \sqrt{13}$. C. $2 + \sqrt{13}$. D. $\sqrt{13} - 1$.

Câu 61. Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z và $z' = \frac{1+i}{2}z$; ($z \neq 0$) trên mặt phẳng tọa độ (

A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng). Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tam giác OAB vuông cân tại A . B. Tam giác OAB đều.
C. Tam giác OAB vuông cân tại O . D. Tam giác OAB vuông cân tại B .

Câu 62. Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 4$. B. $P = 2 - \sqrt{2}$. C. $P = 2$. D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 63. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. 0. D. $\sqrt{2} - 1$.

Câu 64. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 4 + 3i| = 2$. Giả sử biểu thức $P = |z|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất khi z lần lượt bằng $z_1 = a_1 + b_1i$ ($a_1, b_1 \in \mathbb{R}$) và $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_2, b_2 \in \mathbb{R}$). Tính $S = a_1 + a_2$

- A. $S = 8$. B. $S = 10$. C. $S = 4$. D. $S = 6$.

Câu 65. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 2| + |(1+i)z - 2| = 4\sqrt{2}$. Gọi $m = \max|z|$, $n = \min|z|$ và số phức $w = m + ni$. Tính $|w|^{2018}$

- A. 5^{1009} . B. 6^{1009} . C. 2^{1009} . D. 4^{1009} .

Câu 66. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M \cdot m$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 67. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là:

- A. $\sqrt{10} + 1$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{13} + 1$.

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ, hãy tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$.

- A. $z = -1 - 2i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = 1 + 2i$.

Câu 69. Cho z là số phức thay đổi thỏa mãn $|(1+i)z + 2 - i| = 4$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho z trong mặt phẳng phức. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |x + y + 3|$.

- A. $4 + 2\sqrt{2}$. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 70. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |\bar{z} - 2 - 3i|$. Hãy tìm z có môđun nhỏ nhất.

- A. $z = \frac{27}{5} + \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{6}{5} - \frac{27}{5}i$. C. $z = -\frac{6}{5} + \frac{27}{5}i$. D. $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 71. Cho số phức z , tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 72. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z + 2i$.

- A. $3\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $3 + \sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 73. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| + |z + 2| = 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$?

- A. $M + m = 1$ B. $M + m = 4$ C. $M + m = \frac{17}{2}$ D. $M + m = 8$

Câu 74. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 5 + 3i| = 3, |iw + 4 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |3iz + 2w|$.

- A. $\sqrt{578} + 13$ B. $\sqrt{578} + 5$ C. $\sqrt{554} + 13$ D. $\sqrt{554} + 5$

Câu 75. Trong các số phức z thỏa $|z + 3 + 4i| = 2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó.

- A. Không tồn tại số phức z_0 . B. $|z_0| = 7$.
C. $|z_0| = 2$. D. $|z_0| = 3$.

Câu 76. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{3} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{2}+1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{6} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{3}+1}{6}$.
C. $\sqrt{5}-1 \leq |z| \leq \sqrt{5}+1$. D. $\sqrt{6}-1 \leq |z| \leq \sqrt{6}+1$.

Câu 77. Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z - 6 - 2i| = \sqrt{10}$. Tìm mô đun lớn nhất của số phức z .

- A. $3 + \sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{5}$ D. 3.

Câu 78. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có mô đun nhỏ nhất.

- A. $z = -1 + i$. B. $z = 3 + 2i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Câu 79. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 2$. Tìm mô đun lớn nhất của số phức z .

- A. $\sqrt{5 + 6\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{11 + 4\sqrt{5}}$. C. $\sqrt{6 + 4\sqrt{5}}$. D. $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$.

Câu 80. Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = |z + 1 - i|$ là.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 8. D. $\sqrt{2}$.

Câu 81. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác

0 thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

- A. $2M - m = \frac{5}{2}$. B. $2M - m = 10$. C. $2M - m = 6$. D. $2M - m = \frac{3}{2}$.

Câu 82. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 3i|$ và số phức $w = \frac{1}{z}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w|$.

- A. $|w|_{\max} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$. B. $|w|_{\max} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$. C. $|w|_{\max} = \frac{4\sqrt{5}}{7}$. D. $|w|_{\max} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$.

Câu 83. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính $F = -a + 4b$

khi $\left| z - \frac{1}{2} + 3i \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $F = 4$. B. $F = 6$. C. $F = 5$. D. $F = 7$.

Câu 84. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của môđun số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Tính $M+m$

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 85. - 2017] Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|$, thỏa mãn $|z_1-z_2|=\frac{8}{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1+z_2|$ bằng.

- A. $4\sqrt{2}$. B. 5. C. $\frac{56}{5}$. D. $\frac{31}{5}$.

Câu 86. Trong các số phức z thỏa mãn $|z^2+1|=2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó môđun của số phức $w=z_1+z_2$ là

- A. $|w|=1+\sqrt{2}$. B. $|w|=2\sqrt{2}$. C. $|w|=2$. D. $|w|=\sqrt{2}$.

Câu 87. Cho số phức z thỏa mãn: $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:

- A. $\sqrt{5}-1$. B. $\sqrt{5}+1$. C. $\sqrt{5}+2$. D. $\sqrt{5}-2$.

Câu 88. Cho số phức z thỏa mãn $|2z-3-4i|=10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M-m$ bằng.

- A. 15. B. 10. C. 20. D. 5.

Câu 89. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-4-5i|=|z_2-1|$ và $|\bar{z}+4i|=|z-8+4i|$. Tính $M=|z_1-z_2|$ khi $P=|z-z_1|+|z-z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 6. B. $2\sqrt{5}$. C. 8. D. $\sqrt{41}$.

Câu 90. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z|=|\bar{z}-3+4i|$:

- A. $z=-3-4i$. B. $z=3-\frac{7}{8}i$. C. $z=\frac{3}{2}+2i$. D. $z=-\frac{3}{2}-2i$.

Câu 91. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(4; 4)$ và M là điểm biến đổi số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=|z+2-i|$. Tìm tọa độ điểm M để đoạn thẳng AM nhỏ nhất.

- A. $M(1; 5)$. B. $M(2; 8)$. C. $M(-1; -1)$. D. $M(-2; -4)$.

Câu 92. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$.

- A. $\sqrt{13}+1$. B. $\sqrt{13}+2$. C. 4. D. 6.

Câu 93. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z^2-z|+|z^2+z+1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z|=1$.

- A. 3. B. $\frac{13}{4}$. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 94. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3i|+|z-3i|=10$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là điểm biểu diễn số phức z có môđun lớn nhất và nhỏ nhất. Gọi M là trung điểm của M_1M_2 , $M(a;b)$ biểu diễn số phức w , tổng $|a|+|b|$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{7}{2}$. B. 5. C. 4. D. $\frac{9}{2}$.