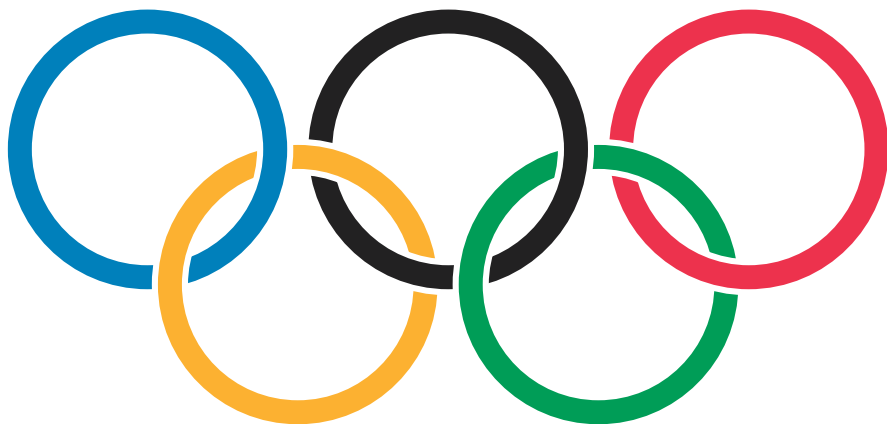


NGUYỄN THANH TRIỀU

★★★★★

# SỔ TAY ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

10 - 11 - 12



Tháng 07 - 2013

Để biết thêm về các tài liệu toán học, độc giả có thể truy cập vào trang web cá nhân của tác giả:

**<http://nttrieu.wordpress.com>**

Tôi sưu tầm tài liệu này trên web, nguồn là tệp TeX tôi chỉ định dạng và phong chữ lại cho dễ dùng. Lúc lấy tài liệu quên ghi lại địa chỉ, cảm ơn bạn đã soạn ra tài liệu này.

*Hà Nội, 23/01/2017*  
**Nguyễn Hữu Điển**

# Mục lục

<b>Mục lục</b> .....	<b>2</b>
<b>Chương 1. Mệnh đề và tập hợp</b> .....	<b>10</b>
1.1. Mệnh đề .....	10
1.2. Tập hợp .....	10
1.2.1. Các tập hợp số .....	10
1.2.2. Phần tử của tập hợp .....	10
1.2.3. Các tập hợp con của $\mathbb{R}$ .....	11
1.2.4. Các phép toán với tập hợp .....	11
1.3. Số gần đúng - Sai số .....	12
<b>Chương 2. Hàm số bậc nhất và bậc hai</b> .....	<b>14</b>
2.1. Khái niệm cơ bản về hàm số .....	14
2.1.1. Ánh xạ .....	14
2.1.2. Khái niệm hàm số .....	15
2.1.3. Đồ thị của hàm số .....	15
2.1.4. Các tính chất cơ bản của hàm số .....	15
2.2. Hàm số bậc nhất .....	16
2.2.1. Hàm số bậc nhất .....	16
2.2.2. Hàm số hằng $y = b$ với $b \in \mathbb{R}$ .....	17
2.2.3. Hàm số $y =  x $ .....	17
2.3. Hàm số bậc hai .....	17
2.3.1. Cơ bản về hàm số bậc hai .....	17
2.3.2. Đồ thị .....	17
2.3.3. Bảng biến thiên .....	18
2.3.4. Cách vẽ đồ thị .....	18
<b>Chương 3. Phương trình và hệ phương trình</b> .....	<b>19</b>
3.1. Đại cương về phương trình .....	19
3.1.1. Các khái niệm cơ bản .....	19
3.1.2. Phương trình tương đương và phương trình hệ quả ..	19
3.1.3. Biến đổi tương đương các phương trình .....	20

3.2. Phương trình qui về bậc nhất, bậc hai.....	20
3.2.1. Giải và biện luận phương trình bậc nhất.....	20
3.2.2. Giải và biện luận phương trình bậc hai.....	20
3.2.3. Định lý về tổng và tích hai nghiệm của phương trình bậc hai.....	21
3.2.4. Phương trình trùng phương.....	21
3.2.5. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.....	21
3.2.6. Phương trình chứa dấu căn thức.....	22
3.3. Phương trình, hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn.....	24
3.3.1. Phương trình bậc nhất hai ẩn.....	24
3.3.2. Hệ hai phương trình bậc nhất 2 ẩn.....	24
3.3.3. Dạng tam giác của hệ 3 phương trình bậc nhất ba ẩn..	24
3.3.4. Hệ ba phương trình bậc nhất 3 ẩn.....	24
3.3.5. Một số hệ phương trình khác.....	25
<b>Chương 4. Bất đẳng thức và bất phương trình.....</b>	<b>26</b>
4.1. Bất đẳng thức.....	26
4.1.1. Định nghĩa.....	26
4.1.2. Các tính chất bất đẳng thức cơ bản.....	26
4.1.3. Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.....	26
4.1.4. Bất đẳng thức Cauchy.....	27
4.1.5. Bất đẳng thức Bunhiacopski.....	27
4.1.6. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một hàm số.....	28
4.2. Bất phương trình và hệ bất phương trình một ẩn.....	28
4.2.1. Điều kiện của một bất phương trình.....	28
4.2.2. Hai bất phương trình (hệ bất phương trình) tương đương .	28
4.2.3. Các phép biến đổi bất phương trình.....	28
4.2.4. Chú ý.....	29
4.3. Dấu của nhị thức bậc nhất.....	29
4.4. Bất phương trình bậc nhất 2 ẩn.....	29
4.4.1. Bất phương trình bậc nhất 2 ẩn.....	29
4.4.2. Hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn.....	30
4.4.3. Bài toán tối ưu trong kinh tế.....	30

4.5. Dấu của tam thức bậc hai.....	30
4.5.1. Định lý về dấu của tam thức bậc hai.....	30
4.5.2. Một số điều kiện tương đương.....	31
<b>Chương 5. Thống kê.....</b>	<b>32</b>
5.1. Bảng phân bố tần số và tần suất.....	32
5.1.1. Tần số và tần suất của một giá trị.....	32
5.1.2. Tần số và tần suất của một lớp.....	32
5.2. Số trung bình cộng.....	32
5.2.1. Số trung bình cộng.....	32
5.2.2. Số trung vị.....	33
5.2.3. Mốt.....	33
5.2.4. Chọn đại diện cho các số liệu thống kê.....	33
5.3. Phương sai và độ lệch chuẩn.....	34
5.3.1. Công thức tính phương sai.....	34
5.3.2. Ý nghĩa và cách sử dụng phương sai.....	34
5.3.3. Độ lệch chuẩn.....	35
<b>Chương 6. Cung và góc lượng giác.....</b>	<b>36</b>
6.1. Cung và góc lượng giác.....	36
6.1.1. Quan hệ giữa độ và radian.....	36
6.1.2. Độ dài của cung tròn.....	36
6.1.3. Số đo của cung lượng giác.....	36
6.1.4. Biểu diễn cung lượng giác.....	36
6.2. Giá trị lượng giác của một cung.....	37
6.2.1. Các kiến thức cơ bản.....	37
6.2.2. Các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản.....	38
6.2.3. Giá trị lượng giác của các cung đối nhau.....	38
6.2.4. Giá trị lượng giác của các cung bù nhau.....	38
6.2.5. Giá trị lượng giác của các cung phụ nhau.....	38
6.2.6. Giá trị lượng giác của các cung hơn kém $\pi$ .....	38
6.3. Công thức lượng giác.....	39
6.3.1. Công thức cộng.....	39
6.3.2. Công thức nhân đôi.....	39
6.3.3. Công thức nhân ba.....	39
6.3.4. Công thức hạ bậc.....	39
6.3.5. Công thức tính theo $t = \tan \frac{x}{2}$ .....	39

6.3.6. Công thức tổng thành tích.....	39
6.3.7. Công thức tích thành tổng.....	40
6.3.8. Một số công thức khác.....	40
<b>Chương 7. Hàm số lượng giác.....</b>	<b>41</b>
7.1. Hàm số lượng giác.....	41
7.1.1. Hàm số sin.....	41
7.1.2. Hàm số cos.....	41
7.1.3. Hàm số tang.....	42
7.1.4. Hàm số cotang.....	43
7.2. Phương trình lượng giác cơ bản.....	44
7.2.1. Phương trình cơ bản theo sin.....	44
7.2.2. Phương trình cơ bản theo cos.....	44
7.2.3. Phương trình cơ bản theo tan.....	45
7.2.4. Phương trình cơ bản theo cot.....	45
7.3. Phương trình lượng giác thường gặp.....	46
7.3.1. Phương trình lượng giác đưa về dạng đại số.....	46
7.3.2. Phương trình bậc nhất đối với sin và cos.....	46
7.3.3. Phương trình chứa tổng (hay hiệu) và tích của sin và cos ..	47
7.3.4. Phương trình đẳng cấp đối với sin và cos.....	47
<b>Chương 8. Tổ hợp và xác suất.....</b>	<b>48</b>
8.1. Quy tắc đếm.....	48
8.1.1. Quy tắc cộng.....	48
8.1.2. Quy tắc nhân.....	48
8.2. Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.....	49
8.2.1. Hoán vị.....	49
8.2.2. Chỉnh hợp.....	49
8.2.3. Tổ hợp.....	49
8.3. Nhị thức Newton.....	49
8.3.1. Công thức nhị thức Newton.....	49
8.3.2. Các tính chất.....	50
8.4. Lý thuyết cơ bản về xác suất.....	50
8.4.1. Phép thử và biến cố.....	50
8.4.2. Xác suất của biến cố.....	50

<b>Chương 9. Dãy số</b> .....	<b>52</b>
9.1. Phương pháp quy nạp toán học .....	52
9.2. Dãy số .....	53
9.2.1. Cơ bản về dãy số .....	53
9.2.2. Cách cho một dãy số .....	53
9.2.3. Dãy số tăng, dãy số giảm .....	54
9.2.4. Dãy số bị chặn .....	54
9.3. Cấp số cộng .....	54
9.3.1. Cơ bản về cấp số cộng .....	54
9.3.2. Số hạng tổng quát .....	55
9.3.3. Tính chất .....	55
9.3.4. Tổng $n$ số hạng đầu .....	55
9.4. Cấp số nhân .....	55
9.4.1. Cơ bản về cấp số nhân .....	55
9.4.2. Số hạng tổng quát .....	56
9.4.3. Tính chất .....	56
9.4.4. Tổng $n$ số hạng đầu .....	56
<b>Chương 10. Giới hạn</b> .....	<b>57</b>
10.1. Giới hạn của dãy số .....	57
10.1.1. Giới hạn hữu hạn .....	57
10.1.2. Giới hạn vô cực .....	57
10.1.3. Các giới hạn đặc biệt .....	57
10.1.4. Định lý về giới hạn hữu hạn .....	57
10.1.5. Liên hệ giữa giới hạn hữu hạn và vô cực .....	58
10.1.6. Cấp số nhân lùi vô hạn .....	58
10.2. Giới hạn của hàm số .....	58
10.2.1. Giới hạn hữu hạn .....	58
10.2.2. Giới hạn vô cực .....	58
10.2.3. Các giới hạn đặc biệt .....	59
10.2.4. Các định lý về giới hạn hữu hạn .....	59
10.2.5. Các quy tắc về giới hạn vô cực .....	60
10.3. Hàm số liên tục .....	60
10.3.1. Hàm số liên tục .....	60
10.3.2. Các định lý .....	61

<b>Chương 11. Đạo hàm</b> .....	<b>62</b>
11.1. Các lý thuyết về đạo hàm .....	62
11.1.1. Định nghĩa .....	62
11.1.2. Quy tắc tính đạo hàm bằng định nghĩa .....	62
11.1.3. Quan hệ giữa tính liên tục và sự có đạo hàm .....	62
11.1.4. Ý nghĩa hình học của đạo hàm .....	63
11.1.5. Ý nghĩa vật lý của đạo hàm .....	63
11.2. Các qui tắc tính đạo hàm .....	63
11.2.1. Các công thức .....	63
11.2.2. Bảng các đạo hàm cơ bản .....	63
11.3. Vi phân .....	64
<b>Chương 12. Khảo sát hàm số</b> .....	<b>65</b>
12.1. Tính đồng biến - nghịch biến của hàm số .....	65
12.2. Cực trị của hàm số .....	65
12.3. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số .....	65
12.3.1. Cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên một đoạn ..	65
12.3.2. Cách tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên một khoảng .	66
12.4. Đường tiệm cận .....	66
12.4.1. Đường tiệm cận đứng .....	66
12.4.2. Đường tiệm cận ngang .....	66
12.5. Các bước khảo sát hàm số .....	67
12.5.1. Sơ đồ khảo sát hàm số $y = f(x)$ .....	67
12.5.2. Tương giao của hai đồ thị .....	67
<b>Chương 13. Lũy thừa và logarit</b> .....	<b>69</b>
13.1. Lũy thừa .....	69
13.1.1. Lũy thừa với số mũ nguyên .....	69
13.1.2. Căn bậc $n$ .....	69
13.1.3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ .....	69
13.1.4. Lũy thừa với số mũ vô tỉ .....	70
13.1.5. Các tính chất lũy thừa .....	70
13.2. Hàm số lũy thừa .....	70
13.2.1. Cơ bản về hàm số lũy thừa .....	70
13.2.2. Tập xác định .....	70
13.2.3. Đạo hàm .....	70



13.2.4. Tính chất .....	70
13.2.5. Đồ thị .....	71
13.3. Logarit .....	71
13.3.1. Cơ bản về logarit .....	71
13.3.2. Các tính chất .....	71
13.3.3. Các quy tắc tính .....	71
13.3.4. Logarit thập phân và logarit tự nhiên .....	72
13.4. Hàm số mũ và hàm số logarit .....	72
13.4.1. Hàm số mũ .....	72
13.4.2. Hàm số logarit .....	72
13.5. Phương trình mũ và phương trình logarit .....	73
13.5.1. Phương trình mũ .....	73
13.5.2. Phương trình logarit .....	73
13.6. Bất phương trình mũ và logarit .....	74
13.6.1. Bất phương trình mũ .....	74
13.6.2. Bất phương trình logarit .....	75
<b>Chương 14. Nguyên hàm và tích phân .....</b>	<b>76</b>
14.1. Nguyên hàm .....	76
14.1.1. Nguyên hàm và các tính chất .....	76
14.1.2. Phương pháp tính nguyên hàm .....	76
14.1.3. Bảng các nguyên hàm cơ bản .....	77
14.2. Tích phân .....	78
14.2.1. Tích phân và các tính chất .....	78
14.2.2. Phương pháp tính tích phân .....	79
14.2.3. Ứng dụng của tích phân .....	79
<b>Chương 15. Số phức .....</b>	<b>81</b>
15.1. Cơ bản về số phức .....	81
15.2. Các phép toán với số phức .....	81
15.3. Phương trình bậc hai với hệ số thực .....	82
15.4. Dạng lượng giác của số phức và ứng dụng .....	82
<b>Tài liệu tham khảo .....</b>	<b>84</b>

# Chương 1

## MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

### 1.1. Mệnh đề

1. Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai.
2. Với mỗi giá trị của biến thuộc một tập hợp nào đó, mệnh đề chứa biến trở thành mệnh đề.
3. Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  ký hiệu là  $\bar{P}$ ,  $\bar{\bar{P}}$  đúng khi  $P$  sai và ngược lại.
4. Mệnh đề kéo theo  $P \implies Q$  chỉ sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai.
5. Ký hiệu  $\forall$  (chữ A đảo ngược) đọc là “với mọi” hay “tất cả” xuất phát từ tiếng anh là “All”.
6. Ký hiệu  $\exists$  (chữ E đảo ngược) đọc là “tồn tại” hay “có một” xuất phát từ tiếng anh là “Exists”.

### 1.2. Tập hợp

#### 1.2.1. Các tập hợp số

1. Tập hợp các số thực ký hiệu là  $\mathbb{R}$ , viết tắt của từ “Real” có nghĩa là “thực”.
2. Tập hợp các số hữu tỉ ký hiệu là  $\mathbb{Q}$ , viết tắt của từ “Quotient” trong tiếng Đức có nghĩa là “hữu tỉ”.
3. Tập hợp các số nguyên ký hiệu là  $\mathbb{Z}$ , viết tắt của từ “Zahlen” trong tiếng Đức có nghĩa là “số nguyên”.
4. Tập hợp các số tự nhiên ký hiệu là  $\mathbb{N}$ , viết tắt của từ “Natural” có nghĩa là “tự nhiên”.
5. Ký hiệu “ $\subset$ ” đọc là “chứa trong” hay “tập con”. Khi đó  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

#### 1.2.2. Phần tử của tập hợp

1.  $a$  là một phần tử của tập hợp  $A$  viết là  $a \in A$ ,  $b$  không là phần tử của tập hợp  $A$  viết là  $b \notin A$ .
2. Tập hợp có thể có hữu hạn hoặc vô hạn phần tử. Tập hợp không có phần tử nào là tập hợp rỗng, ký hiệu là  $\emptyset$ .