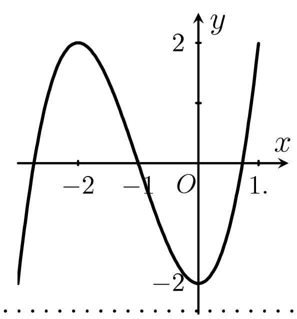
Mục lục

Dự án V

§1. Câu vận dụng môn Giải tích

Câu 1. dai5:k01 [K,D1] Cho đường cong trong hình bên
Đường cong đó là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = -x^3 - 3x^2 - 2$
(B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$
(C) $x^3 - 3x^2 - 2$
(D) $-x^3 + 3x^2 - 2$

Lời giải: Dựa vào đồ thị suy ra hàm số tương ứng có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a>0)

• Đồ thị qua $A\,(0;-2) \Rightarrow d = -2$.

• Đồ thị qua $B\,(-1;0) \Rightarrow -a + b - c - 2 = 0 \Leftrightarrow a - b + c = -2$ **(1)**

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

• có 2 điểm cực trị $x_{\text{CĐ}} = -2$ và $x_{\text{CT}} = 0$ suy ra y' có 2 nghiệm -2 và 0.

$$\Rightarrow \begin{cases} 12a - 4b + c &= 0 \\ c &= 0 \end{cases} \textbf{(2)}$$

Từ **(1)** và **(2)** ta có $\begin{cases} a - b &= -2 \\ 12a - 4b &= 0 \\ c &= 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= 1 \\ b &= 3 \\ c &= 0 \end{cases}$

nên $f\,(x) = x^3 + 3x^2 - 2$. Thử lại thấy đúng. □

Câu 2. dai5:k02 [K,D1] Tìm m lớn nhất để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m-3)x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(A) $m = 0$ (B) $m = 1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 4$

....

Lời giải: Ta có $y' = x^2 - 2mx + 4m - 3$
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$
Vậy $m = 3$. □

Câu 3. **dai5:k03** [K,D1] Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba điểm cực trị.

(A) $m = 0$ (B) $m > 0$ (C) $m < 0$ (D) $m \neq 0$

....

Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 4x\left(x^2 + m\right)$
nên hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$. □

Câu 4. **dai5:k04** [K,D1] Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

(A) 12 (B) 30 (C) 20 (D) 15

....

Lời giải: Ta có $f'(t) = -30t^2 + 90t$; $f''(t) = -6t + 90$
$f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$
Khảo sát hàm số $f'(t)$ thì $f'(t)$ đạt GTNN bằng 675 tại $t = 15$
Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 15. □

Câu 5. **dai5:k05** [K,D1] Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị là $A(0;1), B, C$ sao cho $BC = 4$.

(A) $m = -4; m = 4$ (B) $m = \sqrt{2}$ (C) $m = 4$ (D) $m = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$

....

Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \end{array}\right.$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$
Với điều kiện $m > 0$, hàm số có 3 cực trị $A(0;1); B\left(-\sqrt{m}; 1 - m^2\right); C\left(\sqrt{m}; 1 - m^2\right)$.
Nên $BC = 4 \Leftrightarrow BC^2 = 16 \Leftrightarrow \left(2\sqrt{m}\right)^2 + 0^2 = 16 \Leftrightarrow m = 4$.
Thử lại thấy đúng. □

Câu 6. **dai5:k06** [K,D1] Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $|x_1 + x_2| = 2$

(A) $m = 3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Lời giải: • Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2 - m$.

• Để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai ngiệm phân biệt, suy ra $m \neq 3$.

• Từ giả thiết ta có $|1-m| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 3(l) \end{array}\right.$ □

Câu 7. dai5:k07 [K,D1] Với giá trị nào của m thì phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = 2m$ có nghiệm

A. $\sqrt{2} \leq m \leq 2$ B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$ C. $-\sqrt{2} \leq m \leq 2$ D. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

Lời giải: Điều kiện: $2 \leq x \leq 4$. Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ trên $[2;4]$ ta có $f(x) > 0$ và

$$f^2(x) = 2 + 2\sqrt{(x-2)(4-x)}.$$

Từ đây suy ra

$$\begin{cases} f^2(x) \geq 2 \\ f^2(x) \leq 2 + 2.\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{x-2}^2 + \sqrt{4-x}^2\right) = 4 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2} \leq f(x) \leq 2.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi $\sqrt{2} \leq 2m \leq 2 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$. □

Câu 8. dai5:k08 [K,D1] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 8x + m$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

A. $m = 8$ B. $m = -8$ C. $m = 18$ D. $m - 18$

Lời giải: Ta cần tìm m để hệ sau có nghiệm $\begin{cases} -x^4 - 2x^2 + 3 = 8x + m \ (1) \\ -4x^3 - 4x = 8 \ (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m = 8 \end{cases}$ □

Câu 9. dai5:k09 [K,D1] Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A. $m \leq 1$ B. $m < 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \leq 0$

Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0 \ \forall x \in (1;2)$ hay $x^2 - m \geq 0 \ \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow m \leq 1$. □

Câu 10. dai5:k10 [K,D1] Cho hàm số $y = (x-1)(x+2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

A. $2x - y - 4 = 0$ B. $2x - y + 4 = 0$ C. $2x + y + 4 = 0$ D. $2x + y - 4 = 0$

Lời giải: Ta có: $y' = 2(x+2)(x-1) + (x+2)^2 = 3x(x+2)$. Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có tọa độ là $A(0,-2); B(-2,0)$. Vậy trung điểm của đoạn thẳng nối hai cực trị là $M(-1,1)$. Nên phải sửa đáp án. □

Câu 11. dai5:k11 [K,D1] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^3+20}{3} + 2\sqrt{x}$ trên đoạn $[1;4]$ là:

(A) 9 (B) 32 (C) 33 (D) 42

Lời giải: □

Câu 12. dai5:k12 [K,D1] Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Lời giải: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \pm\dfrac{1}{2}$ Nên đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang. □

Câu 13. dai5:k13 [K,D1] Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? Một học sinh làm như sau:

Bước 1. $D = \mathbb{R}\backslash\{-m\}$, $y' = \dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$.

Bước 2. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Leftrightarrow y'(2) = 0 \quad (*)$

Bước 3. $(*) \Leftrightarrow m^2+4m+3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-3 \end{array}\right.$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào

(A) Sai từ bước 1 (B) Sai từ bước 2 (C) Sai từ bước 3 (D) Đúng

Lời giải: Thiếu điều kiện $y'(2) = 0$ chưa đủ để $x = 2$ là một điểm cực trị. □

Câu 14. dai5:k14 [K,D1] Giá trị của m để đường thẳng $y = 2x+m$ cắt đường cong $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ tại hi điểm phân biệt là:

(A) $m \neq 1$ (B) $m > 0$ (C) $m \neq 0$ (D) Một kết quả khác

Lời giải: Xét phương trình tương giao $\dfrac{x+1}{x-1} = 2x+m \quad (*)$. Với $x \neq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x^2-(m+3)x+m-1 = 0. \quad (1)$ Để đường thẳng cắt đường cong tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biết khác 1 $\Delta = (m+3)^2-4(m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2+2m+13 > 0$ Thấy ngay là cần 1 kết quả khác. □

Câu 15. dai5:k15 [K,D1] Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \sin x - \cos x + 2017\sqrt{2}mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $m \geq 2017$ (B) $m > 0$ (C) $m \geq \dfrac{1}{2017}$ (D) $m \geq -\dfrac{1}{2017}$

Lời giải: Ta có: $y' = \cos x + \sin x + 2017\sqrt{2}m$ để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\cos x + \sin x + 2017\sqrt{2}m \geq 0 \quad (*)$ với mọi m.
Vì $|\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$. Nên để $(*)$ đúng với mọi $m \in \mathbb{R}$ thì $-\sqrt{2} \geq -2017\sqrt{2}m$ hay $m \geq \dfrac{1}{2017}$ □

Câu 16. dai5:k16 [K,D1] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất

Ⓐ $y = -3x + 3$ Ⓑ $y = -3x - 3$ Ⓒ $y = -3x$ Ⓓ $y = 0$

Lời giải: Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến.
Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$. Dấu bằng xảy ra khi $x_0 = 1$.
Vậy hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến là -3, ứng với tiếp điểm $M(1; 0)$. Nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là:
$y = -3(x - 1) = -3x + 3$. □

Câu 17. dai5:k17 [K,D1] Số điểm có tọa độ là các số nguyên trên đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+2}$ là:

Ⓐ 4 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 1

Lời giải: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số, khi đó ta có

$$y_0 = \frac{x_0 + 3}{x_0 + 2} \Leftrightarrow y_0 = 1 + \frac{1}{x_0 + 2}.$$

Do $x_0; y_0$ nguyên nên $x_0 + 2$ là ước của 1, suy ra $x_0 + 2 = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 \in \{-1; -3\}$.
Từ đó ta có $M_1(-1; 2)$; $M_2(-3; 0)$ là hai điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số. □

Câu 18. dai5:k18 [K,D1] Cho họ đồ thị $(C_m): y = x^4 + mx^2 - m - 1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của (C_m) đi qua là:

Ⓐ $(-1; 0)$ và $(1; 0)$ Ⓑ $(1; 0)$ và $(0; 1)$ Ⓒ $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$ Ⓓ $(2; 1)$ và $(1; 0)$

Lời giải: Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm mà mọi đồ thị hàm số đi qua, điều này tương đương với phương trình
$y_0 = x_0^4 + mx_0^2 - m - 1$ nghiệm với mọi m
$\Leftrightarrow m(x_0^2 - 1) + x_0^4 - 1 - y_0 = 0$ nghiệm với mọi m
$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = 1 \\ y_0 = x_0^4 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow (x_0; y_0) \in \{(1; 0), (-1; 0)\}$. □

Câu 19. dai5:k19 [K,D1] Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

Ⓐ $f(1) = 0$ Ⓑ $f(1) = -7$ Ⓒ $f(1) = -5$ Ⓓ $f(1) = -6$

Lời giải: Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx$.
Từ giả thiết ta có $\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(2) = -14 \\ f'(0) = f'(2) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} c = 2 \\ 16a + 4b + c = -14 \\ 32a + 4b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 2 \end{cases}$.
Vậy $f(1) = -5$. □

Câu 20. **dai5:k20** [K,D1] Có bao nhiêu tham số nguyên m để hàm số $y = \dfrac{mx^3}{3} - mx^2 + (3 - 2m)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) Một. (B) Vô số. (C) Không. (D) Hai.

Lời giải: Ta có: $y' = mx^2 - 2mx + 3 - 2m$.
Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \iff mx^2 - 2mx + 3 - 2m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
Trường hợp 1: $m = 0 \implies y' = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = 0$ là một đáp số.
Trường hợp 2: $m \neq 0$ khi đó ycbt $\iff \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 3m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \iff 0 < m \leq 1$.
Vậy $0 \leq m \leq 1$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0, m = 1$. □

Câu 21. **dai5:k21** [K,D1] Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

(A) $m \in \{-1; -4\}$. (B) $m \in \{1; 4\}$. (C) $m = -1$. (D) $m = 4$.

Lời giải: Ta có $y = \dfrac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2} = \dfrac{x^2 + m}{(x-1)(x-2)}$.
Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi tử số có nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$. Khi đó $m = -1$ hoặc $m = -4$. □

Câu 22. **dai5:k22** [K,D1] Trong cuộc thi Robocon; một Robot đang chuyển động với vận tốc 5 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + t^2 (m/s^2)$. Tính quãng đường Robot đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

(A) $\dfrac{123}{5}(m)$ (B) $\dfrac{123}{2}(m)$ (C) $\dfrac{123}{4}(m)$ (D) $\dfrac{113}{4}(m)$

Lời giải: Gọi $v(t)$ là vận tốc của Robot. Ta có $v'(t) = a(t) = 2t + t^2$. Suy ra $v(t) = t^2 + \dfrac{1}{3}t^3 + C$, $v(0) = 5 \Rightarrow C = 5$. Do đó $v(t) = t^2 + \dfrac{1}{3}t^3 + 5$. Vậy quãng đường Robot đi được là

$$S = \int_0^3 (t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 5)\, dt = \frac{123}{4} \ (m).$$

□

Câu 23. **dai5:k23** [K,D1] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 - x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có các hoành độ $x_1; x_2; x_3$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 2$.

(A) $m > 0$ (B) $m \leq 0$ (C) với mọi m (D) $m \neq 0$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 2mx^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + 2mx - 1 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

Phương trình (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 0 với mọi m. Giả sử $x_3 = 0$ còn x_1, x_2 là hai nghiệm của (2). Khi đó:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 > 2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2 > 2 \Leftrightarrow m \neq 0.$$

□

Câu 24. **dai5:k24** [K,D1] Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0; \pi)$ là:

(A) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải: D
$y' = 1 + 2cos2x$
$y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = \dfrac{-\pi}{3} + k\pi$
Do $x \in (0; \pi)$ nên $x = \dfrac{\pi}{3}$
Lập bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	$\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\searrow$	

□

Câu 25. **dai5:k25** [K,D1] Cho hàm số $y = \dfrac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

Lời giải: TXĐ: $D = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -3$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = 3$ nên TCN là $y = -3$ và $y = 3$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = +\infty$ nên TCĐ là $x = -1$ và $x = 3$. □

Câu 26. dai5:k26 [K,D1] Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s^2). Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

(A) $68,25m$ (B) $70,25m$ (C) $69,75m$ (D) $67,25m$

Lời giải:

$$v(t) = \int (t^2+4t)dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C$$

Mà

$$v(0) = 15 \Rightarrow C = 15$$

nên

$$v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15$$

$$S(t) = \int_0^3 (\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15)dt = (\frac{1}{12}t^4 + \frac{2}{3}t^3 + 15t)|_0^3 = \frac{279}{4} = 69.75(m)$$

□

Câu 27. dai5:k27 [K,D1] Cho hàm số $y = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$ là

(A) $\dfrac{17}{8}$ (B) $\dfrac{9}{4}$ (C) 2 (D) 3

Lời giải: C

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ ta có $f'(x) = 4x - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{4}$

$f(\dfrac{1}{2}) = -2; f(\dfrac{3}{4}) = \dfrac{-17}{8}; f(2) = 1$

Vậy $Max|f(x)| = \dfrac{17}{8}$ □

Câu 28. dai5:k28 [K,D1] Hàm số $y = \dfrac{x^2-4x}{x+m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

(A) $m \in \left(-\dfrac{1}{2}; 2\right] \backslash\{1\}$ (B) $m \in (-1; 2]\backslash\{1\}$ (C) $m \in \left(-1; \dfrac{1}{2}\right)$ (D) $m \in \left(-1; \dfrac{1}{2}\right]$

Lời giải: $y = \dfrac{x^2 - 4x}{x + m}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$và

$$y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x+m)^2}$$

.

Để hàm số trên đồng biến trên $[1;\infty)$ thì

$$\begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1;\infty) \end{cases}$$

$2m(x-2) \geq -x^2, \forall x \in [1;\infty) (1)$
Xét $x = 2$ luôn thỏa bất phương trình đã cho

Xét $x \neq 2$,khi đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq \dfrac{-x^2}{x-2} x \in [1;2) \\ 2m \geq \dfrac{-x^2}{x-2} x \in (2;\infty) \end{cases}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{-x^2}{x-2}$ trên $[1;\infty) \setminus \{2\}$có $f'(x) = \dfrac{-x^2+4x}{(x-2)^2}$

Lập bảng biến thiên và dựa theo yêu cầu bài toán thì $\begin{cases} m > -1 \\ 2m \leq 1 \\ 2m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}$ □

Câu 29. dai5:k29 [K,D1] Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:

(A) $m = 1; m = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(B) $m = -1; m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

(C) $m = 1; m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

(D) $m = 1; m = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

Lời giải: □

Câu 30. dai5:k30 [K,D1] Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng viên phấn đó với kích thước là $6cm \times 5cm \times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

(A) 17 (B) 15 (C) 16 (D) 18

Lời giải: Đường kính của đáy viên phấn bảng $0,5.2 = 1(cm)$. Vậy khi xếp phấn theo chiều dài của hình hộp thì xếp tối đa được $6:1 = 6$(viên). Tương tự khi xếp theo chiều rộng của hình hộp thì xếp tối đa được $5:1 = 5$(viên). Vậy số viên phấn tối đa mà ta có thể xếp được $6.5 = 30$(viên). Ta có 460 viên phấn thì sẽ xếp vô được $460 : 30 \approx 15.3 \Rightarrow$cần ít nhất 16 hộp để xếp hết 460 viên phấn □

Câu 31. dai5:k31 [K,D1] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đúng hai đường tiệm cận ngang?