

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° . ĐỊNH LÝ COSIN, SIN TRONG TAM GIÁC

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

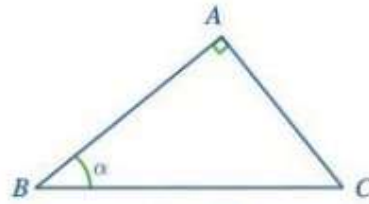
PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° .

Cho tam giác ABC vuông tại A có góc $\widehat{ABC} = \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$, $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$, $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$, $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha, \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

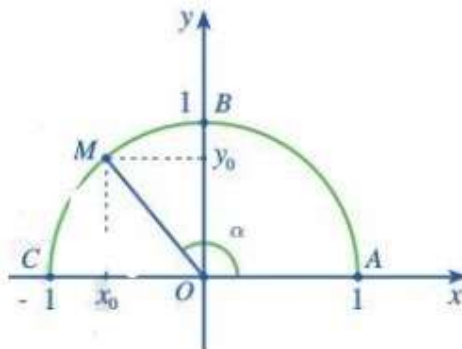


- sin của góc α , kí hiệu là $\sin \alpha$, được xác định bởi: $\sin \alpha = y_0$;
- cosin của góc α , kí hiệu là $\cos \alpha$, được xác định bởi: $\cos \alpha = x_0$;
- tang của góc α , kí hiệu là $\tan \alpha$, được xác định bởi: $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0} (x_0 \neq 0)$;
- cotang của góc α , kí hiệu là $\cot \alpha$, được xác định bởi: $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0} (y_0 \neq 0)$.

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc α .

Ví dụ 1. Tính các giá trị lượng giác của các góc: $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Giải.



Với $\alpha = 0^\circ$; khi đó, M trùng với $A(1;0)$. Do đó $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\tan 0^\circ, \cot 0^\circ$ không xác định.

Với $\alpha = 90^\circ$; khi đó, M trùng với $B(0;1)$. Do đó $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, $\cot 90^\circ = 0$, $\tan 90^\circ$ không xác định.

Với $\alpha = 180^\circ$; khi đó, M trùng với $C(-1;0)$. Do đó $\sin 180^\circ = 0$, $\cos 180^\circ = -1$, $\tan 180^\circ, \cot 180^\circ$ không xác định.

Chú ý. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ)$; $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì:

$$- \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$- \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$- \tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha (\alpha \neq 90^\circ),$$

$$-\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha \quad (\alpha \neq 0^\circ, \alpha \neq 180^\circ).$$

Ví dụ 2. Không dùng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức sau:

$$T = \cos 15^\circ - \sin 35^\circ + \cos 55^\circ + \cos 165^\circ - \cos 180^\circ.$$

Giải

$$\begin{aligned} T &= \cos 15^\circ - \sin 35^\circ + \cos(90^\circ - 35^\circ) + \cos(180^\circ - 15^\circ) + 1 \\ &= \cos 15^\circ - \sin 35^\circ + \sin 35^\circ - \cos 15^\circ + 1 = 1 \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Viết giá trị lượng giác của góc 120° .

Giải

$$\text{Ta có: } \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}; \quad \cot 120^\circ = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Tương tự ta có bảng giá trị lượng giác (GTLG) của một số góc đặc biệt:

GTLG α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\parallel	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot \alpha$	\parallel	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	\parallel

II. Định lí côsin

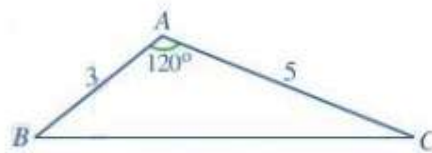
Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. khi đó

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 5$ và $\hat{A} = 120^\circ$



- Tính $\cos A$;
- Tính độ dài cạnh BC .

Giải

$$\text{a) Ta có: } \cos A = \cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

b) Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

Thay số ta có:

$$BC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 49.$$

$$\text{Do đó } BC = \sqrt{49} = 7.$$

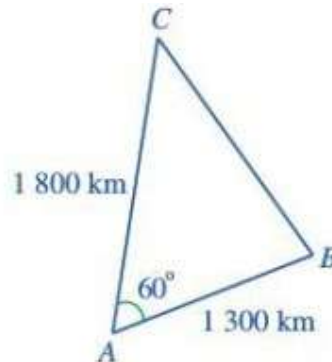
Ví dụ 5. Hai máy bay cùng xuất phát từ một sân bay A và bay theo hai hướng khác nhau, tạo với nhau góc 60° . Máy bay thứ nhất bay với vận tốc 650 km/h , máy bay thứ hai bay với vận tốc 900 km/h . Sau 2 giờ, hai máy bay cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết rằng cả hai máy bay bay theo đường thẳng và sau 2 giờ bay đều chưa hạ cánh.

Giải

Giả sử sau 2 giờ, máy bay thứ nhất đến vị trí B , máy bay thứ hai đến vị trí C . Ta có:

$$AB = 2.650 = 1300(\text{km}), AC = 2.900 = 1800(\text{km}),$$

$$\widehat{BAC} = 60^\circ$$



Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC , ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \\ &= 1300^2 + 1800^2 - 2 \cdot 1300 \cdot 1800 \cdot \cos 60^\circ = 2590000. \end{aligned}$$

Do đó $BC \approx 1609,35(\text{km})$.

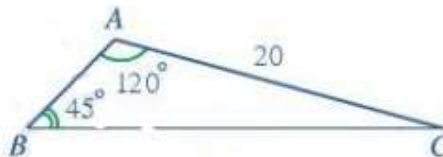
Vậy sau 2 giờ hai máy bay cách nhau khoảng $1609,35\text{ km}$.

III. Định lí sin

Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp là R . Khi đó:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \quad a = 2R \sin A, \quad b = 2R \sin B, \quad c = 2R \sin C.$$

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 120^\circ, \widehat{B} = 45^\circ$ và $CA = 20$. Tính:



a) $\sin A$;

b) Độ dài cạnh BC và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Giải

a) Ta có: $\sin A = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

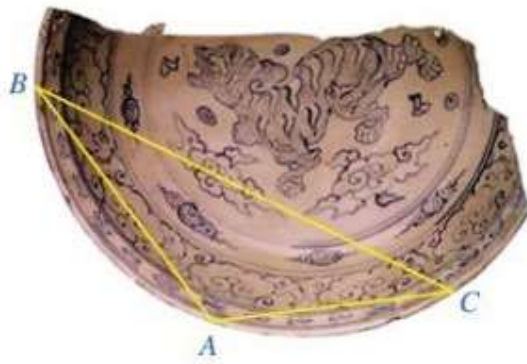
b) Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{CA}{\sin B} = 2R$.

$$\text{Do đó } BC = \frac{CA \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{20 \cdot \sin 120^\circ}{\sin 45^\circ} = 10\sqrt{6};$$

$$R = \frac{CA}{2 \cdot \sin B} = \frac{20}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 10\sqrt{2}$$

Ví dụ 7. Các nhà khảo cổ học tìm được một mảnh chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ. Để xác định đường kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy ba điểm trên vành đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như sau:

$$BC \approx 28,5\text{ cm}; \widehat{BAC} \approx 120^\circ.$$



Tính đường kính của chiếc đĩa theo đơn vị xăng-ti-mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Giải

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có: $2R = \frac{BC}{\sin A} \approx \frac{28,5}{\sin 120^\circ} \approx 33(\text{cm})$.

Vậy đường kính của chiếc đĩa khoảng 33cm .

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° .

Câu 1. Tìm góc α , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ trong mỗi trường hợp sau

- $\sin \alpha = \frac{1}{2}$
- $\cos \alpha = 0$.
- $\tan \alpha = -\sqrt{3}$

Câu 2. Cho góc $\alpha = 135^\circ$. Hãy tính $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$

Câu 3. Tính giá trị lượng giác của các góc sau đây

- 120°
- 150°
- 180°

Câu 4. Tính theo hàm số lượng giác của các góc bé hơn 90° :

$\sin 100^\circ$, $\sin 160^\circ$, $\cos 170^\circ$, $\tan 103^\circ 45'$ $\cot 124^\circ 15'$.

Câu 5. Tìm giá trị của biểu thức

- $A = 2 \sin 30^\circ + 3 \cos 45^\circ - \sin 60^\circ$
- $B = 3 \cos 30^\circ + 3 \sin 45^\circ - \cos 60^\circ$

Câu 6. Tính giá trị của biểu thức

- $a \sin 0^\circ + b \cos 0^\circ + c \sin 90^\circ$.
- $a \cos 90^\circ + b \sin 90^\circ + c \sin 180^\circ$.
- $a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ$.

Câu 7. Tính giá trị các biểu thức sau:

- $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ$
- $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$
- $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

Câu 8. Tính giá trị các biểu thức sau:

- $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$
- $B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$

c) $C = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$

Câu 9. Tính giá trị của biểu thức

a) $\sin x + \cos x$ khi x bằng $0^\circ, 135^\circ, 120^\circ$.

b) $2 \sin x + \cos 2x$ khi x bằng $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$.

c) $\sin^2 x + \cos^2 x$ khi x bằng $30^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 145^\circ, 180^\circ$

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $T = \sqrt{1 - \sin x} \cdot \sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - 2 \sin x \cdot \cos x}$ khi $\tan x = \sqrt{3}, \tan x = -\frac{3}{4}$.

Câu 11. Tính giá trị của biểu thức

a) $\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$.

b) $\sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$.

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = \cos 0^\circ + \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

b) $B = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$.

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \tan 5^\circ \dots \tan 89^\circ$.

Câu 13. a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \cos^4 x - \cos^2 x + \sin^2 x$.

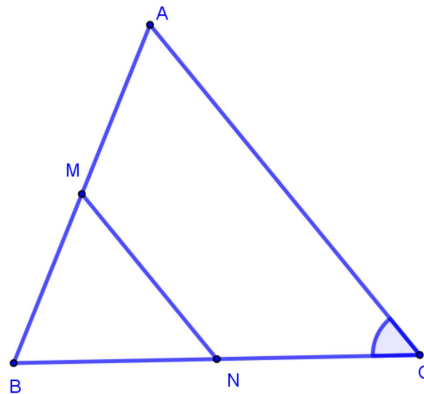
b) Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức: $Q = \sin^4 x - \sin^2 x + \cos^2 x$.

Dạng 2. Định lí cosin

Câu 1. Cho tam giác ABC , biết

a) $a = 12, b = 13, c = 15$. Tính độ lớn góc A . b) $AB = 5, AC = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Tính cạnh BC

Câu 2. Cho tam giác ABC , có đoạn thẳng nối trung điểm AB và BC bằng 3, cạnh $AB = 9$ và $\hat{ACB} = 60^\circ$. Tính cạnh BC .



Dạng 3. Định lí sin

Câu 3. Cho tam giác ABC , biết

a) $\hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 45^\circ, b = 4$. Tính cạnh b và c . b) $\hat{A} = 60^\circ, a = 6$. Tính R

Câu 4. Cho tam giác ABC , có $\hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 45^\circ, BC = a$

a) Tính độ dài hai cạnh AB, AC .

b) Chứng minh $\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**Dạng 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° .**

Câu 1. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$

Câu 2. Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

Câu 3. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. 2

Câu 4. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$ B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$ D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$. B. $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$. C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. D. $\sin 60^\circ = -\cos 120^\circ$.

Câu 6. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$. B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.
C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$. D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.

Câu 7. Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 0.

Câu 8. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0$. B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$. D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Câu 9. Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. 2. B. 0. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 11. Giá trị của $E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin 126^\circ \cos 84^\circ$ là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 1. D. -1.

Câu 12. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là

A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 13. Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 14. Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng

A. 21. B. 23. C. 22. D. 24.

Câu 15. Giá trị của $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ là

A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 16. Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là

A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. -2. D. 1.

- Câu 17.** Biểu thức $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.
- Câu 18.** Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.
A. $A = 12$. **B.** $A = 11$. **C.** $A = 13$. **D.** $A = 5$.
- Câu 19.** Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.
- Câu 20.** Biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ có giá trị bằng:
A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 0.
- Câu 21.** Biểu thức: $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.
- Câu 22.** Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 23.** Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.
A. $m^2 - 1$. **B.** $\frac{m^2 - 1}{2}$. **C.** $\frac{m^2 + 1}{2}$. **D.** $m^2 + 1$.

Dạng 2. Định lí cosin

- Câu 1.** Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.
- Câu 2.** Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?
A. $c = 3\sqrt{21}$. **B.** $c = 7\sqrt{2}$. **C.** $c = 2\sqrt{11}$. **D.** $c = 2\sqrt{21}$.
- Câu 3.** Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là:
A. $2\sqrt{13}$. **B.** $3\sqrt{12}$. **C.** $2\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{20}$.
- Câu 4.** Cho $\triangle ABC$ có $B = 60^\circ, a = 8, c = 5$. Độ dài cạnh b bằng:
A. 7. **B.** 129. **C.** 49. **D.** $\sqrt{129}$.
- Câu 5.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9; BC = 8; \hat{B} = 60^\circ$. Tính độ dài AC .
A. $\sqrt{73}$. **B.** $\sqrt{217}$. **C.** 8. **D.** $\sqrt{113}$.
- Câu 6.** Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 1$ và $A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .
A. $BC = \sqrt{2}$. **B.** $BC = 1$. **C.** $BC = \sqrt{3}$. **D.** $BC = 2$.
- Câu 7.** Tam giác ABC có $a = 8, c = 3, \hat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?
A. 49. **B.** $\sqrt{97}$ **C.** 7. **D.** $\sqrt{61}$.
- Câu 8.** Tam giác ABC có $\hat{C} = 150^\circ, BC = \sqrt{3}, AC = 2$. Tính cạnh AB ?
A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 10. **D.** 1.
- Câu 9.** Cho $a; b; c$ là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC . Biết $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{4}{5}$. Tính độ dài của a .
A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{23}{8}$. **D.** 6.

- Câu 10.** Cho $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?
A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.
- Câu 11.** Cho $a; b; c$ là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sau đây không đúng?
A. $a^2 < ab + ac$. **B.** $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$. **C.** $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$. **D.** $ab + bc > b^2$.
- Câu 12.** Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.
A. $\cos A = -\frac{2}{3}$. **B.** $\cos A = \frac{1}{2}$. **C.** $\cos A = \frac{1}{3}$. **D.** $\cos A = \frac{2}{3}$.
- Câu 13.** Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó:
A. Góc $C > 90^\circ$ **B.** Góc $C < 90^\circ$
C. Góc $C = 90^\circ$ **D.** Không thể kết luận được gì về góc C .
- Câu 14.** Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:
A. $A = 30^\circ$. **B.** $A = 45^\circ$. **C.** $A = 60^\circ$. **D.** $A = 75^\circ$.
- Câu 15.** Cho các điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Góc \widehat{BAC} bằng bao nhiêu?
A. 90° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 30° .
- Câu 16.** Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?
A. $33^\circ 34'$. **B.** $117^\circ 49'$. **C.** $28^\circ 37'$. **D.** $58^\circ 24'$.
- Câu 17.** Cho tam giác ABC , biết $a = 13, b = 14, c = 15$. Tính góc B ?
A. $59^\circ 49'$. **B.** $53^\circ 7'$. **C.** $59^\circ 29'$. **D.** $62^\circ 22'$.
- Câu 18.** Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$ với $b \neq c$. Khi đó, góc \widehat{BAC} bằng
A. 45° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 120° .
- Câu 19.** Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc \widehat{BAC} bằng bao nhiêu độ.
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 45° .
- Câu 20.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA : MB : MC = 1 : 2 : 3$ khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?
A. 135° . **B.** 90° . **C.** 150° . **D.** 120° .
- Câu 21.** Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 1h, khoảng cách giữa 2 xe là:
A. 13 km . **B.** $15\sqrt{3} \text{ km}$. **C.** $10\sqrt{13}$. **D.** 15 km .
- Câu 22.** Hai tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi theo hai hướng và tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với vận tốc 30 km/h , tàu thứ hai chạy với vận tốc 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách xa nhau bao nhiêu km ?
A. $25\sqrt{10}$. **B.** $30\sqrt{10}$. **C.** $18\sqrt{13}$. **D.** $20\sqrt{13}$.

- Câu 23.** Khoảng cách từ A đến C không thể đo trực tiếp vì phải qua một đầm lầy nên người ta làm như sau. Xác định một điểm B có khoảng cách AB là 12km và đo được góc $\widehat{ACB} = 37^\circ$. Hãy tính khoảng cách AC biết rằng BC bằng 5km .
- A. $AC \approx 17\text{km}$. B. $AC \approx 12\text{km}$. C. $AC \approx 15,6\text{km}$. D. $AC \approx 20\text{km}$.

Dạng 3. Định lý sin

Câu 24. Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

- A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. B. $\sin A = \frac{a}{2R}$. C. $b \sin B = 2R$. D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.

Câu 25. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = 4$. B. $R = 1$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.

Câu 26. Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC = 4\text{ cm}$, góc $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A. $2\sqrt{6}$. B. $2 + 2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3} - 2$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 27. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$; $\widehat{A} = 40^\circ$; $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

- A. 3,7. B. 3,3. C. 3,5. D. 3,1.

Câu 28. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.

- C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Câu 29. Tam giác ABC có $a = 16,8$; $\widehat{B} = 56^\circ 13'$; $\widehat{C} = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

- A. 29,9. B. 14,1. C. 17,5. D. 19,9.

Câu 30. Tam giác ABC có $\widehat{A} = 68^\circ 12'$, $\widehat{B} = 34^\circ 44'$, $AB = 117$. Tính AC ?

- A. 68. B. 168. C. 118. D. 200.

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° . ĐỊNH LÝ COSIN, SIN TRONG TAM GIÁC

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

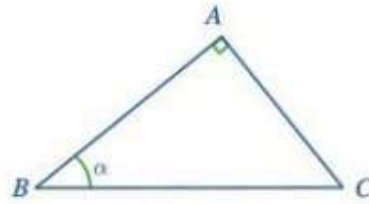
PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° .

Cho tam giác ABC vuông tại A có góc $\widehat{ABC} = \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$, $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$, $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$, $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha, \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

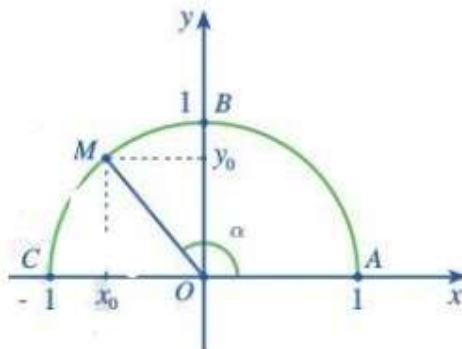


- sin của góc α , kí hiệu là $\sin \alpha$, được xác định bởi: $\sin \alpha = y_0$;
- cosin của góc α , kí hiệu là $\cos \alpha$, được xác định bởi: $\cos \alpha = x_0$;
- tang của góc α , kí hiệu là $\tan \alpha$, được xác định bởi: $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0} (x_0 \neq 0)$;
- cotang của góc α , kí hiệu là $\cot \alpha$, được xác định bởi: $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0} (y_0 \neq 0)$.

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của góc α .

Ví dụ 1. Tính các giá trị lượng giác của các góc: $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Giải.



Với $\alpha = 0^\circ$; khi đó, M trùng với $A(1;0)$. Do đó $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\tan 0^\circ, \cot 0^\circ$ không xác định.

Với $\alpha = 90^\circ$; khi đó, M trùng với $B(0;1)$. Do đó $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, $\cot 90^\circ = 0$, $\tan 90^\circ$ không xác định.

Với $\alpha = 180^\circ$; khi đó, M trùng với $C(-1;0)$. Do đó $\sin 180^\circ = 0$, $\cos 180^\circ = -1$, $\tan 180^\circ, \cot 180^\circ$ không xác định.

Chú ý. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ)$; $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$$

Với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ thì:

$$- \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$- \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$- \tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha (\alpha \neq 90^\circ),$$