BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

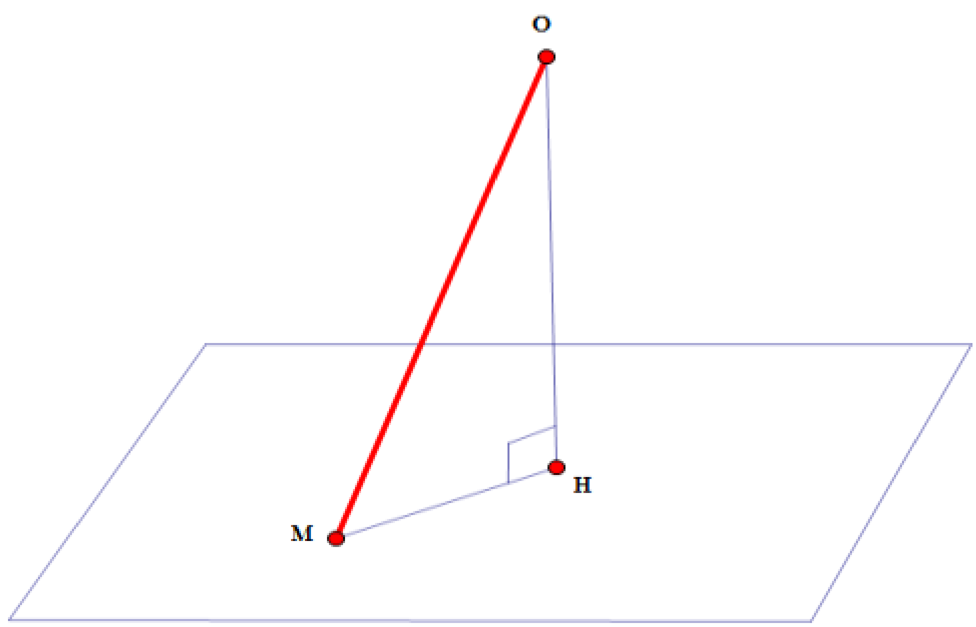
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C. Tính thể tích khối chóp $O.ABC$.

A. $\dfrac{1372}{9}$. **B.** $\dfrac{686}{9}$. **C.** $\dfrac{524}{3}$. **D.** $\dfrac{343}{9}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu của O lên mp(P)

Tam giác OHM có $OH \le OM$, $\forall H$.

Khi đó $d\left(O,(P)\right) = OH$ lớn nhất khi $M \equiv H$, hay $OM \perp (P)$.

Mp(P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{OM} = (1;2;3)$ làm véc tơ pháp tuyến,

phương trình (P): $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

(P) cắt Ox ; Oy ; Oz lần lượt tại $A(14;0;0)$, $B(0;7;0)$, $C\left(0;0;\dfrac{14}{3}\right)$

Thể tích $V_{O.ABC}=\dfrac{868}{9}$.

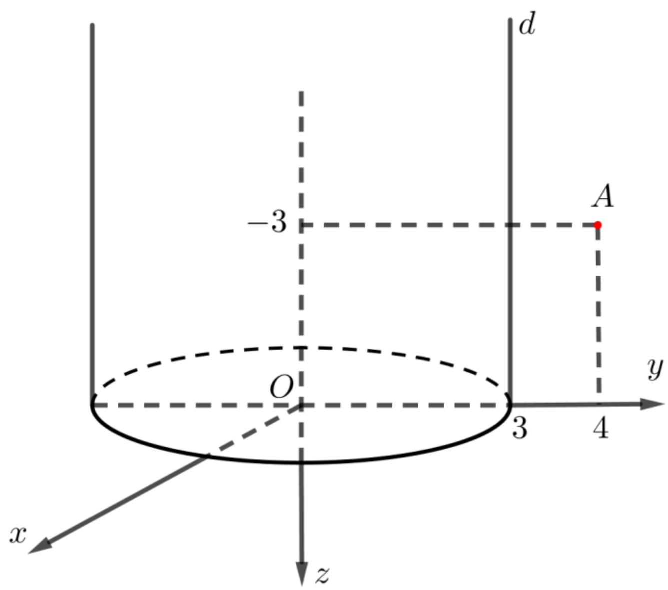
Câu 2 (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019): Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;4;-3\right)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P\left(-3;0;-3\right)$. **B.** $M\left(0;-3;-5\right)$. **C.** $N\left(0;3;-5\right)$. **D.** $Q\left(0;5;-3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d\left(A;d\right)_{\min}=\left|d\left(A;Oz\right)-d\left(d;Oz\right)\right|=1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $\left(0;3;0\right)$ và do $d//Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=\left(0;0;1\right)$ làm vectơ chỉ phương của d $\Rightarrow d\begin{cases}x=0\\y=3\\z=t\end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn đáp án C. $N\left(0;3;-5\right)$.

Câu 3 (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019): Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A\left(a;b;c\right)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của $\left(S\right)$ đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

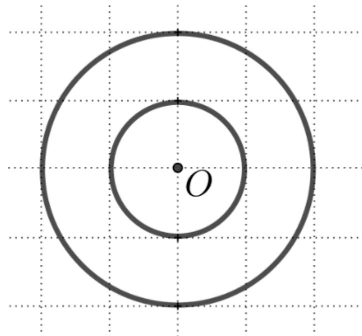
Chọn A

Do $A\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ nên $A\left(a;b;0\right)$.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi

R £ IA £ $R\sqrt{2}$ Û 3 £ a^2+b^2+2 £ 6 Û 1 £ a^2+b^2 £ 4.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn (kể cả biên), nằm trong mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O\left(0;0;0\right)$ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng:

$\left(d_1\right): \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $\left(d_2\right): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\left(d_3\right): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\left(d_4\right): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$.

Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô Số **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dễ thấy $d_1//d_2$ do đó có một mặt phẳng $\left(P\right)$ duy nhất chứa $d_1;d_2$

$\left(P\right): x+y+x-1=0$

Mặt khác ta có d_3 chéo d_4 lần lượt cắt $\left(P\right)$ tại $A\left(1;-1;1\right);B\left(0;1;0\right)$

Do đó tồn tại một đường thẳng duy nhất qua $A;B$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $\left(\alpha\right): x+4y+z-11=0$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng vuông góc với $\left(\alpha\right)$, $\left(P\right)$ song song với giá của $\vec{v}=\left(1;6;2\right)$ và $\left(P\right)$ tiếp xúc với $\left(S\right)$. Lập phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $2x-y+2z-2=0$ và $x-2y+z-21=0$.

B. $x-2y+2z+3=0$ và $x-2y+z-21=0$.

C. $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

D. $2x-y+2z+5=0$ và $2x-y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính là $R=4$.

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\overrightarrow{n_1}=(1;4;1)$.

Vì (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của $\vec{v}=(1;6;2)$ nên (P) có cặp VTCP là $\overrightarrow{n_1}$ và $\vec{v}$, suy ra (P) có VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\vec{v}\right]=(2;-1;2)$.

Phương trình mp (P) có dạng $2x-y+2z+D=0$. Vì (P) tiếp xúc với (S) nên ta có

$d(I;(P))=R$

$\Leftrightarrow \dfrac{|9+D|}{3}=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=3 \\ D=-21 \end{array}\right.$.

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn là $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tổng quát của mp (α) qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mp $(\beta): x+y+2z-3=0$ là:

A. $11x+7y-2z-21=0$.

B. $11x+7y+2z+21=0$.

C. $11x-7y-2z-21=0$.

D. $11x-7y+2z+21=0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2), B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của mặt phẳng (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$.

Vì $IA=\sqrt{5}<R$ nên điểm A nằm bên trong mặt cầu. Suy ra (P) luôn cắt mặt cầu. Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, ta có $r=\sqrt{R^2-d^2}$ với d là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P).

Diện tích hình tròn thiết diện nhỏ nhất khi và chỉ khi bán kính r nhỏ nhất, hay d lớn nhất.

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng AB ta có d lớn nhất khi $d = IH$ tức IH vuông góc với (P).

Phương trình đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Gọi $H(1-t;t;2)$. $\overrightarrow{IH} = (-t;t-2;-1)$.

$IH \perp AB \Leftrightarrow t + (t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $H(0;1;2)$.

Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{IH}$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình

$-(x-1) - y - (z-2) = 0 \Leftrightarrow -x - y - z + 3 = 0$.

Vậy $a + b + c = -3$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lờigiải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$, do đó $D \in (ABC)$.

Lại có A là trung điểm BD.

Ta có (Oxy) chứa các điểm O, A, B, D.

(Oyz) chứa các điểm O, B, C;

(Oxz) chứa các điểm O, A, C;

(ABC) chứa các điểm A, B, C, D.

(OCD) chứa các điểm O, C, D.

Vậy có 5 mặt phẳng phân biệt thỏa mãn bài toán.

Câu 9: Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC). Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (3 + \cot^2\alpha).(3 + \cot^2\beta).(3 + \cot^2\gamma)$ là

A. Số khác. **B.** $48\sqrt{3}$. **C.** 48. **D.** 125.