Các Chuyên Đề Bồi Dưỡng HSG Toán 8 Cấu Trúc Mới Có Lời Giải Chi Tiết

SỐ NGUYÊN TỐ, HỢP SỐ

1. Định nghĩa số nguyên tố: Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 và chỉ chia hết cho 1 và chính nó.

P là số nguyên tố $\Leftrightarrow U(p) = \{1, p\}$

Vd : 2, 3, 5, 7, ….

2. Định nghĩa hợp số : Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 và có nhiều hơn 2 ước

3. Các tính chất

a. Số 0, 1 không phải số nguyên tố, không phải hợp số

b. Số 2 là số nguyên tố nhỏ nhất

c. Số 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất

d. Tập hợp các số nguyên tố là vô hạn

e. Mọi hợp số đều có thể phân tích ra thừa số nguyên tố và kết quả phân tích đó là duy nhất

f. Mọi số nguyên tố lớn hơn 2 đều có dạng : $4k \pm 1; 6n \pm 1$

g. Tập hợp các số tự nhiên bao gồm : Số 0, 1, số nguyên tố, hợp số

h. Nếu a.b chia hết cho p (p là số nguyên tố) thì a chia hết cho p hoặc b chia hết cho p

i. Số ước số của hợp số

Giả sử $n = p_1^{n_1}.p_2^{n_2}....p_k^{n_k}\,(n_1, n_2, ..., n_k \in N^*) \Rightarrow$

$p_1, p_2, ..., p_k$: Số nguyên tố $n_1, n_2, ..., n_k (k \in N^*)$

$\Rightarrow$ số ước số của n là : $(n_1+1)(n_2+1)(....(n_k+1)$

Vd : $100 = 2^2.5^2 \Rightarrow 100$ có : $(2+1)(2+1) = 9$ ước.

***) Phương pháp kiểm tra một số là số nguyên tố hay hợp số**

Với $n \in N^*, n > 1$ ta kiểm tra theo các bước sau :

- Tìm STN k sao cho : $k^2 \leq n \leq (k+1)^2$

- Kiểm tra xem n có chia hết cho các số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng k không ?

+) Nếu có chia hết thì n là số hợp số

+) Nếu không chia hết thì n là hợp số

Bài 1: Tìm số tự nhiên n, sao cho

a. $(2n+5)(3n+1)$ là số nguyên tố

b. $(n-2)(n^2+n+7)$ là số nguyên tố

c. $(n+1)(n^2+n+7)$ là số nguyên tố

d. n^2-1 là số nguyên tố

Lời giải

a. Nếu $n \geq 1 \rightarrow \begin{cases} 2n+5>1 \\ 3n+1>1 \end{cases} \rightarrow (2n+5)(3n+1)$ là hợp số

Nếu $n = 0 \rightarrow (2n+5)(3n+1) = 5$ là số nguyên tố. Vậy n = 0

b. $n = 0 \rightarrow A = 3(tm); n = 1 \rightarrow A = -1(loai); n = 2 \rightarrow A = 0(loai); n = 3 \rightarrow A = 11(tm)$

+) $n > 3 \rightarrow \begin{cases} n-2 \geq 2 \\ n^2+n-1 = n(n+1)-1 > 1 \end{cases} \rightarrow lahopso$ là hợp số

Vậy n = 0 hoặc n = 3.

c. $n=0(t/m); n\geq 1(loai)$

d. Ta có: $n^2-1=(n+1)(n-1)\rightarrow \begin{cases} n\geq 3(loai) \\ n=2(tm) \end{cases}$

Bài 2: Các số sau là số nguyên tố hay hợp sô, biết p là số nguyên tố

a. $A=p^2+p+2018$

b. $B=p^2+p+2$

c. p^2+2000

d. $D=\underset{2017}{11...1}2\underbrace{11.....1}_{2017}$

Lời giải

a. $A=p^2+p+2018=\underbrace{p(p+1)}_{\vdots 2}+2018\rightarrow A$ là số chẵn nên A là hợp số vì A lớn hơn 2

b. $B=p^2+p+2=p(p+1)+2$ là số chẵn lớn hơn 2 nên là hợp số

c. p^2+2000

+) $p=2\rightarrow C:chan\rightarrow$ là hợp số

+) $p=3\rightarrow C=2009\vdots 7\rightarrow$ là hợp số

+) $p>3\rightarrow p^2\vdots 3$ dư 1 $\Rightarrow p^2+2000\vdots 3\rightarrow$ là hợp số vì 2000 chia 3 dư 2

d. Tổng các chữ số của D là : 2017 + 2 + 2017 chia hết cho 3 nên D chia hết cho 3 và D > 3 nên D là hợp số

Bài 3: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n > 1 thì n^5+n^4+1 không phải số nguyên tố

Lời giải

Dùng phương pháp hệ số bất định phân tích được :

$n^5+n^4+1=(n^2+n+1)(n^3-n+1)$

Ta có : $n>1\to n^2+n+1;n^3-n+1>1\to$ là hợp số

Bài 4: Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (Tự nhiên) (a,b) sao cho $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố

Lời giải

Ta có: $a^4+4b^4=(a^2+2b^2)^2-(2ab)^2=(a^2+2ab+2b^2)(a^2-2ab+2b^2)$

+) Nếu cặp số nguyên không cần xét a, b = 0

+) Nếu cặp số tự nhiên, ta phải xét a, b = 0

- Nếu a = 0 thì A = $4a^4$ (loại)

- Nếu b = 0 thì A = a^4 (không là số nguyên tố)

- Nếu $a,b\geq 1\to a^2+2ab+2b^2>a^2-2ab+2b^2\geq 1$

Để A là số nguyên tố

$$\Rightarrow a^2-2ab+2b^2=1\Leftrightarrow (a-b)^2+b^2=1\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ b=1 \end{cases}\Leftrightarrow a=b=1\to A=5(tm)\to (a,b)=(1,1)$$

DẠNG TOÁN: PHƯƠNG PHÁP DÃY SỐ ĐỂ TÌM SỐ NGUYÊN TỐ

Bài toán: Tìm số nguyên tố p để 2 hoặc nhiều số phụ thuộc vào p cũng là số nguyên tố

- Tính chất : Cho q là một số nguyên tố, k là số tự nhiên khác 0, k không chia hết cho q. Khi đó mọi dãy số cách đều gồm bốn số hạng, khoảng cách giữa các số hạng bằng k thì tồn tại duy nhất 1 số chia hết cho q.

Vd : q = 2 , k = 3 (k không chia hết cho q)

n ; n + 3

+) q = 3 , k = 2

n ; n + 2 ; n + 4 , chẳng hạn $\{3;5;7\}$

+) q = 5, k = 4

n, n + 4, n + 8, n + 12, n + 16 $\rightarrow \{7,11,15,19,23\}$

Bài 1: Tìm số nguyên tố p sao cho các số sau cũng đồng thời là số nguyên tố

a. p + 2 và p + 10

b. p + 4 và p + 8

c. p + 10 và p + 20

d. p + 8 và p + 10

e. p + 10 và p + 14

Lời giải

a. Ta có : p p + 2, p + 10 là số nguyên tố