



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Bài
1.

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ \vec{u} được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng D nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của \vec{u} song song hoặc trùng với D.

Nhận xét. Một đường thẳng có vô số vectơ chỉ phương.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Đường thẳng D đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b)$

$\frac{3}{4}$ phương trình tham số của đường thẳng D có dạng
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Nhận xét. Nếu đường thẳng D có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì có hệ số góc $k = \frac{b}{a}$.

3. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ \vec{n} được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng D nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và \vec{n} vuông góc với vectơ chỉ phương của D.

Nhận xét.

- Một đường thẳng có vô số vectơ pháp tuyến.
- Nếu $\vec{u} = (a; b)$ là một VTCP của D $\frac{3}{4}$ $\vec{n} = (b; -a)$ là một VTPT của D.

- Nếu $n = (A; B)$ là một VTPT của D $\Leftrightarrow u = (B; -A)$ là một VTPCT của D.

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Đường thẳng D đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $n = (A; B)$

\Leftrightarrow phương trình tổng quát của đường thẳng D có dạng

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \text{ hay } \boxed{Ax + By + C = 0} \text{ với } C = -Ax_0 - By_0.$$

Nhận xét.

- Nếu đường thẳng D có VTPT $n = (A; B)$ thì có hệ số góc $k = -\frac{A}{B}$.
- Nếu A, B, C đều khác 0 thì ta có thể đưa phương trình tổng quát về dạng

$$\frac{x}{a_0} + \frac{y}{b_0} = 1 \text{ với } a_0 = -\frac{C}{A}, b_0 = -\frac{C}{B}.$$

Phương trình này được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn, đường thẳng này cắt Ox và Oy lần lượt tại $M(a_0; 0)$ và $N(0; b_0)$.

5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Xét hai đường thẳng có phương trình tổng quát là

$$D_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ và } D_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm của D_1 và D_2 là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

- Nếu hệ có một nghiệm $(x_0; y_0)$ thì D_1 cắt D_2 tại điểm $M_0(x_0; y_0)$.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì D_1 trùng với D_2 .
- Nếu hệ vô nghiệm thì D_1 và D_2 không có điểm chung, hay D_1 song song với D_2 .

Cách 2. Xét tỉ số

- Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì D_1 trùng với D_2 .
- Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì D_1 song song D_2 .
- Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì D_1 cắt D_2 .

6. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng

$$D_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_1 = (a_1; b_1);$$

$$D_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_2 = (a_2; b_2).$$

Gọi α là góc tạo bởi giữa hai đường thẳng D_1 và D_2 .

Khi đó

$$\cos a = \left| \cos(n_1, n_2) \right| = \frac{\left| \vec{u} \cdot \vec{v} \right|}{\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{v} \right|} = \frac{\left| a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 \right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

7. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $D: ax + by + c = 0$ được tính theo công thức

$$d(M_0, D) = \frac{\left| ax_0 + by_0 + c \right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Nhận xét. Cho hai đường thẳng $D_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $D_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ cắt nhau thì phương trình hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng trên là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. VECTƠ CHỈ PHƯƠNG – VECTƠ PHÁP TUYẾN

Câu 1. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 2. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 3. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 6)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 4. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $M(a; b)$?

- A. $\vec{u}_1 = (0; a + b)$. B. $\vec{u}_2 = (a; b)$. C. $\vec{u}_3 = (a; -b)$. D. $\vec{u}_4 = (-a; b)$.

Câu 5. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$?

- A. $\vec{u}_1 = (a; -b)$. B. $\vec{u}_2 = (a; b)$. C. $\vec{u}_3 = (b; a)$. D. $\vec{u}_4 = (-b; a)$.

Câu 6. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 1)$.

Câu 7. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox ?

- A. $\vec{n}_1 = (0; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 1)$.

Câu 8. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0)$.

Câu 9. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -2)$.

Câu 10. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(a;b)$?

- A. $\vec{n}_1 = (-a; b)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (b; -a)$. D. $\vec{n}_4 = (a; b)$.

Câu 11. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(a;0)$ và $B(0;b)$?

- A. $\vec{n}_1 = (b; -a)$. B. $\vec{n}_2 = (-b; a)$. C. $\vec{n}_3 = (b; a)$. D. $\vec{n}_4 = (a; b)$.

Câu 12. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường phân giác góc phần tư thứ hai?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1)$.

Câu 13. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector pháp tuyến của d ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (-3; 6)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 6)$.

Câu 14. Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; -4)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 4)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1)$.

Câu 15. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng D vuông góc với d có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.

Câu 16. Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng D vuông góc với d có một vector chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.

Câu 17. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng D song song với d có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.

Câu 18. Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng D song song với d có một vector chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; -2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.

Vấn đề 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 19. Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Câu 20. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 5)$ có phương trình tham số là:

A. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - 2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$

Câu 21. Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2)$ có phương trình tham số là:

A. $d: \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = -2t \\ y = t \end{cases}$

Câu 22. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 0)$ có phương trình tham số là:

A. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 0 \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 3t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = -2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 23. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (6; 0)$.

B. $\vec{u}_2 = (-6; 0)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 6)$.

D. $\vec{u}_4 = (0; 1)$.

Câu 24. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $D: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 6)$.

B. $\vec{u}_2 = \left(\frac{3}{2}; 3\frac{3}{2}\right)$.

C. $\vec{u}_3 = (5; -3)$.

D. $\vec{u}_4 = (-5; 3)$.

Câu 25. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$

Câu 26. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 3)$ và $B(3; 1)$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

Câu 27. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(2; 2)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$

Câu 28. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$

Câu 29. Phương trình nào dưới đây **không** phải là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0; 0)$ và $M(1; -3)$?