

ÁP DỤNG BẢNG NGUYÊN HÀM VÀ PHÂN TÍCH

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số f xác định trên K . Hàm số F được gọi là **nguyên hàm** của f trên K nếu:
$$F'(x) = f(x), \forall x \in K$$

- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của $f(x)$ trên K là:
$$\int f(x)dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}.$$

- Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

2. Tính chất

- $\int f'(x)dx = f(x) + C$
- $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ ($k \neq 0$)

3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

- 1) $\int k \cdot dx = k \cdot x + C$
- 2) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- 3) $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$
- 4) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
- 5) $\int \frac{1}{(ax+b)^n} dx = -\frac{1}{a(n-1)(ax+b)^{n-1}} + C$;
- 6) $\int \frac{1}{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$
- 7) $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$
- 8) $\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$
- 9) $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
- 10) $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
- 11) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int (1 + \tan^2 x) \cdot dx = \tan x + C$
- 12) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$
- 13) $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
- 14) $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$
- 15) $\int e^x dx = e^x + C$
- 16) $\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$
- 17) $\int e^{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} e^{(ax+b)} + C$
- 18) $\int (ax+b)^n \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$)
- 19) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
- 20) $\int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctg x + C$
- 21) $\int \frac{1}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$
- 22) $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C$
- 23) $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$
- 24) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
- 25) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$
- 26) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}} dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| + C$
- 27) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$
- 28) $\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- 29) $\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Nguyên hàm của $2x(1+3x^3)$ là:

- A. $x^2(x+x^3)+C$ B. $x^2(1+3x^2)+C$ C. $2x(x+x^3)+C$ D. $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$

Câu 2: Nguyên hàm của $\frac{1}{x^2}-x^2-\frac{1}{3}$ là:

- A. $-\frac{x^4+x^2+3}{3x}+C$ B. $-\frac{x^3}{3}+\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$ C. $\frac{-x^4+x^2+3}{3x}+C$ D. $-\frac{1}{x}-\frac{x^3}{3}+C$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x}$ là:

- A. $F(x)=\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{4}+C$ B. $F(x)=\frac{3x\sqrt[3]{x}}{4}+C$ C. $F(x)=\frac{4x}{3\sqrt[3]{x}}+C$ D. $F(x)=\frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2}}+C$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$ là:

- A. $F(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}+C$ B. $F(x)=-\frac{2}{\sqrt{x}}+C$ C. $F(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}+C$ D. $F(x)=-\frac{\sqrt{x}}{2}+C$

Câu 5: $\int\left(\frac{5}{x}+\sqrt{x^3}\right)dx$ bằng:

- A. $5\ln|x|-\frac{2}{5}\sqrt{x^5}+C$ B. $-5\ln|x|+\frac{2}{5}\sqrt{x^5}+C$ C. $-5\ln|x|-\frac{2}{5}\sqrt{x^5}+C$ D. $5\ln|x|+\frac{2}{5}\sqrt{x^5}+C$

Câu 6: $\int\frac{dx}{2-3x}$ bằng:

- A. $\frac{1}{(2-3x)^2}+C$ B. $-\frac{3}{(2-3x)^2}+C$ C. $\frac{1}{3}\ln|2-3x|+C$ D. $-\frac{1}{3}\ln|3x-2|+C$

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x\sqrt{x}+\sqrt{x}}{x^2}$ là:

- A. $F(x)=\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}}+C$ B. $F(x)=\frac{2(\sqrt{x}+1)}{x^2}+C$
C. $F(x)=\frac{2-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+C$ D. $F(x)=\frac{1+2\sqrt{x}}{x}+C$

Câu 8: Tìm nguyên hàm: $\int(\sqrt[3]{x^2}+\frac{4}{x})dx$

- A. $\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5}+4\ln|x|+C$ B. $-\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+4\ln|x|+C$
C. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}-4\ln|x|+C$ D. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+4\ln|x|+C$

Câu 9: Tìm nguyên hàm: $\int(x^2+\frac{3}{x}-2\sqrt{x})dx$

- A. $\frac{x^3}{3}+3\ln|x|+\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$ B. $\frac{x^3}{3}+3\ln X-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}$
C. $\frac{x^3}{3}-3\ln|x|-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$ D. $\frac{x^3}{3}+3\ln|x|-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$
-

Câu 10: Tìm nguyên hàm: $\int (\frac{5}{x^2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^3}) dx$

- A. $-\frac{5}{x} + \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$ B. $\frac{5}{x} - \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$ C. $-\frac{5}{x} + \frac{4}{5}\sqrt{x^5} + C$ D. $\frac{5}{x} + \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$

Câu 11: Tìm nguyên hàm: $\int (x^3 - \frac{2}{x} + \sqrt{x}) dx$

- A. $\frac{1}{4}x^4 + 2\ln|x| - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ B. $\frac{1}{4}x^4 - 2\ln|x| - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$
 C. $\frac{1}{4}x^4 + 2\ln|x| + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ D. $\frac{1}{4}x^4 - 2\ln|x| + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$

Câu 12: Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$, kết quả là:

- A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$ B. $-2\sqrt{1-x} + C$ C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$ D. $C\sqrt{1-x}$

Câu 13: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + 2x + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + 2x + C$
 C. $F(x) = \frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}} + C$ D. $F(x) = \left(\frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}}\right)^3 + C$

Câu 14: Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$

- A. $\frac{x^2 - x - 1}{x+1}$ B. $\frac{x^2 + x - 1}{x+1}$ C. $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}$ D. $\frac{x^2}{x+1}$

Câu 15: Kết quả nào sai trong các kết quả sao?

- A. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx = \frac{1}{5 \cdot 2^x \cdot \ln 2} + \frac{2}{5^x \cdot \ln 5} + C$ B. $\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx = \ln|x| - \frac{1}{4x^4} + C$
 C. $\int \frac{x^2}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - x + C$ D. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

Câu 16: $\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} dx$ bằng:

- A. $\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x+1| + C$ B. $\frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1| + C$
 C. $\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x-1| + C$ D. $x + 2\ln|x+1| + C$

Câu 17: $\int \frac{x^2 - x + 3}{x+1} dx$ bằng:

- A. $x + 5\ln|x+1| + C$ B. $\frac{x^2}{2} - 2x + 5\ln|x+1| + C$
 C. $\frac{x^2}{2} - 2x - 5\ln|x-1| + C$ D. $2x + 5\ln|x+1| + C$

Câu 18: Cho các hàm số: $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$; $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Để hàm số

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì giá trị của a, b, c là:

- A. $a = 4; b = 2; c = 1$ B. $a = 4; b = -2; c = -1$ C. $a = 4; b = -2; c = 1$ D. $a = 4; b = 2; c = -1$

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$
 C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$

Câu 20: Cho $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Khi đó:

- A. $\int f(x)dx = 2\ln(1 + x^2) + C$ B. $\int f(x)dx = 3\ln(1 + x^2) + C$
 C. $\int f(x)dx = 4\ln(1 + x^2) + C$ D. $\int f(x)dx = \ln(1 + x^2) + C$

Câu 21: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ biết $F(1) = \frac{1}{3}$

- A. $F(x) = x^2 + x + \frac{2}{x+1} - 6$ B. $F(x) = x^2 + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$
 C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$ D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - 6$

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{3x - 1}$ trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ là:

- A. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$ B. $\frac{2}{9}\sqrt{(3x - 1)^3} + C$ C. $\frac{2}{9}\sqrt{(3x - 1)^3} + C$ D. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$

Câu 23: Tìm hàm số $F(x)$ biết rằng $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ và $F(-1) = 3$

- A. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$ B. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x + 3$
 C. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$ D. $F(x) = x^4 + x^3 + 2x + 3$

Câu 24: Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là:

- A. $x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$ B. $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$
 C. $x \ln \sqrt{x^2 + 1} - x + C$ D. $\sqrt{x^2 + 1} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là:

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ B. $-3x^3 - \frac{3}{x} + C$ C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

Câu 26: Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó với $a \neq 0$, ta có $\int f(ax + b)dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2a}F(ax + b) + C$ B. $F(ax + b) + C$ C. $\frac{1}{a}F(ax + b) + C$ D. $F(ax + b) + C$

Câu 27: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{-1}{(x - 2)^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{x-2} + C$ B. Đáp số khác C. $F(x) = \frac{-1}{x-2} + C$ D. $F(x) = \frac{-1}{(x-2)^3} + C$

Câu 28: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$ B. $F(x) = x^2 + \ln|x-1| + C$
 C. $F(x) = x + \frac{1}{x-1} + C$ D. Đáp số khác

Câu 29: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là

A. 4 B. $2x^3 - 4x^4$ C. $\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4} - 4x$ D. $x^3 - x^4 + 2x$

Câu 30: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ trên \mathbb{R} là

A. $\frac{x^4}{4} + x + C$ B. $3x^2 + C$ C. $3x^2 + x + C$ D. $\frac{x^4}{4} + C$

Câu 31: Tính $\int \frac{x^5 + 1}{x^3} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. Một kết quả khác B. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$ C. $\frac{\frac{x^6}{6} + x}{\frac{x^4}{4}} + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 32: Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = 3x^2 + 1$ thỏa $F(1) = 0$ là:

A. $x^3 - 1$ B. $x^3 + x - 2$ C. $x^3 - 4$ D. $2x^3 - 2$

Câu 33: Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu

A. $f(x)$ xác định trên K B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K
 C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K D. $f(x)$ liên tục trên K

Câu 34: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$?

A. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$ B. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$
 C. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}} + \frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}} + C$ D. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết rằng $F(1) = 4$ thì

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{49}{12}$ B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 1$
 C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x$

Câu 36: Họ nguyên hàm của hàm số $y = (2x+1)^5$ là:

A. $\frac{1}{12}(2x+1)^6 + C$ B. $\frac{1}{6}(2x+1)^6 + C$ C. $\frac{1}{2}(2x+1)^6 + C$ D. $10(2x+1)^4 + C$

Câu 37: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$