

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂN KỲ

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

MÔN TOÁN 6 _ NĂM HỌC 2022-2023

Câu 1. (4 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau

$$A = -5^{22} - \left\{ -222 - \left[-122 - (100 - 5^{22}) + 2022 \right] \right\}$$

$$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$$

$$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$$

Câu 2. (4 điểm) Tìm số nguyên x biết :

a) $14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$

Câu 3. (4 điểm)

- Tìm số nguyên n để $A = 2n^2 + n - 6$ chia hết cho $2n + 1$
- Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p^2 - 1 : 24$
- Tìm các số nguyên tố x và y biết $x^2 - 6y^2 = 1$

Câu 4. (5 điểm)

- Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15m$, chiều rộng $8m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75m^2$. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 9m$
- Cho hai tia Ox, Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm, OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB
- Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng

Câu 5. (3 điểm)

- Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn $3xy + 2x - 5y = 6$
- Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó

ĐÁP ÁN

Câu 1. (4 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau

$$A = -5^{22} - \left\{ -222 - \left[-122 - (100 - 5^{22}) + 2022 \right] \right\}$$

$$= -5^{22} + 222 - 122 - 100 + 5^{22} + 2022 = 2022$$

$$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2+1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4+3}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{21 \cdot 20}{2} = \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+20) = 105$$

$$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3} = \frac{5 \cdot 2^{12} \cdot 3^8 - 3^9 \cdot 2^{12}}{2^{15} \cdot 3^8 - 2^{13} \cdot 3^9} = \frac{3^8 \cdot 2^{12} \cdot (5-3)}{2^{13} \cdot 3^8 \cdot (4-3)} = 1$$

Câu 2. (4 điểm) Tìm số nguyên x biết :

$$a) 14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x \Rightarrow 2 \cdot 7^{2022} = 5 \cdot 7^{2022} - 3 \cdot 7^{2x}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 7^{2x} = 3 \cdot 7^{2022} \Rightarrow x = 1011$$

$$b) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) x = \left(\frac{1}{9} + 1 \right) + \left(\frac{2}{8} + 1 \right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1 \right) + 1$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) x = 10 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right) \Rightarrow x = 10$$

Câu 3. (4 điểm)

d) Tìm số nguyên n để $A = 2n^2 + n - 6$ chia hết cho $2n+1$

$$\text{Ta có : } A = 2n^2 + n - 6 = n(2n+1) - 6$$

Vì $A : 2n+1 \Rightarrow 6 : 2n+1 \Rightarrow 2n+1 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$. Do $2n+1$ lẻ nên ta có bảng :

$$\begin{array}{cccc} 2n+1 & 1 & -1 & 3 & -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} n & 0 & -1 & 1 & -2 \end{array}$$

$$\text{Vậy } n \in \{-2; -1; 0; 1\}$$

e) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p^2 - 1 : 24$

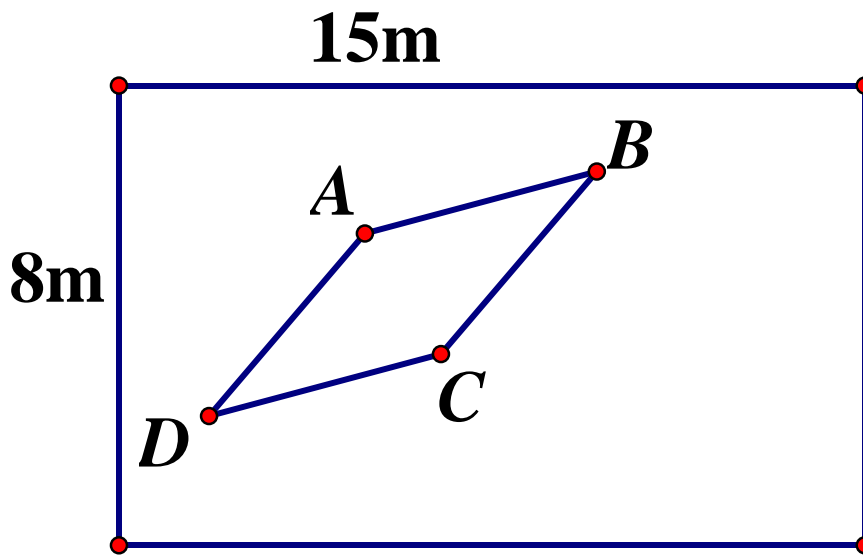
Vì p nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ và không chia hết cho 3

$$\left. \begin{array}{l} p^2 - 1 = (p-1)(p+1) = 2k \cdot (2k+2) = 4k(k+1) : 8 \\ \Rightarrow p^2 - 1 = (p-1)(p+1) : 3 \left(\text{vs} \begin{cases} p = 3k+1 \\ p = 3k+2 \end{cases} \right) \\ (3, 8) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow p^2 - 1 : 24$$

f) Tìm các số nguyên tố x và y biết $x^2 - 6y^2 = 1$
 $x^2 - 6y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + x - 1 = 6y^2 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 6y^2$
 $do (x-1)(x+1):8 \Rightarrow 6y^2:8 \Rightarrow y:2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x^2 - 6.2^2 = 1 \Rightarrow x=5$
 Vậy $(x; y) = (2; 5)$

Câu 4. (5 điểm)

d) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15m$, chiều rộng $8m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75m^2$. Tính độ dài đường chéo AC , biết $BD = 9m$

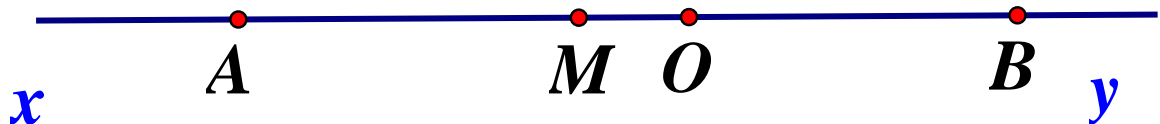


Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là : $15.8 = 120(m^2)$

Diện tích phần trồng hoa hình thoi là : $120 - 75 = 45(m^2)$

Độ dài đường chéo AC : $45.2 : 9 = 10(m)$

e) Cho hai tia Ox, Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm, OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB



Vì hai điểm A và M cùng thuộc tia Ox và $OM < OA$ nên điểm M nằm giữa O và A , suy ra $OM + MA = OA \Rightarrow MA = OA - OM = 5 - 1 = 4(cm)$

Vì OA và OB là hai tia đối nhau, M thuộc OA nên OM và OB là hai tia đối nhau, suy ra điểm O nằm giữa hai điểm M và B . Khi đó $OM + OB = MB \Rightarrow MB = 1 + 3 = 4(cm)$

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA = MB = 4cm$ nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB

f) Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng

Giả sử có 30 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là :
 $30.29 : 2 = 435$ (đường thẳng)

Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $5.4 : 2 = 10$ (đường thẳng)

Nhưng 5 điểm này thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 đường thẳng

Do đó số đường thẳng giảm đi là $10 - 1 = 9$ (đường thẳng)

Vậy vẽ được $435 - 9 = 426$ (đường thẳng)

Câu 5. (3 điểm)

c) Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn $3xy + 2x - 5y = 6$

$$3xy + 2x - 5y = 6 \Rightarrow x(3y + 2) - 5y = 6 \Rightarrow 3x(3y + 2) - 15y = 18$$

$$\Leftrightarrow 3x(3y + 2) - 5(3y + 2) = 8 \Rightarrow (3x - 5)(3y + 2) = 8 = -4 \cdot -2 = -1 \cdot -8 = 2 \cdot 4 = 1 \cdot 8$$

(do $3y + 2$ chia 3 dư 2)

$$3y + 2 \quad -4 \quad -1 \quad 2 \quad 8$$

$$3x - 5 \quad -2 \quad -8 \quad 4 \quad 1$$

$$y \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 2$$

$$x \quad 1 \quad -1 \quad 3 \quad 2$$

$$\text{Vậy } (x; y) \in \{(1; -2); (-1; -1); (3; 0); (2; 2)\}$$

d) Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó

$$\text{Ta có } M = \frac{6n-3}{4n-6} = \frac{3}{2} + \frac{6}{4n-6}$$

Vì $\frac{6}{4n-6}$ có tử $6 > 0$ nên để M đạt giá trị lớn nhất khi $4n-6$ đạt giá trị dương nhỏ nhất với n là

$$\text{số tự nhiên } \Rightarrow 4n-6=2 \Leftrightarrow n=2. \text{ Khi đó } M = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2}$$

Vậy $\text{Max } M = 4,5$ khi $n = 2$

PHÒNG GD VÀ ĐT LỤC NGẠN

TRƯỜNG THCS ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2022-2023. MÔN: TOÁN 6 (BẢNG B)

Câu 1. Thực hiện phép tính :

1) $A = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2021^2) \cdot (3 \cdot 31 - 279 : 3)$

2) $B = 219 \cdot (-192) + (-219) \cdot (-92)$

3) $C = \frac{1}{95} + \frac{-1}{96} + \frac{1}{97} + \frac{-1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{-1}{97} + \frac{1}{96} + \frac{-1}{95}$.

Câu 2.

1) Tìm các chữ số x,y biết $\overline{62x1y}$ chia hết cho 45.

2) Số học sinh khối 6 của một trường khi xếp hàng 12, hàng 15, hàng 18 đều thừa 2 học sinh. Biết số học sinh khối 6 chưa đến 200 em. Hỏi khối 6 của trường đó có bao nhiêu học sinh?

Câu 3.

1) Cho $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{40}$. Tìm chữ số tận cùng của B.

2) Chứng minh rằng : với mọi số nguyên n thì phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ là phân số tối giản

3) Tìm hai số nguyên tố x và y sao cho: $x^2 = 6y^2 + 1$

Câu 4. Cho $\angle xOy = 65^\circ$. Trên các tia Ox, Oy lần lượt lấy các điểm A,C ($A \neq O; C \neq O$). Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\angle AOD = 40^\circ$.

1) Tính độ dài AC, biết AD=3cm, CD=2cm.

2) Số đo $\angle DOC$

3) Vẽ tia Oz sao cho $\angle DOz = 90^\circ$. Tính số đo $\angle AOz$.

Câu 5. Cho $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}$. Chứng minh rằng $50 < A < 100$

ĐÁP ÁN

Câu 1. Thực hiện phép tính :