

NỘI DUNG

1. LŨY THỪA
2. LOGARIT
3. HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT
4. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ
5. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

LŨY THỪA

KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa lũy thừa và căn

• Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$). Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$.

• Chú ý: ◦ Với n lẻ và $b \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu là $\sqrt[n]{b}$.

◦ Với n chẵn: $\left\{ \begin{array}{l} b < 0: \text{ Không tồn tại căn bậc } n \text{ của } b. \\ b = 0: \text{ Có một căn bậc } n \text{ của } b \text{ là số } 0. \\ b > 0: \text{ Có hai căn bậc } n \text{ của } a \text{ là hai số đối nhau, căn có giá trị dương kí hiệu} \\ \text{ là } \sqrt[n]{b}, \text{ căn có giá trị âm kí hiệu là } -\sqrt[n]{b}. \end{array} \right.$

Số mũ α	Cơ số a	Lũy thừa a^α
$\alpha = n \in \mathbb{N}^*$	$a \in \mathbb{R}$	$a^\alpha = a^n = a \cdot a \cdots a$ (n thừa số a)
$\alpha = 0$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^0 = 1$
$\alpha = -n, (n \in \mathbb{N}^*)$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\alpha = \frac{m}{n}, (m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*)$	$a > 0$	$a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n)$
$\alpha = \lim r_n, (r_n \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}^*)$	$a > 0$	$a^\alpha = \lim a^{r_n}$

2. Một số tính chất của lũy thừa

• Giả thuyết rằng mỗi biểu thức được xét đều có nghĩa:

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}; \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}; (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}; (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha; \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}; \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha.$$

• Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$; Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

• Với mọi $0 < a < b$, ta có: $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$; $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

• Chú ý: ◦ Các tính chất trên đúng trong trường hợp số mũ nguyên hoặc không nguyên.

- Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.
- Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

3. Một số tính chất của căn bậc n

• Với $a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

- $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a|, \forall a;$
- $\sqrt[n]{a^{2n+1}} = a, \forall a.$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{|a|} \cdot \sqrt[n]{|b|}, \forall ab \geq 0;$
- $\sqrt[2n+1]{ab} = \sqrt[2n+1]{a} \cdot \sqrt[2n+1]{b}, \forall a, b.$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}}, \forall ab \geq 0, b \neq 0;$
- $\sqrt[2n+1]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[2n+1]{a}}{\sqrt[2n+1]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0.$

• Với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có:

- $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, \forall a > 0, n$ nguyên dương, m nguyên.
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \forall a \geq 0, n, m$ nguyên dương.
- Nếu $\frac{p}{n} = \frac{q}{m}$ thì $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}, \forall a > 0, m, n$ nguyên dương, p, q nguyên. Đặc biệt: $\sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng :

- A.** a^{-n} xác định với mọi $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \forall n \in \mathbb{N}$ **B.** $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; \forall a \in \mathbb{R}$
C. $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$ **D.** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$

Câu 2. Tìm x để biểu thức $(2x-1)^{-2}$ có nghĩa:

- A.** $\forall x \neq \frac{1}{2}$ **B.** $\forall x > \frac{1}{2}$ **C.** $\forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ **D.** $\forall x \geq \frac{1}{2}$

Câu 3. Tìm x để biểu thức $(x^2-1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa:

- B.** $\forall x \in (-\infty; 1] \cup [1; +\infty).$ **A.** $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$
C. $\forall x \in (-1; 1).$ **D.** $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}.$

Câu 4. Tìm x để biểu thức $(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa:

- A.** $\forall x \in \mathbb{R}$ **B.** Không tồn tại x **C.** $\forall x > 1$ **D.** $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 5. Các căn bậc hai của 4 là :

- A.** -2 **B.** 2 **C.** ± 2 **D.** 16

Câu 6. Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là :

- A.** $a.$ **B.** $|a|.$ **C.** $-a.$ **D.** $a^{\frac{n}{2}}.$

- Câu 7.** Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k + 1 (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là :
- A. $a^{\frac{n}{2n+1}}$. B. $|a|$. C. $-a$. D. a .
- Câu 8.** Phương trình $x^{2016} = 2017$ có tập nghiệm \mathbb{R} trong là :
- A. $T = \{\pm^{2017}\sqrt{2016}\}$ B. $T = \{\pm^{2016}\sqrt{2017}\}$ C. $T = \{\sqrt[2016]{2017}\}$ D. $T = \{-\sqrt[2016]{2017}\}$
- Câu 9.** Các căn bậc bốn của 81 là :
- A. 3 B. ± 3 C. -3 D. ± 9
- Câu 10.** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Phương trình $x^{2015} = -2$ vô nghiệm.
 B. Phương trình $x^{21} = 21$ có 2 nghiệm phân biệt.
 C. Phương trình $x^e = \pi$ có 1 nghiệm.
 D. Phương trình $x^{2015} = -2$ có vô số nghiệm.
- Câu 11.** Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Có một căn bậc n của số 0 là 0. B. $-\frac{1}{3}$ là căn bậc 5 của $-\frac{1}{243}$.
 C. Có một căn bậc hai của 4. D. Căn bậc 8 của 2 được viết là $\pm\sqrt[8]{2}$.
- Câu 12.** Tính giá trị $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được :
- A. 12 B. 16 C. 18 D. 24
- Câu 13.** Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ($a > 0$) về dạng lũy thừa của a là.
- A. $a^{\frac{5}{4}}$ B. $a^{\frac{1}{4}}$ C. $a^{\frac{3}{4}}$ D. $a^{\frac{1}{2}}$
- Câu 14.** Viết biểu thức $\frac{\sqrt{2^3\sqrt{4}}}{16^{0,75}}$ về dạng lũy thừa 2^m ta được $m = ?$.
- A. $-\frac{13}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $-\frac{5}{6}$.
- Câu 15.** Các căn bậc bảy của 128 là :
- A. -2 B. ± 2 C. 2 D. 8
- Câu 16.** Viết biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, ($a, b > 0$) về dạng lũy thừa $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ ta được $m = ?$.
- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\frac{2}{15}$.
- Câu 17.** Cho $a > 0$; $b > 0$. Viết biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ về dạng a^m và biểu thức $b^{\frac{2}{3}}:\sqrt{b}$ về dạng b^n . Ta có $m+n = ?$
- A. $\frac{1}{3}$ B. -1 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

- Câu 18.** Cho $x > 0$; $y > 0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5 \sqrt{x}}$; về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5 \sqrt{y}}$; về dạng y^n .
Ta có $m - n = ?$
- A. $-\frac{11}{6}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{8}{5}$
- Câu 19.** Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y . Ta có $x^2 + y^2 = ?$
- A. $\frac{2017}{567}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{53}{24}$ D. $\frac{2017}{576}$
- Câu 20.** Cho $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ khi đó $f(0,09)$ bằng :
- A. 0,09 B. 0,9 C. 0,03 D. 0,3
- Câu 21.** Cho $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 \sqrt{x^2}}}{\sqrt[6]{x}}$ khi đó $f(1,3)$ bằng:
- A. 0,13. B. 1,3. C. 0,013. D. 13.
- Câu 22.** Cho $f(x) = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^{12}} \sqrt{x^5}}$. Khi đó $f(2,7)$ bằng
- A. 0,027. B. 0,27. C. 2,7. D. 27.
- Câu 23.** Đơn giản biểu thức $\sqrt{81a^4 b^2}$, ta được:
- A. $-9a^2 |b|$. B. $9a^2 |b|$. C. $9a^2 b$. D. $3a^2 |b|$.
- Câu 24.** Đơn giản biểu thức $\sqrt[4]{x^8 (x+1)^4}$, ta được:
- A. $x^2 (x+1)$. B. $-x^2 (x+1)$ C. $x^2 (x-1)$. D. $x^2 (x+1)$.
- Câu 25.** Đơn giản biểu thức $\sqrt[3]{x^3 (x+1)^9}$, ta được:
- A. $-x(x+1)^3$. B. $x(x+1)^3$. C. $|x(x+1)^3|$. D. $x|(x+1)^3|$.
- Câu 26.** Khẳng định nào sau đây đúng
- A. $a^0 = 1 \forall a$. B. $a^2 > 1 \Leftrightarrow a > 1$. C. $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{4}\right)^2$.
- Câu 27.** Nếu $(2\sqrt{3} - 1)^{a+2} < 2\sqrt{3} - 1$ thì
- A. $a < -1$. B. $a < 1$. C. $a > -1$. D. $a \geq -1$.
- Câu 28.** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?
- A. $(0,01)^{-\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$. B. $(0,01)^{-\sqrt{2}} < (10)^{-\sqrt{2}}$.
C. $(0,01)^{-\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$. D. $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.
- Câu 29.** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?
- A. $(2 - \sqrt{2})^3 < (2 - \sqrt{2})^4$. B. $(\sqrt{11} - \sqrt{2})^6 > (\sqrt{11} - \sqrt{2})^7$.

C. $(4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4$.

D. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^4 < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^5$.

Câu 30. Nếu $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2m-2} < \sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

A. $m > \frac{3}{2}$.

B. $m < \frac{1}{2}$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $m \neq \frac{3}{2}$.

Câu 31. Cho n nguyên dương ($n \geq 2$) khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a > 0$.

B. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \neq 0$.

C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \geq 0$.

D. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

Câu 32. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \forall a, b$.

B. $\sqrt[n]{a^{2n}} \geq 0 \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 1$).

C. $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 1$).

D. $\sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \quad \forall a \geq 0$.

Câu 33. Cho $a > 0, b < 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt[4]{a^4 b^4} = ab$.

B. $\sqrt[3]{a^3 b^3} = ab$.

C. $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$.

D. $\sqrt{a^4 b^2} = -a^2 b$.

Câu 34. Tìm điều kiện của a để khẳng định $\sqrt{(3-a)^2} = a-3$ là khẳng định **đúng**?

A. $\forall a \in \mathbb{R}$.

B. $a \leq 3$.

C. $a > 3$.

D. $a \geq 3$.

Câu 35. Cho a là số thực dương, m, n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai**?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

B. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

C. $(a^m)^n = a^{m+n}$.

D. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Câu 36. Bạn An trong quá trình biến đổi đã làm như sau: $\sqrt[3]{-27} \stackrel{(1)}{=} (-27)^{\frac{1}{3}} \stackrel{(2)}{=} (-27)^{\frac{2}{6}} \stackrel{(3)}{=} \sqrt[6]{(-27)^2} \stackrel{(4)}{=} 3$ bạn đã **sai** ở bước nào?

A. (4).

B. (2).

C. (3).

D. (1).

Câu 37. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì:

A. $a < 1; 0 < b < 1$.

B. $a > 1; b < 1$.

C. $0 < a < 1; b < 1$.

D. $a > 1; 0 < b < 1$.

Câu 38. Nếu $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^x > \sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

A. $\forall x \in \mathbb{R}$.

B. $x < 1$.

C. $x > -1$.

D. $x < -1$.

Câu 39. Với giá trị nào của a thì phương trình $2^{ax^2-4x-2a} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{-4}}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $a \neq 0$

B. $\forall a \in \mathbb{R}$

C. $a \geq 0$

D. $a > 0$

Câu 40. Tìm biểu thức không có nghĩa trong các biểu thức sau:

A. $(-3)^{-4}$.

B. $(-3)^{\frac{1}{3}}$.

C. 0^4 .

D. $\left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^0$.

- Câu 41.** Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ được kết quả là
- A. $a^{\sqrt{2}}$. B. $a^{2\sqrt{2}-1}$. C. $a^{1-\sqrt{2}}$. D. a .
- Câu 42.** Biểu thức $(a+2)^x$ có nghĩa với :
- A. $a > -2$ B. $\forall a \in \mathbb{R}$ C. $a > 0$ D. $a < -2$
- Câu 43.** Cho $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$ khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \neq 0$. B. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a > 0$.
C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \geq 0$. D. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \in \mathbb{R}$.
- Câu 44.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?
- A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \forall a, b$ B. $\sqrt[n]{a^{2n}} \geq 0 \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$)
C. $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$) D. $\sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \quad \forall a \geq 0$
- Câu 45.** Cho $a > 0, b < 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?
- A. $\sqrt[4]{a^4 b^4} = ab$ B. $\sqrt[3]{a^3 b^3} = ab$ C. $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$ D. $\sqrt{a^2 b^4} = ab^2$
- Câu 46.** Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì
- A. $a > 1; 0 < b < 1$ B. $a > 1; b < 1$ C. $0 < a < 1; b < 1$ D. $a < 1; 0 < b < 1$
- Câu 47.** Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$ được kết quả là :
- A. ab^2 . B. $a^2 b$. C. ab . D. $a^2 b^2$.
- Câu 48.** Cho $3^{|\alpha|} < 27$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $\begin{cases} \alpha < -3 \\ \alpha > 3 \end{cases}$. B. $\alpha > 3$. C. $\alpha < 3$. D. $-3 < \alpha < 3$.
- Câu 49.** Giá trị của biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ với $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ và $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 50.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2016]{x^{2016}} = -x$ đúng
- A. Không có giá trị x nào. B. $x \geq 0$.
C. $x = 0$. D. $x \leq 0$.
- Câu 51.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2017]{x^{2017}} = x$ đúng
- A. $x \geq 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R}$.
C. $x = 0$. D. Không có giá trị x nào.
- Câu 52.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[4]{x^4} = \frac{1}{|x|}$ đúng
- A. $x \neq 0$. B. $x \geq 0$.

C. $x = \pm 1$.

D. Không có giá trị x nào.

Câu 53. Căn bậc 4 của 3 là

A. $\sqrt[3]{4}$.

B. $\sqrt[4]{3}$.

C. $-\sqrt[4]{3}$.

D. $\pm\sqrt[4]{3}$.

Câu 54. Căn bậc 3 của -4 là

A. $\pm\sqrt[3]{-4}$.

B. $\sqrt[3]{-4}$.

C. $-\sqrt[3]{-4}$.

D. Không có.

Câu 55. Căn bậc 2016 của -2016 là

A. $-\sqrt[2016]{2016}$.

B. Không có.

C. $\sqrt[2016]{-2016}$.

D. $\sqrt[2016]{2016}$.

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

(I): $\sqrt[3]{-0.4} > \sqrt[5]{-0.3}$

(II): $\sqrt[5]{-5} > \sqrt[3]{-3}$

(III): $\sqrt[3]{-2} > \sqrt[5]{-4}$

(IV): $\sqrt[3]{-5} > \sqrt[5]{-3}$

A. (I) và (IV).

B. (I) và (III).

C. (IV).

D. (II) và (IV).

Câu 57. Trong các biểu thức sau biểu thức nào không có nghĩa

A. $(-2016)^0$.

B. $(-2016)^{2016}$.

C. 0^{-2016} .

D. $(-2016)^{-2016}$.

Câu 58. Với giá trị nào của x thì biểu thức $(4-x^2)^{\frac{1}{3}}$ sau có nghĩa

A. $x \geq 2$.

B. $-2 < x < 2$.

C. $x \leq -2$.

D. Không có giá trị x nào.

Câu 59. Cho số thực dương a . Rút gọn biểu thức $\left[\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} \right]^2$

A. $9a^{\frac{1}{2}}$.

B. $9a$.

C. $3a$.

D. $3a^{\frac{1}{2}}$.

Câu 60. Cho số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} \right)$

A. $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$.

B. $a - b$.

C. $a + b$.

D. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}$.

Câu 61. Cho số thực dương a . Rút gọn biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}}$

A. $a^{\frac{3}{4}}$.

B. $a^{\frac{1}{2}}$.

C. a .

D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 62. Cho $a+b=1$ thì $\frac{4^a}{4^a+2} + \frac{4^b}{4^b+2}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $(x^2-3x+3)^{x^2-x-6} = 1$

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 64. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $(\sqrt{5}+2)^{x^2-3x} = (\sqrt{5}-2)^{2x-2}$ đúng

A. 3.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

LŨY THỪA VẬN DỤNG

- Câu 65.** Biết $4^x + 4^{-x} = 23$ tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$:
- A. 5. B. $\sqrt{27}$. C. $\sqrt{23}$. D. 25.
- Câu 66.** Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A. $a^{\frac{3}{2}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. $a^{\frac{3}{4}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.
- Câu 67.** Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A. $x^{\frac{7}{12}}$. B. $x^{\frac{5}{6}}$. C. $x^{\frac{12}{7}}$. D. $x^{\frac{6}{5}}$.
- Câu 68.** Cho b là số thực dương. Biểu thức $\frac{\sqrt[5]{b^2 \sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b \sqrt{b}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.
- Câu 69.** Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A. $x^{\frac{256}{255}}$. B. $x^{\frac{255}{256}}$. C. $x^{\frac{127}{128}}$. D. $x^{\frac{128}{127}}$.
- Câu 70.** Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
- A. $x^{\frac{7}{30}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.
- Câu 71.** Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{4}{3}}\right)$ được kết quả là:
- A. $a - b$. B. $a - b^2$. C. $b - a$. D. $a^3 - b^3$.
- Câu 72.** Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$ được kết quả là:
- A. $\sqrt[4]{b}$. B. $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$. C. $b - a$. D. $\sqrt[4]{a}$.
- Câu 73.** Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$ được kết quả là:
- A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.
- Câu 74.** Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là
- A. 0. B. -1. C. 1. D. -2.

C. $m < n$.

D. Không so sánh được.

Câu 85. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$
A. $a > 2$. B. $a > 0$. C. $a > 1$. D. $1 < a < 2$.

Câu 86. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$
A. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < a < 0 \\ a < -1 \end{cases}$. B. $-\frac{1}{2} < a < 0$. C. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ a < -1 \end{cases}$. D. $a < -1$.

Câu 87. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2$
A. $0 < a < 1$. B. $a > 0$. C. $a > 1$. D. $a < 0$.
Do $0,2 < 2$ và có số mũ không nguyên nên $a^{0,2} < a^2$ khi $a > 1$.

Câu 88. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(1-a)^{-\frac{1}{3}} > (1-a)^{\frac{1}{2}}$
A. $a < 1$. B. $a > 0$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 1$.

Câu 89. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$
A. $a > 1$. B. $0 < a < 1$. C. $1 < a < 2$. D. $a < 1$.

Câu 90. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$
A. $1 < a < 2$. B. $a < 1$. C. $a > 1$. D. $0 < a < 1$.

Câu 91. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}}$
A. $a < 1$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $1 < a < 2$.

Câu 92. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\frac{1}{17}} > a^{\frac{1}{8}}$
A. $a > 1$. B. $a < 1$. C. $0 < a < 1$. D. $1 < a < 2$.

Câu 93. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$
A. $1 < a < 2$. B. $a < 1$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 1$.

Câu 94. Rút gọn biểu thức $\frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} - a^{0,5}b^{0,5}$ ta được :
A. $a + b$. B. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. D. $a - b$.

Câu 95. Rút gọn biểu thức $\left(\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{xy^2} + \frac{1}{x^2y}} + \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{xy^2 - x^2y} \right) \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$ được kết quả là:
A. $x - y$. B. $x + y$. C. 2 . D. $\frac{2}{\sqrt{xy}}$.

Câu 96. Biểu thức $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^{-3} - 2\sqrt{x}$ xác định với :

A. $\forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$.

B. $\forall x \in [0; +\infty)$.

C. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$.

D. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 97. Biểu thức $f(x) = \left(\frac{4x-3x^2}{2x^2+3x+1}\right)^{-2}$ xác định khi:

A. $x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[0; \frac{4}{3}\right]$.

B. $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $x \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0; \frac{4}{3}\right)$.

D. $x \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 98. Biểu thức $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)^{\frac{1}{4}}$ chỉ xác định với :

A. $x \in (1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup (1; 1 + \sqrt{3})$.

C. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1)$.

D. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 99. Biểu thức $(x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 5x + 6} = 1$ với :

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2; x = 3$.

D. Không tồn tại x .

Câu 100. Với giá trị nào của x thì $(x^2 + 4)^{x-5} > (x^2 + 4)^{5x-3}$

A. $x > -\frac{1}{2}$.

B. $x < \frac{1}{2}$.

C. $x < -\frac{1}{2}$.

D. $x > \frac{1}{2}$.

Câu 101. Cho $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$ khi đó

A. $a > 2$.

B. $a < 1$.

C. $a > 1$.

D. $a < 2$.

Câu 102. Cho $a = 1 + 2^{-x}$, $b = 1 + 2^x$. Biểu thức biểu diễn b theo a là:

A. $\frac{a-2}{a-1}$.

B. $\frac{a-1}{a}$.

C. $\frac{a+2}{a-1}$.

D. $\frac{a}{a-1}$.

Câu 103. Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{\frac{1}{a^4} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là:

A. a .

B. $a+1$.

C. $2a$.

D. 1 .

Câu 104. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$P = \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}}\right)$ có dạng là $P = xa + yb$. Tính $x + y$?

A. $x + y = 97$.

B. $x + y = -65$.

C. $x - y = 56$.

D. $y - x = -97$.

Câu 105. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}$ là:

A. $\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}$.

B. $\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}$.

C. $\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a}$.

D. $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$.

Câu 106. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là:

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 0.

Câu 107. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$$

- A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 108. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right)$$

- A. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^3}$. B. $\sqrt[3]{ab}$. C. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$. D. $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$.

Câu 109. Cho số thực dương x . Biểu thức $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với

số mũ hữu tỉ có dạng $x^{\frac{a}{b}}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, biểu thức liên hệ giữa a và b là:

- A. $a + b = 509$. B. $a + 2b = 767$. C. $2a + b = 709$. D. $3a - b = 510$.

Câu 110. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$$

có dạng $P = m\sqrt[4]{a} + n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

- A. $2m - n = -3$. B. $m + n = -2$. C. $m - n = 0$. D. $m + 3n = -1$.

Câu 111. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{(a^{\frac{1}{2}} + 1)}{a^{\frac{1}{2}}}$, ($a > 0, a \neq \pm 1$), có dạng

$P = \frac{m}{a + n}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

- A. $m + 3n = -1$. B. $m + n = -2$. C. $m - n = 0$. D. $2m - n = 5$.

Câu 112. Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65%/ tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

- A. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng. B. $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.
 C. $2 \cdot (1,0065)^{24}$ triệu đồng. D. $2 \cdot (2,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 113. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,7%/ tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là:

- A. 3 triệu 600 ngàn đồng. B. 3 triệu 800 ngàn đồng.

C. 3 triệu 700 ngàn đồng.

D. 3 triệu 900 ngàn đồng.

Câu 114. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền là (biết trong khoảng thời gian này bác An không rút tiền ra):

A. $\approx 5436521,164$ đồng.

B. $\approx 5468994,09$ đồng.

C. $\approx 5452733,453$ đồng.

D. $\approx 5452771,729$ đồng.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	C	B	D	B	C	A	B	C	C	A	A	A	D	C	D	D	D	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	D	C	C	A	B	A	D	B	D	B	A	B	A	D	C	B	A	C	C
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114						
A	D	A	B	A	D	B	C	B	A	D	C	D	C						

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng :

A. a^{-n} xác định với mọi $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \forall n \in \mathbb{N}$

B. $a^n = \sqrt[n]{a^m}; \forall a \in \mathbb{R}$

C. $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$

D. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của lũy thừa với số mũ thực ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 2. Tìm x để biểu thức $(2x-1)^{-2}$ có nghĩa:

A. $\forall x \neq \frac{1}{2}$

B. $\forall x > \frac{1}{2}$

C. $\forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

D. $\forall x \geq \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Biểu thức $(2x-1)^{-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$

Câu 3. Tìm x để biểu thức $(x^2-1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa:

B. $\forall x \in (-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$.

A. $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $\forall x \in (-1; 1)$.

D. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Hướng dẫn giải:

Biểu thức $(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$

Câu 4. Tìm x để biểu thức $(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa:

- A.** $\forall x \in \mathbb{R}$ **B.** Không tồn tại x **C.** $\forall x > 1$ **D.** $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Hướng dẫn giải:

Biểu thức $(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 5. Các căn bậc hai của 4 là :

- A.** -2 **B.** 2 **C.** ± 2 **D.** 16

Câu 6. Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là :

- A.** a . **B.** $|a|$. **C.** $-a$. **D.** $a^{\frac{n}{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 7. Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k + 1 (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là :

- A.** $a^{\frac{n}{2n+1}}$. **B.** $|a|$. **C.** $-a$. **D.** a .

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 8. Phương trình $x^{2016} = 2017$ có tập nghiệm \mathbb{R} trong là :

- A.** $T = \{\pm \sqrt[2016]{2016}\}$ **B.** $T = \{\pm \sqrt[2016]{2017}\}$ **C.** $T = \{\sqrt[2016]{2017}\}$ **D.** $T = \{-\sqrt[2016]{2017}\}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 9. Các căn bậc bốn của 81 là :

- A.** 3 **B.** ± 3 **C.** -3 **D.** ± 9

Câu 10. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Phương trình $x^{2015} = -2$ vô nghiệm.
B. Phương trình $x^{21} = 21$ có 2 nghiệm phân biệt.
C. Phương trình $x^e = \pi$ có 1 nghiệm.
D. Phương trình $x^{2015} = -2$ có vô số nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 11. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Có một căn bậc n của số 0 là 0. **B.** $-\frac{1}{3}$ là căn bậc 5 của $-\frac{1}{243}$.
C. Có một căn bậc hai của 4. **D.** Căn bậc 8 của 2 được viết là $\pm \sqrt[8]{2}$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 12. Tính giá trị $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được :

A. 12

B. 16

C. 18

D. 24

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận. $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} = (2^{-4})^{\frac{-3}{4}} + (2^{-3})^{\frac{-4}{3}} = 2^3 + 2^4 = 24$

Phương pháp trắc nghiệm. Sử dụng máy tính

Câu 13. Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ($a > 0$) về dạng lũy thừa của a là.

A. $a^{\frac{5}{4}}$

B. $a^{\frac{1}{4}}$

C. $a^{\frac{3}{4}}$

D. $a^{\frac{1}{2}}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\sqrt{a\sqrt{a}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{3}{4}}$

Phương pháp trắc nghiệm. Gán một hoặc hai giá trị để kiểm tra kết quả. Cụ thể gán $a = 2$ rồi sử dụng máy tính kiểm tra các đáp số bằng cách xét hiệu bằng không, sau đó để an toàn chọn thêm một giá trị bất kỳ nữa, nhập vào máy tính $\sqrt{a\sqrt{a}} - a^{\frac{3}{4}}$ được kết quả 0 suy ra A là đáp án đúng.

Câu 14. Viết biểu thức $\frac{\sqrt{2^3\sqrt{4}}}{16^{0,75}}$ về dạng lũy thừa 2^m ta được $m = ?$.

A. $-\frac{13}{6}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\frac{\sqrt{2^3\sqrt{4}}}{16^{0,75}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2^2}}{(2^4)^{\frac{3}{4}}} = \frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^3} = 2^{-\frac{13}{6}}$.

Câu 15. Các căn bậc bảy của 128 là :

A. -2

B. ± 2

C. 2

D. 8

Câu 16. Viết biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}$, ($a, b > 0$) về dạng lũy thừa $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ ta được $m = ?$.

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $-\frac{2}{15}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\sqrt[5]{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[5]{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt[15]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{15}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{15}}$.

Câu 17. Cho $a > 0$; $b > 0$. Viết biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ về dạng a^m và biểu thức $b^{\frac{2}{3}}:\sqrt{b}$ về dạng b^n . Ta có $m+n = ?$

A. $\frac{1}{3}$

B. -1

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} \Rightarrow m = \frac{5}{6}; b^{\frac{2}{3}} : \sqrt{b} = b^{\frac{2}{3}} : b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{6}} \Rightarrow n = \frac{1}{6}$
 $\Rightarrow m+n=1$

Câu 18. Cho $x > 0; y > 0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5 \sqrt{x}}$; về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5 \sqrt{y}}$; về dạng y^n .
 Ta có $m-n=?$

- A. $-\frac{11}{6}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{8}{5}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5 \sqrt{x}} = x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{103}{60}} \Rightarrow m = \frac{103}{60}$

$$y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5 \sqrt{y}} = y^{\frac{4}{5}} : \left(y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{1}{12}} \right) = y^{-\frac{7}{60}} \Rightarrow n = -\frac{7}{60} \Rightarrow m-n = \frac{11}{6}$$

Câu 19. Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y . Ta có $x^2 + y^2 = ?$

- A. $\frac{2017}{567}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{53}{24}$ D. $\frac{2017}{576}$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận.

$$\text{Ta có: } \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 4\sqrt{2}}}{\sqrt[8]{2^3}} = 2^{\frac{3}{8}} \Rightarrow x = \frac{3}{8}; \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{11}{6}} \Rightarrow y = \frac{11}{6} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{53}{24}$$

Câu 20. Cho $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ khi đó $f(0,09)$ bằng:

- A. 0,09 B. 0,9 C. 0,03 D. 0,3

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận.

Vì $x = 0,09 > 0$ nên ta có: $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} (\forall x \geq 0) \Rightarrow f(0,09) = 0,3$

Câu 21. Cho $f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$ khi đó $f(1,3)$ bằng:

- A. 0,13. B. 1,3. C. 0,013. D. 13.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận.

$$\text{Vì } x = 1,3 > 0 \text{ nên ta có: } f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} = x \Rightarrow f(1,3) = 1,3$$

Câu 22. Cho $f(x) = \sqrt[3]{x^4} \sqrt{x^2} \sqrt[5]{x^5}$. Khi đó $f(2,7)$ bằng

- A. 0,027. B. 0,27. C. 2,7. D. 27.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận.

Vì $x = 2,7 > 0$ nên ta có: $f(x) = \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x} \sqrt[12]{x^5} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{5}{12}} = x \Rightarrow f(2,7) = 2,7$.

Câu 23. Đơn giản biểu thức $\sqrt{81a^4b^2}$, ta được:

- A. $-9a^2|b|$. B. $9a^2|b|$. C. $9a^2b$. D. $3a^2|b|$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\sqrt{81a^4b^2} = \sqrt{(9a^2b)^2} = |9a^2b| = 9a^2|b|$.

Câu 24. Đơn giản biểu thức $\sqrt[4]{x^8(x+1)^4}$, ta được:

- A. $x^2(x+1)$. B. $-x^2(x+1)$ C. $x^2(x-1)$. D. $x^2(x+1)$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\sqrt[4]{x^8(x+1)^4} = \sqrt[4]{x^8(x+1)^4} = |x^2(x+1)| = x^2|x+1|$.

Câu 25. Đơn giản biểu thức $\sqrt[3]{x^3(x+1)^9}$, ta được:

- A. $-x(x+1)^3$. B. $x(x+1)^3$. C. $|x(x+1)^3|$. D. $x|(x+1)^3|$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận. $\sqrt[3]{x^3(x+1)^9} = \sqrt[3]{(x(x+1)^3)^3} = x(x+1)^3$

Câu 26. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $a^0 = 1 \forall a$. B. $a^2 > 1 \Leftrightarrow a > 1$. C. $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A và B sai do áp dụng trực tiếp lí thuyết.

Dùng máy tính để kiểm tra kết quả đáp án A và D.

Câu 27. Nếu $(2\sqrt{3}-1)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1$ thì

- A. $a < -1$. B. $a < 1$. C. $a > -1$. D. $a \geq -1$.

Hướng dẫn giải

Do $2\sqrt{3}-1 > 1$ nên $(2\sqrt{3}-1)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1 \Leftrightarrow a+2 < 1 \Leftrightarrow a < -1$

Câu 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A. $(0,01)^{-\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$. B. $(0,01)^{-\sqrt{2}} < (10)^{-\sqrt{2}}$.
C. $(0,01)^{-\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$. D. $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.

Hướng dẫn giải

Dùng máy tính kiểm tra kết quả.

Câu 29. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A. $(2-\sqrt{2})^3 < (2-\sqrt{2})^4$. B. $(\sqrt{11}-\sqrt{2})^6 > (\sqrt{11}-\sqrt{2})^7$.
C. $(4-\sqrt{2})^3 < (4-\sqrt{2})^4$. D. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^4 < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^5$.

Hướng dẫn giải

Dùng máy tính kiểm tra kết quả.

Câu 30. Nếu $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2m-2} < \sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \neq \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{3}+\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \Rightarrow (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2m-2} < (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-1} \Leftrightarrow 2m-2 > -1 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$

Câu 31. Cho n nguyên dương ($n \geq 2$) khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a > 0$. B. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \neq 0$.
C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \geq 0$. D. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 32. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \forall a, b$. B. $\sqrt[n]{a^{2n}} \geq 0 \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 1$).
C. $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 1$). D. $\sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \quad \forall a \geq 0$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng tính chất căn bậc n ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 33. Cho $a > 0, b < 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\sqrt[4]{a^4 b^4} = ab$. B. $\sqrt[3]{a^3 b^3} = ab$.
C. $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$. D. $\sqrt{a^4 b^2} = -a^2 b$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng tính chất căn bậc n ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 34. Tìm điều kiện của a để khẳng định $\sqrt{(3-a)^2} = a-3$ là khẳng định **đúng** ?

- A. $\forall a \in \mathbb{R}$. B. $a \leq 3$. C. $a > 3$. D. $a \geq 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{(3-a)^2} = |a-3| \Leftrightarrow \begin{cases} a-3 & \text{neu } a \geq 3 \\ -a+3 & \text{neu } a < 3 \end{cases}$

Câu 35. Cho a là số thực dương, m, n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai** ?

- A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. B. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$. C. $(a^m)^n = a^{m+n}$. D. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng tính chất của lũy thừa với số mũ thực ta có đáp án C là đáp án chính xác.

Câu 36. Bạn An trong quá trình biến đổi đã làm như sau: $\sqrt[3]{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}} = (-27)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-27)^2} = 3$ bạn đã **sai** ở bước nào?

- A. (4). B. (2). C. (3). D. (1).

- Câu 37.** Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì :
 A. $a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$. D. $a > 1; 0 < b < 1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } \begin{cases} \frac{1}{2} > \frac{1}{6} \\ a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}} \end{cases} \Rightarrow a > 1 \text{ và } \begin{cases} \sqrt{2} < \sqrt{3} \\ b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow 0 < b < 1$$

Vậy đáp án D đúng.

- Câu 38.** Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì
 A. $\forall x \in \mathbb{R}$. B. $x < 1$. C. $x > -1$. D. $x < -1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1 \Leftrightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \frac{1}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ nên}$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1}.$$

Mặt khác $0 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 1 \Rightarrow x < -1$. Vậy đáp án A là chính xác.

- Câu 39.** Với giá trị nào của a thì phương trình $2^{ax^2 - 4x - 2a} = \frac{1}{(\sqrt{2})^4}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $a \neq 0$ B. $\forall a \in \mathbb{R}$ C. $a \geq 0$ D. $a > 0$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 2^{ax^2 - 4x - 2a} = \frac{1}{(\sqrt{2})^4} (*) \Leftrightarrow 2^{ax^2 - 4x - 2a} = 2^2 \Leftrightarrow ax^2 - 4x - 2a = 2 \Leftrightarrow ax^2 - 4x - 2(a+1) = 0$$

$$\text{PT (*) có hai nghiệm phân biệt } ax^2 - 4x - 2(a+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 2a^2 + 2a + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \neq 0$$

Vậy đáp án A là đáp án chính xác.

- Câu 40.** Tìm biểu thức không có nghĩa trong các biểu thức sau:

- A. $(-3)^{-4}$. B. $(-3)^{-\frac{1}{3}}$. C. 0^4 . D. $\left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^0$.

Hướng dẫn giải

Vì $-\frac{1}{3} \notin \mathbb{R}$ nên $(-3)^{-\frac{1}{3}}$ không có nghĩa. Vậy đáp án B đúng.

- Câu 41.** Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ được kết quả là

- A. $a^{\sqrt{2}}$. B. $a^{2\sqrt{2}-1}$. C. $a^{1-\sqrt{2}}$. D. a .

Hướng dẫn giải

$$P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{-\sqrt{2}+1} = a^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = a. \text{ Vậy đáp án D đúng.}$$

Câu 42. Biểu thức $(a+2)^\pi$ có nghĩa với :

- A.** $a > -2$ **B.** $\forall a \in \mathbb{R}$ **C.** $a > 0$ **D.** $a < -2$

Hướng dẫn giải

$(a+2)^\pi$ có nghĩa khi $a+2 > 0 \Leftrightarrow a > -2$. Vậy đáp án A đúng.

Câu 43. Cho $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$ khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \neq 0.$ **B.** $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a > 0.$

C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \geq 0.$ **D.** $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \in \mathbb{R}.$

Lời giải :

Đáp án B đúng. Đáp án A, C, D sai vì điều kiện của a

Câu 44. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \forall a, b$ **B.** $\sqrt[n]{a^{2n}} \geq 0 \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$)

C. $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \quad \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$) **D.** $\sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \quad \forall a \geq 0$

Câu 45. Cho $a > 0, b < 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\sqrt[4]{a^4 b^4} = ab$ **B.** $\sqrt[3]{a^3 b^3} = ab$ **C.** $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$ **D.** $\sqrt{a^2 b^4} = ab^2$

Hướng dẫn giải

Do $a > 0, b < 0$ nên $\sqrt[4]{a^4 b^4} = \sqrt[4]{(ab)^4} = |ab| = -ab$. Đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 46. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì

- A.** $a > 1; 0 < b < 1$ **B.** $a > 1; b < 1$ **C.** $0 < a < 1; b < 1$ **D.** $a < 1; 0 < b < 1$

Hướng dẫn giải

Do $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$ nên $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a > 1$.

Vì $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ nên $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}} \Rightarrow 0 < b < 1$ vậy đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 47. Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$ được kết quả là :

- A.** ab^2 . **B.** $a^2 b$. **C.** ab . **D.** $a^2 b^2$.

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{\sqrt[3]{a^{12} \cdot b^6}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{a^4 \cdot b^2} = ab. \text{ Vậy đáp án C là chính xác.}$$

Câu 48. Cho $3^{|\alpha|} < 27$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\begin{cases} \alpha < -3 \\ \alpha > 3 \end{cases}$ **B.** $\alpha > 3$. **C.** $\alpha < 3$. **D.** $-3 < \alpha < 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $3^{|\alpha|} < 27 \Leftrightarrow 3^{|\alpha|} < 3^3 \Leftrightarrow |\alpha| < 3 \Leftrightarrow -3 < \alpha < 3$. Vậy đáp án D là đáp án chính xác.

- Câu 49.** Giá trị của biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ với $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ và $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

$$A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = (2 + \sqrt{3} + 1)^{-1} + (2 - \sqrt{3} + 1)^{-1} = \frac{1}{3 + \sqrt{3}} + \frac{1}{3 - \sqrt{3}} = 1$$

Vậy đáp án C là đáp án chính xác.

- Câu 50.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2016]{x^{2016}} = -x$ đúng
A. Không có giá trị x nào. **B.** $x \geq 0$.
C. $x = 0$. **D.** $x \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Do $\sqrt[2016]{x^{2016}} = |x|$ nên $\sqrt[2016]{x^{2016}} = -x \Leftrightarrow |x| = -x$ khi $x \leq 0$

- Câu 51.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2017]{x^{2017}} = x$ đúng
A. $x \geq 0$. **B.** $\forall x \in \mathbb{R}$.
C. $x = 0$. **D.** Không có giá trị x nào.

Hướng dẫn giải

$\sqrt[n]{x^n} = x$ khi n lẻ nên $\sqrt[2017]{x^{2017}} = x$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

- Câu 52.** Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[4]{x^4} = \frac{1}{|x|}$ đúng
A. $x \neq 0$. **B.** $x \geq 0$.
C. $x = \pm 1$. **D.** Không có giá trị x nào.

Hướng dẫn giải

Do $\sqrt[4]{x^4} = |x|$ nên $\sqrt[4]{x^4} = \frac{1}{|x|}$ khi $x \neq 0$. Vậy đáp án A đúng.

- Câu 53.** Căn bậc 4 của 3 là
A. $\sqrt[3]{4}$. **B.** $\sqrt[4]{3}$. **C.** $-\sqrt[4]{3}$. **D.** $\pm\sqrt[4]{3}$.

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa căn bậc n của số b : Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$). Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$

Nếu n chẵn và $b > 0$ Có hai căn trái dấu, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{b}$, còn giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{b}$. Nên có hai căn bậc 4 của 3 là $\pm\sqrt[4]{3}$

- Câu 54.** Căn bậc 3 của -4 là
A. $\pm\sqrt[3]{-4}$. **B.** $\sqrt[3]{-4}$. **C.** $-\sqrt[3]{-4}$. **D.** Không có.

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa căn bậc n của số b : Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$). Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$

n lẻ, $b \in R$: Có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu $\sqrt[n]{b}$

Câu 55. Căn bậc 2016 của -2016 là

- A. $-\sqrt[2016]{2016}$. B. Không có. C. $\sqrt[2016]{-2016}$. D. $\sqrt[2016]{2016}$.

Hướng dẫn giải

n chẵn và $b < 0$ Không tồn tại căn bậc n của b . $-2016 < 0$ nên không có căn bậc 2016 của -2016

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- (I): $\sqrt[3]{-0.4} > \sqrt[5]{-0.3}$ (II): $\sqrt[5]{-5} > \sqrt[3]{-3}$
 (III): $\sqrt[3]{-2} > \sqrt[5]{-4}$ (IV): $\sqrt[3]{-5} > \sqrt[5]{-3}$
 A. (I) và (IV). B. (I) và (III). C. (IV). D. (II) và (IV).

Hướng dẫn giải

Áp dụng tính chất với hai số a, b tùy ý $0 \leq a < b$ và n nguyên dương ta có $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$

Câu 57. Trong các biểu thức sau biểu thức nào không có nghĩa

- A. $(-2016)^0$. B. $(-2016)^{2016}$. C. 0^{-2016} . D. $(-2016)^{-2016}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $0^0, 0^{-n}$ $n \in N$ không có nghĩa và $a^\alpha, \alpha \in Z^+$ xác định với $\forall a \in R$

$a^\alpha, \alpha \in Z^-$ xác định với $\forall a \neq 0$;

$a^\alpha, \alpha \notin Z^+$ xác định với $\forall a > 0$

Vì vậy 0^{-2016} không có nghĩa. đáp A là đáp án đúng

Câu 58. Với giá trị nào của x thì biểu thức $(4-x^2)^{\frac{1}{3}}$ sau có nghĩa

- A. $x \geq 2$. B. $-2 < x < 2$.
 C. $x \leq -2$. D. Không có giá trị x nào.

Hướng dẫn giải

Điều kiện xác định $4-x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$

Vậy đáp án A đúng.

Câu 59. Cho số thực dương a . Rút gọn biểu thức $\left[\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} \right]^2$

- A. $9a^{\frac{1}{2}}$. B. $9a$. C. $3a$. D. $3a^{\frac{1}{2}}$.

Hướng dẫn giải

$$\left[\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} \right]^2 = \left[\frac{4a^2-9}{a \frac{(2a-3)}{a^{\frac{1}{2}}}} + \frac{a^2-4a+3}{a \frac{(a-1)}{a^{\frac{1}{2}}}} \right]^2 = \left[\frac{(2a+3)+(a-3)}{a^{\frac{1}{2}}} \right]^2 = 9a$$

Vậy đáp án B đúng.

Câu 60. Cho số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} \right)$

A. $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$.

B. $a - b$.

C. $a + b$.

D. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}$.

Hướng dẫn giải

$$(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} \right) = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \left[(\sqrt[3]{a})^2 - \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} + (\sqrt[3]{b})^2 \right] = (\sqrt[3]{a})^3 + (\sqrt[3]{b})^3 = a + b$$

Vậy đáp án A đúng.

Câu 61. Cho số thực dương a . Rút gọn biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}}$

A. $a^{\frac{3}{4}}$.

B. $a^{\frac{1}{2}}$.

C. a .

D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Hướng dẫn giải

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} = \left\{ \left[\left(a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} a \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{11}{16}} = \left[\left(a^{\frac{3+1}{4}} \right)^{\frac{1}{2}} a \right]^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{11}{16}} = \left(a^{\frac{7+1}{8}} \right)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{11}{16}} = \frac{a^{\frac{15}{16}}}{a^{\frac{11}{16}}} = a^{\frac{1}{4}}$$

Vậy đáp án D đúng.

Câu 62. Cho $a + b = 1$ thì $\frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = \frac{4^a(4^b + 2) + 4^b(4^a + 2)}{(4^a + 2)(4^b + 2)} = \frac{2 \cdot 4^{a+b} + 2 \cdot (4^a + 4^b)}{4^{a+b} + 2 \cdot (4^a + 4^b) + 4} = \frac{8 + 2 \cdot (4^a + 4^b)}{8 + 2 \cdot (4^a + 4^b)} = 1$$

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $(x^2 - 3x + 3)^{x^2 - x - 6} = 1$

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện xác định $x^2 - 3x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Khi đó } (x^2 - 3x + 3)^{x^2 - x - 6} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 3 = 1 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = 2 \\ x = 3; x = -2 \end{cases}$$

Câu 64. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $(\sqrt{5} + 2)^{x^2 - 3x} = (\sqrt{5} - 2)^{2x - 2}$ đúng

A. 3.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$(\sqrt{5} + 2) \cdot (\sqrt{5} - 2) = 1 \Rightarrow (\sqrt{5} - 2) = (\sqrt{5} + 2)^{-1}$$

$$(\sqrt{5} + 2)^{x^2 - 3x} = (\sqrt{5} - 2)^{2x - 2} \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x^2 - 3x} = (\sqrt{5} + 2)^{2 - 2x} \Leftrightarrow x^2 - 3x = 2 - 2x \Leftrightarrow x = -1; x = 2$$

LŨY THỪA VẬN DỤNG

Câu 65. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$ tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$:

A. 5.

B. $\sqrt{27}$.

C. $\sqrt{23}$.

D. 25.

Hướng dẫn giải.

Do $2^x + 2^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Nên $2^x + 2^{-x} = \sqrt{(2^x + 2^{-x})^2} = \sqrt{2^{2x} + 2 + 2^{-2x}} = \sqrt{4^x + 4^{-x} + 2} = \sqrt{23 + 2} = 5$.

- Câu 66.** Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Hướng dẫn giải.

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = \sqrt[4]{a^{\frac{8}{3}}} = \left(a^{\frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}} \text{ hoặc } \sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = \sqrt[12]{a^8} = a^{\frac{8}{12}} = a^{\frac{2}{3}}$$

- Câu 67.** Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
A. $x^{\frac{7}{12}}$. **B.** $x^{\frac{5}{6}}$. **C.** $x^{\frac{12}{7}}$. **D.** $x^{\frac{6}{5}}$.

Hướng dẫn giải.

$$\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}} = \sqrt[4]{x^2 x^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}} = \left(x^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}$$

- Câu 68.** Cho b là số thực dương. Biểu thức $\frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
A. -2 . **B.** -1 . **C.** 2 . **D.** 1 .

Hướng dẫn giải.

$$\frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}} = \frac{\sqrt[5]{b^2 b^{\frac{1}{2}}}}{\sqrt[3]{bb^{\frac{1}{2}}}} = \frac{\sqrt[5]{b^{\frac{5}{2}}}}{\sqrt[3]{b^{\frac{3}{2}}}} = \frac{\left(b^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}}{\left(b^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} = 1$$

- Câu 69.** Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:
A. $x^{\frac{256}{255}}$. **B.** $x^{\frac{255}{256}}$. **C.** $x^{\frac{127}{128}}$. **D.** $x^{\frac{128}{127}}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1:
$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}}}}}}$$

$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot (x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{7}{2}}}}}}}}}}}$$

$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{15}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{15}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{31}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{63}{2}}}}}}}}}}}$$

$$= \sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{63}{64}}}} = \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{64}}}} = \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{128}}}} = \sqrt{x \cdot x^{\frac{255}{128}}} = \sqrt{x^{\frac{255}{128}}} = x^{\frac{255}{256}}$$

Nhận xét:
$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}} = x^{\frac{2^8-1}{2^8}} = x^{\frac{255}{256}}$$

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay

Ta nhẩm $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$. Ta nhập màn hình **1a2=(M+1)1a2**

Sau đó nhấn 7 lần (bằng với số căn bậc hai còn lại chưa xử lý) phím =.

Câu 70. Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $x^{\frac{7}{30}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Hướng dẫn giải

$$\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}} = \sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{\frac{a}{b} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{6}}} = \sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}} = \sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

Câu 71. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{4}{3}}\right)$ được kết quả là:

- A. $a - b$. B. $a - b^2$. C. $b - a$. D. $a^3 - b^3$.

Hướng dẫn giải

$$P = \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{4}{3}}\right) = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{2}{3}}\right)^3 = a - b^2$$

Câu 72. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$ được kết quả là:

- A. $\sqrt[4]{b}$. B. $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$. C. $b - a$. D. $\sqrt[4]{a}$.

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt[4]{a} \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a} \sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$$

$$= \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{b}$$

Câu 73. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$ được kết quả là:

- A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

Hướng dẫn giải

$$P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = \left[\frac{(\sqrt[3]{a})^3 + (\sqrt[3]{b})^3}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right] : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$$

$$= \left\{ \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \left[(\sqrt[3]{a})^2 - \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} + (\sqrt[3]{b})^2 \right]}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right\} : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$$

$$= \left[(\sqrt[3]{a})^2 - \sqrt[3]{ab} + (\sqrt[3]{b})^2 - \sqrt[3]{ab} \right] : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = 1$$

- Câu 74.** Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là
- A.** 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0$$

- Câu 75.** Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})}$ là:

- A.** 1. **B.** $a+1$. **C.** $2a$. **D.** a .

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})} = \frac{a+a^2}{a+1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a$$

- Câu 76.** Cho $a > 0, b > 0$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}) \cdot (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}) \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$ là:

- A.** $\sqrt[10]{a} - \sqrt[10]{b}$. **B.** $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. **C.** $a - b$. **D.** $\sqrt[8]{a} - \sqrt[8]{b}$.

Hướng dẫn giải

$$P = (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}) \cdot (a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}) \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = \left[(a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2 \right] \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) \cdot (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$$

$$= (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 = a - b.$$

- Câu 77.** Cho $a > 0, b > 0$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right)$ là:

- A.** $\sqrt[3]{ab}$. **B.** $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{ab}}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^3}$. **D.** $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$.

Hướng dẫn giải

C. $m > n$.

D. Không so sánh được.

Hướng dẫn giải

Do $\sqrt{5} - 1 > 1$ nên $(\sqrt{5} - 1)^m < (\sqrt{5} - 1)^n \Leftrightarrow m < n$.

Câu 84. So sánh hai số m và n nếu $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$

A. $m > n$.

B. $m = n$.

C. $m < n$.

D. Không so sánh được.

Hướng dẫn giải

Do $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n \Leftrightarrow m > n$.

Câu 85. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$

A. $a > 2$.

B. $a > 0$.

C. $a > 1$.

D. $1 < a < 2$.

Hướng dẫn giải

Do $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$ và số mũ không nguyên nên $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$ khi $a-1 > 1 \Leftrightarrow a > 2$.

Câu 86. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$

A. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < a < 0 \\ a < -1 \end{cases}$.

B. $-\frac{1}{2} < a < 0$.

C. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ a < -1 \end{cases}$.

D. $a < -1$.

Hướng dẫn giải

Do $-3 < -1$ và số mũ nguyên âm nên $(2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$ khi $\begin{cases} 0 < 2a+1 < 1 \\ 2a+1 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < a < 0 \\ a < -1 \end{cases}$.

Câu 87. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2$

A. $0 < a < 1$.

B. $a > 0$.

C. $a > 1$.

D. $a < 0$.

Hướng dẫn giải

$\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2 \Leftrightarrow a^{0,2} < a^2$

Do $0,2 < 2$ và có số mũ không nguyên nên $a^{0,2} < a^2$ khi $a > 1$.

Câu 88. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(1-a)^{\frac{1}{3}} > (1-a)^{\frac{1}{2}}$

A. $a < 1$.

B. $a > 0$.

C. $0 < a < 1$.

D. $a > 1$.

Hướng dẫn giải

Do $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow (1-a)^{\frac{1}{3}} > (1-a)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a > 1$.

Câu 89. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$

A. $a > 1$.

B. $0 < a < 1$.

C. $1 < a < 2$.

D. $a < 1$.

Hướng dẫn giải

Do $\frac{3}{4} < 2$ và có số mũ không nguyên $\Rightarrow (2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$
 $\Leftrightarrow 0 < 2-a < 1 \Leftrightarrow -2 < -a < -1 \Leftrightarrow 2 > a > 1$

- Câu 90.** Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$
- A. $1 < a < 2$. B. $a < 1$. C. $a > 1$. D. $0 < a < 1$.

Hướng dẫn giải

Do $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 1 \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

- Câu 91.** Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}}$
- A. $a < 1$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $1 < a < 2$.

Hướng dẫn giải

Do $\sqrt{3} < \sqrt{7}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}} \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

- Câu 92.** Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\frac{1}{17}} > a^{\frac{1}{8}}$
- A. $a > 1$. B. $a < 1$. C. $0 < a < 1$. D. $1 < a < 2$.

Hướng dẫn giải

Do $-\frac{1}{17} > -\frac{1}{8}$ và số mũ không nguyên nên $a^{\frac{1}{17}} > a^{\frac{1}{8}}$ khi $a > 1$.

- Câu 93.** Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$
- A. $1 < a < 2$. B. $a < 1$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 1$.

Hướng dẫn giải

Do $-0,25 > -\sqrt{3}$ và số mũ không nguyên nên $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$ khi $a > 1$.

- Câu 94.** Rút gọn biểu thức $\frac{a^{1,5} + b^{1,5} - a^{0,5}b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5} - a^{0,5} - b^{0,5}}$ ta được :
- A. $a + b$. B. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. D. $a - b$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{a^{1,5} + b^{1,5} - a^{0,5}b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5} - a^{0,5} - b^{0,5}} = \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3 - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

- Câu 95.** Rút gọn biểu thức $\left(\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{xy^2} + \frac{1}{x^2y}} + \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{xy^2 - x^2y}\right) \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$ được kết quả là:

- A. $x - y$. B. $x + y$. C. 2 . D. $\frac{2}{\sqrt{xy}}$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\frac{1}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x^2 + y^2}}{\frac{1}{xy^2 + x^2y} + \frac{1}{xy^2 - x^2y}} \right) \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x})^3 \sqrt{y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\ & = \frac{\left((\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \right)}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \cdot \frac{(\sqrt{x})^3 \sqrt{y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \frac{2}{x-y} \cdot x - \frac{2y}{x-y} = 2 \end{aligned}$$

Câu 96. Biểu thức $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^{-3} - 2\sqrt{x}$ xác định với :

A. $\forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$.

B. $\forall x \in [0; +\infty)$.

C. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$.

D. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)^{-3} - 2\sqrt{x} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$$

Câu 97. Biểu thức $f(x) = \left(\frac{4x - 3x^2}{2x^2 + 3x + 1} \right)^{-\frac{2}{3}}$ xác định khi:

A. $x \in \left[-1; -\frac{1}{2} \right] \cup \left[0; \frac{4}{3} \right]$.

B. $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0 \right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty \right)$.

C. $x \in \left(-1; -\frac{1}{2} \right) \cup \left(0; \frac{4}{3} \right)$.

D. $x \in \left(-1; \frac{4}{3} \right)$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) = \left(\frac{4x - 3x^2}{2x^2 + 3x + 1} \right)^{-\frac{2}{3}} \text{ xác định khi } \frac{4x - 3x^2}{2x^2 + 3x + 1} > 0 \Leftrightarrow \forall x \in \left(-1; -\frac{1}{2} \right) \cup \left(0; \frac{4}{3} \right)$$

Câu 98. Biểu thức $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)^{\frac{1}{4}}$ chỉ xác định với :

A. $x \in (1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup (1; 1 + \sqrt{3})$.

C. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1)$.

D. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)^{\frac{1}{4}} \text{ xác định khi } x^3 - 3x^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in (1 - \sqrt{3}; 1) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$$

Câu 99. Biểu thức $(x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 5x + 6} = 1$ với :

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2; x = 3$.

D. Không tồn tại x .

Hướng dẫn giải

$$(x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 5x + 6} \text{ xác định} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

Khi đó

$$(x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 5x + 6} = 1 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 5x + 6} = (x^2 - 3x + 2)^0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 (\text{loai}) \\ x = 3 (\text{tmdk}) \end{cases}$$

Câu 100. Với giá trị nào của x thì $(x^2 + 4)^{x-5} > (x^2 + 4)^{5x-3}$

A. $x > -\frac{1}{2}$. **B.** $x < \frac{1}{2}$. **C.** $x < -\frac{1}{2}$. **D.** $x > \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$(x^2 + 4)^{x-5} > (x^2 + 4)^{5x-3} \text{ xác định } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Khi đó } x^2 + 4 > 1 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow (x^2 + 4)^{x-5} > (x^2 + 4)^{5x-3} \Leftrightarrow x-5 > 5x-3 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$$

Câu 101. Cho $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$ khi đó

A. $a > 2$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $a < 2$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Do } -\frac{2}{3} < -\frac{1}{3} \Rightarrow (a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a-1 > 1 \Leftrightarrow a > 2$$

Câu 102. Cho $a = 1 + 2^{-x}$, $b = 1 + 2^x$. Biểu thức biểu diễn b theo a là:

A. $\frac{a-2}{a-1}$. **B.** $\frac{a-1}{a}$. **C.** $\frac{a+2}{a-1}$. **D.** $\frac{a}{a-1}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } a = 1 + 2^{-x} > 1, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên } 2^x = \frac{1}{a-1}$$

$$\text{Do đó: } b = 1 + \frac{1}{a-1} = \frac{a}{a-1}.$$

Câu 103. Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$ là:

A. a . **B.** $a+1$. **C.** $2a$. **D.** 1 .

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)} = \frac{a+a^2}{a+1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a.$$

Câu 104. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) \text{ có dạng là } P = xa + yb. \text{ Tính } x + y?$$

A. $x + y = 97$. **B.** $x + y = -65$. **C.** $x - y = 56$. **D.** $y - x = -97$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) = \left(\left(2a^{\frac{1}{4}} \right)^2 - \left(3b^{\frac{1}{4}} \right)^2 \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) \\ &= \left(4a^{\frac{1}{2}} - 9b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) = \left(4a^{\frac{1}{2}} \right)^2 - \left(9b^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 16a - 81b. \end{aligned}$$

Do đó: $x = 16, y = -81$.

Câu 105. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}$ là:

- A. $\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}$. B. $\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}$. C. $\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a}$. D. $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$.

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \frac{(\sqrt[6]{a})^2 - (\sqrt[6]{b})^2}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \frac{(\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b})(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} = \sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}.$$

Câu 106. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là:

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 0 .

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{6}}(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0$$

Câu 107. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$$

- A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = \left(\frac{(\sqrt[3]{a})^3 + (\sqrt[3]{b})^3}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 \\ &= \left(\frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a}^2 - \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b}^2)}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 \\ &= (\sqrt[3]{a}^2 - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b}^2 - \sqrt[3]{ab}) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = 1 \end{aligned}$$

Câu 108. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right)$$

- A. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^3}$. B. $\sqrt[3]{ab}$. C. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$. D. $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} P &= \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right) = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) : \left(2 + \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} + \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} \right) = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) : \left(\frac{2\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a}^2 + \sqrt[3]{b}^2}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}} \right) \\ &= (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) : \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}} = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \cdot \frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2} = \frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}. \end{aligned}$$

Câu 109. Cho số thực dương x . Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ có dạng $x^{\frac{a}{b}}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, biểu thức liên hệ giữa a và b là:

A. $a+b=509$. B. $a+2b=767$. C. $2a+b=709$. D. $3a-b=510$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}}}}}}}$

$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\left(x^2\right)^{\frac{1}{2}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{7}{8}}}}}}}}}}}}}$$
$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{15}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{16}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{31}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{32}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{63}}}}}}}}}}}}}$$
$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{64}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{127}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{127}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{255}}}}}}}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{255}}}}}}}}}}}} = x^{\frac{255}{256}}$$
. Do đó $a=255, b=256$.

Nhận xét: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}} = x^{\frac{2^8-1}{2^8}} = x^{\frac{255}{256}}$.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay

Nhập $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$. Ta nhập màn hình **1a2=(M+1)1a2**

Sau đó nhấn 7 lần (bằng với số căn bậc hai còn lại chưa xử lý) phím =. Chọn đáp án **A**.

Câu 110. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$$
 có dạng $P = m\sqrt[4]{a} + n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

A. $2m-n=-3$. B. $m+n=-2$. C. $m-n=0$. D. $m+3n=-1$.

Hướng dẫn giải

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{a} + 2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$$
$$= \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{2\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - 2\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a}$$

Do đó $m=-1; n=1$.

Câu 111. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{(a^{\frac{1}{2}} + 1)}{a^{\frac{1}{2}}}$, ($a > 0, a \neq \pm 1$), có dạng

$$P = \frac{m}{a+n}$$
. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

- A. $m + 3n = -1$. B. $m + n = -2$. C. $m - n = 0$. D. $2m - n = 5$.

Hướng dẫn giải

$$P = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{(a^{\frac{1}{2}} + 1)}{a^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 1)^2} - \frac{\sqrt{a} - 2}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} - 1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{2}{a - 1}.$$

Do đó $m = 2; n = -1$.

Câu 112. Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65%/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

- A. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng. B. $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.
 C. $2 \cdot (1,0065)^{24}$ triệu đồng. D. $2 \cdot (2,0065)^{24}$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền gửi vào là M đồng, lãi suất là r /tháng.

◦ Cuối tháng thứ nhất: số tiền lãi là: Mr . Khi đó số vốn tích lũy được là:

$$T_1 = M + Mr = M(1 + r).$$

◦ Cuối tháng thứ hai: số vốn tích lũy được là:

$$T_2 = T_1 + T_1 r = T_1(1 + r) = M(1 + r)(1 + r) = M(1 + r)^2.$$

◦ Tương tự, cuối tháng thứ n : số vốn tích lũy được là: $T_n = M(1 + r)^n$.

Áp dụng công thức trên với $M = 2$, $r = 0,0065$, $n = 24$, thì số tiền người đó lãnh được sau 2 năm (24 tháng) là: $T_{24} = 2 \cdot (1 + 0,0065)^{24} = 2 \cdot (1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 113. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là:

- A. 3 triệu 600 ngàn đồng. B. 3 triệu 800 ngàn đồng.
 C. 3 triệu 700 ngàn đồng. D. 3 triệu 900 ngàn đồng.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức trên với $T_n = 5$, $r = 0,007$, $n = 36$, thì số tiền người đó cần gửi vào ngân

hàng trong 3 năm (36 tháng) là: $M = \frac{T_n}{(1 + r)^n} = \frac{5}{(1,007)^{36}} \approx 3,889636925$ triệu đồng.

Câu 114. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền là (biết trong khoảng thời gian này bác An không rút tiền ra):

- A. $\approx 5436521,164$ đồng. B. $\approx 5468994,09$ đồng.

C. $\approx 5452733,453$ đồng.

D. $\approx 5452771,729$ đồng.

Hướng dẫn giải

Số vốn tích lũy của bác An sau 6 tháng gửi tiền với lãi suất 0,7%/ tháng là:

$$T_1 = 5 \cdot (1,007)^6 \text{ triệu đồng};$$

Số vốn tích lũy của bác An sau 9 tháng gửi tiền (3 tháng tiếp theo với lãi suất 0,9%/ tháng) là:

$$T_2 = T_1 \cdot (1,009)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \text{ triệu đồng};$$

Do đó số tiền bác An lãnh được sau 1 năm (12 tháng) từ ngân hàng (3 tháng tiếp theo sau đó với lãi suất 0,6%/ tháng) là:

$$T = T_2 \cdot (1,006)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \cdot (1,006)^3 \text{ triệu đồng} \approx 5452733,453 \text{ đồng}$$

LOGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa:

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a (b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt: với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

☞ Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

- ♦ Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết: $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- ♦ Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e . Viết: $\log_e b = \ln b$

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Tính giá trị biểu thức
2. Rút gọn biểu thức
3. So sánh hai biểu thức
4. Biểu diễn giá trị logarit qua một hay nhiều giá trị logarit khác

C. KỸ NĂNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH

1. Tính giá trị của một biểu thức chứa logarit

Ví dụ : Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu ?

- A. 16 B. 4 C. 8 D. 2

Ví dụ : Giá trị của biểu thức $A = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. Tính giá trị của biểu thức Logarit theo các biểu thức logarit đã cho

Ví dụ: Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

- A. $\frac{1}{a+b}$ B. $\frac{ab}{a+b}$ C. $a+b$ D. $a^2 + b^2$

3. Tìm các khẳng định đúng trong các biểu thức logarit đã cho.

Ví dụ: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa điều kiện $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$

- C. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ D. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

4. So sánh lôgarit với một số hoặc lôgarit với nhau

Ví dụ: Trong 4 số $3^{\log_3 4}; 3^{2\log_3 2}; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}; \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1

- A. $3^{\log_3 4}$ B. $3^{2\log_3 2}$ C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 115. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_2(2x-1)$ xác định?

- A. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $x \in (-1; +\infty)$.

Câu 116. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \ln(4-x^2)$ xác định?

- A. $x \in (-2; 2)$. B. $x \in [-2; 2]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2]$. D. $x \in \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$.

Câu 117. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{3+x}$ xác định?

- A. $x \in [-3; 1]$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-3; 1]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus (-3; 1)$. D. $x \in (-3; 1)$.

Câu 118. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x-x^2)$ xác định?

- A. $0 < x < 2$. B. $x > 2$. C. $-1 < x < 1$. D. $x < 3$.

Câu 119. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ xác định?

A. $x \in (0; 1)$.

B. $x \in (1; +\infty)$.

C. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

Câu 120. Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

A. 8.

B. 16.

C. 4.

D. 2.

Câu 121. Giá trị của biểu thức $B = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 122. Giá trị của biểu thức $P = 22 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 123. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. -3.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 124. Giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu?

A. -2.

B. 2.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 125. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $E = a^{4 \log_a 2^5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 625.

C. 25.

D. 5^8 .

Câu 126. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

A. $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$.

B. $\log_3 \frac{5}{6}$.

C. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$.

D. $\log_3 \frac{6}{5}$.

Câu 127. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất?

A. $\log_5 \frac{1}{12}$.

B. $\log_{\frac{1}{5}} 9$.

C. $\log_{\frac{1}{5}} 17$.

D. $\log_5 \frac{1}{15}$.

Câu 128. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $A = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ có giá trị bằng

A. $2 \ln^2 a + 2$.

B. $4 \ln a + 2$.

C. $2 \ln^2 a - 2$.

D. $\ln^2 a + 2$.

Hướng dẫn giải

Câu 129. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $B = 2 \ln a + 3 \log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng

A. $4 \ln a + 6 \log_a 4$.

B. $4 \ln a$.

C. $3 \ln a - \frac{3}{\log_a e}$.

D. $6 \log_a e$.

Câu 130. Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$ thì $x + y$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 131. Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = x \log_5 a + y \log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. -3.

Câu 132. Cho $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x là :

- A. $\frac{200}{3}$. B. $\frac{40}{9}$. C. $\frac{20}{3}$. D. $\frac{25}{9}$.

Câu 133. Cho $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là :

- A. $2a - 6b$. B. $x = \frac{a^2}{b^3}$. C. $x = a^2 b^3$. D. $x = \frac{b^3}{a^2}$.

Câu 134. Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\log_a a^c = c$. B. $\log_a a = 1$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. D. $\log_a (b-c) = \log_a b - \log_a c$.

Câu 135. Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. D. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 136. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $a^{\log_a b} = b$. B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.
C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$. D. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

Câu 137. Cho $a, b, c > 0$ và $a > 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$. B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
C. $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$. D. $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$.

Câu 138. Cho $a, b, c > 0$ và $a < 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. D. $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$.
C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$. D. $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.

Câu 139. Số thực a thỏa điều kiện $\log_3(\log_2 a) = 0$ là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 140. Biết các logarit sau đều có nghĩa. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$. B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$
C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. D. $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$.

Câu 141. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

- A. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.
C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. D. $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 142. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ là :

- A. 64. B. $2^{\frac{11}{6}}$. C. 8. D. 4.

Câu 143. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$ là

- A. $\sqrt[3]{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ C. 4. D. 2.

Câu 144. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$. Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 145. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. 24. C. 12. D. 18.

Câu 146. Giá trị của biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ là:

- A. 20. B. 40. C. 45. D. 25.

Câu 147. Giá trị của biểu thức $P = \log_a (a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a})$ là

- A. $\frac{53}{30}$. B. $\frac{37}{10}$. C. 20. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 148. Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 149. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ là:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{211}{60}$. D. $\frac{91}{60}$.

Câu 150. Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?

- A. $\log_2 3$. B. $\log_3 2$. C. Cả hai số. D. Đáp án khác.

Câu 151. Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$. B. Hai số trên nhỏ hơn 1.
C. Hai số trên lớn hơn 2. D. $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.

Câu 152. Các số $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

- A. $\log_3 2$, $\log_3 11$, $\log_2 3$. B. $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$.
C. $\log_2 3$, $\log 2$, $\log 1$. D. $\log_3 11$, $\log_3 2$, $\log_2 3$.

Câu 153. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 (x+2) = 3$ là:

- A. 5. B. -25. C. 25. D. -3.

Câu 154. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$ là:

- A. -3. B. 25. C. 3. D. 9.

Câu 155. Cho $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$ ($a, b > 0$). Giá trị của x tính theo a, b là:

- A. ab . B. $a^4 b$. C. $a^4 b^7$. D. b^7 .

Câu 156. Cho $\log_2 (x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$ ($xy > 0$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $x > y$. B. $x = y$. C. $x < y$. D. $x = y^2$.

- Câu 157.** Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$ ($y > 0, y > x$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A. $3x = 4y$. B. $x = -\frac{3}{4}y$. C. $x = \frac{3}{4}y$. D. $3x = -4y$.
- Câu 158.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A. $\log_a x^2 = 2\log_a x$ ($x^2 > 0$). B. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$.
- C. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ($xy > 0$). D. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ ($xy > 0$).
- Câu 159.** Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A. $\log_2 \left(\frac{x+2y}{4} \right) = \log_2 x - \log_2 y$. B. $\log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.
- C. $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. D. $4\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.
- Câu 160.** Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A. $2\log(a+b) = \log a + \log b$. B. $4\log\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log a + \log b$.
- C. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$.
- Câu 161.** Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:
- A. a . B. $\frac{a}{a+1}$. C. $2a+3$. D. $\frac{2a-1}{a-1}$.
- Câu 162.** Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :
- A. $\frac{1-4a}{2}$. B. $2(1+4a)$. C. $1+4a$. D. $\frac{1+4a}{2}$.
- Câu 163.** Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:
- A. $\frac{m+2}{4}$. B. $\frac{1+m}{2}$. C. $\frac{1+4m}{2}$. D. $\frac{1+2m}{2}$.
- Câu 164.** Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:
- A. $\frac{a+b}{a+1}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{ab-1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{a+1}$.
- Câu 165.** Cho $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a, b là :
- A. $2(a-b-1)$. B. $2(a+b-1)$. C. $2(a+b+1)$. D. $2(a-b+1)$.
- Câu 166.** Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:
- A. $\frac{2+a}{1+a}$. B. $\frac{1+2a}{a+1}$. C. $\frac{1+a}{2+a}$. D. 2 .
- Câu 167.** Biết $\log_4 7 = a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:
- A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{4}a$. D. $4a$.
- Câu 168.** Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:

A. $\frac{3}{2a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3a-2}{a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Câu 169. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

A. $\frac{ab+1}{b}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$.

Câu 170. Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. B. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Câu 171. Cho $\lg 3 = a, \lg 2 = b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$. C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Câu 172. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 173. Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{ac}{1-c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Câu 174. Cho $x = 2000!$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Câu 175. Biết $a = \log_7 12, b = \log_{12} 24$. Khi đó giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a là:

D. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$.

Câu 176. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng:

A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 177. Biết $\log_a b = 3, \log_a c = -4$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2})$ bằng:

A. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. B. -5. C. -16. D. -48.

Câu 178. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 179. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là :

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Câu 180. Biết $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a, b là :

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Câu 181. Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Câu 182. Cho $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là :

A. $3a+2b$. B. $a^3 + b^2$. C. $3a-2b$. D. $6ab$.

Câu 183. Biết $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $ab+5(a-b)=-1$. B. $5ab+a+b=1$.
C. $ab+5(a-b)=1$. D. $5ab+a-b=0$.

Câu 184. Biết $\log_3(\log_4(\log_2 y))=0$, khi đó giá trị của biểu thức $A=2y+1$ là:

A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Câu 185. Cho $\log_5 x > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_x 5 \leq \log_x 4$. B. $\log_x 5 > \log_x 6$. C. $\log_5 x = \log_x 5$. D. $\log_5 x > \log_6 x$.

Câu 186. Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$
C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$. D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

Câu 187. Trong bốn số $3^{\log_3 4}, 3^{2\log_3 2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

A. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$. B. $3^{2\log_3 2}$. C. $3^{\log_3 4}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

Câu 188. Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $M < 1 < N$. B. $N < M < 1$. C. $M < N < 1$. D. $N < 1 < M$.

Câu 189. Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. -2. B. -1. C. 1. D. $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Câu 190. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x-m)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$?

A. $m > -3$. B. $m < -3$. C. $m \leq -3$. D. $m \geq -3$.

Câu 191. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$ xác định với mọi $x \in [-4; 2]$?

A. $m \geq 2$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m > 2$. D. $m \geq -1$.

Câu 192. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_3 \sqrt{(m-x)(x-3m)}$ xác định với mọi $x \in (-5; 4]$?

- A. $m \neq 0$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{5}{3}$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 193. Với mọi số tự nhiên n , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. B. $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.
 C. $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. D. $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

Câu 194. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức

$$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2} \text{ là:}$$

- A. 519. B. 729. C. 469. D. 129.

Câu 195. Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$ là:

- A. $\sqrt[3]{\log_a b}$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $(\sqrt{\log_a b})^3$. D. $\log_a b$.

Câu 196. Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 1$. B. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 1$.
 C. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > -1$. D. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} < 1$.

Câu 197. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 3$ sao cho $P = x + y$ là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_2 x + \log_3 y$ không xác định. B. $\log_2(x + y) = 1$.
 C. $\log_2(x + y) > 1$. D. $\log_2(x + y) > 0$.

Câu 198. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

E. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C
81	82	83	84																
C	A	A	A																

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Ta chọn đáp án A
- Câu 2.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$. Ta chọn đáp án A
- Câu 3.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \frac{x-1}{3+x} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Ta chọn đáp án B
- Câu 4.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$. Ta chọn đáp án A.
- Câu 5.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. Ta chọn đáp án C.
- Câu 6.** Ta có $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_{a^{1/2}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$. Ta chọn đáp án B
- Câu 7.** Ta nhập vào máy tính biểu thức $2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$, bấm =, được kết quả $B = 3$
Ta chọn đáp án D
- Câu 8.** **Tự luận**

$$P = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150 = \log_2 12^2 + \log_2 5^3 - \log_2 (15 \cdot 150)$$

$$= \log_2 \frac{12^2 \cdot 5^3}{15 \cdot 150} = 3$$
 Đáp án B.
Trắc nghiệm: Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.
- Câu 9.** Ta có $D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án B
- Câu 10.** Ta nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ bấm =, được kết quả $C = -2$.
Ta chọn đáp án A
- Câu 11.** Ta có $E = a^{4 \log_2 5} = a^{\frac{4}{2} \log_a 5} = a^{\log_a 25} = 25$. Ta chọn đáp án C

Câu 12. + **Tự luận:** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} = \log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt{\frac{5}{6}}$. Ta chọn đáp án D

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả > 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả < 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 13. + **Tự luận :** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$. Ta chọn đáp án C.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả < 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả > 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 14. + **Tự luận :**

Ta có $A = \ln^2 a + 2 \ln a \cdot \log_a e + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2 \ln^2 a + 2 \ln e = 2 \ln^2 a + 2$. Ta chọn đáp án A

+ **Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 15. + **Tự luận :**

Ta có $B = 2 \ln a + 3 \log_a e - 3 \log_a e - 2 \ln a = 0 = 3 \ln a - \frac{3}{\log_a e}$. Ta chọn đáp án C

+ **Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 16. Ta có: $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \log_3 (a^3 b)^{\frac{2}{15}} = \frac{2}{5} \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b \Rightarrow x + y = 4$. Ta chọn đáp án D

Câu 17. Ta có : $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = \log_5 (a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{6}}) = -2 \log_5 a + \frac{1}{6} \log_5 b \Rightarrow x \cdot y = -\frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án C

Câu 18. Ta có: $\log_3 x = \log_3 8 + \log_3 5 - \log_3 9 = \log_3 \frac{40}{9} \Rightarrow x = \frac{40}{9}$. Ta chọn đáp án B

Câu 19. Ta có: $\log_7 \frac{1}{x} = 2 \log_7 a - 6 \log_{49} b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3 = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$. Ta chọn đáp án D

Câu 20. Câu D sai, vì không có tính chất về logarit của một hiệu

Câu 21. Câu C sai, vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$

Câu 22. Câu D sai, vì khẳng định đó chỉ đúng khi $a > 1$, còn khi $0 < a < 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

Câu 23. Câu C sai, vì $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$

Câu 24. Câu D sai, vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ (do $0 < a < 1$)

Câu 25. Ta có $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$. Ta chọn đáp án D

Câu 26. Đáp án A đúng với mọi a, b, c khi các logarit có nghĩa

Câu 27. Đáp án D sai, vì không có logarit của 1 tổng.

Câu 28. Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_2 X + \log_4 X + \log_8 X - 1$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với $x = 64$ thì kquả bằng 0. Ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 29. Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_x 2\sqrt[3]{2} - 4$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với .. thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 30. +**Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4\log_a b + 2\log_a \frac{a}{b^2} = 2$. Ta chọn đáp án A.

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ vào

máy bấm =, được kết quả $P = 2$. Ta chọn đáp án D.

Câu 31. + **Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Ta chọn đáp án A.

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, Thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ vào máy bấm =, được kết quả $P = 24$. Ta chọn đáp án B.

Câu 32. + **Tự luận** : $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5} = \left(2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 \sqrt{5}}\right)^2 = 45$

+ **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45. Ta chọn đáp án C.

Câu 33. +**Tự luận** : $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right) = \log_a a^{\frac{37}{10}} = \frac{37}{10}$

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_a \left(a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}\right)$ vào máy bấm =, được kết quả $P = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án B.

Câu 34. +**Tự luận** : $A = \log_{16} 15 \cdot \log_{15} 14 \dots \log_5 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A = \frac{1}{4}$. Ta chọn đáp án D.

Câu 35. +Tự luận : $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right) = -\log_a a^{\frac{91}{60}} = -\frac{91}{60}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ vào

máy bấm =, được kết quả $-\frac{211}{60}$. Ta chọn đáp án C.

Câu 36. Ta có: $\log_3 2 < \log_3 3 = 1, \log_2 3 > \log_2 2 = 1$

Câu 37. $2000^2 > 1999 \cdot 2001 \Rightarrow \log_{2000} 2000^2 > \log_{2000} 2001 \cdot 1999$
 $\Rightarrow 2 > \log_{2000} 2001 + \log_{2000} 1999 \Rightarrow \log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$

Câu 38. Ta có $\log_3 2 < \log_3 3 = 1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_3 11$

Câu 39. $\log_3 (x+2) = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$

Câu 40. $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 3$

Câu 41. Ta có $4 \log_3 a + 7 \log_3 b = \log_3 (a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7$. Ta chọn đáp án C.

Câu 42. Ta có: $\log_2 (x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy \Leftrightarrow \log_2 (x^2 + y^2) = \log_2 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$

Câu 43. $\log_{\frac{1}{4}} (y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \log_4 \frac{y}{y-x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} y$

Câu 44. Do $|x|, |y| > 0 \Rightarrow \log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$, ta chọn đáp án D.

Câu 45. Ta có : Chọn B là đáp án đúng, vì

$$x^2 + 4y^2 = 12xy \Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2 (x+2y)^2 = \log_2 16xy$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 (x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2} (\log_2 x + \log_2 y)$$

Câu 46. Ta có: Chọn C là đáp án đúng, vì

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab$$

$$\Leftrightarrow 2 \log(a+b) = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

Câu 47. +Tự luận : Ta có : $a = \log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18 = \log_3 (2 \cdot 3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$. Ta chọn đáp án A.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 48. +Tự luận : Ta có : $\log_4 1250 = \log_{2^2} (2.5^4) = \frac{1}{2} \log_2 (2.5^4) = \frac{1}{2} + 2\log_2 5 = \frac{1+4a}{2}$. Ta chọn đáp án A.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 5$ cho A

Lấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 49. Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 50. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5$; $\log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D

Câu 51. +Tự luận : Ta có : $a = \log_3 15 = \log_3 (3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{5}} 50 = 2\log (5.10) \Rightarrow (\log 5 + \log 10) \Rightarrow (a - 1) + b$ Ta chọn đáp án B.

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15$; $\log_3 10$ cho A, B.

Lấy $\log_{\sqrt{5}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án B.

Câu 52. Sử dụng máy tính: Gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

Câu 53. Ta có: $\log_2 7 = 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 7 = 2 \log_4 7 = 2a$. Ta chọn đáp án A.

Câu 54. Ta có: $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2\log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a-2}{a}$. Ta chọn đáp án C.

Câu 55. Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_2 5$; $\log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

Câu 56. Ta có: $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

Câu 57. Ta có: $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 2)} = \frac{1 + a}{3(1 - b)}$.

Câu 58. Ta có: $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}\alpha}{3}} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 59. Ta có $\log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a$, $\log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$
 $\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac + b)}{1 + c}$.

Câu 60. Ta có: $A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3 \dots 2000) = \log_x x = 1$

Câu 61. Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_7 12; \log_{12} 24$ cho A, B

Lấy $\log_{54} 168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án D.

Câu 62. Ta có $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A.

Câu 63. Ta có $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án B.

Câu 64. Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 65. Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A

Câu 66. Ta có: $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$.

Câu 67. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án C.

Câu 68. Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

Câu 69. Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án C nhập vào máy: $AB + 5(A - B) - 1$, ta được kết quả bằng 0. Vậy C là đáp án đúng.

Câu 70. Vì $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$ nên $\log_4 (\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$.

Đáp án A.

Câu 71. Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$. Chọn đáp án D.

Câu 72. Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A.

Câu 73. +Tự luận:

$$\text{Ta có: } 3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25},$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16.$$

Chọn : Đáp án D.

Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 74. +Tự luận:

$$\text{Ta có } \log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1.$$

Chọn : Đáp án B.

+ **Trắc nghiệm:** Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án B đúng.

Câu 75. Ta có $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$

Chọn: Đáp án B.

Câu 76. Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x - m > 0 \Leftrightarrow x > m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$ thì $m \leq -3$ Ta chọn đáp án C.

Câu 77. Thay $m = 2$ vào điều kiện $(3 - x)(x + 2m) > 0$ ta được $(3 - x)(x + 4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$ mà $[-4; 2] \not\subset (-4; 3)$ nên các đáp án B, A, D loại. Ta chọn đáp án đúng là C.

Câu 78. - Thay $m = 2$ vào điều kiện $(m - x)(x - 3m) > 0$ ta được $(2 - x)(x - 6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$ mà $(-5; 4] \not\subset (2; 6)$ nên các đáp án B, A loại.

- Thay $m = -2$ vào điều kiện $(m - x)(x - 3m) > 0$ ta được $(-2 - x)(x + 6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$ mà $(-5; 4] \not\subset (-6; -2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là D.

Câu 79. +Tự luận:

$$\text{Đặt } -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}} = m. \text{ Ta có: } \log_2 \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{2^{-m}}.$$

$$\text{Ta thấy: } \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}.$$

Do đó ta được: $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$. Vậy $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. Đáp án B.

+**Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n = 3$.

Nhập biểu thức $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng -3 .

Vậy chọn B.

Câu 80. Ta

có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$$

Suy ra : Đáp án C.

Câu 81. $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$

$$= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left(\frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \left(\sqrt{\log_a b} \right)^3$$

Câu 82. * $\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{c}{b} \right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$

$$* \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log a = \log a = 1$$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_a^2 \frac{c}{b} \log_b^2 \frac{a}{c} \log_c^2 \frac{b}{a} = \left(\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{c} \cdot \log_{\frac{b}{c}} \frac{c}{a} \log_{\frac{c}{a}} \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 83. Vì $x + y > 0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà $x + y = 3 - x > 0$ nên suy ra $x < 3$ mà x nguyên nên $x = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

+ Nếu $x = 2$ suy ra $y = -1$ nên $x + y = 1$

+ Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $x + y = 2$

+ Nếu $x = 0$ thì $y = 3$ nên $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng : $x < 2$ thì $x + y > 1$. Vậy $x + y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A.

Câu 84. (*) $\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A.

HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

1. LÝ THUYẾT: Hàm lũy thừa:

1.1. Định nghĩa: Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm số lũy thừa.

1.2. Tập xác định: Tập xác định của hàm số $y = x^\alpha$ là:

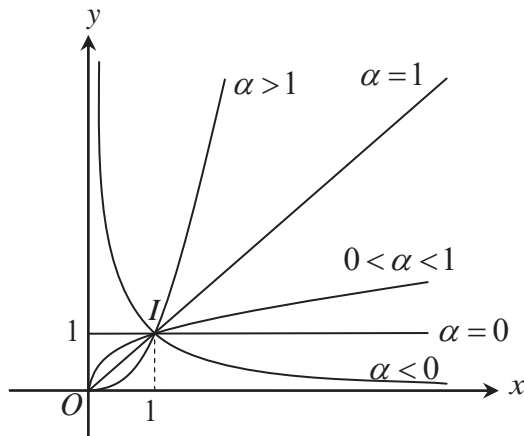
- $D = \mathbb{R}$ nếu α là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$ với α không nguyên.

1.3. Đạo hàm: Hàm số $y = x^\alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.

1.4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$.

$y = x^\alpha, \alpha > 0$	$y = x^\alpha, \alpha < 0$																		
<p>a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$</p> <p>b. Sự biến thiên:</p> <p>+ $y' = \alpha x^{\alpha-1} > 0, \forall x > 0$.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty$.</p> <p>+ Tiệm cận: không có</p>	<p>a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$</p> <p>b. Sự biến thiên:</p> <p>+ $y' = \alpha x^{\alpha-1} < 0, \forall x > 0$.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$.</p> <p>+ Tiệm cận:</p> <p style="text-align: right;">- Trục Ox là tiệm cận ngang.</p> <p style="text-align: right;">- Trục Oy là tiệm cận đứng.</p>																		
<p>c. Bảng biến thiên:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	$+\infty$	y'	-	+	y	-	$+\infty$	<p>c. Bảng biến thiên:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	x	0	$+\infty$	y'	-	+	y	$+\infty$	0
x	0	$+\infty$																	
y'	-	+																	
y	-	$+\infty$																	
x	0	$+\infty$																	
y'	-	+																	
y	$+\infty$	0																	

d. Đồ thị:



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3, y = x^{-2}, y = x^\pi$.

2. Hàm số mũ: $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$).

2.1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

2.2. Tập giá trị: $T = (0, +\infty)$, nghĩa là khi giải phương trình mũ mà đặt $t = a^{f(x)}$ thì $t > 0$.

2.3. Tính đơn điệu:

- + Khi $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến, khi đó ta luôn có: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
- + Khi $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến, khi đó ta luôn có: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

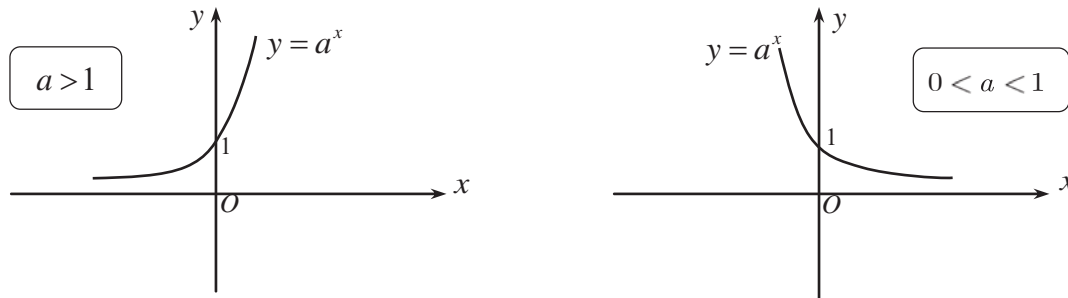
2.4. Đạo hàm:

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \Rightarrow (a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$$

$$(e^x)' = e^x \Rightarrow (e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}}$$

2.5. Đồ thị: Nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.



3. Hàm số logarit: $y = \log_a x$, ($a > 0, a \neq 1$)

3.1. Tập xác định: $D = (0, +\infty)$.

3.2. Tập giá trị: $T = \mathbb{R}$, nghĩa là khi giải phương trình logarit mà đặt $t = \log_a x$ thì t không có điều kiện.

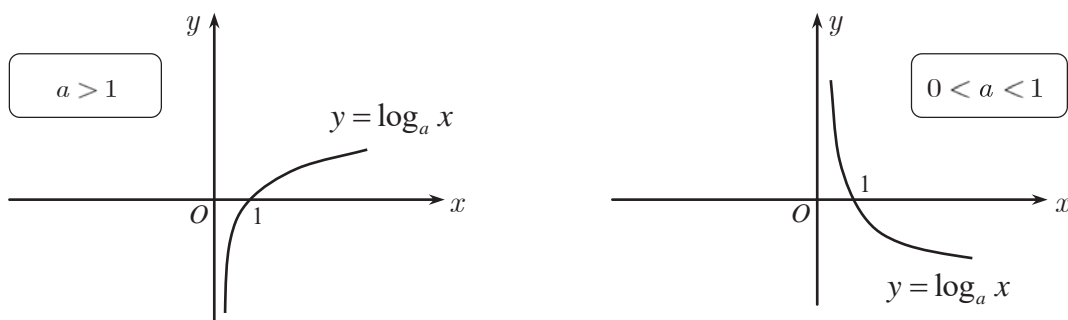
3.3. Tính đơn điệu:

- + Khi $a > 1$ thì $y = \log_a x$ đồng biến trên D , khi đó nếu: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
- + Khi $0 < a < 1$ thì $y = \log_a x$ nghịch biến trên D , khi đó nếu $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

3.4. Đạo hàm:

$$\left(\begin{array}{l} (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \Rightarrow (\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} \\ (\ln x)' = \frac{1}{x}, (x > 0) \Rightarrow (\ln |u|)' = \frac{u'}{u} \end{array} \right) \Rightarrow (\ln^n |u|)' = n \cdot \frac{u'}{u} \cdot \ln^{n-1} |u|$$

3.5. Đồ thị: Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.



A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Phần 1: Nhận biết – Thông hiểu

Câu 1. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- B. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a; 1)$.

Câu 2. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0; a \neq 1$) là:

- A. $(0; +\infty)$
- B. $[0; +\infty)$
- C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- D. \mathbb{R}

Câu 3. Với $a > 0$ và $a \neq 1$. Phát biểu nào sau đây không đúng?

- A. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có cùng tập giá trị.
- B. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có cùng tính đơn điệu.
- C. Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- D. Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đều có đường tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y = (\sqrt{2} - 1)^x$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục tung.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục hoành.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^{2017}$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$
- B. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- B. $D = \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$
- D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$ là:

- A. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$
- B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$
- C. $D = (0; +\infty)$
- D. $D = (1; 2)$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x+1)$ là:

- A. $D = (-1; +\infty)$
- B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- C. $D = (0; +\infty)$
- D. $D = (-\infty; -1)$

Câu 9. Tìm x để hàm số $y = \log \sqrt{x^2 + x - 12}$ có nghĩa.

A. $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

B. $x \in (-4; 3)$

C. $\begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 3 \end{cases}$

D. $x \in \mathbb{R}$

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là:

A. $D = (-3; 2)$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$

C. $D = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

D. $D = [-3; 2]$

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là:

A. $D = (1; 2)$

B. $D = (1; +\infty)$

C. $D = (0; +\infty)$

D. $D = [1; 2]$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

B. $(0; +\infty)$

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

D. $D = (e; +\infty)$

Câu 13. Tập xác định $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$ là:

A. $D = (1; 2]$

B. $D = [1; 2]$

C. $D = (-1; 1)$

D. $D = (-1; 2)$

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \ln(\ln x)$ là :

A. $D = (1; +\infty)$

B. $D = (0; +\infty)$

C. $D = (e; +\infty)$

D. $D = [1; +\infty)$

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = (3^x - 9)^{-2}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C. $D = (2; +\infty)$

D. $D = (0; +\infty)$

Câu 16. Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi :

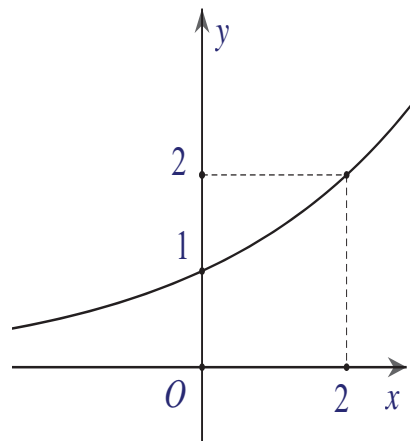
A. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

B. $x > 1$

C. $x > 0$

D. $x \neq 2$

Câu 17. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = (\sqrt{2})^x$

B. $y = x$

C. $y = 2^x$

D. $y = (\sqrt{2})^{-x}$

Câu 18. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ B. $y' = \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^3}}$ C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$ D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = 4^{2x}$ là:

A. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4$ B. $y' = 4^{2x} \cdot \ln 2$ C. $y' = 4^{2x} \ln 4$ D. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 2$

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x, x > 0$ là:

A. $y' = \frac{1}{x \ln 5}$ B. $y' = x \ln 5$ C. $y' = 5^x \ln 5$ D. $y' = \frac{1}{5^x \ln 5}$

Câu 21. Hàm số $y = \log_{0,5} x^2 (x \neq 0)$ có công thức đạo hàm là:

A. $y' = \frac{2}{x \ln 0,5}$ B. $y' = \frac{1}{x^2 \ln 0,5}$ C. $y' = \frac{2}{x^2 \ln 0,5}$ D. $\frac{1}{x \ln 0,5}$

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x + \log_3 x^3 (x > 0)$ là:

A. $y' = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}$ B. $y' = -\cos x + \frac{3}{x \ln 3}$
 C. $y' = \cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$ D. $y' = -\cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^4 + 1)$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

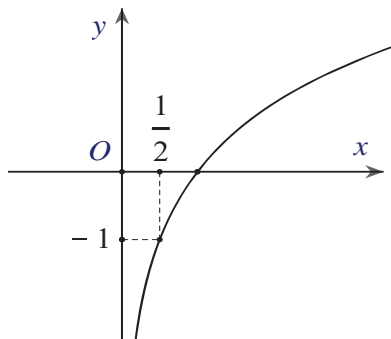
Câu 24. Cho hàm số $f(x) = e^{2017x^2}$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng:

A. 0 B. 1 C. e D. e^{2017}

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp hai của $f(x)$. Ta có $f''(1)$ bằng:

A. $3e$ B. $-3e^2$ C. e^3 D. $-5e^2$

Câu 26. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \log_2 x$ B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$ D. $y = \log_2(2x)$

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. Hàm số $y = x^\alpha$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
 B. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ không có tiệm cận.
 C. Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ có hai tiệm cận.

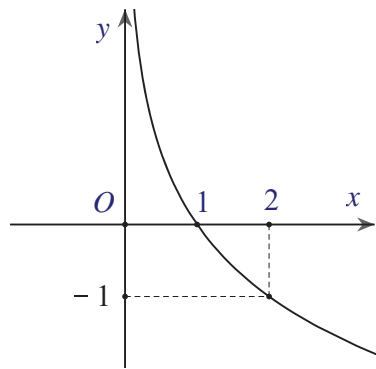
Câu 28. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.
- B. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên trái trục tung.
- C. Đồ thị hàm số mũ nằm bên phải trục tung.
- D. Đồ thị hàm số mũ nằm bên trái trục tung.

Câu 29. Chọn phát biểu **sai** trong các phát biểu sau?

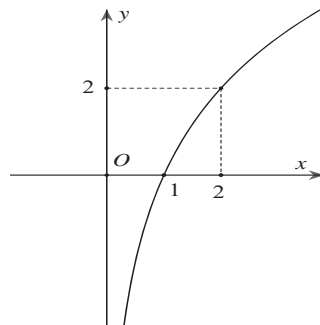
- A. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên trên trục hoành.
- B. Đồ thị hàm số mũ không nằm bên dưới trục hoành.
- C. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.
- D. Đồ thị hàm số mũ với số mũ âm luôn có hai tiệm cận.

Câu 30. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_{0,5} x$
- B. $y = \log_2 x$
- C. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$
- D. $y = -3x + 1$

Câu 31. Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới:



- A. $a = \sqrt{2}$
- B. $a = 2$
- C. $a = \frac{1}{2}$
- D. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

❖ **Phần 2: Vận dụng thấp**

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 \frac{10-x}{x^2-3x+2}$.

- A. $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$
- B. $D = (1; +\infty)$
- C. $D = (-\infty; 10)$
- D. $D = (2; 10)$

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_3(x-2) - 3}$?

- A. $D = [29; +\infty)$
- B. $D = (29; +\infty)$
- C. $D = (2; 29)$
- D. $D = (2; +\infty)$

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 2x)e^{-x}$?

A. $y' = (-x^2 + 2)e^{-x}$ B. $y' = (x^2 + 2)e^{-x}$ C. $y' = xe^{-x}$ D. $y' = (2x - 2)e^x$

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$?

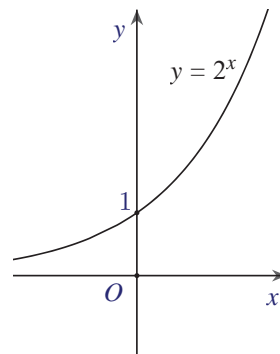
A. $-2 < m < 2$ B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ C. $m > -2$ D. $-2 \leq m \leq 2$

Câu 36. Cho tập $D = (3; 4)$ và các hàm số $f(x) = \frac{2017}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}$, $g(x) = \log_{x-3}(4-x)$, $h(x) = 3^{x^2 - 7x + 12}$

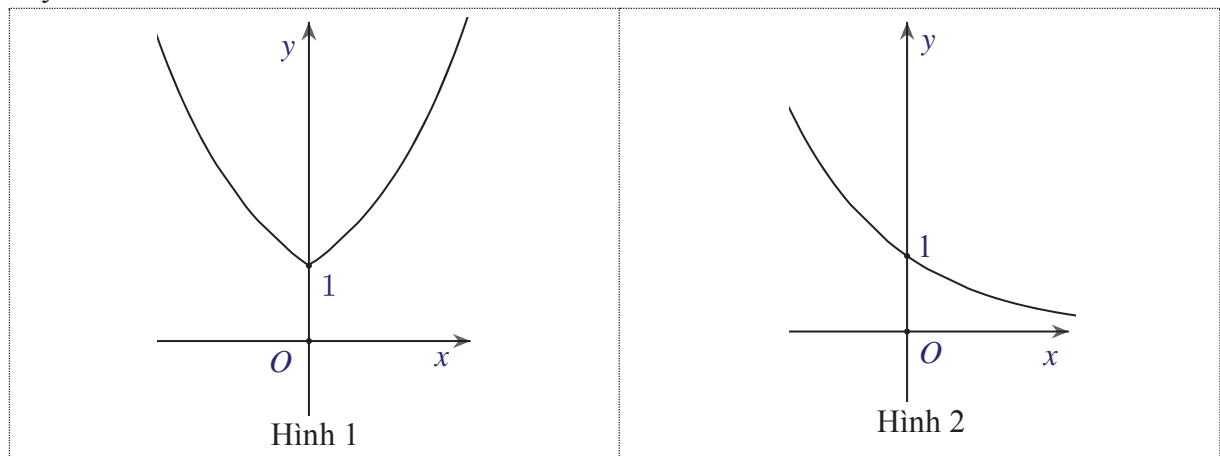
D là tập xác định của hàm số nào?

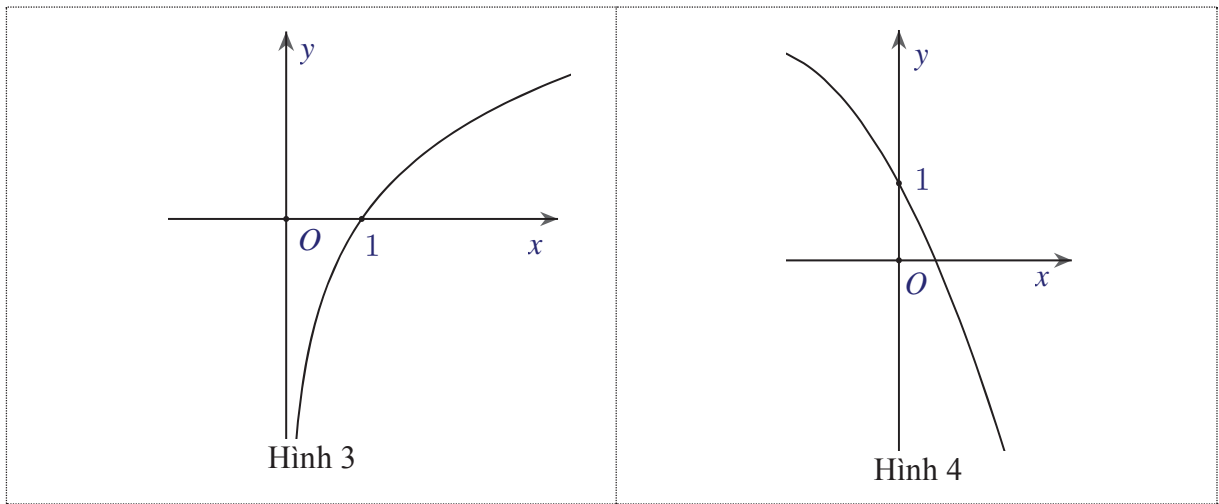
A. $f(x)$ và $f(x) + g(x)$ B. $f(x)$ và $h(x)$
 C. $g(x)$ và $h(x)$ D. $f(x) + h(x)$ và $h(x)$

Câu 37. Biết hàm số $y = 2^x$ có đồ thị là hình bên.



Khi đó, hàm số $y = 2^{|x|}$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn A, B, C, D dưới đây ?



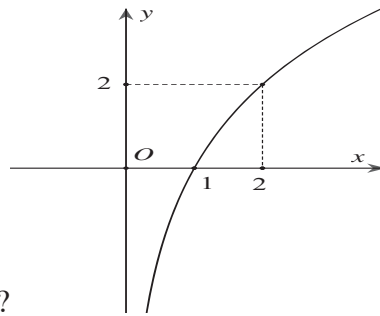


- A. Hình 1 B. Hình 2 C. Hình 3 D. Hình 4

Câu 38. Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$?

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. $x = \ln 2$

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên

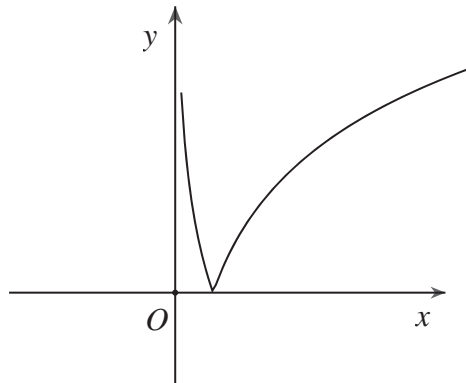


- A. $a = \sqrt{2}$ B. $a = \sqrt{2}$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

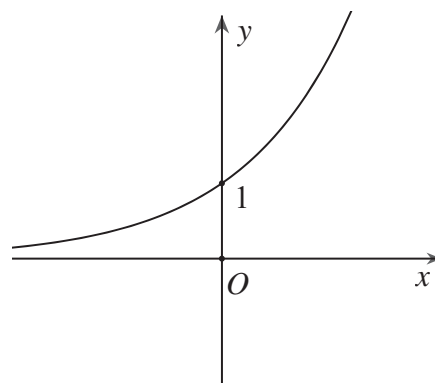
Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$?

- A. e B. $\frac{1}{e}$ C. $2e$ D. 0

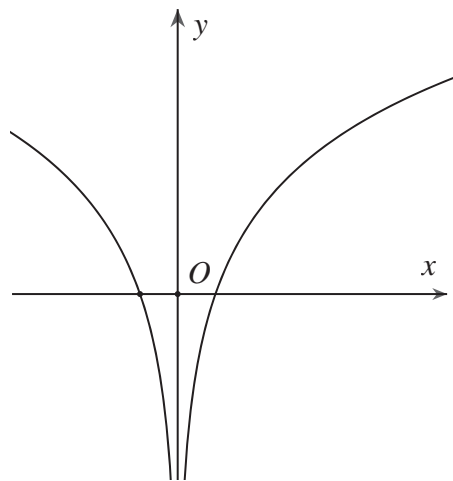
Câu 41. Cho hàm số $y = \log_2(2x)$. Khi đó, hàm số $y = |\log_2(2x)|$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



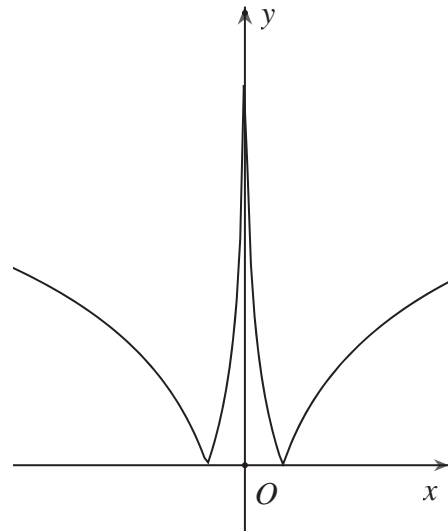
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

❖ **Phân 3: Vận dụng cao**

Câu 42. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\log^4(x-1) + \log^2(x-1)^2 = 25$?

A. $x > 1$

B. $x \neq 1$

C. $x \geq 1$

D. $x \in \mathbb{R}$

Câu 43. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{|x|}$ trên $[-2; 2]$?

A. $\max y = 4; \min y = -\frac{1}{4}$

B. $\max y = 4; \min y = \frac{1}{4}$

C. $\max y = 1; \min y = \frac{1}{4}$

D. $\max y = 4; \min y = 1$

Câu 44. Chọn khẳng định đúng khi nói về hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$

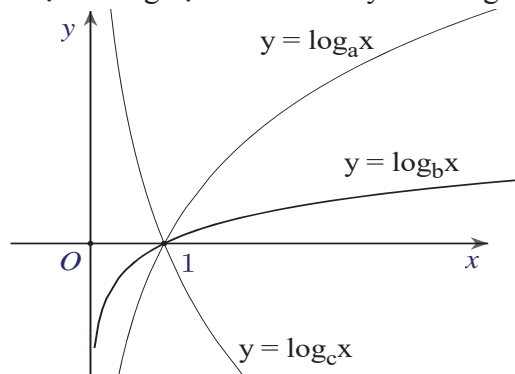
A. Hàm số có một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 45. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $b > a > c$

B. $a > b > c$

C. $b > c > a$

D. $a > c > b$

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$.

- A. $1 \leq m \leq 2$ B. $1 < m \leq 2$ C. $-1 < m < 2$ D. $-1 \leq m \leq 2$

Câu 47. Cho hàm số $y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số giảm trên khoảng $(0; +\infty)$ B. Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$
 C. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$ D. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

Câu 48. Đối với hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $xy' + 1 = e^y$ B. $xy' - 1 = -e^y$ C. $xy' + 1 = -e^y$ D. $xy' - 1 = e^y$

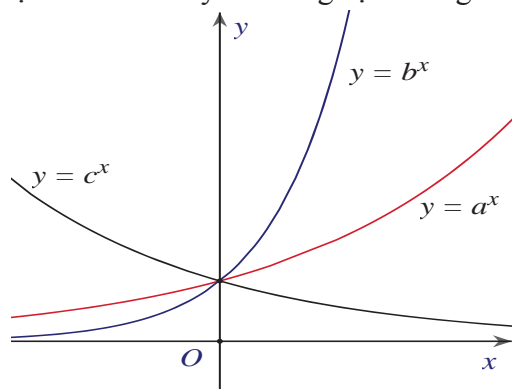
Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ là:

- A. $y' = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ B. $y' = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ C. $y' = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ D. $y' = \frac{3e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$

Câu 50. Cho hàm số $y = x \sin x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $xy'' - 2y' + xy = -2\sin x$ B. $xy' + yy'' - xy' = 2\sin x$
 C. $xy' + yy' - xy' = 2\sin x$ D. $xy'' + y' - xy = 2\cos x + \sin x$

Câu 51. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. $b > a > c$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

B. ĐÁP ÁN:

Câu 1. Chọn đáp án A

Câu B sai vì hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu C sai vì hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu D sai vì đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a; a^a)$ hoặc $M(0; 1)$ chứ không phải $M(a; 1)$.

Câu 2. Chọn đáp án A

Với $a > 0; a \neq 1$ thì $a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra tập giá trị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0; a \neq 1$) là $(0; +\infty)$

Câu 3. Chọn đáp án A

Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$, tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là \mathbb{R} .

Câu 4. Chọn đáp án A

Vì $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên hàm số $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Chọn đáp án A

Vì $2007 \in \mathbb{Z}^+$ nên hàm số xác định với mọi x .

Câu 6. Chọn đáp án A

Vì $-2 \in \mathbb{Z}^-$ nên hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$ xác định khi $3x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7. Chọn đáp án A

Vì $-e \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

Câu 8. Chọn đáp án A

Hàm số $\log_{0,5}(x+1)$ xác định khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Câu 9. Chọn đáp án A

Hàm số $\log \sqrt{x^2 + x - 12}$ có nghĩa khi $x^2 + x - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -4 \end{cases}$.

Câu 10. Chọn đáp án A

Hàm số $\log_2 \frac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Câu 11. Chọn đáp án A

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ xác định khi $\begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 2$.

Câu 12. Chọn đáp án A

Hàm số $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ xác định khi $e^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Câu 13. Chọn đáp án A

Hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$ xác định khi

$$\begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow 1 < x \leq 2$$

Câu 14. Chọn đáp án A

Hàm số $y = \ln(\ln(x))$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$.

Câu 15. Chọn đáp án A

Vì $-2 \in \mathbb{Z}^-$ nên hàm số $y = (3^x - 9)^{-2}$ xác định khi $3^x - 9 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Câu 16. Chọn đáp án A

Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Câu 17. Chọn đáp án A

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số dạng $y = a^x$. Ta có $A(0;1)$ và $B(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Suy ra, $\begin{cases} a^0 = 1 \\ a^2 = 2 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{2}$. Hàm số là $y = (\sqrt{2})^x$.

Câu 18. Chọn đáp án A

$$y = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}(x-1)' \cdot (x-1)^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Câu 19. Chọn đáp án A

$$y = 4^{2x} \Rightarrow y' = (2x)' \cdot 4^{2x} \ln 4 = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4.$$

Câu 20. Chọn đáp án A

$$y = \log_5 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 5}.$$

Câu 21. Chọn đáp án A

$$y = \log_{0,5} x^2 \Rightarrow y' = (x^2)' \cdot \frac{1}{x^2 \ln 0,5} = \frac{2}{x \ln 0,5}.$$

Câu 22. Chọn đáp án A

$$y = \sin x + \log_3 x^3 \Rightarrow y' = \cos x + \frac{3x^2}{x^3 \ln 3} = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}.$$

Câu 23. Chọn đáp án A

$$f(x) = \ln(x^4 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^4 + 1)'}{x^4 + 1} = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \Rightarrow f'(0) = 0.$$

Câu 24. Chọn đáp án A

$$f(x) = e^{2017x^2} \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot 2017x \cdot e^{2017x^2} \Rightarrow f'(0) = 0.$$

Câu 25. Chọn đáp án A

$$f(x) = x \cdot e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x \cdot e^x \Rightarrow f''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x \Rightarrow f''(1) = 3e.$$

Câu 26. Chọn đáp án A

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y = \log_a x$. Điểm $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên

$$-1 = \log_a \frac{1}{2} \Rightarrow a^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2. \text{ Hàm số là } y = \log_2 x.$$

Câu 27. Chọn đáp án A

Hàm số $y = x^\alpha$ có tập xác định thay đổi tùy theo α .

Câu 28. Chọn đáp án A

Hàm số lôgarit chỉ xác định khi $x > 0$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

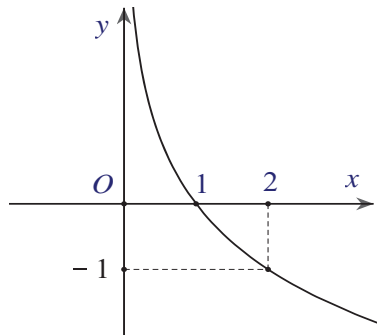
Câu 29. Chọn đáp án A

Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung và cả dưới, cả trên trục hoành.

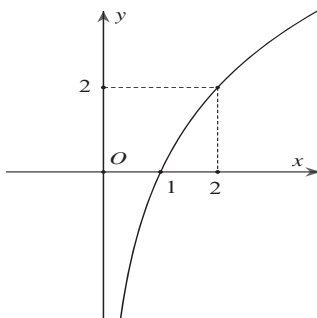
Câu 30. Chọn đáp án A

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y = \log_a x$. Điểm $A(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số nên

$$-1 = \log_a 2 \Rightarrow a^{-1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = 0,5. \text{ Hàm số } y = \log_{0,5} x.$$

**Câu 31. Chọn đáp án A**

Đồ thị hàm số đi qua $A(2; 2) \Rightarrow 2 = \log_a 2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$.

**Câu 32. Chọn đáp án A**

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{10-x}{x^2-3x+2} > 0 \Leftrightarrow x < 1$ hoặc $2 < x < 10$

Tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$

Câu 33. Chọn đáp án A

Hàm số xác định $\log_3(x-2) - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \geq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 29$

Tập xác định $D = [29; +\infty)$

Câu 34. Chọn đáp án A

$$y = (x^2 + 2x)e^{-x} \Rightarrow y' = (x^2 + 2x)' e^{-x} + (e^{-x})' (x^2 + 2x)$$

$$\Rightarrow y' = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x) = (-x^2 + 2)e^{-x}$$

Câu 35. Chọn đáp án A

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 36. Chọn đáp án A. Sử dụng điều kiện xác định của các hàm số.

Câu 37. Chọn đáp án A

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 38. Chọn đáp án A

$$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 39. Chọn đáp án A

Nhận dạng đồ thị:

- Dựa vào đồ thị thì hàm đã cho đồng biến \Rightarrow loại C và D.

- Đồ thị đã cho qua điểm $A(2; 2)$. Thử với hai đáp án còn lại \Rightarrow loại B.

Câu 40. Chọn đáp án A

Trên đoạn $[-1; 1]$, ta có: $f'(x) = xe^x(x+2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ (loại).

$$\text{Ta có: } f(-1) = \frac{1}{e}; f(0) = 0; f(1) = e$$

$$\text{Suy ra: } \max_{[-1; 1]} f(x) = e$$

Câu 41. Chọn đáp án A

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 42. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Tập xác định } D = (1; +\infty)$$

Câu 43. Chọn đáp án A

$$\text{Đặt } t = |x|, \text{ với } x \in [-2; 2] \Rightarrow t \in [0; 2]$$

Xét hàm $f(t) = 2^t$ trên đoạn $[0; 2]$; $f(t)$ đồng biến trên $[0; 2]$

$$\max_{[-2; 2]} y = \max_{[0; 2]} f(t) = 4; \min_{[-2; 2]} y = \min_{[0; 2]} f(t) = 1$$

$$\text{Hoặc với } x \in [-2; 2] \Rightarrow |x| \in [0; 2]. \text{ Từ đây, suy ra: } 2^0 \leq 2^{|x|} \leq 2^2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{|x|} \leq 4$$

Câu 44. Chọn đáp án A

$$\text{Tập xác định } D = (0; +\infty); y' = \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x}; y' = 0 \Leftrightarrow x = e$$

Hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = e$ nên $x = e$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 45. Chọn đáp án A

Do $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$

Do $y = \log_c x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy c bé nhất.

$$\text{Mặt khác: Lấy } y = m, \text{ khi đó tồn tại } x_1, x_2 > 0 \text{ để } \begin{cases} \log_a x_1 = m \\ \log_b x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^m = x_1 \\ b^m = x_2 \end{cases}$$

$$\text{Để thấy } x_1 < x_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$$

$$\text{Vậy } b > a > c.$$

Câu 46. Chọn đáp án A

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$$

Suy ra, tập xác định của hàm số là $D = (m; 2m+1)$, với $m \geq -1$.

$$\text{Hàm số xác định trên } (2;3) \text{ suy ra } (2;3) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Câu 47. Chọn đáp án A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\text{Đạo hàm: } y' = \ln(1 + \sqrt{1+x^2}); y' = 0 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{1+x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Lập bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
		$+$	$-$
y			

Câu 48. Chọn đáp án A

$$y = \ln \frac{1}{x+1} = -\ln(x+1) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+1}$$

$$\text{Ta có: } xy'+1 = x\left(-\frac{1}{x+1}\right)+1 = -\frac{x}{x+1}+1 = \frac{1}{x+1}, \quad e^y = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x+1}.$$

Câu 49. Chọn đáp án A

$$\text{Ta biến đổi hàm số về dạng } y = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \Rightarrow y' = \frac{(e^{2x}-1)'(e^{2x}+1) - (e^{2x}+1)'(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}.$$

Câu 50. Chọn đáp án A

$$y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x \Rightarrow y'' = 2 \cos x - x \sin x$$

$$\text{Ta có: } xy'' - 2y' + xy = x(2 \cos x - x \sin x) - 2(\sin x + x \cos x) + x(x \sin x) = -2 \sin x$$

Câu 51. Chọn đáp án A

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy x bé nhất.

$$\text{Mặt khác: Lấy } x = m, \text{ khi đó tồn tại } y_1, y_2 > 0 \text{ để } \begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$$

$$\text{Để thấy } y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$$

Vậy $b > a > c$.

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phương trình mũ cơ bản $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

- Phương trình có một nghiệm duy nhất khi $b > 0$.
- Phương trình vô nghiệm khi $b \leq 0$.

2. Biến đổi, quy về cùng cơ số

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow a = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$$

3. Đặt ẩn phụ

$$f[a^{g(x)}] = 0 \quad (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) = 0 \end{cases}.$$

Ta thường gặp các dạng:

- $m.a^{2f(x)} + n.a^{f(x)} + p = 0$
- $m.a^{f(x)} + n.b^{f(x)} + p = 0$, trong đó $a.b = 1$. Đặt $t = a^{f(x)}$, $t > 0$, suy ra $b^{f(x)} = \frac{1}{t}$.

- $m.a^{2f(x)} + n.(ab)^{f(x)} + p.b^{2f(x)} = 0$. Chia hai vế cho $b^{2f(x)}$ và đặt $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = t > 0$.

4. Logarit hóa

- Phương trình $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$.
- Phương trình $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$
hoặc $\log_b a^{f(x)} = \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a = g(x)$.

5. Giải bằng phương pháp đồ thị

- Giải phương trình: $a^x = f(x)$ ($0 < a \neq 1$). (*)
- Xem phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $y = f(x)$. Khi đó ta thực hiện hai bước:
 - **Bước 1.** Vẽ đồ thị các hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $y = f(x)$.
 - **Bước 2.** Kết luận nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của hai đồ thị.

6. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

- **Tính chất 1.** Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên $(a; b)$ thì số nghiệm của phương trình $f(x) = k$ trên $(a; b)$ không nhiều hơn một và $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v, \forall u, v \in (a; b)$.
- **Tính chất 2.** Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến); hàm số $y = g(x)$ liên tục và luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn một.
- **Tính chất 3.** Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên D thì bất phương trình $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ (hoặc $u < v$), $\forall u, v \in D$.

7. Sử dụng đánh giá

- Giải phương trình $f(x) = g(x)$.
- Nếu ta đánh giá được $\begin{cases} f(x) \geq m \\ g(x) \leq m \end{cases}$ thì $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m \\ g(x) = m \end{cases}$.

8. Bất phương trình mũ

- Khi giải bất phương trình mũ, ta cần chú ý đến tính đơn điệu của hàm số mũ.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ . Tương tự với bất phương trình dạng: } \begin{cases} a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \\ a^{f(x)} < a^{g(x)} \\ a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \end{cases}$$

- Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì: $a^M > a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) > 0$.
- Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình mũ:
 - + Đưa về cùng cơ số.
 - + Đặt ẩn phụ.
 - + Sử dụng tính đơn điệu: $\begin{cases} y = f(x) \text{ đồng biến trên } D \text{ thì: } f(u) < f(v) \Rightarrow u < v \\ y = f(x) \text{ nghịch biến trên } D \text{ thì: } f(u) < f(v) \Rightarrow u > v \end{cases}$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

- A. 28. B. 27. C. 26. D. 25.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$3^{x^2-4x+5} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Suy ra $1^3 + 3^3 = 28$. Chọn đáp án **A**

Câu 2. Cho phương trình : $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$, khi đó tập nghiệm của phương trình là:

- A. $S = \{2; 5\}$ B. $S = \left\{ \frac{-5-\sqrt{61}}{2}; \frac{-5+\sqrt{61}}{2} \right\}$
- C. $S = \left\{ \frac{5-\sqrt{61}}{2}; \frac{5+\sqrt{61}}{2} \right\}$ D. $S = \{-2; -5\}$.

Hướng dẫn giải

$$3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow 3^{x^2-3x+8} = 3^{4x-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 4x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy $S = \{2; 5\}$

Câu 3. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

Phương trình tương đương với $\frac{3}{3^x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$.

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành $3t = 2 + t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.

• Với $t = 1$, ta được $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

• Với $t = 2$, ta được $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2 < 0$.

Vậy phương trình có một nghiệm âm.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $9^{\frac{x}{2}} + 9 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+2} - 4 = 0$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Phương trình tương đương với $3^x + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow 3^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 4 = 0 \Leftrightarrow 3^x + 3 \cdot \frac{1}{3^x} - 4 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0.$$

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$.

• Với $t = 1$, ta được $3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

• Với $t = 3$, ta được $3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$, $x = 1$.

Câu 5. Cho phương trình : $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

B. Tổng các nghiệm của phương trình là một số nguyên.

C. Nghiệm của phương trình là các số vô tỉ.

D. Phương trình vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

$$2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1} \Leftrightarrow \left|\frac{28}{3}x+4\right| = 4(x^2-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} 7x+3 = 3x^2-3 \\ 7x+3 = -3x^2+3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 \vee x = -\frac{2}{3} \\ x = 0 \vee x = -\frac{7}{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{7}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Nghiệm của phương trình là : $S = \left\{ -\frac{7}{3}; 3 \right\}$.

Vì $-\frac{7}{3}.3 = -7 < 0$. Chọn đáp án A

Câu 6. Phương trình $2^{8-x^2}.5^{8-x^2} = 0,001.(10^5)^{1-x}$ có tổng các nghiệm là:

- A.** 5. **B.** 7. **C.** -7. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

$$(2.5)^{8-x^2} = 10^{-3}.10^{5-5x} \Leftrightarrow 10^{8-x^2} = 10^{2-5x} \Leftrightarrow 8-x^2 = 2-5x \Leftrightarrow \boxed{x = -1; x = 6}$$

Ta có : $-1+6=5$. Chọn đáp án A

Câu 7. Phương trình $9^x - 5.3^x + 6 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x=1, x=\log_3 2$. **B.** $x=-1, x=\log_3 2$. **C.** $x=1, x=\log_2 3$. **D.** $x=-1, x=-\log_3 2$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 8. Cho phương trình $4.4^x - 9.2^{x+1} + 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó, tích $x_1.x_2$ bằng :

- A.** -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$4t^2 - 18t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Vậy $x_1.x_2 = -1.2 = -2$. Chọn đáp án A

Câu 9. Cho phương trình $4^x - 4^{1-x} = 3$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Phương trình vô nghiệm.
B. Phương trình có một nghiệm.
C. Nghiệm của phương trình là luôn lớn hơn 0.
D. Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $4^{2x} - 3.4^x - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 4^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -1(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Chọn đáp án A

Câu 10. Cho phương trình $9^{x^2+x-1} - 10.3^{x^2+x-2} + 1 = 0$. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

- A.** -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^{x^2+x-1}$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$3t^2 - 10t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2+x-1} = 3 \\ 3^{x^2+x-1} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng -2 .

Câu 11. Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là:

- A. $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

$$2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ là:

- A. $x \in \{2; 3\}$. B. $x \in \{4; 8\}$. C. $x \in \{2; 8\}$. D. $x \in \{3; 4\}$.

Hướng dẫn giải

$$2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 8 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$ là:

- A. $x \in \{1; -1\}$. B. $x \in \left\{\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right\}$. C. $x \in \{-1; 0\}$. D. $x \in \{0; 1\}$.

Hướng dẫn giải

$$6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow 6 \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13 \left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 14. Nghiệm của phương trình $12 \cdot 3^x + 3 \cdot 15^x - 5^{x+1} = 20$ là:

- A. $x = \log_3 5 - 1$. B. $x = \log_3 5$. C. $x = \log_3 5 + 1$. D. $x = \log_3 3 - 1$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} 12 \cdot 3^x + 3 \cdot 15^x - 5^{x+1} = 20 &\Leftrightarrow 3 \cdot 3^x (5^x + 4) - 5(5^x + 4) = 0 \Leftrightarrow (5^x + 4)(3^{x+1} - 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x = \log_3 5 - 1 \end{aligned}$$

Câu 15. Phương trình $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$ có tổng các nghiệm là:

- A.** $\log_3 6$. **B.** $\log_3 \frac{2}{3}$. **C.** $\log_3 \frac{3}{2}$. **D.** $-\log_3 6$.

Hướng dẫn giải

$$9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (3^2)^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \quad (1')$$

$$\text{Đặt } t = 3^x > 0. \text{ Khi đó: } (1') \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (N) \\ t = 3 & (N) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_3 2}.$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_3 3 = 1}.$$

$$\text{Suy ra } 1 + \log_3 2 = \log_3 3 + \log_3 2 = \log_3 6$$

Câu 16. Cho phương trình $2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Có một nghiệm. **B.** Vô nghiệm.
C. Có hai nghiệm dương. **D.** Có hai nghiệm âm.

Hướng dẫn giải

$$2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2^x)^2 + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad (2')$$

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0. \text{ Khi đó: } (2') \Leftrightarrow 2t^2 + 15t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} & (N) \\ t = -8 & (L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = -1}$$

Câu 17. Phương trình $5^x + 25^{1-x} = 6$ có tích các nghiệm là :

- A.** $\log_5 \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right)$. **B.** $\log_5 \left(\frac{1 - \sqrt{21}}{2} \right)$. **C.** 5. **D.** $5 \log_5 \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right)$.

Hướng dẫn giải

$$5^x + 25^{1-x} = 6 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{25^x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{(5^2)^x} - 6 = 0 \Leftrightarrow 5^x + \frac{25}{(5^x)^2} - 6 = 0 \quad (6'). \quad \text{Đặt } t = 5^x > 0.$$

$$\text{Khi đó: } (6') \Leftrightarrow t + \frac{25}{t^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow t^3 - 6t + 25 = 0 \Leftrightarrow (t-5)(t^2 - t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 & (N) \\ t = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} & (N) \\ t = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} & (L) \end{cases}$$

Với $t = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Leftrightarrow \boxed{x = 1}$.

Với $t = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow 5^x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_5 \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right)}$.

Suy ra: $1 \cdot \log_5 \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right) = \log_5 \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right)$

Câu 18. Phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 6$ có nghiệm là:

A. $x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2$. **B.** $x = \log_2 3$. **C.** $x = \log_2 (2 + \sqrt{3})$. **D.** $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2$$

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là:

A. $x \in (-\infty; -5)$. **B.** $x \in (-\infty; 5)$. **C.** $x \in (-5; +\infty)$. **D.** $x \in (5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \Leftrightarrow x < -5$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$. **B.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$. **D.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.

Hướng dẫn giải

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln(2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}) < \ln 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$$

Chọn đáp án A

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$

A. $x \in [2; +\infty)$. **B.** $x \in (2; +\infty)$. **C.** $x \in (-\infty; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x \leq \frac{4}{3} \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x > 3^{\frac{2x}{x+1}}$ là:

- A.** $\begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$. **B.** $x < -2$. **C.** $-1 < x < 0$. **D.** $-1 \leq x < 0$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq -1$

$$\begin{aligned} pt \Leftrightarrow 3^{-2x} > 3^{\frac{2x}{x+1}} &\Leftrightarrow -2x > \frac{2x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} + 2x < 0 \Leftrightarrow 2x \left(\frac{1}{x+1} + 1 \right) < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x(x+2)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}. \text{ Kết hợp với điều kiện} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 4^x - 6 \leq 0$ là

- A.** $x \leq \log_4 3$. **B.** $x > \log_4 3$. **C.** $x \geq 1$. **D.** $x \geq 3$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 4^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3 \Leftrightarrow 0 < t \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \log_4 3.$$

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{3^x}{3^x - 2} < 3$ là:

- A.** $\begin{cases} x > 1 \\ x < \log_3 2 \end{cases}$. **B.** $x > \log_3 2$. **C.** $x < 1$. **D.** $\log_3 2 < x < 1$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{3^x}{3^x - 2} < 3 \Leftrightarrow \frac{3^x - 3}{3^x - 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 3 \\ 3^x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \log_3 2 \end{cases}$$

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x$ là:

- A.** $-6 \leq x \leq 3$. **B.** $x < -6$. **C.** $x > 3$. **D.** \emptyset .

Hướng dẫn giải

$$11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x \Leftrightarrow \sqrt{x+6} \geq x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x+6 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x+6 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 3$$

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3^{x+5}} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$ là:

- A.** $-1 < x \leq 1$. **B.** $x \leq -1$. **C.** $x > 1$. **D.** $1 < x < 2$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{t+5} \leq \frac{1}{3t-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t-1 > 0 \\ 3t-1 \leq t+5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < t \leq 3 \Leftrightarrow -1 < x \leq 1.$$

Câu 27. Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$, tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$.

Giá trị của biểu thức $A = b - a$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Hướng dẫn giải

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2)$. Chọn đáp án A

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$ là:

- A. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (1; 2)$.

Hướng dẫn giải

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 2 \\ 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72$ là:

- A. $x \in [2; +\infty)$. B. $x \in (2; +\infty)$. C. $x \in (-\infty; 2)$. D. $x \in (-\infty; 2]$.

Hướng dẫn giải

$$3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72 \Leftrightarrow 2 \cdot 6^x \geq 72 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0$ là:

- A. $x \in (0; +\infty)$. B. $x \in (1; +\infty)$. C. $x \in (-\infty; 0)$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

$$3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 9^{\frac{x}{2}} - 2 \cdot 16^{\frac{x}{2}} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{x}{2}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} > 1 \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$ là:

- A. $x \in \left(0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$. B. $x \in (1; 3)$. C. $x \in (1; 3]$. D. $x \in \left[0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 3 \Leftrightarrow 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 3$$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^x \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$ là:

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$. B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Vì $\frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên bất phương trình tương đương với $\frac{1}{x} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{1}{3}\right]$

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x$ là:

- A. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$. B. $x < 0$. C. $x > 2$. D. $0 < x < 2$.

Hướng dẫn giải

$$2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x \Leftrightarrow 2^x - 10^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 0 \Leftrightarrow 2^x(1 - 5^x) - 4(1 - 5^x) < 0 \Leftrightarrow (1 - 5^x)(2^x - 4) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 5^x < 0 \\ 2^x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x > 1 \\ 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 5^x > 0 \\ 2^x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x < 1 \\ 2^x < 4 \end{cases}$$

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} < 1$ là:

- A. $-1 \leq x \leq 1$. B. $(-8; 0)$. C. $(1; 9)$. D. $(0; 1]$.

Hướng dẫn giải

$$2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} < 1 \quad (1). \text{ Điều kiện: } x \geq 0$$

$$(1) \Leftrightarrow 2^{\sqrt{x}} - \frac{2}{2^{\sqrt{x}}} < 1 \quad (2). \text{ Đặt } t = 2^{\sqrt{x}}. \text{ Do } x \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t - \frac{2}{t} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t^2 - t - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq t < 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$$

VẬN DỤNG

Câu 35. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$.

A. $x \in \{-5; -1; 1; 2\}$. **B.** $x \in \{-5; -1; 1; 3\}$. **C.** $x \in \{-5; -1; 1; -2\}$. **D.** $x \in \{5; -1; 1; 2\}$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} 4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} &= 4^{2x^2+3x+7} + 1 \Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{x^2+6x+5} + 1 \\ \Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2} (1 - 4^{x^2+6x+5}) - (1 - 4^{x^2+6x+5}) &= 0 \Leftrightarrow (4^{x^2-3x+2} - 1)(1 - 4^{x^2+6x+5}) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{x^2-3x+2} - 1 = 0 \\ 1 - 4^{x^2+6x+5} = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \vee x = -5 \\ x = 1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 36. Phương trình $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x + \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x = 1$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x + \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x$$

$$\text{Ta có: } f(2) = 1$$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} do các cơ số $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{10}} < 1; \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} < 1$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

Câu 37. Phương trình $3^{2x} + 2x(3^x + 1) - 4.3^x - 5 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm không âm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

$$3^{2x} + 2x(3^x + 1) - 4.3^x - 5 = 0 \Leftrightarrow (3^{2x} - 1) + 2x(3^x + 1) - (4.3^x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 1) + (2x - 4)(3^x + 1) = 0 \Leftrightarrow (3^x + 2x - 5)(3^x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3^x + 2x - 5 = 0$$

Xét hàm số $f(x) = 3^x + 2x - 5$, ta có : $f(1) = 0$.

$f'(x) = 3^x \ln 3 + 2 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Vậy nghiệm duy nhất của phương trình là $x = 1$

Câu 38. Phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$, hãy chọn phát biểu đúng?

A. $3x_1 - 2x_2 = \log_3 8$.

B. $2x_1 - 3x_2 = \log_3 8$.

C. $2x_1 + 3x_2 = \log_3 54$.

D. $3x_1 + 2x_2 = \log_3 54$.

Hướng dẫn giải

Logarit hóa hai vế của phương trình (theo cơ số 2) ta được: $(3) \Leftrightarrow \log_2 2^{x-3} = \log_2 3^{x^2-5x+6}$

$$\Leftrightarrow (x-3)\log_2 2 = (x^2-5x+6)\log_2 3 \Leftrightarrow (x-3) - (x-2)(x-3)\log_2 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \cdot [1 - (x-2)\log_2 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ 1 - (x-2)\log_2 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ (x-2)\log_2 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x-2 = \frac{1}{\log_2 3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x = \log_3 2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x = \log_3 2 + \log_3 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x = \log_3 18 \end{cases}$$

Câu 39. Cho phương trình $(7+4\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 6$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình có một nghiệm vô tỉ.

B. Phương trình có một nghiệm hữu tỉ.

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

D. Tích của hai nghiệm bằng -6 .

Hướng dẫn giải

$$(7+4\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 6 \quad (8)$$

$$(8) \Leftrightarrow \left[(2+\sqrt{3})^2 \right]^x + (2+\sqrt{3})^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[(2+\sqrt{3})^x \right]^2 + (2+\sqrt{3})^x - 6 = 0 \quad (8')$$

Đặt $t = (2+\sqrt{3})^x > 0$.

Khi đó: $(8') \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 & (N) \\ t=-3 & (L) \end{cases}$. Với $t=2 \Rightarrow (2+\sqrt{3})^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2$

Chọn đáp án A

Câu 40. Phương trình $3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3$ có tổng các nghiệm là ?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

$$3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3 \quad (7)$$

$$(7) \Leftrightarrow 27 \cdot 3^{3x} + \frac{27}{3^{3x}} + 81 \cdot 3^x + \frac{81}{3^x} = 10^3 \Leftrightarrow 27 \cdot \left(3^{3x} + \frac{1}{3^{3x}} \right) + 81 \cdot \left(3^x + \frac{1}{3^x} \right) = 10^3 \quad (7')$$

Đặt $t = 3^x + \frac{1}{3^x} \stackrel{C\acute{o}s\acute{i}}{\geq} 2\sqrt{3^x \cdot \frac{1}{3^x}} = 2$

$$\Rightarrow t^3 = \left(3^x + \frac{1}{3^x}\right)^3 = 3^{3x} + 3 \cdot 3^{2x} \cdot \frac{1}{3^x} + 3 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3^{2x}} + \frac{1}{3^{3x}} \Leftrightarrow 3^{3x} + \frac{1}{3^{3x}} = t^3 - 3t$$

Khi đó: $(7') \Leftrightarrow 27(t^3 - 3t) + 81t = 10^3 \Leftrightarrow t^3 = \frac{10^3}{27} \Leftrightarrow t = \frac{10}{3} > 2$ (N)

Với $t = \frac{10}{3} \Rightarrow 3^x + \frac{1}{3^x} = \frac{10}{3}$ (7'')

Đặt $y = 3^x > 0$. Khi đó: $(7'') \Leftrightarrow y + \frac{1}{y} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 & (N) \\ y = \frac{1}{3} & (N) \end{cases}$

Với $y = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = 1}$

Với $y = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \boxed{x = -1}$

Câu 41. Phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6$ có họ nghiệm là ?

A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải

$$9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6 \Leftrightarrow 9^{1-\cos^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6 \Leftrightarrow \frac{9}{9^{\cos^2 x}} + 9^{\cos^2 x} - 6 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = 9^{\cos^2 x}, (1 \leq t \leq 9)$. Khi đó: $(*) \Leftrightarrow \frac{9}{t} + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Với $t = 3 \Rightarrow 9^{\cos^2 x} = 3 \Leftrightarrow 3^{2\cos^2 x} = 3^1 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}}, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 42. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ vô nghiệm?

A. $m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m = 2$.

D. $m \leq 2$.

Câu 43. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m > 2$.

B. $m < 2$.

C. $m = 2$.

D. $m \leq 2$.

Hướng dẫn giải câu 8 & 9

Nhận xét: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x (2 - \sqrt{3})^x = 1$.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}, \forall t \in (0, +\infty)$.

$(1) \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = m \Leftrightarrow f(t) = t + \frac{1}{t} = m \quad (1'), \forall t \in (0, +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{t}$ xác định và liên tục trên $(0, +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2}$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

t	-1	0	1	$+\infty$
$f'(t)$			0	
			-	+
$f(t)$		$+\infty$	2	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên:

+ Nếu $m < 2$ thì phương trình (1') vô nghiệm $\Rightarrow pt(1)$ vô nghiệm.

Câu 8 chọn đáp án A

+ Nếu $m = 2$ thì phương trình (1') có đúng một nghiệm $t = 1 \Rightarrow pt(1)$ có đúng một nghiệm

$$t = (2 + \sqrt{3})^x = 1 \Rightarrow x = 0.$$

+ Nếu $m > 2$ thì phương trình (1') có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow pt(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 9 chọn đáp án A

Câu 44. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{2^{2(x^2+2)} - 2^{x^2+3} + 1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng?

A. 0.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$2^{x^2+4} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{2^{2(x^2+2)} - 2^{x^2+3} + 1} \Leftrightarrow 8 \cdot 2^{x^2+1} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{4 \cdot 2^{2(x^2+1)} - 4 \cdot 2^{x^2+1} + 1}$$

Đặt $t = 2^{x^2+1} (t \geq 2)$, phương trình trên tương đương với

$$8t = t^2 + \sqrt{4t^2 - 4t + 1} \Leftrightarrow t^2 - 6t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 3 + \sqrt{10} \text{ (vì } t \geq 2). \text{ Từ đó suy ra}$$

$$2^{x^2+1} = 3 + \sqrt{10} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\log_2 \frac{3 + \sqrt{10}}{2}} \\ x_2 = -\sqrt{\log_2 \frac{3 + \sqrt{10}}{2}} \end{cases}$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 45. Với giá trị của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. $-4 < m < -1$. B. Không tồn tại m . C. $-1 < m < \frac{3}{2}$. D. $-1 < m < -\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $4^x = t > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $\underbrace{(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5}_{f(t)} = 0$. (*)

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)f(1) < 0 \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)(3m+12) < 0 \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Câu 46. Cho bất phương trình: $\frac{1}{5^{x+1}-1} \geq \frac{1}{5-5^x}$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình.

- A. $S = (-1; 0] \cup (1; +\infty)$. B. $S = (-1; 0] \cap (1; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 0]$. D. $S = (-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{1}{5^{x+1}-1} \geq \frac{1}{5-5^x} \Leftrightarrow \frac{6(1-5^x)}{(5 \cdot 5^x - 1)(5-5^x)} \geq 0 \quad (1).$$

Đặt $t = 5^x$, BPT (1) $\Leftrightarrow \frac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)} \geq 0$. Đặt $f(t) = \frac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)}$.

Lập bảng xét dấu $f(t) = \frac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)}$, ta được nghiệm:

$$\begin{cases} 5 < t \\ \frac{1}{5} < t \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 < 5^x \\ \frac{1}{5} < 5^x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \\ -1 < x \leq 0 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $S = (-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Câu 47. Bất phương trình $25^{-x^2+2x+1} + 9^{-x^2+2x+1} \geq 34 \cdot 15^{-x^2+2x}$ có tập nghiệm là:

- A. $S = (-\infty; 1-\sqrt{3}] \cup [0; 2] \cup [1+\sqrt{3}; +\infty)$. B. $S = (0; +\infty)$.
C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (1-\sqrt{3}; 0)$.

Hướng dẫn giải

$$25^{-x^2+2x+1} + 9^{-x^2+2x+1} \geq 34 \cdot 15^{-x^2+2x} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2(-x^2+2x+1)} + 1 \geq \frac{34}{15} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{(-x^2+2x+1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \leq 1-\sqrt{3} \\ x \geq 1+\sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 48. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ (*)

Phương trình (*) là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta' = (-m)^2 - 2m = m^2 - 2m$.

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2m$

Do đó $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 2m \Leftrightarrow m = 4$.

Thử lại ta được $m = 4$ thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 49. Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

- A. $m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chia hai vế của bất phương trình cho $3^{\sin^2 x} > 0$, ta được

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x} \geq m$$

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x}$ là hàm số nghịch biến.

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ nên $1 \leq y \leq 4$

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \leq 4$. Chọn đáp án A

Câu 50. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1) \cdot 3^x + m > 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$.

- A. $m \geq -\frac{3}{2}$. B. $m > -\frac{3}{2}$. C. $m > 3 + 2\sqrt{2}$. D. $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$

Vì $x > 1 \Rightarrow t > 3$ Bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m-1)t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t \geq 3$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m \text{ nghiệm đúng } \forall t > 3.$$

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}, \forall t > 3, g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0, \forall t > 3$. Hàm số đồng biến trên

$[3; +\infty)$ và $g(3) = \frac{3}{2}$. Yêu cầu bài toán tương đương $-m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 1.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa

- Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.
- Bất phương trình lôgarit là bất phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

2. Phương trình và bất phương trình lôgarit cơ bản: cho $a, b > 0, a \neq 1$

- Phương trình lôgarit cơ bản có dạng: $\log_a f(x) = b$
- Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng:
 $\log_a f(x) > b; \log_a f(x) \geq b; \log_a f(x) < b; \log_a f(x) \leq b$

3. Phương pháp giải phương trình và bất phương trình lôgarit

- Đưa về cùng cơ số

$$\text{➤ } \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}, \text{ với mọi } 0 < a \neq 1$$

$$\text{➤ } \text{Nếu } a > 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$\text{➤ } \text{Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

- Đặt ẩn phụ
- Mũ hóa

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

- A. $x > 3$ B. $x > -2$ C. $\mathbb{R} \setminus [-2; 3]$ D. $x > 2$

Câu 2. Kiểm tra xem giá trị nào là nghiệm của phương trình

Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{29}{3}$ B. $x = \frac{11}{3}$ C. $x = \frac{25}{3}$ D. $x = 87$

Câu 3. Tìm tập nghiệm của phương trình

Phương trình $\log_2^2(x + 1) - 6\log_2 \sqrt{x + 1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{3; 15\}$ B. $\{1; 3\}$ C. $\{1; 2\}$ D. $\{1; 5\}$

Câu 4. Tìm số nghiệm của phương trình

Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 5. Tìm nghiệm lớn nhất, hay nhỏ nhất của phương trình

Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\log^3 x - 2\log^2 x = \log x - 2$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{4}$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

Câu 6. Tìm mối quan hệ giữa các nghiệm của phương trình (tổng, hiệu, tích, thương...)

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

- A. 1 B. -1 C. -2 D. 2

Câu 7. Cho một phương trình, nếu đặt ẩn phụ thì thu được phương trình nào (ẩn t)

Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào

- A. $t^2 - 5t + 6 = 0$ B. $t^2 + 5t + 6 = 0$
C. $t^2 - 6t + 5 = 0$ D. $t^2 + 6t + 5 = 0$

Câu 8. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, 2 nghiệm thỏa điều kiện nào đó...)

1. Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + 2\log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm

- A. $m \leq 2$ B. $m < 2$ C. $m \geq 2$ D. $m > 2$

2. Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$

- A. $m \in [0; 2]$ B. $m \in (0; 2)$ C. $m \in (0; 2]$ D. $m \in [0; 2)$

Câu 9. Điều kiện xác định của bất phương trình

Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

- A. $x > 1$ B. $x > 0$ C. $x > -\frac{1}{2}$ D. $x > -1$

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình

1. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm:

- A. $(-\infty; 0]$ B. $(-\infty; 0)$ C. $[0; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

2. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$ B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$ C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$ D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$

Câu 11. Tìm nghiệm nguyên (tự nhiên) lớn nhất, nghiệm (tự nhiên) nhỏ nhất của bất phương trình

Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 17 B. 16 C. 15 D. 18

Câu 12. Tìm điều kiện của tham số m để bất phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, nghiệm thỏa điều kiện nào đó...)

Tìm m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$

- A. $m \geq 3$ B. $m > 3$ C. $m \leq 3$ D. $m < 3$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\log_{2x-3} 16 = 2$ là:

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus \left[\frac{3}{2}; 2 \right]$. B. $x \neq 2$. C. $\frac{3}{2} < x \neq 2$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\log_x(2x^2 - 7x - 12) = 2$ là:

A. $x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$. B. $x \in (-\infty;0)$. C. $x \in (0;1)$. D. $x \in (0;+\infty)$.

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\log_5(x-1) = \log_5 \frac{x}{x+1}$ là:

A. $x \in (1;+\infty)$. B. $x \in (-1;0)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1;0]$. D. $x \in (-\infty;1)$.

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\log_9 \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2}$ là:

A. $x \in (-1;+\infty)$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1;0]$. C. $x \in (-1;0)$. D. $x \in (-\infty;1)$.

Câu 5. Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Câu 7. Phương trình $\log_3(x^2-6) = \log_3(x-2) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $T = \{0;3\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{1;3\}$.

Câu 8. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;3\}$. B. $\{1;3\}$. C. $\{2\}$. D. $\{1\}$.

Câu 9. Phương trình $\log_2^2(x+1) - 6\log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\{3;15\}$. B. $\{1;3\}$. C. $\{1;2\}$. D. $\{1;5\}$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2\log_2 x$ là:

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2\log_2 x = 0$ là:

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0$ là :

A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 14. Phương trình $\log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Giá trị của

$P = 2x_1 + 3x_2$ là

A. 5. B. 14. C. 3. D. 13.

Câu 15. Hai phương trình $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2-2x-8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần

lượt có 2 nghiệm duy nhất là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ là?

A. 8. B. 6. C. 4. D. 10.

Câu 16. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 17. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. B. $t^2 + 5t + 6 = 0$. C. $t^2 - 6t + 5 = 0$. D. $t^2 + 6t + 5 = 0$.

Câu 18. Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 + 2t + 3 = 0$. B. $t^2 - 3t + 2 = 0$. C. $t^2 - 2t + 3 = 0$. D. $t^2 + 3t + 2 = 0$.

Câu 19. Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2\log_2^2 x = \log_2 x - 2$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

- A. $x > -\frac{1}{2}$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $x > -1$.

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ là:

- A. $x \in [-1; 1]$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.
C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-1; 1)$.

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 6. B. 10. C. 8. D. 9.

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1-x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là:

- A. $S = \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left(0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right)$.
C. $S = \left[\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5) + \log_3(x+2) = 3$ là:

- A. $x \geq 5$. B. $x > -2$. C. $-2 < x < 5$. D. $x > 5$.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) + x - 5 = \log(x-3)$ là:

A. $x > 3 + \sqrt{2}$. B. $x > 3$. C. $\begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases}$. D. $x < 3 - \sqrt{2}$.

Câu 30. Phương trình $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ có nghiệm là:

A. $x = 27$. B. $x = 9$. C. $x = 3^{12}$. D. $x = \log_3 6$.

Câu 31. Phương trình $\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x$ có nghiệm là:

A. $x = -2$. B. $\begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\{8; 2\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{6; 2\}$. D. $\{6; 8\}$.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2)^2 - 1 = 0$ là:

A. $\{0\}$. B. $\{0; -4\}$. C. $\{-4\}$. D. $\{-1; 0\}$.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 1)$ là:

A. $\{1 + \sqrt{2}\}$. B. $\{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$. C. $\left\{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right\}$. D. $\{1 - \sqrt{2}\}$.

Câu 35. Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là:

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 37. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2\log_3(x-2)$ là:

A. $\frac{1}{5}$. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 38. Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x + 2\log^2 x = 2 - \log x$ là :

A. 100. B. 2. C. 10. D. 1000.

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5)$.

Khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng:

A. 5. B. 3. C. -2. D. 7.

Câu 40. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Khi đó $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 41. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2[x(x+3)] = 1$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. -3 . B. -2 . C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$.

Câu 42. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x) - \log_x 2 = 3$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 - t - 1 = 0$. B. $4t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $t + \frac{1}{t} = 1$. D. $2t - \frac{1}{t} = 3$.

Câu 43. Nếu đặt $t = \log x$ thì phương trình $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ trở thành phương trình nào?

A. $9t^2 - 20\sqrt{t} + 1 = 0$. B. $3t^2 - 20t + 1 = 0$.
C. $9t^2 - 10t + 1 = 0$. D. $3t^2 - 10t + 1 = 0$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2(1 - 2t) \leq 1 + t$. B. $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}$. C. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t)$. D. $\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0$.

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(x + 2) > \log_5 x - 3$ là:

A. $x > 3$. B. $x > 2$. C. $x > -2$. D. $x > 0$.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x + 15) \leq \log_{0,5}(x^2 + 6x + 8)$ là:

A. $x > -2$. B. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}$. C. $x > -3$. D. $-4 < x < -2$.

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2 - 1}{x} < 0$ là:

A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. D. $S = (0; 3)$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0$ là:

A. $S = [1; 6]$. B. $S = (5; 6]$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x + 6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$ là:

- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 5$. D. $x = 4$.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3(4.3^{x-1}) > 2x - 1$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2[3\log_2(3x-1)-1] = x$ là:

- A. $x > \frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. B. $x \geq \frac{1}{3}$.
 C. $x > 0$. D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$

là:

- A. $x \leq -1$. B. $x \geq 1$.
 C. $x > 0, x \neq 1$. D. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 57. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}(x)$ trở

thành bất phương trình nào?

- A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$.
 C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}(x)$

là:

- A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 59. Bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:

- A. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$. B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. C. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. D. $S = (-\infty; 2]$.

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2[x(x-1)] = 1$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

- A. -2 . B. 1 . C. -1 . D. 2 .

Câu 61. Nếu đặt $t = \log_2(5^x - 1)$ thì phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2.5^x - 2) = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 + t - 2 = 0$. B. $2t^2 = 1$. C. $t^2 - t - 2 = 0$. D. $t^2 = 1$.

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ là:

- A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{-1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{3; 63\}$. D. $\{1; 2\}$.

Câu 64. Nếu đặt $t = \log_3 \frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

- A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. B. $t^2 - 1 < 0$. C. $\frac{t^2-1}{t} > 0$. D. $\frac{t^2+1}{t} < 0$.

Câu 65. Phương trình $\log_{2x-3}(3x^2 - 7x + 3) - 2 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 2; x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1; x = 5$.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 18. B. 16. C. 15. D. 17.

Câu 67. Phương trình $\frac{1}{4 - \ln x} + \frac{2}{2 + \ln x} = 1$ có tích các nghiệm là:

- A. e^3 . B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. 2.

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:

- A. $x = e$. B. $x = 2$. C. $x = e^2$. D. $x = \sqrt{e}$.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $S = [1 - \sqrt{2}; +\infty)$. B. $S = [1 + \sqrt{2}; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$. B. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2047}{4}$.
C. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2049}{4}$. D. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2047}{4}$.

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$ là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x - 1)) > 0$ là:

- A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1)$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D. $S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là :

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x} - 6 \cdot 2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng :

A. 6642. B. $\frac{82}{6561}$. C. 20. D. 90.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2 \cdot 3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S = \left\{\frac{4}{9}\right\}$. B. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$.

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D. $-4 < m < 4$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x + 3\log_4 x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m < \frac{13}{8}$.

B. $m > \frac{13}{8}$.

C. $m \leq \frac{13}{8}$.

D. $0 < m < \frac{13}{8}$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \geq 6$.

B. $m > 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + 2 \log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m > 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \geq 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $m < 2$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

A. $m \in [0; 2]$.

B. $m \in (0; 2)$.

C. $m \in (0; 2]$.

D. $m \in [0; 2)$.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \in [2; +\infty)$.

B. $m \in [3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 2]$.

D. $m \in (-\infty; 3]$.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m + 2) \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?

A. $m = -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?

A. $m \in (1; \sqrt{3}]$.

B. $m \in [1; \sqrt{3})$.

C. $m \in [-1; \sqrt{3})$.

D. $m \in (-\sqrt{3}; 1]$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).

A. $m \in [-12; 13]$.

B. $m \in [12; 13]$.

C. $m \in [-13; 12]$.

D. $m \in [-13; -12]$.

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (2; 5]$.

B. $m \in (-2; 5]$.

C. $m \in [2; 5)$.

D. $m \in [-2; 5)$.

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m \in (2; 3]$.

B. $m \in (-2; 3]$.

C. $m \in [2; 3)$.

D. $m \in [-2; 3)$.

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 3.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	B	D	A	B	C	B	D	A	A	C	B	A	B	A	B	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	C	A	C	A	A	D	A	A	C	A	B	A	B	D	B	A	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	A	C	D	B	A	A	A	B	C	A	D	C	A	B	A	C	A	C	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	C	A	C	D	A	A	D	C	B	A	B	A	D	A	C	A	A	A
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96				
C	A	A	D	B	A	C	B	A	A	B	C	A	A	A	A				

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\log_{2x-3} 16 = 2$ là:

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus \left[\frac{3}{2}; 2 \right]$. B. $x \neq 2$. C. $\frac{3}{2} < x \neq 2$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Biểu thức } \log_{2x-3} 16 \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \neq 2$$

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\log_x (2x^2 - 7x - 12) = 2$ là:

- A. $x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0)$. C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_x (2x^2 - 7x - 12)$ xác

$$\text{định} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2x^2 - 7x + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2 \left[\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{47}{16} \right] > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$$

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\log_5 (x-1) = \log_5 \frac{x}{x+1}$ là:

- A. $x \in (1; +\infty)$. B. $x \in (-1; 0)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Biểu thức } \log_5 (x-1) \text{ và } \log_5 \frac{x}{x+1} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+1} > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

chọn đáp án A.

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\log_9 \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x \in (-1; +\infty)$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. C. $x \in (-1; 0)$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_9 \frac{2x}{x+1}$ xác định :

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$

Câu 5. Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 3x-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 6. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ (x+3)(x-1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = -8 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x = 2.$$

Câu 7. Phương trình $\log_3(x^2-6) = \log_3(x-2) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{0; 3\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{1; 3\}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6 > 0 \\ x-3 > 0 \\ x^2-6 = 3(x-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{6} \vee x > \sqrt{6} \\ x > 3 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Câu 8. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là:

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{2\}$. D. $\{1\}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ \log_2[x(x-1)] = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2, \text{ chọn đáp án A.}$$

Câu 9. Phương trình $\log_2^2(x+1) - 6\log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{3; 15\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{1; 5\}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \begin{cases} \log_2(x+1) = 1 \\ \log_2(x+1) = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
 \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ \log_{2^2}(\log_2 x) + \log_2(\log_{2^2} x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) = 2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1 = 2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 16 \end{cases} \Rightarrow x = 16.
 \end{aligned}$$

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x$ là:

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
 \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x-1 > 0 \\ \log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_2 x [\log_3(2x-1) - 2] = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 0 \\ \log_3(2x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2 \log_2 x = 0$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
 \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^3+1 > 0 \\ x^2-x+1 > 0 \\ \log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2 \log_2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{x^3+1}{x^2(x^2-x+1)} = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2(x^2-x+1)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.
 \end{aligned}$$

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0$ là :

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
 \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_5(5x) - \frac{1}{2} \log_5(5x) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_5(5x) - 3 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_5(5x) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 5x = 5^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 5^5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5^5.
 \end{aligned}$$

Câu 14. Phương trình $\log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Giá trị của

$P = 2x_1 + 3x_2$ là

A. 5.

B. 14.

C. 3.

D. 13.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3 > 0 \\ \log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \log_3(5x-3) - \log_3(x^2+1) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \log_3(5x-3) = \log_3(x^2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ 5x-3 = x^2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x^2-5x+4 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \text{ Vậy} \end{aligned}$$

$2x_1 + 3x_2 = 2.1 + 3.4 = 14.$

Câu 15. Hai phương trình $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt

có 2 nghiệm duy nhất là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ là?

A. 8.

B. 6.

C. 4.

D. 10.

Hướng dẫn giải

PT1: $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 2x+1 > 0 \\ 2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ \log_5(3x-1)^2 + \log_5 5 = 3\log_5(2x+1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ \log_5 5(3x-1)^2 = \log_5(2x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 5(3x-1)^2 = (2x+1)^3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 5(9x^2 - 6x + 1) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 8x^3 - 33x^2 + 36x - 4 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ \begin{cases} x = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 = 2 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

PT2: $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > 4 \\ x > -2 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 + \log_2(x+2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = \log_2 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x^2 - 2x - 8 = 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x = -2 \Rightarrow x_2 = 6 \\ x = 6 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 2 + 6 = 8$.

- Câu 16.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:
A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4(\log_x 2)^2 - 1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow 4(\log_x 2)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x^{\frac{1}{2}} \\ 2 = x^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Đáp án B, D có tích âm thì có thể $x_1 < 0$ hoặc $x_2 < 0$ thì không thỏa mãn điều kiện của x nên loại.

- Câu 17.** Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A.** $t^2 - 5t + 6 = 0$. **B.** $t^2 + 5t + 6 = 0$. **C.** $t^2 - 6t + 5 = 0$. **D.** $t^2 + 6t + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \log_2 x$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{1}{5-t} + \frac{2}{1+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{1+t+2(5-t)}{(5-t)(1+t)} = 1 \Leftrightarrow 1+t+2(5-t) = (5-t)(1+t)$$

$$\Leftrightarrow 11-t = 5+4t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0.$$

- Câu 18.** Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A.** $t^2 + 2t + 3 = 0$. **B.** $t^2 - 3t + 2 = 0$. **C.** $t^2 - 2t + 3 = 0$. **D.** $t^2 + 3t + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \lg x$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{1}{4-t} + \frac{2}{2+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{2+t+2(4-t)}{(4-t)(2+t)} = 1 \Leftrightarrow 2+t+2(4-t) = (4-t)(2+t)$$

$$\Leftrightarrow 10-t = 8+2t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0.$$

- Câu 19.** Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2 \log_2^2 x = \log_2 x - 2$ là:

- A.** $x = 4$. **B.** $x = \frac{1}{4}$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2 \log_2^2 x = \log_2 x - 2 \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2 \log_2^2 x - \log_2 x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^3 x - \log_2 x - 2\log_2^2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log_2^2 x - 1) - 2(\log_2^2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2^2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 x - 1 = 0 \\ \log_2 x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ là nghiệm nhỏ nhất.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

- A. $x > -\frac{1}{2}$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $x > -1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x > 0 \\ 4x + 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 5 - x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 5 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5.$$

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ là:

- A. $x \in [-1; 1]$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.
C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} 2 - x^2 > 0 \\ \log_2(2 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 2 - x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 1 - x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Xét } x > 0 \Rightarrow 2^x > 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 > 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) > \log_2 2 = 1 \quad (1)$$

$$x > 0 \Rightarrow 4^x > 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 > 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) > \log_3 3 = 1 \quad (2)$$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) > 2$

Mà BPT: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ nên $x > 0$ (loại)

$$\text{Xét } x \leq 0 \Rightarrow 2^x \leq 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 \leq 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) \leq \log_2 2 = 1 \quad (3)$$

$$x \leq 0 \Rightarrow 4^x \leq 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 \leq 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) \leq \log_3 3 = 1 \quad (4)$$

Cộng vế với vế của (3) và (4) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ (tm)

Vậy $x \leq 0$ hay $x \in (-\infty; 0]$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

$$\text{TXĐ} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{2^{-1}}(x-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) + \log_2(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) \geq 2 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \text{ (tm)} \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 + \sqrt{2}$$

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 6. B. 10. C. 8. D. 9.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ + \log_2(\log_2 x) \geq \log_2(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) \geq \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) \geq \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) - 1 \geq \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 8 \end{cases} \Rightarrow x \geq 8$$

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1 - x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 > 0 \\ 1 - x > 0 \\ \log_3(1 - x^2) \leq -\log_3(1 - x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x < 1 \\ \log_3(1 - x^2) + \log_3(1 - x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1 - x^2)(1 - x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1 - x^2)(1 - x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ (1 - x^2)(1 - x) \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x(x^2 - x - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x < 1$$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm nguyên nhỏ nhất.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là:

A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. **B.** $S = \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. **D.** $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ \log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee x > \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right] \end{aligned}$$

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5) + \log_3(x+2) = 3$ là:

A. $x \geq 5$. **B.** $x > -2$. **C.** $-2 < x < 5$. **D.** $x > 5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{PT xác định khi và chỉ khi: } \begin{cases} x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(X-5) + \log_3(X+2) - 3$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án B và C.

Nhấn CALC và cho $X = 5$ (thuộc đáp án D) máy tính không tính được. Vậy loại D.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) + x - 5 = \log(x-3)$ là:

A. $x > 3 + \sqrt{2}$. **B.** $x > 3$. **C.** $\begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases}$. **D.** $x < 3 - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện phương trình: } \begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 + \sqrt{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log(X^2 - 6X + 7) + X - 5 - \log(X - 3)$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B.

Câu 30. Phương trình $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ có nghiệm là:

A. $x = 27$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 3^{12}$. **D.** $x = \log_3 6$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x + 2\log_3 x - \log_3 x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 27$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 X + \log_{\sqrt{3}} X + \log_{\frac{1}{3}} X - 6$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 31. Phương trình $\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x$ có nghiệm là:

- A. $x = -2$. B. $\begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{x-1}{x+8} = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln \frac{X-1}{X+8} - \ln X$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{8; 2\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{6; 2\}$. D. $\{6; 8\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2^2 X - 4\log_2 X + 3$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2)^2 - 1 = 0$ là:

- A. $\{0\}$. B. $\{0; -4\}$. C. $\{-4\}$. D. $\{-1; 0\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \neq -2$

$$pt \Leftrightarrow \log_2 |x+2| = 1 \Leftrightarrow |x+2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 2 \\ x+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\frac{1}{2}\log_2((X+2)^2) - 1$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 1)$ là:

- A. $\{1 + \sqrt{2}\}$. B. $\{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$. C. $\left\{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right\}$. D. $\{1 - \sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$ và $x^2 - x - 1 > 0$

Với điều kiện đó thì $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} x$. Phương trình đã cho tương đương phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = x^2 - x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2 \frac{1}{X} - \log_{\frac{1}{2}}(X^2 - X - 1)$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 35. Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(3x2^x - 1) - 2X - 1 = 0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=5, ấn \square . Máy hiện X=0.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\log_2(3x2^x - 1) - 2X - 1}{X - A} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ÁN = Máy hỏi X? Ấn 5 =. Máy hiện X=-1.

Ấn Alpha X Shift STO B.

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\log_2(3x2^x - 1) - 2X - 1}{(X - A)(X - B)} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ÁN = Máy hỏi B? Ấn =. Máy hỏi X? Ấn 1 =
Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \begin{cases} x = 5 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln(X^2 - 6X + 7) - \ln(X - 3) = 0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=4 (chọn X thỏa điều kiện xác định của phương trình), ấn \square . Máy hiện X=5.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\ln(X^2 - 6X + 7) - \ln(X - 3)}{X - A} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ÁN = Máy hỏi X? Ấn 7 =.

Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 37. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2)$ là:

A. $\frac{1}{5}$.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

Điều kiện: $x > 2$

$$-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2) \Leftrightarrow -2 \log_3(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x-2) = 0 \\ \log_5 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x-2) = 0 \\ \log_5 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

So điều kiện suy ra phương trình có nghiệm $x = 3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log_{\sqrt{3}}(X-2) \cdot \log_5 X - 2 \log_3(X-2)$

Nhấn CALC và cho $X = \frac{1}{5}$ (số nhỏ nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án D.

Nhấn CALC và cho $X = 2$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án C.

Câu 38. Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x + 2 \log^2 x = 2 - \log x$ là :

A. 100.

B. 2.

C. 10.

D. 1000.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

Điều kiện: $x > 0$

$$-\log^3 x + 2 \log^2 x = 2 - \log x \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = -1 \\ \log x = 2 \\ \log x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ x = 100 \\ x = 10 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log^3 X + 2 \log^2 X - 2 + \log X$

Nhấn CALC và cho $X = 1000$ (số lớn nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án D.

Nhấn CALC và cho $X = 100$ ta thấy đúng.

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5)$.

Khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng:

A. 5.

B. 3.

C. -2.

D. 7.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

$$\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x^2 - x - 5 = 2x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

[Phương pháp thử nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là 5 và -2.

- Câu 40.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Khi đó $x_1 \cdot x_2$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{1}{16} \end{cases}$$

Đặt $t = \log_2 x$, điều kiện $\begin{cases} t \neq -4 \\ t \neq 2 \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{8}$$

[Phương pháp thử nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{4}$.

- Câu 41.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2[x(x+3)] = 1$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:
- A. -3. B. -2. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x < -3 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\log_2[x(x+3)] = 1 \Leftrightarrow x(x+3) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 = -3.$$

[Phương pháp thử nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm và lưu 2 nghiệm vào A và B. Tính $A + B = -3$.

- Câu 42.** Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x) - \log_x 2 = 3$ trở thành phương trình nào?
- A. $t^2 - t - 1 = 0$. B. $4t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $t + \frac{1}{t} = 1$. D. $2t - \frac{1}{t} = 3$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(4x) - \log_x 2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 4 + \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x} = 3 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$$

Câu 43. Nếu đặt $t = \log x$ thì phương trình $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ trở thành phương trình nào?

A. $9t^2 - 20\sqrt{t} + 1 = 0.$

B. $3t^2 - 20t + 1 = 0.$

C. $9t^2 - 10t + 1 = 0.$

D. $3t^2 - 10t + 1 = 0.$

Hướng dẫn giải

$$\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 \log^2 x - 10 \log x + 1 = 0$$

Câu 44. Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2(1 - 2t) \leq 1 + t.$

B. $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}.$

C. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t).$

D. $\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0.$

Hướng dẫn giải

$$\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 - \frac{1}{2} \log_3 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2 - \log_3 x}{2(1 + \log_3 x)} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{2 - \log_3 x}{1 + \log_3 x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2 \log_3 x - 1}{1 + \log_3 x} \geq 0$$

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(x + 2) > \log_5 x - 3$ là:

A. $x > 3.$

B. $x > 2.$

C. $x > -2.$

D. $x > 0.$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_5(X - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(X + 2) - \log_5 X + 3$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = \frac{5}{2}$ (thuộc đáp án B) máy tính hiển thị 1,065464369.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x + 15) \leq \log_{0,5}(x^2 + 6x + 8)$ là:

A. $x > -2.$

B. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}.$

C. $x > -3.$

D. $-4 < x < -2.$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 5x + 15 > 0 \\ x^2 + 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ \begin{cases} x > -2 \\ x < -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < -4 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,5}(5X + 15) - \log_{0,5}(X^2 + 6X + 8)$

Nhấn CALC và cho $X = -3,5$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = -5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được.

Vậy loại B, chọn A.

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2-1}{x} < 0$ là:

- A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\frac{x^2-1}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln \frac{X^2-1}{X}$

Nhấn CALC và cho $X = -0,5$ (thuộc đáp án A và B) máy tính hiển thị 0,4054651081. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = 0,5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B, chọn A.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25} \right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25} \right)$. D. $S = (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6 \Leftrightarrow 2 < \log_{0,2} x < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{125} < x < \frac{1}{25}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $(\log_{0,2} X)^2 - 5 \log_{0,2} X + 6$

Nhấn CALC và cho $X = 2,5$ (thuộc đáp án B và D) máy tính hiển thị 9.170746391. Vậy loại đáp án B và D.

Nhấn CALC và cho $X = \frac{1}{200}$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị 0,3773110048.

Câu 49. Vậy loại C, chọn A. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0$ là:

- A. $S = [1; 6]$. B. $S = (5; 6]$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(x - 1) \geq \log_3(x^2 - 6x + 5) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 > 0 \\ x - 1 \geq x^2 - 6x + 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 5 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < x \leq 6$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{1}{3}}(X^2 - 6X + 5) + \log_3(X - 1)$

Nhấn CALC và cho $X = 2$ (thuộc đáp án A và D) máy tính không tính được. Vậy loại đáp án A và D.

Nhấn CALC và cho $X = 7$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị -0,6309297536.

Vậy loại C, chọn B.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{2}{3}}(2X^2 - X + 1)$

Nhấn CALC và cho $X = -5$ (thuộc đáp án A và D) máy tính hiển thị $-9,9277\dots$ Vậy loại đáp án A và B.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị $-1,709511291$. Vậy chọn C.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $S = [-2; 0)$.

C. $S = (-\infty; 2]$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \vee x > 0 \\ -2 \leq x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < -\frac{3}{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 \frac{4X+6}{X}$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ (thuộc đáp án C và D) máy tính hiển thị $2,095903274$. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = -1$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B, chọn A.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$ là:

A. $x = 6$.

B. $x = 3$.

C. $x = 5$.

D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 2$

$$\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow \log_{0,2} [x(x-2)] < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

So điều kiện suy ra $x > 3$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,2} X - \log_5(X-2) - \log_{0,2} 3$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (nhỏ nhất) máy tính hiển thị 0 . Vậy loại đáp án B.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ máy tính hiển thị -0.6094234797 . Vậy chọn D.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3(4 \cdot 3^{x-1}) > 2x - 1$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

$$\log_3(4 \cdot 3^{x-1}) > 2x - 1 \Leftrightarrow 4 \cdot 3^{x-1} > 3^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{2x} - 4 \cdot 3^x < 0 \Leftrightarrow 0 < 3^x < 4 \Leftrightarrow x < \log_3 4$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3(4 \cdot 3^{x-1}) - 2x + 1$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (lớn nhất) máy tính hiển thị -1.738140493 . Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X = 2$ máy tính hiển thị -0.7381404929 . Vậy loại B.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính hiển thị 0.2618595071 . Vậy chọn C.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2[3\log_2(3x-1)-1] = x$ là:

A. $x > \frac{\sqrt[3]{2} + 1}{3}$.

B. $x \geq \frac{1}{3}$.

C. $x > 0$.

D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

Biểu thức $\log_2[3\log_2(3x-1)-1] = x$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 3\log_2(3x-1)-1 > 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(3x-1) > \frac{1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 2^{\frac{1}{3}} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \frac{1}{3}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_2(3x-1)$ được $\log_2(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án A.

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ là:

A. $x \leq -1$.

B. $x \geq 1$.

C. $x > 0, x \neq 1$.

D. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

$$\text{Phương trình xác định khi và chỉ khi: } \begin{cases} x - \sqrt{x^2 - 1} > 0 \\ x + \sqrt{x^2 - 1} > 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = -1$ (thuộc A, D) vào biểu thức $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1})$ được $\log_2(-1)$ không xác định,

Thay $x = \frac{1}{2}$ (thuộc C) vào biểu thức $\sqrt{x^2 - 1}$ được $\sqrt{\frac{-3}{4}}$ không xác định

Vậy loại A, C, D chọn đáp án B.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ là:

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải**[Phương pháp tự luận]**

Điều kiện: $x \geq 1$

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow \log_2 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0$$

Đặt $t = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ta được

$$\log_2 6 \cdot \log_3 6 \cdot t^2 - t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + \sqrt{x^2 - 1}) = 1 \quad (1) \\ \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 2^{\log_6 3} \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 2^{-\log_6 3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $VT = VP$ chọn đáp án **A**.

Câu 57. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}(x)$ trở thành

bất phương trình nào?

A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$.

B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$.

C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$.

D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}(x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3\log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2\log_2 x) - 4\log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13\log_2^2 x + 36 < 0$$

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}(x)$ là:

A. $x = 7$.

B. $x = 8$.

C. $x = 4$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2(x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4 < \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < \log_2 x < 3 \\ -3 < \log_2 x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < x < 8 \\ \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4} \end{cases}$$

chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 7; x = 8; x = 4; x = 1$ thấy $x = 7$ đúng, chọn đáp án A.

Câu 59. Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$. B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. C. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. D. $S = (-\infty; 2]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > \log_3 \sqrt{73}$

$$\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1 \Leftrightarrow \log_3 (9^x - 72) \leq x \Leftrightarrow 9^x - 3^x - 72 \leq 0 \Leftrightarrow 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Chọn đáp án A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \log_3 \sqrt{73}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_x (\log_3 (9^x - 72))$ được $\log_x(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án A.

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2 [x(x-1)] = 1$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -2. B. 1. C. -1. D. 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x < 0$ hoặc $x > 1$

$$\log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = -2$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 61. Nếu đặt $t = \log_2 (5^x - 1)$ thì phương trình $\log_2 (5^x - 1) \cdot \log_4 (2 \cdot 5^x - 2) = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 + t - 2 = 0$. B. $2t^2 = 1$. C. $t^2 - t - 2 = 0$. D. $t^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2 (5^x - 1) \cdot \log_4 (2 \cdot 5^x - 2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (5^x - 1) \cdot [1 + \log_2 (5^x - 1)] - 2 = 0$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4 (x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ là:

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện : $0 < x \neq 1$

$$\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1 \Leftrightarrow \log_2(x+12) = \log_2 x^2 \Leftrightarrow -x^2 + x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Loại $x = -3$ chọn đáp án A

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{-1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{3; 63\}$. D. $\{1; 2\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > \frac{1}{2}$

$$\log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \log_5^2(2x-1) - 4\log_5(2x-1) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5(2x-1) = 1 \\ \log_5(2x-1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 63 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ (thuộc B, D) vào vế trái ta được $3 = 0$ vô lý, vậy loại B, D,

Thay $x = -1$ vào $\log_5(2x-1)$ ta được $\log_5(-3)$ không xác định, nên loại A

Vậy chọn đáp án C.

Câu 64. Nếu đặt $t = \log_3 \frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

- A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. B. $t^2 - 1 < 0$. C. $\frac{t^2-1}{t} > 0$. D. $\frac{t^2+1}{t} < 0$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Sau khi đưa về cùng cơ số 4, rồi tiếp tục biến đổi về cùng cơ số 3 ta được bất phương trình

$$\log_3 \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{\log_3 \frac{x-1}{x+1}} < 0$$

Chọn đáp án A.

Câu 65. Phương trình $\log_{2x-3}(3x^2 - 7x + 3) - 2 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 2; x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1; x = 5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > \frac{3}{2}; x \neq 2$

$$\log_{2x-3}(3x^2 - 7x + 3) - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 3 = (2x-3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lần lượt thay $x = 1; x = 2$ (thuộc B, A, D) vào vế trái ta được đẳng thức sai, vậy loại B, A, D.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 18. B. 16. C. 15. D. 17.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) > 2 \Leftrightarrow \log_2 x > 4 \Leftrightarrow x > 16$$

Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 16; 15$ (thuộc B, C) vào phương trình ta được bất đẳng thức sai nên loại B, C

Thay $x = 17; 18$ vào phương trình ta được bất đẳng thức đúng

Vậy chọn đáp án D.

Câu 67. Phương trình $\frac{1}{4 - \ln x} + \frac{2}{2 + \ln x} = 1$ có tích các nghiệm là:

- A. e^3 . B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. 2 .

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0, x \neq e^{-2}; x \neq e^4$

$$\frac{1}{4 - \ln x} + \frac{2}{2 + \ln x} = 1 \Leftrightarrow \ln^2 x - 3 \ln x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 1 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ x = e^2 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1$

$$9x^{\log_9 x} = x^2 \Leftrightarrow \log_9(9x^{\log_9 x}) = \log_9(x^2) \Leftrightarrow 1 + \log_9^2 x - 2 \log_9 x = 0 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1; x \neq 3$

$$\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x \cdot (\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Loại B, A vì $x \neq 1; x \neq 3$

Loại C vì $x = 2 \Rightarrow \log_2 3 - \log_{\frac{2}{3}} 3 > 0$ Vậy chọn đáp án D.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:

- A. $x = e$. B. $x = 2$. C. $x = e^2$. D. $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1$

Đặt $x = e^t$

$$x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98 \Leftrightarrow e^{t \cdot \ln 7} + 7^{\ln e^t} = 98 \Leftrightarrow 2 \cdot 7^t = 98 \Leftrightarrow t = 2$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 2; x = e; x = \sqrt{e}$ vào phương trình ta được đẳng thức sai, vậy loại A, B, D, vậy chọn đáp án C.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [1 - \sqrt{2}; +\infty)$.

B. $S = [1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1 + \sqrt{2}]$.

D. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 2$

$$\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2[(x^2 - x - 2)(x-1)] \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 0 \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Phương pháp trắc nghiệm]

Dựa vào điều kiện ta loại A, C, D. Vậy chọn đáp án B.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$. B. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2047}{4}$. C. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2049}{4}$. D. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2047}{4}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2 - 7t - 6 = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 = 9 \\ x = 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ 8; \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right\} \Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$ là:

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $2^{x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \log_2 3 - 1$.

Ta có: $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow \log_2 \frac{4^x + 4}{2^{x+1} - 3} = x \Leftrightarrow \frac{4^x + 4}{2^{x+1} - 3} = 2^x$ (1)

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Ta có (1) $\Rightarrow t^2 + 4 = 2t^2 - 3t \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow t = 4$.

$\Leftrightarrow 2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0$ là:

A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ \log_2(2x - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > \log_{\frac{1}{2}} 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2x-1) < 1 \\ \log_2(2x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2x-1 < 2 \\ 2x-1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}. \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1)$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2 + 3x + 1 > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1) \Leftrightarrow \log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_4(2x + 1)^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 1 > 4x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D. $S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1$ (*).

Ta có: $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow (\log_x 5^3 + \log_x x) \cdot \log_{5^2} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$
 $\Leftrightarrow (3\log_x 5 + 1) \cdot \left(\frac{1}{2} \log_5 x\right) > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \log_5 x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow 2\log_5^2 x - \log_5 x < 0$
 $\Leftrightarrow 0 < \log_5 x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 5^0 < x < 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 1 < x < \sqrt{5}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; \sqrt{5})$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là :

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24} \Leftrightarrow (\log_2 x) \left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) \left(\frac{1}{3} \log_2 x\right) \left(\frac{1}{4} \log_2 x\right) = \frac{81}{24}$
 $\Leftrightarrow \log_2^4 x = 81 \Leftrightarrow \log_2 x = \pm 3 \Leftrightarrow x = 8$ hoặc $x = \frac{1}{8}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{8}; 8\right\} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 1$.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq -1$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2 \Leftrightarrow |x+1|=3 \Leftrightarrow x+1=\pm 3 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=-4$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-4; 2\}$.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x} - 6.2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng :

A. 6642.

B. $\frac{82}{6561}$.

C. 20.

D. 90.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có phương trình tương đương $2^{2\log_9 x} - 6.2^{\log_9 x} + 2^3 = 0$. (1)

Đặt $t = 2^{\log_9 x}, t > 0$. (1) $\Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$

- Với $t = 2 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x} = 2 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$.

- Với $t = 4 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x} = 2^2 \Leftrightarrow \log_9 x = 2 \Leftrightarrow x = 81$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{9; 81\} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 6642$.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

B. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$ (*). Đặt $u = \log_2 x \Rightarrow x = 2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2} - 10(2^u)^{-u} + 3 > 0 \Leftrightarrow 2^{u^2} - \frac{10}{2^{u^2}} + 3 > 0$ (1)

Đặt $t = 2^{u^2}, t \geq 1$. (1) $\Rightarrow t^2 + 3t - 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -5 \\ t > 2 \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow 2^{u^2} > 2 \Leftrightarrow u^2 > 1 \Leftrightarrow u > 1$ hoặc $u < -1$

- Với $u > 1 \Rightarrow \log_2 x > 1 \Rightarrow x > 2$

- Với $u < -1 \Rightarrow \log_2 x < -1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > 2$ hoặc $0 < x < \frac{1}{2}$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S = \left\{\frac{4}{9}\right\}$.

B. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$.

D. $S = \{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

Ta có: $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 2.3^{2+\log_2 x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 19.9^{\log_2 x}$ (1)

Chia 2 vế cho $4^{\log_2 x}$.

$$(1) \Leftrightarrow 18 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} - 4 = 0. \text{ Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} > 0. PT \Rightarrow 18t^2 + t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{9} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} = \left(\frac{4}{9}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4}. \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > 2; m > 0$

$$\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m \Leftrightarrow x = (x-2)m^2 \Leftrightarrow x = \frac{2m^2}{m^2-1}$$

Phương trình có nghiệm $x > 2$ khi $m > 1$, chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m = 0$ (thuộc C, D) vào biểu thức $\log_{\sqrt{3}} m$ không xác định, vậy loại C, D,

Thay $m = 1$ (thuộc B) ta được phương trình tương đương $x = x - 2$ vô nghiệm
Vậy chọn đáp án A.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$.

Hướng dẫn giải

$$\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4x + m - 3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$$

Vậy chọn A.

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D. $-4 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4 \Leftrightarrow mx - x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 \leq 0$$

$$x^2 - mx + 4 \leq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(mx - x^2) = 2 \Leftrightarrow -x^2 + mx - 4 = 0 (*)$$

$$\text{Phương trình (*) vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x + 3\log_4 x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. $m < \frac{13}{8}$. B. $m > \frac{13}{8}$. C. $m \leq \frac{13}{8}$. D. $0 < m < \frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 13 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{8}$

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2.5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Hướng dẫn giải

BPT $\Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2.5^x - 2) \geq m \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) + 1 \cdot \log_2(5^x - 1) \geq m$

Đặt $t = \log_2(5^x - 1)$ do $x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t) \geq m \Leftrightarrow t^2 + t \geq m \Leftrightarrow f(t) \geq m$

Với $f(t) = t^2 + t$

$f'(t) = 2t + 1 > 0$ với $t \in [2; +\infty)$ nên hàm đồng biến trên $t \in [2; +\infty)$

Nên $\text{Min} f(t) = f(2) = 6$

Do đó để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2.5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$ thì :

$m \leq \text{Min} f(t) \Leftrightarrow m \leq 6$

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + 2\log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $m > 2$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

PT có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - (m - 1) \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$x \geq 1 \Leftrightarrow 5^x - 1 \geq 4 \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 2$

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- A. $m \in [0; 2]$. B. $m \in (0; 2)$. C. $m \in (0; 2]$. D. $m \in [0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$ hay $1 \leq x \leq 3^{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 1 + 1} \leq \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq \sqrt{\log_3^2 3^{\sqrt{3}} + 1}$ hay $1 \leq t \leq 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$ ”. Ta có $PT \Leftrightarrow 2m = t^2 + t + 2$.

Xét hàm số

$f(t) = t^2 + t - 2, \forall t \in [1; 2], f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in [1; 2]$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1; 2]$.

t	1	2
$f(t)$	+	
$f(t)$	0	4

Khi đó phương trình có nghiệm khi $0 \leq 2m \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.
 Vậy $0 \leq m \leq 2$ là các giá trị cần tìm.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \in [2; +\infty)$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 2]$. D. $m \in (-\infty; 3]$.

Hướng dẫn giải

Với $x \geq 1 \Rightarrow 5^x \geq 5 \Rightarrow \log_2(5^x - 1) \geq \log_2(5 - 1) = 2$ hay $t \geq 2$.

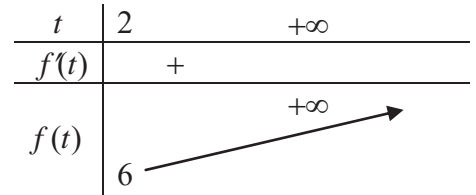
Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có nghiệm $t \geq 2$ ”.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t, \forall t \geq 2, f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \geq 2$

Suy ra hàm số đồng biến với $t \geq 2$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Vậy $m \geq 3$ là các giá trị cần tìm.



Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?

- A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó phương trình có dạng: $t^2 - (m + 2)t + 3m - 1 = 0$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta = (m + 2)^2 - 4(3m - 1) = m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 2\sqrt{2} \\ m > 4 + 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (*)$$

Với điều kiện (*) ta có: $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1 \cdot x_2) = \log_3 27 = 3$.

Theo Vi-ét ta có: $t_1 + t_2 = m + 2 \Rightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?

- A. $m \in (1; \sqrt{3}]$. B. $m \in [1; \sqrt{3})$. C. $m \in [-1; \sqrt{3})$. D. $m \in (-\sqrt{3}; 1]$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$. Khi đó phương trình tương đương: $\sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m(\log_2 x - 3)$.

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \geq 32 \Rightarrow \log_2 x \geq \log_2 32 = 5$ hay $t \geq 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t - 3)$ (*).

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t \geq 5$ ”

Với $t \geq 5$ thì (*) $\Leftrightarrow \sqrt{(t - 3) \cdot (t + 1)} = m(t - 3) \Leftrightarrow \sqrt{t - 3} \cdot (\sqrt{t + 1} - m\sqrt{t - 3}) = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t + 1} - m\sqrt{t - 3} = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{t + 1}{t - 3}}$$

Ta có $\frac{t + 1}{t - 3} = 1 + \frac{4}{t - 3}$. Với $t \geq 5 \Rightarrow 1 < 1 + \frac{4}{t - 3} \leq 1 + \frac{4}{5 - 3} = 3$ hay $1 < \frac{t + 1}{t - 3} \leq 3 \Rightarrow 1 < \sqrt{\frac{t + 1}{t - 3}} \leq \sqrt{3}$

suy ra $1 < m \leq \sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1 < m \leq \sqrt{3}$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m) - 1$ (1).

- A. $m \in [-12;13]$. B. $m \in [12;13]$. C. $m \in [-13;12]$. D. $m \in [-13;-12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1 > \frac{x^2+4x+m}{5} \\ x^2+4x+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2-4x = f(x) \\ m < 4x^2-4x+5 = g(x) \end{cases}$$

$$\text{Hệ trên thỏa mãn } \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \underset{2 < x < 3}{\text{Max}} f(x) = -12 \text{ khi } x = 2 \\ m \leq \underset{2 < x < 3}{\text{Min}} f(x) = 13 \text{ khi } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$$

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (2;5]$. B. $m \in (-2;5]$. C. $m \in [2;5)$. D. $m \in [-2;5)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7x^2+7 \geq mx^2+4x+m > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (7-m)x^2-4x+7-m \geq 0 & (2) \\ mx^2+4x+m > 0 & (3) \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

✓ $m = 7$: (2) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

✓ $m = 0$: (3) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

$$(1) \text{ thỏa } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 7-m > 0 \\ \Delta'_2 = 4-(7-m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ \Delta'_3 = 4-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \\ m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2+1) \geq \log_5(mx^2+4x+m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

- A. $m \in (2;3]$. B. $m \in (-2;3]$. C. $m \in [2;3)$. D. $m \in [-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7(x^2+1) \geq mx^2+4x+m > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (5-m)x^2-4x+5-m \geq 0 & (2) \\ mx^2+4x+m > 0 & (3) \end{cases} (*), \forall x \in \mathbb{R}.$$

✓ $m = 0$ hoặc $m = 5$: (*) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\checkmark m \neq 0 \text{ và } m \neq 5: (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-m > 0 \\ \Delta'_2 = 4-(5-m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ \Delta'_3 = 4-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$