BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM SỐ PHỨC

VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Gọi (C) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức $z = x - 1 + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z| = 1$ và N là điểm biểu diễn số phức $z_0 = 1 - i$. Tìm điểm M thuộc (C) sao cho MN có độ dài lớn nhất.

A. $M(1;1)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **C** $M(1;0)$. **D.** $M(0;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $M(x;y)$ nằm trên đường tròn $(C):(x-1)^2 + y^2 = 1$. Tâm $I(1;0)$

Do $N(1;-1) \in (C)$ nên MN có độ dài lớn nhất khi MN là đường kính, hay $I(1;0)$ là trung điểm của MN. Vậy $M(1;1)$

Lời bình: đây là bài toán tọa độ lớp 10, khi cho một đường tròn (C) và một điểm N. Tìm điểm M trên (C) sao cho MN đạt min, max.

Câu 2. Gọi (C) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức $z = x - 1 + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z| = 1$ và N là điểm biểu diễn số phức $z_0 = 5 + 3i$. M là một điểm thuộc (C) sao cho MN có độ dài lớn nhất. Khi đó độ dài MN lớn nhất bằng

A. 6. **B.** $\sqrt{34}$. **C** $3\sqrt{5}$. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $M(x;y)$ nằm trên đường tròn $(C):(x-1)^2 + y^2 = 1$. Tâm $I(1;0)$

Do $N(5;3)$ nằm ngoài (C) nên MN có độ dài lớn nhất khi $MN = NI + R = 5 + 1 = 6$.

Câu 3. Gọi (C) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức $z = x - 1 + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z| = 1$ và N là điểm biểu diễn số phức $z_0 = 5 + 3i$. M là một điểm thuộc (C) sao cho MN có độ dài bé nhất. Khi đó độ dài MN bé nhất bằng

A. 6. **B.** $\sqrt{34}$. **C** $3\sqrt{5}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $M(x;y)$ nằm trên đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2=1$. Tâm $I(1;0)$

Do $N(5;3)$ nằm ngoài (C) nên MN có độ dài bé nhất khi $MN=NI-R=5-1=4$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1+5|=5;|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$.

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{121}{6}$ **C.** $\frac{25}{6}$ **D.** $\frac{49}{6}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $z_1=a_1+b_1i,\ z_2=a_2+b_2i\ (a_1,b_1,a_2,b_2\in\mathbb{R})$.

Khi đó $|z_1+5|=5\Leftrightarrow(a_1+5)^2+b_1^2=25$.

Tập hợp điểm biểu diễn z_1 là đường tròn tâm $I(-5;0);R=5$

Cũng theo giả thiết, ta có:

$|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|\Leftrightarrow(a_2+1)^2+(b_2-3)^2=(a_2-3)^2+(b_2-6)^2$
$\Rightarrow 8a_2+6b_2-35=0.$

Tập hợp điểm biểu diễn z_2 là đường thẳng $\Delta:8x+6y-35=0$

$d(I,\Delta)=\frac{|-5.8-35|}{\sqrt{8^2+6^2}}=\frac{15}{2}\Rightarrow d(I,\Delta)>R$

$\Rightarrow \min|z_1-z_2|=d(I,\Delta)-R=\frac{5}{2}.$

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1|+|z-1|=4$. Gọi $m=min|z|$ và $M=max|z|$ khi đó $M.n$ bằng

A. 2 . **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Gọi $M=max|\bar{z}+1+i|$, $m=min|\bar{z}+1+i|$. Tính giá trị của biểu thức (M^2+n^2)

A. 28 **B.** 24 **C.** 26 **D.** 20

Câu 7. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=(1+2i)z_1-\frac{3}{2}i$?

A. $M(-2;1)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(2;1)$.

Câu 8. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1-i|=2$ và $z_2=iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1-z_2|$?

A. $m=\sqrt{2}-1$. **B.** $m=2\sqrt{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=2\sqrt{2}-2$.

Lời giải

Chọn D.

Do $|z_1+1-i|=2$ nên điểm biểu diễn M_1 của z_1 thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$ bán kính $R=2$.

Do $z_2=iz_1$ nên điểm M_2 (điểm biểu diễn của z_2) là ảnh của M_1 qua phép quay tâm O, góc quay 90^0. Suy ra $|z_1-z_2|=M_1M_2=\sqrt{2}OM_1$ ngắn nhất khi OM_1 ngắn nhất.

Ta có: $\min OM_1=R-OI=2-\sqrt{2}$.

Vậy: $m=\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-2$.

Đề xuất

Do $|z_1+1-i|=2$ nên điểm biểu diễn M_1 của z_1 thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$ bán kính $R=2$.

$|z_1-z_2|=|z_1-iz_1|=|(1-i)z_1|=\sqrt{2}|z_1|=\sqrt{2}OM\geq\sqrt{2}(R-OI)=\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-2$.

(Vẽ hình thể hiện mô tả cho phần đánh giá)

Câu 9. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $3z.\bar{z}+2017(z+\bar{z})=48-2016i$

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=\sqrt{2020}$. **C.** $|z|=\sqrt{2017}$. **D.** $|z|=2$

Lời giải

Chọn A.

- Đặt $z=a+bi$ $(a,b$ Î ¡ $)$ Þ $\bar{z}=a-bi$.

- Ta có: $3z.\bar{z}+2017(z+\bar{z})=48-2016i$

Û $3(a^2+b^2)+4034b.i=48-2016i$ Þ $a^2+b^2=16$

- Vậy $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=4$. Chọn A.

Câu 11: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $|z|+2z.\bar{z}-3=0$.

A. $|z|=\dfrac{3}{2}$.　　**B.** $|z|=\dfrac{3}{2}$.　　**C.** $|z|=1$.　　**D.** $|z|=3$.

Câu 12: Số số phức z thỏa mãn đẳng thức: $|z|^2+\dfrac{1}{2}\left(z-\overline{z}\right)=1+\dfrac{1}{2}\left(z+\overline{z}\right)i$ là

A. 1.　　**B.** 2.　　**C.** 3.　　**D.** 4.

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn điêu kiện $|z-1|=\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T=|z+i|+|z-2-i|$$

A. $\max T=8\sqrt{2}$.　　**B.** $\max T=8$.　　**C.** $\max T=4\sqrt{2}$.　　**D.** $\max T=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$, ta có:

$$|z-1|=\sqrt{2}\Leftrightarrow|x-1+yi|=\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2=2\Leftrightarrow x^2+y^2=2x+1\ (*)$$

Lại có: $T=|z+i|+|z-2-i|=|x+(y+1)i|+|x-2|+(y-1)i$

$$=\sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}$$

$$=\sqrt{x^2+y^2+2y+1}+\sqrt{x^2+y^2-4x-2y+5}$$

Kết hợp với $(*)$, ta được:

$$T=\sqrt{2x+2y+2}+\sqrt{6-2x-2y}$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhacopxki ta được

$$T\le\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left[\left(\sqrt{2x+2y+2}\right)^2+\left(\sqrt{6-2x-2y}\right)^2\right]}=4$$

Vậy $\max T=4$.

Câu 14 (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019): Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=\dfrac{4+iz}{1+z}\Rightarrow \text{w}(1+z)=4+iz\Leftrightarrow z\left(\text{w}-i\right)=4-\text{w}\Rightarrow \sqrt{2}\left|\text{w}-i\right|=\left|4-\text{w}\right|$

Đặt $\text{w}=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

Ta có $\sqrt{2}.\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{\left(x-4\right)^2+y^2}\Leftrightarrow 2\left(x^2+y^2-2y+1\right)=x^2-8x+16+y^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow\left(x+4\right)^2+\left(y-2\right)^2=34$

Vậy tập hợp điểm biễu diễn của các số phức w là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$

Câu 15: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=\left|\dfrac{z+i}{z}\right|$ với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z|\ge 2$. Tính $2M-m$.

A. $2M-m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $2M-m=\dfrac{5}{2}$. **C.** $2M-m=10$. **D.** $2M-m=6$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $P=\left|1+\dfrac{i}{z}\right|\le 1+\dfrac{1}{|z|}\le\dfrac{3}{2}$. Mặt khác: $\left|1+\dfrac{i}{z}\right|\ge 1-\dfrac{1}{|z|}\ge\dfrac{1}{2}$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{1}{2}$, xảy ra khi $z=-2i;$ giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}$ xảy ra khi $z=2i.$ $\Rightarrow 2M-m=\dfrac{5}{2}$.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z+1\right|+\left|z^2-z+1\right|$. Tính giá trị của $M.m$.

A. $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{39}{4}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{13}{4}$.

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-3\right|+\left|z+3\right|=8$. Gọi M, m lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất $|z|$. Khi đó $M+m$ bằng