

**ĐẶNG VIỆT ĐÔNG**

**PHIÊN BẢN ĐẶC BIỆT**

# **NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN-ỨNG DỤNG**

- \* CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**
- \* CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI**
- \* KIẾN THỨC TỪ CƠ BẢN ĐẾN NÂNG CAO**
- \* PHÂN LOẠI CÁC MỨC ĐỘ NHẬN THỨC**
- \* CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG**

---

**ÔN THI THPT QUỐC GIA**

**MỤC LỤC**

- 1.1 NGUYÊN HÀM ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ NG.H CƠ BẢN**
- 1.2 NGUYÊN HÀM ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ NG.H CƠ BẢN**
- 2. NGUYÊN HÀM ĐỔI BIẾN**
- 3. NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN**
- 4. TÍCH PHÂN ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ TP CƠ BẢN**
- 5. TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN**
- 6. TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN**
- 7. GTLN, GTNN – BẤT ĐẲNG THỨC TÍCH PHÂN**
- 8.1 TÍCH PHÂN HÀM ẨN ÁP DỤNG TÍNH CHẤT**
- 8.2 TÍCH PHÂN HÀM ẨN ÁP DỤNG ĐỔI BIẾN**
- 8.3 TÍCH PHÂN HÀM ẨN ÁP DỤNG TỪNG PHẦN**
- 9.1 ỨNG DỤNG TÍNH DIỆN TÍCH GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐƯỜNG**
- 9.2 ỨNG DỤNG TÍNH DIỆN TÍCH CÓ ĐỒ THỊ ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ**
- 10.1 ỨNG DỤNG TÍNH THỂ TÍCH GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐƯỜNG**
- 10.2 ỨNG DỤNG THỰC TẾ THỂ TÍCH BỞI CÁC ĐƯỜNG VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ**
- 11. ỨNG DỤNG THỰC TẾ VÀ LIÊN MÔN**

## NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

### A - KIẾN THỨC CƠ BẢN

#### 1. Nguyên hàm

**Định nghĩa:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$  ( $K$  là khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in K$ .

**Định lý:**

1) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $G(x) = F(x) + C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .

2) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì mọi nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là một hằng số.

Do đó  $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Ký hiệu  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

#### 2. Tính chất của nguyên hàm

**Tính chất 1:**  $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$  và  $\int f'(x) dx = f(x) + C$

**Tính chất 2:**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k$  là hằng số khác 0.

**Tính chất 3:**  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

#### 3. Sự tồn tại của nguyên hàm

**Định lý:** Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

#### 4. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

Nguyên hàm của hàm số sơ cấp	Nguyên hàm của hàm số hợp ( $u = u(x)$ )
$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int u^\alpha du = \frac{1}{\alpha+1} u^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u  + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$

$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$

### B - BÀI TẬP

#### DẠNG 1: SỬ DỤNG LÝ THUYẾT

- Câu 1.** Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?  
 (1): Mọi hàm số liên tục trên  $[a; b]$  đều có đạo hàm trên  $[a; b]$ .  
 (2): Mọi hàm số liên tục trên  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên  $[a; b]$ .  
 (3): Mọi hàm số đạo hàm trên  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên  $[a; b]$ .  
 (4): Mọi hàm số liên tục trên  $[a; b]$  đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên  $[a; b]$ .  
**A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.** 4.
- Câu 2.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên  $\square$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?  
**A.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .  
**B.**  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .  
**C.**  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .  
**D.**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  ( $k \neq 0; k \in \square$ ).
- Câu 3.** Cho  $f(x)$ ,  $g(x)$  là các hàm số xác định và liên tục trên  $\square$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?  
**A.**  $\int f(x) g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .                      **B.**  $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$ .  
**C.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .                      **D.**  
 $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .
- Câu 4.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?  
**A.**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k \in \square$ .  
**B.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$  với  $f(x); g(x)$  liên tục trên  $\square$ .  
**C.**  $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1} x^{\alpha + 1}$  với  $\alpha \neq -1$ .  
**D.**  $\left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$ .
- Câu 5.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  là hàm số liên tục, có  $F(x)$ ,  $G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của  $f(x)$ ,  $g(x)$ . Xét các mệnh đề sau:  
 (I).  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .  
 (II).  $k \cdot F(x)$  là một nguyên hàm của  $k \cdot f(x)$  với  $k \in \square$ .  
 (III).  $F(x) \cdot G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) \cdot g(x)$ .

Các mệnh đề đúng là

- A.** (II) và (III).      **B.** Cả 3 mệnh đề.      **C.** (I) và (III).      **D.** (I) và (II).

**Câu 6.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.**  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên  $\square$ .
- B.**  $\int f'(x) dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\square$ .
- C.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên  $\square$ .
- D.**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\square$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $f'(x) = F(x)$ ,  $\forall x \in K$ .      **B.**  $F'(x) = f(x)$ ,  $\forall x \in K$ .
- C.**  $F(x) = f(x)$ ,  $\forall x \in K$ .      **D.**  $F'(x) = f'(x)$ ,  $\forall x \in K$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  thì với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $G(x) = F(x) + C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .
- B.** Nếu  $f(x)$  liên tục trên  $K$  thì nó có nguyên hàm trên  $K$ .
- C.** Hàm số  $F(x)$  được gọi là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in K$ .
- D.** Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  thì hàm số  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .

**DẠNG 2: ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BẢNG NGUYÊN HÀM.**

**Câu 9.** Cho  $f(x) = \frac{1}{x+2}$ , chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** Trên  $(-2; +\infty)$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = \ln(x+2) + C_1$ ; trên khoảng  $(-\infty; -2)$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = \ln(-x-2) + C_2$  ( $C_1, C_2$  là các hằng số).
- B.** Trên khoảng  $(-\infty; -2)$ , một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $G(x) = \ln(-x-2) - 3$ .
- C.** Trên  $(-2; +\infty)$ , một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = \ln(x+2)$ .
- D.** Nếu  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm của của  $f(x)$  thì chúng sai khác nhau một hằng số.

**Câu 10.** Khẳng định nào đây **sai**?

- A.**  $\int \cos x dx = -\sin x + C$ .      **B.**  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ .
- C.**  $\int 2x dx = x^2 + C$ .      **D.**  $\int e^x dx = e^x + C$ .

**Câu 11.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A.**  $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}$ .      **B.**  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ .
- C.**  $\int \sin x dx = C - \cos x$ .      **D.**  $\int 2e^x dx = 2(e^x + C)$ .

**Câu 12.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.**  $\int dx = x + 2C$  ( $C$  là hằng số).      **B.**  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$  ( $C$  là hằng số;  $n \in \square$ ).