

CHỦ ĐỀ 5: PHƯƠNG TRÌNH MŨ

A – KIẾN THỨC CHUNG

1. Phương trình mũ cơ bản $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

- Phương trình có một nghiệm duy nhất khi $b > 0$.
- Phương trình vô nghiệm khi $b \leq 0$.

2. Biến đổi, quy về cùng cơ số

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow a = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$$

3. Đặt ẩn phụ

$$f[a^{g(x)}] = 0 \quad (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) = 0 \end{cases}$$

Biến đổi quy về dạng:

Ta thường gặp các dạng:

- $m.a^{2f(x)} + n.a^{f(x)} + p = 0$
- $m.a^{f(x)} + n.b^{f(x)} + p = 0$, trong đó $ab = 1$. Đặt $t = a^{f(x)}$, $t > 0$, suy ra $b^{f(x)} = \frac{1}{t}$.
- $m.a^{2f(x)} + n.(ab)^{f(x)} + p.b^{2f(x)} = 0$. Chia hai vế cho $b^{2f(x)}$ và đặt $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = t > 0$.

Đặt hai ẩn phụ đưa về phương trình tích:

- $u + v = uv + 1 \Leftrightarrow (u-1)(v-1) = 0$ với đặt $u = a^{f(x)}, v = b^{g(x)}$ $u > 0, v > 0$
- $Au + Bv = Av + Bu \Leftrightarrow (A-B)(u-v) = 0$ với đặt $u = a^{f(x)}, v = b^{g(x)}$ $u > 0, v > 0$

Đặt ẩn phụ đưa không hoàn toàn: là việc dùng một ẩn phụ chuyển phương trình ban đầu thành một phương trình với một ẩn phụ mà hệ số vẫn còn ẩn x rồi đưa về tích.

Đặt nhiều ẩn phụ đưa về hệ phương trình

4. Lôgarit hóa

- Phương trình $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$.
- Phương trình $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$
hoặc $\log_b a^{f(x)} = \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a = g(x)$.

5. Giải bằng phương pháp đồ thị

- Giải phương trình: $a^x = f(x)$ ($0 < a \neq 1$). (*)
- Xem phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $y = f(x)$. Khi đó ta thực hiện hai bước:
 - **Bước 1.** Vẽ đồ thị các hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $y = f(x)$.
 - **Bước 2.** Kết luận nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của hai đồ thị.

6. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

- **Tính chất 1.** Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên $(a; b)$ thì số nghiệm của phương trình $f(x) = k$ trên $(a; b)$ không nhiều hơn một và $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v, \forall u, v \in (a; b)$.
- **Tính chất 2.** Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến); hàm số $y = g(x)$ liên tục và luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn một.
- **Tính chất 3.** Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên D thì bất phương trình $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ (hoặc $u < v$), $\forall u, v \in D$.

7. Sử dụng đánh giá

- Giải phương trình $f(x) = g(x)$.
- Nếu ta đánh giá được $\begin{cases} f(x) \geq m \\ g(x) \leq m \end{cases}$ thì $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m \\ g(x) = m \end{cases}$.

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

Câu 1: Phương trình $3^x = 4$ có nghiệm là

- A.** $x = \log_2 3$. **B.** $x = \log_3 2$. **C.** $x = \log_4 3$. **D.** $x = \log_3 4$.

Câu 2: Phương trình $8^x = 4$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{2}{3}$. **B.** $x = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = \frac{1}{2}$. **D.** $x = -2$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là:

- A.** $x = \log_3 \frac{3}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \log_4 \frac{2}{3}$.

Câu 4: Tích các nghiệm của phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ là:

- A.** 6. **B.** 32. **C.** 12. **D.** 15.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $12 \cdot 3^x + 3 \cdot 15^x - 5^{x+1} = 20$ là:

- A.** $x = \log_3 5 - 1$. **B.** $x = \log_3 5$. **C.** $x = \log_3 5 + 1$. **D.** $x = \log_5 3 - 1$.

Câu 6: Phương trình $3^{x-2} = \frac{3}{9^x}$ có nghiệm là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 3$.

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$ là

- A.** $\{-2; 2\}$. **B.** \emptyset . **C.** $\{2; 4\}$. **D.** $\{0; 1\}$.

Câu 8: Giải phương trình $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$.

- A.** $x = \frac{6}{7}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{1}{3}$. **D.** $x = \frac{7}{6}$.

- Câu 9:** Phương trình $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$ có nghiệm là
A. $\log_{15} 35$. B. $\log_{21} 5$. C. $\log_{21} 35$. D. $\log_{15} 21$.
- Câu 10:** Tìm các nghiệm của phương trình $2^{x-2} = 8^{100}$.
A. $x = 204$. B. $x = 102$. C. $x = 302$. D. $x = 202$.
- Câu 11:** Tìm nghiệm của phương trình $2^x = (\sqrt{3})^x$.
A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 2$.
- Câu 12:** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là:
A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 13:** Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.
A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 10$.
- Câu 14:** Cho phương trình: $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng
A. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
B. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.
C. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.
D. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.

PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

- Câu 15:** Kí hiệu x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $3^{x^2-4} = \pi^{\log_x 243}$. Tính giá trị của biểu thức $M = x_1 x_2$.
- A. $M = 9$. B. $M = -25$. C. $M = -3$. D. $M = -9$.
- Câu 16:** Tìm tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2}$.
- A. $\left\{-\frac{2}{11}\right\}$. B. $\left\{\frac{2}{11}\right\}$. C. $\left\{\frac{11}{2}\right\}$. D. $\left\{-\frac{11}{2}\right\}$.
- Câu 17:** Tìm tập nghiệm của phương trình $2^{(x-1)^2} = 4^x$.
- A. $\{4 + \sqrt{3}, 4 - \sqrt{3}\}$. B. $\{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$. C. $\{-4 + \sqrt{3}, -4 - \sqrt{3}\}$. D. $\{-2 + \sqrt{3}, -2 - \sqrt{3}\}$.
- Câu 18:** Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$ là
- A. $-\frac{2}{5}$. B. 4. C. $-\frac{1}{8}$. D. 1.
- Câu 19:** Phương trình $(0.2)^{x+2} = (\sqrt{5})^{4x-4}$ tương đương với phương trình:
- A. $5^{-x+2} = 5^{2x-2}$. B. $5^{-x-2} = 5^{2x-2}$. C. $5^{-x-2} = 5^{2x-4}$. D. $5^{-x+2} = 5^{2x-4}$.
- Câu 20:** Phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ có nghiệm là
- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.
- Câu 21:** Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $(3^x)^{x-1} = 64$ thì giá trị của S là
- A. $\frac{1}{2}$. B. -6. C. -3. D. 1.
- Câu 22:** Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.
- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$.
- Câu 23:** Nghiệm của phương trình $4^{2x-m} = 8^x$ là
- A. $x = -m$. B. $x = -2m$. C. $x = 2m$. D. $x = m$.
- Câu 24:** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{2-2x} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x-2}$ là
- A. $\left\{\frac{8}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{8}{3}\right\}$. C. $\{4\}$. D. $\{2\}$.
- Câu 25:** Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-5x+6} = 1$ là
- A. $\{1; 2\}$. B. $\{1; 6\}$. C. $\{-6; -1\}$. D. $\{2; 3\}$.
- Câu 26:** Phương trình $2^{x^2-9x+16} = 4$ có nghiệm là
- A. $x = 2, x = 7$. B. $x = 4, x = 5$. C. $x = 1, x = 8$. D. $x = 3, x = 6$.
- Câu 27:** Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$.
- A. 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 28: Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 29: Nghiệm của phương trình $2^{3x-1} = 32$ là:

- A. $x = 11$ B. $x = 2$ C. $x = \frac{31}{3}$ D. $x = \frac{4}{3}$

Câu 30: Tìm nghiệm của phương trình $\frac{3^{2x-6}}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.

Câu 31: Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 10$.

Câu 32: Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

- A. $-\frac{8}{5}$. B. $\frac{12}{5}$. C. 3. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 33: Phương trình $\begin{cases} \log_3 |t| = u \\ \log_5 (t+2) = u \end{cases} \Rightarrow$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} |t| = 3^u \\ t+2 = 5^u \end{cases}$. B. $\Rightarrow |5^u - 2| = 3^u$. C. \Rightarrow . D. $\begin{cases} 5^u - 2 = 3^u \\ 5^u - 2 = -3^u \end{cases}$.

Câu 34: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng:

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 35: Tìm các giá trị của m để phương trình $2^{x+1} = m \cdot 2^{x+2} - 2^{x+3}$ luôn thỏa mãn $\forall x \in \mathbb{R}$

- A. $m = 3$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{5}{2}$ D. $m = 2$

Câu 36: Cho phương trình: $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.
B. Tổng các nghiệm của phương trình là một số nguyên.
C. Nghiệm của phương trình là các số vô tỉ.
D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 37: Phương trình $2^{8-x^2} \cdot 5^{8-x^2} = 0,001 \cdot (10^5)^{1-x}$ có tổng các nghiệm là:

- A. 5. B. 7. C. -7. D. -5.

Câu 38: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 39: Cho phương trình: $2 \cdot 3^{x+1} - 15^x + 2 \cdot 5^x = 12$, giá trị nào gần với tổng 2 nghiệm của phương trình trên nhất?

- A. 1.75 B. 1.74 C. 1.73 D. 1.72

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình: $2^{mx^2-4x-2m} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{-4}}$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $0 \leq m < 1$ D. $m = 2$