

## TOÁN TỔNG HỢP VỀ PP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

## DẠNG 1: XÉT VTPT GIỮA 2 MP

**Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): x - 2y + 2z - 5 = 0$ . Xét mặt phẳng  $(Q)$ :  $mx - y + z - m = 0$ , là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(Q)$  vuông góc với  $(P)$ .

- A.  $m = -4$ .                      B.  $m = 4$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$ .

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Q)$  là  $\vec{n}_{(Q)} = (m; -1; 1)$ .

Để mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  thì  $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow m + 2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -4$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$  và  $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$ .

Tìm  $m$  để  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.

- A.  $m = -2$ .                      B. Không tồn tại  $m$ .  
C.  $m = 1$ .                      D.  $m = 2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một VTPT là  $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$ .

Mặt phẳng  $(\beta)$  có một VTPT là  $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$ .

Ta có  $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow m \in \emptyset$ .

**Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$  và  $(\beta): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ .  $(\alpha)$  vuông góc  $(\beta)$  khi

- A.  $|m| = \sqrt{3}$ .                      B.  $|m| = 1$ .                      C.  $|m| = \sqrt{2}$ .                      D.  $|m| = 2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

$(\alpha)$  có VTPT  $\vec{n}_\alpha(2; m^2; -2)$ .

$(\beta)$  có VTPT  $\vec{n}_\beta(m^2; -1; m^2 - 2)$ .

$(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - m^2 - 2m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow |m| = 2$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ . Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $2x - y - z + 1 = 0$ .                      B.  $2x + 2y + 2z - 1 = 0$ .  
C.  $x - y - z + 1 = 0$ .                      D.  $2x - y + z + 1 = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT là  $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$ .

Mặt phẳng  $(\beta)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  khi và chỉ khi  $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0$ .

Nhận thấy mặt phẳng  $(\beta): 2x - y - z + 1 = 0$  có VTPT  $\vec{n}_{(\beta)} = (2; -1; -1)$  thì  $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A$  trùng với gốc tọa độ. Cho  $B(a;0;0)$ ,  $D(0;a;0)$ ,  $A'(0;0;b)$  với  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $CC'$ . Xác định tỉ số  $\frac{a}{b}$  để  $(A'BD)$  vuông góc với  $(BDM)$ .

A.  $\frac{a}{b} = -1$

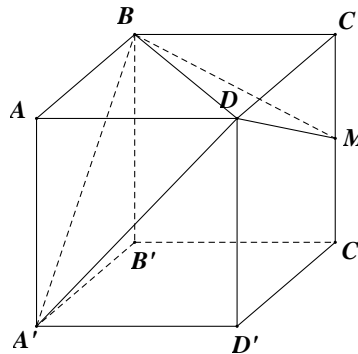
B.  $\frac{a}{b} = 2$

C.  $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

D.  $\frac{a}{b} = 1$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có:  $(A'BD): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = 1 \Leftrightarrow bx + by + az - ab = 0$ .

Nên  $\vec{n}_1 = (b; b; a)$  là vectơ pháp tuyến của  $(A'BD)$ .

Để thấy  $C(a; a; 0)$ ,  $C' = (a; a; b)$  nên  $M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$ . Khi đó  $\vec{BD} = (-a; a; 0)$ ,  $\vec{BM} = \left(0; a; \frac{b}{2}\right)$ .

$[\vec{BD}, \vec{BM}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2\right)$  nên  $\vec{n}_2 = (b; b; -2a)$  là vectơ pháp tuyến của  $(BDM)$ .

Do  $(A'BD)$  vuông góc với  $(BDM)$  nên  $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Rightarrow 2b^2 - 2a^2 = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1$ .

**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$  và  $(Q): 2x - y + 3 = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Để  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau thì giá trị thực của  $m$  bằng bao nhiêu?

A.  $m = -1$ .

B.  $m = -5$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = 3$ .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; m+1; -2)$ .

Mặt phẳng  $(Q)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$ .

Để  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau thì ta có  $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot 2 + (m+1) \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$  và  $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ . Tìm giá trị của các tham số  $m, n$  để  $(P)$  và  $(Q)$  song song.

A.  $m = 4, n = 3$ .

B.  $m = -4, n = 4$ .

C.  $m = 4, n = -4$ .

D.  $m = -4, n = 3$ .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song khi và chỉ khi  $\frac{2}{n} = \frac{m}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2} \Leftrightarrow m = 4, n = -4$ .

- Câu 8:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điều kiện của  $m$  để hai mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z = 0$  và  $(Q): x + y + mz + 1 = 0$  cắt nhau là
- A.  $m = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $m \neq -\frac{1}{2}$ .                      C.  $m \neq \frac{1}{2}$ .                      D.  $m \neq -1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$ , Mặt phẳng  $(Q)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_q = (1; 1; m)$ . Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến không cùng phương  $\Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}$ .

- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$ ;  $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$
- Vị trí tương đối của  $(P)$  &  $(Q)$  là
- A. Cắt nhưng không vuông góc.                      B. Vuông góc.  
C. Trùng nhau.                      D. Song song.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

$$\vec{n}_{(P)} = (2; -3; 1); \vec{n}_{(Q)} = (5; -3; -2) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} \neq k \cdot \vec{n}_{(Q)} (k \neq 0).$$

$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} \neq 0$ . Vậy vị trí tương đối của  $(P)$  &  $(Q)$  là cắt nhưng không vuông góc.

- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$ . Xét mặt phẳng  $(Q): 2x - 6y + mz - m = 0$ ,  $m$  là tham số thực. Tìm  $m$  để  $(P)$  song song với  $(Q)$ .
- A.  $m = 2$ .                      B.  $m = 4$ .                      C.  $m = -6$ .                      D.  $m = -10$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

VTPT của  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt là:  $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$ ,  $\vec{n}_{(Q)} = (2; 6; m)$ .

$$\text{Để } (P) // (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = k \vec{n}_{(Q)} \\ 3 \neq km \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$  và  $(Q): mx - ny - 6z + 2 = 0$ . Giá trị của  $m$ ,  $n$  sao cho  $(P)$  song song với  $(Q)$  là:
- A.  $m = 4$ ;  $n = -8$                       B.  $m = n = 4$                       C.  $m = -4$ ;  $n = 8$                       D.  $m = n = -4$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

$(P)$  song song với  $(Q)$  khi và chỉ khi:  $\frac{m}{2} = \frac{-n}{4} = \frac{-6}{3} \neq \frac{2}{-5}$ .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} \frac{m}{2} = -2 \\ \frac{-n}{4} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 8 \end{cases}.$$

**DẠNG 2: XÉT VTTĐ GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG**

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$  và

$$d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

- A.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau. B.  $d_1 \equiv d_2$ .  
 C.  $d_1 \perp d_2$ . D.  $d_1 // d_2$ .

**Hướng dẫn giải****Chọn D**

$d_1$  qua  $M_1(1; -2; 3)$  có VTCP là  $\vec{u}_1(2; 3; 4)$ .

$d_2$  qua  $M_2(3; 5; 7)$  có VTCP là  $\vec{u}_2(4; 6; 8)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1; \vec{M}_1\vec{M}_2] \neq \vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow d_1 // d_2.$$

**Câu 13:** Cho 2 đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$  và  $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ . Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .

- A.  $d$  vuông góc với  $d'$ . B.  $d$  song song với  $d'$ .  
 C.  $d$  và  $d'$  chéo nhau. D.  $d$  và  $d'$  cắt nhau.

**Hướng dẫn giải****Chọn D**

$d$  qua  $A(1; 3; 7)$  có VTCP  $\vec{a}_d = (2; 4; 1)$ .

$d'$  qua  $B(6; -2; -1)$  có VTCP  $\vec{a}_{d'} = (3; 1; -2)$ .

Đễ dàng nhận thấy  $\vec{a}_d$  và  $\vec{a}_{d'}$  không cùng phương với nhau.

Lại có  $\overline{AB} \cdot [\vec{a}_d; \vec{a}_{d'}] = 0$ .

Nên  $d$  và  $d'$  cùng nằm trên một mặt phẳng, Mà  $\vec{a}_d \cdot \vec{a}_{d'} = 8 \neq 0$ .

Do đó  $d$  và  $d'$  cắt nhau.

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng có phương trình  $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$

và  $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $d$  và  $d'$  chéo nhau. B.  $d$  trùng  $d'$ .  
 C.  $d$  song song  $d'$  D.  $d$  cắt  $d'$ .

**Lời giải****Chọn A**

Đường thẳng  $d_1$  qua  $M(1; 2; 0)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ .

Đường thẳng  $d_2$  qua  $N(1; 3; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$ .

Ta có:  $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (8; 4; 0) \neq \vec{0}$ ,  $\overline{MN} = (0; 1; 1) \Rightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overline{MN} = 4 \neq 0$

Nên suy ra  $d$  và  $d'$  chéo nhau.

- Câu 15:** Cho hai đường thẳng  $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  và  $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$  Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A.  $d_1$  cắt  $d_2$ . B.  $d_1 \perp d_2$ .  
 C.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau. D.  $d_1$  trùng  $d_2$ .

**Hướng dẫn giải****Chọn D**

Ta có  $d_1$  đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và có VTCP là  $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$ .

$d_2$  đi qua điểm  $B(3; 5; 7)$  và có VTCP là  $\vec{u}_2 = (4; 6; 8)$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} \vec{n}_2 = 2\vec{n}_1 \\ A \in d_2 \end{cases} \text{ nên } d_1 \equiv d_2.$$

- Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$  và  $d' : \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$ . Mệnh đề nào

sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  chéo nhau.  
 B. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau.  
 C. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  cắt nhau.  
 D. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  trùng nhau.

**Lời giải****Chọn B**

Đường thẳng  $d$  có VTCP  $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$ .

Đường thẳng  $d'$  có VTCP  $\vec{u}_2 = (2; 2; -2)$ .

Ta có  $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$  nên đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song hoặc trùng nhau.

Chọn điểm  $M(1; 2; 3)$  thuộc đường thẳng  $d$ , thay tọa độ điểm  $M$  vào phương trình đường

$$\text{thẳng } d', \text{ ta có } d' : \begin{cases} 1 = 1 + 2t' \\ 2 = -1 + 2t' \\ 3 = 2 - 2t' \end{cases} \text{ vô nghiệm, vậy } M \text{ không thuộc đường thẳng } d' \text{ nên 2 đường}$$

thẳng song song nhau.

- Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Cho hai đường thẳng  $d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$  và  $d_2 : \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t' \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d_1 \equiv d_2$ . B.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau.  
 C.  $d_1 \parallel d_2$ . D.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau.

**Hướng dẫn giải****Chọn B**

Ta có  $\vec{u}_1 = (1; -1; 0)$  và  $\vec{u}_2 = (0; 0; 1) \Rightarrow \vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  không cùng phương.

$\Rightarrow d_1$  và  $d_2$  chéo nhau hoặc cắt nhau (1).

Xét hệ phương trình.