PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A – KIẾN THỨC CHUNG

Định nghĩa :

Phương trình ttham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{a}\neq\vec{0}$

$$\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t \quad (t\in R)\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$$

Nếu a_1, a_2 , a_3 đều khác không .Phương trình đường thẳng Δ viết dưới dạng chính tắc như sau:

$$\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}=\frac{z-z_0}{a_3}$$

Ngoài ra đường thẳng còn có dạng tổng quát là : $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$ với $\forall A_1,B_1,C_1,A_2,B_2,C_2$ thỏa $A_1^2+B_1^2+C_1^2>0$, $A_2^2+B_2^2+C_2^2>0$.

1. Vị Trí tương đối của hai đường thẳng:

Chương trình cơ bản	**Chương trình nâng cao**
1)Vị trí tương đối của hai đường thẳng. Trong Kg Oxyz cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_o+a_1t\\ y=y_o+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$ $d':\begin{cases}x=x_o'+a_1't'\\ y=y_o'+a_2't'\\ z=z_o'+a_3't'\end{cases}$ vtcp $\vec{u}$ đi qua M_o và d'có vtcp $\vec{u'}$ đi qua M_o' ➢ **$\vec{u},\vec{u'}$ cùng phương** ▪ d // d' ⇔ $\begin{cases}\vec{u}=k\vec{u'}\\ M_0\notin d'\end{cases}$ ▪ d ≡ d' ⇔ $\begin{cases}\vec{u}=k\vec{u'}\\ M_0\in d'\end{cases}$ ➢ **$\vec{u},\vec{u'}$ Không cùng phương** $\begin{cases}x_o+a_1t=x_o'+a_1't'\\ y_o+a_2t=y_o'+a_2't'\\ z_0+a_3t=z_o'+a_3't'\end{cases}$ (I) ▪ d chéo d' ⇔ Hệ Ptrình (I) vô nghiệm ▪ d cắt d' ⇔ Hệ Ptrình (I) có một nghiệm	**1)Vị trí tương đối của hai đường thẳng.** Trong Kg Oxyz cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_o+a_1t\\ y=y_o+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$ $d':\begin{cases}x=x_o'+a_1't'\\ y=y_o'+a_2't'\\ z=z_o'+a_3't'\end{cases}$ vtcp $\vec{u}$ đi qua M_o và d'có vtcp $\vec{u'}$ đi qua M_o' ➢ (d) // (d') ⇔ $\begin{cases}[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}\\ M_o\notin d'\end{cases}$ ➢ (d) ≡ (d') ⇔ $\begin{cases}[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}\\ M_0\in d'\end{cases}$ ➢ (d) cắt (d') ⇔ $\begin{cases}\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\neq 0\\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_0'}=0\end{cases}$ ➢ (d) chéo (d') ⇔ $\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$

2. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Phương pháp 1	**Phương pháp 2**

Trong Kg Oxyz cho

$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

và $d: \begin{cases} x = x_o + a_1 t \\ y = y_o + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

Phương trình

$A(x_0 + a_1 t) + B(y_0 + a_2 t) + C(z_0 + a_3 t) + D = 0$

(1)

- P.trình (1) vô nghiệm thì d // (α)
- P.trình (1) có một nghiệm thì d cắt (α)
- P. trình (1) cóvôsốnghiệm thìd thuộc(α)

Đặc biệt :

$(d) \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{n}$ cùng phương

Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d qua M($x_0;y_0;z_0$) có vtcp $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

và $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có vtpt $\vec{n} = (A; B; C)$

- (d) cắt (α) $\Leftrightarrow$ $\vec{a}.\vec{n} \neq 0$
- (d) // (α) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \vec{a}.\vec{n} = 0 \\ M \notin (\alpha) \end{cases}$
- (d) nằm trên mp(α) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \vec{a}.\vec{n} = 0 \\ M \in (\alpha) \end{cases}$

3. Khoảng cách :

- Khoảng cách từ M$_0$($x_0;y_0;z_0$) đến mặt phẳng (α): Ax+By+Cz+D=0 cho bởi côngthức

$$d(M_0, \alpha) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- Khoảng cách từ M đến đường thẳng (d)

Phương pháp 1 :

- Lập ptmp(α) đi qua M và vuông góc với d.
- Tìm tọa độ giao điểm H của mp(α) và d
- d(M, d) =MH

- Khoảng cách từ M đến đường thẳng (d)

Phương pháp 2 :

(d đi qua M$_0$ có vtcp $\vec{u}$)

$$d(M, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|}$$

- Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau

Phương pháp 1:

d đi qua M($x_0;y_0;z_0$); cóvtcp $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

d'qua M'($x'_0;y'_0;z'_0$) ; vtcp $\vec{a'} = (a'_1; a'_2; a'_3)$

- Lập ptmp(α) chứa d và song song với d'
- d(d,d')= d(M',(α))

- Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau

Phương pháp 2:

d đi qua M($x_0;y_0;z_0$); cóvtcp $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

d'qua M'($x'_0;y'_0;z'_0$) ; vtcp $\vec{a'} = (a'_1; a'_2; a'_3)$

$$\boxed{d(\Delta, \Delta') = \frac{|[\vec{a}, \vec{a'}].\overrightarrow{MM'}|}{|[\vec{a}, \vec{a'}]|} = \frac{V_{hop}}{S_{day}}}$$

4. Góc giữa hai đường thẳng:

- Góc giữa hai đường thẳng

(Δ) đi qua M($x_0;y_0;z_0$) có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

(Δ') đi qua M'($x'_0;y'_0;z'_0$) có VTCP $\vec{a'} = (a'_1; a'_2; a'_3)$

$$\cos\varphi = |\cos(\vec{a}, \vec{a'})| = \frac{|\vec{a}.\vec{a'}|}{|\vec{a}|.|\vec{a'}|} = \frac{|a_1.a'_1 + a_2.a'_2 + a_3.a'_3|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{a'^2_1 + a'^2_2 + a'^2_3}}$$

5. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

(Δ) đi qua M_0 có VTCP $\vec{a}$, mp(α) có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$

Gọi φ là góc hợp bởi (Δ) và mp(α)

$$\sin\varphi=\left|\cos(\vec{a},\vec{n})\right|=\frac{\left|Aa_1+Ba_2+Ca_3\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: TÌM VTCP, CÁC VẤN ĐỀ VỀ LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=2-t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vecto chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}=(1;\ 0;\ -1)$. **B.** $\vec{u}=(0;\ 0;\ 2)$. **C.** $\vec{u}=(0;\ 1;\ 2)$. **D.** $\vec{u}=(0;\ 1;\ -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dễ thấy vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(0;\ 1;\ -1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-2t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-4t\\z=1+3t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\text{qua } A(1;-2;1)\\ \text{VTCP } \overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;1)\end{cases}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y-5}{4}=\dfrac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u}=(7;-4;-5)$. **B.** $\vec{u}=(5;-4;-7)$. **C.** $\vec{u}=(4;5;-7)$. **D.** $\vec{u}=(7;4;-5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$d:\dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y-5}{4}=\dfrac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(7;4;-5)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $A(-2;2;0)$ **B.** $B(2;2;0)$ **C.** $C(-3;0;3)$ **D.** $D(3;0;3)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\dfrac{3-2}{1}=\dfrac{0+2}{2}=\dfrac{3}{3}=1$ nên đường thẳng d đi qua điểm D.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d :$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $Q(-1;0;-5)$ **B.** $M(-2;1;3)$ **C.** $N(2;-1;-3)$ **D.** $P(5;-2;-1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhận xét N,P,Q thuộc đường thẳng d.

Tọa độ điểm M không thuộc đường thẳng d.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vecto $\vec{a}$ nào dưới đây là một vecto chỉ phương?

A. $\vec{a}=(-1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(1;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$ nên trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AI}=(-1;1;0)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$. **B.** d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P). **D.** $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P).

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng AB..

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-4}{-5}$. **B.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=4+5t \end{cases}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{-5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương là : $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-5}$.

Vậy đáp án D **không phải** là phương trình đường thẳng AB..

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d?

A. $N(1;0;1)$. **B.** $F(3;-4;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $E(2;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $E\left(2;-2;3\right)$ vào $d\Rightarrow \dfrac{2-1}{1}=\dfrac{-2}{-2}=\dfrac{3-1}{2}\Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **A.**

Thay tọa độ điểm $N\left(1;0;1\right)$ vào $d\Rightarrow \dfrac{1-1}{1}=\dfrac{0}{-2}=\dfrac{1-1}{2}\Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **B.**

Thay tọa độ điểm $F\left(3;-4;5\right)$ vào $d\Rightarrow \dfrac{3-1}{1}=\dfrac{-4}{-2}=\dfrac{5-1}{2}\Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **C.**

Thay tọa độ điểm $M\left(0;2;1\right)$ vào $d\Rightarrow \dfrac{0-1}{1}=\dfrac{2}{-2}=\dfrac{1-1}{2}\Rightarrow$ không thỏa mãn nên chọn **D.**

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{2-z}{1}$. Véctơ nào sau đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\left(d\right)$?

A. $\overrightarrow{u_d}=\left(-2;3;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_d}=\left(-1;1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_d}=\left(2;-3;1\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_d}=\left(-2;-3;-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\left(d\right):\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$ suy ra $\overrightarrow{u_d}=\left(2;-3;1\right)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=1+t\\z=2+2t\end{cases}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=1+t\\z=2+2t\end{cases}$ đi qua điểm $A\left(-1;2;4\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;1;2\right)$ nên có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{2}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\left(d\right)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-6}{2}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\left(d\right)$?

A. $\vec{u}=\left(5;-1;6\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(3;-4;2\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(-5;1;-6\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(3;4;2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B