140 CÂU TRẮC NGHIỆM VEC TƠ TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ VUÔNG GÓC CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

C. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).

D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

Câu 2. Mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) khi a và b song song (hoặc a trùng với b).

C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì a và b song song.

Câu 3. Mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.

B. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) khi mặt phẳng (R) song song với mặt phẳng (Q) (hoặc (R) trùng với (Q)).

C. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) thì mặt phẳng (R) song song với mặt phẳng (Q).

D. Cả ba mệnh đề trên đều đúng.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là α. Khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau:

A. $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\tan\alpha = 1$ **C.** $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **D.** $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét mặt phẳng $(A'BD)$, trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các mặt của hình lập phương bằng nhau.

B. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các mặt của hình lập phương bằng nhau.

C. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và các mặt phẳng chứa các mặt của hình lập phương bằng α mà $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có một mặt bên vuông góc với đáy. Xét bốn mặt phẳng chứa bốn mặt bên và mặt phẳng chứa mặt đáy. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Có hai cặp mặt phẳng vuông góc nhau.

B. Có ba cặp mặt phẳng vuông góc nhau.

C. Có bốn cặp mặt phẳng vuông góc nhau.

D. Có năm cặp mặt phẳng vuông góc nhau.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$, hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DH}$?

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 120^0. **D.** 60^0.

Câu 8. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a//b$.

B. Nếu $a//b$, $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a//b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) và $c//(\alpha)$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC, ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa SB và AC.

A. 60^0. **B.** 120^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC, ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là

A. 120^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'CD'$. Giả sử tam giác $AB'C, A'DC'$ là các tam giác nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

B. $AB'C$. **B.** $DA'C$. **C.** $BB'C$. **D.** DAC.

Câu 12. Trong các mện đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, CA và BD. Khi đó góc giữa AB và CD là:

A. JIK. **B.** ABC. **C.** IJK. **D.** JKI.

Câu 14. Cho một hình thoi $ABCD$ cạnh a và một điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa hình thoi sao cho $SA = a$ và vuông góc với (ABC). Tính góc giữa SD và BC

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** $\arctan\sqrt{2}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ .Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, AD và AC. Cho $AB = 2a$, $CD = 2a\sqrt{2}$ và $MN = a\sqrt{5}$. Tính góc $\varphi = \left(AB, CD\right)$

A. 135°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC đều cạnh a. Tính góc giữa SB và (ABC)

A. $\arctan 2$. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC đều cạnh a. Tính $\tan\left(SC, (SAB)\right)$?

A. $\sqrt{\frac{3}{5}}$. **B.** $\sqrt{\frac{5}{3}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC). Tính $\cos\varphi$?

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SBC)?

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SDC)?

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 21. Cho ba tia Ox, Oy, Oz trong không gian sao cho $xOy = 120^\circ$, $zOy = 90^\circ$, $xOz = 60^\circ$ Trên ba tia ấy lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC = a$. Gọi α, β lần lượt là góc giữa mặt phẳng (ABC) với mặt phẳng (OBC) và mặt phẳng (OAC). Tính $\tan\alpha \cdot \tan\beta$?

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{\frac{3}{2}}$. **D.** 1.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SD và BC

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Tính góc giữa hai đường thẳng IJ và BD

A. 90°. **B.** 60°. **C.** $\arctan\frac{1}{3}$. **D.** 45°.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD=\frac{4}{3}AB$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, AC, DB. Biết $IK=\frac{5}{6}AB$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD và IJ

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và $C'D'$

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính góc giữa hai đường thẳng BD và AD'

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, $C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AP

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, $C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng DN và $A'P$

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Tính cosin góc tạo bởi SC và mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{8}}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 30. Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với $(ABCD)$ cà $SA=a\sqrt{6}$. Tính sin của góc tạo bởi AC và mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC cân đỉnh $A, ABC=\alpha$, BC' tạo đáy góc β. Gọi I là trung điểm của AA', biết $BIC=90^0$. Tính $\tan^2\alpha+\tan^2\beta$

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA là đường cao và đáy là tam giác ABC vuông tại B. Cho $BSC=45^0$, gọi $ASB=\alpha$. Tìm $\sin\alpha$ để góc giữa hai mặt phẳng (ASC) và (BSC) bằng 60^0

A. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{9}$. D. $\sin\alpha=\frac{1}{5}$.

Câu 33. Cho mặt phẳng (P) và hai điểm A,B không nằm trong (P). Đặt $d_1=d(A;(P))$ và $d_2=d(B;(P))$. Trong các kết luận sau thì kết luận nào đúng?

A. $\frac{d_1}{d_2}=1$ khi và chỉ khi $AB//(P)$.

B. $\frac{d_1}{d_2} \neq 1$ khi và chỉ khi đoạn thẳng AB cắt (P).

C. $\frac{d_1}{d_2} \neq 1$ khi đoạn thẳng AB cắt (P).

D. Nếu đường thẳng AB cắt (P) tại điểm I thì $\frac{IA}{IB} = \frac{d_1}{d_2}$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Giả sử $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng:

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{7}{11}$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' là:

A. $\frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$. **B.** $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. **C.** $\frac{bc}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{21}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{3}$.

B. Độ dài $AC' = a\sqrt{3}$.

C. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng $a\sqrt{2}$.

D. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\frac{3a}{2}$.

Câu 38. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (BCD). Độ dài cạnh AA' là:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $AC \perp BD$. Tính MN.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a. Tính tích $AB.EG$?

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $2a^2$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 3$. Góc giữa AB và CD bằng 60°. Điểm M nằm trên đoạn BC sao cho $BM = 2MC$. Mặt phẳng (P) qua M song song với AB và CD cắt AC, AD và BD lần lượt tại N, P, Q. Tính diện tích $MNPQ$?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$, $AB = CD = 6$; M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = xBC\,(0 < x < 1)$. Mặt phẳng (P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, AC, AD, BD tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác $MNPQ$ là:

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA \perp (ABC)$, $AC = AD = 4$, $AB = 3$, $CD = 5$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $\frac{12}{\sqrt{34}}$. **C.** $\frac{6}{\sqrt{34}}$. **D.** $\frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$, $AB = BC = 2a$, $ABC = 120^\circ$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC).

A. a. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{3a}{7}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$, cạnh SD vuông góc với $(ABCD)$, $SD = a$. Tính $d(A;(SBC))$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của SC đến (SBD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC đôi một vuông góc và $SA = AB = BC = 1$. Tính độ dài SC.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 51. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC$ và $BCD = 60^\circ$, $ADC = 90^\circ$, $ADB = 120^\circ$. Trong các mặt của tứ diện đó:

A. Tam giác ABD có diện tích lớn nhất. **B.** Tam giác ACD có diện tích lớn nhất.
C. Tam giác BCD có diện tích lớn nhất. **D.** Tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối diện vuông góc. Cắt tứ diện đó bằng một mặt phẳng song song với một cặp cạnh đối diện còn lại của tứ diện. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Thiết diện là hình thang. **B.** Thiết diện là hình bình hành.
C. Thiết diện là hình chữ nhật. **D.** Thiết diện là hình vuông.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với đáy lớn $AD = 2a$ $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC).

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 55. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh OA, OB, OC. Gọi h là khoảng cách từ O đến (ABC) thì h có giá trị là:

A. $h = \sqrt{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}}$. **B.** $h = \sqrt{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}}$.

C. $h = \sqrt{\dfrac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2b^2c^2}}$. **D.** $h = \dfrac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, đường chéo $AC = a$, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi I là trung điểm của AB. Tính khoảng cách từ I đến (SBC).

A. $\dfrac{3a\sqrt{13}}{26}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{13}}{26}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{13}}{16}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 2a$, $CD = a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60^o. Gọi I là trung điểm của AD, hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC).

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{15}}{10}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{10}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 58. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp để điền vào đẳng thức vectơ : $\overrightarrow{MN} = k\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right)$

A. $k = \dfrac{1}{2}$. **B.** $k = \dfrac{1}{3}$. **C.** $k = 3$. **D.** $k = 2$.

Câu 59. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào sau đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thoả mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = 0$.

B. Tồn tại ba số thực m, n, p thoả mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = 0$.

C. Tồn tại ba số thực m, n, p thoả mãn $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = 0$.

D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy.

Câu 60. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}.$ Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{B'C}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$ **B.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$

C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$ **D.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$

Câu 61. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC.

B. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$.

C. Vì $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

D. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$.

Câu 62. Hãy chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây:

A.Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương..

B.Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ $\vec{0}$..

C.Vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ luôn luôn đồng phẳng với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

D.Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vectơ $\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{C'A'},\overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 63. Trong các kết luận sau đây, kết luận nào đúng?.

Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a. Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng:.

A. a^2. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$. G ọi O là giao điểm của AC và BD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?.

A.Nếu $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SC}+2\overrightarrow{SD}=6\overrightarrow{SO}$ th ì $ABCD$ l à h ình thang.

B.Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

C.Nếu $ABCD$ là h ình thang thì $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SC}+2\overrightarrow{SD}=6\overrightarrow{SO}$.

D.Nếu $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 65. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?.

A.Từ hệ thức $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

B.Vì $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}=\vec{0}$ nên N là đoạn trung điểm của đoạn MP.

C.Vì I là trung điểm của đoạn AB nên từ một điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$..

D.Vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ nên bốn điểm A,B,C,D cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 66. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a};\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?.

A. M là trung điểm của BB'..

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

D. M là trung điểm của CC'.

Câu 67. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữ cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$?.

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 68. Trong không gian cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABC'D'$ có cạnh chung AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm O và O'. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{OO'}$?.

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $ASB=BSC=CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$?.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?.

A. $120°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạch đều bằng **A.**Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ,CD) bằng:

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 72. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $AB'C$. **B.** $DA'C'$. **C.** $BB'D$. **D.** BDB'.

Câu 73. Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề đúng là?.

A. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.
B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?
A. $120°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc (MN,SC) bằng:
A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 76. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định sai?
A. Góc giữa AC và B_1D_1 bằng $90°$.
B. Góc giữa B_1D_1 và AA_1 bằng $60°$.
C. Góc giữa AD và B_1C bằng $45°$.
D. Góc giữa BD và A_1C_1 bằng $90°$.

Câu 77. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ là:
A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3}{4}a^2$. **D.** $\frac{3}{2}a^2$.

Câu 78. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?.
A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a vuông góc với c.
B. Cho ba đường thẳng a,b,c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c.
C. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì a vuông góc với c.
D. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a,b).

Câu 79. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?
A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD, α là góc giữa AC và BM. Chọn khẳng định đúng?
A. $cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\alpha = 60°$.

Câu 81. Cho $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$ góc giữa $\vec{a},\vec{b}$ bằng $120°$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau?
A. $|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{19}$. **B.** $|\vec{a}-\vec{b}| = 7$. **C.** $|\vec{a}-2\vec{b}| = \sqrt{139}$. **D.** $|\vec{a}+2\vec{b}| = 9$.

Câu 82. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$?
A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 83. Trong không gian cho ba điểm A,B,C bất kỳ, chọn đẳng thức đúng?
A. $2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$.
B. $2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$.
C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - 2BC^2$.
D. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$.

Câu 84. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc BC sao cho $MC = x.BC\left(0 < x < 1\right)$. Mp$\left(P\right)$ song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, DA. Góc giữa IE và JF là:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 87. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Mộtđường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
D. Mộtđường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 88. Cho hai vec tơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 4$; $\left|\vec{b}\right| = 3$; $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4$. Gọi α là góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\cos\alpha = \dfrac{3}{8}$. **B.** $\alpha = 30°$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\alpha = 60°$.

Câu 89. Cho tứ diện $ABCD$. Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = k$

A. $k = 1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 4$.

Câu 90. Trong không gian cho tam giác ABC. Tìm điểm M sao cho giá trị của biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. M là trọng tâm tam giác ABC.
B. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
C. M là trực tâm tam giác ABC.
D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 91. Cho hai vec tơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 26$; $\left|\vec{b}\right| = 28$; $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = 48$. Độ dài của vec tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là:

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Câu 92. Cho hai vec tơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 4$; $\left|\vec{b}\right| = 3$; $\vec{a}.\vec{b} = 10$. Xét hai véc tơ $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$; $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai véc tơ $\vec{x}$ và $\vec{y}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\cos\alpha = -\dfrac{2}{\sqrt{15}}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{15}}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{15}}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 93. Trong không gian cho tam giác ABC có diện tích S. Tìm giá trị của k thích hợp thỏa mãn: $S = \dfrac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2.\overrightarrow{AC}^2 - 2k\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}$

A. $k = \dfrac{1}{4}$. **B.** $k = 0$. **C.** $k = \dfrac{1}{2}$. **D.** $k = 1$.

Câu 94. Trong không gian cho đường thẳng d và điểm O. Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với d

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA = SB = SC = b$ $\left(a > b\sqrt{2}\right)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Xét mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC tại điểm I nằm giữa S và C. Diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{4b}$.
B. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{2b}$.
C. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3b^2 + a^2}}{2b}$.
D. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3b^2 + a^2}}{4b}$.

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Góc giữa CD và (ABD) là góc $\angle CBD$.
B. Góc giữa AC và (CBD) là góc $\angle ACB$.
C. Góc giữa AD và (ABC) là góc $\angle ADB$.
D. Góc giữa AC và (ABD) là góc $\angle CBA$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B. Vẽ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. H trùng với trung điểm của AC.
B. H là trọng tâm tam giác ABC.
C. H là trực tâm tam giác ABC.
D. H trùng với trung điểm của BC.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và mặt phẳng (ABC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $75°$.

Câu 99. Mệnh đề nào sau đây là**sai**?

A.Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D.Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, $\angle BSC = 120°$, $\angle CSA = 60°$. Vẽ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. H trùng với trung điểm của AB.
B. H là trọng tâm tam giác ABC.
C. H trùng với trung điểm của BC.
D. H trùng với trung điểm của AC.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai:**

A. $SA \perp BD$. **B.** $SC \perp BD$. **C.** $SO \perp BD$. **D.** $AD \perp SC$.

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, O là trung điểm của đường cao AH của tam giác ABC và $SO \perp (ABC)$. Gọi I là điểm tùy ý trên OH (không trùng với O và H). Xét mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với OH. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. Hình thang cân.
B.Hình thang vuông.
C.Hình bình hành.
D.Tam giác vuông.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC .Khẳng định nào sau đây sai:

A. $IO \perp (ABCD)$.
B. $SC \perp BD$.
C. $SA = SB = SC$.
D. (SAC) là mặt phẳng trung trực của BD.

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuôngcạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\alpha = 45°$.
B. $\alpha = 30°$.
C. $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
D. $\alpha = 60°$.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên tạo với đáy một góc bằng nhau. Hình chiếu H của S lên mặt phẳng (ABC) là:

A.Trọng tâm tam giác ABC.
B. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
C. Trực tâm tam giác ABC.
D.Tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 106. Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**
A.Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a // b$.
B. Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b // (\alpha)$ thì $a \perp b$.
C. Nếu $a // b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$.
D.Nếu $a \perp b$, $b \perp c$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Số các mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông là
A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi AE; AF lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và SAD. Khẳng định nào sau đây đúng:
A. $SC \perp (AFB)$.
B. $SC \perp (AEC)$.
C. $SC \perp (AED)$.
D. $SC \perp (AFE)$.

Câu 109. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, $\angle BAD = 60^\circ$ và $A'A = A'B = A'D$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

A.Trung điểm của AO.
B. Trọng tâm tam giác ABD.
C. Điểm O.
D.Trọng tâm tam giác BCD.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC. Diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{3a^2}{8}$.
B. $\frac{3a^2}{2}$.
C. $\frac{3a^2}{4}$.
D. $\frac{2a^2}{3}$.

Câu 111. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuôngcạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng:
A. $\alpha = 45°$.
B. $\alpha = 30°$.
C. $\alpha = 75°$.
D. $\alpha = 60°$.

Câu 112. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa AC' và $(A'BCD')$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\alpha = 45°$. B. $\alpha = 30°$. C. $\tan\alpha = \sqrt{2}$. D. $\tan\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 113. Cho tứ diện $SABC$ thỏa mãn $SA = SB = SC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S len mặt phẳng (ABC). Đối với tam giác ABC ta có điểm H là

A. Trực tâm.
B. Tâm đường tròn nội tiếp.
C. Trọng tâm.
D. Tâm đường tròn ngoại tiếp.

Câu 114. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt (ABC) và (SBC) là hai tam giác đều cạnh a, $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. M là điểm trên AB sao cho $AM = b\ (0 < b < a)$. (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với BC. Thiết diện của (P) và tứ diện $SABC$ có diện tích bằng?

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\left(\dfrac{a-b}{a}\right)^2$. B. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\dfrac{a-b}{a}\right)^2$. C. $\dfrac{3\sqrt{3}}{16}\left(\dfrac{a-b}{a}\right)^2$. D. $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}\left(\dfrac{a-b}{a}\right)^2$.

Câu 115. Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P). Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
B. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $a \perp b$.
C. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
D. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cạnh huyền $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm BC. Biết $SA = a$. Tính số đo của góc giữa SA và mặt phẳng (ABC).

A. $30°$. B. $45°$. C. $60°$. D. $75°$.

Câu 117. Tính chất nào sau đây không phải tính chất của hình lăng trụ đứng?

A. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là những hình bình hành.
B. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là những hình chữ nhật.
C. Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng song song và bằng nhau.
D. Hai đáy của hình lăng trụ đứng có các cạnh đôi một song song và bằng nhau.

Câu 118. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Cho hai đường thẳng vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Cho hai mặt phẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
D. Cho hai đường thẳng song song, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABDC$ có đáy $ABDC$ là hình bình hành tâm O, AD, SA, AB đôi một vuông góc, $AD = 8, SA = 6$. (P) là mặt phẳng qua trung điểm của AB và vuông góc với AB. Thiết diện của (P) và hình chóp có diện tích bằng ?

A. 20. B. 16. C. 17. D. 36.

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $SA = SB = SC = b$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Độ dài SG bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{9b^2 + 3a^2}}{3}$. B. $\dfrac{\sqrt{b^2 - 3a^2}}{3}$. C. $\dfrac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$. D. $\dfrac{\sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}$.

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $SA = SB = SC = b$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Xét mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để mặt phẳng (P) cắt SC tai điểm C_1 nằm giữa S và C.

A. $b > a\sqrt{2}$. B. $b < a\sqrt{2}$. C. $a < b\sqrt{2}$. D. $a > b\sqrt{2}$.

Câu 122. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi thoi tâm O. Biết $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (SAC)$. B. $CD \perp AC$. C. $SO \perp (ABCD)$. D. $CD \perp (SBD)$.

Câu 123. Cho tứ diện đều cạnh $a = 12$, AP là đường cao của tam giác ACD. Mặt phẳng (P) qua B vuông góc với AP cắt mặt phẳng (ACD) theo đoạn giao tuyến có độ dài bằng:

A. 9. B. 6. C. 8. D. 7.

Câu 124. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi α là góc giữa AC_1 và mặt phẳng $(ABCD)$. Chọ khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\tan\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC), SA = a$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua S và vuông góc với BC. Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng?

Câu 126. Tam giác ABC có $BC = 2a$, đường cao $AD = a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A, lấy điểm S sao cho $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB, SC. Diện tích tam giác AEF bằng?

A. . $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^2$. **C.** $\dfrac{1}{2}a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 127. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(A'BD)$. **B.** $(A'DC')$. **C.** $(A'CD')$. **D.** $(A'B'CD)$.

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a.$ Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là α, khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau ? .

A. $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha = \sqrt{3}$. **C.** $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\tan\alpha = 1$.

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của ABC và SBC. Số đo góc tạo bởi SC và (BHK) là:

A. 45^0. **B.** 120^0. **C.** 90^0. **D.** 65^0.

Câu 130. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S. Biết góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ có số đo bằng 45^0. Tính độ dài SO.

A. $SO = a\sqrt{3}$. **B.** $SO = a\sqrt{2}$. **C.** $SO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 131. Cho hình chóp $S.ABCD$ trong đó $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Trong các tam giác sau tam giác nào không phải là tam giác vuông.

A. SBC. **B.** SCD. **C.** SAB. **D.** SBD.

Câu 132. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều tâm O, cạnh a, hình chiếu của C' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm của đáy. Cạnh bên CC' hợp với mặt phẳng (ABC) góc 60^0. Gọi I là trung điểm của AB. Tính khoảng cách từ C đến IC'.

A. $\dfrac{2a\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{13}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{13}}{13}$.

Câu 133. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính khoảng cách từ C đến AC'.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 134. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi O là tâm của đáy và $SO=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách từ O tới SA.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{13}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{13}}{6}$.

Câu 135. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) bằng 30^0, với M là trung điểm CD. Hãy tính khoảng cách từ D đến (SBM).

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{5a}{3}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 136. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=2a, AC=2a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Tính khoảng cách từ trung điểm M của cạnh BC đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Câu 137. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB=AC=a, BAC=120^0$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy góc 60^0. Tính khoảng cách từ đường thẳng BC đến mặt phẳng $(AB'C')$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{35}}{21}$.

Câu 138. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BAD=60^0$. Gọi O,O' lần lượt là tâm của hai đáy, gọi S là trung điểm của OO'. Tính khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SAB) biết $OO'=2a$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{3a}{\sqrt{19}}$.

Câu 139. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có các mặt bên là các hình vuông cạnh a. Gọi D,E,F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, A_1C_1, B_1C_1. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và A_1F.

A. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{17}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{17}}{3}$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **Đáp án C.**

+) Đáp án A sai vì góc giữa hai đường thẳng có thể bằng hoặc bù với góc giữa hai véc tơ chỉ phương.

+) Đáp án B sai vì có thể là góc 90^0.

Câu 2. **Đáp án B.**

+) Đáp án A sai vì khi đường thẳng đó vg với mặt phẳng.

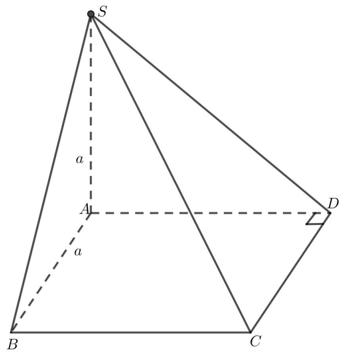
+) Đáp án C, D: Vẽ hình thấy có vô số đường thẳng và mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 3. **Đáp án B.**

+) Đáp án A sai vì vì có thể là vg.

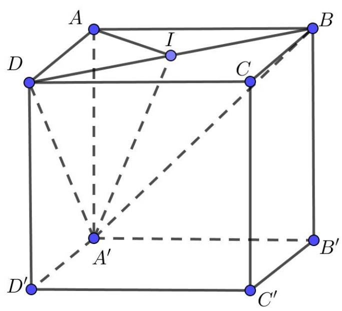
+) Đáp án C sai vì chẳng hạn (Q) và (R) cắt nhau, (P) là mặt phẳng phân giác.

Câu 4. **Đáp án B.**



Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow \alpha = SDA$. Mà SDA vuông cân tại A nên $SDA = 45^0$.

Câu 5. **Đáp án A.**

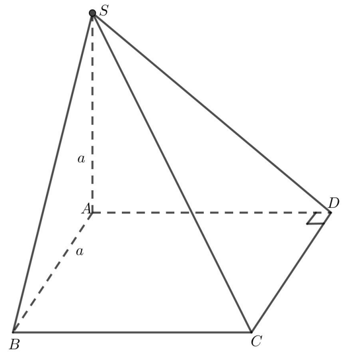


Đáp án B, C vì giả sử ta xác định góc giữa $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là góc $A'IA$ với I là trung điểm của

$$BD \text{ và } \cos AIA' = \frac{AI^2 + A'I^2 - AA'^2}{2.AI.A'I} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2}{2.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\frac{2a^2}{4} + \frac{6a^2}{4} - a^2}{\frac{2a^2\sqrt{12}}{4}} = \frac{4a^2}{2a^2\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

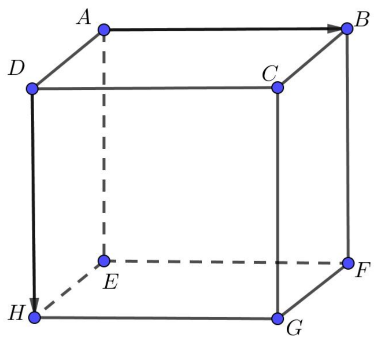
$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha \neq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 6. **Đáp án B.**



Giả sử hình chóp đó là $S.ABCD$. Ta có $(SAB)\perp(ABCD);(SAB)\perp(SAD);(SAD)\perp(ABCD)$

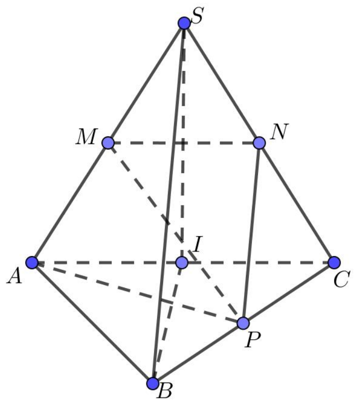
Câu 7. **Đáp án B.**



$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DH}\right)=\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)=90^0$.

Câu 8. **Đáp án B.**

Câu 9. **Đáp án D.**



Từ giả thiết suy ra các mặt của hình chóp đều là các tam giác đều. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của SA,SC,BC. Giả sử cạnh hình chóp đều là a thì $MN=NP=\frac{a}{2};MP\perp SA$ vì SAP cân tại P.

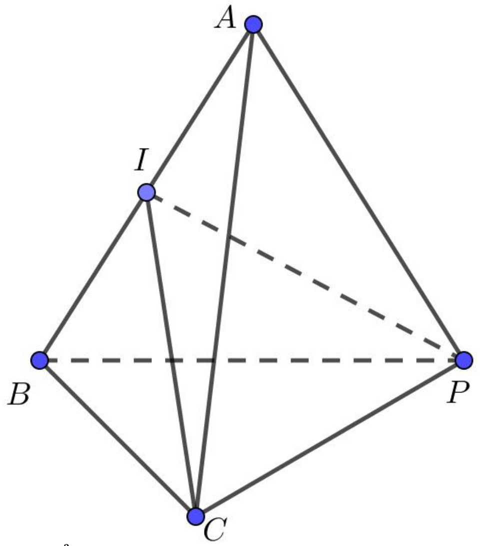
$$PM=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2};\cos MNP=\frac{MN^2+NP^2-MP^2}{2.MN.NP}=\frac{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}-\frac{2a^2}{4}}{2.\frac{a}{2}.\frac{a}{2}}$$

$\cos MNP=0\Rightarrow(SB,AC)=90^0$.

Cách 2: Lấy I là trung điểm của AC ta có: $AC\perp(SIB)\Rightarrow AC\perp SB$.

Cách 3: $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{SB}\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SA}\right)=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SA}=0$.

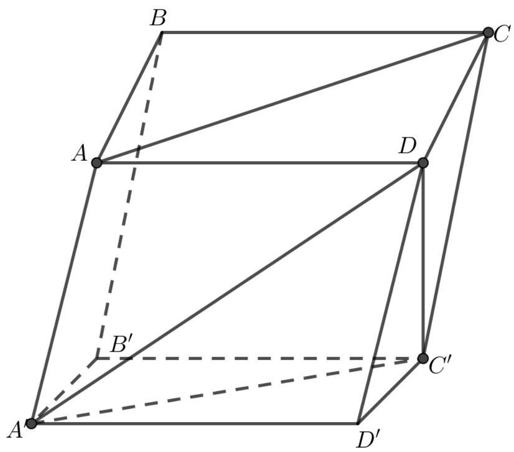
Câu 10. Đáp án C.



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (IDC) \Rightarrow AB \perp CD$.

Ngoài ra ta cũng có thể sử dụng tích vô hướng để giải quyết bài toán này.

Câu 11. Đáp án B.

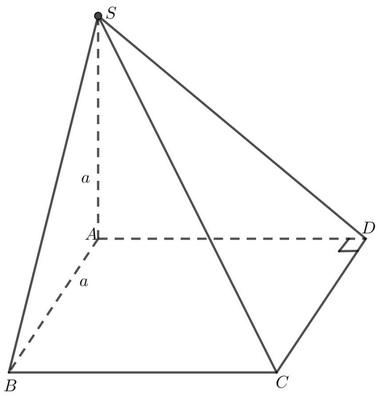


Ta có: $AC // A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C'$ (góc nhọn).

Câu 12. Đáp án A.

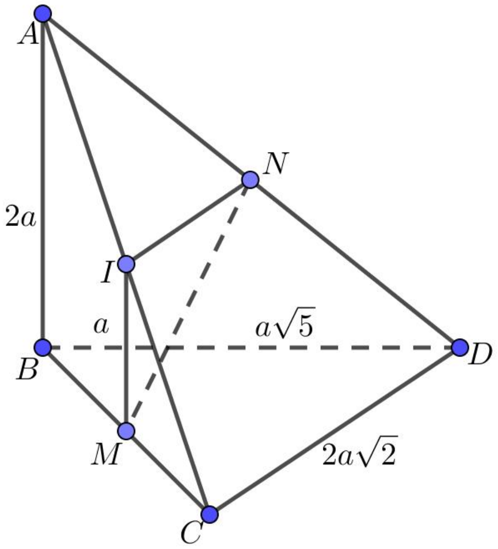
Câu 13. Đáp án A.

Câu 14. Đáp án C.



Ta có: $AD // BC \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = ADS = 45^0$.

Câu 15. Đáp án D.

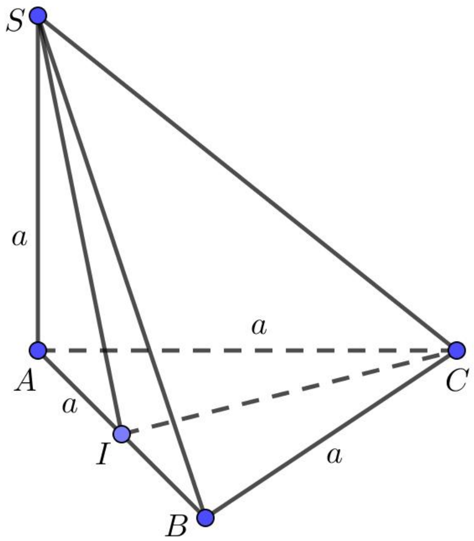


Theo tính chất đường trung bình trong tam giác: $\begin{cases} IN\,//\,CD; IN = \frac{1}{2}CD = a\sqrt{2} \\ IM\,//\,AB; IM = \frac{1}{2}AB = a \end{cases}$

$\Rightarrow \varphi = (AB, CD) = (IM, IN)$. Áp dụng định lý cosin ta có:

$\cos\varphi = \left|\frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2.IM.IN}\right| = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^0$.

Câu 16. **Đáp án C.**



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mặt phẳng

$(ABC) \Rightarrow \varphi = ASB = (SD, AD) = 45^0$.

Câu 17. **Đáp án A.**

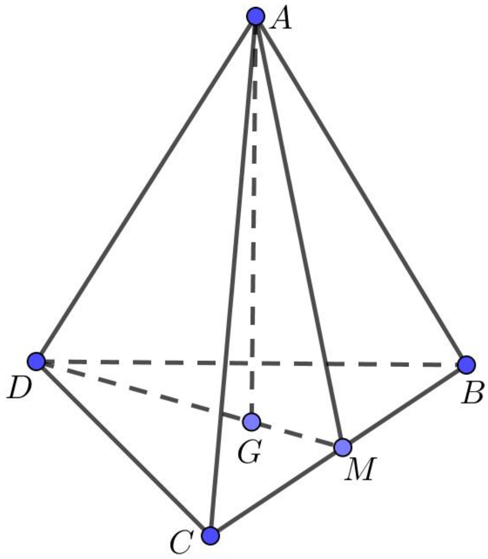
Hình câu 16.

Gọi I là trung điểm của AB. Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(SAB) \Rightarrow \beta = CSI = (SC, (SAB))$

$$\Rightarrow \tan\beta = \frac{CI}{SI} = \frac{CI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

Câu 18. **Đáp án B.**

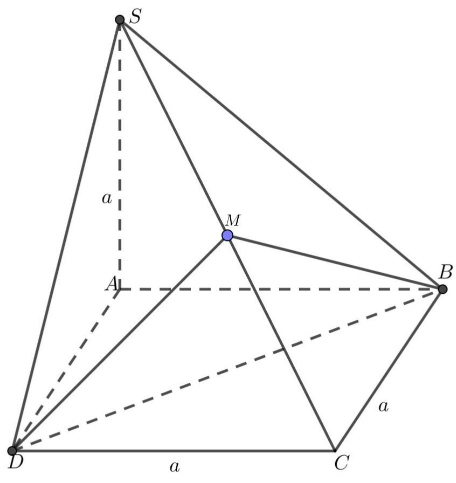


Gọi M là trung điểm CB và G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có

$BC \perp (AGM) \Rightarrow \varphi = AMG$. Có $DM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}; AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{GM}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 19. **Đáp án A.**



Ta có giao tuyến $BC \perp (SBA) \Rightarrow \varphi = SBA$ (góc nhọn). Mà ΔSBA vuông cân tại A nên $\varphi = 45^0$

Câu 20. **Đáp án D.**

(Hình vẽ của câu 19)

Hai tam giác vuông SBC và SDC nên có chung chân đường cao M kẻ từ B và D

$\Rightarrow \beta = (MB, MD)$. Ta đi tính góc BMD.

Trong tam giác vuông SBC ta có:

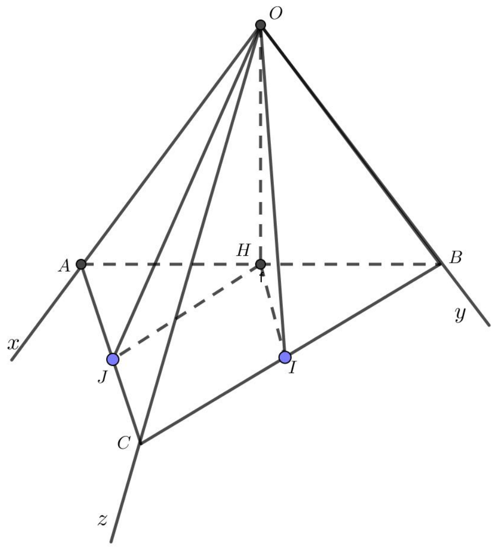
$\dfrac{1}{BM^2}=\dfrac{1}{SB^2}+\dfrac{1}{BC^2}=\dfrac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{3}{2a^2}\Rightarrow BM^2=\dfrac{2a^2}{3}$. Tương tự $DM^2=\dfrac{2a^2}{3}$.

Áp dụng định lý cosin cho ΔBMD ta có:

$$\cos BMD=\frac{MB^2+MD^2-BD^2}{2.MB.MD}=\frac{\frac{4a^2}{4}-2a^2}{2.\left(a\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2}=-\frac{1}{2}\Rightarrow BMD=120^0\Rightarrow \beta=180^0-120^0=60^0$$

Hay $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 21. **Đáp án A.**



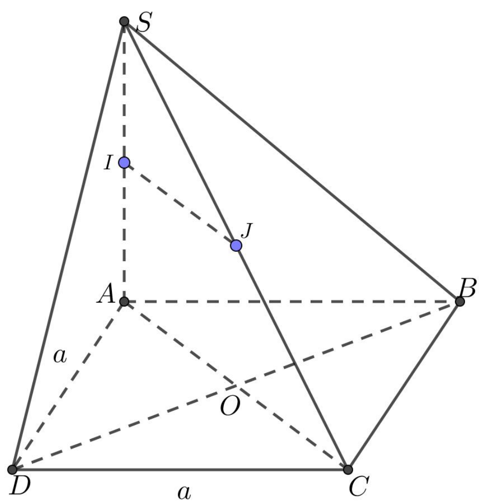
ΔOAB đều $\Rightarrow AC=a$. Tam giác OBC vuông $BC=a\sqrt{2}$. Áp dụng định lý cosin cho ΔOAB $\Rightarrow AB=a\sqrt{3}\Rightarrow \Delta ABC$ có $AB^2=AC^2+BC^2\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C.

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC\Rightarrow OH\perp\left(ABC\right)$

$\Rightarrow \alpha=OIH;\beta=\mathrm{OJH}$ (với I,J lần lượt là trung điểm của BC và AC).

$$\Rightarrow \tan\alpha.\tan\beta=\frac{OH}{HI}.\frac{OH}{HJ}=\frac{OH^2}{HI.HJ}=\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 22. **Đáp án A.**



Vì $BC//AD, SAD = 90^0 \Rightarrow (SD, BC) = SDA \Rightarrow \tan SDA = \frac{SA}{SD} = \sqrt{3} \Rightarrow (SD, BC) = 60^0$.

Câu 23. **Đáp án A.**

(Hình vẽ như câu 22)

Ta có $IJ//AC, (IJ, BD) = AOB = 90^0$.

Câu 24. **Đáp án A.**

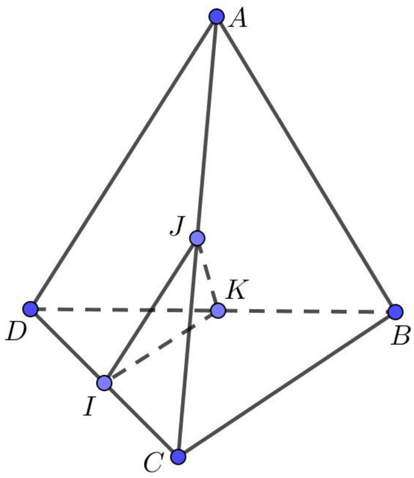
Đặt $AB = a$. Ta có: $IJ = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

$IK = \frac{CD}{2} = \frac{2}{3}AB = \frac{2a}{3}; JK = \frac{5}{6}AB = \frac{5a}{6}$.

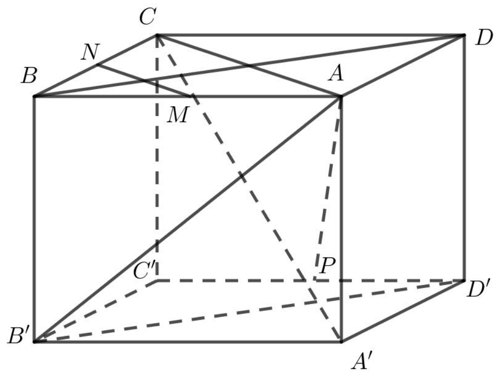
Ta có: $IJ^2 + IK^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{9} = \frac{25a^a}{16} = JK^2$.

Vậy ΔIJK vuông tại I.

Ta có $IK//CD \Rightarrow (AB, CD) = JIK = 90^0$.



Câu 25. **Đáp án B.**



Ta có: $AB//C'D' \Rightarrow (MN, C'D') = (MN, AB) = BMN = 45^0$.

Câu 26. **Đáp án C.**

(Hình vẽ câu 25)

Có $B'D'//BD \Rightarrow (BD, AD') = (B'D', AD') = AD'B' = 60^0$ vì $\Delta AB'D'$ đều cạnh $a\sqrt{2}$.

Câu 27. **Đáp án B.**

(Hình vẽ câu 25)

$MN//AC \Rightarrow (MN, AP) = (AC, AP) = CAP$ (góc nhọn). Ta có: $AC = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $CC'P$ có $CP = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Trong tam giác vuông APA' có $AP = \frac{3a}{2}$.

Áp dụng định lý cosin cho ΔCAP ta có: $\cos CAP = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (MN, AP) = 45^0$.

Câu 28. **Đáp án A.**

(Hình vẽ câu 25)

Gọi N' là trung điểm của $B'C'$. Ta có

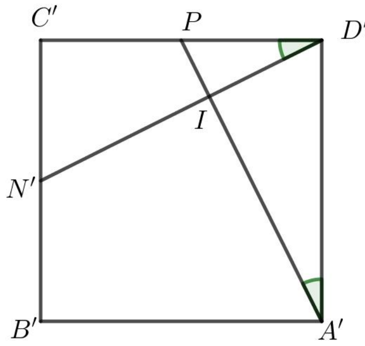
$ND//N'D' \Rightarrow (ND, A'P) = (N'D', A'P)$.

Có $N'C'D' = PD'A' \Rightarrow C'D'N' = D'A'P'$

Mà $C'D'N' + A'D'N' = 90^0$

$\Rightarrow D'A'P + A'D'N' = 90^0$

$\Rightarrow DIA' = 90^0$ hay $(DN, A'P) = 90^0$.



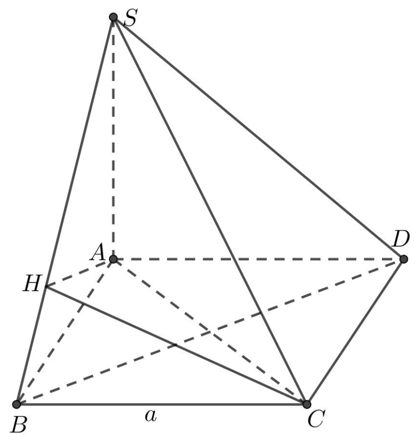
Câu 29. **Đáp án C.**

Ta có: $CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB)

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = CSB$.

Do ΔCSB vuông tại B nên:

$\sin CSB = \dfrac{BC}{SC} = \dfrac{BC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \dfrac{a}{a\sqrt{8}} = \dfrac{1}{\sqrt{8}}$.



Câu 30. **Đáp án D.**

(Hình vẽ giống câu 29)

Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH$ là hình chiếu của AC lên mặt phẳng $(SBC) \Rightarrow (AC, (SBC)) = (AC, HC) = ACH$.

Tam giác SAB vuông $\Rightarrow AH = \dfrac{SA.AB}{SB} = \dfrac{a\sqrt{6}.a}{a\sqrt{7}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

Vì ΔAHC vuông tại $H \Rightarrow \sin ACH = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Câu 31. **Đáp án D.**

Ta có: $\tan\beta = \dfrac{BB'}{B'C'}$. AHB vuông tại H

(H là trung điểm của BC)

$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{2AH}{BC}$

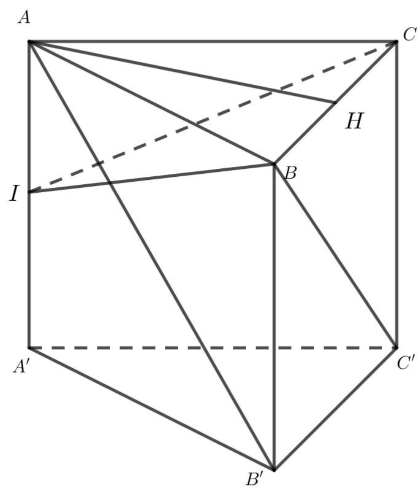
$\Rightarrow \tan^2\alpha + \tan^2\beta = \dfrac{4\left(AI^2 + AH^2\right)}{BC^2}$ (*)

Mà AIH vuông tại A nên $AI^2 + AH^2 = IH^2$.

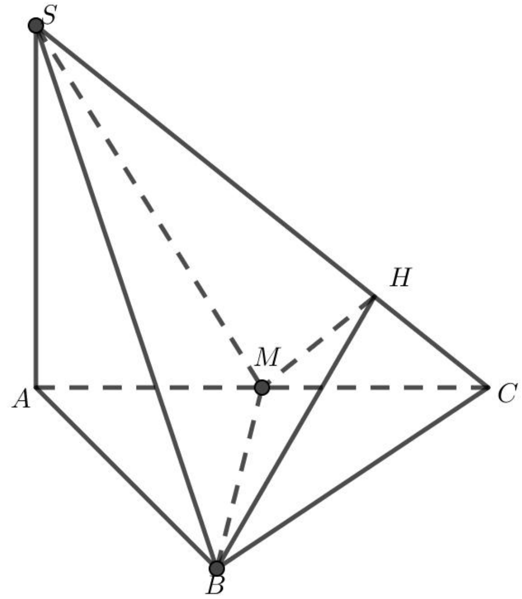
BIC vuông tại

$I \Rightarrow IH = \dfrac{BC}{2} \Rightarrow BC^2 = 4IH^2$. Thay vào (*)

Ta có: $\tan^2\alpha + \tan^2\beta = 1$.



Câu 32. **Đáp án A.**



Dựng $BJ \perp SC(1), BI \perp AC \Rightarrow SA \perp BI$

$\Rightarrow BI \perp (SAC) \Rightarrow BI \perp SC \ (2)$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow SC \perp (BIJ) \Rightarrow IJ \perp SC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (ASC) và (BSC) là $\varphi = BJI$.

Do BIJ vuông tại I nên $BJI = 60^0$

$\Rightarrow BI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}BJ \Rightarrow \dfrac{1}{BI^2} = \dfrac{4}{3}.\dfrac{1}{BJ^2} \ (3)$

ΔSBC có $BSC = 45^0 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại B. Trong tam giác SJB vuông tại J có

$JSB = 45^0 \Rightarrow SB = \sqrt{2}BJ \Rightarrow \dfrac{1}{BJ^2} = \dfrac{2}{BC^2}$

Từ (3) và $(4) \Rightarrow \dfrac{1}{BC^2}\left(\dfrac{1}{\sin^2\alpha} + 1\right) = \dfrac{4}{3}.\dfrac{2}{BC^2}$

Giải phương trình ta được $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 33. Cho mặt phẳng (P) và hai điểm A, B không nằm trong (P). Đặt $d_1 = d(A;(P))$ và $d_2 = d(B;(P))$. Trong các kết luận sau thì kết luận nào đúng?

A. $\dfrac{d_1}{d_2} = 1$ khi và chỉ khi $AB // (P)$.

B. $\dfrac{d_1}{d_2} \neq 1$ khi và chỉ khi đoạn thẳng AB cắt (P).

C. $\dfrac{d_1}{d_2} \neq 1$ khi đoạn thẳng AB cắt (P).

D. Nếu đường thẳng AB cắt (P) tại điểm I thì $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{d_1}{d_2}$.

Hướng dẫn giải

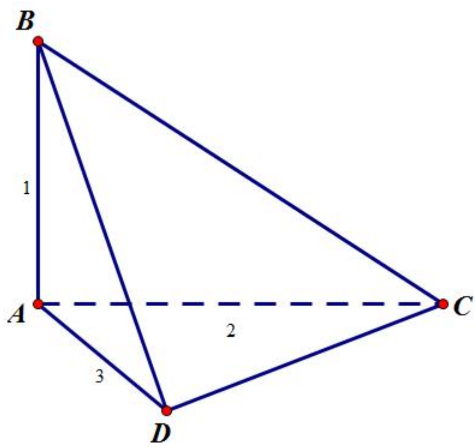
Chọn D.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Giả sử $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng:

A. $\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{7}$. **C.** $\dfrac{6}{7}$. **D.** $\dfrac{7}{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Vì $\frac{1}{d^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{49}{36}\Rightarrow d=\frac{6}{7}$.

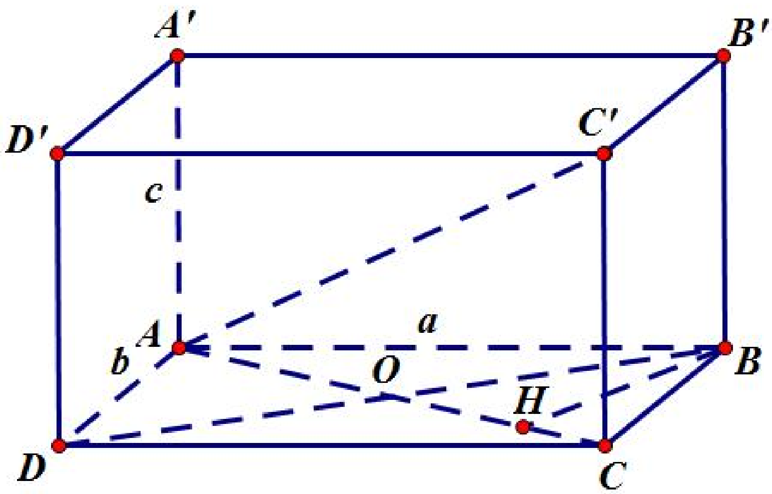
Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' là:

A. $\frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$. **B.** $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **C.** $\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$d\left(BB';AC'\right)=d\left(BB';\left(ACC'A'\right)\right)=d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right)=BH=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

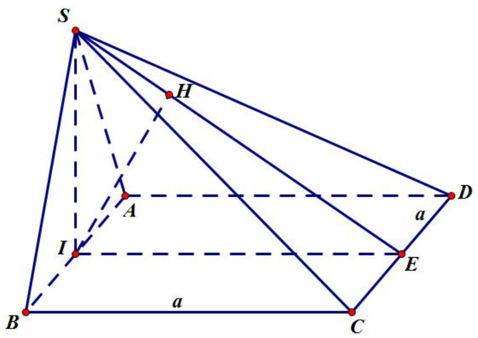


Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{21}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi I là trung điểm của AB, ta có $SI \perp AB$ và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

Gọi E là trung điểm của CD, trong mặt phẳng (SIE) dựng $IH \perp SE\,(H \in SE)$ thì $IH \perp (SCD) \Rightarrow d\left(I;(SCD)\right) = IH$.

Ta có $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $IE = a$.

$\Rightarrow d\left(A;(SCD)\right) = d\left(I;(SCD)\right) = IH = \dfrac{SI.IE}{\sqrt{SI^2 + IE^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{a}{3}$.

B. Độ dài $AC' = a\sqrt{3}$.

C. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng $a\sqrt{2}$.

D. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\dfrac{3a}{2}$.

Hướng dẫn giải

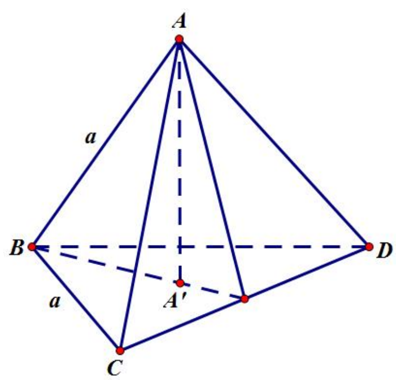
Chọn B.

Câu 38. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (BCD). Độ dài cạnh AA' là:

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



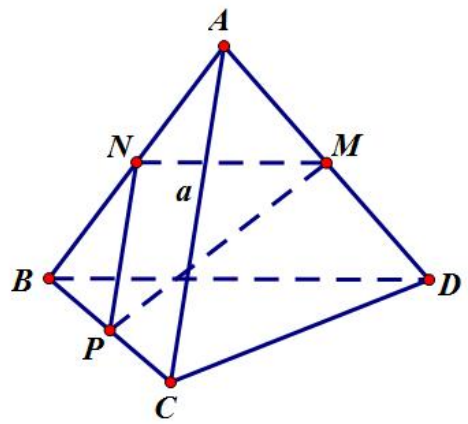
Ta có $BA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $AA' = \sqrt{AB^2 - BA'^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{3a^2}{9}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $AC \perp BD$. Tính MN.

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.　　**B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.　　**C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.　　**D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Lấy P là trung điểm của AB. Khi đó: $PM//BD$, $PN//AC$.

Vì $AC \perp BD \Rightarrow PM \perp PN$ và $PM = \dfrac{3a}{2}; PN = \dfrac{a}{2}$.

$\Rightarrow MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a. Tính tích $AB.EG$?

A. $a^2\sqrt{3}$.　　**B.** a^2.　　**C.** $a^2\sqrt{2}$.　　**D.** $2a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

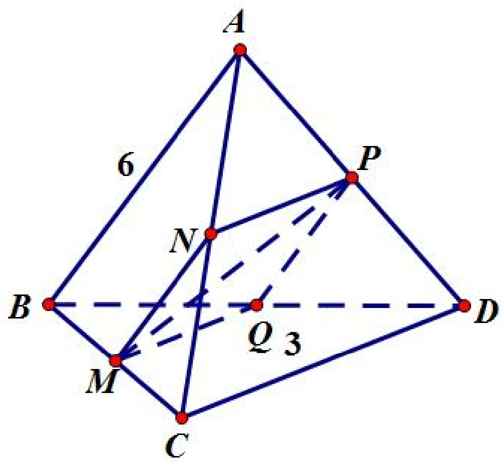
Ta có $AB = a$, $EG = a\sqrt{2} \Rightarrow AB.EG = a^2\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 3$. Góc giữa AB và CD bằng 60°. Điểm M nằm trên đoạn BC sao cho $BM = 2MC$. Mặt phẳng (P) qua M song song với AB và CD cắt AC, AD và BD lần lượt tại N, P, Q. Tính diện tích $MNPQ$?

A. $2\sqrt{2}$.　　**B.** $2\sqrt{3}$.　　**C.** $\sqrt{3}$.　　**D.** $3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Giao tuyến của (P) với (ABC) là $MN//AB$.

Tương tự $NP//MQ//CD$. Suy ra tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và $\left(NM; NP\right) = 60^\circ$

Có $\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{MC}{CB}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow MN=\dfrac{1}{3}AB=2$; $\dfrac{NP}{CD}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow NP=\dfrac{2}{3}CD=\dfrac{2}{3}.3=2$.

$\Rightarrow S_{MNPQ}=MN.NP.\sin MNP=2.2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp CD$, $AB=CD=6$; M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=xBC\left(0<x<1\right)$. Mặt phẳng (P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, AC, AD, BD tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác $MNPQ$ là:

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{CM}{CB}=x\Rightarrow MN=xAB=6x$.

$\dfrac{NP}{CD}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{BC-CM}{BC}=1-\dfrac{CM}{BC}=1-x\Rightarrow NP=6\left(1-x\right)$.

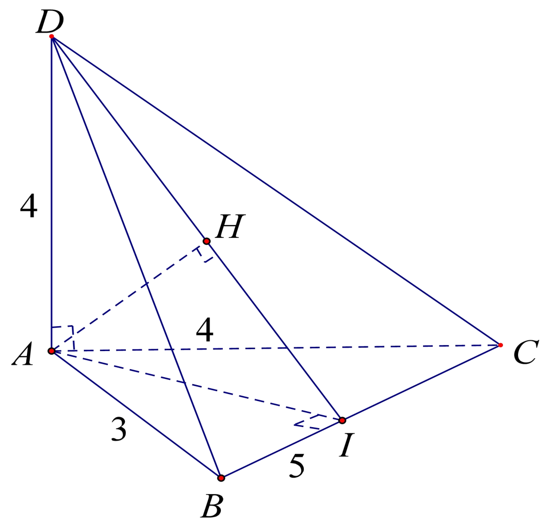
$\Rightarrow S_{MNPQ}=36x\left(1-x\right)=9-36\left(\dfrac{1}{4}-x+x^2\right)=9-36\left(\dfrac{1}{2}-x\right)^2\le 9\Rightarrow \max S_{MNPQ}=9$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA\perp(ABC)$, $AC=AD=4$, $AB=3$, $CD=5$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\dfrac{12}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{\sqrt{34}}$. **C.** $\dfrac{6}{\sqrt{34}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Vì $AB^2+AC^2=BC^2$ nên ΔABC vuông tại A.

Cách 1: Sử dụng tính chất tam giác vuông

Dựng $AI\perp BC\Rightarrow AI.BC=AB.AC\Rightarrow AI=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{3.4}{5}=\dfrac{12}{5}$

Dựng $AH\perp DI\Rightarrow AH\perp(BCD)\Rightarrow AH=d\left(A;(BCD)\right)$

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{16}+\frac{1}{\frac{144}{25}}=\frac{1}{16}+\frac{25}{144}=\frac{34}{144}$$

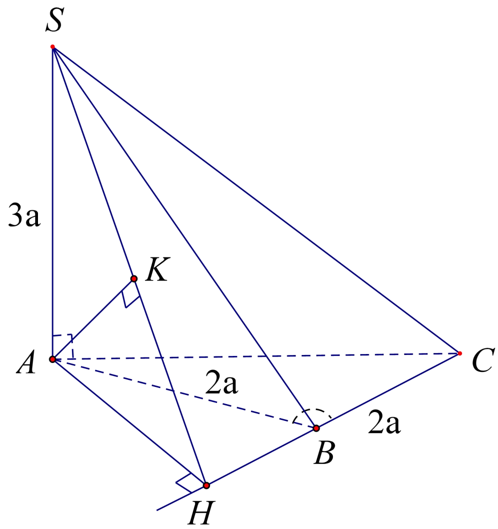
$$\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{34}}=\frac{12}{\sqrt{34}}.$$

Cách 2: Vì tứ diện $ABCD$ vuông tại A nên áp dụng tính chất của tứ diện vuông ta có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\Rightarrow AH=\frac{12}{\sqrt{34}}\ .$$

Nhận xét: Trong 2 cách trên thì cách 2 nhanh hơn nhiều khi sử dụng tính chất tứ diện vuông.

Câu 44: **Đáp án D.**



Kẻ $AH\perp BC$ và $AK\perp SH$.

Ta có: $BC\perp AH$ và

$BC\perp SA\Rightarrow BC\perp\left(SAH\right)\Rightarrow AK\perp\left(SBC\right)\Rightarrow AK=d\left(A;\left(SBC\right)\right)$

Trong tam giác vuông BAH ta có: $AH=AB.\sin 60°=a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SAH ta có:

$$AK=\frac{AS.AH}{SH}=\frac{3a.a\sqrt{3}}{\sqrt{9a^2+3a^2}}=\frac{3}{2}a\Rightarrow d\left(A;\left(SBC\right)\right)=\frac{3}{2}a.$$

Nhận xét: Trong bài này ta sử dụng tính chất tam giác vuông $\left(\Delta SAH\right)$ để tính khoảng cách $d\left(A;\left(SBC\right)\right)$. Vậy có thể sử dụng tính chất của tứ diện vuông dduocjw không ?

Câu trả lời là được. Vì nếu lấy điểm H trên tia CB sao cho $CAH=90°, CAB=ACB=30°$ nên

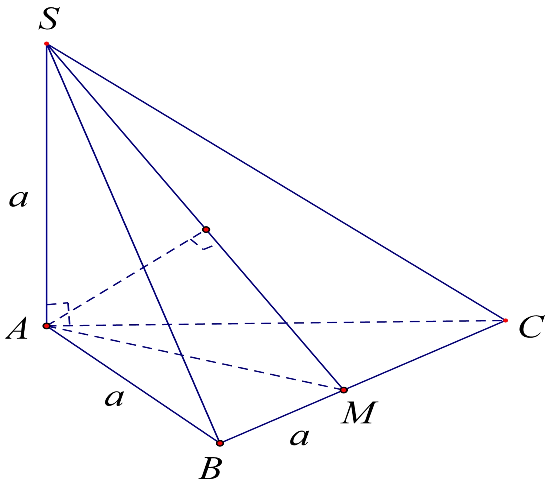
$ABH=60°$, mặt khác $ABH=60°\Rightarrow\Delta ABH$ đều $\Rightarrow AH=2a$,

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos 120°=4a^2+4a^2-4a^2=4a^2$.

Sau đó sử dụng tính chất tứ diện vuông cho tứ diện $SAHC$ ta có:

$$\frac{1}{d^2\left(A;\left(SBC\right)\right)}=\frac{1}{AH^2}+\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AC^2}.$$ Tính được $d\left(A;\left(SBC\right)\right)=\frac{3a}{2}$.

Câu 45: **Đáp án A.**



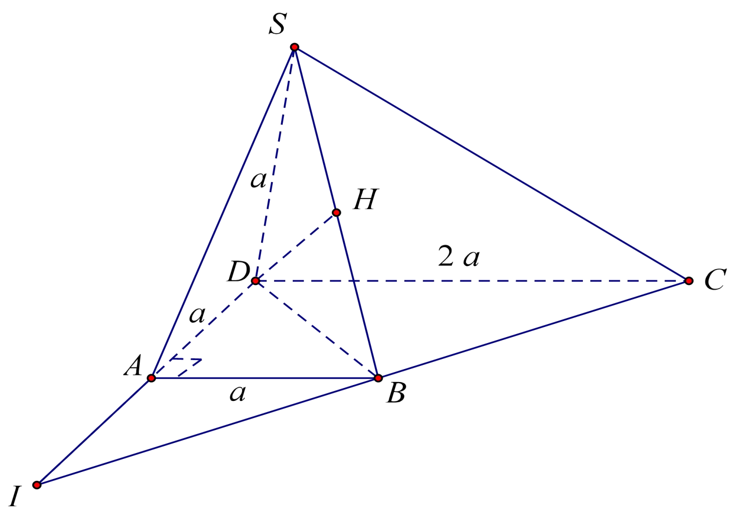
Gọi M là trung điểm BC. Do ΔABC đều nên $AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$

Dựng $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d\left(A;(SBC)\right)$.

Trong tam giác vuông SAM ta có:

Nhận xét: Ta cũng có thể sử dụng tính chất tứ diện vuông bằng cách sử dụng them D thuộc tia BC sao cho $CAD = 90°$.

Câu 46: **Đáp án C.**



Kẻ dài AD cắt BC tại I.

Ta có: AB là đường trung bình của $\Delta IDC \Rightarrow DI = 2a$.

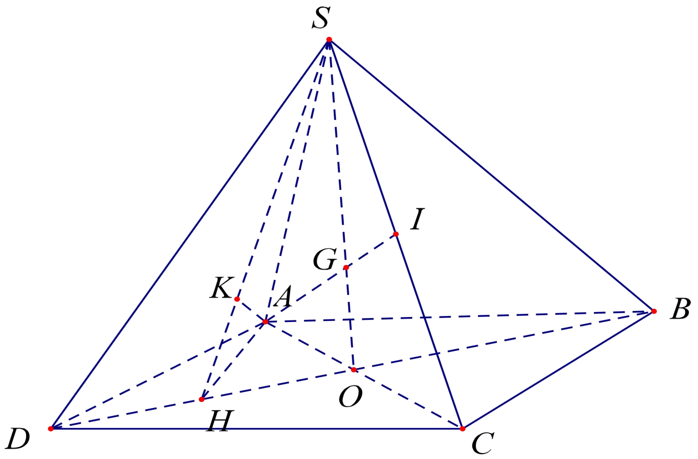
$$d\left(A;(SBC)\right) = d\left(A;(SIC)\right) = \frac{1}{2} d\left(D;(SIC)\right)$$

Áp dụng tính chất tứ diện vuông cho tứ diện SIC ta có:

$$\frac{1}{d^2\left(D;(SIC)\right)} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{6}{4a^2} \Rightarrow d\left(D;(SIC)\right) = \frac{2a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d\left(A;(SBC)\right) = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Nhận xét: Ta cũng có thể sử dụng tính chất tam giác vuông bằng cách dựng $DH \perp (SBC)$ và DH là khoảng cách cần tìm.

Câu 47: **Đáp án B.**



Kẻ $AH \perp BD$ và $AK \perp SH$.

Ta có $BD \perp SH$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAH) \Rightarrow DB \perp AK$

Ta có: $AK + SH$ và $BD \perp AK$ nên $AK \perp (SBD)$

ΔABD vuông $\Rightarrow AH = \dfrac{AD.AB}{BD} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$

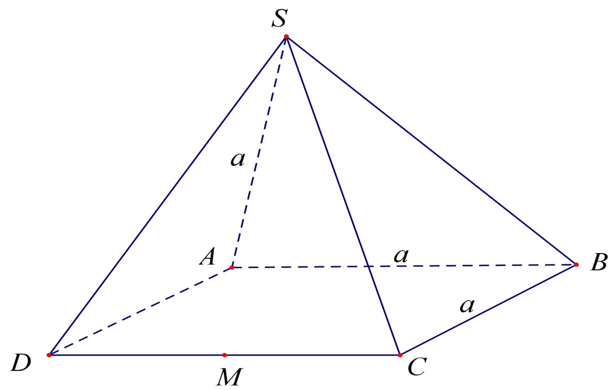
ΔSAH vuông $\Rightarrow AK = \dfrac{SA.AH}{SH} = \dfrac{a.\dfrac{2a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{a^2 + \dfrac{4a^2}{5}}} = \dfrac{2a}{3}$

Gọi $O = AC \cap BD$, SO cắt AI tại G $\Rightarrow G$ là trọng tâm ΔSAC

$\Rightarrow \dfrac{d\left(I;(SBD)\right)}{d\left(A;(SBD)\right)} = \dfrac{GI}{GA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d\left(I;(SBD)\right) = \dfrac{1}{2}AK = \dfrac{a}{3}$.

Câu 48: **Đáp án A.**

$d(SB;CD) = d\left(CD;(SAB)\right) = d\left(C;(SAB)\right) = a.$

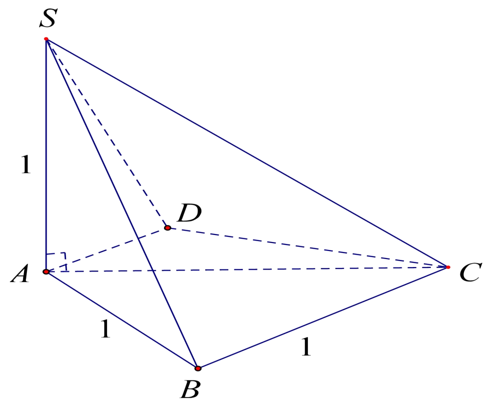


Câu 49: **Đáp án B.**

(Hình vẽ câu 16)

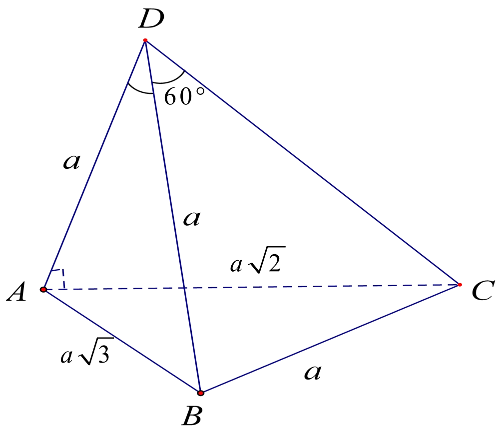
$d\left(M;(SAB)\right) = d\left(C;(SAB)\right) = a.$

Câu 50: **Đáp án B.**



Ta có $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow AC = \sqrt{2} \Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{3}.$

Câu 51: **Đáp án D.**



Gỉa sử $DA = DB = DC = a \Rightarrow BC = a, AC = a\sqrt{2}, AB = a\sqrt{3}$

$S_{ABD} = \frac{1}{2}DA.DB\sin 120° = \frac{1}{2}a^2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$S_{BCD} = \frac{1}{2}DB.DC\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$S_{ACD} = \frac{1}{2}DA.DC = \frac{1}{2}a^2$

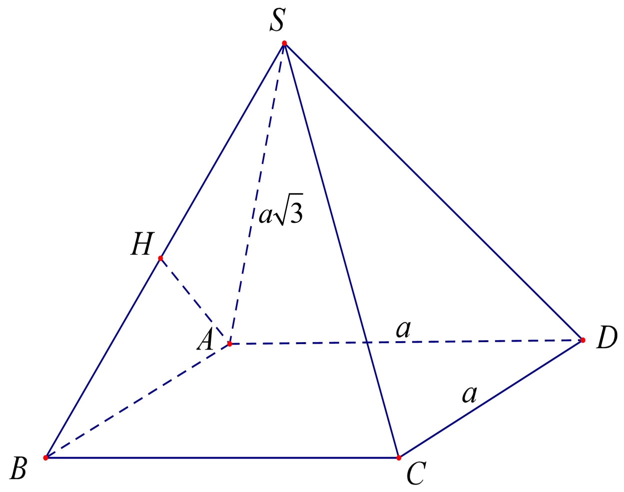
ΔABC có $AC^2 + BC^2 = AB^2$ (cùng bằng $3a^2$) $\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AC.BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$

So sánh 4 kết quả trên ta thấy $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ là lớn nhất nên chọn **D.**

Câu 52: **Đáp án C.**

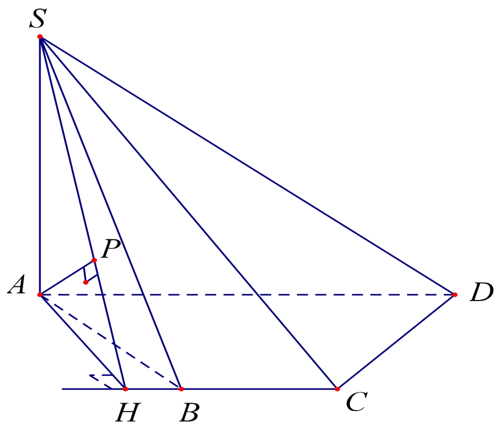
Câu 53: **Đáp án B.**



Dựng $AH \perp SB$. Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC\left(vì\ BC \perp (SAB)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d\left(A;(SBC)\right) = AH$

Áp dụng tính chất cho tam giác vuông SAB ta có: $AH = \dfrac{SA.AB}{SB} = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 54: **Đáp án C.**



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, dựng $AH \perp BC$ t ại $H \Rightarrow BC \perp (SAH)$

Trong mặt phẳng (SAH). dựng $AP \perp SH \Rightarrow AP \perp (SBC)$

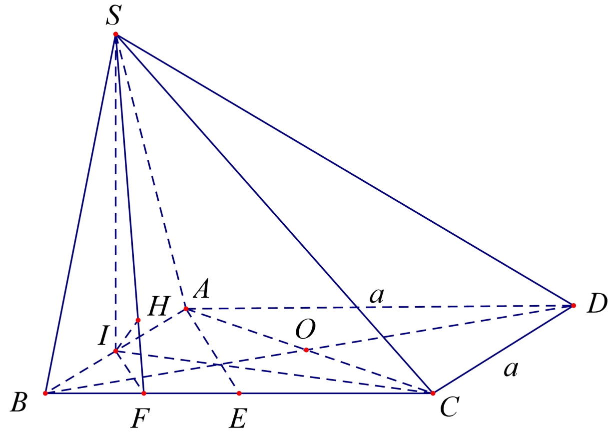
tại $P \Rightarrow d\left(A;(SBC)\right) = AP$

Mà $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{AP^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Câu 55: **Đ áp án D.**

Ta c ó: $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}{a^2b^2c^2} \Rightarrow h = \dfrac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

Câu 56: **Đáp án A.**



Ta có: $SI \perp AB, (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

Gọi E là trung điểm của BC, F là trung điểm của

Ta có $AE \perp BC, IF // AE \Rightarrow IF \perp BC$

$BC \perp IF, BC \perp SI \Rightarrow BC \perp (SBC)$

Trong mặt phẳng (SIF), dựng $IH \perp SF$ v à $H \in SF$

Ta có $IH \perp SF, IH \perp BC \Rightarrow IH \perp (SBC)$

Do đó $d(I;(SBC)) = IH$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là SCI nên

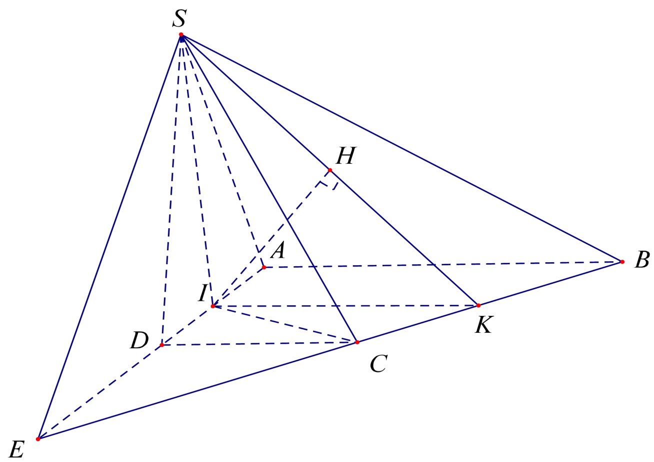
$$SCI = 60°, CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SI = CI.\tan SCI = \frac{3a}{2}$$

$$AE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IF = \frac{AE}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Từ đó $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IS^2} + \frac{1}{IF^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{52}{9a^2} \Rightarrow IH = \frac{3a}{\sqrt{52}}$

$$\Rightarrow d(I;(SBC)) = IH = \frac{3a}{\sqrt{52}} = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$$

Câu 57: **Đáp án D.**



Ta có $\begin{cases} (SBI) \perp (ABCD) \\ (SCI) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, dựng $IK \perp BC, K \in BC$

Trong mặt phẳng (SIK), dựng $IH \perp SK, H \in SK$

Từ $IH \perp (SBC) \Rightarrow d(I;(SBC)) = IB$

$$S_{IBC}=S_{ABCD}-S_{DIC}-S_{ABI}=3a^2-\frac{a^2}{2}-a^2=\frac{3a^2}{2}$$

$$BC=\sqrt{2a^2+a^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow IK=\frac{2S_{IBC}}{BC}=\frac{3a\sqrt{5}}{5}$$

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là SKI . Nên

$$SKI=60°\Rightarrow SI=IK.\tan SKI=\frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

Ta có: $\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{IS^2}+\frac{1}{IK^2}=\frac{5}{27a^2}+\frac{5}{9a^2}=\frac{20}{27a^2}\Rightarrow d\left(I;(SBC)\right)=IH=\frac{3a\sqrt{15}}{10}$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của AD và BC thì $E=AI\cap(SBC)$.

$$\Rightarrow\frac{d\left(A;(SBC)\right)}{d\left(I;(SBC)\right)}=\frac{EA}{EI}=\frac{4}{3}\Rightarrow d\left(A;(SBC)\right)=\frac{4}{3}d\left(I;(SBC)\right)=\frac{2a\sqrt{15}}{5}.$$

Nhận xét: Sử dụng tỉ số khoảng cách ta có thể tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng thong qua điểm khác, quan trọng là biết xuất phát từ điểm nào trước, Từ dấu hiệu $SI\perp(ABCD)$, ta chọn tính khoảng cách từ điểm I đến (SBC) sau đó dựa vào tỉ số khoảng cách suy ra khoảng cách cần tìm.

Câu 58. **Đáp án A.**

$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD})$ (quy tắc trung điểm)

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BD})$

mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ (vì M là trung điểm AB)

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})$

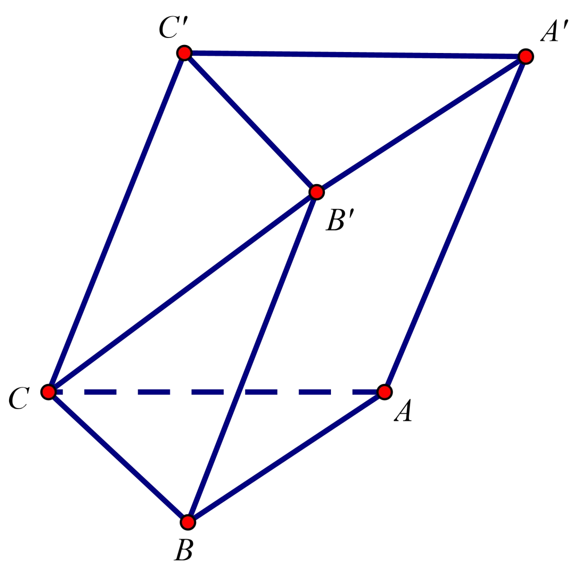
Câu 59. **Đáp án B.**

Theo giả thuyết $m+n+p\neq 0$ nên tồn tại ít nhất một số khác 0.

Giả sử $m\neq 0$. Từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow\vec{a}=-\frac{n}{m}\vec{b}-\frac{p}{m}\vec{c}$

$\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng (theo định lí về sự đồng phẳng của ba vectơ).

Câu 60. **Đáp án D.**

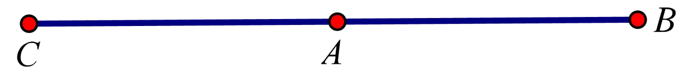


$\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{B'C'}$ (quy tắc hình bình hành)

$= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC} = -\vec{a} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Câu 61. **Đáp án C.**

A. Sai vì $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow$ A là trung điểm của BC.

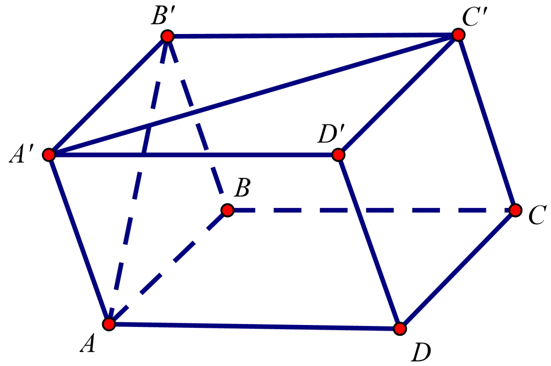


B. Sai vì $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = -4\overrightarrow{AC}$

C. Đúng theo định lí sự đồng phẳng của 3 vectơ.

D. Sai vì $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{CA}$ (nhân 2 vế cho -1)

Câu 62. **Đáp án C.**



A. Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng

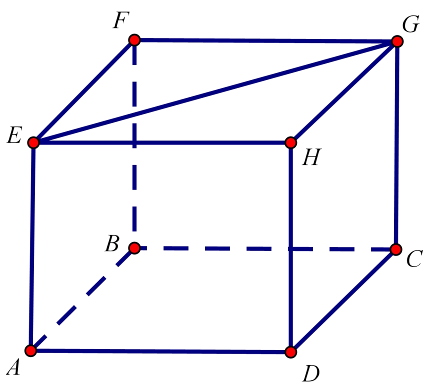
B. Đúng vì theo định nghĩa đồng phẳng

C. Sai

D. Đúng vì $\begin{cases} \overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{c} \\ \overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA} = -\vec{b} - \vec{c} \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{DA'} - \overrightarrow{C'A'} \Rightarrow \overrightarrow{AB'},\ \overrightarrow{DA'},\ \overrightarrow{C'A'}$ đồng phẳng.

Câu 63. **Đáp án A.**

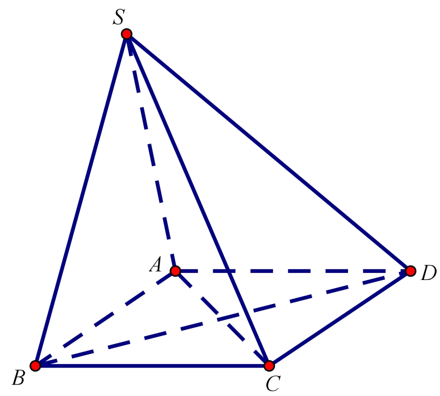


$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = (\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}).(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB})$

$= \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{AE} + EF^2 + \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{FB}$

$= a^2 + \overrightarrow{EH}.\overrightarrow{AE} = a^2 + 0 = a^2$

Câu 64. **Đáp án C**



A. Đúng vì $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SC}+2\overrightarrow{SD}=6\overrightarrow{SO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

Vì O,A,C và O,B,D thẳng hàng nên đặt: $\overrightarrow{OA}=k\overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{OB}=m\overrightarrow{OD}$

$\Rightarrow (k+2)\overrightarrow{OC}+(m+2)\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

mà $\overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{OD}$ không cùng phương nên $k=-2$ và $m=-2 \Rightarrow \dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OB}{OD}=2 \Rightarrow AB//CD$.

B. Đúng. HS tự biến đổi bằng cách thêm điểm O vào vế trái.

C. Sai vì nếu $ABCD$ là hình thang cân có 2 đáy là AD,BC thì sẽ sai.

D. Đúng. Tương tự đáp án A với $k=-1$ và $m=-1 \Rightarrow$ O là trung điểm hai đường chéo.

Câu 65. **Đáp án D**

A. Đúng theo định nghĩa sự đồng phẳng của ba vectơ

B. Đúng.

C. Đúng vì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IB}$ mà $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ (I là trung điểm của AB)

$\Rightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OI}$

D. Đúng. Tương tự đáp án A với $k=-1$ và $m=-1 \Rightarrow$ O là trung điểm hai đường chéo.

D. Sai vì không đúng theo định nghĩa sự đồng phẳng.

Câu 66: **Đáp án A.**

M là trung điểm $BB' \Rightarrow 2.\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB'}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B'D}+\overrightarrow{BD'}\right)$ (qt trung điểm).

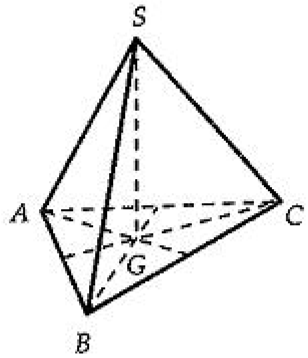
Câu 67: **Đáp án B.**

$$\left.\begin{array}{l}AB\perp AE\\ AE//DH\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp DH\Rightarrow\left(AB,DH\right)=90^\circ.$$

Câu 68: **Đáp án D.**

Ta có: $OO'//DD'$ mà $DD'\perp AB$ nên $OO'\perp AB\Rightarrow\left(OO',AB\right)=90^\circ$.

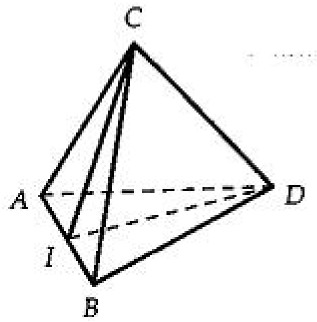
Câu 69: **Đáp án D.**



Ta có: $\Delta SAB=\Delta SBC=\Delta SCA\left(c-g-c\right)\Rightarrow AB=BC=CA$. Do đó tam giác ABC đều. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Vì hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ nên hình chiếu của S trùng với

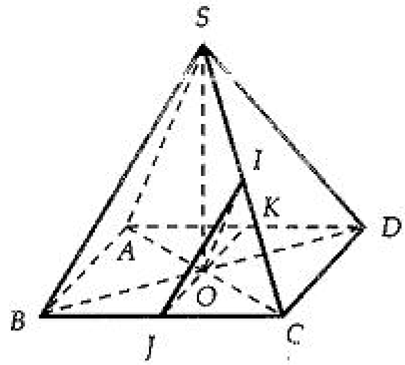
G hay $SG \perp (ABC)$. Ta có $\begin{cases} AC \perp BG \\ AC \perp SG \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBG) \Rightarrow AC \perp SB$. Vậy góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $90°$.

Câu 70: **Đáp án C.**



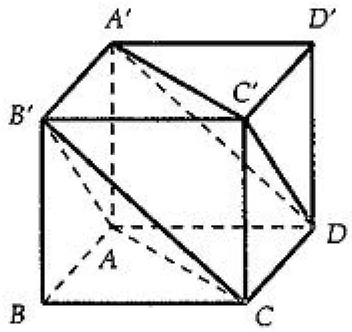
Gọi I là trung điểm của AB . Vì ΔABC và ΔABD là các tam giác đều nên $\begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases}$. Suy ra $AB \perp (CID) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow (AB, CD) = 90°$.

Câu 71: **Đáp án D.**



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$. Ta có $OJ // CD$. Nên góc giữa IJ và CD bằng góc giữa IJ và OJ . Xét tam giác IOJ có: $IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2}, OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2}, IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$. Nên tam giác OIJ đều. Vậy góc giữa IJ và CD bằng có giữa IJ và OJ bằng góc $IJO = 60°$.

Câu 72: **Đáp án B.**

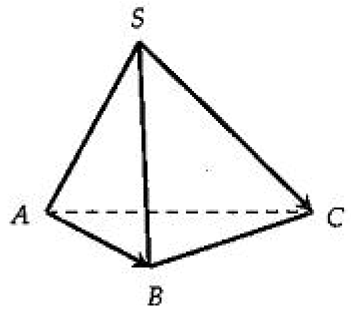


Ta có: $AC // A'C'$ nên góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và $A'D$ bằng góc nhọn $DA'C'$ (vì tam giác $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn).

Câu 73: **Đáp án A.**

Theo lý thuyết.

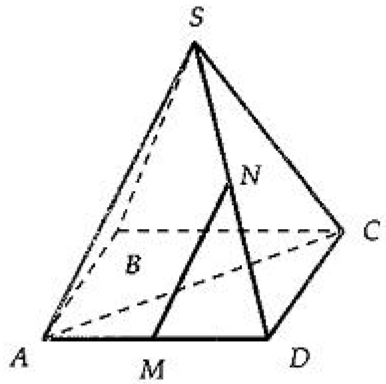
Câu 74: **Đáp án D.**



Ta có: $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}.\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = SC.SB.\cos BSC - SC.SA.\cos ASC = 0$.

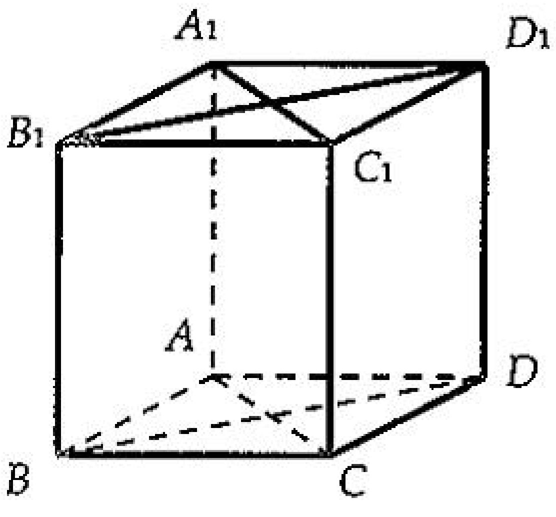
Vì $SA = SB = SC$ và $BSC = ASC$. Do đó: $\left(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}\right) = 90°$.

Câu 75: **Đáp án C.**



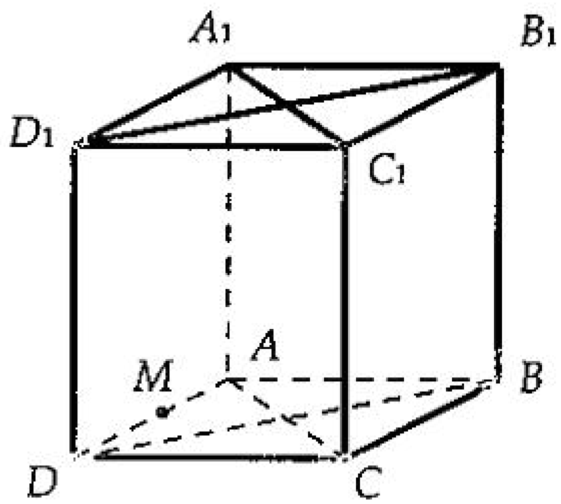
Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S . Khi đó:
$\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{SC}\right) = 90° \Rightarrow \left(MN, SC\right) = 90°$.

Câu 76: **Đáp án B**.



Ta có: $\overrightarrow{AA_1}.\overrightarrow{B_1D_1} = \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB_1}.\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1}.\overrightarrow{BC} = 0$ (vì $\left(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BA}\right) = 90°$ và $\left(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BC}\right) = 90°$). Do đó: $\left(\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{B_1D_1}\right) = 90° \Rightarrow \left(AA_1, B_1D_1\right) = 90°$.

Câu 77: **Đáp án A.**



Ta có:

$$\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{DD_1} = \left(\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}\right).\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}\right) = \overrightarrow{B_1B}.\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BA}^2+\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD} = -a^2+a^2+\frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

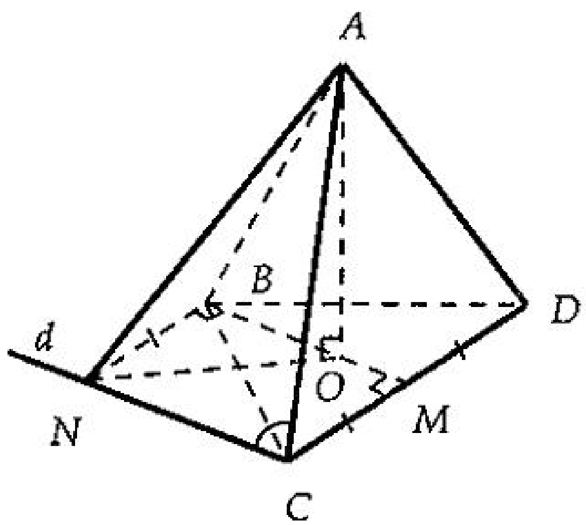
.

Câu 78: **Đáp án C.**

Câu 79: **Đáp án C.**

Ta có: $EG//AC$ (Do ACGE là hình chữ nhật) $\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=BAC=45^\circ$.

Câu 80: **Đáp án C.**



Gọi O là trọng tâm của $\Delta BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$. Trên đường thẳng d qua C và song song với BM lấy điểm N sao cho $BMCN$ là hình chữ nhật, từ đó suy ra:

$(AC,BM)=(AC,CN)=ACN=\alpha$.

Có: $CN = BM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ và

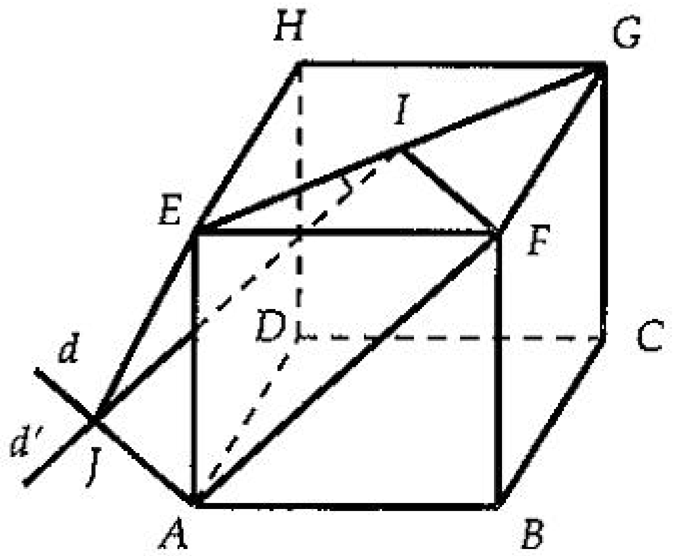
$$BN = CM = \frac{a}{2}; AO^2 = AB^2 - BO^2 = AB^2 - \left(\frac{2}{3}BM\right)^2 = \frac{2}{3}a^2$$

$$ON^2 = BN^2 + BO^2 = \frac{7}{12}a^2; AN = \sqrt{AO^2+ON^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AC^2+CN^2-AN^2}{2.AC.CN} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Câu 81: **Đáp án D.**

Ta có: $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = \vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}.\vec{b}.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=19 \Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$.

Câu 82: **Đáp án B.**



Đặt cạnh của hình lập phương là a. Gọi I là trung điểm của EG. Qua A kẻ đường thẳng $d//FI$. Qua I kẻ đường thẳng $d'//FA$. Suy ra d cắt d' tại J. Từ đó suy ra $\left(\overrightarrow{EG},\overrightarrow{AF}\right)=EIJ=\alpha$. Mặt khác:

IJ=AF=2EI=2FI=2AJ=a$\sqrt{2}$

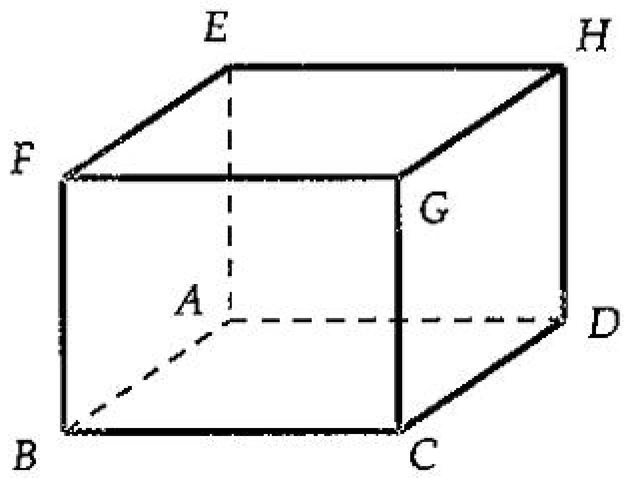
$$EJ^2=AE^2+AJ^2=\frac{3}{2}a^2;\cos\alpha=\left|\frac{EI^2+IJ^2-EJ^2}{2.EI.IJ}\right|=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

Cách 2: Ta có: $AC//EG\Rightarrow(AF;EG)=(AF;AC)$. Mà tam giác AFC đều (vì $AF=AC=FC=a\sqrt{2}$). Suy ra $FAC=60^\circ$.

Câu 83: **Đáp án A.**

$$BC^2=AB^2+AC^2-2.AB.AC.\cos(AB,AC)=AB^2+AC^2-2.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$$

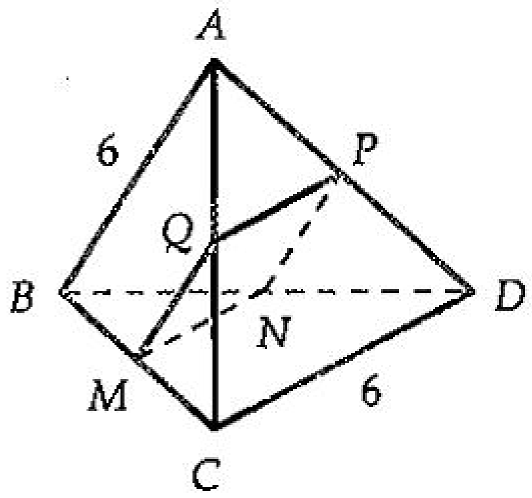
Câu 84: **Đáp án B.**



Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, mặt khác

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=a^2$$

Câu 85: **Đáp án A.**



Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MQ//NP//AB \\ MN//PQ//CD \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành. Mặt khác, $AB \perp CD \Rightarrow MQ \perp MN$. Do đó, MNPQ là hình chữ nhật.

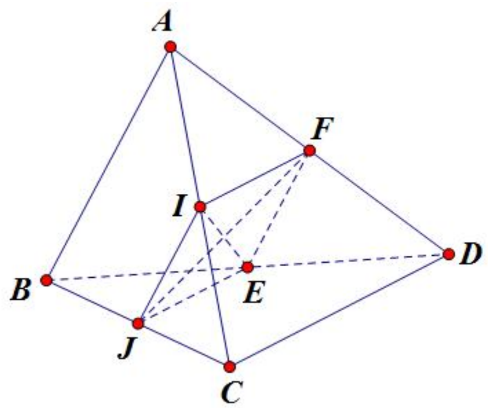
Vì $MQ//AB$ nên $\frac{MQ}{AB} = \frac{CM}{CB} = x \Rightarrow MQ = x.AB = 6x$. Theo giả thiết $MQ = x.BC \Rightarrow BM = (1-x)BC$.

Vì $MN//CD$ nên $\frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} = 1-x \Rightarrow MN = (1-x).CD = 6(1-x)$. Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là:

$$S_{MNPQ} = MN.PQ = 6(1-x).6x = 36.x.(1-x) \le 36\left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2 = 9$$

Ta có $S_{MNPQ} = 9$ khi $x = 1-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC .

Câu 86: **Đáp án D.**



Tứ giác $IJEF$ là hình bình hành. Mặt khác $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}AB \\ JE = \frac{1}{2}CD \end{cases}$ mà $AB = CD$ nên $IJ = JE$. Do đó $IJEF$ là hình thoi. Suy ra $\left(IE, JF\right) = 90^\circ$.

Câu 87: **Đáp án D.**

Theo nhận xét phần 2 đường thẳng vuông góc trong SGK thì đáp án D đúng.

Câu 88: **Đáp án A.**

Ta có: $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-2\vec{a}.\vec{b}\Rightarrow \vec{a}.\vec{b}=\dfrac{9}{2}$. Do đó: $\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{3}{8}$.

Câu 89: **Đáp án C.**

Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right).\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}=$

$\overrightarrow{AC}\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)+\overrightarrow{CB}\left(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA}=0$.

Câu 90: **Đáp án A.**

Gội G là trọng tâm tam giác $ABC\Rightarrow G$ là cố định và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

$P=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2=3MG^2+2\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+GA^2+GB^2+GC^2$

$=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2\geq GA^2+GB^2+GC^2$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv G$. Vậy $P_{\min}=GA^2+GB^2+GC^2$ với $M\equiv G$ là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 91: **Đáp án B.**

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2-2\vec{a}\vec{b}=a\left(\vec{a}^2+\vec{b}^2\right)-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2$

$=2\left(26^2+28^2\right)-48^2=616\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{616}$.

Câu 92: **Đáp án D.**

Ta có: $\vec{x}.\vec{y}=\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\vec{a}^2+2\vec{b}^2-3\vec{a}\vec{b}=4$;

$\left|\vec{x}\right|=\sqrt{\left(\vec{x}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}\right)^2+4\left(\vec{b}\right)^2-4\vec{a}\vec{b}}=2\sqrt{3}$.

$\left|\vec{y}\right|=\sqrt{\left(\vec{y}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}\right)^2+\left(\vec{b}\right)^2-2\vec{a}\vec{b}}=\sqrt{5}$

$\cos\alpha=\dfrac{\vec{x}.\vec{y}}{\left|\vec{x}\right|.\left|\vec{y}\right|}=\dfrac{4}{2\sqrt{3}.\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{15}}$

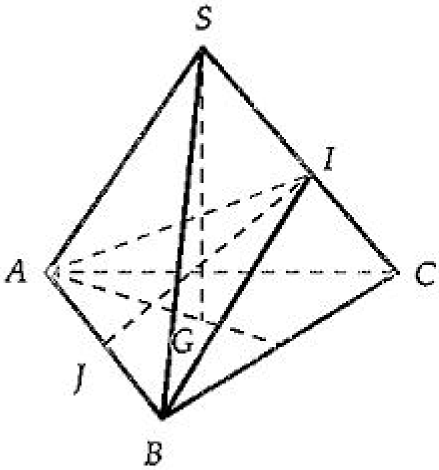
Câu 93: **Đáp án C.**

$S=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2\sin^2A}=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2\left(1-\cos^2A\right)}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\overrightarrow{AB}^2.\overrightarrow{AC}^2-\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}$

..

Câu 94: **Đáp án A.**

Câu 95: **Đáp án A.**



Kẻ $AI \perp SC \Rightarrow (AIB) \perp SC$. Thiết diện là tam giác AIB. Ta có

$$AI = AC.\sin ACS = a.\sqrt{1-\cos^2 ACS} = a.\sqrt{1-\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)^2} = \frac{a}{2b}\sqrt{4b^2-a^2}.$$

Gọi J là trung điểm của AB. Dễ thấy tam giác AIB cân tại I, suy ra $IJ \perp AB$ và

$IJ = \sqrt{AI^2 - AJ^2} = \frac{a}{2b}\sqrt{3b^2-a^2}$. Do đó: $S = \frac{1}{2}AB.IJ = \frac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{4b}$.

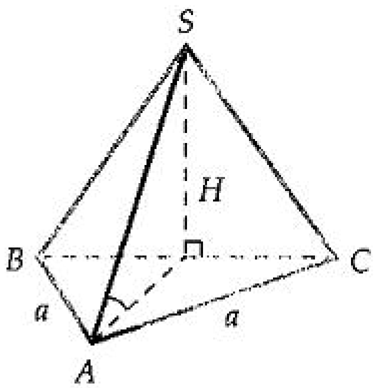
Câu 96: **Đáp án B.**

Câu 97: **Đáp án A.**

+Ta có tam giác ABC vuông tại B nên trung điểm H của AC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi d là trung trực của tam giác $ABC \Rightarrow d \perp (ABC)$ tại H.

+ Mặt khác: $SA = SB = SC$ nên điểm $S \in d \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Câu 98: **Đáp án C.**



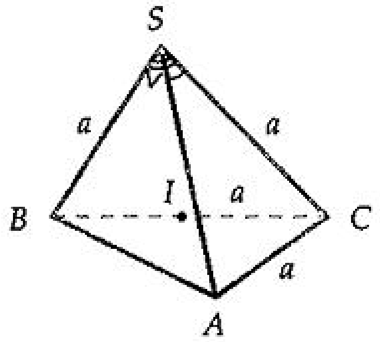
Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nên $SH \perp (ABC)$. vậy AH là hình chiếu của SH lên mp$(ABC) \Rightarrow (SA;(ABC)) = (SA;AH) = SAH$. Ta có:

$SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AH$ .Mà $\Delta ABC = \Delta SBC \Rightarrow SH = AH$. Vậy tam giác SAH vuông cân tại $H \Rightarrow SAH = 45°$.

Câu 99: Đáp án B.

Câu B sai vì: Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau, chéo nhau.

Câu 100: **Đáp án D.**



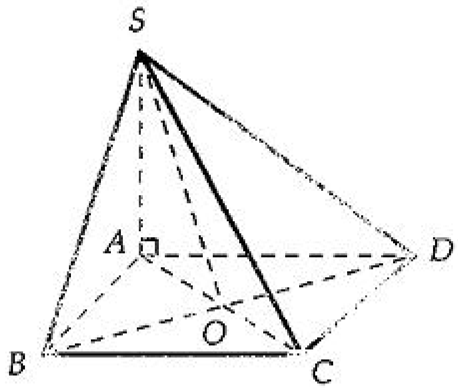
Gọi $SA = SB = SC = a$.

Ta có: SAC đều $\Rightarrow AC = SA = a$. SAB vuông cân tại $S \Rightarrow AB = a\sqrt{2}; BC = \sqrt{SB^2 + SC^2 - 2SB.SC.\cos BSC} = a\sqrt{3} \Rightarrow AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow ABC$.

vuông tại A. Gọi I là trung điểm của BC thì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi d là trục của tam giác ABC thì d đi qua I và $d \perp (ABC)$. Mặt khác: $SA = SB = SC$ nên $S \in d$.

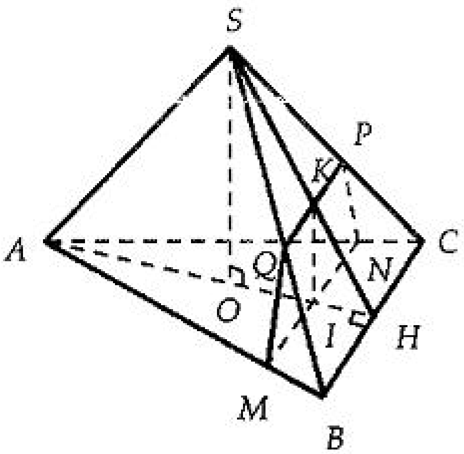
Vậy $SI \perp (ABC)$ nên I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC).

Câu 101: **Đáp án D**.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$, mà $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$ hay $BD \perp SC, BD \perp SO$. AD không vuông góc với SC.

Câu 102: **Đáp án A**.

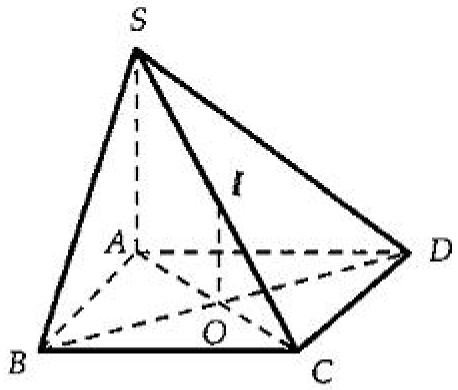


Mặt phẳng (P) vuông góc với OH nên (P) song song với SO. Suy ra $(P) \cap (SAH)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua I và song song với SO cắt SH tại K.

Từ giả thiết suy ra $(P)//BC$, do đó (P) sẽ cắt $(ABC),(SBC)$ lần lượt là các đường thẳng qua I và K song song với BC cắt AB, AC, SB, SC lần lượt tại M, N, Q, P . Do đó thiết diện là tứ giác MNPQ .

Ta có MN và PQ cùng song song với BC suy ra I là trung điểm của MN và K là trung điểm của PQ , lại có tam giác ABC đều và tam giác SBC cân tại S suy ra IK vuông góc với MN và PQ nên MNPQ là hình thang cân.

Câu 103: **Đáp án D.**

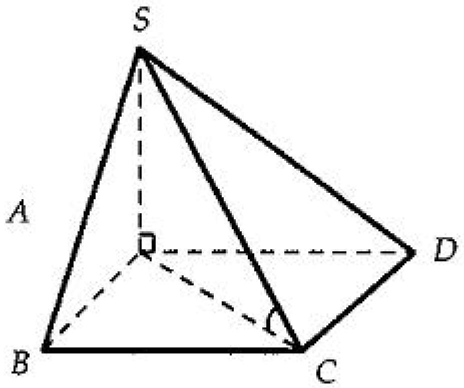


Ta có $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$, và O là trung điểm của BD

$\Rightarrow (SAC)$ là mặt phẳng trung trực cyả đoạn BD . Ta có OI song song SA suy ra $IO \perp (ABCD)$.

Vậy $SA = SB = SC$ là khẳng đính sai.

Câu 104: **Đáp án D.**



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$. Suy ra góc giữa SC và mp $(ABCD)$ bằng góc giữa SC & $AC \Rightarrow \alpha = SCA$. Xét tam giác SAC vuông tại A có:

$$\tan\alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°.$$

Câu 105: **Đáp án A.**

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của S lên các cạnh của AB, AC, BC . Theo định lý ba đường vuông góc ta có M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, AC, BC .

$\Rightarrow SMH = SNH = SPH \Rightarrow SMH = SNH = SPH \Rightarrow HM = HN = NP$

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp của ABC .

Câu 106: **Đáp án A.**

Nếu $\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \end{cases}$ thì a và c có thể trùng nhau nên đáp án A sai.

Câu 107: **Đáp án D.**

Có $AB \perp BC \Rightarrow ABC$ là tam giác vuông tại B.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow SAB, SAC$ là các tam giác vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow SBC$ là tam giác vuông tại B.

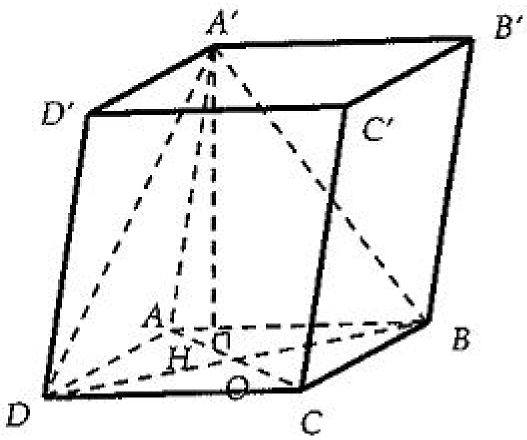
Vậy bốn mặt của tứ diện đều là tam giác vuông nên đáp án D đúng.

Câu 108: Đáp án D.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE$. Vậy: $\begin{cases} AE \perp SB \\ AE \perp BC \end{cases} \Rightarrow AE \perp SC (1)$

Tương tự: $AF \perp SC (2)$. Từ (1); (2) $\Rightarrow SC \perp (AEF)$. Vậy đáp án D đúng.

Câu 109: Đáp án B.

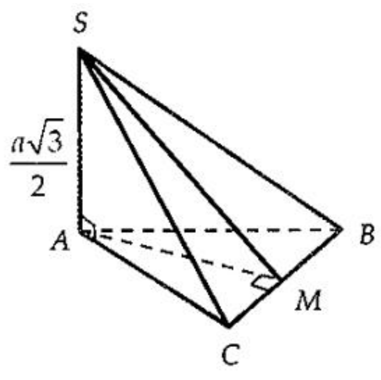


Vì $A'A = A'B = A'D \Rightarrow$ Hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ trùng với H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD (1).

Mà tứ giác $ABCD$ là hình thoi và $BAD = 60^0$ nên ΔABD là tam giác đều (2).

Từ (1) và (2) suy ra H là trọng tâm của ΔABD .

Câu 110. Đáp án C.



Gọi M là trung điểm của BC thì $BC \perp AM$ (1).

Hiển nhiên $AM = a\sqrt{3}$.

Mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$ (2)

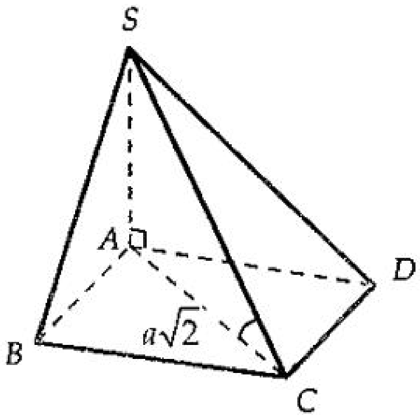
Từ (1) và (2) suy ra: $BC \perp (SAM) \Rightarrow (P) \equiv (SAM)$

Khi đó, thiết diện của hình chop S.ABC được cắt bởi (P) chính là ΔSAM.

ΔSAM. vuông tại A nên:

$$S_{\Delta SAM} = \frac{1}{2} SA.AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{4}$$

Câu 111. Đáp án A



Tứ giác ABCD là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

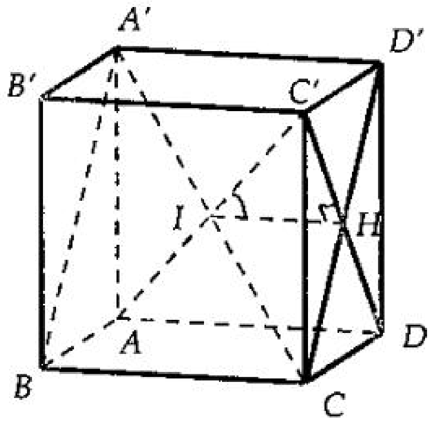
$SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ AC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABCD).

$\Rightarrow SCA$ là góc giữa SC lên (ABCD).

Tam giác SAC vuông tại A nên:

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SCA = 30^0$$

Câu 112. Đáp án D.



Gọi $\begin{cases} A'C \cap AC' = I \\ C'D \cap CD' = H \end{cases}$

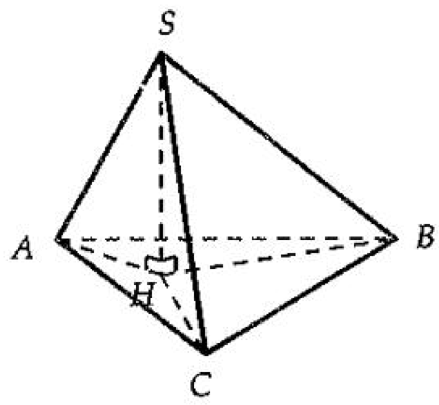
Mà $\begin{cases} C'D \perp CD' \\ C'D \perp A'D' \end{cases} \Rightarrow C'D \perp (A'BCD')$

$\Rightarrow IH$ là hình chiếu vuông góc của AC' lên (A’BCD’)

$\Rightarrow C'IH$ là góc giữa AC' lên (A’BCD’)

Mà $\tan C'IH = \frac{C'H}{IH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = \sqrt{2}$

Câu 113. Đáp án D.



$SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AH \\ SH \perp BH \\ SH \perp CH \end{cases}$

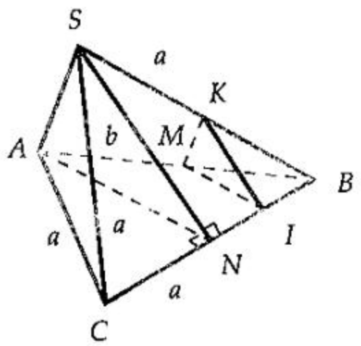
Xét ba tam giác vuông $\Delta SHA, \Delta SHB, \Delta SHC$ có:

$\begin{cases} SA = SB = SC \\ SH \quad chung \end{cases} \Rightarrow \Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$

$\Rightarrow HA = HB = HC$ mà $H \in (ABC)$

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Câu 114. Đáp án C.



Gọi N là trung điểm của BC.

$\begin{cases} SB = SC \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp SN \\ BC \perp AN \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN)$

Theo bài ra: $BC \perp (P) \Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ (P) // (SAN) \end{cases}$

Kẻ $MI // AN$, $MK // SA$

$\Rightarrow$ Thiết diện của (P) và tứ diện SABC là ΔKMI.

ΔABC và ΔSBC là hai tam giác đều cạnh a.

$\Rightarrow AN = SN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = SA \Rightarrow \Delta SAN$ là tam giác đều cạnh $\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta KMI$ là tam giác đều cạnh $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{a-b}{a} \Rightarrow S_{\Delta KMI} = \dfrac{3\sqrt{3}}{16} \cdot \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^2$

Câu 115. Đáp án B.

Câu A: sai vì b có thể vuông góc với a .

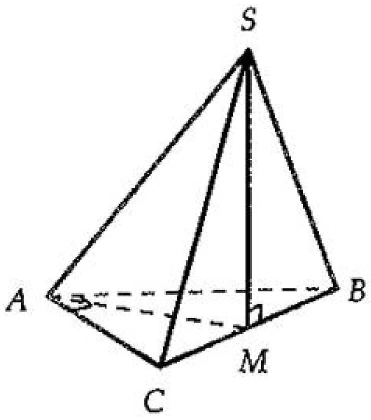
Câu B đúng bởi: $a // (P) \Rightarrow \exists a' \in (P)$ sao cho $a' // a$,

$b \perp (P) \Rightarrow b \perp a'$. Khi đó: $a \perp b$.

Câu C và câu D sai vì: b có thể nằm trong (P).

Vậy: chọn đáp án B.

Câu 116. Đáp án C



$AM = BM = \frac{a}{2}$, $SB = a$

Có $SM \perp (ABC)$ nên AM là hình chiếu của SA lên (ABC)

$\Rightarrow \left(SA,(ABC)\right) = (SA, AM) = \text{SAM}$

Áp dụng định lý Pytago: $SM = \sqrt{SB^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác SAM có:

$\tan SAM = \frac{SM}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow SAM = 60^0$

Câu 117. Đáp án A.

Câu 118. Đáp án A.

Vì qua một đường thẳng dựng được vô số mặt phẳng.

Câu 119. Đáp án D.

Thiết diện là hình thang vuông đi qua trung điểm các cạnh AB, CD, CS, SB, nên diện tích thiết diện là:

$$S = \frac{\left(BC + \frac{1}{2}BC\right)\cdot \frac{1}{2}SA}{2} = \frac{(8+4).6}{2} = 36$$

Câu 120. Đáp án C.

Theo bài ra, hình chóp SABC là hình chóp tam giác đều. Gọi H là trung điểm của BC , ta có: $SG \perp (ABC)$, $G \in AH$.

Mặt khác, ta có: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$

$$\Rightarrow SG = SA.\sin SAG = b\cdot\sqrt{1-\left(\frac{AG}{SA}\right)^2} = b\cdot\sqrt{1-\frac{\frac{a^2}{3}}{b^2}} = \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}}$$

Câu 121. Đáp án C.

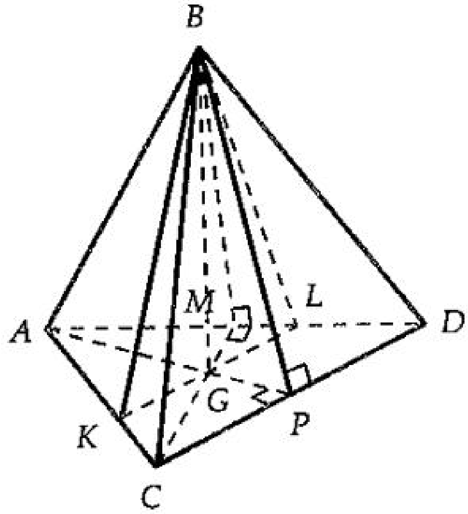
Để C_1 nằm giữa S và C thì $\text{ASC} < 90^0$

$\Rightarrow \cos \text{ASC} > 0 \Leftrightarrow \frac{2b^2 - a^2}{2b^2} > 0 \Leftrightarrow b\sqrt{2} > a$

Câu 122. Đáp án C.

Do hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, SA = SC, SB = SD nên $SO \perp (ABCD)$

Câu 123. Đáp án C.



Ta có: $\begin{cases} CD \perp AP \\ CD \perp BP \end{cases} \Rightarrow CD \perp (APB) \Rightarrow BG \perp CD$

Tương tự: $\begin{cases} AD \perp CM \\ AD \perp BM \end{cases} \Rightarrow AD \perp (BCM) \Rightarrow BG \perp AD$

Suy ra: $BG \perp (ACD) \Rightarrow BG \perp AP$

Kẻ KL đi qua trọng tâm G của ΔACD và song song với CD $\Rightarrow AP \perp KL$

$\Rightarrow (P)$ chính là mặt phẳng $\left(\text{BKL}\right)$ $\Rightarrow (ACD) \cap (\text{BKL}) = \text{KL} = \frac{2}{3}CD = 8$

Có thể nói nhanh theo tính chất tứ diện đều:

Gọi G là trọng tâm Δ ACD thì G là tâm ΔACD và $BG \perp (ACD)$.

Trong mp$\left(\text{ACD}\right)$, kẻ qua G đường thẳng song song với CD cắt AC, AD lần lượt tại K, L .

Ta có: $(BKL) \perp (ACD)$, $AP \perp KL \Rightarrow AP \perp (BKL)$

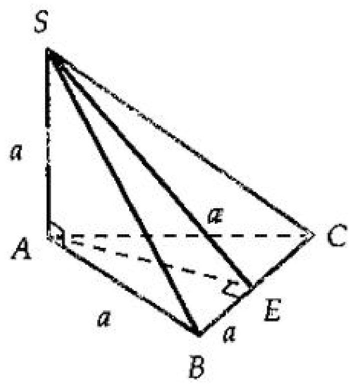
Vậy: $(P) \equiv (BKL) \Rightarrow (ACD) \cap (\text{BKL}) = \text{KL} = \frac{2}{3}CD = 8$

Câu 124. Đáp án B.

Ta có: $\left(AC_1, (ABCD)\right) = CAC_1 = \alpha$.

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{CC_1}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

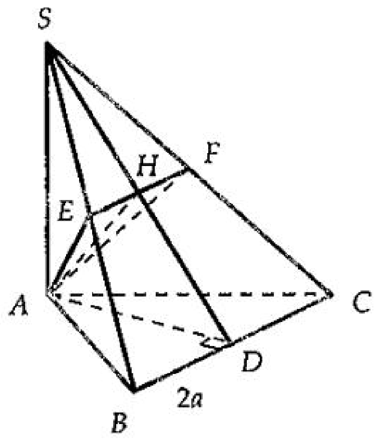
Câu 125. Đáp án A.



Kẻ $AE \perp BC, SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAE) = (P)$

Thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABC$ là tam giác SAE có diện tích là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Câu 126. Đáp án C.



Gọi $H = EF \cap SD$

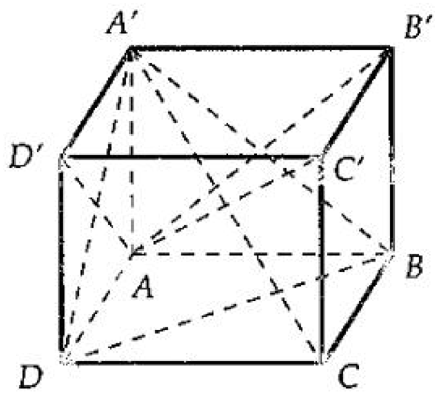
Do $AD \perp BC, SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD)$

$\Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow EF \perp AH \Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{2}EF.AH$

Mà $EF = \frac{1}{2}BC = a$.

Do H là trung điểm $SD \Rightarrow AH = a \Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{2}a^2$

Câu 127. Đáp án A.



Ta có:

$$\begin{cases} A'D \perp AD' & (t/c\ \ hv) \\ A'D \perp C'D' & (C'D' \perp (A'D'DA)) \end{cases}$$

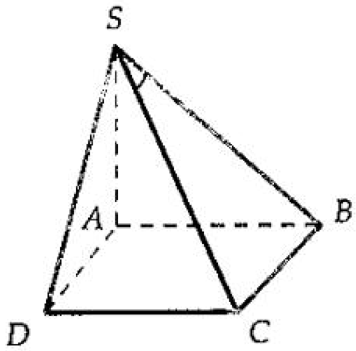
$\Rightarrow A'D \perp (AC'D') \Rightarrow A'D' \perp AC' \quad (1)$

$$\begin{cases} A'B \perp AB' & (t/c\ \ hv) \\ A'B \perp B'C' & (B'C' \perp (A'D'DA)) \end{cases}$$

$\Rightarrow A'B \perp (AB'C') \Rightarrow A'B \perp AC' \quad (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AC' \perp (A'BD)$

Câu 128. Đáp án C.



Ta có: $S \in (SAB) \Rightarrow S$ là hình chiếu của S trên $\left(SAB\right)$ (1)

$\begin{cases} BC \perp AB & (t/c \quad hv) \\ BC \perp SA & (\text{SA} \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow B$ là hình chiếu của C trên $\left(SAB\right)$ (2)

Từ $(1),(2) \Rightarrow \left(SC,(SAB)\right) = \left(SC,SB\right) = BSC = a$

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có:

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$

Xét tam giác SBC vuông tại B ta có:

$\tan\alpha = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

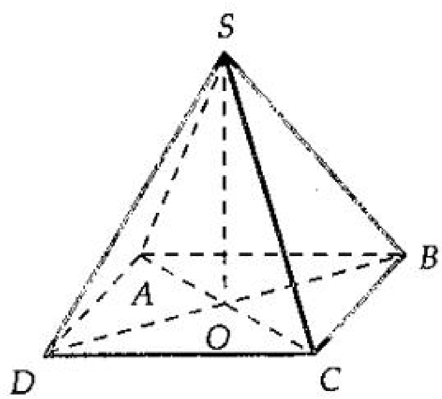
Câu 129. Đáp án C.

Ta có: $\begin{cases} BH \perp AC & (\text{gt}) \\ BH \perp SA & (\text{SA} \perp (ABCD)) \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp SC$

Mà $BK \perp SC \Rightarrow SC \perp (BHK) \Rightarrow \left(SC,(BHK)\right) = 90^\circ$

Câu 130. Đáp án B.



$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$

$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$

Ta có: $SO \perp (ABCD) \Rightarrow OA$ là hình chiếu của SA

Vậy góc giữa SA và $\left(ABCD\right)$ chính là $SAO = 45^\circ$

Xét tam giác SAO ta có $\tan SAO = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = a\sqrt{2}$

Câu 131. Đáp án B

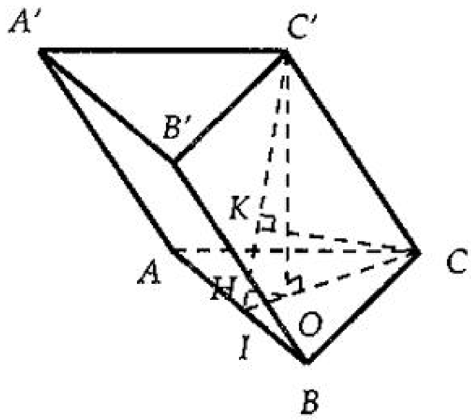
Ta có: $\begin{cases} AB \perp AD & \text{(t/ c hv)} \\ AB \perp SA & (\text{SA} \perp (ABCD)) \end{cases}$

$\Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$

Giả sử $SB \perp SD \Rightarrow SD \perp (SAB)$ (vô lý)

Hay ΔSBD không thể là tam giác vuông.

Câu 132. Đáp án B



Cách 1: Dựng $CK \perp IC'$ tại K, do đó $d(C;IC') = CK$.

Xét $\Delta ICC'$, ta có: $OC'.CI = CK.IC' \Rightarrow CK = \dfrac{OC'.CI}{IC'}$

Mà:

$OC' = OC.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$

$CI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, IC'^2 = OI^2 + C'O^2$

$= \dfrac{a^2}{12} + a^2 = \dfrac{13a^2}{12}$

$\Rightarrow d(C;IC') = CK = \dfrac{3a\sqrt{13}}{13}$

Cách 2: Dựng $OH \perp IC'$, ta có $OI = \dfrac{1}{3}CI$

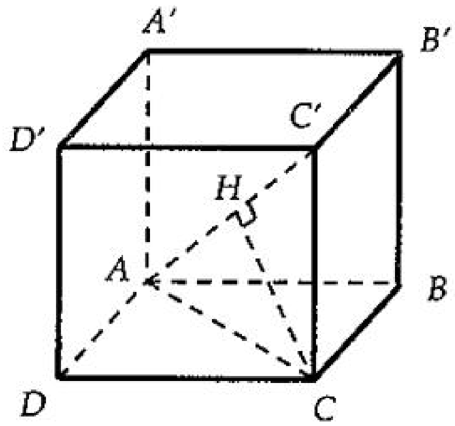
$\Rightarrow d(C;IC') = 3d(O;IC') = 3OH$

Sau đó dùng công thức:

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{OC'^2}$

hay $OH.IC' = OI.OC'$. Suy ra OH.

Câu 133. Đáp án C.

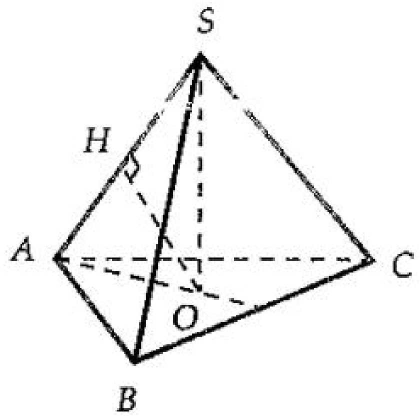


Vì $\Delta CC'A$ vuông tại C nên ta dựng $CH \perp AC'$ thì CH là khoảng cách từ C đến AC'.

$$\frac{1}{CH^2}=\frac{1}{CA^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow CH^2=\frac{2a^2}{3}\Rightarrow CH=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 134. Đáp án A.



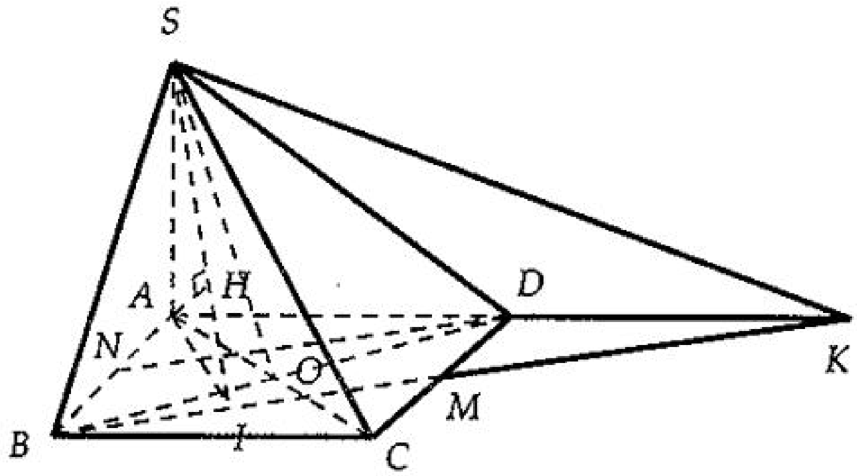
Do $SABC$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABC)$

$\Rightarrow \Delta SAO$ vuông tại O, dựng $OH\perp SA$

Câu 135. Đáp án D.

$$\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OS^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

$$=\frac{3}{a^2}+\frac{3}{a^2}=\frac{6}{a^2}\Rightarrow OH=\frac{a}{\sqrt{6}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$$



Cách 1:

Gọi I là hình chiếu của A trên BM

H là hình chiếu của A trên SI

$\Rightarrow \begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBM)$

$\Rightarrow AH = d(A;(SBM))$

Gọi N là trung điểm của AB

$\Rightarrow DN$ song song BM

$\Rightarrow d(D;(SBM)) = d(N;(SBM))$

$= \dfrac{1}{2} d(A;(SBM))$

Mặt khác ta có hình chiếu vuông góc của DS lên (SAC) là $SO \Rightarrow D\hat{S}O = 30°$.

Đặt $DO = x \Rightarrow SO = x\sqrt{3} (O = AC \cap BD)$.

Từ $SO = \sqrt{AO^2 + SA^2} \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow BD = a\sqrt{2} \Rightarrow ABCD$ là hình vuông cạnh a

$\Rightarrow S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{BCM} = \dfrac{a^2}{2}$

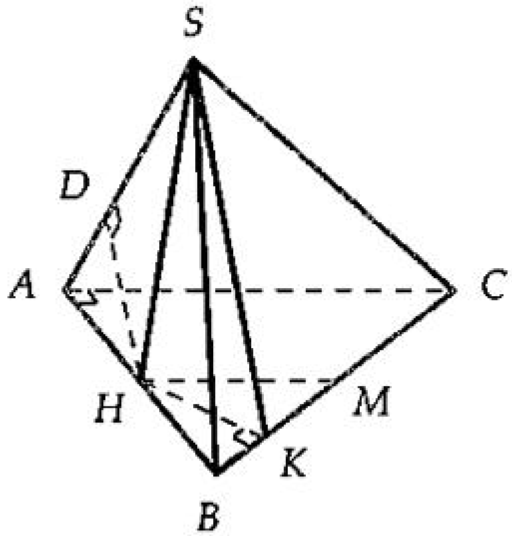
Mà $S_{ABM} = \dfrac{1}{2} AI.BM \Rightarrow AI = \dfrac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AI^2} + \dfrac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2a}{3} \Rightarrow d(D;(SBM)) = \dfrac{a}{3}$.

Cách 2: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AK^2}$

$= \dfrac{2}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2} = \dfrac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2a}{3}$

$\Rightarrow d(D;(SBM)) = 2AH = \dfrac{a}{3}$.

Câu 136. Đáp án C



Trong mặt phẳng (ABC) dựng $HK \perp BC$ tại $K \Rightarrow BC \perp (SKH)$.

Từ giả thiết ta có $S\hat{H}K = 30°, BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4a$

Ta có $\sin ABC = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{HK}{HB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong ΔSHK ta có $SH = HK.\tan SKH = \dfrac{a}{2}$

Do M là trung điểm cạnh BC nên MH song song $AC \Rightarrow MH$ song song (SAC)

$\Rightarrow d(M;(SAC)) = d(H;(SAC))$.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $DH \perp SA$ tại D ta có:

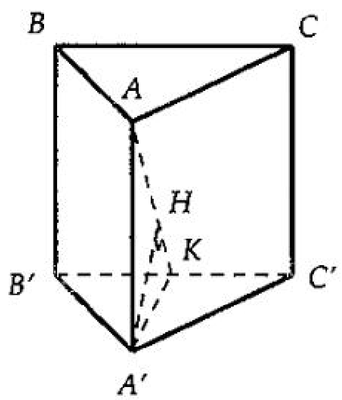
$AC \perp (SAB) \Rightarrow AC \perp DH$

$\Rightarrow DH \perp (SAC)$

$\Rightarrow \dfrac{1}{DH^2} = \dfrac{1}{HA^2} + \dfrac{1}{HS^2} \Rightarrow HD = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Vậy $d(M;(SAC)) = d(H;(SAC)) = HD = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 137. Câu 80: Đáp án A.



Theo giả thiết mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với $(A'B'C')$ góc $60°$ nên $A\hat{K}A' = 60°$.

Ta có $A'K = \dfrac{1}{2}A'C' = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow AA' = A'K.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

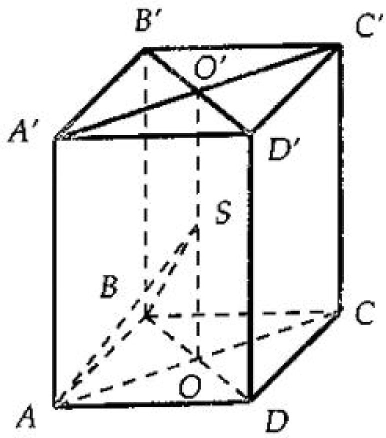
$d(B;(AB'C')) = d(A';(AB'C'))$

Dựng $A'H \perp AK \Rightarrow A'H \perp (AB'C')$

$\Rightarrow d(A';(AB'C')) = A'H.$

Tính $A'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} = d(BC;(AB'C')).$

Câu 138. Đáp án B.



Theo giả thiết $\begin{cases} AB = AD \\ B\hat{A}D = 60° \end{cases} \Rightarrow \Delta BAD$ đều cạnh a

$\Rightarrow OA \perp OB$ và $OO' \perp (ABCD) \Rightarrow$ Tứ diện $OSAB$ vuông tại O có

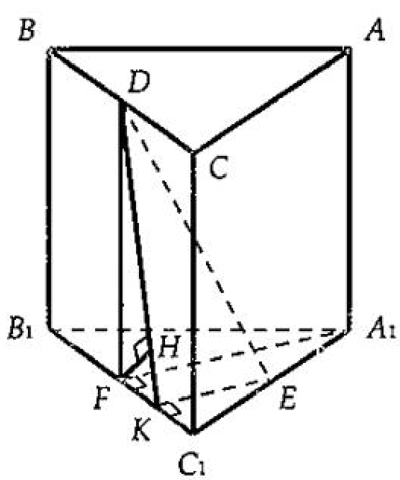
$OB = \dfrac{a}{2}; OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; OS = a$

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2(O;(SAB))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OS^2}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$= \frac{19}{3a^2} \Rightarrow d(O;(SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}.$$

Câu 139. Đáp án C.



Gọi K là trung điểm C_1F.

Do $\Delta A_1B_1C_1$ đều nên $A_1F \perp B_1C_1$

$\Rightarrow EK \perp B_1C_1$ và EK song song A_1F

$\Rightarrow A_1F$ song song (DEK)

Dựng

$FH \perp DK \Rightarrow d(DE; A_1F) = d(A_1F; (DEK)) = FH$

(vì $FH \perp (DEK)$)

Trong tam giác vuông DFK ta có:

$$\frac{1}{FH^2} = \frac{1}{FD^2} + \frac{1}{FK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{16}{a^2} = \frac{17}{a^2}$$

$$\Rightarrow FH = \frac{a}{\sqrt{17}}.$$