GIẢI BÀI TẬP TOÁN 9
CHƯƠNG 3:
HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

Chương 3

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

§ 1

Phương trình bậc nhất 2 ẩn. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng $ax + by = c$ (1) với $a,$ b không đồng thời bằng 0.

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (2) với $a,$ b không đồng thời bằng 0 và a', b' không đồng thời bằng 0.

Cặp số $(x_0\,; y_0)$ được gọi là nghiệm của (1) nếu $(x_0\,; y_0)$ thỏa (1).

Cặp số $(x_0\,; y_0)$ được gọi là nghiệm của (2) nếu $(x_0\,; y_0)$ thỏa mãn hai phương trình trong (2).

Ví dụ 1.

Kiểm tra cặp số sau có phải là nghiệm của phương trình $2x - y - 1 = 0$ hay không?

a) $(1;1)$;

b) $(0,5;3)$.

Lời giải

1. Thay $x = 1$ và $y = 1$ vào phương trình, ta có $2.1 - 1 - 1 = 0$. Vậy $(1;1)$ là nghiệm của phương trình.
2. Thay $x = 0,5$ và $y = 3$ vào phương trình, ta có $2.0,5 - 3 - 1 = -3 \neq 0$. Vậy $(0,5;3)$ không là nghiệm của phương trình.

1.2 Tập nghiệm của phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn luôn có vô số nghiệm và được biểu diễn bởi đường thẳng $ax+by=c$ (3).

☒ Nếu $a\neq 0$ và $b\neq 0$ thì (3) có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in \mathbb{R} \\ y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b} \end{cases}$.

☒ Nếu $a\neq 0$ và $b=0$ thì (3) có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=\dfrac{c}{a} \\ y\in \mathbb{R} \end{cases}$.

☒ Nếu $a=0$ và $b\neq 0$ thì (3) có nghiệm $\begin{cases} x\in \mathbb{R} \\ y=\dfrac{c}{b} \end{cases}$.

Ví dụ 2.

Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau

a) $3x-y=2$; b) $x+5y-3=0$

c) $4x+0y=-2$ d) $0x+2y=5$

Lời giải

a) $3x-y=2 \Leftrightarrow y=3x-2$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in \mathbb{R} \\ y=3x-2 \end{cases}$

b) $x+5y-3=0 \Leftrightarrow x=-5y+3$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-5y+3 \\ y\in \mathbb{R} \end{cases}$.

c) $4x+0y=-2$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y\in \mathbb{R} \end{cases}$.

d) $0x+2y=5$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in \mathbb{R} \\ y=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

2 Các bài toán nâng cao

Dạng 48. Xét xem cặp số có phải là nghiệm của phương trình không.

☒ Áp dụng nền tảng kiến thức.

☒ Thực hành tốt kĩ năng tính toán biểu thức.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1.

Trong các cặp số $(2;1)$, $(3;-1)$, $(0;5)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình $x+2y-4=0$

Lời giải

☒ Với $(2;1)$, ta có $2+2\cdot 1-4=0 \Rightarrow (2;1)$ là nghiệm.

☒ Với $(3;-1)$, ta có $3+2\cdot(-1)-4=-3\neq 0 \Rightarrow (3;-1)$ không là nghiệm.
☒ Với $(0;5)$, ta có $0+2\cdot 5-4=6\neq 0 \Rightarrow (0;5)$ không là nghiệm.

🗁 Dạng 49. Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của phương trình.

☒ Biến đổi biểu thức để đưa về x theo y hoặc y theo x.

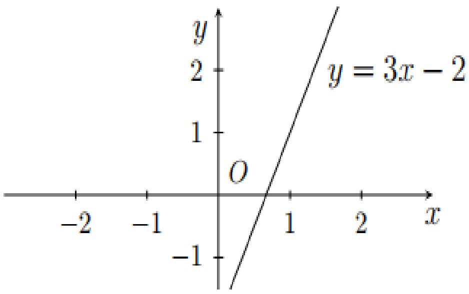
BÀI TẬP MẪU

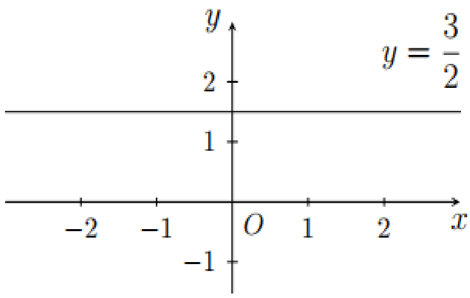
🕮 Ví dụ 1.
Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm các phương trình sau
a) $3x-y-2=0$;
b) $0x+2y=3$.

Lời giải

a) $3x-y-2=0 \Leftrightarrow y=3x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=3x-2 \end{cases}$;

b) $0x+2y=3 \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$.





🗁 Dạng 50. Xác định tham số khi biết nghiệm của phương trình.

☒ Thực hành tốt kĩ năng tính biểu thức.

BÀI TẬP MẪU

🕮 Ví dụ 1.
Tìm m trong mỗi trường hợp sau
1. $(1;2)$ là nghiệm của phương trình $mx+y-5=0$;
2. Điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x+my-6=0$.

Lời giải
1. Thay $x=1, y=2$ vào phương trình ta có $m.1+2-5=0 \Leftrightarrow m=3$.
2. Thay $x=0, y=3$ vào đường thẳng, ta có $4.0+m.3=6 \Leftrightarrow m=2$.

🗁 Dạng 51. Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất.

Xét hệ $\begin{cases} ax+by=c \end{cases}$. Nếu

⟐⟐⟐BÀI TẬP MẪU⟐⟐⟐

Ví dụ 1.
Tìm m trong mỗi trường hợp sau
1. $(1;2)$ là nghiệm của phương trình $mx+y-5=0$;
2. Điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x+my-6=0$.

Lời giải

1. Thay $x=1, y=2$ vào phương trình ta có $m.1+2-5=0 \Leftrightarrow m=3$.
2. Thay $x=0, y=3$ vào đường thẳng, ta có $4.0+m.3=6 \Leftrightarrow m=2$.

⟐⟐⟐BÀI TẬP MẪU⟐⟐⟐

Ví dụ 1.
Không vẽ đồ thị, hãy đoán nhận số nghiệm các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-y=2 \\ -2x+2y=3 \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$

Ta có $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1}$ nên hệ có nghiệm duy nhất.

b) $\begin{cases} x-y=2 \\ -2x+2y=3 \end{cases}$

Ta có $\frac{1}{-2} = \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{3}$ nên hệ vô nghiệm.

Dạng 52. Hai hệ phương trình tương đương.

☒ Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có chung tập nghiệm.

☒Hai hệ phương trình vô nghiệm cũng được coi là tương đương.

⟐⟐⟐BÀI TẬP MẪU⟐⟐⟐

Ví dụ 1.
Xét sự tương đương của các hệ phương trình sau:

1. $(1)\ \begin{cases} 2x-y &=1 \\ x-2y &=-1 \end{cases}$ và $(2)\ \begin{cases} 2x-y &=1 \\ x-y &=0 \end{cases}$

2. $(3)\ \begin{cases} x-y=12 \\ x+y=5 \end{cases}$ và $(4)\ \begin{cases} x-y=1 \\ 2x-y=0 \end{cases}$

Lời giải

1. $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-y=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-(2x-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x-3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-y=0 \end{cases}$

Vậy (1) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ và (2) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-y=0 \end{cases}$ là hai hệ tương đương.

2. (3) $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=5 \end{cases}$ và (4) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-y=0 \end{cases}$

Ta thấy cặp số $(2;1)$ thỏa (3) nhưng không thỏa (4).

Vậy (3) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ và (4) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ không tương đương.

3 Luyện tập

Bài 1. Cho phương trình $mx+(m+1)y=3$.

1. Với $m=1$, xét xem các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình.

i) $(3;-2)$ ii) $(0;1)$ iii) $(-1;0)$.

2. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình trên ứng với

i) $m=-1$ ii) $m=2$.

3. Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.

i) $(3;1)$ ii) $(2;3)$.

Lời giải

1. Với $m=1$, ta có phương trình $2x+3y=3$.

i) Thay $x=3, y=-2$ vào phương trình, ta có $2\cdot 3+3\cdot(-2)=6\neq 3$ nên $(3;-2)$ không là nghiệm của phương trình.

ii) Thay $x=0, y=1$ vào phương trình, ta có $2\cdot 0+3\cdot 1=3$ nên $(0;1)$ là nghiệm của phương trình.

iii) Thay $x=-1, y=0$ vào phương trình, ta có $2\cdot(-1)+3\cdot 0=-2\neq 3$ nên $(-1;0)$ không là nghiệm của phương trình.

2. Tìm nghiệm tổng quát.

i) Với $m=-1$ ta có phương trình $-1\cdot x+(-1+1)y=3 \Leftrightarrow x=-3$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-3 \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$.

ii) Với $m=2$ ta có phương trình $2x+3y=3 \Leftrightarrow y=-\frac{2}{3}x+1$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=-\frac{2}{3}x+1 \end{cases}$.

Hoặc: $2x+3y=3 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}y+\frac{3}{2}$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-\frac{3}{2}y+\frac{3}{2} \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$.

3. Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.

i) Thay $x=3, y=1$ vào phương trình, ta có $3m+(m+1)\cdot 1=3 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

ii) Thay $x=2, y=3$ vào phương trình, ta có $2m+(m+1)\cdot 3=3 \Leftrightarrow m=0$.

Bài 2. Không vẽ đồ thị, hãy đoán nhận số nghiệm của các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ x+y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2y=5 \\ -2x+4y=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ -6x+2y=-4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x+\dfrac{3}{2}y=5 \\ 2y=8 \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ x+y=1 \end{cases}$

Do $\dfrac{4}{1}\neq\dfrac{3}{1}$ nên hệ có nghiệm duy nhất.

b) $\begin{cases} x-2y=5 \\ -2x+4y=3 \end{cases}$

Do $\dfrac{1}{-2}=\dfrac{-2}{4}\neq\dfrac{5}{3}$ nên hệ vô nghiệm.

c) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ -6x+2y=-4 \end{cases}$

Do $\dfrac{3}{-6}=\dfrac{-1}{2}=\dfrac{2}{-4}$ nên hệ có vô số nghiệm.

d) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x+\dfrac{3}{2}y=5 \\ 2y=8 \end{cases}$

Do $\dfrac{0}{2}\neq\dfrac{2}{3}$ nên hệ có nghiệm duy nhất.

4 Các bài tập nâng cao

Bài 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x+ay=5 \\ 2x+y=b \end{cases}$. Tìm a,b để hệ

a) Có nghiệm duy nhất;
b) Vô nghiệm;
c) Vô số nghiệm.

Lời giải

1. Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\neq\dfrac{a}{1}\Leftrightarrow a\neq\dfrac{3}{2}$.

2. Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}=\dfrac{a}{1}\neq\dfrac{5}{b}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3}{2}=\dfrac{a}{1}\\ \dfrac{3}{2}\neq\dfrac{5}{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\ b\neq\dfrac{10}{3}\end{cases}$.

3. Hệ có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}=\dfrac{a}{1}=\dfrac{5}{b}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3}{2}=\dfrac{a}{1}\\ \dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\ b=\dfrac{10}{3}\end{cases}$.

§ 2 Phương pháp giải hệ phương trình.

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Phương pháp thế

Để giải hệ phương trình bằng phương pháp thế ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Biểu thị một ẩn (giả sử ẩn x) theo ẩn còn lại (ẩn y) từ một trong các phương trình của hệ.

Bước 2. Thay biểu thức của x vào phương trình còn lại rồi tìm giá trị của y.

Bước 3. Thay giá trị y vừa tìm được vào biểu thức của x để tìm giá trị của x.

Bước 4. Kết luận nghiệm của hệ phương trình

📖 Ví dụ 1.

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 4x+5y=3 \\ x-3y=5. \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-2y=1 \\ 3x+y=6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y\sqrt{5}=0 \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases}$

✍ Lời giải

1. $\begin{cases} 4x+5y=3 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ 4x+5y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ 4(5+3y)+5y=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ 17y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3\cdot(-1)=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(2;-1)$.

2. $\begin{cases} 7x-2y=1 \\ 3x+y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=6-3x \\ 7x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=6-3x \\ 7x-2(6-3x)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=6-3x \\ 13x=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(1;3)$.

3. $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ 5x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ 5x+3(-1-2x)=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2\cdot(-4)=7 \\ x=-4 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y)=(-4;7)$.

4. $\begin{cases} x+y\sqrt{5}=0 \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ -y\sqrt{5}\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{5}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

1.2 Phương pháp cộng đại số

Để giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Nhân cả hai vế của các phương trình trong hệ với số thích hợp (nếu cần) để đưa hệ đã cho về hệ mới, trong đó các hệ số của một ẩn nào đó bằng nhau (hoặc đối nhau).

Bước 2. Trừ (hoặc cộng) từng vế của các phương trình trong hệ mới để khử bớt một ẩn.

Bước 3. Giải phương trình một ẩn vừa thu được.

Bước 4. Thay giá trị tìm được của ẩn này vào một trong các phương trình của hệ để tìm ẩn còn lại.

Bước 5. Kết luận nghiệm của hệ phương trình.

📖 **Ví dụ 2.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số.

a) $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=1 \\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=4\sqrt{6} \end{cases}$

Lời giải

1. $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+3y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=12 \\ x-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ 4-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(4;1)$.

2. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(2;1)$.

3. $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x+16y=72 \\ 12x-9y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25y=75 \\ 12x-9y=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 12x-9\cdot 3=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(2;3)$.

4. $\begin{cases}\sqrt{3}x-\sqrt{2}y=1\\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=4\sqrt{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{6}x-2y=\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x+9y=12\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11y=11\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x-2y=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x-2\sqrt{2}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{3}\\ y=\sqrt{2}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(\sqrt{3};\sqrt{2})$.

1.3 Phương pháp đặt ẩn phụ

Để giải hệ phương trình ta còn dùng phương pháp đặt ẩn phụ thông qua các ẩn đã cho.

Với dạng này ta cần nhận biết được sự tương đồng của các ẩn từ đó chọn ẩn phụ đặt cho hợp lý để đưa về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn rồi áp dụng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng dại số để giải. Sau khi tìm được nghiệm theo ẩn mới, sau đó ta thay lại ẩn ban đầu để tìm nghiệm của hệ đã cho.

📖 **Ví dụ 3.** Giải các hệ phương trình.

a) $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5\end{cases}$ b) $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{y-1}=2\\ \dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}$ c) $\begin{cases}\dfrac{4}{3}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1\\ \dfrac{1}{6x}+\dfrac{1}{5y}=\dfrac{2}{15}\end{cases}$

Lời giải

1. Điều kiện xác định $x\neq 0, y\neq 0$.

Đặt $a=\dfrac{1}{x}, b=\dfrac{1}{y}$, hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases}a-b=1\\ 3a+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 3a+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 3(1+b)+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 7b=2\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+\dfrac{2}{7}\\ b=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{9}{7}\\ b=\dfrac{2}{7}\end{cases}$. Khi đó ta có $\begin{cases}\dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{7}\\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{9}\\ y=\dfrac{7}{2}\end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{7}{2}\right)$.

2. Điều kiện xác định $x\neq 2, y\neq 1$.

Đặt $a=\dfrac{1}{x-2}, b=\dfrac{1}{y-1}$, hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases}a-b=2\\ 2a+3b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ 2(2+b)+3b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ 5b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{5}\\ b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$$

Từ đó thay vào ta tìm được $\begin{cases} x = \dfrac{1}{a} + 2 = \dfrac{19}{7} \\ y = \dfrac{1}{b} + 1 = \dfrac{2}{5} \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = \left(\dfrac{19}{7}; \dfrac{2}{5}\right)$.

3. Điều kiện xác định $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $a = \dfrac{1}{x}, b = \dfrac{1}{y}$, hệ phương trình đã trở thành

$$\begin{cases} 4a + 4b = 3 \\ \dfrac{1}{6}a + \dfrac{1}{5}b = \dfrac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 4b = 3 \\ 5a + 6b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a + 20b = 15 \\ 20a + 24b = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b = 1 \\ 20a + 20b = 15 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{4} \\ 20a + 20 \cdot \dfrac{1}{4} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{4} \\ a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ Khi đó ta có $\begin{cases} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (2; 4)$.

2 Các dạng toán

Dạng 53. Giải và biện luận hệ phương trình

☑ Dùng phương pháp thế, biểu diễn 1 ẩn theo ẩn còn lại sau đó đưa về phương trình bậc nhất 1 ẩn.

☑ Giải và biện luận phương trình bậc nhất 1 ẩn.

☑ Kết luận tập nghiệm của hệ phương trình.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho hệ phương trình (m là tham số)

$$\begin{cases} x + my = 1 & (1) \\ (5m+2)x + 3y = m - 2 & (2) \end{cases}$$

Giải và biện luận hệ phương trình theo m.

Lời giải

Từ phương trình (1) suy ra $x = 1 - my$, thay vào phương trình (2) ta được

$(5m+2)(1-my) + 3y = m - 2 \Leftrightarrow \left(5m^2 + 2m - 3\right)y = 4m + 4 \Leftrightarrow (m+1)(5m-3)y = 4(m+1).$ (3)

☑Nếu $m = -1$ thì (3) $\Leftrightarrow 0 \cdot y = 0$ luôn đúng với mọi $y \in \mathbb{R}$. Vậy phương trình có vô số nghiệm.