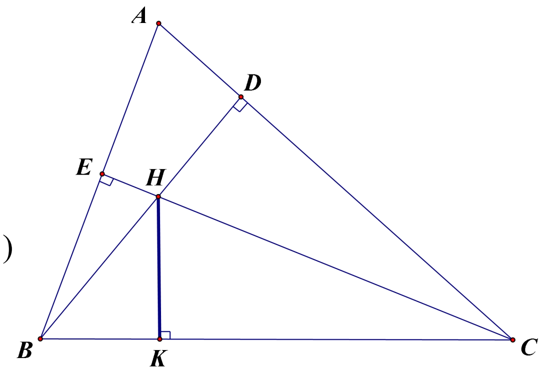
CHUYÊN ĐỀ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Bài 1: Cho ΔABC nhọn, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H, CMR: $BH.BD+CH.CE=BC^2$

HƯỚNG DẪN:



Từ H kẻ $HK \perp BC$

Khi đó:

$\Delta CKH \sim \Delta CEB(g.g) => \frac{CH}{CB}=\frac{CK}{CE} => CH.CE=CK.CB \quad (1)$

Tương tự:

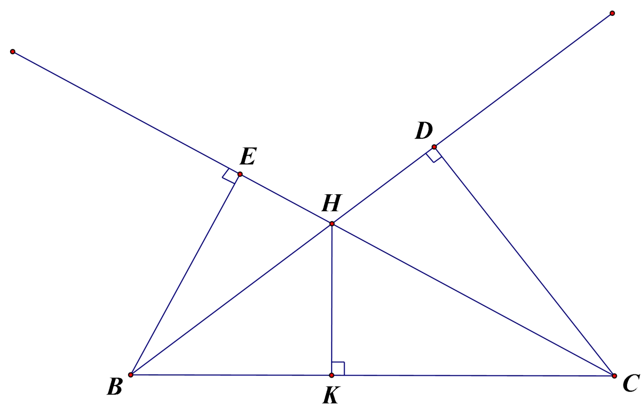
$\Delta BKH \sim \Delta BDC(g.g) => \frac{BH}{BC}=\frac{BK}{BD} => BH.BD=BK.BC \quad (2)$

Cộng (1) và (2) theo vế ta được:

$VT=CK.BC+BK.BC=BC(BK+KC)=BC^2$

Bài 2: Cho ΔBHC có $\widehat{BHC}$ tù, Vẽ BE vuông góc với CH tại E và CD vuông góc với BH tại D. Chứng minh rằng: $BH.BD+CH.CE=BC^2$

HƯỚNG DẪN:



Kẻ: $HG \perp BC => \Delta CGH \sim \Delta CEB(g.g)$

$=> \frac{CH}{CB}=\frac{CG}{CE} => CH.CE=BC.CG \quad (1)$

Tương tự ta có: $\Delta BGH \sim \Delta BDC(g.g)$

$=> \frac{BH}{BC}=\frac{BG}{BD} => BH.BD=BC.BG \quad (2)$

Cộng (1) và (2) theo vế ta được:

VT $=BC.CG+BC.BG=BC(CG+GB)=BC^2$

Bài 3: Cho Δ ABC có góc A bằng 120^0, AD là đường phân giác. CMR: $\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{1}{AD}$

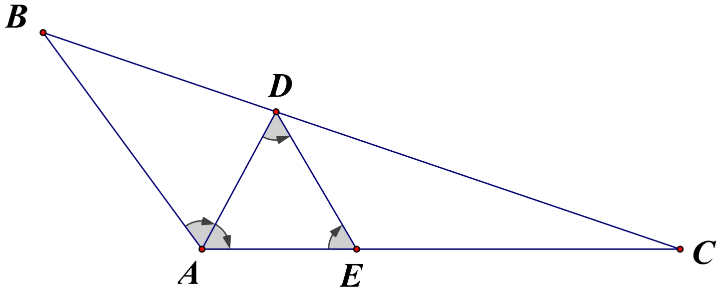
HƯỚNG DẪN:

Kẻ $DE//AB(E \in AC) => \Delta ADE$ là tam giác đều

ΔABC có :

$$DE//AB \Rightarrow \frac{DE}{AB}=\frac{CE}{CA} \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AC-AE}{AC}=1-\frac{AE}{AC}=1-\frac{AD}{AC}$$

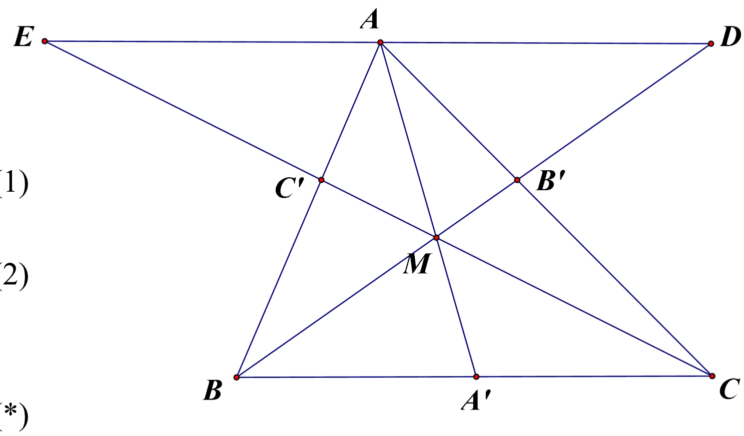
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB}+\frac{AD}{AC}=1 \Rightarrow \frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{1}{AD} \text{ (đpcm)}$$



Bài 4: Cho A', B', C' nằm trên các cạnh BC, AC, AB của ΔABC,

biết AA', BB', CC' đồng quy tại M, Chứng minh rằng: $\frac{AM}{A'M}=\frac{AB'}{CB'}+\frac{AC'}{BC'}$

HƯỚNG DẪN:



Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt BB' tại D và cắt CC' tại E, Khi đó:

ΔAME có $AE//A'C \Rightarrow \frac{AM}{A'M}=\frac{AE}{A'C}$ (1)

ΔAMD có $AD//A'B \Rightarrow \frac{AM}{A'M}=\frac{AD}{A'B}$ (2)

Từ (2) và (2) ta có:

$$\frac{AM}{A'M}=\frac{AE}{A'C}=\frac{AD}{A'B}=\frac{AD+AE}{A'C+A'B}=\frac{DE}{BC} \quad (*)$$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$\Delta AB'D$ có $AD//BC \Rightarrow \frac{AB'}{B'C}=\frac{AD}{BC}$ (3)

$\Delta AC'E$ có: $AE//BC \Rightarrow \frac{AC'}{C'B}=\frac{AE}{BC}$

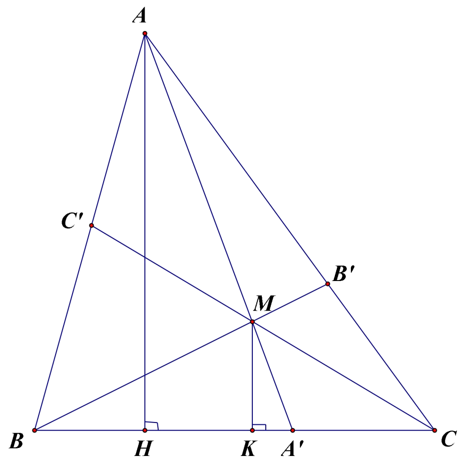
Từ (3) và (4) ta có: $\frac{AB'}{B'C}+\frac{AC'}{BC'}=\frac{AD}{BC}+\frac{AE}{BC}=\frac{DE}{BC}$ (**)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow \frac{AM}{A'M}=\frac{DE}{BC}=\frac{AB'}{B'C}+\frac{AC'}{BC'}$ (đpcm)

Bài 5: Cho ΔABC, M là điểm tùy ý nằm trong tam giác các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắc các cạnh BC, AC, AB tại A', B', C'. Chứng minh rằng:

$$\frac{AM}{AA'}+\frac{BM}{BB'}+\frac{CM}{CC'}=2$$

HƯỚNG DẪN:



Từ A, M vẽ $AH, MK \perp BC \Rightarrow AH//MK$

$\Delta A'AH$ có: $\frac{A'M}{A'A} = \frac{MK}{AH} = \frac{MK.BC}{AH.BC} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

Mặt khác: $\frac{A'M}{A'A} = \frac{AA' - AM}{AA'} = 1 - \frac{AM}{A'A} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

$\Rightarrow \frac{AM}{A'A} = 1 - \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

Chứng minh tương tự:

$\frac{BM}{BB'} = 1 - \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}, \frac{CM}{CC'} = 1 - \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$

Cộng theo vế ta được đpcm

Bài 6: Cho ΔABC, M là điểm tùy ý nằm trong tam giác, đường thẳng đi qua M và trọng tâm G của tam giác cắt BC, CA, AB lần lượt tại A’, B’, C’, CMR :

$\frac{MA'}{GA'} + \frac{MB'}{GB'} + \frac{MC'}{GC'} = 3$

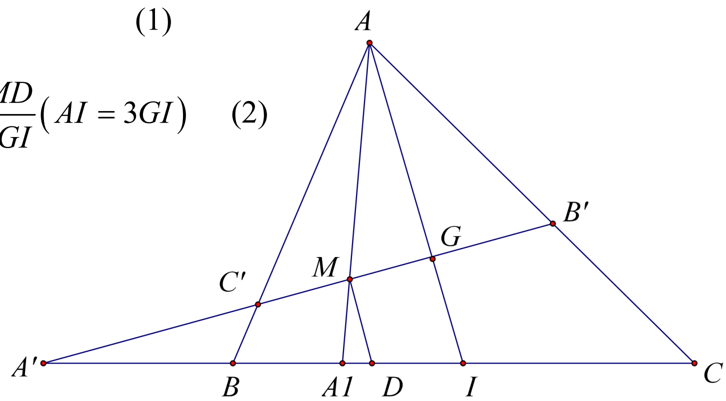
HƯỚNG DẪN:

Gọi AM cắt BC tại A1, Từ M vẽ đường thẳng song song với AI cắt BC tại D, với I là trung điểm BC

$\Delta A'GI$ có: $MD//GI \Rightarrow \frac{A'M}{A'G} = \frac{MD}{GI}$ (1)

$\Delta A1AI$ có $MD//GI \Rightarrow \frac{A1M}{A1A} = \frac{MD}{AI} = \frac{MD}{3GI} (AI = 3GI)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{A'M}{A'G} = \frac{3A1M}{A1A}$



Chứng minh tương tự ta có:

$\frac{MB'}{GB'} = \frac{3.B1M}{B1B}, \frac{MC'}{GC'} = \frac{3.C1M}{C1C} \Rightarrow VT = 3\left(\frac{A1M}{A1A} + \frac{B1M}{B1B} + \frac{C1M}{C1C}\right)$

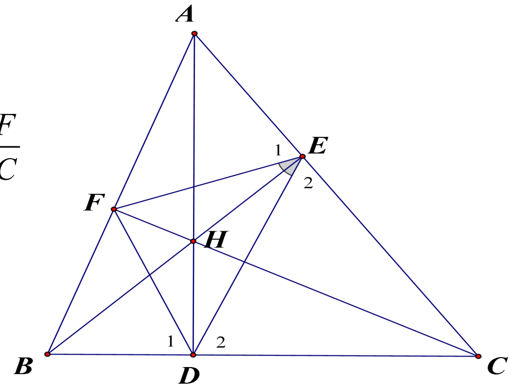
mà ta có: từ bài 6 $\Rightarrow \frac{A1M}{A1A} + \frac{B1M}{B1B} + \frac{C1M}{C1C} = 1 \Rightarrow VT = 3$

Bài 7: Cho ΔABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh rằng:

a, ΔAEF đồng dạng ΔABC

b, H là giao các đường phân giác của ΔDEF

c, $BH.BE + CH.CF = BC^2$



HƯỚNG DẪN:

a, Ta có: $\Delta AEB \sim \Delta CFC\left(g.g\right) \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

$\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ABC\left(c.g.c\right)$

b, Chứng minh tương tự ta cũng có:

$\Delta CED \sim \Delta CBA$, (c.g.c) và $\Delta BFD \sim \Delta BCA$ (c.g.c)

=> Do $\Delta AEF \sim \Delta ABC \Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC} = \widehat{CED}$

Mà: $\widehat{BEF} + \widehat{AEF} = \widehat{BED} + \widehat{CED}\left(= 90^0\right) \Rightarrow \widehat{BED} = \widehat{BEF}$ => HE là phân giác góc E

Chứng minh tương tự FH là phân giác góc F, DH là phân giác góc D

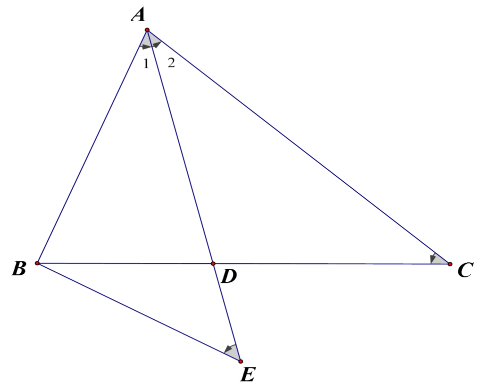
c, $\Delta BHD \sim \Delta BCE\left(g.g\right) \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BD}{BE} \Rightarrow BH.BE = BD.BC$ (1)

và $\Delta CDH \sim \Delta CFB\left(g.g\right) \Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CD}{CF} \Rightarrow CH.CF = CD.CB$ (2)

Cộng (1) và (2) theo vế ta được đpcm

Bài 8: Cho ΔABC, AD là đường phân giác của tam giác, CMR :

$AD^2 = AB.AC - BD.DC$



HƯỚNG DẪN:

Trên AD lấy điểm E sao cho:

$\widehat{AEB} = \widehat{ACB} \Rightarrow \Delta ABE \sim \Delta ADC\left(g.g\right)$

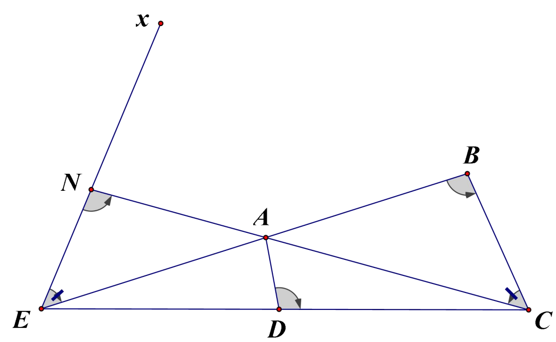
$\Rightarrow \frac{BE}{DC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AB.AC = AD.AE$ (1)

lại có:

$\Delta BDE \sim \Delta ADC\left(g.g\right) \Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow BD.DC = AD.DE$ (2)

Lấy (1) - (2) theo vế ta được: $AB.AC - BD.DC = AD\left(AE - DE\right) = AD^2$

Bài 10: Cho tứ giác ABCD, trong đó: $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}, \widehat{ABC} + \widehat{BCD} < 180^0$, Gọi E là giao điểm của AB và CD, CMR: $AC^2 = CD.CE - AB.AE$



HƯỚNG DẪN:

Trên nửa mặt phẳng bờ BE,

không chứa C vẽ tia Ex sao cho: $\widehat{BEx}=\widehat{ACB}$

=> Ex cắt AC tại N => $\widehat{N}=\widehat{B}=\widehat{D}$

Ta có :

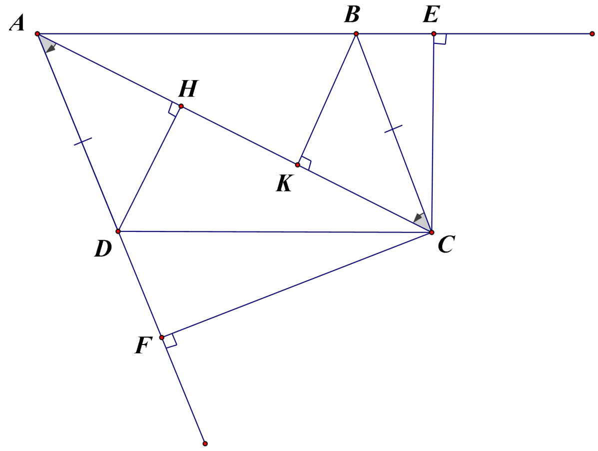
$\Delta ABC \sim \Delta ANE\left(g.g\right) => \dfrac{AB}{AN}=\dfrac{AC}{AE} => AB.AE = AC.AN$ (1)

Tương tự : $\Delta CAD \sim \Delta CEN\left(g.g\right) => \dfrac{CD}{CN}=\dfrac{CA}{CE} => CD.CE = CA.CN$ (2)

Lấy (2) - (1) theo vế ta được đpcm

Bài 11: Cho HBH ABCD đường chéo lớn AC, Từ C kẻ CE vuông góc với AB, CF vuông góc với AD. Chứng minh rằng: Hệ thức: $AB.AE+AD.AF=AC^2$

HƯỚNG DẪN:



Vì AC là đường chéo lớn => $\widehat{D}>90^0$ => $H\in AC$,

Kẻ $DH \perp AC$

=> $\Delta AHD \sim \Delta AFC\left(g.g\right)$

$=> \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AH}{AF} => AD.AF = AC.AH$ (1)

Tương tự kẻ $BK \perp AC => \Delta AKB \sim \Delta AEC\left(g.g\right)$

$=> \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AK}{AE} => AB.AE = AC.AK$ (2)

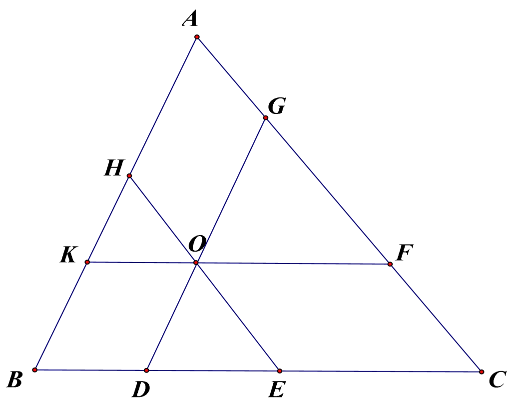
Cộng (1) và (2) theo vế ta được: $AD.AF + AB.AE = AC\left(AH + AK\right) = AC.AC = AC^2$

Vì $\Delta ABK = \Delta CDH$ (cạnh huyền - góc nhọn) => AK=HC

Bài 12: Cho ΔABC và 1 điểm O thuộc miền trong của tam giác, đường thẳng đi qua O và // với AB cắt BC tại D và cắt AC tại G, đường thẳng đi qua O và //BC cắt AB tại K và AC tại F, đường thẳng đia qua O và //AC cắt AB tại H và BC tại E

a, CMR: $\dfrac{KH}{AB}+\dfrac{DE}{BC}+\dfrac{GF}{AC}=1$ b, CMR: $\dfrac{DG}{AB}+\dfrac{KF}{BC}+\dfrac{EH}{AC}=2$

HƯỚNG DẪN:



a, $\Delta HKO \sim \Delta ABC\left(g.g\right) => \dfrac{KH}{AB}=\dfrac{KO}{BC}$

$\Delta GOF \sim \Delta ABC\left(g.g\right) => \dfrac{GF}{AC}=\dfrac{OF}{BC}$

Nên $\dfrac{KH}{AB}+\dfrac{DE}{BC}+\dfrac{GF}{AC}=\dfrac{KO}{BC}+\dfrac{DE}{BC}+\dfrac{OF}{BC}=1$

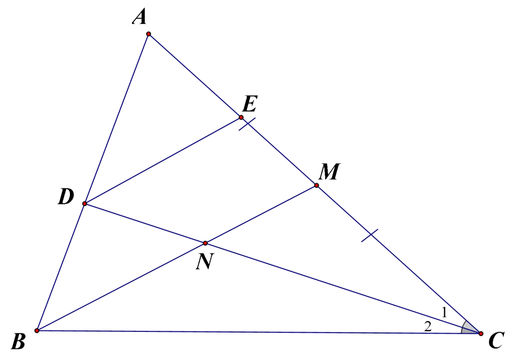
b, Ta có:

$\dfrac{DG}{AB}=\dfrac{DC}{BC}$ và $\dfrac{EH}{AC}=\dfrac{BE}{BC}$, Khi đó:

$$\frac{DG}{AB}+\frac{KF}{BC}+\frac{EH}{AC}=\frac{DC}{BC}+\frac{KF}{BC}+\frac{BE}{BC}=\frac{DE+EC+BD+EC+DB+DE}{BC}=\frac{2BC}{BC}=2$$

Bài 13: Cho ΔABC có đường trung tuyến BM cắt tia phân giác CD tại N, Chứng minh rằng: $\frac{NC}{ND}-\frac{AC}{BC}=1$

HƯỚNG DẪN:



Vẽ DE / / BM ($E\in AC$)

ΔQDE có $NM//DE \Rightarrow \frac{NC}{ND}=\frac{MC}{ME}$ (*)

ΔABC có DC là tia phân giác nên: $\frac{AD}{DB}=\frac{AC}{BC}$ (1)

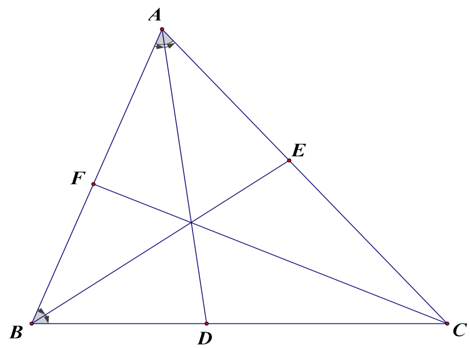
và ΔABM có DE//BM $\Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EM}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{AC}{BC}=\frac{AE}{ME}$ (**)

Lấy (*) - (**), ta có : $\frac{NC}{ND}-\frac{AC}{BC}=\frac{MC}{ME}-\frac{AE}{ME}=\frac{ME}{ME}=1$

Bài 14: Cho ΔABC có các đường phân giác AD, BE, CF. Chứng minh: $\frac{DB}{DC}.\frac{EC}{EA}.\frac{FA}{FB}=1$

HƯỚNG DẪN:



ΔABC có AD là tia phân giác nên: $\Rightarrow \frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$,

Tương tự: $\frac{EC}{EA}=\frac{BC}{AB},\frac{FA}{FB}=\frac{AC}{BC}$,

Nhân theo vế ta được đpcm

Bài 15: Cho HBH ABCD đường thẳng a đi qua A lần lượt cắt BD, BC, DC tại E, K, G

Chứng minh rằng:

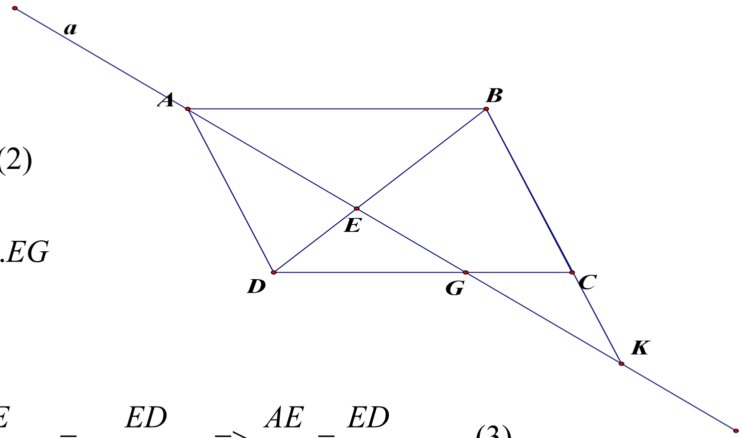
a, $AE^2=EK.EG$

b, $\frac{1}{AE}=\frac{1}{AK}+\frac{1}{AG}$

c, Khi a thay đổi thì tích $BK.DG$ có giá trị không đổi?

HƯỚNG DẪN:

a, ΔABE có $AM//DG \Rightarrow \frac{AE}{EG}=\frac{EB}{ED}$ (1)



ΔADE có $AD//BK \Rightarrow \dfrac{EB}{ED}=\dfrac{EK}{EA}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\dfrac{AE}{EG}=\dfrac{EK}{EA} \Rightarrow AE^2=EK.EG$

b, Từ: $\dfrac{1}{AE}=\dfrac{1}{AK}+\dfrac{1}{AG} \Rightarrow \dfrac{AE}{AK}+\dfrac{AE}{AG}=1$

ΔADE có $AD//BC \Rightarrow \dfrac{AE}{EK}=\dfrac{ED}{EB} \Rightarrow \dfrac{AE}{AE+EK}=\dfrac{ED}{ED+EB} \Rightarrow \dfrac{AE}{AK}=\dfrac{ED}{DB}$ (3)

Tương tự: ΔAEB có $AB//DG \Rightarrow \dfrac{AE}{EG}=\dfrac{BE}{ED} \Rightarrow \dfrac{AE}{AE+EG}=\dfrac{BE}{BE+ED} \Rightarrow \dfrac{AE}{AG}=\dfrac{BE}{BD}$

(4)

Khi đó: $\dfrac{AE}{AK}+\dfrac{AE}{AG}=\dfrac{ED}{BD}+\dfrac{BE}{BD}=1 \Rightarrow$đpcm

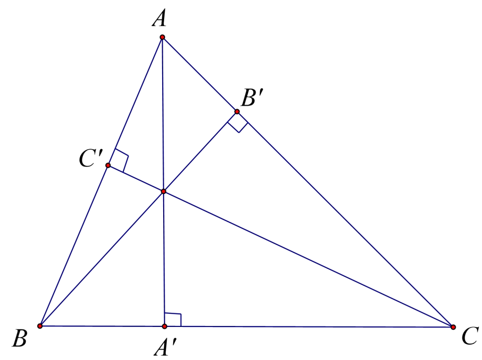
c, ta có: $\dfrac{BK}{KC}=\dfrac{AB}{CG} \Rightarrow BK=\dfrac{KC.AB}{CG}$ và $\dfrac{KC}{AD}=\dfrac{CG}{DG} \Rightarrow DG=\dfrac{AD.CG}{KC}$

Nhân theo vế ta được $\Rightarrow BK.DG=AB.AD$ không đổi

Bài 16: Cho ΔABC nhọn, H là trực tâm. Chứng minh :

$$\frac{BH.CH}{AB.AC}+\frac{CH.AH}{BC.BA}+\frac{AH.BH}{CA.CB}=1$$

HƯỚNG DẪN:



Ta có: $\Delta BC'H \sim \Delta BB'A(g.g) \Rightarrow \dfrac{BH}{AB}=\dfrac{BC'}{BB'}$

$\Rightarrow \dfrac{BH.CH}{AB.AC}=\dfrac{BC'.CH}{BB'.AC}=\dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}}$ (1)

Tương tự: $\Delta CA'H \sim \Delta CC'B(g.g) \Rightarrow \dfrac{CH}{BC}=\dfrac{CA'}{CC'}$

$\Rightarrow \dfrac{CH.AH}{BC.BA}=\dfrac{CA'.AH}{CC'.BA}=\dfrac{S_{AHC}}{S_{ABC}}$ (2)

$\Delta AHB' \sim \Delta ACA'(g.g) \Rightarrow \dfrac{AH}{AC}=\dfrac{AB'}{AA'} \Rightarrow \dfrac{AB.BH}{CA.CB}=\dfrac{AB'.BH}{AA'.CB}=\dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}}$ (3)

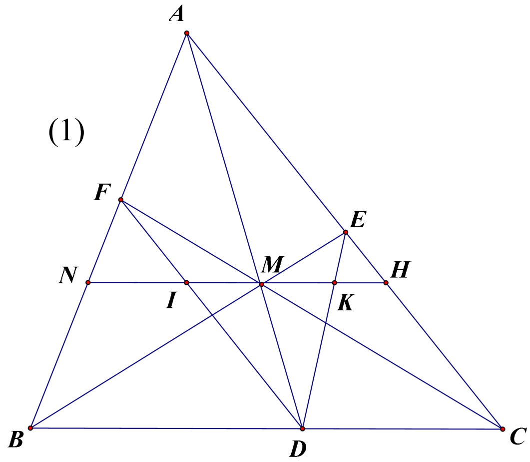
Cộng (1), (2) và (3) theo vế ta được: đpcm

Bài 17: Cho ΔABC, M là điểm nằm trong ΔABC, Gọi D là giao điểm của AM và BC, E là giao điểm của BM và CA, F là giao điểm của CM và AB, đường thẳng đi qua M và // với BC cắt DE, DF lần lượt tại K và I. Chứng minh rằng : MI=MK

HƯỚNG DẪN:

Gọi IK cắt AB. AC lần lượt tại N và Q

ΔABD có $MN//BC \Rightarrow \dfrac{AN}{AB}=\dfrac{MN}{BD}$



ΔABC có $NQ//BC \Rightarrow \dfrac{AN}{AB}=\dfrac{NQ}{BC} \Rightarrow \dfrac{MN}{BD}=\dfrac{NQ}{BC}$ (1)

ΔFDC có $IM//DC \Rightarrow \dfrac{IM}{DC}=\dfrac{FM}{FC}$,

ΔFBC có $NM//BC \Rightarrow \dfrac{MN}{BC}=\dfrac{FM}{FC}$

$\Rightarrow \dfrac{IM}{DC}=\dfrac{MN}{BC} \Rightarrow \dfrac{IM}{MN}=\dfrac{DC}{BC}$ (2)

Nhân (1) và (2) theo vế ta được: $\dfrac{IM}{BD}=\dfrac{DC.NQ}{BC^2} \Rightarrow IM=\dfrac{DC.NQ.BD}{BC^2}$ (*)

Tương tự ta cũng có:

ΔADC có $MQ//DC \Rightarrow \dfrac{MQ}{DC}=\dfrac{AQ}{AC}$ và ΔABC có $NQ//BC \Rightarrow \dfrac{NQ}{BC}=\dfrac{AQ}{AC}$

Do đó: $\dfrac{MQ}{DC}=\dfrac{NQ}{BC}$ (3)

Và: ΔEBD có $MK//BD \Rightarrow \dfrac{MK}{BD}=\dfrac{EM}{EB}$, ΔEBC có $MQ//BC \Rightarrow \dfrac{MQ}{BC}=\dfrac{ME}{EB}$

Do đó: $\dfrac{MK}{BD}=\dfrac{MQ}{BC} \Rightarrow \dfrac{MK}{MQ}=\dfrac{BD}{BC}$ (4)

Nhân (3) với (4) ta được: $\dfrac{MK}{DC}=\dfrac{NQ.BD}{BC^2} \Rightarrow MK=\dfrac{DC.NQ.BD}{BC^2}$ (**)

Từ (*) và (**) ta có MI = MK

Bài 18: Cho ΔABC, các đường trung tuyên BM, CN cắt nhau tại G, K là điểm trên cạnh BC, đường thẳng qua K và // CN cắt AB ở D, đường thẳng qua K và // với BM cắt AC ở E, Gọi I là giao điểm của KG và DE, CMR: I là trung điểm của DE

HƯỚNG DẪN:

Gọi DK cắt BG tại H, KE cắt GC tại O và GK cắt HO tại J

Tứ giác HGOK có: $\begin{cases} HK//GO \\ HG//KO \end{cases}$ => HGOK là hình bình hành

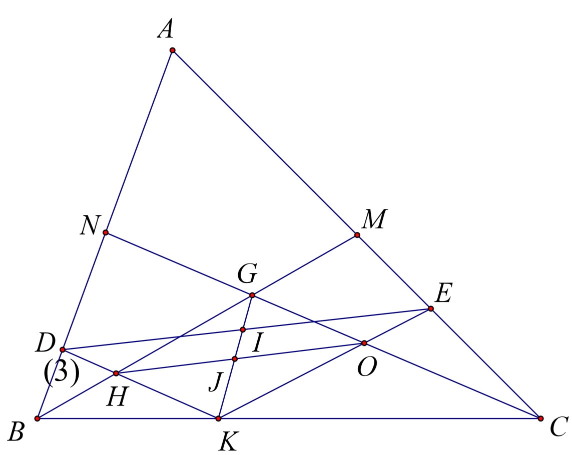
=> J là trung điểm của HO => HJ=OJ

ΔBNG có $DH//NG \Rightarrow \dfrac{DH}{NG}=\dfrac{BH}{BG}$ (1)

ΔBGC có $HK//GC \Rightarrow \dfrac{HK}{GC}=\dfrac{BH}{BG}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\dfrac{DH}{NG}=\dfrac{HK}{GC} \Rightarrow \dfrac{DH}{HK}=\dfrac{NG}{GC}=\dfrac{1}{2}$ (*)

CMTT ta có: ΔCMG có $OE//GM \Rightarrow \dfrac{OE}{GM}=\dfrac{OC}{CG}$ (3)



ΔCBG có $OK//BG \Rightarrow \dfrac{OK}{GB} = \dfrac{OC}{CG}$ (4)

Từ (3) và (4) => $\dfrac{OE}{GM} = \dfrac{OK}{GB} \Rightarrow \dfrac{OE}{OK} = \dfrac{GM}{GB} = \dfrac{1}{2}$ (**)

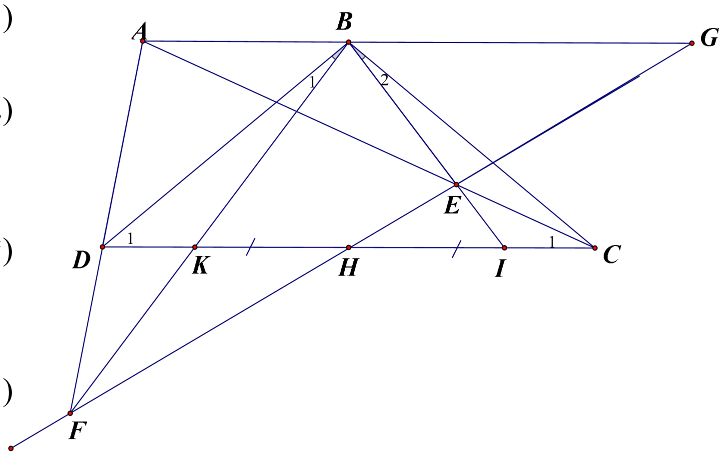
Từ (*) và (**) $\Rightarrow \dfrac{DH}{HK} = \dfrac{OE}{OK} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \Delta DKE$ có $OH//DE$

Lại có J là trung điểm HO=> I là trung điểm DE

Bài 19: Cho hình thang ABCD (AB//CD) có BC=BD, Gọi H là trung điểm của CD, đường thẳng đi qua H cắt AC, AD lần lượt tại E và F, Chứng minh rằng: $\widehat{DBF} = \widehat{EBC}$

HƯỚNG DẪN:

Gọi BF cắt DC tại K, BE cắt DC tại I, và EF cắt AB tại G



ΔFAB có $DK//AB \Rightarrow \dfrac{DK}{AB} = \dfrac{FD}{FA}$ (1)

ΔFAG có $DH//AG \Rightarrow \dfrac{DH}{AG} = \dfrac{FD}{FA}$ (2)

Từ (1) và (2)

$\Rightarrow \dfrac{DK}{AB} = \dfrac{DH}{AG} \Rightarrow \dfrac{DK}{DH} = \dfrac{AB}{AG}$ (*)

Tương tự:

ΔEIC có $AB//IC \Rightarrow \dfrac{IC}{AB} = \dfrac{EC}{EA}$ (3)

ΔEHC có $HC//AB \Rightarrow \dfrac{HC}{AG} = \dfrac{EC}{EA}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $\Rightarrow \dfrac{IC}{AB} = \dfrac{HC}{AG} \Rightarrow \dfrac{IC}{HC} = \dfrac{AB}{AG}$ (**)

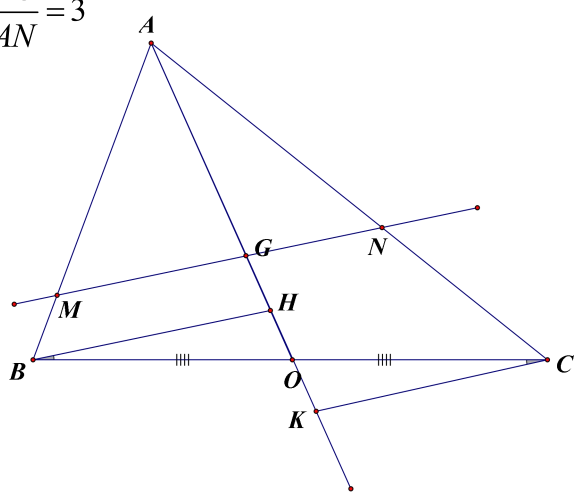
Từ (*) và (**) => $\dfrac{DK}{DH} = \dfrac{IC}{HC}$, Mà DH=HC (gt)=>DK=IC

Mặt khác: BD=BC(gt)=> ΔBDC cân=> $\widehat{BDK} = \widehat{BCI}$

=> $\Delta BDK = \Delta BCI\,(c.g.c) \Rightarrow \widehat{DBK} = \widehat{CBI}$ đpcm

Bài 20: Cho ΔABC có G là trọng tâm, một đường thẳng bất kỳ qua G, cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N, Chứng minh rằng: $\dfrac{AB}{AM} + \dfrac{AC}{AN} = 3$

HƯỚNG DẪN:



Gọi O là trung điểm của BC,

Kẻ BH, CK lần lượt // MN $(H, K \in AO)$

$\Delta BOH = \Delta COK\,(g.c.g) \Rightarrow OH = OK$

ΔABH có $MG//BH \Rightarrow \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AH}{AG}$ (1)

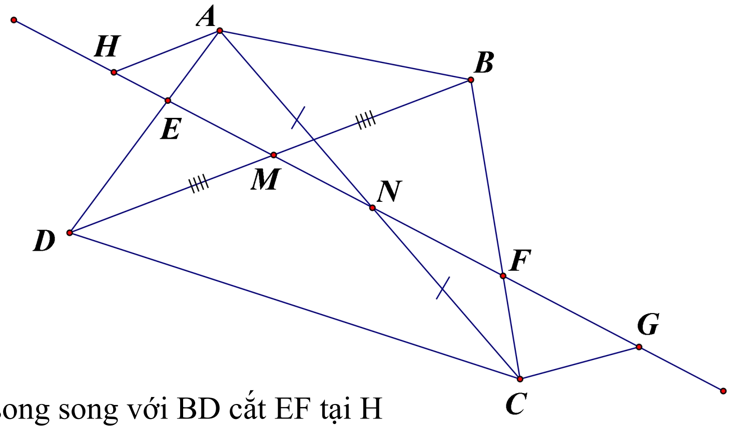
ΔAKC có $GN//KC \Rightarrow \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{AK}{AG}$ (2)

Cộng (1) và (2) theo vế ta được:

$$VT = \frac{AH}{AG} + \frac{AK}{AG} = \frac{AG + GH + AG + GH + HK}{AG} = \frac{2AG + 2GO}{AG} = \frac{3AG}{AG} = 3$$

Bài 21: Cho tứ giác ABCD, có M, N lần lượt là trung điểm của các đường chéo BD và AC (M # N) đường thẳng MN cắt AD, BC lần lượt tại E và F, Chứng minh: AE.BF=DE.CF

HƯỚNG DẪN:



Từ A kẻ đường thẳng song song với BD cắt EF tại H

Từ C kẻ đường thẳng song song với BD cắt EF tại G

ΔAEH có $HA//DM \Rightarrow \dfrac{AE}{ED} = \dfrac{AH}{DM}$ (1)

ΔCGF có $CG//BM \Rightarrow \dfrac{BF}{CF} = \dfrac{BM}{CG} \Rightarrow \dfrac{CF}{BF} = \dfrac{CG}{BM}$ (2)

Mặt khác: $\Delta NAH = \Delta NCG\left(g.c.g\right) \Rightarrow AH = CG$ (3) và $DM = BM$

Từ (1), (2) và (3) ta có: $\dfrac{AE}{ED} = \dfrac{CF}{BF} \Rightarrow AE.BF = ED.CF$

Bài 22: Cho tam giác ABC, AD là đường trung tuyến, M là điểm nằm trên đoạn AD, gọi E là giao điểm của BM và AC, F là giao điểm của CM và AB. Chứng minh: EF //BC

HƯỚNG DẪN:

Lấy N trên tia đối của tia DM sao cho MD= ND

=> Tứ giác BMCN là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} BM//NC \\ BN..MC \end{cases}$

ΔABN có $FM//BN \Rightarrow \dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AM}{AN}$ (1)