

CHUYÊN ĐỀ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Dạng 1: PHƯƠNG TRÌNH CÓ HỆ SỐ ĐỐI XỨNG

Phương pháp giải:

Do $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình nên chia cả hai vế cho x^2 , rồi đặt ẩn phụ

Bài 1: Giải phương trình: $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

HD:

Thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình: Chia hai vế cho x^2 ta được:

$$x^2 + 3x + 4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{3}\right) + 4 = 0$$

Đặt $x + \frac{1}{x} = y \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$, Thay vào phương trình ta có:

$$y^2 - 2 + 3y + 4 = 0$$

Bài 2: Giải phương trình: $6x^4 + 25x^3 + 12x^2 - 25x + 6 = 0$

HD:

Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình, chia cả hai vế của PT $x^2 \neq 0$ ta được:

$$6x^2 + 25x + 12 - \frac{25}{x} + \frac{6}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 25\left(x - \frac{1}{x}\right) + 12 = 0$$

Đặt: $x - \frac{1}{x} = t \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$, Thay vào phương trình ta được:

$$6(t^2 + 2) + 25t + 12 = 0 \Leftrightarrow 6t^2 + 25t + 24 = 0$$

Bài 3: Giải phương trình: $x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$

HD:

Nhận thấy $x=0$ không phải nghiệm của PT, chia cả hai vế của PT cho $x^2 \neq 0$, ta được:

$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$

Đặt: $x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$, Thay vào phương trình ta được:

$$t^2 + 5t - 14 = 0 \Leftrightarrow (t + 7)(t - 2)$$

Bài 4: Giải phương trình: $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 2x + 1 = 0$

Bài 5: Giải phương trình: $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$

HD:

Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của PT, chia cả hai vế của PT cho $x^2 \neq 0$, ta được:

$$x^2 - 3x - 6 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

Đặt $x - \frac{1}{x} = t$, Phương trình tương đương với: $t^2 - 3t - 4 = 0$

Bài 6: Giải phương trình: $2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$

HD:

Nhận thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình, chia cả hai vế của PT cho $x^2 \neq 0$ ta được:

$$2x^2 - 9x + 14 - \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0$$

Đặt: $x + \frac{1}{x} = t$, phương trình trở thành: $2t^2 - 9t + 10 = 0$

Bài 7: Giải phương trình: $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$

Bài 8: Giải phương trình: $3x^4 - 13x^3 + 16x^2 - 13x + 3 = 0$

Bài 9: Giải phương trình: $6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$

Bài 10: Giải phương trình: $6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$

Bài 11: Giải phương trình: $2x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 2 = 0$

Bài 12: Giải phương trình: $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2 = 0$

Bài 13: Chứng minh phương trình sau vô nghiệm: $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$

Bài 14: Chứng minh phương trình sau vô nghiệm: $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

HD:

Nhân hai vế của phương trình với $x-1$ ta được:

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \Leftrightarrow x^5 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^5 = 1 \Rightarrow x = 1$$

Cách 2: Đặt $y = x + \frac{1}{x}$

Bài 15: Chứng minh phương trình sau vô nghiệm: $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 2 = 0$

HD:

Biến đổi phương trình thành: $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 0$

Dạng 2: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = k$

Phương pháp:

Nhận xét về tích $a+d = b+c$, rồi nhóm hợp lý tạo ra biểu thức chung để đạt ẩn phụ

Đôi khi ta phải nhân thêm với các hệ số để có được biểu thức chung

Bài 1: Giải phương trình: $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$

HD:

Phương trình tương đương với

$$(x-7)(x-2)(x-5)(x-4) = 72 \Leftrightarrow (x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) - 72 = 0$$

Đặt $x^2 - 9x + 14 = t$, khi đó phương trình trở thành:

$$t(t+6) - 72 = 0 \Rightarrow (t+12)(t-6) = 0$$

$$\text{Với } t = -12 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = -12 \Rightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{23}{4} = 0$$

$$\text{Với } t = 6 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 6 \Rightarrow (x-1)(x-8) = 0$$

Bài 2: Giải phương trình: $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$

HD:

Phương trình tương đương

với:

$$(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) - 297 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 4x - 21)(x^2 + 4x - 5) - 297 = 0$$

Đặt $x^2 + 4x - 5 = t$ khi đó phương trình trở thành:

$$(t-16)t - 297 = 0 \Rightarrow (t-8)^2 - 19^2 = 0 \Rightarrow (t-27)(t+11) = 0$$

$$\text{Với } t = 27 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 27 \Rightarrow (x+8)(x-4) = 0$$

$$\text{Với } t = -11 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = -11 \Rightarrow (x+2)^2 + 2 = 0$$

Bài 3: Giải phương trình sau: $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$

HD:

$$\text{Biến đổi phương trình thành: } (x^2 + x)(x^2 + x - 2) = 24$$

Đặt $x^2 + x - 1 = y$, Khi đó phương trình trở thành:

$$(y+1)(y-1) = 24 \Leftrightarrow y^2 - 1 = 24 \Leftrightarrow y^2 = 25$$

Bài 4: Giải phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$

Bài 5: Giải phương trình: $x(x+1)(x-1)(x+2) = 24$

Bài 6: Giải phương trình: $(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680$

Bài 7: Giải phương trình: $x(x-1)(x+1)(x+2) = 24$

Bài 8: Giải phương trình: $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$

Bài 9: Giải phương trình: $x(x+1)(x+2)(x+3) = 24$

Bài 10: Giải phương trình: $(x+2)(x-2)(x^2-10) = 72$

HD:

Đặt $x^2 - 4 = y$. Phương trình trở thành:

$$y(y-6) = 72 \Leftrightarrow y^2 - 6y + 9 = 81 \Leftrightarrow (y-3)^2 - 9^2 = 0$$

Bài 11: Giải phương trình: $2x(8x-1)^2(4x-1) = 9$

HD:

$$\text{Nhân 8 vào hai vế ta được: } 8x(8x-1)^2(8x-2) = 72$$

Đặt $8x - 1 = y$, ta được: $(y+1)y^2(y-1) = 72 \Leftrightarrow (y^2 - 9)(y^2 + 8) = 0$

Bài 12: Giải phương trình: $(12x + 7)^2(3x + 2)(2x + 1) = 3$

HD:

Nhân hai vế với 24 ta được: $(12x + 7)^2(12x + 8)(12x + 6) = 72$

Đặt $12x + 7 = y$

Bài 13: Giải phương trình: $(2x + 1)(x + 1)^2(2x + 3) = 18$

HD:

Nhân hai vế với 4 ta được: $(2x + 1)(2x + 2)^2(2x + 3) = 0$, Đặt $2x + 2 = y$

Bài 14: Giải phương trình: $(6x + 7)^2(3x + 4)(x + 1) = 6$

HD:

Nhân hai vế với 12 ta được: $(6x + 7)^2(6x + 8)(6x + 6) = 72$

Đặt $y = 6x + 7$

Bài 15: Giải phương trình: $(4x + 1)(12x - 1)(3x + 2)(x + 1) - 4 = 0$

HD:

Phương trình

$$\Leftrightarrow (4x + 1)(3x + 2)(12x - 1)(x + 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow (12x^2 + 11x + 2)(12x^2 + 11x - 1) - 4 = 0$$

Đặt $12x^2 + 11x - 1 = t$ khi đó phương trình trở thành:

$$(t + 3)t - 4 = 0 \Rightarrow (t + 4)(t - 1) = 0$$

$$\text{Với } t = -4 \Rightarrow 12x^2 + 11x - 1 = -4 \Rightarrow 12x^2 + 11x + 3 = 0$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow 12x^2 + 11x - 1 = 1 \Rightarrow (3x - 2)(4x + 1) = 0$$

Bài 16: Giải phương trình: $(x + 1)^2(4x^2 + 8x + 3) = 18$

HD:

Biến đổi phương trình thành:

$$(x + 1)^2[4(x^2 + 2x + 1) - 1] = 18 \Leftrightarrow (x + 1)^2[4(x + 1)^2 - 1] = 18$$

Đặt $(x + 1)^2 = t, (t \geq 0)$, Thay vào phương trình ta được:

$$t(4t - 1) = 18 \Leftrightarrow 4t^2 - t - 18 = 0$$

Bài 17: Giải phương trình: $(x + 2)(x - 3)(x + 4)(x - 6) + 6x^2 = 0$

HD:

Vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình nên chia hai vế phương trình cho x^2 ta được:

$$\left(x - \frac{12}{x} - 4\right)\left(x - \frac{12}{x} + 1\right) + 6 = 0. \text{ Đặt } t = x - \frac{12}{x}, \text{ ta có:}$$

$$(t - 4)(t + 1) + 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } t=1 \Leftrightarrow x - \frac{12}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t=2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{13}$$

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm: $x = -3; x = 4; x = 1 \pm \sqrt{13}$

Dạng 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG

$$(x+a)^4 + (x+b)^4 = c$$

Bài 1: Giải phương trình: $(x+1)^4 + (x+3)^4 = 82$

HD:

Đặt $y = x + 2$, ta có: $(y+1)^4 + (y-1)^4 = 82 \Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 40 = 0$

Bài 2: Giải phương trình: $(x-6)^4 + (x-8)^4 = 16$

HD:

Đặt $x - 7 = y$, phương trình trở thành: $(y-1)^4 + (y+1)^4 = 16$

Rút gọn ta được: $2y^4 + 12y^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 7 = 0$

Bài 3: Giải phương trình: $(x-2)^4 + (x-6)^4 = 82$

Bài 4: Giải phương trình: $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 2$

Bài 5: Giải phương trình: $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16$

Bài 6: Giải phương trình: $(x-2)^4 + (x-3)^4 = 1$

Bài 7: Giải phương trình: $(x+1)^4 + (x-3)^4 = 82$

Bài 8: Giải phương trình: $(x-2,5)^4 + (x-1,5)^4 = 1$

Bài 9: Giải phương trình: $(4-x)^4 + (x-2)^4 = 32$

Bài 10: Giải phương trình: $(x+1)^4 + (x+3)^4 = 2$

Dạng 4: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẰNG CÁCH ĐẶT ẨN PHỤ

Bài 1: Giải phương trình: $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 5(2x^2 + 3x + 3) + 24 = 0$

Bài 2: Giải phương trình: $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

Bài 3: Giải phương trình: $(x^2 - 6x + 9)^2 - 15(x^2 - 6x + 10) = 1$

HD :

Đặt: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = t, (t \geq 0)$, Thay vào phương trình ta được:

$$t^2 - 15(t+1) = 1 \Leftrightarrow t^2 - 15t - 16 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t-16) = 0$$

Bài 4: Giải phương trình: $(x^2 - 4x)^2 + 2(x-2)^2 = 43$

HD :

Biến đổi phương trình : $(x^2 - 4x)^2 + 2(x^2 - 4x + 4) = 43$. Đặt $x^2 + 4x = y$

Bài 5: Giải phương trình: $(2x^2 - 3)^2 - 16(x + 3)^2 = 0$

HD :

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } PT &\Leftrightarrow (2x^2 - 3)^2 - (4x + 12)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2x^2 - 3 - 4x - 12)(2x^2 - 3 + 4x + 12) = 0 \\ &\Leftrightarrow (2x^2 - 4x - 15)(2x^2 + 4x + 9) = 0 \end{aligned}$$

Bài 6: Giải phương trình sau: $x^4 - 4x^3 + 8x - 5 = 0$

HD:

$$\begin{aligned} \text{Biến đổi phương trình thành: } &(x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x^2 + 8x - 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 - 2x) - 5 = 0 \end{aligned}$$

Bài 7: Giải phương trình: $(3 - x)^4 + (2 - x)^4 = (5 - 2x)^4$

HD:

$$\text{Đặt } \begin{cases} 3 - x = y \\ 2 - x = z \end{cases} \Rightarrow 5 - 2x = y + z, \text{ phương trình trở thành:}$$

$$y^4 + z^4 + (y + z)^4 \Leftrightarrow yz(2y^2 + 3yz + 2z^2) = 0$$

Bài 8: Giải phương trình: $(x - 7)^4 + (x - 8)^4 = (15 - 2x)^4$

HD:

$$\text{Đặt } x - 7 = a, x - 8 = b \Rightarrow a^4 + b^4 - (a + b)^4 = 0 \Leftrightarrow 4ab \left(a^2 + \frac{3}{2}ab + b^2 \right) = 0$$

Bài 9: Giải phương trình: $(x + 1)^3 + (x - 2)^3 = (2x - 1)^3$

HD:

$$\text{Đặt } \begin{cases} x + 1 = y \\ x - 2 = z \end{cases} \Rightarrow 1 - 2x = t \text{ thì ta có: } x + y + z = 0$$

Phương trình trở thành: $y^3 + z^3 + t^3 = 0$ vậy $yzt = 0$

$$(x + 1)(x - 2)(1 - 2x) = 0$$

Bài 10: Giải phương trình: $(x + 1)^3 + (x - 2)^3 = (2x - 1)^3$

HD:

$$\text{Đặt } x + 1 = a, x - 2 = b, 1 - 2x = c \Rightarrow a + b + c = 0$$

Phương trình tương đương với

$$(x + 1)^3 + (x - 2)^3 + (1 - 2x)^3 = 0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 0$$

Bài 11 : Giải phương trình: $(x^2 + 1)^2 + 3x(x^2 + 1) + 2x^2 = 0$

HD:

$$\text{Đặt } x^2 + 1 = y \Rightarrow y^2 + 3xy + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow (x + y)(y + 2x) = 0$$

Bài 12: Giải phương trình: $x^4 - 4x^2(2x-1) - 12(2x-1)^2 = 0$

HD :

Đặt $\begin{cases} x^2 = a \\ (2x-1) = b \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

$$a^2 - 4ab - 12b^2 = 0 \Rightarrow (a - 6b)(a + 2b) = 0$$

$$\text{Với } a = 6b \Rightarrow x^2 = 6(2x-1) \Rightarrow x^2 - 12x + 6 = 0 \Rightarrow (x-6)^2 = \sqrt{30}$$

$$\text{Với } a = -2b \Rightarrow x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = (\sqrt{6})^2$$

Bài 13: Giải phương trình: $(3x^2 - 8x + 4)(x^2 - 4) + 12x^4 = 0$

HD:

$$\text{Phương trình tương đương với: } \Leftrightarrow (3x-2)(x-2)(x-2)(x+2) + 12x^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 + 4x - 4)(x-2)^2 + 12x^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x^2 - x^2 + 4x - 4)(x-2)^2 + 12x^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow [4x^2 - (x-2)^2](x-2)^2 + 12x^4 = 0 \Leftrightarrow 4x^2(x-2)^2 - (x-2)^2 + 12x^4 = 0$$

Đặt: $\begin{cases} x^2 = a \\ (x-2)^2 = b \end{cases}$, Khi đó phương trình trở thành:

$$12a^2 + 4ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow 12a^2 + 6ab - 2ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow 6a(2a+b) - b(2a+b) = 0 \Leftrightarrow (6a-b)(2a+b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a-b=0 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a=b \\ a=b=0 \end{cases} \Leftrightarrow 6x^2 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow 5x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\text{Giải pt trên ta được: } x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{5}$$

Bài 14: Giải phương trình: $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 192$

HD:

Biến đổi phương trình thành:

$$(x^2 - 1)(x+1)(x+3) = 192 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2(x+3) = 192$$

Đặt $x+1 = y \Rightarrow$ Phương trình trở thành:

$$(y-2)y^2(y+2) = 192 \Leftrightarrow y^2(y^2 - 4) = 192$$

$$\text{Đặt } y^2 - 2 = z, \text{ Phương trình trở thành: } (z+2)(z-2) = 192 \Rightarrow z = \pm 14$$

Bài 15: Giải phương trình: $x^3 + (x+1)^3 + (x+2)^3 = (x+3)^3$

HD:

$$\text{Đặt } x = y + 3, \text{ Phương trình trở thành: } (y+3)^3 + (y+4)^3 + (y+5)^3 = (y+6)^3$$

$$\Leftrightarrow 2y(y^2 + 9y + 21) = 0$$

Bài 16: Giải phương trình: $3(x^2 - x + 1)^2 - 2(x + 1)^2 = 5(x^3 + 1)$

HD :

Vì $x = -1$ không là nghiệm của phương trình nên chia cả hai vế cho $x^3 + 1$ ta được:

$$3 \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} - 2 \frac{x + 1}{x^2 - x + 1}. \text{ Đặt}$$
$$t = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} \Rightarrow 3t - \frac{2}{t} = 5 \Leftrightarrow 3t^2 - 5t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2, t = -\frac{1}{3}$$
$$t = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$
$$t = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 0 \text{ phương trình vô nghiệm}$$

Bài 17: Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2)(x + 3)^2(x + 4)(x + 5) = 360$

HD:

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8)(x^2 + 6x + 9) = 360$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 6x, \text{ ta có phương trình: } (y + 5)(y + 8)(y + 9) = 360$$

$$\Leftrightarrow y(y^2 + 22y + 157) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = 0; x = -6$.

Bài 18: Giải phương trình: $(x^3 + 5x + 5)^3 + 5x^3 + 24x + 30 = 0$

HD:

Ta có: $x^3 + 5x + 30 = 5(x^3 + 5x + 5) - x + 5$ nên phương trình tương đương

$$(x^3 + 5x + 5)^3 + 5(x^3 + 24x + 30) = 0. \text{ Đặt } u = x^3 + 5x + 5. \text{ Ta được}$$

hệ:

$$\begin{cases} u^3 + 5u + 5 = x \\ x^3 + 5x + 5 = u \end{cases} \Rightarrow (u - x)(u^2 + ux + x^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow u = x.$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy $x = -1$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Bài 19: Giải phương trình: $(x^2 + x + 2)(x^2 + x + 3) = 6$

HD:

$$\text{Đặt } x^2 + x + 2 = t. \text{ Phương trình đã cho thành } t(t + 1) = 6 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ thì } x^2 + x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -1.$$

$$\text{Với } t = -3 \text{ thì } x^2 + x + 2 = -3 \Leftrightarrow x^2 + x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \left\{ -1; 0; \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \right\}.$$

Bài 20: Giải phương trình: $(6x + 7)^2(3x + 4)(x + 1) = 1$

HD:

Biến đổi phương trình thành $(36x^2 + 84x + 49)(36x^2 + 84x + 48) = 12$.

Đặt $t = 36x^2 + 84x + 48$ thì phương trình trên thành $t(t+1) = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$.

Với $t = 3$ thì $36x^2 + 84x + 48 = 3 \Leftrightarrow 36x^2 + 84x + 45 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ hoặc $x = -\frac{5}{6}$.

Với $t = -4$ thì $36x^2 + 84x + 48 = -4 \Leftrightarrow 36x^2 + 84x + 52 = 0$, phương trình này vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{5}{6}; -\frac{3}{2} \right\}$.

Bài 21: Giải phương trình: $(x-1)^4 + (x+3)^4 = 82$

HD:

Đặt $y = x+1$ thì phương trình đã cho thành

$$24y^4 + 48y^2 + 216 = 82 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 0\}$.

Bài 22: Giải phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 10$

HD:

Đặt $y = \frac{x+1+x+2+x+4+x+5}{4} = x+3$ thì phương trình trở thành:

$$(y^2 - 4)(y^2 - 1) = 10 \Leftrightarrow y^4 - 5y^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{6} \\ y = \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{6} - 3 \\ x = \sqrt{6} - 3 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-\sqrt{6} - 3; \sqrt{6} - 3\}$.

Bài 23: Giải phương trình: $(x^2 + x + 2)(x^2 + 2x + 2) = 2x^2$

HD:

Do $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình, chia hai vế cho x^2 ta được:

$$\left(x + \frac{2}{x} + 1\right)\left(x + \frac{2}{x} + 2\right) = 2. \text{ Đặt } y = x + \frac{2}{x} \text{ thì phương trình trở thành.}$$

$$(y+1)(y+2) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{x} = 0 \\ x + \frac{2}{x} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bài 24: Giải phương trình: $(x-2)(x-1)(x-8)(x-4) = 4x^2$

HD:

Biến đổi phương trình thành:

$$((x-2)(x-4))((x-1)(x-8)) = 4x^2 \Leftrightarrow (x^2 - 6x + 8)(x^2 - 9x + 8) = 4x^2.$$

Do $x=2$ không là nghiệm nên chia hai vế của phương trình cho x^2 ta được:

$\left(x + \frac{8}{x} - 6\right)\left(x + \frac{8}{x} - 9\right) = 4$. Đặt $y = x + \frac{8}{x}$ thì phương trình trở thành

$$(y-6)(y-9) = 4 \Leftrightarrow y^2 - 15y + 50 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = 10 \end{cases}.$$

Với $y = 5$ thì $x + \frac{8}{x} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 8 = 0$ (vô nghiệm).

Với $y = 10$ thì $x + \frac{8}{x} = 10 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - \sqrt{17} \\ x = 5 + \sqrt{17} \end{cases}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = (5 - \sqrt{17}; 5 + \sqrt{17})$.

Bài 25: Giải phương trình: $3(x^2 + 2x - 1)^2 - 2(x^2 + 3x - 1)^2 + 5x^2 = 0$

HD:

Do $x=0$ không là nghiệm của phương trình, chia hai vế của phương trình cho x^2 ta được

$$3\left(x - \frac{1}{x} + 2\right)^2 - 2\left(x - \frac{1}{x} + 3\right)^2 + 5 = 0. \text{ Đặt } y = x - \frac{1}{x}, \text{ phương trình trở thành:}$$

$$3(y+2)^2 - 2(y+3)^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Suy ra}$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = 1 \\ x - \frac{1}{x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$.

Bài 26: Giải phương trình: $3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 4x + 3 = 0$

HD:

Phương trình không nhận $x=0$ là nghiệm, chia hai vế cho x^2 được :

$$3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) - 5 = 0. \text{ Đặt } t = x - \frac{1}{x} \text{ thì phương trình trở thành}$$

$$3t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = \frac{1}{3}.$$

Với $t = 1$ thì $x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

Với $t = \frac{1}{3}$ thì $x - \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_3 = \frac{1 + \sqrt{37}}{2}$ hoặc $x_4 = \frac{1 - \sqrt{37}}{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{37}}{2}; \frac{1 - \sqrt{37}}{2} \right\}$.

Bài 27: Giải phương trình: $2x^4 - 21x^3 + 34x^2 + 105x + 50 = 0$ (1)

HD: