

Loại 1. HỌ NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Nhận xét. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) + C$, ($C \in \mathbb{R}$) cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Ký hiệu: $\int f(x)dx = F(x) + C$.

2. Tính chất

- $\int (f(x)dx)' = f(x)$.
- $\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$ ($a \in \mathbb{R}, a \neq 0$).
- $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Bảng nguyên hàm	
$\int kdx = kx + C$, k là hằng số	
$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ ($a \neq -1$)	$\int (ax+b)^a dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{a+1}}{a+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu:

- A. $f(x)$ xác định trên K .
- B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K .
- C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K .
- D. $f(x)$ liên tục trên K .

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)dx = F(x) + C$.
- B. Mọi hàm số liên tục trên $(a;b)$ đều có nguyên hàm trên $(a;b)$.
- C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ $\Leftrightarrow F'(x) = f(x)$, " $x \in (a;b)$ ".
- D. $(\int f(x)dx)' = f(x)$.

Câu 3. Xét hai khẳng định sau:

- (I) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ đều có đạo hàm trên đoạn đó.
- (II) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ đều có nguyên hàm trên đoạn đó.

Trong hai khẳng định trên:

- A. Chỉ có (I) đúng. **B. Chỉ có (II) đúng.**
 C. Cả hai đều đúng. **D. Cả hai đều sai.**

Câu 4. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ nếu:

- A. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $F'(x) = f(x)$.
 B. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $f'(x) = F(x)$.
 C. Với mọi $x \in [a; b]$, ta có $F'(x) = f(x)$.
D. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $F'(x) = f(x)$, ngoài ra $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^-) = f(b)$.

Câu 5. Trong các câu sau đây, nói về nguyên hàm của một hàm số f xác định trên khoảng D , câu nào là **sai**?

- (I) F là nguyên hàm của f trên D nếu và chỉ nếu " $x \in D : F'(x) = f(x)$ ".
 (II) Nếu f liên tục trên D thì f có nguyên hàm trên D .
 (III) Hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số.
A. Không có câu nào sai. **B. Câu (I) sai.**
 C. Câu (II) sai. **D. Câu (III) sai.**

Câu 6. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Giả sử $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Khi đó:

- A. $F(x) = G(x)$ trên khoảng $(a; b)$.
B. $G(x) = F(x) - C$ trên khoảng $(a; b)$, với C là hằng số.
 C. $F(x) = G(x) + C$ với mọi x thuộc giao của hai miền xác định, C là hằng số.
 D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 7. Xét hai câu sau:

(I) $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx = F(x) + G(x) + C$,

trong đó $F(x)$ và $G(x)$ tương ứng là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$.

(II) Mỗi nguyên hàm của $a \cdot f(x)$ là tích của a với một nguyên hàm của $f(x)$.

Trong hai câu trên:

- A. Chỉ có (I) đúng. **B. Chỉ có (II) đúng.**
 C. Cả hai câu đều đúng. **D. Cả hai câu đều sai.**

Câu 8. Các khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\int f(x)dx = F(x) + C$ **B. $\int f(t)dt = F(t) + C$.** **B. $\int_a^b f(x)dx \Big|_a^b = f(x)$.**
C. $\int f(x)dx = F(x) + C$ **D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số).**

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.
B. $F(x) = x$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2\sqrt{x}$.
 C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (hằng số).
D. $\int (f_1(x) + f_2(x))dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ đều có dạng $F(x) + C$ (C là hằng số).
B. $\int \frac{u'(x)}{u(x)}dx = \log|u(x)| + C$.
 C. $F(x) = 1 + \tan x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 x$.
D. $F(x) = 5 - \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$.

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int 0dx = C$ (C là hằng số). **B. $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số).**
C. $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ (C là hằng số). **D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).**

Câu 12. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ **B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.** C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$ **D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.**

Câu 13. Hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ có nguyên hàm trên:

- A. $(0; p)$. B. $\frac{p}{2}; \frac{p}{2\theta}$. C. $(p; 2p)$. D. $\frac{p}{2}; \frac{p}{2\theta}$.

Câu 14. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$

- A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$. B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$
 C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 15. Một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{(x-1)^3}{2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

- A. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \ln|x| + \frac{1}{2x}$. B. $F(x) = \frac{3(x-1)^4}{4x^3}$.
 C. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x^3}$. D. Một kết quả khác.

Câu 16. Tính $\int e^x \cdot e^{x+1} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $e^x \cdot e^{x+1} + C$. B. $\frac{1}{2} e^{2x+1} + C$. C. $2e^{2x+1} + C$. D. Một kết quả khác.

Câu 17. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-3)^4$?

- A. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + x$. B. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5}$.
 C. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + 2017$. D. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} - 1$.

Câu 18. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$.

Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$
 C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 19. Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

- A. $f(x) = e^{x^3}$. B. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$. C. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$. D. $f(x) = x^3 \cdot e^{x^3-1}$.

Câu 20. Cho $I = \int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

- A. $I = 2^{\sqrt{x}} + C$. B. $I = 2^{\sqrt{x}+1} + C$. C. $I = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$. D. $I = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$.

Câu 21. Cho $I = \int 2^{2x} \frac{\ln 2}{x^2} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

- A. $I = 2^{\frac{1}{2x}} + 2^{\frac{1}{2x}} + C$. B. $I = 2^{\frac{1}{2x}+1} + C$.
 C. $I = 2^{\frac{1}{2x}} + C$. D. $I = 2^{\frac{1}{2x}} - 2^{\frac{1}{2x}} + C$.

Câu 22. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$ B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$
 C. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$ D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$

Câu 23. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng:

- A. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = x^2 + e^x$.

Câu 24. Nếu $\int f(x) dx = \sin 2x \cos x$ thì $f(x)$ là: