CHƯƠNG 2

ÀI 01 VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

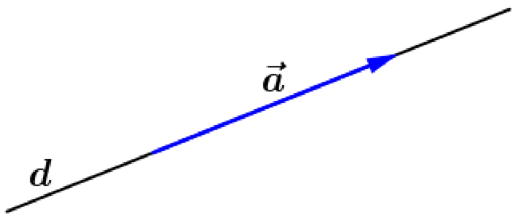
A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Vectơ trong không gian

Định nghĩa: Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng. Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

Chú ý: Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, đối với vectơ trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:

- Vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.
- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a},\vec{b},\vec{x},\vec{y},\ldots$
- Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $\left|\overrightarrow{AB}\right|$, độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $\left|\vec{a}\right|$
- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là giá của vectơ đó (Hình 1).



Hình 1. Đường thẳng d là giá của vectơ $\vec{a}$

Tương tự như trường hợp của vectơ trong mặt phẳng, ta có các khái niệm sau đối với vectơ trong không gian:

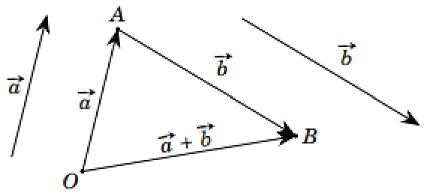
- Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
- Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a}=\vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý: Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vectơ trong không gian:

- Trong không gian, với mỗi điểm O và vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$
- Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \ldots$ gọi là các vectơ-không.
- Ta quy ước vectơ không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vectơ.
- Do đó, các vectơ không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

2 Tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian

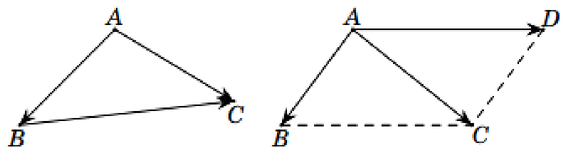
a) Tổng của hai vectơ trong không gian



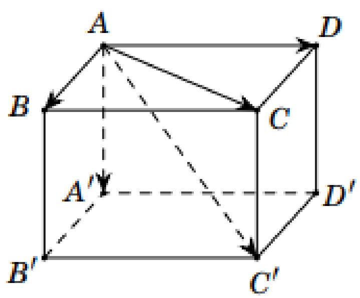
Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm O bất kì và các điểm A , B sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{OB}$ được gọi là **tổng của hai vectơ** $\vec{a}$ và $\vec{b}$, ký hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là **phép cộng vectơ.**

Nhận xét: Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng trong không gian:



- **Quy tắc ba điểm:** Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- **Quy tắc hình bình hành:** Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



- **Quy tắc hình hộp chữ nhật:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Hệ thức tương tự: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$

Chú ý: Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:

- **Tính chất giao hoán:** Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

- **Tính chất kết hợp:** Nếu a, b và c là ba vectơ bất kì thì $(a+b)+c=a+(b+c)$.

- **Tính chất cộng với vectơ $\vec{0}$:** Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$.

Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.

b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

Vectơ đối: Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ được gọi là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$

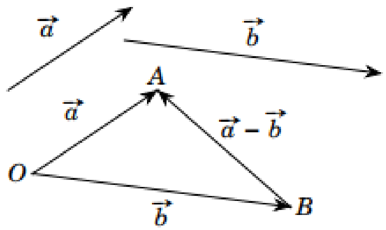
- Vectơ đối của $\vec{a}$ kí hiệu là $-\vec{a}$
- Vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, nghĩa là $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$ *(dùng để làm mất dấu trừ trước vectơ)*

- Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó

Định nghĩa: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$. Ta gọi $\vec{a}+(-\vec{b})$ là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí

hiệu là $\vec{a}-\vec{b}$. Phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

Nhận xét:



- Với ba điểm O, A, B bất kì trong không gian thì ta có $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$.

- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đối nhau thì $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$

3 Tích của một số với một vectơ trong không gian

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vectơ $\vec{a} \neq 0$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

- Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k>0$; ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k<0$

- Có độ dài bằng $|k|.|\vec{a}|$.

Phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là **phép nhân một số với một vectơ**.

Chú ý: Quy ước $k\vec{a}=\vec{0}$ nếu $k=0$ hoặc $\vec{a}=\vec{0}$.

- Nếu $k\vec{a}=\vec{0}$ thì $k=0$ hoặc $\vec{a}=\vec{0}$.

- Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ a $\vec{a}$ và $\vec{b}$ t hực k sao cho $a=kb$.

$\left(\vec{b} \neq \vec{0}\right)$

cùng phương là có một số