CHƯƠNG 2: VECTƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

CHƯƠNG II: VECTƠ VÀ HỆ TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 1: VECTO VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. VECTO TRONG KHONG GIAN

Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Chú ý:

- Kí hiệu AB chỉ vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B.

- Nếu không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối thì vectơ còn được kí hiệu là $u, v, x, y, \ldots$

Ví dụ 1. Cho hình tứ diện $ABCD$. Hãy chỉ ra các vectơ có điểm đầu là B và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình tứ diện.

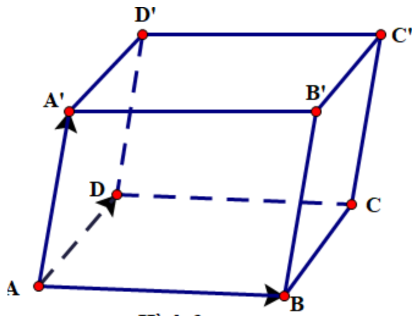
Chú ý: Trong không gian, cho điểm O và vectơ a, tồn tại duy nhất điểm M để $OM = \vec{a}$.

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'CD'$ (Hình 3).

a) Giá của ba vectơ AB, AD, AA' có cùng nằm trong một mặt phẳng không?

b) Tìm các vectơ bằng vectơ AB.

c) Tìm các vectơ đối của vectơ AD.



Hình 3

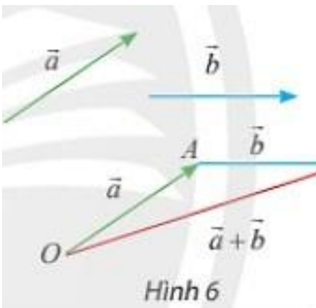
II. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

1. Tổng của hai vectơ

Một cách tổng quát, ta có

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, b$. Lấy điểm O bất kì và hai điểm A, Bbsao cho $OA = a, AB = b$. Ta gọi OB là tổng của hai vecto a và b, kí hiệu $\vec{a} + b$.

Phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.



Hình 6

Nhận xét: Phép cộng vectơ trong không gian cũng có các tính chất như phép cộng vectơ trong mặt phẳng.

- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;

- Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;

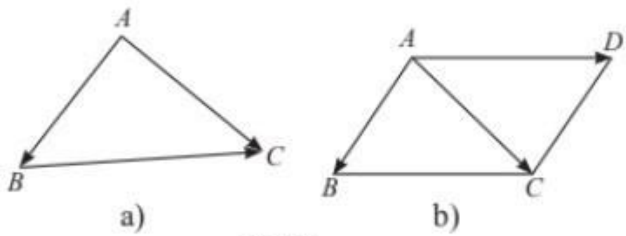
- Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta luôn có: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Chú ý: Từ tính chất kết hợp, ta có thể xác định được tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.

Quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành vẫn đúng với các vectơ trong không gian.

- Với ba điểm A, B, C ta có $AB + BC = AC$.

- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì ta có $AB + AD = AC$.

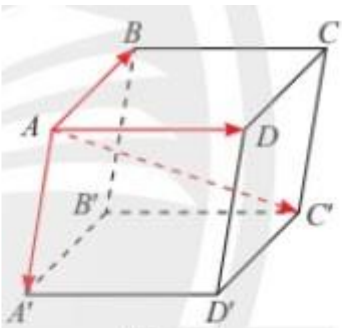


Hình 7

Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Tìm các vectơ tổng $BA + A'C', BC + AA'$.

2. Quy tắc hình hộp

Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'CD'$. Ta có: $AB + AD + AA' = AC'$.

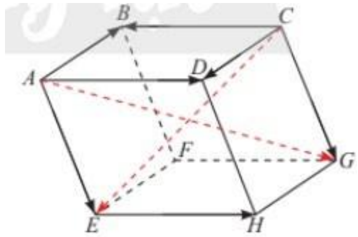


Hình 10

Ví dụ 4. Cho hình hộp $ABCD, EFGH$. Tìm các vectơ:

a) $CB + CD + CG$

b) $AB + CG + EH$.



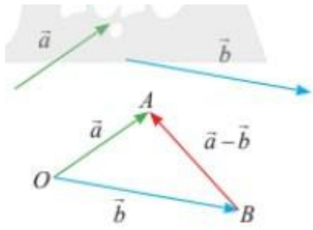
Hình 11

Ví dụ 5. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là $25\,\mathrm{N}$ và $12\,\mathrm{N}$. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn $4\,\mathrm{N}$. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

3. Hiệu của 2 vectơ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Ta gọi $\vec{a} + (-\vec{b})$ là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

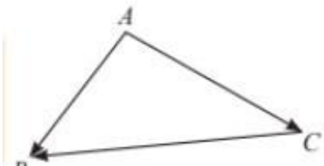
Phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.



Hình 14

Quy tắc hiệu

Trong không gian, với ba điểm A, B, C ta có: $AB - AC = CB$.



Hình 15

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Tìm các vectơ hiệu $SD - SA, BS - AD$.

III. TÍCH CỦA 1 SỐ VECTO

Trong không gian, cho số thực $k \neq 0$ và vectơ $\vec{a} \neq 0$.

Tích của số k với vectơ a là một vectơ, kí hiệu ka, cùng hướng với a nếu $k > 0$, ngược hướng với a nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k|.|a|$.

Phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

Quy ước: $0.\vec{a} = 0$ và $k \cdot 0 = 0$.

Nhận xét:

a) Với hai vectơ a và b bất kì, với mọi số h và k, ta có:

$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = k\vec{a} + k\vec{b}$ $\qquad$ $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$

$h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$; $\qquad$ $1.\vec{a} = \vec{a}$ $\qquad$ $(-1)\cdot\vec{a} = -\vec{a}$.

b) $k\vec{a} = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $k = 0$.

c) Hai vectơ a và b (b khác 0) cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho $\vec{a} = kb$.

d) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để $AB = kAC$.

Ví dụ 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AD, BC; G$ là trọng tâm của tam giác BCD. Chứng minh rằng: