TỔNG HỢP LÝ THUYẾT THPT MÔN TOÁN

1

Hằng đẳng thức đáng nhớ

$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$

$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$

$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

$A^2 + B^2 = (A+B)^2 - 2AB$

$A^4 + B^4 = (A^2 + B^2)^2 - 2A^2B^2$

$A^4 - B^4 = (A^2 - B^2)(A^2 + B^2)$

2

Chia đa thức

Xem ví dụ sau: Chia đa thức $x^2 - 2x + 2$ cho đa thức $x+1$:

$$\begin{array}{rr|l} & x^2 - 2x + 2 & x+1 \\ - & x^2 + x & \boxed{x-3} \\ \hline & -3x + 2 & \\ - & -3x - 3 & \\ \hline & \boxed{5} & \end{array}$$

Phép chia $x^2 - 2x + 2$ cho $x+1$ được thương $x-3$ và phần dư là 5 nên ta có:

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x+1} = \boxed{x-3} + \frac{\boxed{5}}{x+1}.$$

3

Sơ đồ Hooc-ne

Chia đa thức $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ cho đa thức $x - a$ ta được thương là $g(x) = b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \ldots + b_1 x + b_0$ và dư r:

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	$\ldots$	a_2	a_1	a_0
a	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = ab_{n-1} + a_{n-1}$	$b_{n-3} = ab_{n-2} + a_{n-2}$	$\ldots$	$b_1 = ab_2 + a_2$	$b_0 = ab_1 + a_1$	$r = ab_0 + a_0$

"Nhân ngang, cộng chéo"

Khi đó ta viết $f(x) = (x-a).g(x) + r$.

Chú ý: Nếu $x = a$ là một nghiệm của $f(x)$ thì phần dư $r = 0$. Khi đó $f(x) = (x-a).g(x)$.

Xem ví dụ sau: Xét đa thức $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$. Do $x = 2$ là một nghiệm của đa thức trên nên ta có sơ đồ Hooc-ne:

	1	–4	7	–6
2	1	–2	3	0

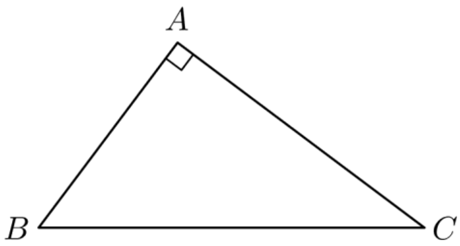
Khi đó ta có $x^3-4x^2+7x-6=\left(x-2\right)\left(x^2-2x+3\right)$.

4

Hình học phẳng

Định lý Pytago

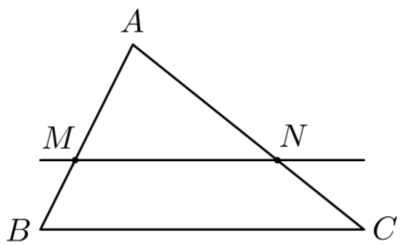
Trong tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Định lý Talet trong tam giác

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Cho tam giác ABC với MN song song BC, khi đó: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

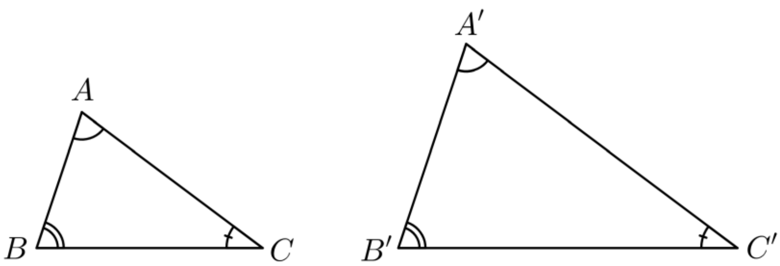


Định lý Talet đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Tức là, trong tam giác ABC, nếu ta có tỉ lệ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ thì ta suy ra $MN \parallel BC$.

Tam giác đồng dạng



ΔABC đồng dạng $\Delta A'B'C' \Leftrightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$.

TH1: Nếu 3 cạnh của tam giác này tỉ lệ với 3 cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng (c-c-c).

TH2: Nếu 2 cạnh của tam giác này tỉ lệ với 2 cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng (c-g-c).

TH3: Nếu 2 góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng (g-g-g).

Định lí 1: Tỉ số đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

Định lí 2: Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

Tam giác bằng nhau

Các trường hợp bằng nhau của tam giác : cạnh – cạnh – cạnh, cạnh – góc – cạnh, góc – cạnh – góc, cạnh huyền – góc nhọn (tam giác vuông).

Các định nghĩa cơ bản trong tam giác

- *Đường trung tuyến* là đoạn thẳng nối từ đỉnh tới trung điểm của cạnh đối diện.

- *Đường cao* là đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến cạnh đối diện.
- *Đường phân giác* của một góc chia góc đó thành hai góc có độ lớn bằng nhau.
- *Đường trung bình của tam giác* là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của tam giác. Độ dài của nó là bằng một nửa cạnh đáy.
- *Đường trung bình của hình thang* là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang. Độ dài của nó là bằng nửa tổng hai đáy.
- *Trọng tâm* là giao điểm của ba đường trung tuyến.
- *Trực tâm* là giao điểm của ba đường cao.
- *Tâm đường tròn ngoại tiếp* là giao điểm của ba đường trung trực.
- *Tâm đường tròn nội tiếp* là giao điểm của ba đường phân giác trong.

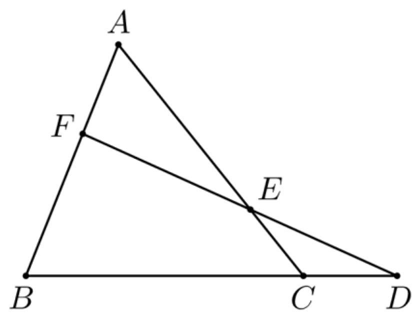
Chú ý

Với I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC ta có đẳng thức vectơ sau:

$$BC.\overrightarrow{IA}+CA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IC}=\vec{0}.$$

Định lý Menelaus

Cho tam giác ABC. Các điểm D, E, F lần lượt nằm trên các đường thẳng BC, CA, AB. Khi đó D, E, F thẳng hàng khi và chỉ khi $\frac{FA}{FB}.\frac{DB}{DC}.\frac{EC}{EA}=1$.



LỚP 10

1

Hàm số bậc hai

Dạng: $y=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right)$.

Đỉnh: $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Trục đối xứng: $x=- -\frac{}{2a}$.

Bảng biến thiên:

Với $a>0$:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

Với $a<0$:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

• Xét phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0\ \left(a\neq 0\right)$.

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac$; $\Delta' = b'^2 - ac$ với $b' = \frac{b}{2}$.

TH1: $\Delta > 0$ $(\Delta' > 0)$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\left(x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a}\right)$.

TH2: $\Delta = 0$ $(\Delta' = 0)$: Phương trình có nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$ $\left(x = -\frac{b'}{a}\right)$.

TH3: $\Delta < 0$: Phương trình vô nghiệm.

• Xét hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$. Khi đó:

Với $a > 0$: $\min\limits_{\mathbb{R}} y = -\frac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a}$.

Với $a < 0$: $\max\limits_{\mathbb{R}} y = -\frac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a}$.

2

Định lí Vi-et

Xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có 2 nghiệm là x_1, x_2. Khi đó:

• $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

• $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

• Phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0$

• Phương trình có 2 nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

• Phương trình có 2 nghiệm âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

• Phương trình có 2 nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

Chú ý: Khi cần 2 nghiệm phân biệt thì điều kiện Δ ở trên không có dấu bằng "=".

3

So sánh nghiệm của phương trình bậc hai với các số

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và các số $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khi đó:

• $\alpha < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - \alpha).(x_2 - \alpha) > 0 \\ x_1 + x_2 > 2\alpha \end{cases}$

• $x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - \alpha).(x_2 - \alpha) > 0 \\ x_1 + x_2 < 2\alpha \\ \Delta > 0 \end{cases}$

• $x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow (x_1 - \alpha).(x_2 - \alpha) < 0$