

---

# TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

## MÔN TOÁN 9

**DẠNG I:****RÚT GỌN BIỂU THỨC****Câu 1:** (4 điểm) Cho biểu thức:

$$P = \sqrt{x} - \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x^3} - x}{\sqrt{x} - 1}$$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.
- Tìm giá trị của x khi P = 1.

**Câu 2:** (4,0 điểm). Cho biểu thức:  $A = 1 - \left( \frac{2}{1+2\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{4x-1} - \frac{1}{1-2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{4x+4\sqrt{x}+1}$ 

- Rút gọn A;
- Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên;
- Tính giá trị của A với  $x = -7\sqrt[3]{49(5+4\sqrt{2})(3+2\sqrt{1+2\sqrt{2}})(3-2\sqrt{1+2\sqrt{2}})}$ .

**Bài 3:** (4,0 điểm)

Cho biểu thức:  $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ .

- Rút gọn P.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
- Xét biểu thức:  $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ , chứng tỏ  $0 < Q < 2$ .

**Bài 4:** (4,0 điểm) Cho  $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$  ( $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ )

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm giá trị của x để  $A = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 5:** (4,0 điểm). Cho biểu thức:  $A = 1 - \left( \frac{2}{1+2\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{4x-1} - \frac{1}{1-2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{4x+4\sqrt{x}+1}$ 

- Rút gọn A;
- Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên;
- Tính giá trị của A với  $x = -7\sqrt[3]{49(5+4\sqrt{2})(3+2\sqrt{1+2\sqrt{2}})(3-2\sqrt{1+2\sqrt{2}})}$ .

**Bài 6:** (4,0 điểm).

Cho biểu thức  $A = 1 + \left( \frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1-x} - \frac{2x\sqrt{x} - \sqrt{x} + x}{1-x\sqrt{x}} \right) : \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$ .

- Tìm các giá trị của x để  $A = \frac{6-\sqrt{6}}{5}$ .

b) Chứng minh rằng  $A > \frac{2}{3}$  với mọi  $x$  thoả mãn  $x \geq 0, x \neq 1, x \neq \frac{1}{4}$

**Bài 7:** (4,0 điểm). Cho biểu thức :

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{8\sqrt{x}+8}{x+2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{x+\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

a) Tìm  $x$  để  $P$  có nghĩa và chứng minh rằng  $P \leq 1$  .

b) Tìm  $x$  thoả mãn :  $(\sqrt{x}+1)P = 1$

**Bài 8:** (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{3+\sqrt{x}} - \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-9}{x-9} \right)$$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để  $P$  nguyên.

**Bài 9:** (4,0 điểm).

Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left( \frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .

2. Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 10:** (4,0 điểm).

Cho biểu thức:  $A = \left( 1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left( \frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1} \right)$

a. Rút gọn biểu thức  $A$ .

b. Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $a = 2011 - 2\sqrt{2010}$ .

**Bài 11:** (4 điểm) Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left( \frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 12:** (4 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$  Tìm Max  $A$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức :

$$A = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right)$$

a. Rút gọn  $A$ .

b. Tính  $A$  biết  $x = 4 + 2\sqrt{3}$ .

c. Tìm x để  $A > 1$ .

**Bài 14.** Cho biểu thức : 
$$P = \frac{3m + \sqrt{9m} - 3}{m + \sqrt{m} - 2} - \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{1}{\sqrt{m} - 1} - 1.$$

a. Rút gọn P.

b. Tìm m để  $|P| = 2$ .

c. Tìm m  $\in \mathbb{N}$  để  $P \in \mathbb{N}$ .

**Bài 15.** Cho biểu thức : 
$$P = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{3}{x\sqrt{x+1}} + \frac{2}{x - \sqrt{x+1}}$$

a. Rút gọn P

b. Chứng minh  $0 \leq P \leq 1$ .

**Bài 16.** Cho biểu thức: 
$$M = \left[ \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} - (\sqrt{x}+2) \right] \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{2}$$

a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa.

b. Rút gọn M.

c. Chứng minh  $M \leq \frac{1}{4}$

**Bài 17.** Cho biểu thức : 
$$D = \left( \frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$$

a) Rút gọn biểu thức D.

b) Tính giá trị của D khi  $|x-5| = 2$ .

**Bài 18.** Cho biểu thức : 
$$A = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right).$$

a. Rút gọn A.

b. Tính A với :  $a = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{4 - \sqrt{15}})$

**Bài 19.** Cho : 
$$A = \frac{2\sqrt{a}-9}{a-5\sqrt{a}+6} - \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{2\sqrt{a}+1}{3-\sqrt{a}}.$$

a. Rút gọn A.

b. Tìm a để  $A < 1$ .

b. Tìm a để  $A \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 20.** Cho : 
$$A = \left( \frac{a - \sqrt{a} + 7}{a - 4} + \frac{1}{\sqrt{a} - 2} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} \cdot \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} + 2} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{a - 2} \right)$$

a. Rút gọn A.

b. So sánh : A với  $\frac{1}{A}$ .

**Bài 21.** Cho : 
$$A = \frac{x}{\sqrt{xy} - 2y} - \frac{2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{xy} - 2\sqrt{y}} \cdot \frac{1 - x}{1 - \sqrt{x}}$$

Tính A biết :  $2x^2 + y^2 - 4x - 2xy + 4 = 0$

**Bài 22.** Cho : 
$$A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{xy^3} + \sqrt{x^3y}}$$

a. Rút gọn A.

b. Cho  $xy = 16$ . Tìm  $\min A$ .

**23:** Cho biểu thức : 
$$N = \frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a + b}{\sqrt{ab}}$$

a, Rút gọn biểu thức N.

b, Tính N khi  $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$  ,  $b = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

c, CMR nếu  $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+5}$  Thì N có giá trị không đổi.

**24:** Cho biểu thức : 
$$M = \left( \frac{a}{a+b} + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) : \left( \frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2 + b^2 + 2ab} \right)$$

a, Rút gọn biểu thức M.

b, Tính M khi  $a = 1 + \sqrt{2}$  và  $b = 1 - \sqrt{2}$

c, Tìm a, b trong trường hợp  $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$  thì  $M = 1$ .

**25:** Cho biểu thức : 
$$H = \frac{1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x^3} - x}{\sqrt{x} - 1}$$

a, Rút gọn biểu thức H.

b, Tính H khi  $x = \frac{53}{9 - 2\sqrt{7}}$  .

c, Tìm x khi  $H = 16$ .