BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 10

I. ĐẠI SỐ

Bài 1. Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{5}{x+\sqrt{x}-6}+\dfrac{1}{2-\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn B;

b) Tìm các giá trị của x để $\sqrt{B}<B$.

Bài 2. Cho $C=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{3}{x\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x-\sqrt{x}+1}$.

a) Rút gọn C;

b) Tìm các giá trị của x để $C<1$.

Bài 3. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}-\dfrac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}}\right):\dfrac{a+2}{a-2}$.

a) Với những giá trị nào của a thì A xác định

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị nguyên của a để A nguyên.

Bài 4. Cho $M=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{4}{x-2\sqrt{x}}\right).\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4}{x-4}\right)$.

a) Rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi $x=4+2\sqrt{3}$.

c) Tìm giá trị của x để $M>0$.

Bài 5. Cho biểu thức $A=\dfrac{1+\sqrt{1+a}}{1-a+\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng A luôn dương với mọi giá trị của a.

Bài 6. Cho hàm số $y=f(x)=4x+3$.

a) Tính $f(0)$; $f(1)$; $f(4)$; $f(2)$.

b) Chứng tỏ hàm số trên đồng biến.

Bài 7. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$a)\ y=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{x-1}$ $\qquad b)\ y=\sqrt{x}-2+\dfrac{1}{x+1}$ $\qquad c)\ y=\sqrt{16-x^2}+\dfrac{3}{x-3}$

II. HÌNH HỌC: SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN

Bài 8. Cho tam giác cân $ABC\left(AB=AC\right)$. Gọi E là trung điểm của BC và BD là đường cao của tam giác $ABC\left(D\in AC\right)$. Gọi giao điểm của AE với BD là H.

a) Chứng minh rằng bốn điểm A ; D; E; B cùng thuộc một đường tròn tâm O.
b) Xác định tâm I của đường tròn đi qua ba điểm H ; D ; C.
c) Chứng minh rằng đường tròn tâm O và đường tròn tâm I có hai điểm chung.

Bài 9. Cho đường tròn $\left(O;R\right)$, dây cung $AB=R$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho $BC=BA$. Tia CO cắt đường tròn $\left(O\right)$ ở D, biết $R=3cm$.

a) Tính góc ACD.
b) Tính CD.

………………………………Hết……………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{5}{x+\sqrt{x}-6}+\dfrac{1}{2-\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn B; $\qquad$ b) Tìm các giá trị của x để $\sqrt{A}<A$.

Lời giải

a) Rút gọn B;

Điều kiện xác định : $\begin{cases} x\ne 4 \\ x\ge 0 \end{cases}$.

$$B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}+\frac{1}{2-\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-5-\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-4-5-\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$$

b) Tìm các giá trị của x để $\sqrt{B}<B$.

Trước hết ta phải có $\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{x}-4\ge 0\\ \sqrt{x}-2>0\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{x}-4\le 0\\ \sqrt{x}-2<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{x}\ge 4\\ \sqrt{x}>2\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{x}\le 4\\ \sqrt{x}<2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 16\\ x>4\end{cases}\\ \begin{cases}0\le x\le 16\\ 0\le x<4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 16\\ 0\le x<4\end{array}\right.$

Ta có $\sqrt{B}<B \Leftrightarrow B-\sqrt{B}>0 \Leftrightarrow \sqrt{B}\left(\sqrt{B}-1\right)>0 \Leftrightarrow \sqrt{B}-1>0 \Leftrightarrow \sqrt{B}>1 \Leftrightarrow B>1$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}>1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2-2}{\sqrt{x}-2}-1>0 \Leftrightarrow 1-\frac{-2}{\sqrt{x}-2}-1>0 \Leftrightarrow \frac{-2}{\sqrt{x}-2}>0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2<0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}<2 \Leftrightarrow 0\le x<4$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $0\le x<4$.

Bài 2. Cho $C=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{3}{x\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x-\sqrt{x}+1}$.

a) Rút gọn C;

b) Tìm các giá trị của x để $C<1$.

Lời giải

a) Rút gọn C;

Điều kiện xác định : $x \ge 0$.

$$C=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{3}{x\sqrt{x}+1}+\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{3}{\left(\sqrt{x}\right)^3+1^3}+\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{3}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}+\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}-\frac{3}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+1-3+\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}$$

b) Tìm các giá trị của x để $C<1$.

Ta có

$$C<1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}<1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}-1<0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1-x+\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}<0 \Leftrightarrow \frac{-x+2\sqrt{x}-2}{x-\sqrt{x}+1}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\left(x-2\sqrt{x}+1\right)-1}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}<0 \Leftrightarrow \frac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2-1}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}<0 \Leftrightarrow -\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2+1}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}<0$$

Vì $\left(\sqrt{x}-1\right)^2+1>0$ và $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ với mọi x nên $-\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2+1}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}<0$ với mọi x Kết hợp với điều kiện ta được với $x \ge 0$ thì $C<1$.

Bài 3. Cho biểu thức $A=\left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}-\frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}}\right):\frac{a+2}{a-2}$.

a) Với những giá trị nào của a thì A xác định

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị nguyên của a để A nguyên.

Lời giải

a) Với những giá trị nào của a thì A xác định

A xác định khi $\begin{cases} a>0 \\ a\ne 1 \\ a\ne 2 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức A

$$A=\left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}-\frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}}\right):\frac{a+2}{a-2}=\left(\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3-1^3}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}-\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3+1^3}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}\right).\frac{a-2}{a+2}$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(a+\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}-\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}\right).\frac{a-2}{a+2}=\left(\frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}-\frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}\right).\frac{a-2}{a+2}$$

$$=\frac{a+\sqrt{a}+1-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}.\frac{a-2}{a+2}=2.\frac{a-2}{a+2}$$

c) Tìm giá trị nguyên của a để A nguyên.

$A = 2.\dfrac{a-2}{a+2}$. Để A nguyên thì $\dfrac{a-2}{a+2}$ nguyên.

Ta có $\dfrac{a-2}{a+2} = \dfrac{a+2-4}{a+2} = 1 - \dfrac{4}{a+2}$

Do đó, để A nguyên thì $a+2$ là ước của 4, tức là $a+2 \in \{-4;-2;-1;1;2;4\}$.

Suy ra $a \in \{-6;-4;-3;-1;0;2\}$.

Bài 4. Cho $M = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{4}{x-2\sqrt{x}}\right).\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{4}{x-4}\right)$.

a) Rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

c) Tìm giá trị của x để $M > 0$.

Lời giải

a) Rút gọn M.

$$M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-2\sqrt{x}}\right).\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4}\right) \text{ (Điều kiện } x > 0;\ x \neq 4\text{)}$$

$$M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\right).\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right)$$

$$M = \left(\frac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)} - \frac{4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}\right).\left(\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} + \frac{4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right)$$

$$M = \frac{x-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}-2+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$M = \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$M = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

b) Tính giá trị của M khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

Ta có $x = 4 + 2\sqrt{3}$ (thỏa mãn điều kiện)

$x=4+2\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}+1=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}.1+1=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{3}+1$

Thay $\sqrt{x}=\sqrt{3}+1$ vào biểu thức $M=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$ ta được

$$M=\frac{\sqrt{3}+1+2}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}+1-2\right)}=\frac{\sqrt{3}+3}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{\sqrt{3}+3}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1}=\frac{\sqrt{3}+3}{3-1}=\frac{\sqrt{3}+3}{2}$$

Vậy với $x=4+2\sqrt{3}$ thì giá trị của $M=\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$.

c) Tìm giá trị của x để $M>0$.

Ta có $M=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$ (Điều kiện $x>0$; $x\neq 4$)

$M>0 \qquad \Rightarrow \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}>0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2>0$ (vì $\sqrt{x}>0$, $\sqrt{x}+2>0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}>2$

$\Leftrightarrow x>4$

Kết hợp với điều kiện $x>0$; $x\neq 4$ ta có $x>4$.

Vậy với $x>4$ thì $M>0$.

Bài 5. Cho biểu thức $A=\dfrac{1+\sqrt{1+a}}{1-a+\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng khi xác định thì A luôn dương với mọi giá trị của a.

Lời giải

a) Rút gọn biểu thức A.

$A=\dfrac{1+\sqrt{1+a}}{1-a+\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}$ (Điều kiện $-1<a<1; a\neq 0$)

$$A=\frac{1+\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}\left(\sqrt{1-a}+1\right)}+\frac{1-\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}\left(\sqrt{1+a}-1\right)}+\frac{1}{\sqrt{1+a}}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{1-a}}+\frac{-1}{\sqrt{1+a}}+\frac{1}{\sqrt{1+a}}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{1-a}}$$

b) Chứng minh rằng A luôn dương với mọi giá trị của a.

Với $-1<a<1$; $a\neq 0$ ta có $1-a>0$.

Do đó $\sqrt{1-a}>0$

Suy ra $A=\frac{1}{\sqrt{1-a}}>0$

Vậy A luôn dương với mọi giá trị của a thỏa mãn $-1<a<1$; $a\neq 0$.

Bài 6. Cho hàm số $y=f(x)=4x+3$.

a) Tính $f(0)$; $f(1)$; $f(4)$; $f(2)$.

b) Chứng tỏ hàm số trên đồng biến.

Lời giải

Cho hàm số $y=f(x)=4x+3$.

a) Tính $f(0)$; $f(1)$; $f(4)$; $f(2)$.

$f(0)=4.0+3=3$

$f(1)=4.1+3=7$

$f(4)=4.4+3=19$

$f(2)=4.2+3=11$

b) Chứng tỏ hàm số trên đồng biến.

* Trường hợp 1. Xét hai giá trị x_1; $x_2\in\mathbb{R}$ sao cho $x_1>x_2$ hay $x_1-x_2>0$

Ta có $y_1=f(x_1)=4x_1+3$; $y_2=f(x_2)=4x_2+3$

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(4x_1+3\right)-\left(4x_2+3\right)=4x_1+3-4x_2-3=4\left(x_1-x_2\right)$

Ta có $x_1-x_2>0$ nên $4\left(x_1-x_2\right)>0$ hay $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

Do đó $x_1>x_2$ thì $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

* Trường hợp 2. Xét hai giá trị x_1; $x_2\in\mathbb{R}$ sao cho $x_1<x_2$ hay $x_1-x_2<0$

Ta có $y_1=f(x_1)=4x_1+3$; $y_2=f(x_2)=4x_2+3$

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(4x_1+3\right)-\left(4x_2+3\right)=4x_1+3-4x_2-3=4\left(x_1-x_2\right)$

Ta có $x_1-x_2<0$ nên $4\left(x_1-x_2\right)<0$ hay $f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$

Do đó $x_1<x_2$ thì $f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$

Vậy hàm số $y=f(x)=4x+3$ đồng biến với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Bài 7. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{x-1}$

b) $y=\sqrt{x}-2+\dfrac{1}{x+1}$

c) $y=\sqrt{16-x^2}+\dfrac{3}{x-3}$

Lời giải

a) $y=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{x-1}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\geq 0\\x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -1\\x\neq 1\end{cases}$

b) Với giá $y=\sqrt{x}-2+\dfrac{1}{x+1}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow x\geq 0$

c) $y=\sqrt{16-x^2}+\dfrac{3}{x-3}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow x\geq 0$

II. HÌNH HỌC: SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN

Bài 8. Cho tam giác cân $ABC\left(AB=AC\right)$. Gọi E là trung điểm của BC và BD là đường cao của tam giác $ABC\left(D\in AC\right)$. Gọi giao điểm của AE với BD là H.

a) Chứng minh rằng bốn điểm A ; D; E; B cùng thuộc một đường tròn tâm O.

b) Xác định tâm I của đường tròn đi qua ba điểm H ; D ; C.

c) Chứng minh rằng đường tròn tâm O và đường tròn tâm I có hai điểm chung.

Lời giải

a) Gọi O là trung điểm của AB.

Xét ΔADB vuông tại D có DO là đường trung tuyến nên $DO=OA=OB$. Từ đó suy ra D thuộc đường tròn tâm O bán kính $AB:2$. Xét ΔAEB vuông tại E có EO là đường trung tuyến nên $EO=OA=OB$. Từ đó suy ra E thuộc đường tròn tâm O bán kính OA. Vậy 4 điểm A, D, E, B cùng thuộc đường tròn tâm O bán kính $AB:2$

b) Gọi I là trung điểm của HC. Vì ΔHDC vuông tại D có DI là đường trung tuyến nên $DI=IH=IC$. Từ đó suy ra ba điểm H, D, C thuộc đường tròn tâm I bán kính là $HC:2$ (với I là trung điểm HC)

c) Vì ΔHEC vuông tại E có EI là đường trung tuyến nên $EI=IH=IC$. Từ đó suy ra ba điểm H, E, C thuộc đường tròn tâm I bán kính là $HC:2$.

Ta có: 4 điểm A, D, E, B thuộc đường tròn tâm O bán kính $AB:2$

Ta có: 4 điểm H, D, C, E thuộc đường tròn tâm O bán kính $HC:2$

Vậy hai đường tròn trên có hai điểm chung là E và D.

Bài 9. Cho đường tròn $\left(O;R\right)$, dây cung $AB=R$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho $BC=BA$. Tia CO cắt đường tròn $\left(O\right)$ ở D, biết $R=3cm$.

a) Tính góc ACD.

b) Tính CD.

Lời giải

a) Xét ΔOAB có $OA = OB = AB = R$ nên ΔOAB đều. Từ đó suy ra:

$\angle OAC = 60^0 \Rightarrow \angle ACD = 30^0$

b) TH1: D nằm giữa O và C

Xét ΔOAC có: $OA^2 + OC^2 = AC^2$ (ĐL Pytago)

$\Rightarrow R^2 + OC^2 = (2R)^2 \Leftrightarrow OC^2 = 3R^2 \Rightarrow OC = R\sqrt{3}$

Khi đó: $DC = OC - OD = R\sqrt{3} - R = R\left(\sqrt{3} - 1\right)$

TH2: D không nằm giữa O và C

Khi đó: $DC = 2R + R\left(\sqrt{3} - 1\right) = R\left(\sqrt{3} + 1\right)$

HẾT

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 11

I. ĐẠI SỐ

Bài 10. Cho hàm số $y = (2m+1)x - 5$

a) Với điều kiện nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

b) Với điều kiện nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến.

Bài 11. Cho hàm số: $y = \left(k^2 - 5k + 6\right)x - 5$

a) Với giá trị nào của k thì hàm số đồng biến.

b) Với giá trị nào của k thì hàm số nghịch biến.

Bài 12. Tìm điều kiện của m và k để hàm số sau là hàm số bậc nhất:

$y = f(x) = kx^2 + \left(m^2 - mk - 6k^2\right)x - 9x^2 + 5$.

Bài 13. Vẽ tam giác ABC trên mặt phẳng tọa độ Oxy biết $A(-3;2); B(1;5); C(2;2)$

a) Tính khoảng cách từ các đỉnh A, B, C của tam giác đến gốc tọa độ O.

b) Tam giác ABC là tam giác gì ?

c) Tính chu vi của tam giác ABC.

II. HÌNH HỌC

Bài 1. Cho đường tròn tâm O đường kính AB, kẻ hai dây AC, BD song song với nhau. Chứng minh:

a) $AC = BD.$

b) Ba điểm C, O, D thẳng hàng.

Bài 2. Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB, đường thẳng d cắt nửa đường tròn tại C và D. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của A, B trên d. Chứng minh rằng :

a) $CP = DQ$.

b) $OP = OQ$.

Bài 3. Cho đường tròn tâm O đường kính $AD = 2R$, gọi I là trung điểm của OD, qua I kẻ dây BC vuông góc với AD.

a) Chứng minh ΔABC đều .

b) Tính độ dài các cạnh của ΔABC theo R.

……………………………….HẾT………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. Đại số

Bài 1. Cho hàm số $y=(2m+1)x-5$

a) Với điều kiện nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.
b) Với điều kiện nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến.

Lời giải

a) Để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất thì:

$2m+1\neq 0 \Leftrightarrow 2m\neq -1 \Leftrightarrow m\neq -\frac{1}{2}$.

b) Để hàm số đã cho đồng biến thì:

$2m+1>0 \Leftrightarrow 2m>-1 \Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$.

Điều kiện để hàm số đã cho nghịch biến là:

$2m+1<0 \Leftrightarrow 2m<-1 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$

Bài 2. Cho hàm số: $y=\left(k^2-5k+6\right)x-5$

a) Với giá trị nào của k thì hàm số đồng biến.
b) Với giá trị nào của k thì hàm số nghịch biến.

Lời giải

a) Để hàm số đồng biến thì:

$k^2-5k+6>0 \Leftrightarrow (k-2)(k-3)>0$

- Trường hợp 1: $\begin{cases} k-2>0 \\ k-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k>2 \\ k>3 \end{cases} \Leftrightarrow k>3$.
- Trường hợp 2: $\begin{cases} k-2<0 \\ k-3<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k<2 \\ k<3 \end{cases} \Leftrightarrow k<2$.

Vậy với $k>3$ hoặc $k<2$ thì hàm số đồng biến.
b) Để hàm số nghịch biến thì:

$k^2-5k+6<0 \Leftrightarrow (k-2)(k-3)<0$

- Trường hợp 1: $\begin{cases} k-2>0 \\ k-3<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k>2 \\ k<3 \end{cases} \Leftrightarrow 2<k<3$.
- Trường hợp 2: $\begin{cases} k-2<0 \\ k-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k<2 \\ k>3 \end{cases}$ (loại).

Vậy với $2<k<3$ thì hàm số nghịch biến.

Bài 3. Tìm điều kiện của m và k để hàm số sau là hàm số bậc nhất:

$$y = f(x) = kx^2 + \left(m^2 - mk - 6k^2\right)x - 9x^2 + 5\,.$$

Lời giải

Ta có: $y = f(x) = kx^2 + \left(m^2 - mk - 6k^2\right)x - 9x^2 + 5$

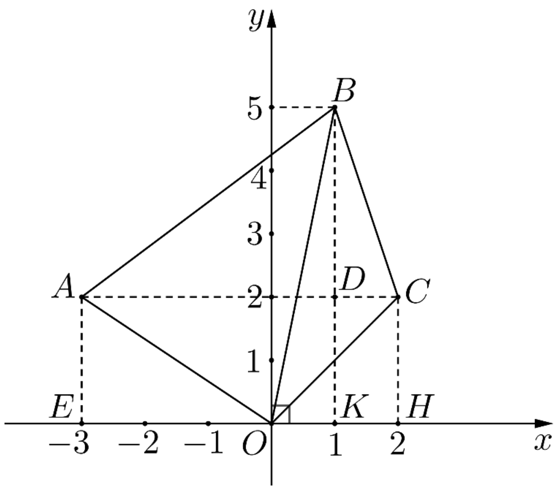
Hay $y = f(x) = (k-9)x^2 + \left(m^2 - mk - 6k^2\right)x + 5\,.$

Để hàm số là hàm số bậc nhất thì:

$$\begin{cases} k - 9 = 0 \\ m^2 - mk - 6k^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 9 \\ m^2 - 9m - 486 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 9 \\ (m-27)(m+18) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 9 \\ m \neq 27 \text{ vaø } m \neq -18 \end{cases}.$$

Vậy với $k = 9$, $m \neq 27$ và $m \neq -18$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

Bài 4.



a) Ta có: $A(-3;2)$; $B(1;5)$; $C(2;2) \Rightarrow AC = 5$

Gọi E, K, H theo thứ tự là hình chiếu của A, B, C trên trục Ox; D là giao điểm của AC và BK

$\Rightarrow OE = 3$; $AE = 2$; $OH = 2$; $CH = 2$; $OK = 1$; $BK = 5$; $AD = 4$; $BD = 3$; $CD = 1$

- ΔOAE vuông tại E, ta có: $OA^2 = OE^2 + AE^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow OA = \sqrt{13}$
- ΔOBK vuông tại K, ta có: $OB^2 = OK^2 + BK^2 = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26 \Rightarrow OB = \sqrt{26}$
- ΔOCH vuông tại H, ta có: $OC^2 = OH^2 + CH^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow OC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- ΔABD vuông tại D, ta có: $AB^2 = AD^2 + BD^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5$

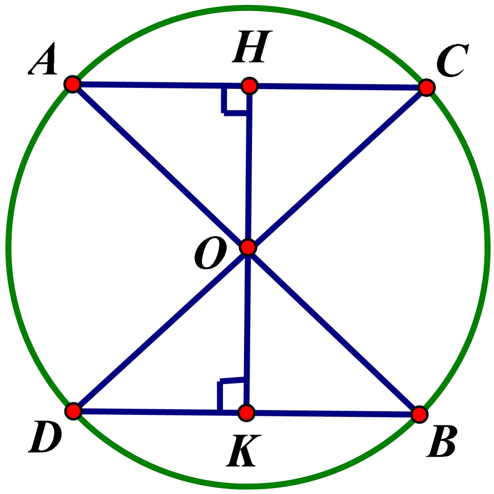
b) Ta có: $AC = 5$ và $AB = 5 \Rightarrow AC = AB \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A

c) ΔBCD vuông tại D, ta có: $BC^2 = BD^2 + CD^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow BC = \sqrt{10}$

Chu vi ΔABC là: $AB+BC+CA=5+\sqrt{10}+5=10+\sqrt{10}$

II. Hình học

Bài 1.



a) Từ O kẻ $OH\perp AC$ $(H\in AC)$; $OK\perp BD$ $(K\in BD)$

Vì $AC\,//\,BD$ $\Rightarrow O$; H; K thẳng hàng

Xét ΔAOH và ΔBOK có:

$OA=OB$ (cùng bằng bán kính)

$\widehat{AHO}=\widehat{BKO}=90^\circ$

$\widehat{AOH}=\widehat{BOK}$ (2 góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta AOH=\Delta BOK$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow AH=BK$ (2 cạnh tương ứng)

Xét (O) có:

- OH là 1 phần đường kính, AC là dây cung mà $OH\perp AC$ (cách vẽ) $\Rightarrow AC=2.AH$
- OK là 1 phần đường kính, BD là dây cung mà $OK\perp BD$ (cách vẽ) $\Rightarrow BD=2.BK$

Mà $AH=BK\Rightarrow AC=BD$

b) Xét ΔCOH và ΔDOK có:

$OH=OK$ (vì $\Delta AOH=\Delta BOK$)

$\widehat{HOD} = \widehat{KOD} = 90°$

$OC = OD$ (cùng bằng bán kính)

$\Rightarrow \Delta COH = \Delta DOH$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{DOH}$

Mà $\widehat{COH} + \widehat{COK} = 180°$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{DOH} + \widehat{COK} = 180°$

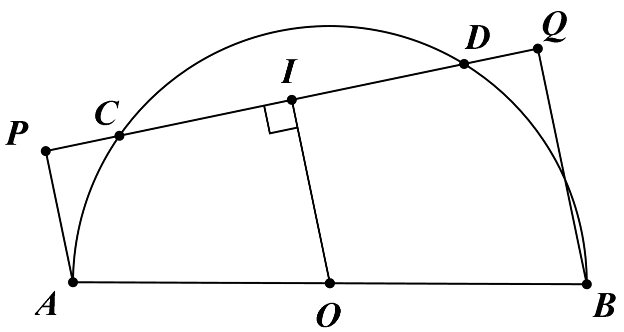
$\Rightarrow$ Ba điểm C; O; D thẳng hằng

Bài 2. Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB, đường thẳng d cắt nửa đường tròn tại C và D. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của A, B trên d. Chứng minh rằng :

a) $CP = DQ$.

b) $OP = OQ$.

Lời giải



a) Kẻ $OI \perp CD$ tại $I \Rightarrow IC = ID$.

Ta có $AP // OI // BQ$ (cùng vuông góc với PQ)$\Rightarrow APQB$ là hình thang

Vì $OA = OB, OI // AP // BQ \Rightarrow IP = IQ$. Suy ra : $IP - IC = IQ - ID \Rightarrow CP = DQ$.

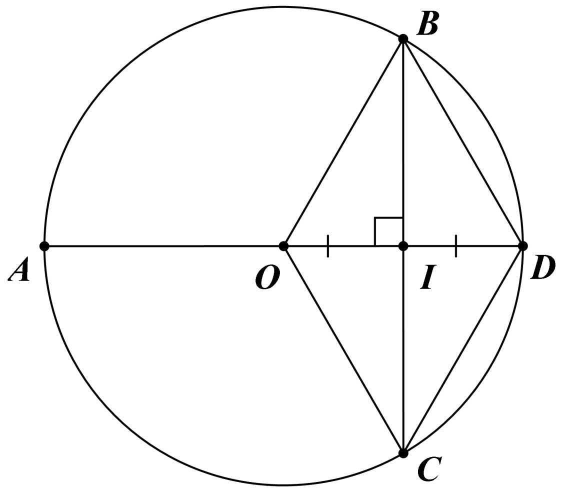
b) Theo câu a): $OI \perp PQ, IP = IQ \Rightarrow OI$ vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao của $\Delta OPQ \Rightarrow \Delta OPQ$ cân tại $O \Rightarrow OP = OQ$.

Bài 3. Cho đường tròn tâm O đường kính $AD = 2R$, gọi I là trung điểm của OD, qua I kẻ dây BC vuông góc với AD.

a) Chứng minh ΔABC đều .

b) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC theo R.

Lời giải



a) Vì $OI \perp BC$ tại $I \Rightarrow IB = IC \Rightarrow$ Tứ giác $OBDC$ là hình thoi (có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và vuông góc với nhau). Do đó :

$BD = OB = R \Rightarrow \Delta OBD$ là tam giác đều (có $BD = OB = OD = R$)$\Rightarrow \widehat{BDO} = 60°$.

Vì ΔABD nội tiếp trong đường tròn có đường kính là cạnh $AD \Rightarrow \Delta ABD$ vuông tại $B \Rightarrow \widehat{BAD} = 90° - \widehat{BDO} = 30°$.

Lại có ΔABC cân tại A (Vì AI vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến) nên AI cũng là phân giác của $\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BAC} = 2.\widehat{BAD} = 60°$.

ΔABC cân và $\widehat{BAC} = 60° \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều.

b) Xét ΔBIO vuông tại I, có $OB = R, OI = \dfrac{R}{2}$. Theo Pitago ta có:

$BI = \sqrt{OB^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - \left(\dfrac{R}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R$. Do đó : $BC = 2.BI = \sqrt{3}R$.

ΔABC đều nên: $AB = BC = CA = \sqrt{3}R$.

♋ HẾT ♋

_BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 12

I. ĐẠI SỐ: ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài 4. Cho hàm số $y=-2x$ và $y=\frac{1}{2}x$

a) Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Qua điểm $(0;2)$ vẽ đường thẳng song song với Ox cắt hai đường thẳng $y=\frac{1}{2}x$ và $y=-2x$ tại hai điểm A và B. Chứng minh tam giác AOB là tam giác vuông.

II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

Bài 1. Cho đường tròn tâm $(O;R)$ đường kính AB, dây cung CD cắt AB tại M, biết $MC=4\,cm, MD=12\,cm$ và $\widehat{AMD}=30^o$.

a) Tính khoảng cách từ O đến CD.

b) Tính bán kính đường tròn tâm O.

Bài 2. Cho $(O;R)$ đường kính AB. Dây cung CD vuông góc với OA tại M là trung điểm của OA .

a) Tứ giác $ACOD$ là hình gì? Vì sao?

b) Tam giác BCD là tam giác gì?

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OA,OB. Qua M,N lần lượt vẽ các dây CD và EF song song với nhau (C và E cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

a) Chứng minh: tứ giác $CDEF$ là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và EF cùng tạo với AB một góc nhọn $30°$. Tính diện tích hình chữ nhật $CDEF$.

...................................HẾT...................................

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. ĐẠI SỐ: ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài 3. Cho hàm số $y=-2x$ và $y=\frac{1}{2}x$

a) Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Qua điểm $(0;2)$ vẽ đường thẳng song song với Ox cắt hai đường thẳng $y=\frac{1}{2}x$ và $y=-2x$ tại hai điểm A và B. Chứng minh tam giác AOB là tam giác vuông.

Lời giải

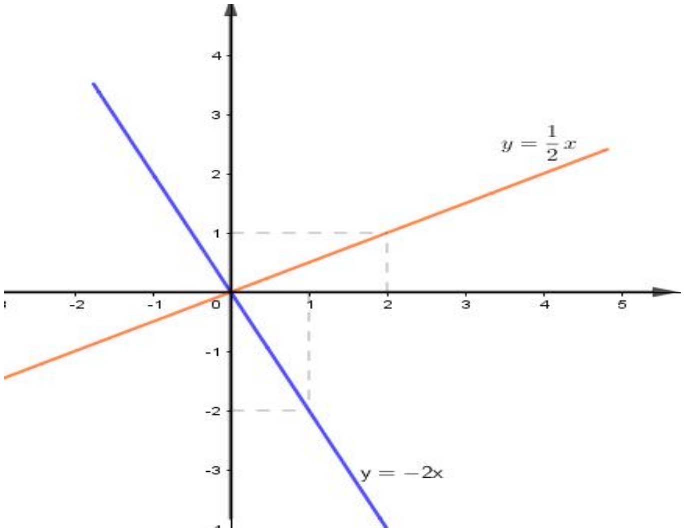
a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ

+ Bảng giá trị

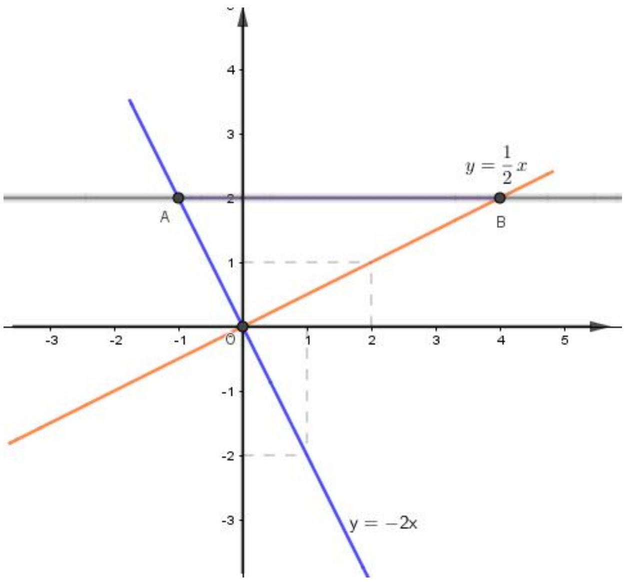
x	0	1
$y=-2x$	0	-2

x	0	2
$y=\frac{1}{2}x$	0	1

+ Hình vẽ



b) Qua điểm $(0;2)$ vẽ đường thẳng song song với Ox cắt hai đường thẳng $y=\frac{1}{2}x$ và $y=-2x$ tại hai điểm A và B. Chứng minh tam giác AOB là tam giác vuông.



Ta có: $A(-1;2)$; $B(4;2)$, suy ra $AB=\sqrt{(4+1)^2+(2-2)^2}=5$

$OA=\sqrt{2^2+1^1}=\sqrt{5}$; $OB=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$

Từ đó tính được $AB^2=OA^2+OB^2$. Suy ra tam giác AOB là tam giác vuông.

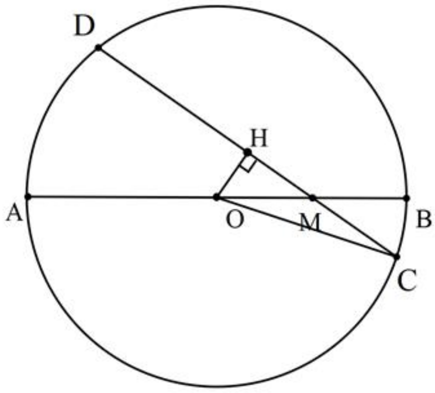
II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

Bài 1. Cho đường tròn tâm $(O;R)$ đường kính AB, dây cung CD cắt AB tại M, biết $MC=4\,cm, MD=12\,cm$ và $\widehat{AMD}=30^o$.

a) Tính khoảng cách từ O đến CD.

b) Tính bán kính đường tròn tâm O .

Lời giải



a) Tính khoảng cách từ O đến CD.

Kẻ $OH \perp CD \Rightarrow HC = HD = \dfrac{12+4}{2} = 8\,cm$, $MC = 4\ cm \Rightarrow MH = CH - MC = 4\ cm$

Ta có: $OH = HM.\tan\widehat{AMD} = 4.\tan 30^o = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}\ cm$

b) Tính bán kính đường tròn tâm O .

Ta có: ΔOHC vuông tại H

$$CO^2 = CH^2 + OH^2 = 8^2 + \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{208}{3}$$

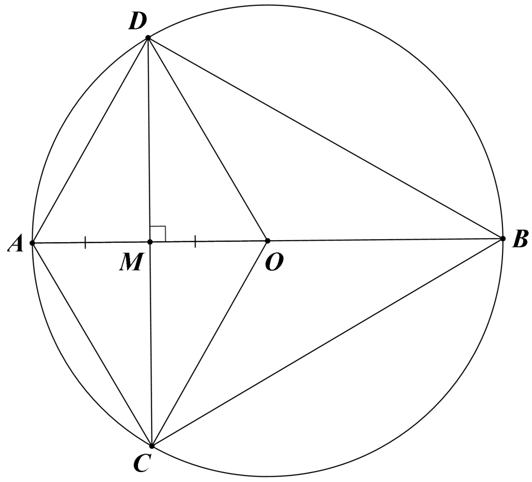
$$\Rightarrow CO = \frac{4\sqrt{39}}{3}(cm) \text{ Hay } R = \frac{4\sqrt{39}}{3}(cm).$$

Bài 2. Cho $(O;R)$ đường kính AB. Dây cung CD vuông góc với OA tại M là trung điểm của OA .

a) Tứ giác $ACOD$ là hình gì? Vì sao?

b) Tam giác BCD là tam giác gì?

Lời giải



a) Ta có $AB \perp CD$ tại M

$\Rightarrow M$ là trung điểm của CD (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

Tứ giác $ACOD$ có hai đường chéo $AO \perp DC$ tại M

$MA = MO(gt)$

$MC = MD(cmt)$

$\Rightarrow ACOD$ là hình thoi

b) Ta có $AB \perp CD$ tại trung điểm M của CD nên AB là đường trung trực của đoạn thẳng CD

$\Rightarrow BC = BD$

$\Rightarrow \Delta BCD$ cân tại B.

Mặt khác: tứ giác $ACOD$ là hình thoi nên $DA = DO$

Lại có: $OA = OD$ (bán kính của đường tròn (O))

$\Rightarrow OA = OD = DA$

$\Rightarrow \Delta ODA$ là tam giác đều

$\Rightarrow \widehat{DAB} = 60°$

Xét ΔDAB có trung tuyến $OD = AO = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow \Delta DAB$ là tam giác vuông tại D $\Rightarrow \widehat{ADB} = 90°$

ΔDAB là tam giác vuông tại D có $\widehat{DAB} = 60° \Rightarrow \widehat{DBA} = 30°$

ΔBCD cân tại B có MB là đường cao $\Rightarrow MB$ cũng là đường phân giác của $\widehat{DBC}$

$\Rightarrow \widehat{DBC} = 2\widehat{DBA} = 2.30^\circ = 60^\circ$

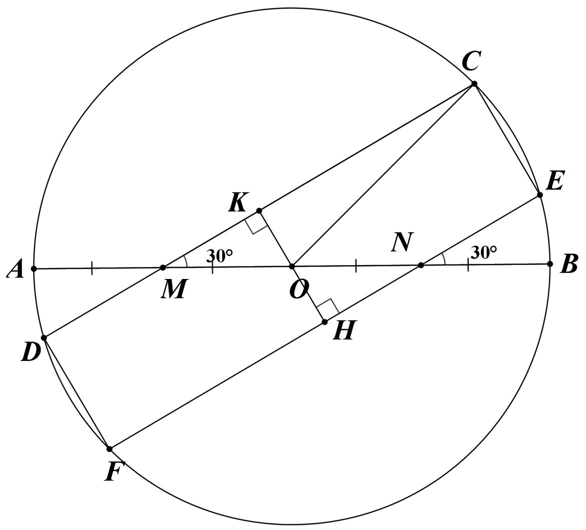
$\Rightarrow \Delta BCD$ là tam giác đều (tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 60°).

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OA,OB. Qua M,N lần lượt vẽ các dây CD và EF song song với nhau (C và E cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

a) Chứng minh: tứ giác $CDFE$ là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và EF cùng tạo với AB một góc nhọn 30°. Tính diện tích hình chữ nhật $CDFE$.

Lời giải



a) Qua O kẻ OH,OK lần lượt vuông góc với EF và CD.

vì $EF \,//\, CD(gt)$ nên suy ra O,H,K thẳng hàng.

Ta có: $OM = \frac{1}{2}OA$

$ON = \frac{1}{2}OB$

$OA = OB = R$

$\Rightarrow OM = ON$

Xét hai tam giác vuông OKM và OHN, ta có:

$\widehat{OKM} = \widehat{OHN} = 90^\circ$

$OM = ON\left(cmt\right)$

$\widehat{KOM} = \widehat{HON}$ (2 góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta OKM = \Delta OHN$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow OK = OH$

$\Rightarrow CD = EF$ (trong một đường tròn, hai dây cách đều tâm thì bằng nhau)

Tứ giác $CDFE$ có:

$CD \,//\, FE\left(gt\right)$

$CD = FE\left(cmt\right)$

$\Rightarrow CDFE$ là hình bình hành

$\Rightarrow CE \,//\, DF$ hay $CDFE$ là hình thang có đáy là CE và DF

Mặt khác $OK \perp CD$ tại K

$\Rightarrow K$ là trung điểm của CD

Chứng minh tương tự ta có H là trung điểm của FE

$\Rightarrow HK$ là đường trung bình của hình thang $CDFE$

$\Rightarrow HK \,//\, CE$

Mà $HK \perp EF$

$\Rightarrow CE \perp FE$ hay $\widehat{CFE} = 90^\circ$

Hình bình hành $CDFE$ có $\widehat{CFE} = 90^\circ$ $\Rightarrow CDFE$ là hình chữ nhật.

b) Ta có: $HK = DF = EC$ (vì $CDFE$ là hình chữ nhật)

Xét tam giác vuông OKM có $\widehat{KMO} = 30^\circ\left(gt\right)$

$\Rightarrow OK = \frac{1}{2}OM$

Mà $OM = \frac{1}{2}OA = \frac{R}{2}$

$\Rightarrow OK = \frac{R}{4}$

$\Rightarrow HK = 2OK = \dfrac{R}{2} = EC$

Xét tam giác vuông CKO có:

$CK^2 = CO^2 - OK^2 = R^2 - \left(\dfrac{R}{4}\right)^2 = R^2 - \dfrac{R^2}{16} = \dfrac{15R^2}{16}$

$\Rightarrow CK = \dfrac{R\sqrt{15}}{4}$

$\Rightarrow CD = 2CK = \dfrac{R\sqrt{15}}{2}$

Diện tích hình chữ nhật $CDFE$ là $S = CD.EC = \dfrac{R\sqrt{15}}{2}.\dfrac{R}{2} = \dfrac{R^2\sqrt{15}}{4}(dvdt)$.

☙ HẾT ❧

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 13

I. ĐẠI SỐ: QUAN HỆ HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ.

Bài 5. Cho hàm số $y = kx + 3 - 2x + k$

a) Xác định k để hàm số đồng biến.

b) Xác định k để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $M(1;3)$.

c) Xác định k để đồ thị hàm số trên cắt 2 trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 1.

Bài 6. Cho điểm $A(1;3)$; $B(-2;1)$.

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, B.

b) Xác định khoảng cách từ O đến đường thẳng d.

c) Hãy lập phương trình đường thẳng d đi qua $C(2;-1)$ và:

+ song song với d.

+ vuông góc với d.

Bài 7. Cho 3 hàm số $y=x+2$ có đồ thị d_1

$y=-3x-2$ có đồ thị d_2

$y=-2x+2$ có đồ thị d_3

a) Vẽ đồ thị của 3 hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Cho $d_1\cap d_2=A; d_2\cap d_3=B; d_3\cap d_1=C$. Tìm tọa độ điểm A,B,C

c) Tính diện tích tam giác ABC.

II. HÌNH HỌC: LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY.

Bài 1. Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ 2 cát tuyến PAB và PCD. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Chứng minh P,H,O,K cùng thuộc một đường tròn.

b) So sánh hai dây AB và CD biết $PH<PK$.

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB, một điểm M nằm trong đường tròn.

a) Nêu cách dựng dây CD sao cho M là trung điểm của dây CD

b) Giả sử $CD=a$ không cắt đường kính AB. Hạ AH, BK vuông góc với CD, chứng minh $MH=MK$.

c) OM cắt dây CD tại N. Tính MN theo a và AB.

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M là một điểm nằm giữa A và B. Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB. Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

a) Tứ giác $ACED$ là hình gì? Vì sao?

b) Giả sử $R=6,5cm, MA=4cm$. Tính CD.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. ĐẠI SỐ: QUAN HỆ HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ.

Bài 1. Cho hàm số $y=kx+3-2x+k$

a) Xác định k để hàm số đồng biến.

b) Xác định k để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $M(1;3)$.

c) Xác định k để đồ thị hàm số trên cắt 2 trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 1.

Lời giải

a) Ta có $y = kx + 3 - 2x + k \Leftrightarrow y = (k-2)x + k + 3$.

Để hàm số trên đồng biến thì $k - 2 > 0 \Leftrightarrow k > 2$.

b) Hàm số trên đi qua điểm $M(1;3)$.

Suy ra $3 = k.1 + 3 - 2.1 + k \Leftrightarrow k = 1$.

c) Khi $k = 2$ thì hàm số trên trở thành $y = 5$ không cắt trục hoành.

Xét trường hợp $k \neq 2$.

Gọi giao điểm của hàm số trên với trục hoành là A.

$\Rightarrow A(x_A;0) \in y = (k-2)x + k + 3$

$\Rightarrow x_A = \dfrac{-k-3}{k-2} \Rightarrow A\left(\dfrac{-(k+3)}{k-2};0\right) \Rightarrow OA = \left|\dfrac{-(k+3)}{k-2}\right|$.

Gọi giao điểm của hàm số trên với trục tung là B.

$\Rightarrow B(0;y_B) \in y = (k-2)x + k + 3$

$\Rightarrow y_B = k + 3 \Rightarrow B(0;k+3) \Rightarrow OB = |k+3|$.

Diện tích tam giác OAB là 1 nên ta có

$\dfrac{1}{2}.OA.OB = 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}.\left|\dfrac{-(k+3)}{k-2}\right|.|k+3| = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2|k-2|} = 1$

$\Leftrightarrow |k-2| = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = \dfrac{5}{2} \\ k = \dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$

Vậy $k=\frac{5}{2}$; $k=\frac{-3}{2}$.

Bài 2. Cho điểm $A(1;3)$; $B(-2;1)$.

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, B.

b) Xác định khoảng cách từ O đến đường thẳng d.

c) Hãy lập phương trình đường thẳng d' đi qua $C(2;-1)$ và:

+ song song với d.

+ vuông góc với d.

Lời giải

a) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $(d): y=ax+b$.

Ta có $A(1;3)\in(d)$; $B(-2;1)\in(d)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ -2a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=\frac{7}{3} \end{cases}$$

Vậy $(d): y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$.

b) Gọi $M(x_M;0)$ là giao điểm của d và trục hoành $\Rightarrow x_M=\frac{-7}{2}$ $\Rightarrow OM=\frac{7}{2}$.

Gọi $N(0;y_N)$ là giao điểm của d và trục tung $\Rightarrow y_N=\frac{7}{3}$ $\Rightarrow ON=\frac{7}{3}$.

Gọi OH là khoảng cách từ O đến đường thẳng d.

Xét OMN vuông tại O, có đường cao OH, ta có

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{\left(\frac{7}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{7}{3}\right)^2}=\frac{13}{49}$$
$$\Rightarrow OH=\sqrt{\frac{49}{13}}=\frac{7\sqrt{13}}{13}$$

Vậy khoảng cách từ O đến đường thẳng d là $\frac{7\sqrt{13}}{13}$.

c) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $(d'): y = ax + b$.

* Ta có $(d'): y = ax + b$ song song với $(d): y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b \neq \frac{7}{3} \end{cases}$$

Mà $C(2;-1) \in (d'): y = ax + b$

$\Rightarrow \frac{2}{3}.2 + \text{b} = -1 \Rightarrow \text{b} = \frac{-7}{3}$.

Vậy $(d'): y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$

* Ta có $(d'): y = ax + b$ vuông góc $(d): y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

$\Rightarrow a.\frac{2}{3} = -1 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$.

Mà $C(2;-1) \in (d'): y = ax + b$

$\Rightarrow \frac{-3}{2}.2 + \text{b} = -1 \Rightarrow \text{b} = 2$.

Vậy $(d'): y = \frac{-3}{2}x + 2$

Bài 3. Cho 3 hàm số $y = x + 2$ có đồ thị d_1

$y = -3x - 2$ có đồ thị d_2

$y = -2x + 2$ có đồ thị d_3

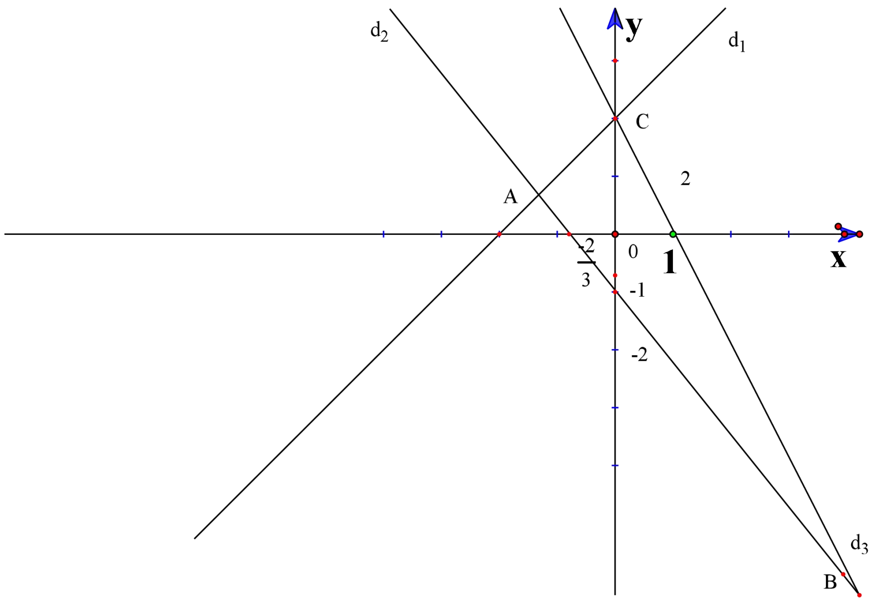
a) Vẽ đồ thị của 3 hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Cho $d_1 \cap d_2 = A; d_2 \cap d_3 = B; d_3 \cap d_1 = C$. Tìm tọa độ điểm A, B, C

c) Tính diện tích tam giác ABC.

Lời giải

a)



b) Hoành độ điểm A là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 nên ta có:

$x+2=-3x-2 \Leftrightarrow 4x=-4 \Leftrightarrow x=-1$

Với $x=-1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(-1;1)$

Hoành độ điểm B là giao điểm của hai đường thẳng d_2 và d_3 nên ta có:

$-2x+2=-3x-2 \Leftrightarrow x=-4$

Với $x=-4 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow B(-4;10)$

Hoành độ điểm C là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_3 nên ta có:

$-2x+2=x+2 \Leftrightarrow x=0$

Với $x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow C(0;2)$.

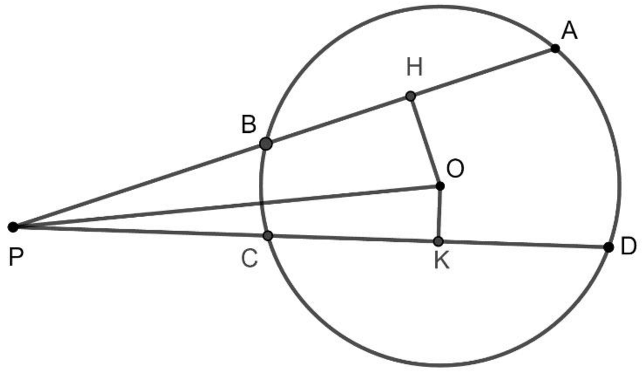
II. HÌNH HỌC: LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY.

Bài 1. Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ 2 cát tuyến PAB và PCD. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Chứng minh P,H,O,K cùng thuộc một đường tròn.

b) So sánh hai dây AB và CD biết $PH < PK$.

Lời giải



a) Chứng minh P,H,O,K cùng thuộc một đường tròn.

Xét (O) có: AB là dây không đi qua tâm

OH là 1 phần đường kính

$HA = HB$ (gt)

$\Rightarrow OH \perp AB$ (quan hệ vuông góc giữa đk và dây)

$\Rightarrow \widehat{PHO} = 90^0 \Rightarrow \Delta PHO$ vuông tại H

$\Rightarrow H \in$ đường tròn đk PO (1)

Xét (O) có: CD là dây không đi qua tâm

OK là 1 phần đường kính

$KC = KD$ (gt)

$\Rightarrow OK \perp CD$ (quan hệ vuông góc giữa đk và dây)

$\Rightarrow \widehat{PKO} = 90^0 \Rightarrow \Delta PKO$ vuông tại K

$\Rightarrow K \in$ đường tròn đk PO (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow P,H,O,K$ cùng thuộc một đường tròn đk PO

Tâm đường tròn là trung điểm của PO, bán kính là $\frac{PO}{2}$.

b) So sánh hai dây AB và CD biết $PH < PK$.

Xét ΔPHO vuông tại H có $PH^2 = PO^2 - OH^2$ (Định lí Py ta go)

Xét ΔPKO vuông tại K có $PK^2 = PO^2 - OK^2$ (Định lí Py ta go)

Xét (O) có: $PH < PK$ (gt)

$\Rightarrow PH^2 < PK^2$

$\Rightarrow PO^2 - OH^2 < PO^2 - OK^2$

$\Rightarrow OK^2 < OH^2$

$\Rightarrow OK < OH$

$\Rightarrow CD > AB$ (liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây).

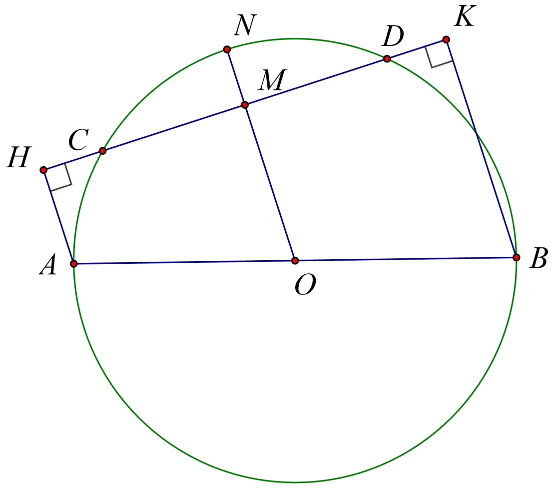
Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB, một điểm M nằm trong đường tròn.

d) Nêu cách dựng dây CD sao cho M là trung điểm của dây CD

e) Giả sử $CD = a$ không cắt đường kính AB. Hạ AH, BK vuông góc với CD, chứng minh $MH = MK$.

f) OM cắt dây CD tại N. Tính MN theo a và AB.

Giải



a) Nêu cách dựng dây CD sao cho M là trung điểm của dây CD

Qua M kẻ đường thẳng vuông góc OM cắt đường tròn tại C, D.

$\Rightarrow$ Theo tính chất đường kính và dây cung: M là trung điểm của dây CD.

b) chứng minh $MH = MK$.

Xét tứ giác $ABHK$ có:

$\left.\begin{array}{l} AH \perp HK \\ BK \perp HK \end{array}\right\} \Rightarrow AH // BK$ (định lí từ vuông góc đến song song)

$\Rightarrow AHBK$ là hình thang (dấu hiệu nhận biết)

Mà $OA = OB$ (gt)

$\Rightarrow MH = MK$.

c) Tính MN theo a và AB.

Vì M là trung điểm của dây CD nên $CM = DM = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}$

Xét tam giác OMN vuông tại M :

$CO^2 = CM^2 + MO^2$

$\Rightarrow MO^2 = CO^2 - CM^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{AB^2 - a^2}{2}$

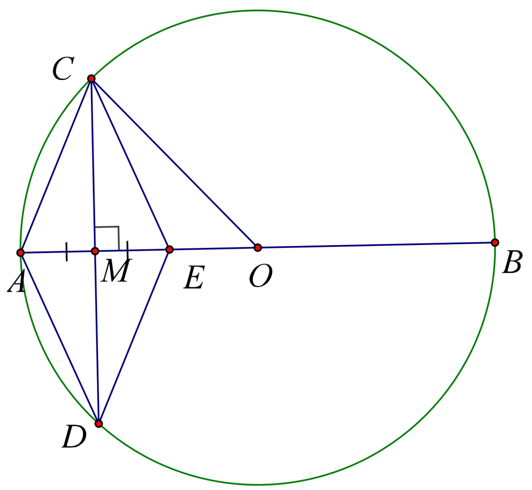
$\Rightarrow MN = ON - MO = \frac{AB}{2} - \sqrt{\frac{AB^2 - a^2}{2}}$

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M là một điểm nằm giữa A và B. Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB . Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

c) Tứ giác $ACED$ là hình gì? Vì sao?

d) Giả sử $R = 6,5cm, MA = 4cm$. Tính CD.

Giải



a) Tứ giác $ACED$ là hình gì? Vì sao?

Xét (O) có $AB \perp CD$ nên suy ra $MC = MD$

Xét tứ giác $ACED$ có :

$\left.\begin{array}{l} MC = MD(\text{cmt}) \\ MA = ME(\text{gt}) \end{array}\right\} \Rightarrow ACED$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

Mà $AE \perp CD$ suy ra $ACED$ là hình thoi. (dấu hiệu nhận biết).

b) Giả sử $R = 6,5cm, MA = 4cm$. Tính CD.

Ta có : $OM = AO - AM = R - 4 = 6,5 - 4 = 2,5$ (cm)

Xét tam giác MCO vuông tại M :

$CM^2 = \sqrt{CO^2 - MO}^2 = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6$

$\Rightarrow CD = 2CM = 12$ (cm).

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 14

I. ĐẠI SỐ: LUYỆN TẬP VỀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bài 8. Cho hàm số $y = 2x - 2$ và $y = (m + 1 - m)x - m(m \neq -1)$

a) Vẽ đồ thị của các hàm số trên với $m = -2$.

b) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng song song.

c) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng vuông góc.

d) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng cắt nhau tại trục tung.

Bài 9. Cho đường thẳng $d: y = x + 3$ và $d': y = -2x + m^2 - 1$. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Khi đó d cắt Ox tại M, d' cắt Oy tại N. Tính diện tích ΔMON.

Bài 10. Cho 3 đường thẳng $y = mx - m + 1$, $d_2: y = 2x + 3$, $d_3: y = x + 1$.

a) Chứng minh rằng khi m thay đổi, đường thẳng d_1 luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy. Tìm tọa độ điểm đồng quy.

Bài 11. Cho 3 điểm $A(0;2), B(-3;-1), C(2;4)$.

a) Viết phương trình đường thẳng AB.

b) Chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng.

II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN

Bài 1. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, AC là một dây cung của nó. Kẻ tiếp tuyến Ax và kẻ đường phân giác của góc CAx cắt đường tròn tại E và cắt BC kéo dài tại D.

a) Chứng minh tam giác ABD cân và $OE // BD$.

b) Gọi I là giao điểm của AC và BE. Chứng minh DI vuông góc với AB.

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AD và BE cắt nhau tại H, vẽ đường tròn tâm O đường kính AH.

a) Chứng minh E thuộc (O).

b) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn tâm O đường kính AH.

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ và hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn. Kẻ AD (với D nằm giữa O và M) sao chho góc $\widehat{MAD}=45°$.

a) Chứng minh $DO.MB = AO.DM$.

b) Chứng minh BD là phân giác của góc $\widehat{OBM}$.

c) Từ M kẻ đường thẳng song song với OB, đường thẳng này cắt OA tại N. Chứng minh $ON = NM$.

………………………………HẾT………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. ĐẠI SỐ: LUYỆN TẬP VỀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bài 1. Cho hàm số $y=2x-2$ và $y=(m+1)x-m$ $(m\neq 0)$.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số trên với $m=-2$.

b) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng song song.

c) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng vuông góc.

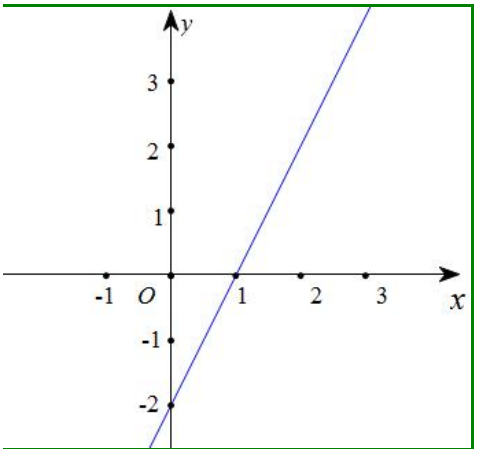
d) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng cắt nhau tại trục tung.

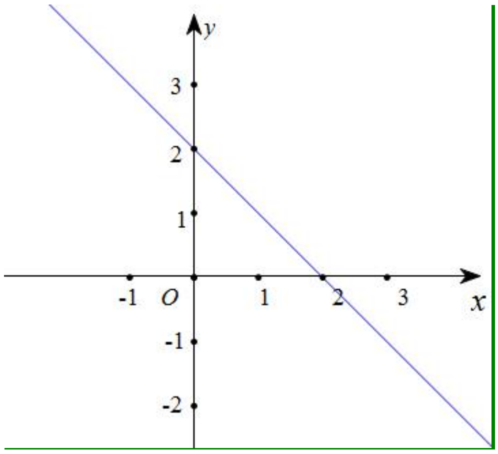
Lời giải

a) Với $m=-2$ ta có hai hàm số là $y=2x-2$ và $y=-x+2$

Đồ thì hàm số $y=2x-2$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$.

Đồ thì hàm số $y=-x+2$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;2)$.





b) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng song song.

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=2 \\ -m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm để hai đường thẳng song song.

c) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng vuông góc.

Hai đường thẳng vuông góc khi và chỉ khi $a.a' = -1 \Leftrightarrow 2(m+1) = -1 \Leftrightarrow m = -\dfrac{3}{2}$.

Vậy $m = -\dfrac{3}{2}$ là giá trị cần tìm để hai đường thẳng vuông góc.

d) Tìm m để hai hàm số trên là các đường thẳng cắt nhau tại trục tung.

Hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của phương trình $(m+1)x - m = 2x - 2$

$\Leftrightarrow (m-1)x = m-2 \qquad (*)$.

+ Nếu $m=1$ thì $(*)$ vô nghiệm.

+ Nếu $m \neq 1$ thì $(*)$ có nghiệm $x = \dfrac{m-2}{m-1}$.

Để giao điểm của hai đường thẳng trên trục tung thì $\dfrac{m-2}{m-1} = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Bài 2. Cho đường thẳng $d: y = x+3$ và $d': y = -2x + m^2 - 1$. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Khi đó d cắt Ox tại M, d' cắt Oy tại N. Tính diện tích ΔMON.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là

$x+3=-2x+m^2-1 \Leftrightarrow x=\dfrac{m^2-4}{3}$.

Do giao điểm của hai đường thẳng trên trục tung nên suy ra $\dfrac{m^2-4}{3}=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Ta có d cắt Ox tại điểm $M(-3;0)$ và $d': y=-2x+3$ cắt Oy tại điểm $N(0;3)$.

Diện tích tam giác MON bằng $S_{\Delta MON}=\dfrac{1}{2}.OM.ON=\dfrac{1}{2}.|-3|.3=\dfrac{9}{2}$.

b) Cho ba đường thẳng $d_1: y=mx-m+1$, $d_2: y=2x+3$ và $d_3: y=x+1$.

a) Chứng minh rằng khi m thay đổi, đường thẳng d_1 luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy. Tìm tọa độ điểm đồng quy.

Lời giải

a) Ta có đường thẳng $d_1: y=mx-m+1$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$ với mọi giá trị của m.

b) Dễ thấy hai đường thẳng d_2 và d_3 cắt nhau tại điểm $M(-2;-1)$, nên ba đường thẳng đã cho đồng quy khi d_1 đi qua $M(-2;-1)$. Do đó $-1=-2m-m-1 \Leftrightarrow m=0$.

Bài 3. Cho 3 điểm $A(0;2), B(-3;-1), C(2;4)$.

a) Viết phương trình đường thẳng AB.

b) Chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

a) Đường thẳng AB có phương trình dạng $y=ax+b$.

Từ giả thiết ta có tọa độ các điểm A và B nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2=0.a+b \\ -1=-3.a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng AB là $y=x+2$.

b) Chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng.

Đường thẳng AB có phương trình $y=x+2$ đi qua điểm $C(2;4)$ nên ba điểm đã cho thẳng hàng.

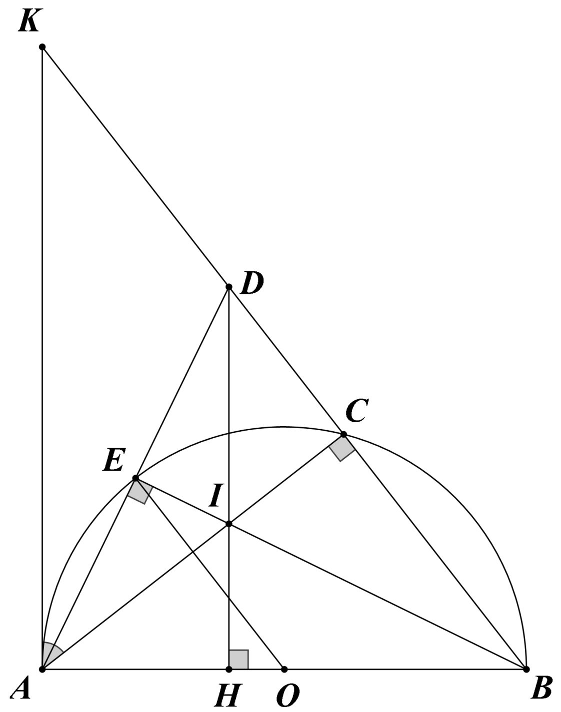
II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN

Bài 1. Cho nữa đường tròn (O) đường kính AB, AC là một dây cung của nó. Kẻ tiếp tuyền Ax và kẻ đường phân giác của góc CAx cắt đường tròn tại E và cắt BC kéo dài tại D

a) Chứng minh tam giác ABD cân và $OE//BD$.

b) Gọi I là giao điểm của AC và $BE.$ Chứng minh DI vuông góc với $AB.$

Lời giải



a) Ta có

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{ADB}+\widehat{DAC}=90^\circ\\ \widehat{DAB}+\widehat{DAx}=90^\circ\\ \widehat{DAx}=\widehat{DAC}\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{ADB}=\widehat{DAB}\ \Rightarrow \Delta ABD \text{ cân tại } B.$$

Ta có $OE=OA$ nên ΔAOE cân tại O do đó $\widehat{OAE}=\widehat{AEO}$

Theo câu a) ta có ΔABD cân tại B suy ra $\widehat{OAE}=\widehat{EDB}$

Do đó $OE//DB$ (đồng vị)

b) Ta có $\widehat{AEB}=90^\circ;\widehat{ACB}=90^\circ$ (góc chắn nữa đường tròn)

suy ra $\left.\begin{array}{l}AC\perp BD\\ BE\perp AD\end{array}\right\}\Rightarrow$ I là trực tâm của $\Delta ABD\ \Rightarrow DI\perp AB$

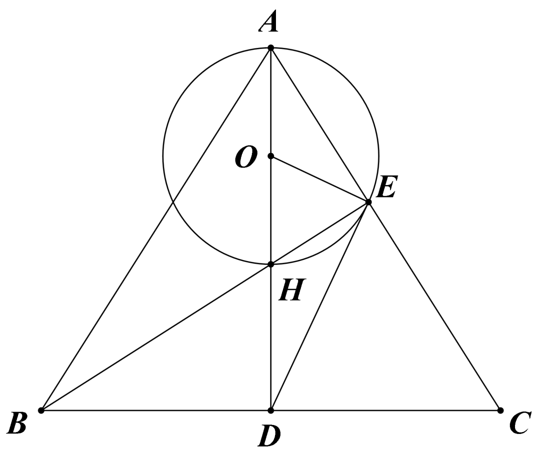
………………………………………………………………………………………
………………

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AD và BE cắt nhau tại H, vẽ đường tròn tâm O đường kính AH.

a) Chứng minh E thuộc (O).

b) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn tâm O đường kính AH.

Lời giải



a) Gọi O là trung điểm của AH. Tam giác ΔAEH vuông tại E có EO là đường trung tuyến nên:

$EO = OA = OH = \dfrac{AH}{2}$ (tính chất tam giác vuông)

Vậy điểm E nằm trên đường tròn $(O; \dfrac{AH}{2})$

b) Ta có $OH = OE$ suy ra tam giác ΔOHE cân tại O suy ra: $\widehat{OEH} = \widehat{OHE}$ (1)

Mà $\widehat{BHD} = \widehat{OHE}$ (đối đỉnh) (2)

Trong tam giác ΔBDH ta có: $\widehat{HDB} = 90°$

Suy ra: $\widehat{HBD} + \widehat{BHD} = 90°$ (3)

Từ (1),(2) và (3) suy ra: $\widehat{OEH} + \widehat{HBD} = 90°$ (4)

Tam giác ΔABC cân tại A có $AD \perp BC$ nên $BD = CD$

Tam giác ΔBCE vuông tại E có ED là đường trung tuyến nên:

$ED = BD = \dfrac{BC}{2}$ (tính chất tam giác vuông).

Suy ra tam giác ΔBDE cân tại D

Suy ra: $\widehat{BDE} = \widehat{DEB}$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra: $\widehat{OEH} + \widehat{DEB} = 90^\circ$ hay $\widehat{DEO} = 90^\circ$

Suy ra: $DE \perp EO$. Vậy DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

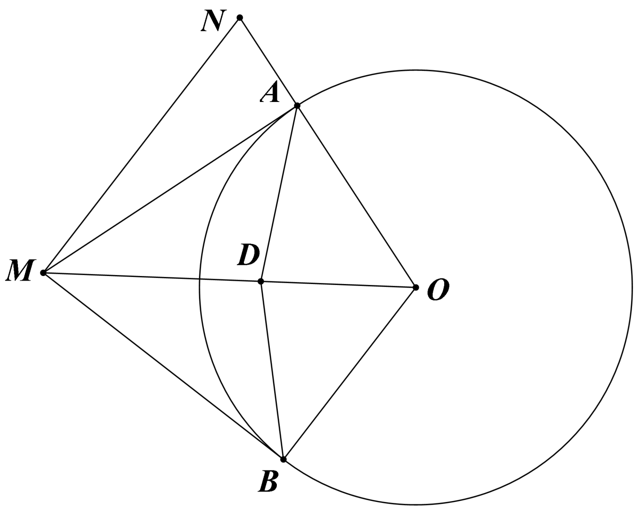
Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$ và hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn. Kẻ AD (D nằm giữa O và M) sao cho góc $\widehat{MAD} = 45^\circ$

a) Chứng minh $DO.MB = AO.DM$.

b) Chứng minh BD là phân giác của góc OBM.

c) Từ M kẻ đường thẳng song song với OB, đường thẳng này cắt OA tại N chứng $NO = NM$

Lời giải



a) Do MA là tiếp tuyến của (O) nên suy ra góc $\widehat{MAO} = 45^\circ$, do đó AD là phân giác của góc $\widehat{MAO}$

Theo tính chất phân giác ta có tỉ số $\dfrac{DM}{AM} = \dfrac{DO}{AO} \Leftrightarrow DM.AO = AM.DO$

Ta cũng có $MA = MB$ nên suy ra $MD.AO = BM.DO$ hay $DO.MB = AO.DM$.

b) Xét hai tam giác ΔMDA và ΔMDB có $MA = MB$, MD chung và $\widehat{AMD} = \widehat{BMD}$. Do đó $\Delta MDA = \Delta MDB$ $(c-g-c)$. Suy ra $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 45^\circ$.

Ta cũng có $\widehat{MBO}=90°$ (tính chất tiếp tuyến) nên suy ra BD là phân giác của góc BOM.

c) Do $OB // MN$ suy ra $\widehat{NMO}=\widehat{BOM}$ (so le trong). Mà MO là phân giác của góc AOB nên suy ra $\widehat{AOM}=\widehat{MOB} \Leftrightarrow \widehat{NOM}=\widehat{BOM}$. Do đó suy ra $\widehat{NMO}=\widehat{NOM}$ hay tam giác ΔMNO cân ở N. Vậy $NM=ON$.

☙ HẾT ❧

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 15

I. ĐẠI SỐ: ÔN TẬP VỀ HÀM SỐ $y=ax+b(a\neq 0)$

Bài 4. Viết phương trình đường thẳng d’ biết nó // với đường thẳng d có pt : $y=\frac{2}{3}x+2$ và đi qua $A(3;-1)$.

Bài 5. Cho 2 đường thẳng: $d_1: y=3x+4$ và $d_2: y=-\frac{1}{3}x+2$

Cho $\mathrm{d_1 \cap Ox = A, d_1 \cap Oy = B, d_2 \cap Ox = C, d_2 \cap Oy = D \cdot d_1 \cap d_2 = M}$

a) Chứng minh ΔAMC vuông tại M

b) Tính diện tích của $\Delta AMC, \Delta AMO, \Delta ABO, \Delta BOD$.

Bài 6. Cho hàm số $y=mx+m-1$

a) Xác định m đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2
b) Xác định m đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3
c) Vẽ đồ thị các hàm số vừa tìm được ở câu a và câu b trên cùng một hệ trục tọa độ . Tìm tọa độ giao điểm của chúng và tính các góc của tam giác được tạo thành.

Bài 7. Cho hàm số $y=(m+4)x-m+6$

a) Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến ? Nghịch biến ?

b) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;2)$?

c) CMR: khi m thay đổi thì đường thẳng trên luôn đi qua một điểm cố định.

II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU.

Bài 1. Cho (O;R) và một đường thẳng d cắt đường tròn (O) tại C và D. Một điểm M di động trên d sao cho $MC > MD$ và ở ngoài (O). Qua điểm M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của CD và giao điểm của AB với OM, OH lần lượt E, F ở. Chứng minh rằng :

a) $OE.OM = R^2$.

b) Bốn điểm M, E, H, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Một điểm M thay đổi trên đường tròn (M khác A, B) .Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H . Từ A và B kẻ các tiếp tuyến AC , BD với đường tròn (M), (C, D là các tiếp điểm).

a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O) .

b) Chứng minh $AC + BD$ có giá trị không đổi từ đó tính giá trị lớn nhất của $AC.BD$.

Bài 3. Cho đường tròn (O; R) hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn, AB cắt OM tại H.

a) Chứng minh $AM.BM = MH.MO$

b) Đường thẳng OA cắt MB tại N. Chứng minh $\frac{OA}{ON} = \frac{MB}{MN}$

c) Từ O kẻ OK // AM (K thuộc MB) chứng minh $OK = MK$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Viết phương trình đường thẳng d' biết nó // với đường thẳng d có pt : $y = \frac{2}{3}x + 2$ và đi qua $A(3;-1)$.

Lời giải

Đường thẳng d' song song với đường thẳng d nên đường thẳng d' có dạng: $y = \frac{2}{3}x + b$

Đường thẳng d' đi qua điểm $A(3;-1)$, thay vào $y = \frac{2}{3}x + b$ ta được:

$$-1 = \frac{2}{3}.3 + b \Rightarrow b = -3$$

Vậy phương trình đường thẳng d' là: $y=\frac{2}{3}x-3$

Bài 2. Cho 2 đường thẳng: $d_1: y=3x+4$ và $d_2: y=-\frac{1}{3}x+2$

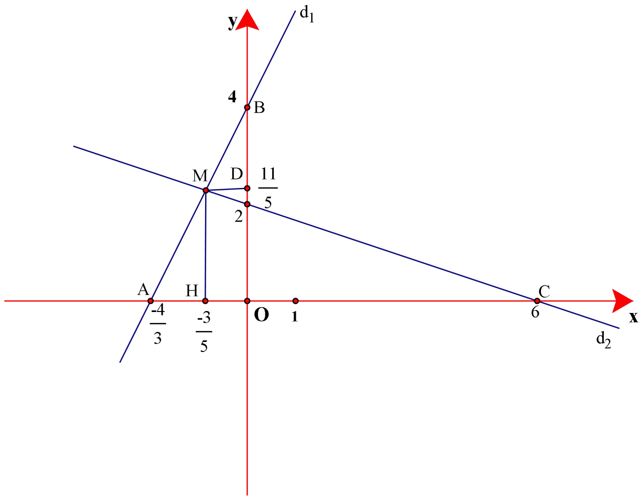
Cho $\mathrm{d_1 \cap Ox = A, d_1 \cap Oy = B, d_2 \cap Ox = C, d_2 \cap Oy = D \cdot d_1 \cap d_2 = M}$

a) Chứng minh ΔAMC vuông tại M

b) Tính diện tích của $\Delta AMC, \Delta AMO, \Delta ABO, \Delta BOD$.

Lời giải

a)



$d_1: y=3x+4$ và $d_2: y=-\frac{1}{3}x+2$

+) Cho $x=0 \Rightarrow y=4 \Rightarrow d_1 \cap$ Oy tại $B(0;4)$

$y=0 \Rightarrow x=\frac{-4}{3} \Rightarrow d_1 \cap$ Ox tại $A\left(\frac{-4}{3};0\right)$

+) Cho $x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow d_2 \cap$ Oy tại $D(0;2)$

$y=0 \Rightarrow x=6 \Rightarrow d_2 \cap$ Ox tại $C(6;0)$

Kẻ $MH \perp \mathrm{Ox}$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $d_1; d_2$ ta có:

$3x+4=-\frac{1}{3}x+2 \Leftrightarrow 3x+\frac{1}{3}x=2-4 \Leftrightarrow \frac{10}{3}x=-2 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$ Thay $x=\frac{-3}{5}$ vào phương trình đường thẳng

$$(d_1) \Rightarrow y=\frac{11}{5} \Rightarrow \mathrm{d}_1 \cap \mathrm{d}_2 = \mathrm{M}\left(\frac{-3}{5};\frac{11}{5}\right) \Rightarrow MH=\frac{11}{5}$$

$$OH=\left|\frac{-3}{5}\right|=\frac{3}{5} \Rightarrow AH=OA-OH=\frac{4}{3}-\frac{3}{5}=\frac{11}{5}$$

$$HC=OH+OC=6+\frac{3}{5}=\frac{33}{5};\ AC=OA+OC=\frac{4}{3}+6=\frac{22}{3}$$

Khi đó: Áp dụng định lý pytago vào các tam giác vuông $\Delta AHM;\Delta MHC$ ta có:

$$MC=\sqrt{MH^2+HC^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{5}\right)^2+\left(\frac{33}{5}\right)^2}=\frac{11\sqrt{10}}{5}$$

$$MA=\sqrt{MH^2+HA^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{5}\right)^2+\left(\frac{11}{15}\right)^2}=\frac{11\sqrt{10}}{15}$$

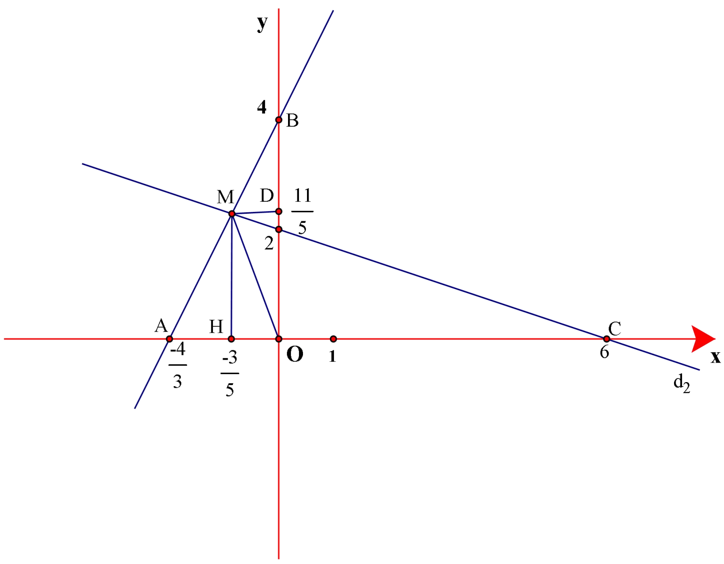
$$AC=OA+OC=\frac{4}{3}+6=\frac{22}{3}$$

Xét $\Delta \mathrm{AM}C$ có: $MA^2+MC^2=\left(\frac{11\sqrt{10}}{5}\right)^2+\left(\frac{11\sqrt{10}}{15}\right)^2=\frac{484}{9}$

$$AC^2=\left(\frac{22}{3}\right)^2=\frac{484}{9}$$

Do đó: $MA^2+MC^2=AC^2$. Áp dụng định lý pytago đảo ta có ΔAMC vuông tại M.

b)



Tính diện tích của $\Delta AMC, \Delta AMO, \Delta ABO, \Delta BOD$

Ta có: $S_{AMC} = \frac{1}{2}MA.MC = \frac{1}{2}.\frac{11\sqrt{10}}{15}.\frac{11\sqrt{10}}{5} = \frac{121}{15}$(đvdt)

$S_{AMO} = \frac{1}{2}MH.OA = \frac{1}{2}.\frac{11}{5}.\frac{4}{3} = \frac{22}{15}$(đvdt)

$S_{ABO} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}.4 = \frac{8}{3}$(đvdt)

$S_{BOD} = \frac{1}{2}MD.OB = \frac{1}{2}.\frac{3}{5}.4 = \frac{6}{5}$(đvdt)

Bài 3. Cho hàm số $y = mx + m - 1$

a) Xác định m đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2
b) Xác định m đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3
c) Vẽ đồ thị các hàm số vừa tìm được ở câu a và câu b trên cùng một hệ trục tọa độ . Tìm tọa độ giao điểm của chúng và tính các góc của tam giác được tạo thành.

Lời giải

a) Để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 ta có:
$x = 0; y = 2 \Rightarrow 2 = m.0 + m - 1 \Rightarrow m = 3$

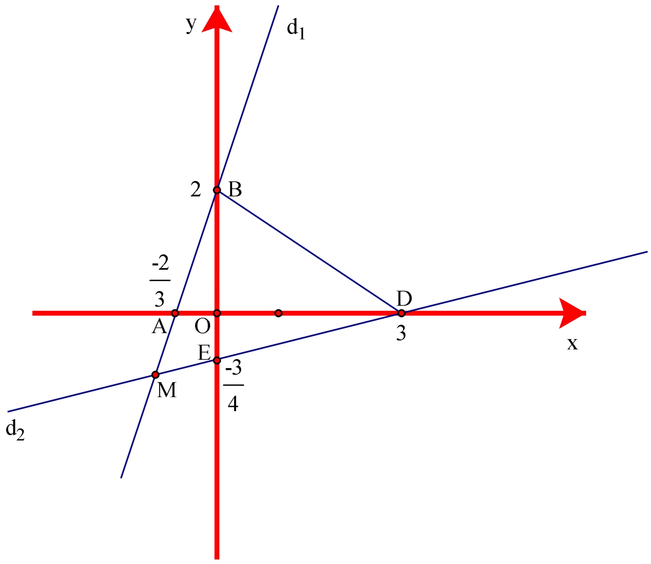
Vậy $m = 3$ thì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 ta có:

$$y = 0; x = 3 \Rightarrow 0 = m.3 + m - 1 \Rightarrow 4m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

Vậy $m = \frac{1}{4}$ thì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

c)



+ Thay $m=3 \Rightarrow y=3x+2 \quad (d_1)$

+ Thay $m=\frac{1}{4} \Rightarrow y=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4} \quad (d_2)$

Ta có đường thẳng (d_1) cắt Ox tại $A\left(\frac{-2}{3};0\right)$ và cắt Oy tại $B(0;2)$

Đường thẳng (d_2) cắt Ox tại $D(3;0)$ và cắt Oy tại $E\left(0;\frac{-3}{4}\right)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $d_1;d_2$ ta có:

$3x+2=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4} \Leftrightarrow 3x-\frac{1}{4}x=-2-\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{11}{4}x=\frac{-11}{4} \Rightarrow x=-1$ Thay $x=-1$ vào phương trình đường thẳng $d_1 \Rightarrow y=3.(-1)+2=-1 \Rightarrow M(-1;-1)$

Xét ΔAOB vuông tại O $\tan\widehat{ABO}=\frac{OA}{OB}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3} \Rightarrow \widehat{ABO} \approx 18^o$

Xét ΔBOD vuông tại O

$\tan\widehat{ODE}=\frac{OE}{OD}=\frac{\frac{3}{4}}{3}=\frac{1}{4} \Rightarrow \widehat{EDO} \approx 14^o \Rightarrow \widehat{BDM}=\widehat{BDO}+\widehat{EDO}=56^o+14^o=70^o$

Do đó: $\widehat{ABD}=\widehat{ABO}+\widehat{DBO}=18^o+56^o=74^o$

Xét ΔBDM có: $BMD=180^o-\left(\widehat{MBD}+\widehat{MDB}\right)=180^o-\left(74^o+70^o\right)=36^o$

Bài 4. Cho hàm số $y=(m+4)x-m+6$

a) Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến ? Nghịch biến ?

b) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;2)$?

c) CMR: khi m thay đổi thì đường thẳng trên luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải

a) Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến ? Nghịch biến ?

$y=(m+4)x-m+6$ đồng biến $\Leftrightarrow (m+4)>0 \Leftrightarrow m>-4$

$y=(m+4)x-m+6$ nghịch biến $\Leftrightarrow (m+4)<0 \Leftrightarrow m<-4$

b) Đồ thị hàm số $y=(m+4)x-m+6$ đi qua điểm $A(-1;2)$, ta thay tọa độ vào phương trinh đường thẳng được:

$$\begin{aligned}&2=(m+4)(-1)-m+6\\ &\Leftrightarrow 2=-m-4-m+6\\ &\Leftrightarrow 2m=-2-4+6=0\\ &\Leftrightarrow m=0\end{aligned}$$

Vậy $m=0$ thì đường thẳng $y=(m+4)x-m+6$ đi qua $A(-1;2)$.

c) CMR: khi m thay đổi thì đường thẳng trên luôn đi qua một điểm cố định.

Giả sử đường thẳng của đồ thị hàm số $y=(m+4)x-m+6$ luôn đi qua điểm cố định $(x_0;y_0)$.

Ta được:

$$\begin{aligned}&y_0=(m+4)x_0-m+6\\ &\Leftrightarrow y_0=mx_0+4x_0-m+6\\ &m(x_0-1)+(4x_0-y_0+6)=0\end{aligned}$$

Với mọi m để phương trinh bằng 0 thì

$$\begin{cases}x_0-1=0\\ 4x_0-y_0+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_0=1\\ 4-y_0+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_0=1\\ y_0=10\end{cases}$$

Vậy đường thẳng trên luôn đi qua điểm cố định $(x_0;y_0)=(1;10)$

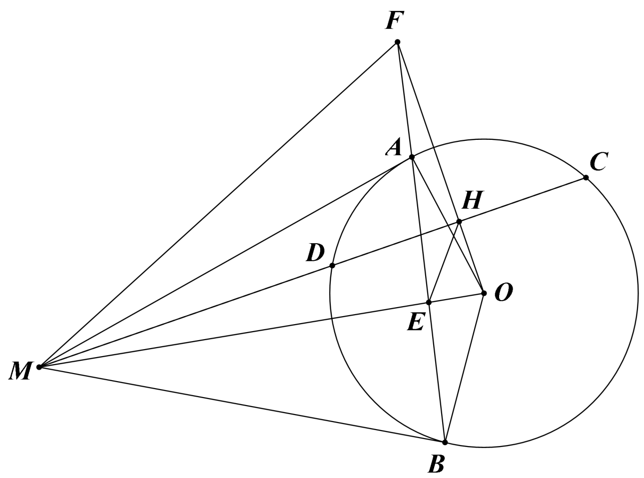
II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU.

Bài 1. Cho (O;R) và một đường thẳng d cắt đường tròn (O) tại C và D. Một điểm M di động trên d sao cho $MC>MD$ và ở ngoài (O). Qua điểm M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của CD và giao điểm của AB với OM, OH lần lượt E, F ở. Chứng minh rằng :

a) $OE.OM=R^2$.

b) Bốn điểm M, E, H, F cùng thuộc một đường tròn.

Lời giải



a) Chứng minh $OE.OM = R^2$.

Vì MB là tiếp tuyến của đường tròn nên $MB \perp OB$.

Ta có, $MA = MB$ và ME là tia phân giác của góc AMB (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau

Suy ra, $AB \perp MO$ tại E .

Xét ΔMBO vuông tại B có BE là đường cao nên:

$OE.OM = OB^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Hay, $OE.OM = R^2$.

b) Từ ý a ta có, $AB \perp MO$ tại E.

Vì H là trung điểm của DC nên $HO \perp CD$ tại H (Liên hệ giữa đường kính và dây cung).

Xét tứ giác $MEHF$ có E và H cùng nhìn MF dưới hai góc vuông.

Do đó, tứ giác $MEHF$ là tứ giác nội tiếp.

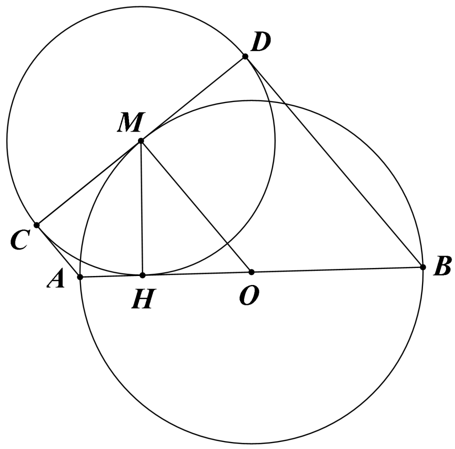
Vậy bốn điểm M, E, H, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Một điểm M thay đổi trên đường tròn (M khác A, B) .Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H . Từ A và B kẻ các tiếp tuyến AC , BD với đường tròn (M), (C, D là các tiếp điểm).

a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O) .

b) Chứng minh $AC + BD$ có giá trị không đổi từ đó tính giá trị lớn nhất của $AC.BD$.

Lời giải



a) Trong đường tròn $(M;\,MH)$ theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

MA là tia phân giác của góc HMC và MB là tia phân giác của góc HMD.

Suy ra: $\widehat{CMA} = \widehat{HMA}$ hay $\widehat{CMH} = 2\widehat{HMA}$.

$\widehat{HMB} = \widehat{DMB}$ hay $\widehat{HMD} = 2\widehat{HMB}$

Tam giác ABM nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính nên vuông tại M.

Suy ra: $\widehat{AMB} = 90^0$.

$\Rightarrow \widehat{CMH} + \widehat{HMD} = 2\widehat{HMB} + 2\widehat{HMA} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{CMD} = 180^0$. Hay C, M, D thẳng hàng.

Mặt khác, ΔCMA đồng dạng với ΔMBA (vì $\widehat{MCA} = \widehat{AMB} = 90^0$, $\widehat{CAM} = \widehat{MAB}$).

Suy ra, $\widehat{CMA} = \widehat{MBA}$.

Mà $\begin{array}{l} \widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 90^0 \Rightarrow \widehat{AMO} + \widehat{MBA} = 90^0 \, (\widehat{MAB} = \widehat{AMO}) \\ \Rightarrow \widehat{AMO} + \widehat{CMA} = 90^0 \end{array}$.

Hay, $CM \perp MO$. Vậy CD là tiếp tuyến của (O).

b) Trong đường tròn $(M\,;\,MH)$ theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$AC = AH$ và $BD = BH$

Suy ra: $AC + BD = AH + BH = AB$ không đổi.

Ta có: $AC.BD = AH.BH \le \dfrac{1}{4}(AH + BH)^2 = \dfrac{1}{4}AB^2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $AC.BD$ là $\frac{1}{4}AB^2 \Leftrightarrow AH = BH$. Hay M là điểm chính giữa cung AB.

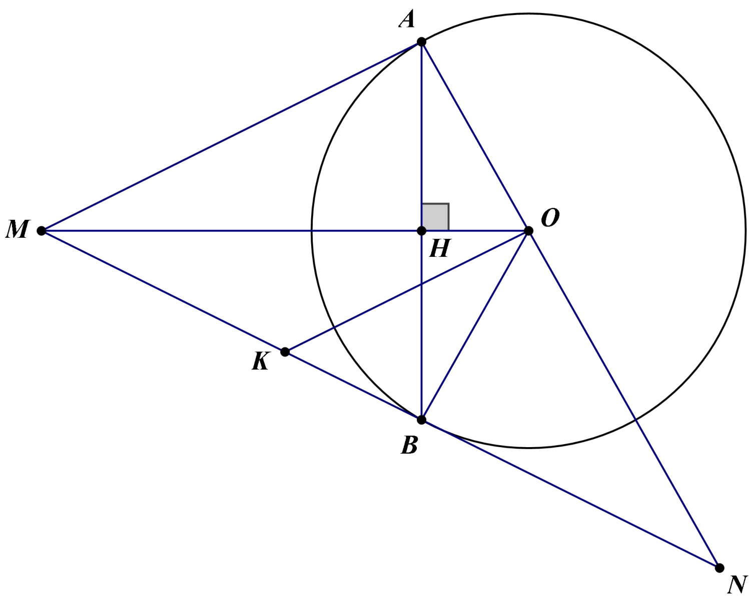
Bài 3. Cho đường tròn (O; R) hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn, AB cắt OM tại H.

a) Chứng minh $AM.BM = MH.MO$

b) Đường thẳng OA cắt MB tại N. Chứng minh $\frac{OA}{ON} = \frac{MB}{MN}$

c) Từ O kẻ OK // AM (K thuộc MB) chứng minh $OK = MK$

Lời giải



a) Xét (O; R) có MA, MB là hai tiếp tuyến, A, B là hai tiếp điểm

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = OB = R \\ MA = MB \\ MA \perp AO \\ MB \perp BO \\ MO \text{ là tia phân giác cua góc } AMB \Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{BMO} \end{cases}$$

*Vì $\Rightarrow \begin{cases} OA = OB = R \\ MA = MB \end{cases} \Rightarrow$ MO là đường trung trực của AB $\Rightarrow AB \perp MO$ tại H

* Xét tam giác AMO vuông tại A, đường cao AH

$\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông), mà $MA = MB$

$\Rightarrow MA.MB = MH.MO$

b) Xét ΔNBO và ΔNAM có:

$$\begin{cases} \widehat{NBO} = \widehat{NAM} = 90^0 \\ \widehat{N} \text{ chung} \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta NBO \sim \Delta NAM\,(gg) \Rightarrow \frac{BO}{ON} = \frac{MA}{MN}$, mà MA = MB, OB = OA $\Rightarrow \frac{OA}{ON} = \frac{MB}{MN}$

c) $\left.\begin{matrix} OK \perp AO \\ MO \perp AO \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ MA // KO$\Rightarrow \widehat{MOK} = \widehat{AMO}$ (2 góc so le trong)

mà $\widehat{MOK} = \widehat{KMO} \Rightarrow \Delta MOK$ cân tại $K \Rightarrow OK = MK$

☙HẾT❧

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 16

I. ĐẠI SỐ: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 5. Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của a để:

a) Điểm $A(0;-1)$ thuộc đường thẳng $x+ay=-5$;

b) Điểm $B(-1,5;0)$ thuộc đường thẳng $ax-4y=6$;

c) Điểm $C(-7;-3)$ thuộc đường thẳng $ax+6y=-3$;

d) Điểm $D(2,5;0)$ thuộc đường thẳng $ax+0y=12,5$;

e) Điểm $E(2;-4,5)$ thuộc đường thẳng $0x+ay=31,5$;

Bài 6. Vẽ đồ thị của mỗi cặp phương trình sau trong cùng một hệ trục tọa độ rồi tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó:

a) $2x+y=3$ và $3x-y=1$

b) $x-2y=4$ và $3x+2y=12$

c) $x-2y=4$ và $-2x+4y=-8$

d) $x-y=1$ và $-3x+3y=-6$

Bài 3.

a) Tìm giá trị của a để hai đường thẳng $y=(a-1)x+2$ và $y=(3-x)+1$ song song với nhau.

b) Xác định m và k để hai đường thẳng $y=kx+(m-2)$ và $y=(5-k)x+(4-m)$ trùng nhau.

c) Xác định m và k để $d_1: y=kx+(m-2)$ và $d_2: y=(5-k)x+(4-m)$ cắt nhau tại điểm trên trục tung.

d) Xác định k để các đường thẳng sau đồng quy?

$(d_1): y = 2x + 3;$ $(d_2): y = -x - 3$ $(d_3): y = kx - 1$

II. HÌNH HỌC: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1. Cho hai đường tròn (O; R) đường kính AB, đường tròn tâm (O’), đường kính OA. Dây cung AC của đường tròn (O) cắt đường tròn (O’) ở M. Chứng minh:

d) Đường tròn (O’) tiếp xúc (O) tại A.
e) O’M // OC
f) OM //BC

Bài 2. Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ các bán kính $OB//O'D$ sao cho B, D cùng phía nửa mặt phẳng bờ OO'. Đường thẳng DB và OO' cắt nhau tại I.

a) Tính $\widehat{BAD}$.
b) Tính OI biết $R = 3\text{cm}$ và $R’ = 2\text{cm}$.
c) Tính OI theo R và R'.

Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn $(D;DC)$ và đường tròn (O) đường kính BC, chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là E. Tia CE cắt AB tại M, tia BE cắt AD tại N. CHứng minh rằng :

a) N là trung điểm AD.

b) M là trung điểm AB.

꧁HẾT꧂

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Trong mỗi trường hợp sau hãy tìm giá trị của a để:

f) Điểm $A(0;-1)$ thuộc đường thẳng $x + ay = -5$;
g) Điểm $B(-1,5;0)$ thuộc đường thẳng $ax - 4y = 6$;
h) Điểm $C(-7;-3)$ thuộc đường thẳng $ax + 6y = -3$;
i) Điểm $D(2,5;0)$ thuộc đường thẳng $ax + 0y = 12,5$;
j) Điểm $E(2;-4,5)$ thuộc đường thẳng $0x + ay = 31,5$;

Lời giải

a) Điểm $A(0;-1)$ thuộc đường thẳng $x + ay = -5 \Leftrightarrow 0 + a.(-1) = -5 \Rightarrow a = 5$;
b) Điểm $B(-1,5;0)$ thuộc đường thẳng ;
c) Điểm $C(-7;-3)$ thuộc đường thẳng

$ax+6y=-3 \Leftrightarrow a.(-7)+6.(-3)=-3 \Rightarrow a=-\dfrac{15}{7}$;

d) Điểm $D(2{,}5;0)$ thuộc đường thẳng $ax+0y=12{,}5 \Leftrightarrow 2{,}5.a+0.0=12{,}5 \Rightarrow a=5$;

e) Điểm $E(2;-4{,}5)$ thuộc đường thẳng

$0x+ay=31{,}5 \Rightarrow 0.2+a.(-4{,}5)=31{,}5 \Rightarrow a=-7$;

Bài 2. Vẽ đồ thị của mỗi cặp phương trình sau trong cùng một hệ trục tọa độ rồi tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đó:

a) $2x+y=3$ và $3x-y=1$ b) $x-2y=4$ và $3x+2y=12$

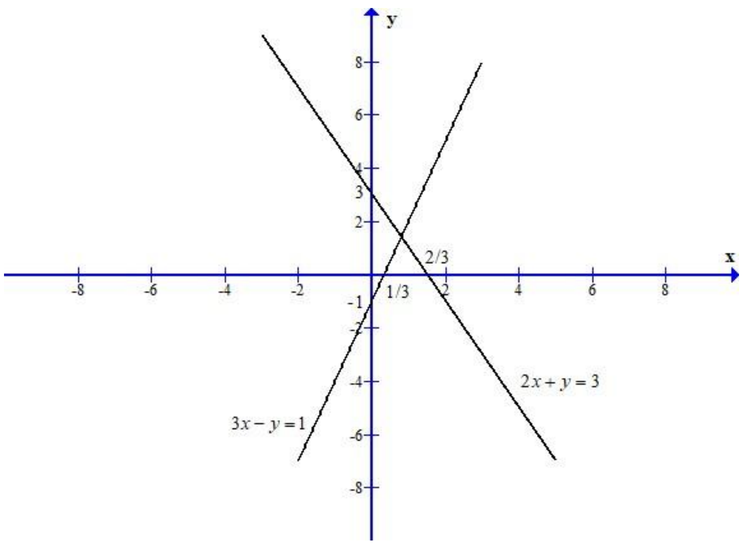
c) $x-2y=4$ và $-2x+4y=-8$ d) $x-y=1$ và $-3x+3y=-6$

Lời giải

a) Các đường thẳng $2x+y=3$ và $3x-y=1$ là đồ thị các hàm số $y=-2x+3$ và $y=3x-1$ trên mặt phẳng tọa độ.

Khi $x=0 \Rightarrow y=3$, $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$ ta có đường thẳng $2x+y=3$ đi qua các điểm $(0;3)$ và $\left(\dfrac{3}{2};0\right)$

Khi $x=0 \Rightarrow y=-1$, $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{3}$ ta có đường thẳng $3x-y=1$ đi qua các điểm $(0;-1)$ và $\left(\dfrac{1}{3};0\right)$.



Tọa độ giao điểm của đường thẳng $2x+y=3$ và đường thẳng $3x-y=1$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=3\\3x-y=1\end{cases}$

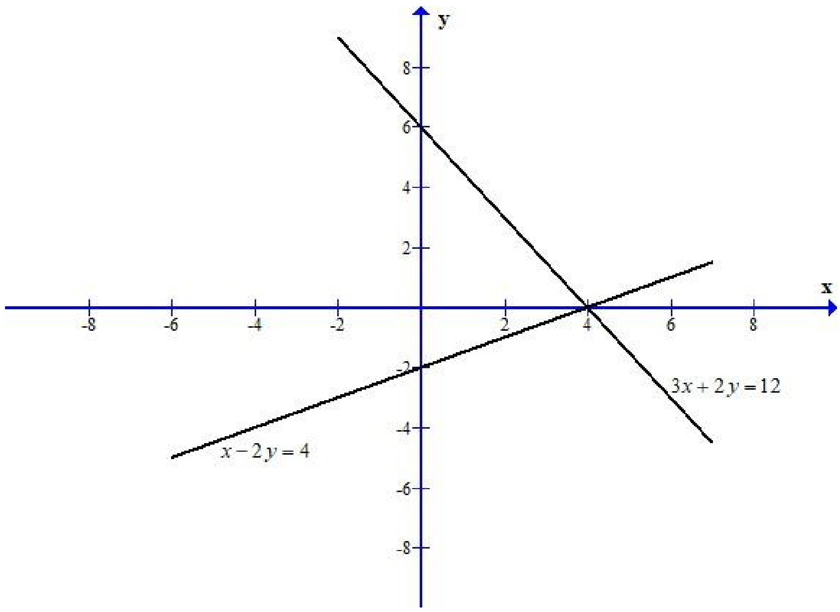
$$\begin{cases}2x+y=3\\3x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=4\\3x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{4}{5}\\3.\dfrac{4}{5}-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{4}{5}\\y=\dfrac{7}{5}\end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của các đường thẳng $2x+y=3$ và $3x-y=1$ là $\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{7}{5}\right)$

b) Các đường thẳng $x-2y=4$ và $3x+2y=12$ là đồ thị các hàm số $y=\dfrac{1}{2}x-2$ và $y=-\dfrac{3}{2}x+6$ trên mặt phẳng tọa độ.

Khi $x=0\Rightarrow y=-2$, $y=0\Rightarrow x=4$ ta có đường thẳng $x-2y=4$ đi qua các điểm $(0;-2)$ và $(4;0)$

Khi $x=0\Rightarrow y=6$, $y=0\Rightarrow x=4$ ta có đường thẳng $3x+2y=12$ đi qua các điểm $(0;6)$ và $(4;0)$



Tọa độ giao điểm của đường thẳng $x-2y=4$ và đường thẳng $3x+2y=12$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x-2y=4\\3x+2y=12\end{cases}$

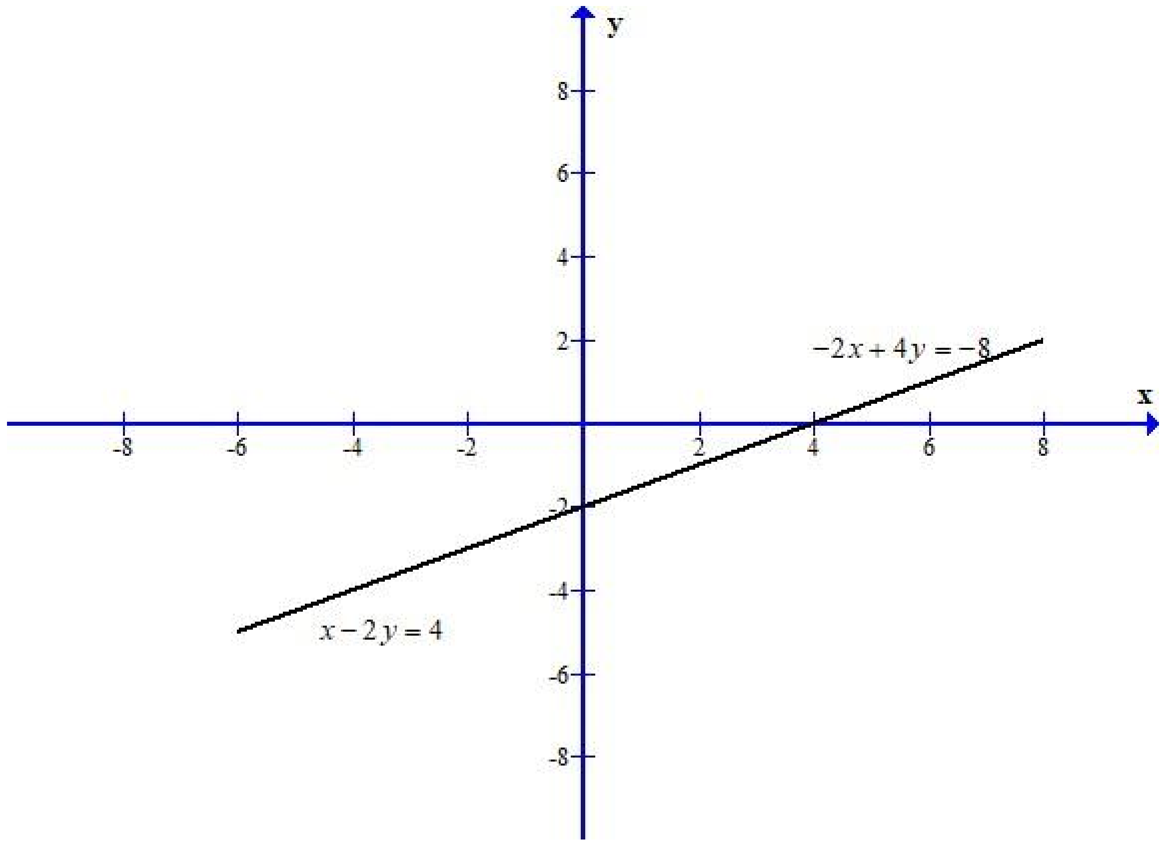
$$\begin{cases}x-2y=4\\3x+2y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=16\\x-2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\4-2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của các đường thẳng $x-2y=4$ và $3x+2y=12$ là $(4;0)$

c) Các đường thẳng $x-2y=4$ và $-2x+4y=-8$ là đồ thị các hàm số $y=\frac{1}{2}x-2$ và $y=\frac{1}{2}x-2$ trên mặt phẳng tọa độ.

Khi $x=0\Rightarrow y=-2$, $y=0\Rightarrow x=4$ ta có đường thẳng $x-2y=4$ đi qua các điểm $(0;-2)$ và $(4;0)$

Khi $x=0\Rightarrow y=-2$, $y=0\Rightarrow x=4$ ta có đường thẳng $3x+2y=12$ đi qua các điểm $(0;-2)$ và $(4;0)$

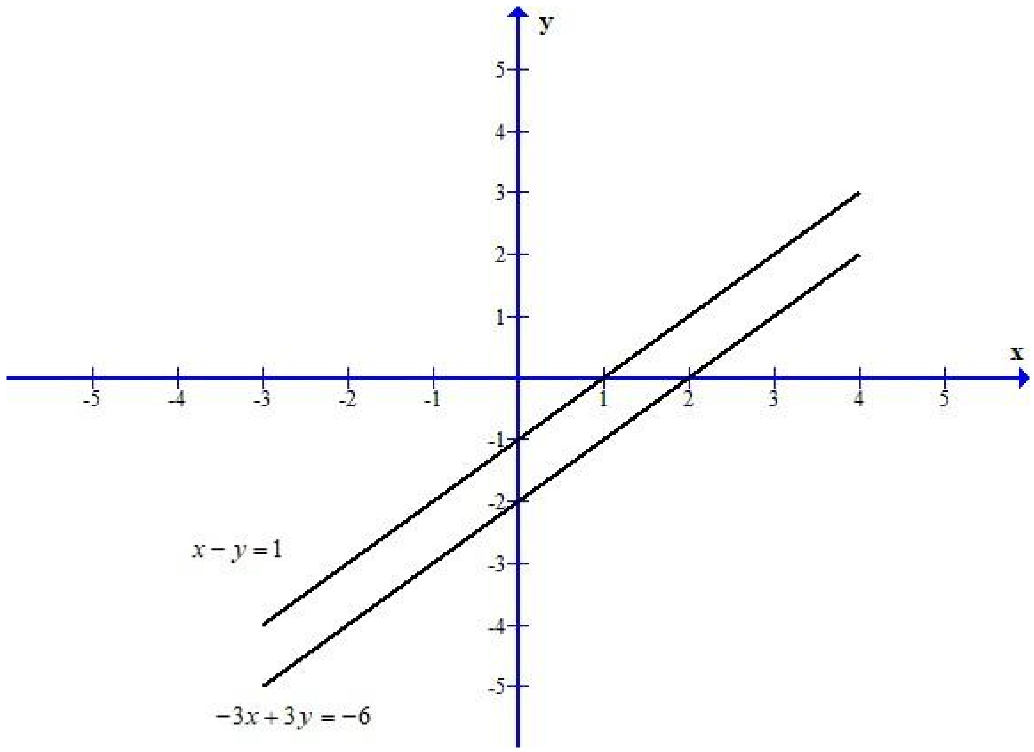


Đường thẳng $x-2y=4$ trùng với đường thẳng $-2x+4y=-8$ nên có vô số điểm chung, mỗi điểm của đường thẳng $x-2y=4$ đều là điểm đường thẳng $-2x+4y=-8$.

d) Các đường thẳng $x-y=1$ và $-3x+3y=-6$ là đồ thị các hàm số $y=x-1$ và $y=x-2$ trên mặt phẳng tọa độ.

Khi $x=0\Rightarrow y=-1$, $y=0\Rightarrow x=1$ ta có đường thẳng $x-y=1$ đi qua các điểm $(0;-1)$ và $(1;0)$

Khi $x=0\Rightarrow y=-2$, $y=0\Rightarrow x=2$ ta có đường thẳng $-3x+3y=-6$ đi qua các điểm $(0;-2)$ và $(2;0)$



Đường thẳng $x-y=1$ song song với đường thẳng $-3x+3y=-6$, nên hai đường thẳng không có tọa độ giao điểm.

Bài 3.

a) Tìm giá trị của a để hai đường thẳng $y=(a-1)x+2$ và $y=(3-x)+1$ song song với nhau.

b) Xác định m và k để hai đường thẳng $y=kx+(m-2)$ và $y=(5-k)x+(4-m)$ trùng nhau.

c) Xác định m và k để $d_1: y=kx+(m-2)$ và $d_2: y=(5-k)x+(4-m)$ cắt nhau tại điểm trên trục tung.

d) Xác định k để các đường thẳng sau đồng quy?

$(d_1): y=2x+3;$ $\quad$ $(d_2): y=-x-3$ $\quad$ $(d_3): y=kx-1$

Lời giải

a) Để hai đường thẳng $y=(a-1)x+2$ và $y=(3-x)+1$ song song với nhau thì:

$$\begin{cases} a-1=-1 \\ 2\neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow a=0$$

Vậy $a=0$ thì hai đường thẳng trên song song với nhau.

b) Để hai đường thẳng $y=kx+(m-2)$ và $y=(5-k)x+(4-m)$ trùng nhau thì:

$$\begin{cases} k=5-k \\ m-2=4-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k=5 \\ 2m=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\dfrac{5}{2} \\ m=3 \end{cases}$$

Vậy $k=\dfrac{5}{2}$ và $m=3$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

c) Để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì

$$\begin{cases} k\neq 5-k \\ m-2=4-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k\neq 5 \\ 2m=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq\dfrac{5}{2} \\ m=3 \end{cases}$$

Vậy $k\neq\dfrac{5}{2}$ và $m=3$ thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

d) Gọi điểm $A=(d_1)\cap(d_2)$

Khi đó hoành độ điểm A là nghiệm của phương trình:

$2x+3=-x-3$

$\Leftrightarrow 3x=-6$

$\Leftrightarrow x=-2$

Thay $x=-2$ vào hàm số $y=2x+3$ ta được $y=2.(-2)+3=-1$

$\Rightarrow A(-2;-1)$

Để ba đường thẳng (d_1), (d_2) và (d_3) đồng quy thì $A\in(d_3)$

$\Rightarrow$ Tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình đường thẳng (d_3) :

$-1=k.(-2)-1$

$\Leftrightarrow 2k=0$

$\Leftrightarrow k=0$

Vậy $k=0$ thì ba đường thẳng (d_1), (d_2) và (d_3) đồng quy.

II. HÌNH HỌC: ÔN TẬP TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU.

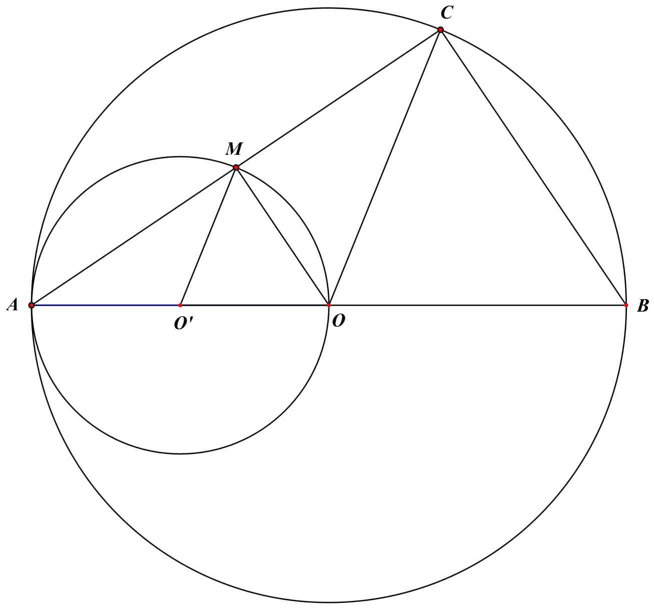
Bài 1. Cho hai đường tròn (O; R) đường kính AB, đường tròn tâm (O'), đường kính OA. Dây cung AC của đường tròn (O) cắt đường tròn (O') ở M. Chứng minh:

a) Đường tròn (O') tiếp xúc (O) tại A.

b) O'M // OC

c) OM //BC

Lời giải



a) Vì đường tròn tâm (O'), đường kính OA nên O' là trung điểm của OA
$\Rightarrow OO' = OA - O'A \Rightarrow$ Đường tròn (O') tiếp xúc (O) tại A.

b) Vì $M \in (O')$, đường kính AO$\Rightarrow$ tam giác AMO vuông tại M $\Rightarrow OM \perp AC(1)$

Xét (O) có $OM \perp AC$, AC là dây cung$\Rightarrow$ M là trung điểm của AC

Xét tam giác AOC có:

M là trung điểm của AC

O' là trung điểm của AO

$\Rightarrow$ O'M là đường trung bình của tam giác AOC $\Rightarrow$MO' // OC

c) $C \in (O)$, đường kính AB $\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại C $\Rightarrow CB \perp AC(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$OM //BC.

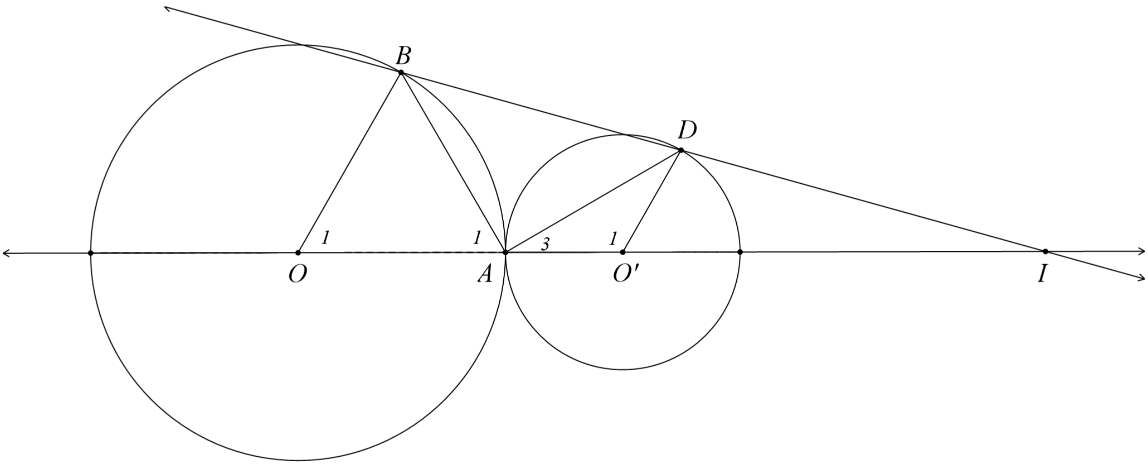
Bài 2. Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ các bán kính $OB//O'D$ sao cho B, D cùng phía nửa mặt phẳng bờ OO'. Đường thẳng DB và OO' cắt nhau tại I.

a) Tính $\widehat{BAD}$

b) Tính OI theo R và R'

c) Tính OI biết $R = 3\text{cm}$ và $R' = 2\text{cm}$

Lời giải



a) Có Có $OB//O'D$ (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{O_1}+\widehat{O'_1}=180^\circ$ (hai góc trong cùng phía)

ΔAOB cân tại $O \Rightarrow \widehat{A_1}=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\widehat{O_1}\right)$

$\Delta AO'D$ cân tại $O' \Rightarrow \widehat{A_3}=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\widehat{O'_1}\right)$

$\Rightarrow \widehat{A_1}+\widehat{A_3}=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\widehat{O_1}+180^\circ-\widehat{O'_1}\right)=90^\circ \Rightarrow \widehat{BAD}=90^\circ$

b) Có $OB//O'D$ (giả thiết) $\Rightarrow \Delta IO'D \# \Delta IOB$ (một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ ba thì tạo thành tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho)

$\Rightarrow \frac{IO'}{IO}=\frac{O'D}{OB} \Rightarrow \frac{IO'}{IO'+OA+AO'}=\frac{O'D}{OB}$

$\Rightarrow IO'.OB=O'D.\left(IO'+OA+AO'\right)$

$\Rightarrow IO'.OB=O'D.IO'+O'D\left(OA+AO'\right)$

$\Rightarrow IO'.\left(OB-O'D\right)=O'D\left(OA+AO'\right)$

$\Rightarrow IO'=\frac{O'D\left(OA+AO'\right)}{\left(OB-O'D\right)}=\frac{R'.\left(R+R'\right)}{\left(R-R'\right)}$

c) Với $R=3\text{cm}$ và $R'=2\text{cm}$, ta có

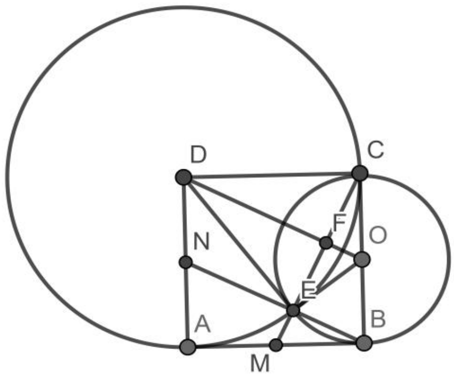
$IO'=\frac{R'.\left(R+R'\right)}{\left(R-R'\right)}=\frac{2.(3+2)}{(3-2)}=15(\text{cm})$.

Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn $(D;DC)$ và đường tròn (O) đường kính BC, chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là E. Tia CE cắt AB tại M, tia BE cắt AD tại N. CHứng minh rằng :

a) N là trung điểm AD.

b) M là trung điểm AB.

Lời giải



Xét ΔEBC có EO là đường trung tuyến ứng với cạnh BC và $EO = BO = CO = \frac{1}{2}BC$

Nên ΔEBC vuông tại E .

Ta có $\begin{cases} \widehat{ABN} + \widehat{NBC} = 90^0 \\ \widehat{ECB} + \widehat{EBC} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{ECB}$

Xét ΔABN vuông tại A và ΔBCM vuông tại B có:

$\begin{cases} AB = BC \\ \widehat{ABN} = \widehat{BCE} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABN = \Delta BCM\left(cgv - gn\right) \Rightarrow AN = BM\left(1\right)$

Xét đường tròn $\left(D;DC\right)$ có $DC = DE$

Xét đường trfon $\left(O;OB\right)$ có $OC = OE$

$\Rightarrow$ DO là đường trung trực của đoạn thẳng CE .

$\Rightarrow DO \perp CE$.

Ta có $\begin{cases} \widehat{CDO} + \widehat{DCF} = 90^0 \\ \widehat{FCB} + \widehat{DCF} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{CDO} = \widehat{FCB}$

Xét ΔCDO vuông tại O và ΔBCM vuông tại B có:

$\begin{cases} CD = BC \\ \widehat{CDO} = \widehat{BCM} \end{cases} \Rightarrow \Delta CDO = \Delta BCM\left(cgv - gn\right) \Rightarrow CO = BM\left(2\right)$

Ta có $CO = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AD\left(3\right)$

Từ $(1),(2),(3) \Rightarrow \begin{cases} AN = \dfrac{1}{2}AD \\ BM = \dfrac{1}{2}AB \end{cases}$

$\Rightarrow$ N là trung điểm AD và M là trung điểm AB

⊰HẾT⊱

BÀI TẬP TOÁN 9 TUẦN 17

I. ĐẠI SỐ: ÔN TẬP VỀ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 3. Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ -3x+4y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+4y=6 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 5+y=4x \end{cases}$

d) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x+4=0 \\ 4x+2y=-3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x+y}=2 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x+y}=1,7 \end{cases}$

Bài 4. Xác định a và b để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(-3;3)$ và $B(-1;2)$

b) $A(4;-1)$ và $B(-4;1)$

c) $A(-\sqrt{5};\sqrt{2})$ và $B(0;\sqrt{2})$

Bài 3. Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

a) Đi qua điểm $A\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{4}\right)$ và song song với đường thẳng $y=2x-3$.

b) Cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ bằng 3 và đi qua điểm $B(2;1)$.

c) Căt trục hoành Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 và đi qua điểm $C(1;2)$.

d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\dfrac{2}{3}$.

e) Đi qua hai điểm $M(1;2)$ và $N(3;6)$.

II. HÌNH H ỌC: ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Bài 1. Cho tam giác đều ABC, O là trung điểm của BC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm di động D, E sao cho $\widehat{DOE} = 60^0$

a) Chứng minh rằng tích $BD.CE$ không đổi.

b) Chứng minh ΔBOD đồng dạng với ΔOED

c) Vẽ đường tròn tâm O tiếp xúc với AB. Chứng minh rằng đường tròn này luôn tiếp xúc với DE.

Bài 2. Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB và một điểm E di động trên nửa đường tròn (E không trùng với A và B). Vẽ các tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Tia AE cắt By tại C, tia BE cắt Ax tại D.

a) Chứng minh rằng tích $AD.BC$ không đổi.

b) Tiếp tuyến tại E của nửa đường tròn cắt Ax và By theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng ba đường thẳng MN, AB và CD đồng quy hoặc song song với nhau.

c) Xác định vị trí của điểm E trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác $ABCD$ nhỏ nhất. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. ĐẠI SỐ: ÔN TẬP VỀ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1. Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ -3x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-9y=-15 \\ -6x+8y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=-11 \\ 6x-9y=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=11 \\ 6x-9.11=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=11 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(14;11)$

b) $\begin{cases} x+4y=6 \\ 4x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x-16y=-24 \\ 4x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -19y=-19 \\ 4x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 4x-3.1=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=(2;1)$

c) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 5+y=4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=2 \\ 4x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4.1-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=(1;-1)$

d) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ 2x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 2.3-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=(3;2)$

e) $\begin{cases} 2x+4=0 \\ 4x+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=-4 \\ 4x+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ 4.(-2)+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=\dfrac{-5}{2} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=\left(-2;\frac{-5}{2}\right)$

f) $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{5}{x+y}=2\\ \frac{3}{x}+\frac{1}{x+y}=1,7\end{cases}\quad(I)$

Đặt $u=\frac{1}{x}$ và $v=\frac{1}{x+y}$; ĐK : $x\neq 0; x\neq -y$

Hệ phương trình (I) trở thành $\begin{cases}2u+5v=2\\ 3u+v=1,7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=\frac{1}{2}\\ v=\frac{1}{5}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x+y}=\frac{1}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=(2;3)$

Bài 2. Xác định a và b để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(-3;3)$ và $B(-1;2)$

Vì $A(-3;3)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow 3=-3a+b$

$B(-1;2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow 2=-a+b$

Suy ra ta có hệ phương trình : $\begin{cases}-3a+b=3\\ -a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{-1}{2}\\ b=\frac{3}{2}\end{cases}$

Vậy $a=\frac{-1}{2}$ và $b=\frac{3}{2}$.

b) $A(4;-1)$ và $B(-4;1)$

Vì $A(4;-1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow -1=4a+b$

$B(-4;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow 1=-4a+b$

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}4a+b=-1\\ -4a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{-1}{4}\\ b=0\end{cases}$

Vậy $a=\frac{-1}{4}$ và $b=0$.

c) $A\left(-\sqrt{5};\sqrt{2}\right)$ và $B\left(0;\sqrt{2}\right)$

Vì $A\left(-\sqrt{5};\sqrt{2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow\sqrt{2}=-\sqrt{5}a+b$

$B\left(0;\sqrt{2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax+b\Rightarrow\sqrt{2}=b$

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}-\sqrt{5}a+b=\sqrt{2}\\ b=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=\sqrt{2}\end{cases}$

Vậy $a=0$ và $b=\sqrt{2}$.

Bài 3. Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

a) Đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2};\frac{7}{4}\right)$ và song song với đường thẳng $y=2x-3$.

b) Cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ bằng 3 và đi qua điểm $B(2;1)$.

c) Căt trục hoành Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 và đi qua điểm $C(1;2)$.

d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{2}{3}$.

e) Đi qua hai điểm $M(1;2)$ và $N(3;6)$.

Lời giải

a) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là (d): $y=ax+b(a\neq 0)$.

Mà $A(\frac{1}{2};\frac{7}{4})\in(d)$ nên ta có: $\frac{7}{4}=\frac{1}{2}.a+b$.(1)

Vì (d) song song với đường thẳng $y=2x-3$ nên $a=2$.

Thay $a=2$ vào (1) ta có: $\frac{7}{4}=\frac{1}{2}.2+b\Leftrightarrow b=\frac{3}{4}$

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y=2x+\frac{3}{4}$

b) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là (d): $y=ax+b(a\neq 0)$

Vì (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên $b=3$.

Mà $B(2;1)\in(d)\Rightarrow 1=2.a+b$ mà $b=3$ nên: $1=2.a+3\Rightarrow 2a=-2\Rightarrow a=-1$.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y=-x+3$.

c) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là (d): $y=ax+b(a\neq 0)$

Vì đường thẳng (d) cắt trục hoành Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 tức là điểm có $x=2; y=0$ hay $M(2;0)\in(d)$ $\Rightarrow 0=2.a+b$ $\Rightarrow 2a+b=0$ (1)

Và có điểm $C(1;2) \in (d) \Rightarrow 2 = 1.a + b \Rightarrow a + b = 2$ (2)

Từ (1) và (2) có $a = -2; b = 4$.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y = -2x + 4$

d) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là (d): $y = ax + b$

(d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 suy ra $A(0;3) \in (d) \Rightarrow 3 = 0.a + b \Rightarrow b = 3$

(d) cắt trục hoành Ox tại điểm có hoành độ bằng $\frac{2}{3}$ $\Rightarrow N\left(\frac{2}{3};0\right) \in (d)$

$\Rightarrow 0 = \frac{2}{3}.a + b \Rightarrow 2a + 3b = 0$

mà có b = 3 nên: $2a + 3.3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{2}$

Vậy phương trình đường thẳng (d) : $y = -\frac{9}{2}x + 3$.

e) Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là (d): $y = ax + b(a \neq 0)$.

Do (d) đi qua điểm $M(1;2)$ nên ta có: $2 = a + b \Rightarrow b = 2 - a$.

Do (d) đi qua điểm $N(3;6)$ nên ta có: $6 = 3a + b$, thay $b = 2 - a$ vào ta được

$$6 = 3a + 2 - a \Leftrightarrow 2a = 4 \Leftrightarrow a = 2.$$

Với $a = 2 \Rightarrow b = 0$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là (d) là $y = 2x$.

II. HÌNH H ỌC: ÔN TẬP CHƯƠNG 2

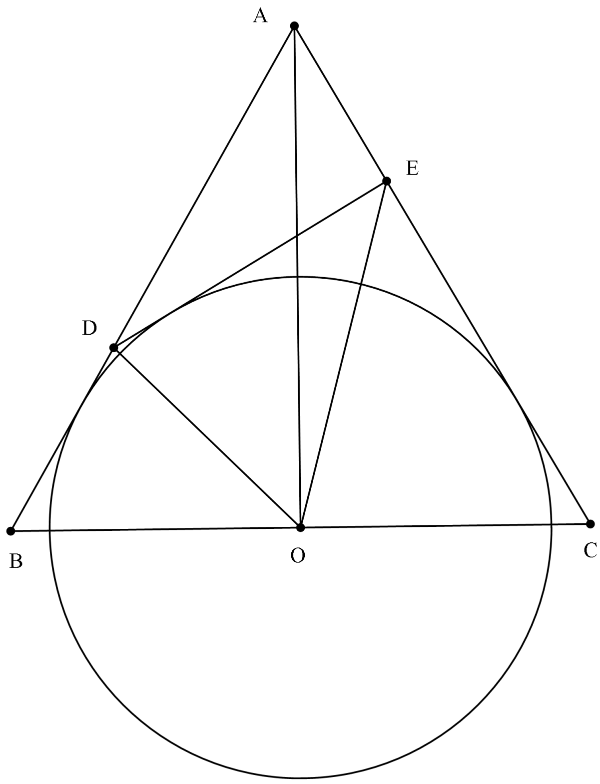
Bài 1. Cho tam giác đều ABC, O là trung điểm của BC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm di động D, E sao cho $\widehat{DOE} = 60^0$

a) Chứng minh rằng tích $BD.CE$ không đổi.

b) Chứng minh ΔBOD đồng dạng với ΔOED

c) Vẽ đường tròn tâm O tiếp xúc với AB. Chứng minh rằng đường tròn này luôn tiếp xúc với DE.

Lời giải



a) Ta có :

$$\begin{cases} \widehat{BOC} = 180° \\ \widehat{BOD} + \widehat{DOE} + \widehat{EOC} = 180° \\ \widehat{DOE} = 60°(gt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \widehat{BOD} + \widehat{EOC} = 120° \ (1)$

Xét ΔBOD có:

$$\begin{cases} \widehat{BOD} + \widehat{OBD} + \widehat{BDO} = 180^0 (t/c) \\ \widehat{OBD} = 60^0 (gt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \widehat{BOD} + \widehat{ODB} = 120^0 (2)$

+ Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BDO} = \widehat{COE}$

+ Xét $\Delta BOD, \Delta CEO$ có $\begin{cases} \widehat{BDO} = \widehat{COE} (cmt) \\ \widehat{DBO} = \widehat{OCE} = 60^0 (gt) \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta BOD \# \ \Delta CEO (g-g)$

+ Vì $\Delta BOD \backsim \Delta CEO \Rightarrow \dfrac{BD}{CO} = \dfrac{BO}{CE} \Rightarrow BD.CE = BO.CO = \dfrac{BC}{2}.\dfrac{BC}{2} = \dfrac{BC^2}{4}$

Mà BC không đổi nên tích $BD.CE$ cũng không đổi

b) + Từ chứng minh trên $\Delta BOD \backsim \Delta CEO \Rightarrow \dfrac{BD}{CO} = \dfrac{DO}{OE} \Rightarrow \dfrac{BD}{BO} = \dfrac{DO}{OE}$(vì OC=OB)$\Rightarrow \dfrac{BD}{OD} = \dfrac{BO}{OE}$

+ Xét $\Delta BOD, \Delta OED$ có $\begin{cases} \dfrac{BD}{OD} = \dfrac{BO}{OE} \\ \widehat{DBO} = \widehat{DOE} = 60^0 (gt) \end{cases} \Rightarrow \Delta BOD \backsim \Delta OED (c-g-c)$

+ Từ $\Delta BOD \backsim \Delta OED \Rightarrow \widehat{BDO} = \widehat{ODE}$ suy ra DO là phân giác góc BDE (3)

c) + Vì ΔABC đều, có O là trung điểm của BC nên AO là tia phân giác của góc BAC (4)

+ Từ (3) và (4) kết hợp đường tròn tâm O tiếp xúc với AB (gt) suy ra O là tâm đường tròn bàng tiếp góc A của tam giác ADE. Từ đó suy ra đường tròn này cũng tiếp xúc với DE (đpcm)

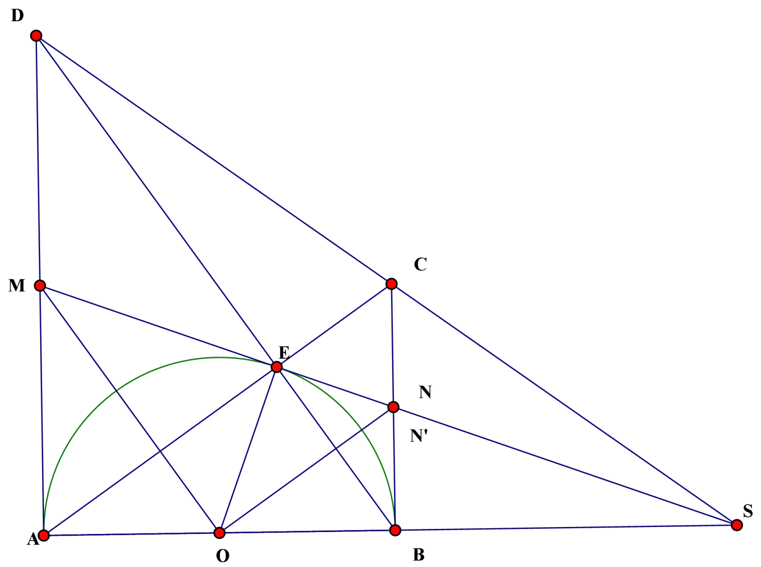
Bài 2. Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB và một điểm E di động trên nửa đường tròn (E không trùng với A và B). Vẽ các tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Tia AE cắt By tại C, tia BE cắt Ax tại D.

d) Chứng minh rằng tích $AD.BC$ không đổi.

e) Tiếp tuyến tại E của nửa đường tròn cắt Ax và By theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng ba đường thẳng MN, AB và CD đồng quy hoặc song song với nhau.

f) Xác định vị trí của điểm E trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác $ABCD$ nhỏ nhất. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

Lời giải



a) Vì Ax, By là các tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow$ Ax $\perp AB \Rightarrow \widehat{DAB} = 90^o \Rightarrow \widehat{ADB} + \widehat{ABD} = 90^o$.

Xét tam giác AEQ có $EO = AO = BO = \dfrac{1}{2}AB \Rightarrow \Delta AEB$ vuông tại E $\Rightarrow \widehat{EAB} + \widehat{EBA} = 90^o$

Suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{EAB}$.

Xét ΔABD và ΔBCA có:

$\widehat{DAB}=\widehat{ABC}=90^o$, $\widehat{ADB}=\widehat{EAB}$ (Chứng minh trên) $\Rightarrow \Delta ADB \backsim \Delta BAC(g-g)$.

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AB}{BC} \Leftrightarrow AD.BC=AB^2$ mà AB là bán kính, không đổi nên $AD.BC$ không đổi. (đpcm).

b) Xét (O) có tiếp tuyến tại A và tiếp tuyến tại E cắt nhau tại M suy ra
$MA=ME \Rightarrow \Delta MAE$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MAE}=\widehat{MEA}$.

Mà $\widehat{MAE}+\widehat{MDE}=90^o, \widehat{MEA}+\widehat{MED}=90^o \Rightarrow \widehat{MDE}=\widehat{MED} \Rightarrow \Delta MDE$ cân tại M suy ra
$ME=MD \Rightarrow MA=MD$ (1). Chứng minh tương tự ta có N là trung điểm của BC.

*TH1: Nếu $AB//CD \Rightarrow AB//CD//MN$.

*TH2: Nếu AB cắt CD. Gọi S là giao điểm của AB và CD, SM cắt BC tại N'.

Vì $AD//BC$ (cùng vuông góc với AB), áp dụng định lý Ta- lét ta có: $\dfrac{BN'}{AM}=\dfrac{CN'}{DM}\left(=\dfrac{SN'}{SM}\right)(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $BN'=CN' \Rightarrow N'$ là trung điểm của $BC \Rightarrow N \equiv N' \Rightarrow MN$ đi qua S hay AB, CD, MN đồng quy tại S (đpcm).

c) Vì $AD//BC$ nên tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông
$\Rightarrow S_{ABCD}=\dfrac{AB(AD+BC)}{2}=R(AD+BC)\geq 2R\sqrt{AD.BC}=2R\sqrt{AB^2}=2R.2R=4R^2$

Dấu bằng xảy ra khi $AD=BC \Leftrightarrow MN//AB \Leftrightarrow E$ là điểm chính giữa của nửa đường tròn.

Vậy khi E là điểm chính giữa của nửa đường tròn thì tứ giác $ABCD$ có diện tích nhỏ nhất và min $S_{ABCD}=4R^2$.

HẾT