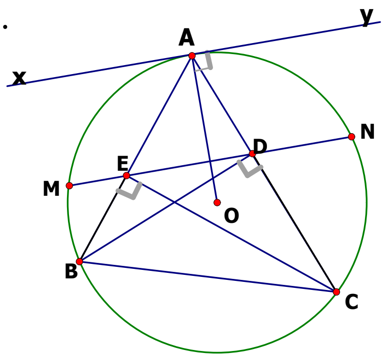
TỨ GIÁC NỘI TIẾP VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN CÓ LỜI GIẢI

Bài 1:

Cho ΔABC có các đường cao BD và CE. Đường thẳng DE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại hai điểm M và N.

1. Chứng minh:BEDC nội tiếp.
2. Chứng minh: $\widehat{DEA} = \widehat{ACB}$.
3. Chứng minh: DE song song với tiếp tuyến tai A của đường tròn ngoại tiếp tam giác.
4. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh: OA là phân giác của góc $\widehat{\text{MAN}}$.

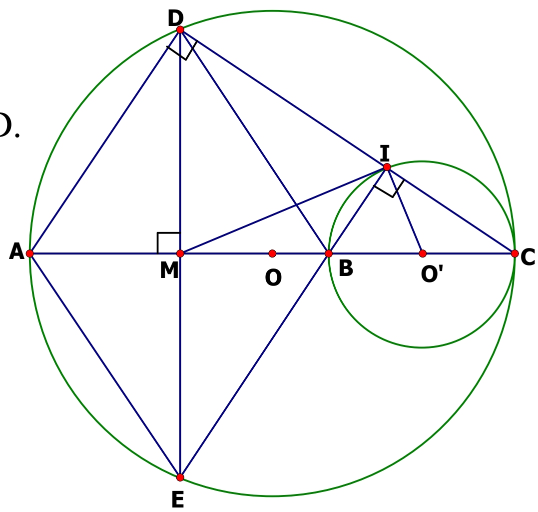
Chứng tỏ: AM^2=AE. AB.



Bài 2:

Cho(O) đường kính AC. trên đoạn OC lấy điểm B và vẽ đường tròn tâm O', đường kính BC. Gọi M là trung điểm của đoạn AB. Từ M vẽ dây cung DE vuông góc với AB;DC cắt đường tròn tâm O' tại I.

1. Tứ giác ADBE là hình gì?
2. C/m DMBI nội tiếp.
3. C/m B;I;E thẳng hàng và MI=MD.
4. C/m MC. DB=MI. DC
5. C/m MI là tiếp tuyến của (O')

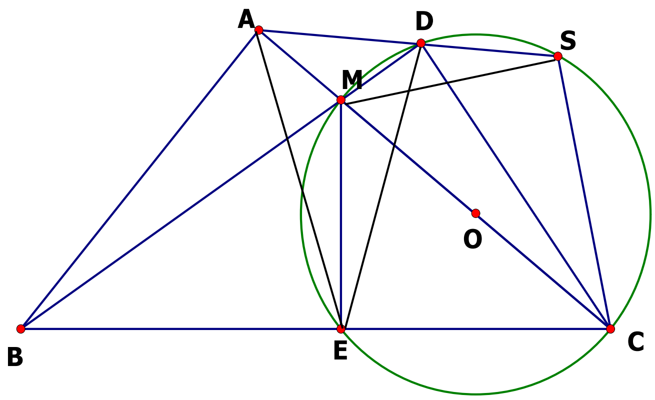


Hình 2

Bài 3:

Cho ΔABC có $\widehat{A}=1v$. Trên AC lấy điểm M sao cho AM < MC. Vẽ đường tròn tâm O đường kính CM cắt BC tại E;đường thẳng BM cắt (O) tại D;AD kéo dài cắt (O) tại S.

1. C/m BADC nội tiếp.
2. BC cắt (O) ở E. Cmr:MD là phân giác của $\widehat{AED}$.
3. C/m CA là phân giác của góc BCS.

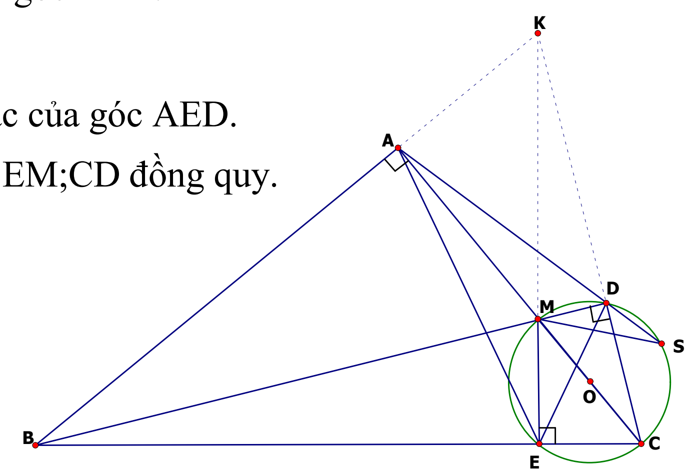


Hình 3

Bài 4:

Cho ΔABC có $\widehat{A}= 1v$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho AM > MC. Dựng đường tròn tâm O đường kính MC; đường tròn này cắt BC tại E. Đường thẳng BM cắt (O) tại D và đường thẳng AD cắt (O) tại S.

1. C/m ADCB nội tiếp.
2. C/m ME là phân giác của góc AED.
3. C/m: $\widehat{ASM} = \widehat{ACD}$.
4. Chứng tỏ ME là phân giác của góc AED.
5. C/m ba đường thẳng BA;EM;CD đồng quy.

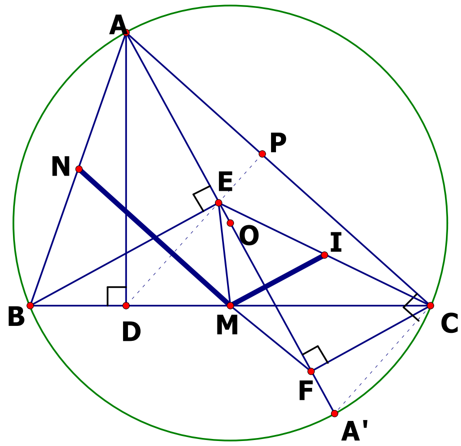


Hình 4

Bài 5:

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và AB < AC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ đường cao AD và đường kính AA'. Gọi E:F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống đường kính AA'.

1. C/m AEDB nội tiếp.
2. C/m DB. A'A=AD. A'C
3. C/m:DE $\perp$ AC.
4. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh MD = ME = MF.



Hình 5

Bài 6:

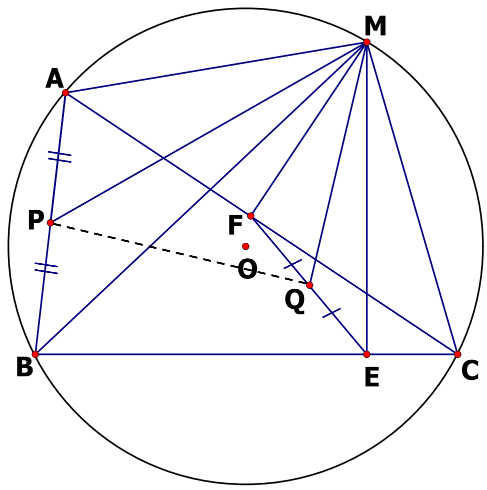
Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC. Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC. P là trung điểm AB;Q là trung điểm FE.

1 . C/m MFEC nội tiếp.

2 . C/m BM. EF=BA. EM

3. C/M ΔAMP ~ ΔFMQ.

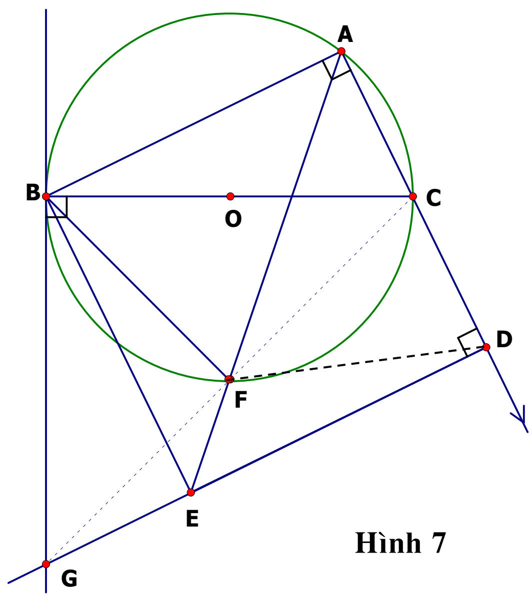
4 . C/m $\widehat{PQM} = 90^o$.



Hình 6

<u>Bài 7:</u> Cho (O) đường kính BC,điểm A nằm trên cung BC. Trên tia AC lấy điểm D sao cho AB=AD. Dựng hình vuông ABED;AE cắt (O) tại điểm thứ hai F;Tiếp tuyến tại B cắt đường thẳng DE tại G.

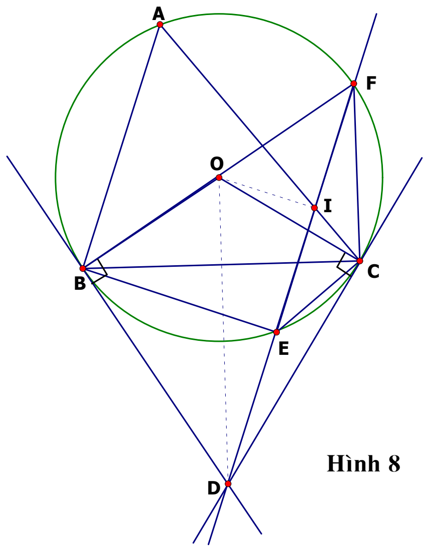
1. C/m BGDC nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn này.
2. C/m ΔBFC vuông cân và F là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD.
3. C/m GEFB nội tiếp.
4. Chứng tỏ:C;F;G thẳng hàng và G cũng nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔBCD. Có nhận xét gì về I và F



Hình 7

<u>Bài 8:</u> Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong (O). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại D. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB,đường này cắt đường tròn ở E và F,cắt AC ở I(E nằm trên cung nhỏ BC).

1. C/m: BDCO nội tiếp.
2. C/m: $DC^2 = DE. DF$.
3. C/m: DOIC nội tiếp.
4. Chứng tỏ I là trung điểm FE.

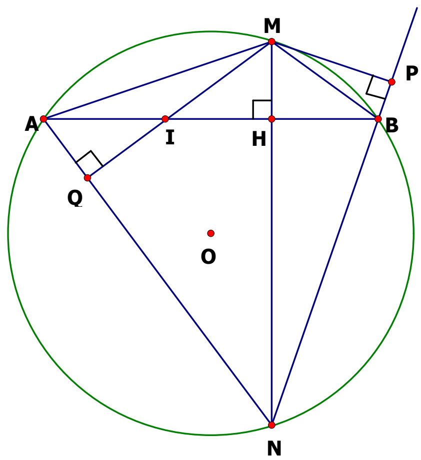


Hình 8

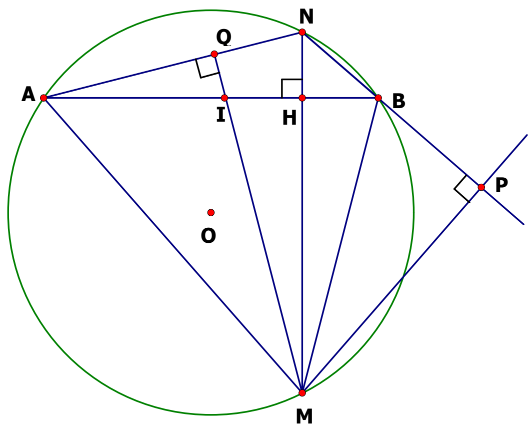
Bài 9:

Cho (O),dây cung AB. Từ điểm M bất kỳ trên cung AB(M≠A và M≠B),kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại H. Gọi MQ là đường cao của tam giác MAN.

1. C/m 4 điểm A;M;H;Q cùng nằm trên một đường tròn.
2. C/m:NQ. NA=NH. NM
3. C/m MN là phân giác của góc $\widehat{BMQ}$.
4. Hạ đoạn thẳng MP vuông góc với BN;xác định vị trí của M trên cung AB để MQ. AN+MP. BN có giác trị lớn nhất



Hình 9 a



Hình 9 b

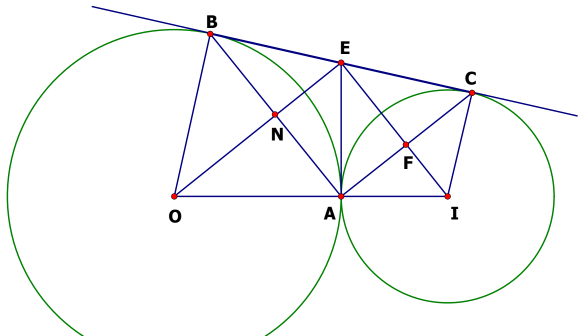
Bài 10: Cho (O;R) và (I;r) tiếp xúc ngoài tại A (R> r) . Dựng tiếp tuyến chung ngoài BC (B nằm trên đường tròn tâm O và C nằm trên trên đường tròn tâm (I). Tiếp tuyến BC cắt tiếp tuyến tại A của hai đường tròn ở E.

1 . Chứng minh tam giác ABC vuông ở A.

2 . O E cắt AB ở N ; IE cắt AC tại F . Chứng minh N;E;F;A cùng nằm trên một đường tròn .

3. Chứng tỏ : $BC^2= 4\ Rr$

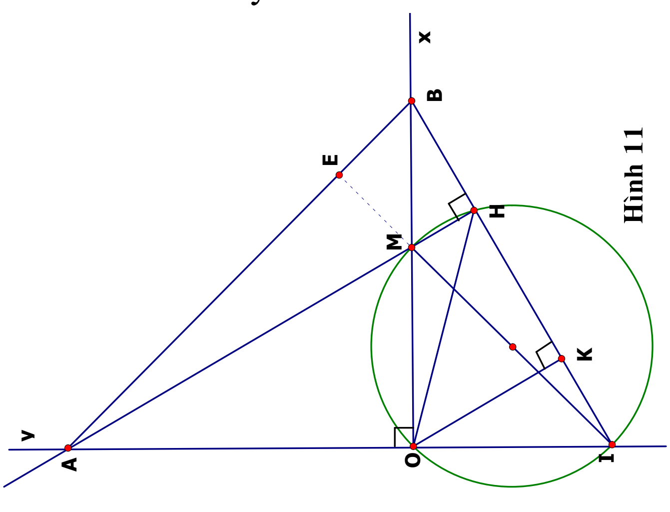
4 . Tính tích tích tứ giác BCIO theo R;r



Hình 10

Bài 11: Trên hai cạnh góc vuông xOy lấy hai điểm A và B sao cho OA=OB. Một đường thẳng qua A cắt OB tại M (M nằm trên đoạn OB). Từ B hạ đường vuông góc với AM tại H,cắt AO kéo dài tại I.

1. C/m OMHI nội tiếp.
2. Tính góc OMI.
3. Từ O vẽ đường vuông góc với BI tại K. C/m OK=KH
4. Tìm tập hợp các điểm K khi M thay đổi trên OB.

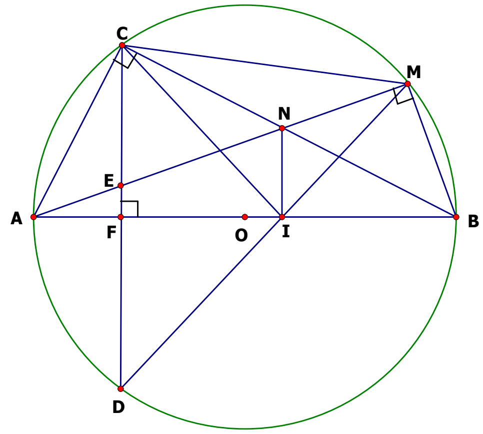


Hình 11

Bài 12: Cho (O) đường kính AB và dây CD vuông góc với AB tại F. Trên cung BC lấy điểm M. Nối A với M cắt CD tại E.

1. C/m: MA là phân giác của góc CMD.
2. C/m: EFBM nội tiếp.
3. Chứng tỏ: $AC^2 = AE.\ AM$
4. Gọi giao điểm CB với AM là N;MD với AB là I. C/m NI//CD

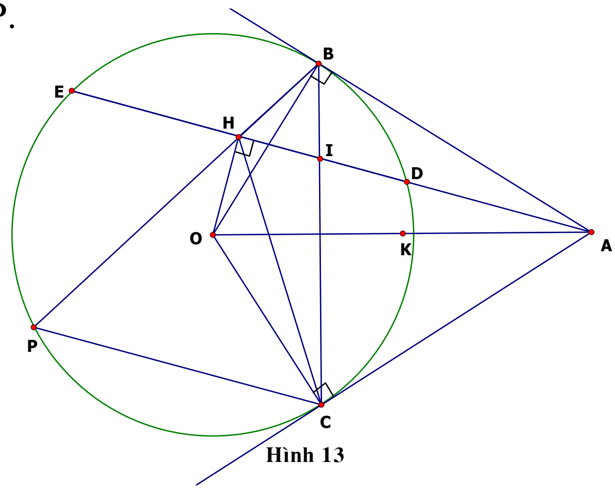
5. Chứng minh N là tâm đường tròn nội tiếp ΔCIM



Hình 12

Bài 13: Cho (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB;AC và cát tuyến ADE. Gọi H là trung điểm DE.

1. C/m A;B;H;O;C cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. C/m HA là phân giác của góc BHC.
3. Gọi I là giao điểm của BC và DE. C/m AB^2=AI. AH.
4. BH cắt (O) ở P. C/m AE//CP.



Hình 13

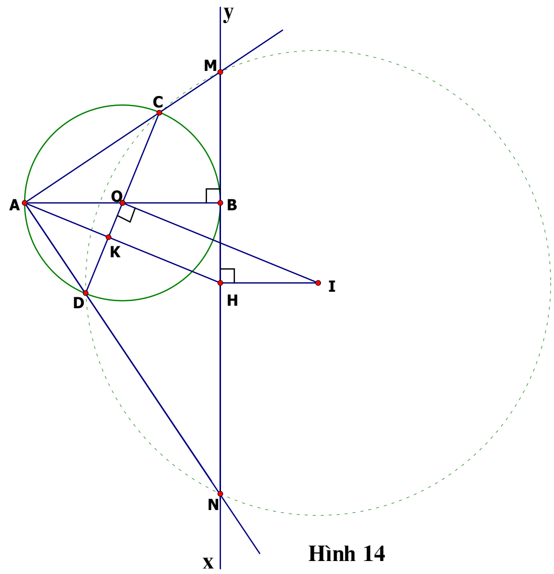
Bài 14: Cho (O) đường kính AB = 2R; xy là tiếp tuyến với (O) tại B. CD là 1 đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC; AD với xy theo thứ tự là M;N.

1. CMR: MCDN nội tiếp.
2. Chứng tỏ: AC. AM = AD. AN

3.Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN và H là trung điểm MN.

CMR: AOIH là hình bình hành.

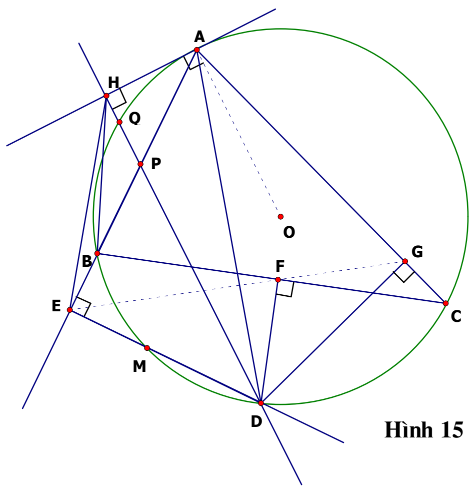
4.Khi đường kính CD quay xung quanh điểm O thì I di động trên đường nào?



Hình 14

Bài 15:

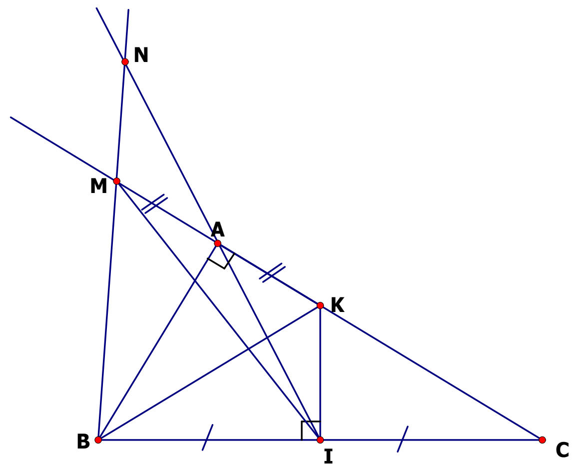
Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi D là 1 điểm trên cung nhỏ BC. Kẻ DE;DF;DG lần lượt vuông góc với các cạnh AB;BC;AC. Gọi H là hình chiêu của D lên tiếp tuyến Ax của (O).

1. C/m AHED nội tiếp 2. Gọi giao điểm của AB với HD và với (O) là P và Q; ED cắt (O) tại M C/m: HA. DP=PA. DE 3. C/m: QM = AB 4. C/m: DE. DG = DF. DH 5.C/m: E;F;G thẳng hàng	 Hình 15

Bài 16:

Cho tam giác ABC có $\widehat{A}$=1v; AB < AC. Gọi I là trung điểm BC;qua I kẻ IK⊥BC (K nằm trên AC). Trên tia đối của tia AC lấy điểm M sao cho MA = AK.

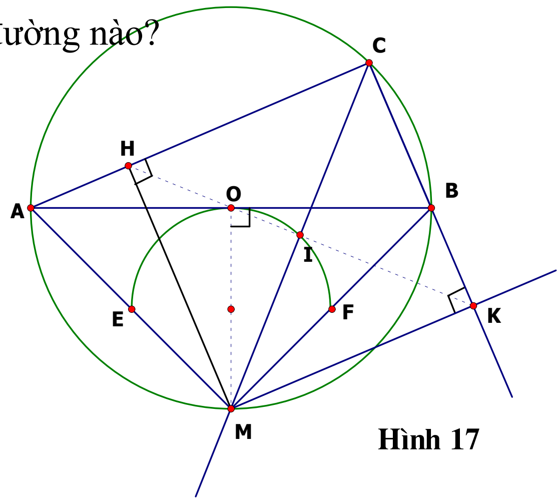
1. Chứng minh:ABIK nội tiếp được trong đường tròn tâm O.
2. C/m: $\widehat{BMC} = 2\,\widehat{ACB}$
3. Chứng tỏ: $BC^2 = 2.\ AC.\ KC$
4. AI kéo dài cắt đường thẳng BM tại N. Chứng minh AC = BN
5. C/m: NMIC nội tiếp.



Hình 16

Bài 17: Cho (O) đường kính AB cố định, điểm C di động trên nửa đường tròn. Tia phân giác của góc ACB cắt (O) tai M. Gọi H;K là hình chiêu của M lên AC và CB.

1. C/m: MOBK nội tiếp.
2. Tứ giác CKMH là hình vuông.
3. C/m: H;O;K thẳng hàng.
4. Gọi giao điểm HK và CM là I. Khi C di động trên nửa đường tròn thì I chạy trên đường nào?



Hình 17

Bài 18:

Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài AB = 2a, chiều roăng BC = a. Kẻ tia phân giác của góc ACD, từ A hạ AH vuông góc với đường phân giác nói trên.

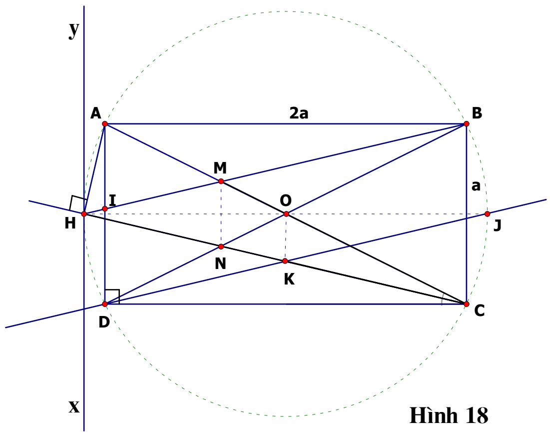
1. Chứng minh: AHDC nội tiếp trong đường tròn tâm O mà ta phải định rõ tâm và bán kính theo a.

2 . HB cắt AD tại I và cắt AC tại M;HC cắt DB tại N. Chứng tỏ HB = HC

Và AB. AC = BH. BI

3. Chứng tỏ MN song song với tiếp tuyến tại H của (O)

4 . Từ D kẻ đường thẳng song song với BH;đường này cắt HC ở K và cắt (O) ở J. Chứng minh HOKD nội tiếp.



Hình 18

Bài 19:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB,bán kính OC ⊥ AB. Gọi M là 1 điểm trên cung BC. Kẻ đường cao CH của tam giác ACM.

1. Chứng minh AOHC nội tiếp.
2. Chứng tỏ ΔCHM vuông cân và OH là phân giác của góc COM.
3. Gọi giao điểm của OH với BC là I. MI cắt (O) tại D.
   Cmr: CDBM là hình thang cân.
4. BM cắt OH tại N. Chứng minh ΔBNI và ΔAMC đồng dạng,từ đó suy ra:

BN. MC=IN. MA.