

## ĐỀ SỐ 1

**Bài 1 (4.0 điểm) :** Tính giá trị biểu thức

a/  $A = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 2012$

b/  $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right)\left(1 - \frac{1}{2012}\right)$

**Bài 2 (4.0 điểm) :**

a/ Tìm x, y nguyên biết :  $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$

b/ Chứng minh rằng :  $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$

**Bài 3 (3.0 điểm) :** Cho biểu thức :  $A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3}$

a/ Tìm n để A nhận giá trị nguyên.

b/ Tìm n để A là phân số tối giản

**Bài 4 (3.0 điểm) :** Tìm số nguyên tố  $\overline{ab}$  ( $a > b > 0$ ), sao cho  $\overline{ab} - \overline{ba}$  là số chính phương

**Bài 5 (4.0 điểm) :** Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

a/ Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng  $a^\circ$ , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng  $(a + 10)^\circ$  và với tia OB một góc bằng  $(a + 20)^\circ$

Tính  $a^\circ$

b/ Tính góc xOy, biết góc AOx bằng  $22^\circ$  và góc BOy bằng  $48^\circ$

c/ Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng  $a^\circ$

**Bài 6 (3.0 điểm) :** Cho  $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$

a/ Chứng minh rằng A chia hết cho 24

b/ Chứng minh rằng A không phải là số chính phương.

----- Hết -----

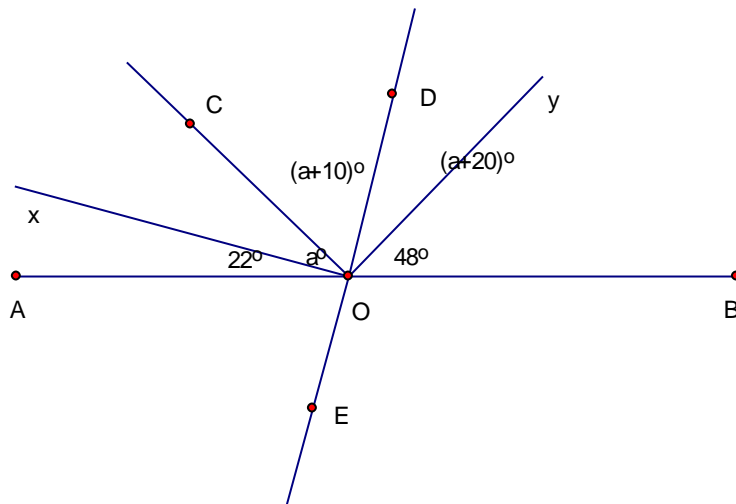
## ĐÁP ÁN

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
<b>Câu 1</b>	a/ $A = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 2012$ $A = (2 + 2012)[(2012 - 2) : 3 + 1] : 2 = 675697$	<b>2.0</b>
	b/ $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right)\left(1 - \frac{1}{2012}\right)$ $B = \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) \dots \left(\frac{2011}{2011} - \frac{1}{2011}\right)\left(\frac{2012}{2012} - \frac{1}{2012}\right)$ $B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2010}{2011} \cdot \frac{2011}{2012}$ $B = \frac{1}{2012}$	<b>2.0</b>
<b>Câu 2</b>	a/ Tìm x, y nguyên biết : $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$ $\Rightarrow (3y - 1)(2x + 1) = -55$ $\Rightarrow 2x + 1 = \frac{-55}{3y - 2} \quad (1)$ Đề x nguyên thì $3y - 2 \in U(-55) = \{1; 5; 11; 55; -1; -5; -11; -55\}$ +) $3y - 2 = 1 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$ , thay vào (1) $\Rightarrow x = 28$ +) $3y - 2 = 5 \Rightarrow 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 11 \Rightarrow 3y = 13 \Rightarrow y = \frac{13}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 55 \Rightarrow 3y = 57 \Rightarrow y = 19$ , thay vào (1) $\Rightarrow x = -1$	<b>2.0</b>

	<p>+) <math>3y - 2 = -1 \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}</math> (Loại)</p> <p>+) <math>3y - 2 = -5 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1</math>, thay vào (1) <math>\Rightarrow x = 5</math></p> <p>+) <math>3y - 2 = -11 \Rightarrow 3y = -9 \Rightarrow y = -3</math>, thay vào (1) <math>\Rightarrow x = 2</math></p> <p>+) <math>3y - 2 = -55 \Rightarrow 3y = -53 \Rightarrow y = \frac{-53}{3}</math> (Loại)</p> <p>Vậy ta có 4 cặp số <math>x, y</math> nguyên thỏa mãn là  <math>(x; y) = (28; 1), (-1; 19), (5; -1), (2; -3)</math></p>	
	<p>b/ Chứng minh rằng : <math>\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{2n^2} &lt; \frac{1}{4}</math></p> <p>Ta có</p> $A = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$ $A = \frac{1}{(2.2)^2} + \frac{1}{(2.3)^2} + \frac{1}{(2.4)^2} + \dots + \frac{1}{(2.n)^2}$ $A = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) < \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{(n-1)n} \right)$ $A < \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{(n-1)} - \frac{1}{n} \right)$ $A < \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{4} \text{ (ĐPCM)}$	<b>2.0</b>
	<p>Cho biểu thức : <math>A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3}</math></p> <p>a/ Tìm <math>n</math> để <math>A</math> nhận giá trị nguyên.  Ta có :</p> $A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3} = \frac{(2n+1) + (3n-5) - (4n-5)}{n-3} = \frac{2n+1+3n-5-4n+5}{n-3} = \frac{n+1}{n-3}$ $A = \frac{n-3+4}{n-3} = 1 + \frac{4}{n-3} \text{ (2)}$ <p><math>A</math> nguyên khi <math>n-3 \in U(4) = \{1; 2; 4; -1; -2; -4\} \Rightarrow n \in \{4; 5; 7; 2; 1; -1\}</math></p>	<b>1.0</b>
<b>Câu 3</b>	<p>b/ Tìm <math>n</math> để <math>A</math> là phân số tối giản</p> <p>Ta có : <math>A = \frac{n+1}{n-3}</math> (Theo câu a)</p> <p>Xét <math>n = 0</math> ta có phân số <math>A = \frac{1}{-3}</math> là phân số tối giản</p> <p>Xét <math>n \neq 0; 3</math>  Gọi <math>d</math> là ước chung của <math>(n+1)</math> và <math>(n-3)</math>  <math>\Rightarrow (n+1) : d</math> và <math>(n-3) : d</math>  <math>\Rightarrow (n+1) - (n-3)</math> chia hết cho <math>d \Rightarrow 4</math> chia hết cho <math>d \Rightarrow d = \pm 1; \pm 2; \pm 4</math>  <math>\Rightarrow d</math> lớn nhất bằng 4 <math>\Rightarrow A</math> không phải là phân số tối giản</p> <p><b>Kết luận</b> : Với <math>n = 0</math> thì <math>A</math> là phân số tối giản</p>	<b>1.0</b>
<b>Câu 4</b>	<p>Tìm số nguyên tố <math>\overline{ab}</math> (<math>a &gt; b &gt; 0</math>), sao cho <math>\overline{ab} - \overline{ba}</math> là số chính phương</p> <p>Ta có : <math>\overline{ab} - \overline{ba} = (10a+b) - (10b+a) = 10a+b-10b-a = 9a-9b = 9(a-b) = 3^2(a-b)</math></p> <p>Vì <math>\Rightarrow a, b \notin \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow 1 \leq a-b \leq 8</math></p> <p>Để <math>\overline{ab} - \overline{ba}</math> là số chính phương thì <math>a-b = 1; 4</math></p> <p>+) <math>a-b = 1</math> (mà <math>a &gt; b</math>) ta có các số <math>\overline{ab}</math> là : 98 ; 87 ; 76; 65; 54 ; 43; 32; 21</p> <p>Vì <math>\overline{ab}</math> là số nguyên tố nên chỉ có số 43 thỏa mãn</p> <p>+) <math>a-b = 4</math> (mà <math>a &gt; b</math>) ta có các số <math>\overline{ab}</math> là : 95 ; 84 ; 73; 62; 51</p>	<b>3.0</b>

Vì  $\overline{ab}$  là số nguyên tố nên chỉ có số 73 thoả mãn  
**Kết luận** : Vậy có hai số thoả mãn điều kiện bài toán là 43 và 73

Hình vẽ



**Câu 6**

Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

a/ Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng  $a^\circ$ , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng  $(a + 10)^\circ$  và với tia OB một góc bằng  $(a + 20)^\circ$ . Tính  $a^\circ$

Do OC, OD nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và  $COD > COA (a + 10 > a)$ . Nên tia OC nằm giữa hai tia OA và OD

$$\begin{aligned} \Rightarrow AOC + COD + DOB &= AOB \\ \Rightarrow a^\circ + (a + 10)^\circ + (a + 20)^\circ &= 180^\circ \\ \Rightarrow 3.a^\circ + 30^\circ &= 180^\circ \Rightarrow a^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

b/ Tính góc xOy, biết góc AOx bằng  $22^\circ$  và góc BOy bằng  $48^\circ$

Tia Oy nằm giữa hai tia OA và OB

$$\text{Ta có : } AOy = 180^\circ - BOy = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ > AOx = 22^\circ$$

Nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và Oy

$$\Rightarrow AOx + xOy = AOy \Rightarrow 22^\circ + xOy = 132^\circ \Rightarrow xOy = 132^\circ - 22^\circ = 110^\circ$$

c/ Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng  $a^\circ$   
 Vì tia OC nằm giữa hai tia OA và OD nên

$$AOC + COD = AOD \Rightarrow AOD = a^\circ + (a + 10)^\circ = 2a^\circ + 10^\circ = 2.50^\circ + 10^\circ = 110^\circ$$

Vì  $AOx < AOD (22^\circ < 110^\circ)$  nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và OD

$$\Rightarrow AOx + xOD = AOD \Rightarrow 22^\circ + xOD = 110^\circ \Rightarrow xOD = 110^\circ - 22^\circ = 88^\circ$$

Vậy số đo góc kề bù với góc xOD có số đo là :  $180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$

**Câu 6**

Cho  $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$

a/ Chứng minh rằng A chia hết cho 24

Ta có :

$$A = 10^3 (10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8 = 8.125 (10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8$$

$$A = 8. [125 (10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 1] : 8 \quad (1)$$

Ta lại có các số :  $10^{2012}$  ;  $10^{2011}$  ;  $10^{2010}$  ;  $10^{2009}$  có tổng tổng các chữ số bằng 1, nên các số  $10^{2012}$  ;  $10^{2011}$  ;  $10^{2010}$  ;  $10^{2009}$  khi chia cho 3 đều có số dư bằng 1

8 chia cho 3 dư 2.

Vậy A chia cho 3 có số dư là dư của phép chia  $(1 + 1 + 1 + 1 + 2)$  chia cho 3

Hay dư của phép chia 6 chia cho 3 (có số dư bằng 0)

Vậy A chia hết cho 3

Vì 8 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau nên A chia hết cho  $8.3 = 24$

b/ Chứng minh rằng A không phải là số chính phương.

<p>Ta có các số : <math>10^{2012}</math> ; <math>10^{2011}</math> ; <math>10^{2010}</math> ; <math>10^{2009}</math> đều có chữ số tận cùng là 0  Nên <math>A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8</math> có chữ số tận cùng là 8  Vậy A không phải là số chính phương vì số chính phương là những số có chữ số tận cùng là 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9</p>	
---	--

## ĐỀ SỐ 2

**Bài 1:** Thực hiện phép tính:

- 1)  $-3\frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{8} + \frac{9}{4}\right)$ ;
- 2)  $\frac{(-9).11 + 32.(-9)}{(-43).15 + 12.(-43)}$ ;
- 3)  $x.\frac{1}{3} + 2x.\frac{3}{6} - 3x.\frac{4}{9}$  với  $x = \frac{2011}{2012}$

**Bài 2:** Tìm x, biết:

- 1)  $\frac{1}{2}x + \frac{x-2}{3} = 1$ ;
- 2)  $|x-1| = \frac{2}{3}$
- 3)  $(x-1).(x+2) \leq 0$

**Bài 3:**

- 1) Tìm các số có 3 chữ số chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7.
- 2) Chứng tỏ rằng nếu a; a + k; a + 2k là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì k chia hết cho 6.

**Bài 4:**

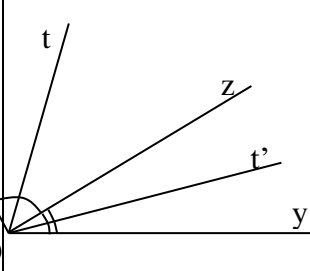
- 1) Cho 5 đường thẳng phân biệt cắt nhau tại O. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc đỉnh O tạo thành từ 5 đường thẳng đó không kể góc bẹt.
- 2) Cho góc xOy và tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy. Gọi Ot và Ot' là hai tia phân giác của góc xOz và zOy. Chứng tỏ rằng:  $\angle Ot' = \frac{1}{2} \angle xOy$ .

**Bài 5:** Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n thì  $A = 16^n - 15n - 1$  chia hết cho 15.

----- Hết -----

## ĐÁP ÁN

Bài	Hướng dẫn chấm	Điểm
1(6đ)	1) -7/4;    2) 1/3;    3) 0 Mỗi câu đúng cho 2.0 điểm	6.0đ
2 (4.5đ)	1) x = 2;    2) x = -1/2; x = 9/2;    3) -2 ≤ x ≤ 1 Mỗi câu đúng cho 1.5 điểm	4.5đ
3(3đ)	1) Gọi số đó là $\overline{abc}; 0 \leq a; b; c \leq 9, a \neq 0$ Ta có $\overline{abc} = 100a + 10b + c = (98a + 7b) + (2a + 3b + c):7 \Rightarrow 2a + 3b + c:7$ Mặt khác $a + b + c:7$ nên suy ra $b - c:7 \Rightarrow b - c = -7; 0; 7$ - Với $b - c = -7$ thì $c = b + 7$ và $a + b + c:7$ nên ta có các số thỏa mãn: 707; 518; 329. - Với $b - c = 7$ ta có các số 770; 581; 392. - Với $b - c = 0 \Rightarrow b = c$ mà $a + b + c:7$ nên $a + 2b:7$	1.5đ

	<p>Do <math>1 \leq a + 2b \leq 27</math> nên <math>a + 2b</math> nhận các giá trị 7; 14; 21. Từ đó ta có các số thỏa mãn: 133; 322; 511; 700; 266; 455; 644; 833; 399; 588; 777; 966. Vậy có tất cả 18 số kể trên.</p> <p>2) Vì <math>a; a + k; a + 2k</math> là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên là các số lẻ và không chia hết cho 3, ta có:  <math>a + k - a = k</math> chia hết cho 2.</p> <p>Mặt khác khi chia các số đó cho 3 sẽ tồn tại 2 số có cùng số dư:  - Nếu <math>a</math> và <math>a + k</math> có cùng số dư thì <math>a + k - a = k</math> chia hết cho 3.  - Nếu <math>a</math> và <math>a + 2k</math> có cùng số dư thì <math>a + 2k - a = 2k</math> chia hết cho 3, mà <math>(2, 3) = 1</math> nên <math>k</math> chia hết cho 3.  - Nếu <math>a + k</math> và <math>a + 2k</math> có cùng số dư thì <math>a + 2k - a + k = k</math> chia hết cho 3.</p> <p>Vậy trong mọi trường hợp ta luôn có <math>k</math> chia hết cho 2 và 3 mà <math>(2, 3) = 1</math> nên <math>k</math> chia hết cho <math>2.3 = 6</math>.</p>	1.5đ
<p>4 (5đ)</p> 	<p>1) 5 đường thẳng cắt nhau tại O tạo thành 10 tia gốc O. Mỗi tia tạo với 9 tia còn lại thành 9 góc đỉnh O. Do đó ta có <math>10.9 = 90</math> góc tạo thành trong đó mỗi góc được tính 2 lần và có 5 góc bẹt nên sẽ có <math>90 : 2 - 5 = 40</math> góc đỉnh O không kể góc bẹt.</p>	3.0đ
	<p>2) Vì Ot, Ot' là phân giác của góc xOz, zOy nên ta có:</p> $xOt = tOz = \frac{1}{2}xOz; zOt' = t'Oy = \frac{1}{2}zOy$ $\Rightarrow tOz + zOt' = \frac{1}{2}xOz + \frac{1}{2}zOy$ $= \frac{1}{2}(xOz + zOy) = \frac{1}{2}xOy$	2.0đ
<p>5 (1.5đ)</p>	<p>Chứng minh bằng phương pháp quy nạp  Với <math>n = 1</math> ta có <math>A = 0</math> chia hết cho 15.  Giả sử bài toán đúng với <math>n = k</math> tức là <math>A = 16^k - 15k - 1</math> chia hết cho 15 ta sẽ chứng minh đúng với <math>n = k + 1</math>, tức là <math>A = 16^{k+1} - 15(k+1) - 1</math> chia hết cho 15. Thật vậy, ta có</p> $16^k - 15k - 1 = 15q, q \in \mathbb{N} \Rightarrow 16^k = 15k + 15q + 1$ $\Rightarrow 16^{k+1} - 15(k+1) - 1 = 16.16^k - 15k - 16$ $= 16.(15k + 15q + 1) - 15k - 16 = 15.(16k + 16q - k) : 15$	1.5đ

### ĐỀ SỐ 3

**Bài 1** (4,0 điểm):

a, Tính  $M = \frac{7}{2012} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4}$   
 $\frac{7}{9} - \frac{1}{2012} - \frac{1}{2}$

b, So sánh A và B biết  $A = \frac{2010}{2011} + \frac{2011}{2012} + \frac{2012}{2010}$  và  $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{17}$

**Bài 2** (4,0 điểm):

a, Tìm  $x$  biết  $\left(\frac{1}{8} + 2\frac{5}{4} - 2,75\right)x - 7 = \left(\frac{3}{2} + 0,65 + \frac{7}{200}\right) : 0,07$