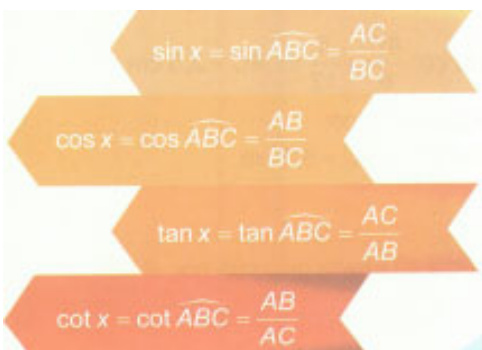
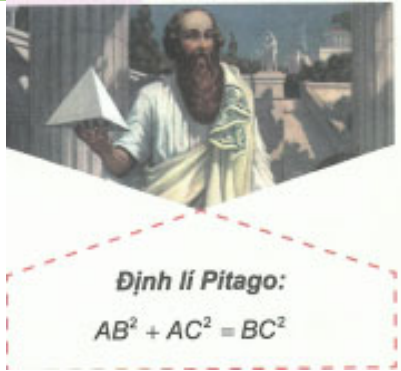
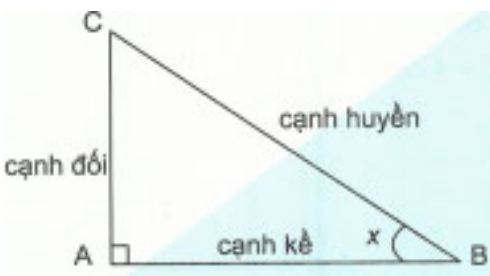


CHUYÊN ĐỀ TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN, HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

 <p>$\sin x = \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$ $\cos x = \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ $\tan x = \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$ $\cot x = \cot \widehat{ABC} = \frac{AB}{AC}$</p>	 <p>Định lí Pitago: $AB^2 + AC^2 = BC^2$</p>
 <p>Một số tính chất của các tỉ số lượng giác</p> <ul style="list-style-type: none">• Cho hai góc α, β phụ nhau. Khi đó: $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta;$ $\tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta.$• Cho góc nhọn α. Ta có: $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1;$ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$	

B.CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO

Dạng 1: Các bài toán tính toán

Phương pháp giải

Bước 1: Đặt độ dài cạnh, góc bằng ẩn.

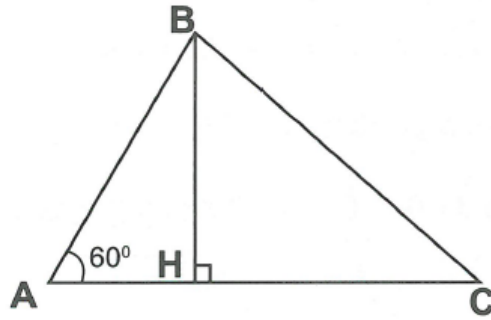
Bước 2: Thông qua giả thiết và các hệ thức lượng lập phương trình chứa ẩn.

Bước 3: Giải phương trình, tìm ẩn số. Từ đó tính độ dài đoạn thẳng hoặc góc cần tìm.

Bài tập minh họa

Câu 1: Tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ; AB = 28cm; AC = 35cm$. Tính độ dài BC.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$)

Xét tam giác vuông AHB vuông tại H có:

$$AH = AB \cdot \cos \hat{A} = 28 \cdot \cos 60^\circ = 28 \cdot \frac{1}{2} = 14 \text{ (cm)}$$

$$BH = AB \cdot \sin \hat{A} = 28 \cdot \sin 60^\circ = 28 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow HC = AC - AH = 35 - 14 = 21 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow BC^2 = BH^2 + HC^2 = 588 + 441 = 1029$$

$$\Rightarrow BC = 7\sqrt{21}$$

Vậy $BC = 7\sqrt{21} \text{ (cm)}$

Chú ý

Bằng cách tính tương tự như trên có: tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$; $AB = a$; $AC = b$ thì $BC^2 = a^2 + b^2 - ab$;

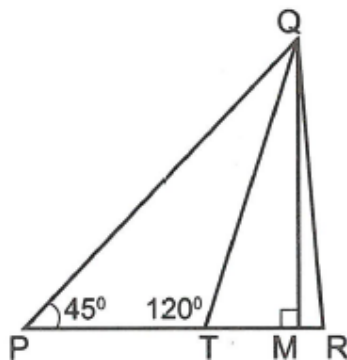
$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} ab.$$

Câu 2: Cho hình vẽ sau biết $\widehat{QPT} = 45^\circ$; $\widehat{PTQ} = 120^\circ$; $QT = 8 \text{ cm}$; $TR = 5 \text{ cm}$.

a) Tính PT.

b) Tính diện tích tam giác PQR.

Lời giải



Kẻ $QM \perp PR$ (M thuộc tia đối tia TP).

$$\text{Có } \widehat{PTQ} + \widehat{QTM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{QTM} = 180^\circ - \widehat{PTQ} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Xét tam giác vuông QTM có: } QM = QT \cdot \sin \widehat{QTM} = 8 \cdot \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$TM = QT \cdot \cos \widehat{QTM} = 8 \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow TM < TR \Rightarrow M$ nằm giữa T và R.

$$\text{Xét tam giác vuông QPM có: } PM = \frac{QM}{\tan \widehat{QPM}} = \frac{4\sqrt{3}}{\tan 45^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow PT = PM - TM = 4\sqrt{3} - 4 = 4(\sqrt{3} - 1) \text{ (cm)}$$

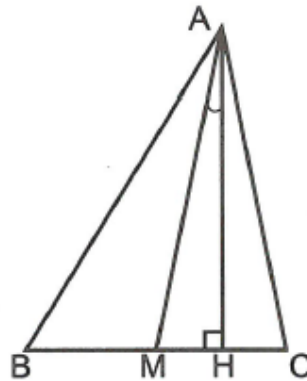
$$\Rightarrow PR = PT + TR = 4(\sqrt{3} - 1) + 5 = 4\sqrt{3} + 1 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow S_{PQR} = \frac{1}{2} QM \cdot PR = \frac{1}{2} 4\sqrt{3} \cdot (4\sqrt{3} + 1) = 6 + 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy } PR = 4\sqrt{3} + 1 \text{ (cm); } S_{PQR} = 6 + 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 60^\circ; \widehat{C} = 80^\circ$. Tính số đo góc tạo bởi đường cao AH và trung tuyến AM.

Lời giải



Gọi góc tạo bởi đường cao AH và trung tuyến AM là α .

$$\text{Xét tam giác AMH vuông tại H có } \tan \alpha = \frac{MH}{AH} \Rightarrow MH = \tan \alpha \cdot AH$$

$$\text{Lại có: } BH - HC = (BM + MH) - (MC - MH) = 2MH \Rightarrow MH = \frac{BH - HC}{2}$$

$$\text{Mà } BH = \frac{AH}{\tan \widehat{B}} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông AHB)}$$

$$CH = \frac{AH}{\tan \widehat{C}} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC)}.$$

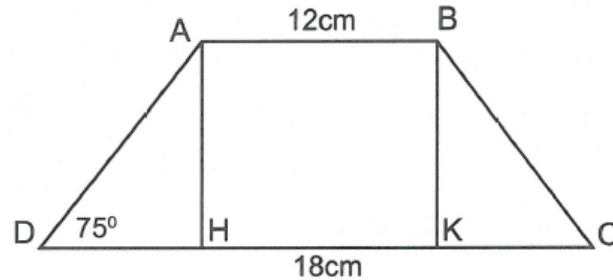
$$\Rightarrow MH = \frac{AH \cdot \left(\frac{1}{\tan \hat{B}} - \frac{1}{\tan \hat{C}} \right)}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AH \cdot \left(\frac{1}{\tan \hat{B}} - \frac{1}{\tan \hat{C}} \right)}{2AH} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan \hat{B}} - \frac{1}{\tan \hat{C}} \right) \Rightarrow \alpha \approx 11^\circ 20'$$

Vậy số đo góc tạo bởi đường cao AH và trung tuyến AM xấp xỉ bằng $11^\circ 20'$.

Câu 4: Tính chu vi và diện tích hình thang cân ABCD biết hai cạnh đáy

$$AB = 12\text{cm}, CD = 18\text{cm}, \widehat{ADC} = 75^\circ.$$

Lời giải



Diện tích hình thang được tính bởi công thức $S = \frac{1}{2}h(AB + CD)$

(Trong đó h là chiều cao của hình thang).

Đối với bài tập này, chúng ta đã biết độ dài hai cạnh đáy. Do vậy, ta cần tìm chiều cao.

Kẻ $AH \perp CD, BK \perp CD$.

Do ABCD là hình thang cân nên $HK = AB = 12\text{cm}, DH = KC = \frac{CD - AB}{2} = 3\text{cm}$.

Trong tam giác AHD vuông tại H ta có: $\tan \hat{D} = \frac{AH}{DH} \Rightarrow \tan 75^\circ = \frac{AH}{3} \Rightarrow AH \approx 11,196\text{cm}$

Từ đó, $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AH \cdot (AB + CD) = \frac{1}{2} \cdot 11,196 \cdot (12 + 18) = 167,94\text{cm}^2$.

Để tính chu vi hình thang, ta cần tính AD.

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông ADH ta có: $AD^2 = AH^2 + HD^2 \approx 134,35\text{cm}$. Suy ra $AD \approx 11,59\text{cm}$.

Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng công thức tỉ số lượng giác của góc trong tam giác vuông ADH để tính AD.

Do đó, chu vi hình thang cân ABCD là

$$AB + BC + CD + DA = 12 + 11,59 + 18 + 11,59 = 53,18\text{cm}.$$

Dạng 2: Chứng minh đẳng thức, mệnh đề

Phương pháp giải

Đưa mệnh đề về dạng đẳng thức, sử dụng hệ thức lượng và một số kiến thức đã học biến đổi các vế trong biểu thức, từ đó chứng minh các vế bằng nhau.

Bài tập minh họa

Câu 1: Cho ΔABC có $\widehat{A} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$; $CK \perp AB$.

a) Chứng minh $KH = BC \cdot \cos \widehat{A}$.

b) Trung điểm của BC là M. Chứng minh ΔMKH là tam giác đều.

Lời giải

a) Xét ΔAHB và ΔAKC vuông tại H, K có: chung góc \widehat{BAC}

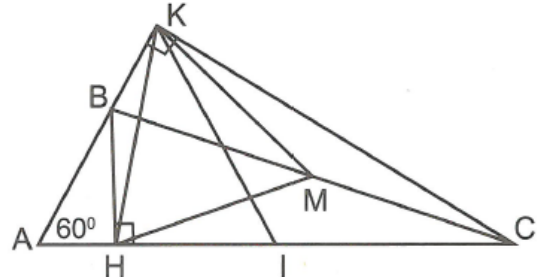
$$\text{Suy ra } \Delta AHB \sim \Delta AKC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AK}$$

Xét ΔAHK và ΔABC chung góc \widehat{BAC} và

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AK}$$

$$\text{Suy ra } \Delta AHK \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{KH}{BC}$$

$$\Rightarrow HK = BC \cdot \frac{AH}{AB} = BC \cdot \cos \widehat{A}.$$



b) Theo câu a) có $HK = BC \cdot \cos \widehat{BAC} = BC \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} BC$ (1).

Mặt khác xét tam giác HBC vuông tại H có: HM là trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow HM = \frac{1}{2} BC \text{ (2).}$$

Tương tự có $KM = \frac{1}{2} BC$ (3).

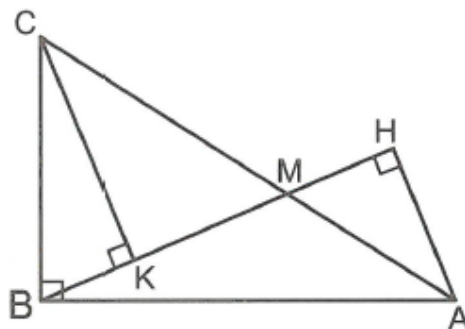
Từ (1), (2) và (3) có $HM = HK = KM$ suy ra ΔHKM là tam giác đều.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại B. Lấy điểm M trên cạnh AC. Kẻ $AH \perp BM$, $CK \perp BM$

a) Chứng minh: $CK = BH \cdot \tan \widehat{BAC}$

b) Chứng minh: $\frac{MC}{MA} = \frac{BH \cdot \tan^2 \widehat{BAC}}{BK}$

Lời giải



a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle BKC$ vuông tại H và K có: $\widehat{HBA} = \widehat{BCK}$ (cùng phụ với \widehat{CBH}).

$$\Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle BKC (g.g) \Rightarrow \frac{CK}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow CK = BH \cdot \frac{BC}{AB} = BH \cdot \tan \widehat{BAC}$$

b) Theo câu a) ta có: $CK = BH \cdot \tan \widehat{BAC}$

$$\text{Mà } \frac{MC}{MA} = \frac{CK}{AH} \text{ (vì } CK \parallel AH) \Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{BH \cdot \tan \widehat{BAC}}{AH} \quad (1)$$

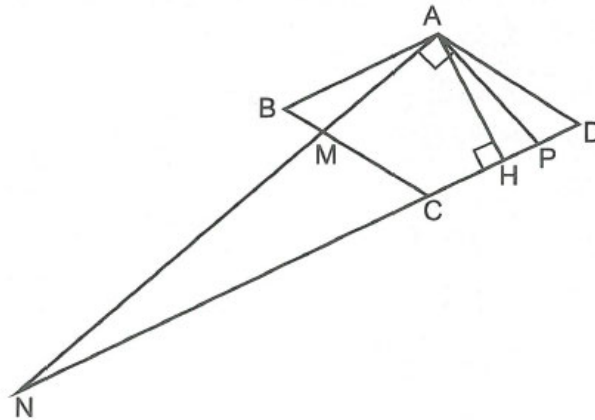
$$\text{Mặt khác } \triangle AHB \sim \triangle BKC \Rightarrow \frac{BK}{AH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{AH} = \frac{BC}{AB \cdot BK} = \frac{\tan \widehat{BAC}}{BK} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{MC}{MA} = \frac{BH \cdot \tan^2 \widehat{BAC}}{BK}$$

Câu 3: Cho hình thoi ABCD có $\widehat{BAD} = 120^\circ$, tia Ax tạo với tia AB góc $\widehat{BAx} = 15^\circ$, cắt BC, CD lần

lượt tại M, N. Chứng minh: $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{4}{3AB^2}$

Lời giải



Từ A dựng đường thẳng vuông góc với AN cắt CD tại P, hạ $AH \perp CD$ ($H \in CD$).

$$\text{Có } \widehat{BAD} = \widehat{BAM} + \widehat{MAP} + \widehat{PAD} \Leftrightarrow 120^\circ = 15^\circ + 90^\circ + \widehat{PAD} \Rightarrow \widehat{PAD} = 120^\circ - 15^\circ - 90^\circ = 15^\circ$$

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ADP$ có: $\widehat{MAB} = \widehat{PAD}$ (theo trên)

$$BA = AD \text{ (tính chất hình thoi)}$$

$$\widehat{MBA} = \widehat{PDA} \text{ (tính chất hình thoi)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ADP (g.c.g) \Rightarrow AM = AP$$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông NAP vuông tại A đường cao AH, ta có:

$$\frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AH^2}$$

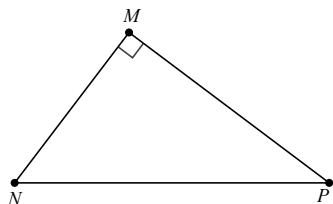
$$\text{Mà } AH = \sin \widehat{ADH} \cdot AD = \sin 60^\circ \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

Từ (1) và (2) ta có:
$$\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}AB\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{4}{3AB^2}$$

Vậy
$$\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{4}{3AB^2}.$$

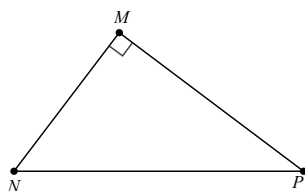
C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Câu 1: Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cos \widehat{MNP}$ bằng



- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 2:



Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \widehat{MNP}$ bằng:

- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 3: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$. D. $\sin \alpha - \cos \alpha = 1$.

Câu 4: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Chọn khẳng định sai.

- A. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$. B. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$. C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$. D. $\tan^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha$.

Câu 5: Cho α và β là hai góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\tan \alpha = \sin \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\tan \alpha = \cos \beta$. D. $\tan \alpha = \tan \beta$.

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là đúng? Cho hai góc phụ nhau thì

- A. sin góc nọ bằng cosin góc kia. B. sin hai góc bằng nhau.
C. tan góc nọ bằng cotan góc kia. D. Cả A, C đều đúng.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 1\text{cm}, BC = 2\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

- A. $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos B = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
C. $\sin B = \frac{1}{2}; \cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2cm, AC = 0,9cm$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

A. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,8$. **B.** $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$.

C. $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$. **D.** $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8cm, AC = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\tan C \approx 0,87$. **B.** $\tan C \approx 0,86$. **C.** $\tan C \approx 0,88$. **D.** $\tan C \approx 0,89$.

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 9cm, AC = 5cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 1)

A. $\tan C \approx 0,67$. **B.** $\tan C \approx 0,5$. **C.** $\tan C \approx 1,4$. **D.** $\tan C \approx 1,5$.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 13cm, BH = 0,5dm$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $\sin C \approx 0,35$. **B.** $\sin C \approx 0,37$. **C.** $\sin C \approx 0,39$. **D.** $\sin C \approx 0,38$.

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AC = 15cm, CH = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\cos B$.

A. $\sin C = \frac{5}{\sqrt{21}}$. **B.** $\sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$. **C.** $\sin C = \frac{2}{5}$. **D.** $\sin C = \frac{3}{5}$.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 4cm, BH = 3cm$. Tính tỉ số lượng giác $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\cos C \approx 0,76$. **B.** $\cos C \approx 0,77$. **C.** $\cos C \approx 0,75$. **D.** $\cos C \approx 0,78$.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 11cm, BH = 12cm$. Tính tỉ số lượng giác $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\cos C \approx 0,79$. **B.** $\cos C \approx 0,69$. **C.** $\cos C \approx 0,96$. **D.** $\cos C \approx 0,66$.

Câu 15: Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\tan B = 4$.

A. $\tan C = \frac{1}{4}$. **B.** $\tan C = 4$. **C.** $\tan C = 2$. **D.** $\tan C = \frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\cot B = 2$.

A. $\tan C = \frac{1}{4}$. **B.** $\tan C = 4$. **C.** $\tan C = 2$. **D.** $\tan C = \frac{1}{2}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5cm, \cot C = \frac{7}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $AC \approx 4,39(cm); BC \approx 6,66(cm)$. **B.** $AC \approx 4,38(cm); BC \approx 6,65(cm)$.

C. $AC \approx 4,38(cm); BC \approx 6,64(cm)$.

D. $AC \approx 4,37(cm); BC \approx 6,67(cm)$.

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9\text{ cm}$, $\tan C = \frac{5}{4}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC . (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $AC = 11,53; BC = 7,2$.

B. $AC = 7; BC \approx 11,53$.

C. $AC = 5,2; BC \approx 11$.

D. $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

Câu 19: Cho α là góc nhọn. Tính $\sin \alpha, \cot \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{2}{5}$.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{25}; \cot \alpha = \frac{3\sqrt{21}}{21}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}; \cot \alpha = \frac{5}{\sqrt{21}}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{3}; \cot \alpha = \frac{3}{\sqrt{21}}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}; \cot \alpha = \frac{2}{\sqrt{21}}$.

Câu 20: Tính $\sin \alpha, \tan \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

A. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{7}}; \tan \alpha = \frac{3}{4}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}; \tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 21: Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh $\cot 50^\circ$ và $\cot 46^\circ$.

A. $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. B. $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. C. $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. D. $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Câu 22: Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh $\sin 20^\circ$ và $\sin 70^\circ$.

A. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. B. $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. C. $\sin 20^\circ = \sin 70^\circ$. D. $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Câu 23: Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

A. $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

B. $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.

C. $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.

D. $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Câu 24: Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\tan 43^\circ, \cot 71^\circ, \tan 38^\circ, \cot 69^\circ 15', \tan 28^\circ$ theo thứ tự tăng dần.

A. $\cot 71^\circ < \cot 60^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.

B. $\cot 60^\circ 15' < \cot 71^\circ < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.

C. $\tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 60^\circ 15' < \cot 71^\circ$.

D. $\cot 60^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 71^\circ$.

Câu 25: Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$

- A.** $A = 46$. **B.** $A = \frac{93}{2}$. **C.** $A = \frac{91}{2}$. **D.** $A = 45$.

Câu 26: Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

- A.** 0. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 27: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ bằng

- A.** $C = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. **B.** 1. **C.** $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. **D.** $C = 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 1$.

Câu 28: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ bằng:

- A.** $C = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. **B.** $C = 1$.
C. $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. **D.** $C = 1 + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Câu 29: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Rút gọn $P = (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha + 1 - \cot^2 \alpha$ ta được:

- A.** $P = \sin^2 \alpha$. **B.** $P = \cos^2 \alpha$. **C.** $P = \tan^2 \alpha$. **D.** $P = 2 \sin^2 \alpha$.

Câu 30: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Cho $P = (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \tan^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha$, chọn kết luận đúng.

- A.** $P > 1$. **B.** $P < 1$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = 2 \sin^2 \alpha$.

Câu 31: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Biểu thức $Q = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$ bằng:

- A.** $Q = \cot \alpha - \tan \alpha$. **B.** $Q = \cot \alpha + \tan \alpha$. **C.** $Q = \tan \alpha - \cot \alpha$. **D.** $Q = 2 \tan \alpha$.

Câu 32: Chọn α là góc nhọn bất kỳ. Biểu thức $Q = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A.** $Q = 1 + \tan^2 \alpha$. **B.** $Q = 1 + 2 \tan^2 \alpha$. **C.** $Q = 1 - 2 \tan^2 \alpha$. **D.** $Q = 2 \tan^2 \alpha$.

Câu 33: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $G = \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3 \sin \alpha}$.

- A.** $G = 1$. **B.** $G = -\frac{4}{5}$. **C.** $G = -\frac{6}{5}$. **D.** $G = -1$.

Câu 34: Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 3 : 2$. Khi đó $\tan \widehat{ABC} \cdot \tan \widehat{ACB}$ bằng:

- A.** 3. **B.** 5. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 35: Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 1 : 2$. Khi đó $\tan \widehat{ABC} \cdot \tan \widehat{ACB}$ bằng:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 36: Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α , biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

- A.** $\cos \alpha = \frac{3}{4}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{5}$. **B.** $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\cos \alpha = \frac{3}{4}, \tan \alpha = \frac{4}{5}, \cot \alpha = \frac{4}{3}$.

Câu 37: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Tính $\cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{5}{13}$.

A. $\cot \alpha = \frac{12}{5}$.

B. $\cot \alpha = \frac{11}{5}$.

C. $\cot \alpha = \frac{5}{12}$.

D. $\cot \alpha = \frac{13}{5}$.

Câu 38: Tính giá trị biểu thức $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 80^\circ$.

A. $B = 44$.

B. $B = 1$.

C. $B = 45$.

D. $B = 2$.

Câu 39: Tính giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$

A. $B = 44$.

B. $B = 1$.

C. $B = 45$.

D. $B = 2$.

Câu 40: Cho kết luận đúng về giá trị biểu thức $B = \frac{\cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha}{3 - \sin^2 \alpha}$ biết $\tan \alpha = 3$.

A. $B > 0$.

B. $B < 0$.

C. $0 < B < 1$.

D. $B = 1$.

HƯỚNG DẪN

1. Lời giải:

Ta có $\cos \widehat{MNP} = \frac{MN}{NP}$

Đáp án cần chọn là A.

2. Lời giải:

Ta có $\tan \widehat{MNP} = \frac{MP}{MN}$.

Đáp án cần chọn là D.

3. Lời giải:

Chọn α là góc bất kỳ, khi đó $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Đáp án cần chọn là B.

4. Lời giải:

Chọn α là góc nhọn bất kỳ, khi đó:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

Đáp án cần chọn là D.

5. Lời giải:

Với hai góc α, β mà $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ta có: $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta$.

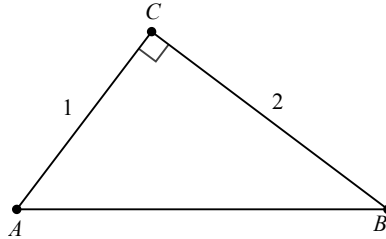
Đáp án cần chọn là B.

6. Lời giải:

Với hai góc phụ nhau thì sin góc nọ bằng sin góc kia và tan góc nọ bằng cotan góc kia.

Đáp án cần chọn là D.

7. Lời giải:

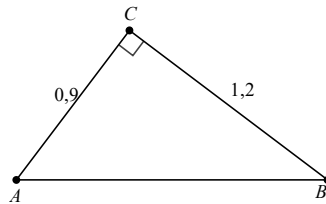


Theo định lý Pytago ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Đáp án cần chọn là B.

8. Lời giải:

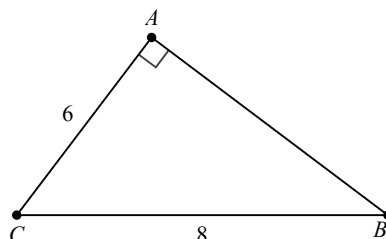


Theo định lý Pytago ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{0,9^2 + 1,2^2} = 1,5$

Xét tam giác ABC vuông tại C có $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = \frac{3}{5} = 0,6$ và $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Đáp án cần chọn là A.

9. Lời giải:



Theo định lý Pytago ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{8^2 - 6^2} \approx 5,29$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có $\tan C = \frac{AB}{AC} \approx \frac{5,29}{6} \approx 0,88$.

Đáp án cần chọn là C.

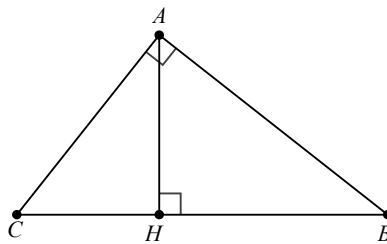
10. Lời giải:

Theo định lý Pytago ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{14}}{5} \approx 1,5$.

Đáp án cần chọn là D.

11. Lời giải:



Đổi $0,5dm = 5cm$

Xét tam giác ABC vuông tại A , theo hệ thức lượng

trong tam giác vuông ta có: $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{13^2}{5} = 33,8cm$

$\Rightarrow \sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{13}{33,8} \approx 0,38$

Đáp án cần chọn là D.

12. Lời giải:

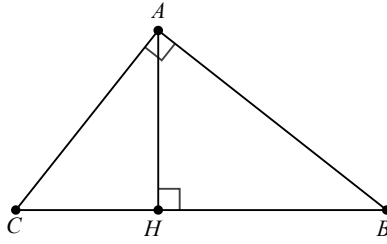
Xét tam giác AHC vuông tại H , theo định lý Pytago ta có:

$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 15^2 - 6^2 = 189 \Rightarrow AH = 3\sqrt{21} \Rightarrow \sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{3\sqrt{21}}{15} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Mà tam giác ABC vuông tại A nên \widehat{B}, \widehat{C} là hai góc phụ nhau. Do đó $\cos B = \sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Đáp án cần chọn là B.

13. Lời giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A có $BC = BH + CH = 7\text{cm}$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$AC^2 = CH.BC \Rightarrow AC^2 = 4.7 \Rightarrow AC \approx 5,29\text{cm} \Rightarrow \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{5,29}{7} \approx 0,76.$$

Đáp án cần chọn là A.

14. Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có $BC = BH + CH = 11 + 12 = 23\text{cm}$.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AC^2 = CH.BC \Rightarrow AC^2 = 11.23 = 253 \Rightarrow AC = \sqrt{253}\text{cm} \Rightarrow \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{253}}{23} \approx 0,69.$$

Đáp án cần chọn là B.

15. Lời giải:

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \cot C = \tan B = 4$

$$\text{Mà } \cot C . \tan C = 1 \Rightarrow \tan C = \frac{1}{4}.$$

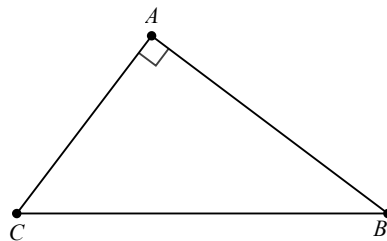
Đáp án cần chọn là A.

16. Lời giải:

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \tan C = \cot B = 2$.

Đáp án cần chọn là C.

17. Lời giải:



$$\text{Vì tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ nên } \cot C = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB . \cot C = 5 . \frac{7}{8} = \frac{35}{8} \approx 4,38 \text{ cm} .$$

$$\text{Theo định lý Pytago ta có } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 4,38^2 \Rightarrow BC \approx 6,65 .$$

Vậy $AC \approx 4,38(cm); BC \approx 6,65(cm)$.

Đáp án cần chọn là B.

18. Lời giải:

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = AB : \tan C = 9 : \frac{5}{4} = 7,2 \text{ cm}$

Theo định lý Pytago ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 7,2^2 = 132,84 \Rightarrow BC = \frac{9\sqrt{41}}{5} \approx 11,53$.

Vậy $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

Đáp án cần chọn là D.

19. Lời giải:

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Lại có $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$.

Vậy $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}; \cot \alpha = \frac{2}{\sqrt{21}}$.

Đáp án cần chọn là D.

20. Lời giải:

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Lại có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

Vậy $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

Đáp án cần chọn là C.

21. Lời giải:

Vì $46^\circ < 50^\circ \Leftrightarrow \cot 46^\circ > \cot 50^\circ$.

Đáp án cần chọn là B.

22. Lời giải:

Vì $20^\circ < 70^\circ \Leftrightarrow \sin 20^\circ < \sin 70^\circ$.

Đáp án cần chọn là A.

23. Lời giải:

Ta có $\cos 67^\circ = \sin 23^\circ$ vì $67^\circ + 23^\circ = 90^\circ$; $\cos 44^\circ 35' = \sin 45^\circ 25'$ vì $44^\circ 35' + 45^\circ 25' = 90^\circ$

Mà $23^\circ < 28^\circ 10' < 35^\circ < 40^\circ < 45^\circ 25'$ nên $\sin 23^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \sin 45^\circ 25'$

$\Leftrightarrow \cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Đáp án cần chọn là D.

24. Lời giải:

Ta có $\cot 71^\circ = \tan 19^\circ$ vì $71^\circ + 19^\circ = 90^\circ$; $\cot 69^\circ 15' = \tan 20^\circ 45'$ vì $69^\circ 15' + 20^\circ 45' = 90^\circ$

Mà $19^\circ < 20^\circ 45' < 28^\circ < 38^\circ < 43^\circ$ nên $\tan 19^\circ < \tan 20^\circ 45' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$

$\Leftrightarrow \cot 71^\circ < \cot 60^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.

Đáp án cần chọn là A.

25. Lời giải:

Ta có $\sin^2 89^\circ = \cos^2 1^\circ$; $\sin^2 88^\circ = \cos^2 2^\circ$; ...; $\sin^2 46^\circ = \cos^2 44^\circ$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $A = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$= (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{44 \text{ số } 1} + \frac{1}{2} + 1 = 44 \cdot 1 + \frac{3}{2} = \frac{91}{2}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{91}{2}.$$

Đáp án cần chọn là C.

26. Lời giải:

Ta có $\sin^2 80^\circ = \cos^2 10^\circ$; $\sin^2 70^\circ = \cos^2 20^\circ$; $\sin^2 60^\circ = \cos^2 30^\circ$; $\sin^2 50^\circ = \cos^2 40^\circ$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

$$= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4.$$

Vậy giá trị cần tìm là 4.

Đáp án cần chọn là D.

27. Lời giải:

Ta có $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot 1$

$$= \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$= (\sin^2 \alpha)^3 + 3(\sin^2 \alpha)^2 \cdot \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha)^2 + (\cos^2 \alpha)^3$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1 \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

Đáp án cần chọn là B.

28. Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \\ &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } C = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha.$$

Đáp án cần chọn là A.

29. Lời giải:

$$\text{Với } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\begin{aligned} A &= (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha + 1 - \cot^2 \alpha = \cot^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cot^2 \alpha + 1 - \cot^2 \alpha \\ &= 1 - \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \sin^2 \alpha.$$

Đáp án cần chọn là A.

30. Lời giải:

$$\text{Với } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha.$$

$$P = (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \tan^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Đáp án cần chọn là C.

31. Lời giải:

$$\text{Với } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \text{ ta có:}$$

$$Q = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \cot \alpha - \tan \alpha.$$

$$\text{Vậy } Q = \cot \alpha - \tan \alpha.$$

Đáp án cần chọn là A.

32. Lời giải:

$$\text{Với } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$Q = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + 2 \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 = 1 + 2 \tan^2 \alpha.$$

$$\text{Vậy } Q = 1 + 2 \tan^2 \alpha.$$

Đáp án cần chọn là B.

33. Lời giải:

$$\text{Vì } \tan \alpha = 2 \text{ nên } \cos \alpha \neq 0$$

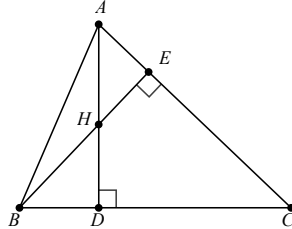
$$\text{Ta có } G = \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3 \sin \alpha} = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - 3 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \cdot \tan \alpha + 1}{1 - 3 \tan \alpha}$$

$$\text{Thay } \tan \alpha = 2 \text{ ta được } G = \frac{2 \cdot 2 + 1}{1 - 3 \cdot 2} = -\frac{5}{5} = -1.$$

Vậy $G = -1$.

Đáp án cần chọn là D.

34. Lời giải:



Xét tam giác vuông ABD và ADC , ta có $\tan B = \frac{AD}{BD}$; $\tan C = \frac{AD}{CD}$.

$$\text{Suy ra } \tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD} \quad (1)$$

Lại có $\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với \widehat{ACB}) và $\widehat{HDB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$.

Do đó $\triangle BDH \sim \triangle ADC$ (g.g) suy ra $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, do đó $BD \cdot DC = DH \cdot AD$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH} \quad (3).$$

Theo giả thiết $\frac{HD}{AH} = \frac{3}{2}$ suy ra $\frac{HD}{AH + HD} = \frac{3}{2 + 3}$ hay $\frac{HD}{AD} = \frac{3}{5}$, suy ra $AD = \frac{5}{3} HD$.

$$\text{Thay vào (3) ta được: } \tan B \cdot \tan C = \frac{\frac{5}{3} HD}{DH} = \frac{5}{3}.$$

Đáp án cần chọn là D.

35. Lời giải:

Xét tam giác vuông ABD và ADC , ta có $\tan B = \frac{AD}{BD}$; $\tan C = \frac{AD}{CD}$.

$$\text{Suy ra } \tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD} \quad (1)$$

Lại có $\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với \widehat{ACB}) và $\widehat{HDB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$.

Do đó $\triangle BDH \sim \triangle ADC$ (g.g) suy ra $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, do đó $BD \cdot DC = DH \cdot AD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH}$ (3).

Theo giả thiết $\frac{HD}{AH} = \frac{1}{2}$ suy ra $\frac{HD}{AH + HD} = \frac{1}{2+1}$ hay $\frac{HD}{AD} = \frac{1}{3}$, suy ra $AD = 3HD$.

Thay vào (3) ta được: $\tan B \cdot \tan C = \frac{3HD}{DH} = 3$.

Đáp án cần chọn là B.

36. Lời giải:

Ta có $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, suy ra $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$, mà $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, do đó:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \text{ suy ra } \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{4}.$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{3}.$$

Đáp án cần chọn là B.

37. Lời giải:

Ta có $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ suy ra $\sin^2 \alpha = \frac{25}{169}$ mà $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ do đó $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \frac{12}{13}.$$

$$\text{Do đó } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{12}{13} : \frac{5}{13} = \frac{12}{13} \cdot \frac{13}{5} = \frac{12}{5}.$$

Đáp án cần chọn là A.

38. Lời giải:

Ta có $\tan 80^\circ = \cot 10^\circ$; $\tan 70^\circ = \cot 20^\circ$; $\tan 50^\circ = \cot 40^\circ$; $\cot 60^\circ = \tan 30^\circ$ và $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Nên $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$

$$= \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \cot 20^\circ \cdot \cot 10^\circ$$

$$= (\tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ) \cdot (\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ) \cdot (\tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ) \cdot (\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ) = 1.1.1.1 = 1.$$

Vậy $B = 1$.

Đáp án cần chọn là B.

39. Lời giải:

Ta có $\tan 89^\circ = \cot 1^\circ$; $\tan 88^\circ = \cot 2^\circ$; ...; $\tan 46^\circ = \cot 44^\circ$ và $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Nên $B = (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 46^\circ \cdot \tan 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ$

$$= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \cdot (\tan 3^\circ \cdot \cot 3^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1.1.1 \dots 1.1 = 1$$

Vậy $B = 1$.

Đáp án cần chọn là B.

40. Lời giải:

Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của B cho $\cos^2 \alpha$ ta được:

$$B = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3(1 + \tan^2 \alpha) - \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 + 2 \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \cdot 9}{3 + 2 \cdot 9} = -\frac{26}{21}.$$

Hay $B = -\frac{26}{21} < 0$.

Đáp án cần chọn là B.

Do đó: $\sin \alpha = \sin C = \frac{AB}{BC} < 1$;

$$\cos \alpha = \cos c = \frac{AC}{BC} < 1$$

b) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} C = \frac{AB}{AC}$; $\operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{cotg} C = \frac{AC}{AB}$

Do đó: $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = 1$

c) $\sin \alpha = \frac{AB}{BC}$, $\cos \alpha = \frac{AC}{BC}$

Do đó: $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{AB}{BC} : \frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC} = \operatorname{tg} \alpha$

d) $\triangle ABC$ vuông tại A theo định lý Py-ta-go có: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Do đó: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$

$$= \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = 1$$

Bài 3:

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ (gt)

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

Bài 4:

a) $46^\circ + 44^\circ = 90^\circ$ nên $\sin 46^\circ = \cos 44^\circ$

Do đó: $\frac{\sin 46^\circ}{\cos 44^\circ} = 1$

b) $28^\circ + 62^\circ = 90^\circ$ nên $\operatorname{cotg} 28^\circ = \operatorname{tg} 62^\circ$

Do đó: $\operatorname{cotg} 28^\circ - \operatorname{tg} 62^\circ = 0$

Bài 5:

Ta có $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$ (hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia)

$$\Rightarrow \sin^2 10^\circ = \cos^2 80^\circ.$$

Do đó:

$$\begin{aligned} & \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ \\ & + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ \\ & + \cos^2 40^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) \\ & + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) \\ & = 1 + 1 + 1 + 1 = 4. \end{aligned}$$

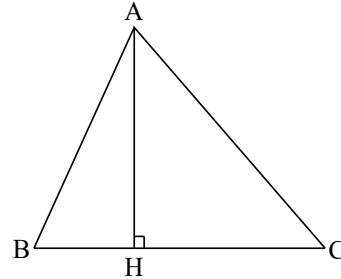
Bài 6:

Vẽ $AH \perp BC, H \in BC$

Xét $\triangle HAB$ có $\widehat{H} = 90^\circ$, nên $\sin B = \frac{AH}{AB}$

Xét $\triangle HAC$ có $\widehat{H} = 90^\circ$, nên $\sin C = \frac{AH}{AC}$

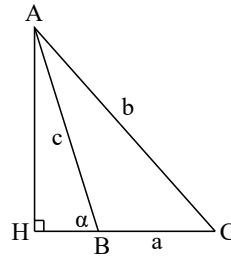
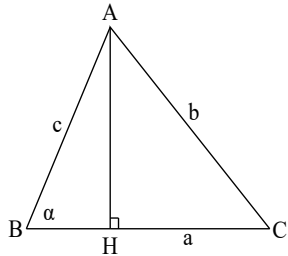
Do đó: $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

Vậy $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Bài 7:



Giả sử có tam giác ABC có $AB = c, BC = a$

Góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng AB, BC là α .

Vẽ đường cao AH của tam giác ABC

$\triangle HAB$ có $\widehat{H} = 90^\circ$ nên $\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \sin B$

Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot \sin B \cdot BC = \frac{1}{2} c \cdot a \cdot \sin \alpha$

Bài 8:

Vẽ đường cao CH của tam giác ABC .

$\triangle HAC$ vuông tại H , nên $\cos A = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC \cos A$

$\triangle HAC$ vuông tại H theo định lý Py-ta-go, ta có: $AH^2 + HC^2 = AC^2$

$\triangle HBC$ vuông tại H theo định lý Py-ta-go, ta có:

$$BC^2 = HB^2 + HC^2$$

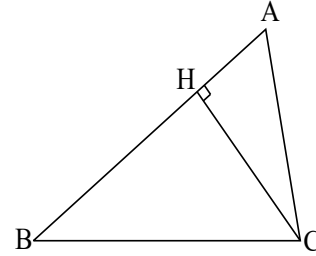
$$= (AB - AH)^2 + HC^2$$

$$= AB^2 - 2AB \cdot AH + AH^2 + HC^2$$

$$= AB^2 - 2AB \cdot AC \cos A + AC^2$$

$$= AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$$

Vậy $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.



Bài 9:

Xét $\triangle ABC$ có $B = \alpha, C = \beta$, vì $\alpha + \beta < 90^\circ$ nên \widehat{BAC} là góc tù.

Vẽ các đường cao AH, BK của $\triangle ABC$

Ta có: $\widehat{BAK} = B_1 + C$ (\widehat{BAK} là góc ngoài của $\triangle ABC$)

$\triangle ABK$ có $\widehat{K} = 90^\circ$ nên $BK = AB \sin \widehat{BAK}$

Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin(\alpha + \beta)$

Mặt khác: $\triangle HAB$ có $\widehat{H} = 90^\circ$

Nên $\sin \alpha = \sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$, $\cos \alpha = \cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB}$

Và $\triangle HAC$ có $\widehat{H} = 90^\circ$

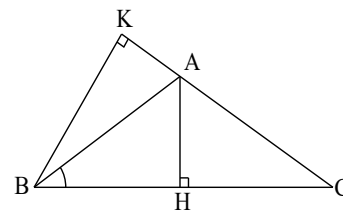
Nên $\sin \beta = \sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC}$, $\cos \beta = \cos \widehat{ACH} = \frac{HC}{AC}$

Do đó: $\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{AH}{AB} \cdot \frac{HC}{AC} + \frac{AH}{AC} \cdot \frac{BH}{AB}$

$$= \frac{AH}{AB \cdot AC} (HC + BH)$$

$$= \frac{AH \cdot BC}{AB \cdot AC} = \frac{2S_{ABC}}{AB \cdot AC}$$

$$= \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}{AB \cdot AC} = \sin(\alpha + \beta)$$

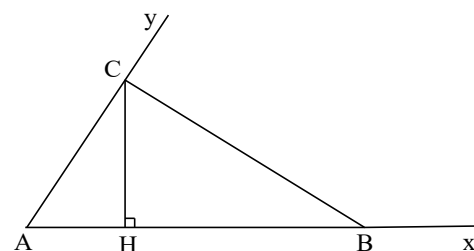


Vậy $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$.

Bài 10:

Vẽ CH là đường cao của tam giác ABC .

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , theo tỉ lệ số lượng giác của góc nhọn, ta có:



$$\sin \widehat{HAC} = \frac{CH}{AC}$$

$$\Rightarrow CH = AC \cdot \sin \widehat{BAC}$$

$$\text{Mặt khác, ta có: } AB \cdot AC = \frac{1}{4}(AB + AC)^2 - \frac{1}{4}(AB - AC)^2 = 9(\text{cm}^2)$$

$$\text{Do đó: } S_{ABC} = \frac{1}{2}CH \cdot AB = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \leq \frac{9}{2} \sin \widehat{BAC}$$

$$\frac{9}{2} \sin \widehat{BAC} \text{ không đổi.}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow AB = AC = 3\text{cm}$$

Vậy khi B, C lần lượt trên các tia AB, AC sao cho $AB = AC = 3\text{cm}$ thì diện tích ΔABC lớn nhất.

II. PHIẾU LUYỆN NÂNG CAO PHÁT TRIỂN TƯ DUY

Câu 1: Cho ΔABC có độ dài các cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c . Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A . Từ trung điểm E của cạnh AC kẻ $EF \perp BC$. Nối AF và BE .

a) Chứng minh rằng $AF = BE \cdot \cos \widehat{C}$.

b) Biết $BC = 10\text{cm}$, $\sin \widehat{ACB} = 0,6$. Tính diện tích tứ giác $ABFE$.

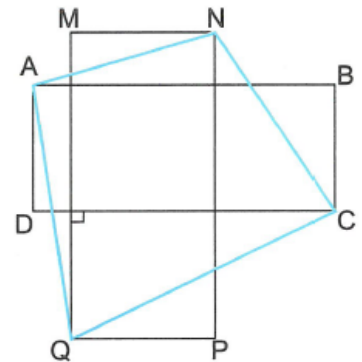
c) AF và BE cắt nhau tại O . Tính $\sin \widehat{AOB}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 20^\circ, \widehat{B} = 30^\circ, AB = 60\text{cm}$. Đường cao hạ từ C đến AB cắt BA tại P .

Hãy tính AP, BP, CP .

Câu 4: Tam giác đều ABC có cạnh 60cm . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = 20\text{cm}$. Đường trung trực của AD cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở E, F . Tính độ dài các cạnh của tam giác DEF .

Câu 5: Cho hai hình chữ nhật có hai kích cỡ 3 và 5 ; 4 và 6 được đặt sao cho các cạnh hình chữ nhật song song với nhau (như hình vẽ). Tính diện tích tứ giác $ANCQ$.



Câu 6: Tứ giác $ABCD$ có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác AOB và COD . Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD .

a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB , F là giao điểm của AH và DK .

Chứng minh rằng các tam giác IEG và HFK đồng dạng.

b) Chứng minh rằng IG vuông góc với HK .

Hướng dẫn

Câu 1:

26. TOÁN HỌC SƠ ĐỒ - THCS.TOANMATH.com

Định hướng

- Tạo ra góc $\frac{\widehat{A}}{2}$ bằng cách dựng tia phân giác AD của góc \widehat{A} .

Hạ $BK \perp AD$ ($K \in AD$) để chứng minh $\sin \frac{A}{2} = \frac{BK}{AB}$.

Lời giải

Kẻ đường phân giác AD của \widehat{A} ($D \in BC$).

Hạ $BK \perp AD$ ($K \in AD$).

Trong $\triangle ABK$ vuông tại K có $\sin \widehat{KAB} = \frac{BK}{BA}$. Hay $\sin \frac{A}{2} = \frac{BK}{AB}$

(1).

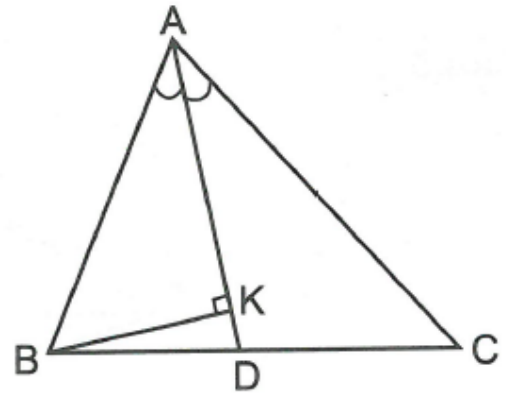
Trong $\triangle BDK$ vuông tại K có cạnh huyền BD: $BK \leq BD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{BD}{AB}$ (3).

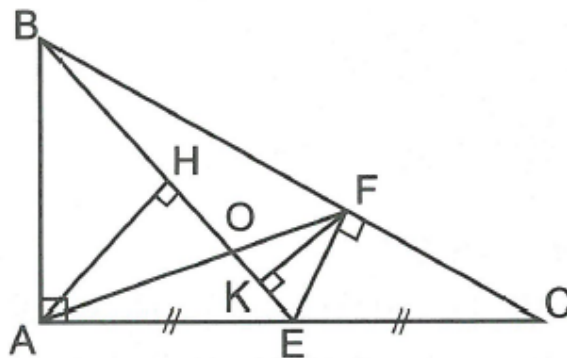
Do AD là tia phân giác của \widehat{A} nên ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AB+AC} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{BC}{AB+AC} = \frac{a}{b+c} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c} \Rightarrow \text{đpcm.}$



Câu 2:



a) Xét $\triangle FEC$ và $\triangle ABC$ vuông tại F và A có \widehat{C} chung $\Rightarrow \triangle FEC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{FC}{EC} = \frac{AC}{BC}$

$$\Rightarrow \triangle CFA \sim \triangle CEB (c.g.c) \Rightarrow \frac{FA}{BE} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{FA}{BE} = \cos \widehat{ACB} \Rightarrow FA = BE \cos \widehat{ACB}$$

b) Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AB = BC \cdot \sin \widehat{ACB} = 0,6 \cdot 10 = 6 (cm) \Rightarrow AC = 8 (cm)$

$$\Rightarrow AE = EC = 4 (cm)$$

Mặt khác $FE = EC \cdot \sin \widehat{ECF} = 0,6 \cdot 4 = 2,4 (cm) \Rightarrow FC = 3,2 (cm)$

$$\Rightarrow S_{ABFE} = S_{ABC} - S_{CFE} = \frac{1}{2}(AB \cdot AC - FE \cdot FC) = 20,16 (cm^2)$$

c) Hạ $AH \perp BE$; $FK \perp BE$ ($H, K \in BE$)

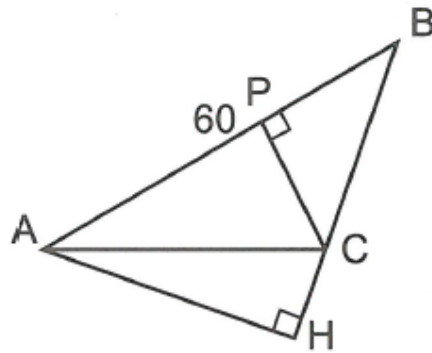
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_{ABFE} &= S_{ABE} + S_{BFE} = \frac{1}{2}(AH \cdot BE + FK \cdot BE) = \frac{1}{2}BE(AO \cdot \sin \widehat{AOB} + FO \cdot \sin \widehat{FOE}) \\ &= \frac{1}{2}BE \cdot \sin \widehat{AOB}(AO + FO) = \frac{1}{2}BE \cdot FA \cdot \sin \widehat{AOB} \end{aligned}$$

Lại có: $BE = \sqrt{52}$ (định lý Py-ta-go) (2).

$$\text{Theo câu a) có: } FA = BE \cdot \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \cdot \sqrt{52}$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) có: } \sin \widehat{AOB} = \frac{2S_{ABFE}}{BE \cdot FC} = \frac{2 \cdot 20,16}{\sqrt{52} \cdot 0,8 \cdot \sqrt{52}} = \frac{63}{65}$$

Câu 3:



Kẻ $AH \perp BC$. Tam giác AHB vuông tại H suy ra $AH = AB \cdot \sin \widehat{B} = 60 \cdot \sin 30^\circ = 30$

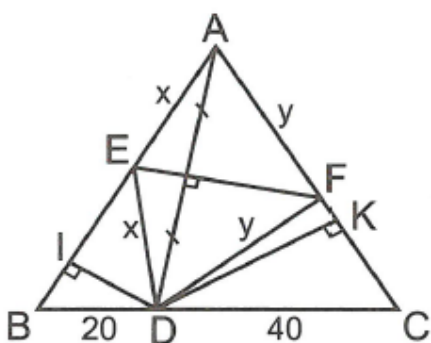
$$\text{Tam giác AHC vuông tại H có } AC = \frac{AH}{\cos \widehat{HAC}} = \frac{30}{\cos 40^\circ} \approx 39,162$$

Tam giác APC vuông tại P có $AP = AC \cdot \cos \widehat{PAC} \approx 39,162 \cdot \cos 20^\circ \approx 36,8$

$$\Rightarrow PB = AB - AP = 60 - 36,8 = 23,2$$

Tam giác APC vuông tại P có $CP = AC \cdot \sin \widehat{PAC} \approx 39,162 \cdot \sin 20^\circ \approx 13,394$.

Câu 4:



Đặt $DE = AE = x$, $DF = FA = y$. Kẻ $DI \perp AB$, $DK \perp AC$

Ta có: $BI = BD \cdot \cos \widehat{IBD} = 20 \cdot \cos 60^\circ = 10$, $DI = BD \cdot \sin \widehat{IBD} = 20 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$

Do đó áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác vuông EDI vuông tại I có:

$$x = DE = \sqrt{IE^2 + ID^2} = \sqrt{(50-x)^2 + (10\sqrt{3})^2} \Rightarrow x = \sqrt{28}$$

Tương tự có: $y = 35$

Như vậy $AE = 28$, $FA = 35$, $\widehat{EAF} = 60^\circ$. Ta tính được $FE = 7\sqrt{21}$.

Câu 5:

Gọi giao của AC và NQ là O; giao của NQ và CD là L

Kẻ $CK \perp NQ$; $AH \perp NQ$ ($K, H \in NQ$)

Theo giả thiết có: $\tan \widehat{MQN} = \frac{3}{5} \Rightarrow \widehat{MQN} \approx 30^\circ 57'$

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{4}{6} \Rightarrow \widehat{ACD} \approx 33^\circ 41'$$

Ta có: $S_{ANCQ} = S_{ANQ} + S_{CNQ} = \frac{1}{2}(AH \cdot NQ + CK \cdot NQ)$

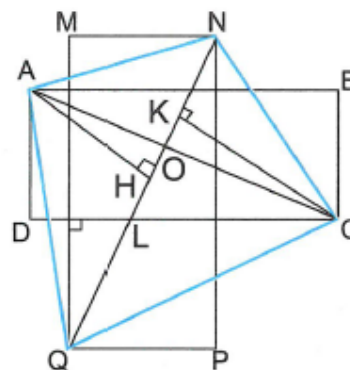
$$\begin{cases} AH = AO \cdot \cos \widehat{OAH} \\ CK = OC \cdot \cos \widehat{OCK} \Rightarrow S_{ANCQ} = \frac{1}{2} \cos \widehat{OAH} \cdot NQ \cdot (AO + OC) \\ \widehat{OCK} = \widehat{OAH} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2} \cos \widehat{OAH} \cdot NQ \cdot AC$$

Ta chứng minh số đo \widehat{OAH} không đổi.

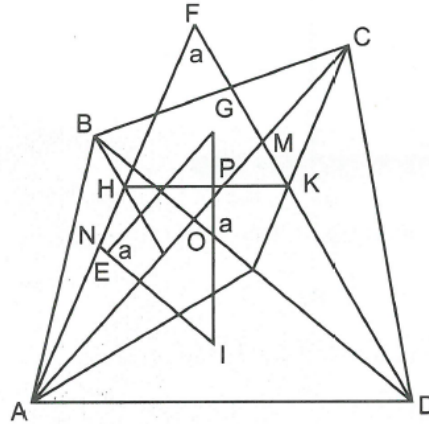
Thật vậy: $\widehat{OAH} = 90^\circ - \widehat{AOH} = 90^\circ - (\widehat{OCD} + \widehat{OLC})$ mà

$$\widehat{OLC} = 90^\circ - \widehat{MQN} \Rightarrow \widehat{OAH} = 90^\circ - (\widehat{OCD} + 90^\circ - \widehat{MQN}) = \widehat{MQN} - \widehat{ACD} \text{ (cố định).}$$



$$\text{Vậy } S_{ANCQ} = \frac{1}{2} \cos \widehat{OAH} \cdot AC \cdot NQ = \frac{1}{2} \cos(\widehat{MQN} - \widehat{ACD}) \cdot AC \cdot NQ \approx 21(\text{cm}^2)$$

Câu 6:



a) Gọi $\widehat{COD} = \alpha < 90^\circ$ Ta chứng minh được $\widehat{IEG} = \widehat{DOC}$, $\widehat{HFK} = \widehat{DOC} \Rightarrow \widehat{IEG} = \widehat{HFK}$ (1).

Lại có áp dụng Ta-lét dễ thấy: $EG = \frac{1}{3} AC$, $EI = \frac{1}{3} BD \Rightarrow \frac{EG}{EI} = \frac{AC}{BD}$

Gọi M là giao điểm của FK và AC, ta có:

$$FK = FM + MK = AM \cdot \cot \alpha + MC \cdot \cot \alpha = AC \cdot \cot \alpha$$

$$\text{Tương tự có: } FK = BD \cdot \cot \alpha \Rightarrow \frac{FK}{FH} = \frac{AC}{BD} \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\triangle IGE \sim \triangle HKF$ (c.g.c).

b) Theo câu a) có $\triangle IGE \sim \triangle HKF \Rightarrow \widehat{EIG} = \widehat{KHF}$

Gọi giao của EI và AF là N; giao của IG và HK là P.

$$\text{Vì } EI \parallel BD; BD \perp HF \Rightarrow EI \perp HF \Rightarrow \widehat{HNI} = 90^\circ$$

$$\text{Vì } \widehat{EIG} = \widehat{KHF} \Rightarrow \widehat{NHP} + \widehat{AIP} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{HPI} = 360^\circ - (\widehat{NHP} + \widehat{AIP} + \widehat{HNP}) = 90^\circ \Rightarrow IG \perp HK.$$

-----**Toán Học Sơ Đò**-----