

## Toán 8. BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

### Chuyên đề :

## PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

*(Tách đề thi HSG có đáp án)*

### A. Bài toán

**Bài 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

b)  $x^4 + 2010x^2 + 2009x + 2010$

**Bài 2:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $A = (a + 1)(a + 3)(a + 5)(a + 7) + 15$

**Bài 3:** Phân tích các đa thức ra thừa số:

a)  $x^4 + 4$

b)  $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$

**Bài 4:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^4 + 2019x^2 + 2018x + 2019$ .

**Bài 5:** Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a)  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

b)  $x^4 + 2011x^2 + 2010x + 2011$

**Bài 6:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a)  $x^4 + 4$

b)  $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$

**Bài 7:** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^3 - x^2 - 14x + 24$

b)  $x^4 + 2018x^2 + 2017x + 2018$

**Bài 8:** Phân tích đa thức  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$  thành nhân tử

**Bài 9:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^5 + x + 1$ ;

b)  $x^5 + x^4 + 1$

c)  $x^8 + x + 1$ ;

d)  $x^8 + x^7 + 1$

**Bài 10:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $(a-x)y^3 - (a-y)x^3 + (x-y)a^3$

**Bài 11:** Phân tích đa thức thành nhân tử:  $2a^2b + 4ab^2 - a^2c + ac^2 - 4b^2c + 2bc^2 - 4abc$ .

**Bài 12:** Phân tích thành nhân tử:

- a)  $(a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 - 4b^2$ ;
- b)  $a(b^2 - c^2) - b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$
- c)  $(a^2 + b^2)^3 + (c^2 - a^2)^3 - (b^2 + c^2)^3$

**Bài 13:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a)  $(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 15$ ;
- b)  $(x^2 + 2x)^2 + 9x^2 + 18x + 20$ ;
- c)  $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 2) - 6$ ;
- d)  $(x^2 + 8x + 7)(x + 3)(x + 5) + 15$

**Bài 14:** Phân tích các đa thức thành nhân tử:

- a)  $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$ ;
- b)  $x^2 + 2xy + y^2 - x - y - 12$

**Bài 15:** Cho đa thức  $P(x) = 2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x + 6$

- a) Phân tích  $P(x)$  thành nhân tử
- b) Chứng minh rằng  $P(x) \div 6$  với mọi  $x \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 16:** Phân tích các đa thức thành nhân tử:

- a)  $4x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x + 1$ ;
- b)  $3x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 2x + 1$

**Bài 17:** Cho đa thức  $E = x^4 + 2017x^2 + 2016x + 2017$ .

- a) Phân tích đa thức  $E$  thành nhân tử;
- b) Tính giá trị của  $E$  với  $x$  là nghiệm của phương trình:  $|x^2 - x + 1| = 1$ .

**Bài 18:** Phân tích đa thức  $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$  thành nhân tử

**Bài 19:** Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

- 1.  $x^2 + 7x + 6$
- 2.  $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

**Bài 20:** Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a)  $(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ ;
- b)  $x^4 + 2010x^2 + 2009x + 2010$

**Bài 21:** Phân tích đa thức  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$  thành nhân tử

**Bài 22:** Phân tích đa thức thành nhân tử

a)  $x^4 + 1 - 2x^2$

b)  $-x^2 - 28x - 27$

**Bài 23:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử :  $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$

**Bài 24:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a)  $x^4 + 4$

b)  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 24$

**Bài 25:** Phân tích đa thức thành nhân tử:  $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 1) - 6$

**Bài 26:** Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a)  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

b)  $x^4 + 2011x^2 + 2010x + 2011$

**Bài 27:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^4 + 2019x^2 + 2018x + 2019$

**Bài 28:** Phân tích đa thức thành nhân tử:  $P = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

**Bài 29:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử :  $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 5$

**Bài 30:** Phân tích đa thức  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$  thành nhân tử

**Bài 31:** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^2 - y^2 - 5x + 5y$

b)  $2x^2 - 5x - 7$

**Bài 32:** Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

1.  $x^2 + 7x + 6$

2.  $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

**Bài 33:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - 6xy + 9y^2 - 49$

b)  $x^2 - 6x + 5$

**Bài 34:** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a)  $x^3 - x^2 - 14x + 24$

b)  $x^4 + 2018x^2 + 2017x + 2018$

**Bài 35:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^4 + 2013x^2 + 2012x + 2013$

**Bài 36:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$

**Bài 37:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^3 - 2x^2 - x + 2$

**Bài 38:** Phân tích đa thức thành nhân tử:  $A = x^4 + 2007x^2 + 2006x + 2007$

**Bài 39:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x(x + 4)(x + 6)(x + 10) + 128$ .

**Bài 40:** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^3 \cdot (x^2 - 7)^2 - 36x$

Dựa vào kết quả trên hãy chứng minh:

$$A = n^3 \cdot (n^2 - 7) - 36n \text{ chia hết cho } 210 \text{ với mọi số tự nhiên } n$$

**Bài 41:**

Phân tích đa thức thành nhân tử:  $x^3 - 19x - 30$

**Bài 42:**

Phân tích đa thức  $A = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  thành nhân tử. Từ đó suy ra điều kiện của  $a, b, c$  để  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .

**Bài 43:**

Phân tích đa thức  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$  thành nhân tử

**Bài 44:**

1) Chứng minh :  $(x + y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3) = x^4 - y^4$

2) Phân tích đa thức thành nhân tử:  $x(x + 2)(x^2 + 2x + 2) + 1$

3) Tìm  $a, b, c$  biết:  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$  và  $a^8 + b^8 + c^8 = 3$

**Bài 45:**

Cho  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  với  $a, b, c \neq 0$

Tính giá trị biểu thức  $P = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right)$

**Bài 46:**

Cho  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ . Hãy rút gọn phân thức :  $P = \frac{xyz}{(x + y)(y + z)(z + x)}$

**Bài 47:**

Cho  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ , tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

**Bài 48:**

a) Cho  $a + b + c = 0$ . Chứng minh rằng  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b) Cho  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ , (với  $x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0$ )

Tính giá trị của biểu thức  $\frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

**Bài 49:**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $10x^2 + y^2 + 4z^2 + 6x - 4y - 4xz + 5 = 0$

**Bài 50:**

Cho  $a$  và  $b$  thỏa mãn:  $a + b = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $B = a^3 + b^3 + 3ab$

**Bài 51:**

Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$a^4(b-c) + b^4(c-a) + c^4(a-b)$$

**Bài 52:**

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

$$1. 8(x^2 + 3x + 5)^2 + 7(x^2 + 3x + 5) - 15$$

$$2. x^{11} + x^7 + 1$$

**Bài 53:**

Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

$$1. x^2 + 7x + 6$$

$$2. x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$$

**Bài 54:** a) Cho  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ . Tính giá trị của biểu thức sau:  $B = \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$ .

b) Cho  $x, y, z$  là ba số thực khác 0, thỏa mãn  $x + y + z \neq 0$  và  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ .

$$\text{Tính } C = \frac{x^{2019} + y^{2019} + z^{2019}}{(x + y + z)^{2019}}.$$

**Bài 55:**

a) Cho  $a, b, c$  là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn:  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$$\text{Tính giá trị của biểu thức: } P = \frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ac} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab}$$

b) Cho  $x + y + z = 0$ . Chứng minh rằng:  $2(x^5 + y^5 + z^5) = 5xyz(x^2 + y^2 + z^2)$

**Bài 56:**

Phân tích đa thức thành nhân tử:  $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 1) - 6$