



# DÃY SỐ

## CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

### BÀI 1: DÃY SỐ



#### LÝ THUYẾT.

#### I. KHÁI NIỆM

Mỗi hàm số  $u : \{1, 2, 3, \dots, m\} \rightarrow \square$  ( $m \in \square^*$ ) được gọi là một dãy số hữu hạn.

Do mỗi số nguyên dương  $k$  ( $1 \leq k \leq m$ ) tương ứng với đúng một số  $u_k$  nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$ , trong đó  $u_1$  là số hạng đầu,  $u_m$  là số hạng cuối của dãy số đó.

Mỗi hàm số  $u : \square^* \rightarrow \square$  được gọi là một dãy số vô hạn.

Do mỗi số nguyên dương  $n$  tương ứng với đúng một số  $u_n$  nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

Dãy số đó còn được viết tắt là  $(u_n)$ .

Số  $u_1$  gọi là số hạng đầu,  $u_2$  gọi là số hạng thứ 2, ...  $u_n = u(n)$  là số hạng thứ  $n$  (hay số hạng tổng quát) của dãy số.

Nếu  $u_n = C, \forall n \in \square^*$  thì ta nói  $(u_n)$  là dãy số không đổi.

#### II. CÁCH XÁC ĐỊNH DÃY SỐ

Thông thường một dãy số có thể được cho bằng các cách sau:

- Dãy số cho bằng liệt kê các số hạng
- Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số đó.
- Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát
- Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi

Cách cho một dãy số bằng phương pháp truy hồi, tức là:

Cho số hạng đầu.

Cho hệ thức truy hồi, tức là hệ thức biểu thị số hạng thứ  $n$  qua số hạng đứng trước nó.

### III. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM VÀ DÃY SỐ BỊ CHẶN

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số tăng nếu ta có  $u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số giảm nếu ta có  $u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Chú ý:** Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm. Chẳng hạn, dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-3)^n$  tức là dãy  $-3, 9, -27, 81, \dots$  không tăng cũng không giảm.

### IV. DÃY SỐ BỊ CHẶN

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số  $M$  sao cho

$$u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số  $m$  sao cho

$$u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số  $m, M$  sao cho

$$m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Lưu ý: + Dãy tăng sẽ bị chặn dưới bởi  $u_1$

+ Dãy giảm sẽ bị chặn trên bởi  $u_1$

## II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

### DẠNG 1: TÌM SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

**Bài toán 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ :  $u_n = f(n)$ . Hãy tìm số hạng  $u_k$ .

## 1 PHƯƠNG PHÁP.

**Tự luận:** Thay trực tiếp  $n = k$  vào  $u_n$ .

**MTCT:** Dùng chức năng CALC:

Nhập:  $f(x)$

Bấm r nhập  $X = k$

Bấm =  $\rightarrow$  Kết quả

## 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \frac{(1+\sqrt{5})^n}{2} - \frac{(1-\sqrt{5})^n}{2} \right]$ . Tìm số hạng  $u_6$ .

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{1}{n+2} \cdot \frac{1}{84}$  là số hạng thứ mấy?

**Bài toán 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  cho bởi  $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ . Hãy tìm số hạng  $u_k$ .

## 1 PHƯƠNG PHÁP.

**Tự luận:** Tính lần lượt  $u_2; u_3; \dots; u_k$  bằng cách thế  $u_1$  vào  $u_2$ , thế  $u_2$  vào  $u_3$ , ..., thế  $u_{k-1}$  vào  $u_k$ .

**MTCT:** Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập giá trị của số hạng  $u_1$ :  $a =$

- Nhập biểu thức của  $u_{n+1} = f(u_n)$

- Lặp dấu = lần thứ  $k-1$  cho ra giá trị của số hạng  $u_k$ .

## 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 1} \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_{50}$ .

**Bài toán 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  cho bởi  $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$ . Hãy tìm số hạng  $u_k$ .

## 1 PHƯƠNG PHÁP.

**Tự luận:** Tính lần lượt  $u_3; u_4; \dots; u_k$

$u_{k-2}, u_k$

-1 vào bằng cách thế  $u_1$ , vào  $u_3$ ; thế  $u_2, u_3$

$u_k$ .  $u_2$

vào  $u_4; \dots$ ; thế

**MTCT:** Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập  $C = c.B + d.A + e : A = B : B = C$

- Bấm r nhập  $B = b$ , ấn =, nhập  $A = a$  ấn =

- Lặp dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ  $k - 2$  giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng  $u_k$ .



## BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_8$ .

**Bài toán 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  cho bởi  $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$ . Trong đó  $f(\{n, u\})$  là kí hiệu của biểu thức  $u$  tính theo  $u_n$  và  $n$ . Hãy tìm số hạng  $u_k$ .



## PHƯƠNG PHÁP.

**Tự luận:** Tính lần lượt  $u_2; u_3; \dots; u_k$  bằng cách thế  $\{1, u_1\}$  vào  $u_2$ ; thế  $\{2, u_2\}$  vào  $u_3$ ; ...; thế  $\{k-1, u_{k-1}\}$  vào  $u_k$ .

**MTCT:** Cách lập quy trình bấm máy:

- Sử dụng 3 ô nhớ:  $\boxed{A}$ : chứa giá trị của  $n$

$\boxed{B}$ : chứa giá trị của  $u_n$

$\boxed{C}$ : chứa giá trị của  $u_{n+1}$

- Lập công thức tính  $u_{n+1}$  thực hiện gán  $\boxed{A} := \boxed{A} + 1$  và  $\boxed{B} := \boxed{C}$  để tính số hạng tiếp theo của dãy

- Lập phím dấu  $\boxed{=}$  cho đến khi giá trị của  $C$  xuất hiện lần thứ  $k-1$  thì đó là giá trị của số hạng  $u_k$ .



## BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = n \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_{11}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_{50}$ .

$$| \quad | u_{n+1} = u_n + 2n$$