

19 CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

TOÁN 7 CÓ LỜI GIẢI

Chương I

SỐ HỮU TỈ. SỐ THỰC

Chuyên đề 1. TẬP HỢP SỐ HỮU TỈ

A. Kiến thức cần nhớ

1. Số hữu tỉ

- Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} .

2. Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số.

- Mọi số hữu tỉ đều có thể biểu diễn trên trục số.
- Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x .

3. So sánh hai số hữu tỉ

- Để so sánh hai số hữu tỉ, ta viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
- Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương;
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm;
- Số hữu tỉ 0, không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương nếu a và b cùng dấu, là số hữu tỉ âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a = 0$.

B. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Điền các kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ vào ô trống cho hợp nghĩa (điền tất cả các khả năng có thể):

$$-9 \in \square; \quad 2020 \in \square; \quad \frac{9}{205} \in \square; \quad -\frac{21}{10} \in \square$$

Giải

✓ Tìm cách giải. Khi điền vào ô trống, ta căn cứ vào định nghĩa tập hợp:

- $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$.
- $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$
- $\mathbb{Q} = \left\{ x / x = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$

✓ Trình bày lời giải.

- $-9 \in \mathbb{Z}; -9 \in \mathbb{Q}$
- $2020 \in \mathbb{N}; 2020 \in \mathbb{Z}; 2020 \in \mathbb{Q}$
- $\frac{9}{205} \in \mathbb{Q}$

✓ Trình bày lời giải.

Đặt ƯCLN($3n+2; 4n+3$) = d (với $d \in \mathbb{N}$) suy ra:

$$3n+2 \equiv 0 \pmod{d} \quad 12n+8 \equiv 0 \pmod{d}$$

$$4n+3 \equiv 0 \pmod{d} \quad 12n+9 \equiv 0 \pmod{d}$$

$$\mathbb{P} \quad (12n+9) - (12n+8) \equiv 1 \pmod{d} \quad \mathbb{P} \quad d=1$$

Suy ra: ƯCLN($3n+2; 4n+3$) = 1

Vậy $x = \frac{3n+2}{4n+3}$ là phân số tối giản, với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Ví dụ 7. Tìm các số hữu tỉ.

a) Có mẫu là 15, lớn hơn $-\frac{7}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{20}$;

b) Có tử là 4, lớn hơn $\frac{2}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{6}{7}$.

Giải

a) Gọi số hữu tỉ cần tìm là $\frac{x}{15}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Theo đề bài, ta có: } -\frac{7}{10} < \frac{x}{15} < -\frac{9}{20} \hat{=} -\frac{42}{60} < \frac{4x}{60} < -\frac{27}{60}$$

$$\hat{=} -42 < 4x < -27$$

$$\hat{=} 4x \in \{-40; -36; -32; -28\} \hat{=} x \in \{-10; -9; -8; -7\}$$

Vậy các số hữu tỉ cần tìm là: $-\frac{10}{15}; -\frac{9}{15}; -\frac{8}{15}; -\frac{7}{15}$.

b) Gọi số hữu tỉ cần tìm là $\frac{4}{y}$ với $y \in \mathbb{Z}$

$$\text{Theo đề bài ta có: } \frac{2}{5} < \frac{4}{y} < \frac{6}{7} \hat{=} \frac{12}{30} < \frac{12}{3y} < \frac{12}{14}$$

$$\hat{=} 30 > 3y > 14 \hat{=} 3y \in \{15; 18; 21; 24; 27\} \hat{=} y \in \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

Vậy các số hữu tỉ cần tìm là $\frac{4}{5}; \frac{4}{6}; \frac{4}{7}; \frac{4}{8}; \frac{4}{9}$.

C. Bài tập vận dụng

1.1. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

$$-\frac{4}{10}; \frac{8}{-12}; -\frac{10}{25}; \frac{6}{-15}; -\frac{9}{15}$$

1.2. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng phân số với mẫu số dương.

$$\frac{2}{-3}; \frac{8}{-11}; -\frac{21}{10}$$

1.3. Cho ba số hữu tỉ $\frac{6}{5}; \frac{7}{-4}; \frac{2}{-3}$

a) Viết ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là số dương.

b) Viết ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là số dương bằng nhau.

1.4. Cho số hữu tỉ $x = \frac{m+10}{21}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

c) x không là số dương cũng không là số âm.

1.5. Cho số hữu tỉ $x = \frac{14m+10}{-2019}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

1.6. Viết tập hợp các số nguyên n sao cho số hữu tỉ sau có giá trị là một số nguyên.

a) $\frac{5}{n+1}$;

b) $\frac{n+6}{3}$

1.7. Tìm số nguyên a để số hữu tỉ $x = \frac{-2019}{a+6}$ là một số nguyên.

1.8. Tìm các số nguyên x để số hữu tỉ $t = \frac{3x-8}{x-5}$ có giá trị là một số nguyên.

1.9. Chứng tỏ số hữu tỉ $x = \frac{2n+9}{7n+31}$ là phân số tối giản, với mọi n ∈ N.

1.10.

a) Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($b > 0; d > 0$). Chứng minh rằng $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ khi và chỉ khi $ad < bc$.

b) Áp dụng kết quả trên, so sánh các số hữu tỉ sau: $\frac{12}{13}$ và $\frac{22}{25}$; $\frac{-6}{11}$ và $\frac{8}{-15}$.

1.11.

a) Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($b > 0; d > 0$). Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

b) Hãy viết ba số hữu tỉ xen giữa hai số hữu tỉ $\frac{2}{3}$ và $\frac{3}{4}$.

1.12. Cho a, b, m là các số nguyên và $b > 0; m > 0$.

a) So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$. b) So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+m}{b+m}$.

c) So sánh $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{8}$; $\frac{-9}{11}$ và $\frac{-7}{9}$.

1.13. Cho các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn $1 < a < b < c < a+1$ và $b < c$. Chứng minh rằng $b < a$.

1.14. Tìm các số hữu tỉ:

a) Có mẫu số là 20, lớn hơn $\frac{-5}{14}$ và nhỏ hơn $\frac{-3}{14}$;